



Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6216

Feldprofilanalyse und -synthese im Millimeterwellenbereich

G. Michel

Institut für Technische Physik
Projekt Kernfusion

Dezember 1998

Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6216

Feldprofilanalyse und -synthese im
Millimeterwellenbereich*

GEORG MICHEL
Institut für Technische Physik
Projekt Kernfusion

*) Von der Fakultät für Elektrotechnik der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
1998

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor
Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe
Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)
ISSN 0947-8620

Feldprofilanalyse und -synthese im Millimeterwellenbereich

Übersicht

In dieser Arbeit werden Methoden zur Analyse und Synthese paraxialer Mikrowellenstrahlen vorgestellt und Wege zu deren effizienter numerischer Realisierung aufgezeigt. Die praktische Umsetzung erfolgte mit einer Anwendung im Gyrotron, einer Hochleistungsmillimeterwellenröhre, bei der die Energie in Form eines paraxialen Strahls ausgekoppelt wird.

Die vorgestellten Algorithmen erlauben es, eine gewünschte transversale Feldverteilung mit Hilfe speziell geformter Spiegel aus einer gegebenen Feldverteilung zu synthetisieren. Eine andere Einsatzvariante ist die Rückgewinnung der Phaseninformation, wenn nur Amplitudenmessungen in der transversalen Ebene vorhanden sind.

Die Algorithmen wurden dahingehend erweitert, daß ihre effiziente numerische Anwendung nicht nur im Freiraum, sondern auch im Hohlleiter erfolgen kann. Ein neu entwickelter Algorithmus gestattet den Übergang von kontinuierlich belegten Aperturen zu Antennenarrays. Das Potential dieses Verfahrens wird an einem Beispiel zur drahtlosen Energieübertragung mit Mikrowellenstrahlen gezeigt.

Die vorgestellten Methoden zur effizienten Lösung der skalaren Wellengleichung sind allgemeiner Natur, so daß ihre Anwendung nicht nur auf den Millimeterwellenbereich beschränkt ist. Anwendungen von der Optik über die Radioastronomie bis hin zur Akustik sind hier denkbar. Das Verfahren zur Synthese glatter Spiegeloberflächen löst das Abrollproblem wirbelbehafteter Phasenbilder und ist somit auch für die Interferometrie interessant.

Field Profile Analysis and Synthesis in the Millimetre Wave Range

Abstract

The presented work concentrates on methods for the analysis and synthesis of paraxial microwave beams and their efficient numerical implementation. They are applied to the gyrotron, a high power millimeter wave tube with a paraxial output beam.

With the described algorithms, a desired transverse field distribution can be synthesized out of a given field distribution by means of specially shaped mirrors. Another possible application is the retrieval of the phase information in cases where only amplitude measurements are available in the transverse plane.

The algorithms were extended to allow a numerically efficient application not only to the free space but also to waveguides. A newly developed algorithm allows the transition from continuous apertures to field synthesis by means of antenna arrays. The potential of this method is demonstrated by an example in wireless power transmission with a low diffraction beam.

The proposed methods for the numerically efficient solution of the scalar Helmholtz equation are of general usefulness. They can also be used in other fields such as optics, radio astronomy or acoustics. The method for the generation of a smooth mirror surface solves the unwrapping problem for curly phase maps. It is therefore also applicable to interferometric problems.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Funktionsweise des Gyrotrons	4
2.1	Höchstleistungsgyrotrons	8
3	Laterale Hohlleiterantennen	11
3.1	Eigenwellen im Hohlleiter	11
3.1.1	Geometrisch-optische Darstellung der Hohlleitermoden	14
3.2	Vlasov-Antenne	18
3.3	Verkürzte Vlasov-Antenne	19
3.4	Denisov-Antenne	21
3.5	Analyse der Abstrahlung	25
4	Feldprofilanalyse und -synthese	29
4.1	Wandlung in einen paraxialen Strahl	30
4.2	Reflektoranalyse	31
4.2.1	Flache Reflektoren	31
4.2.2	Tiefe Reflektoren	34
4.3	Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus	36
4.3.1	Freiraumausbreitung	41
4.3.2	Anwendung auf Hohlleiter	52
4.3.3	Anwendungsbeispiel	59
4.4	Feldprofilsynthese mit Antennenarrays	60
4.4.1	Unterschiedliche Antennen	61
4.4.2	Identische Antennen	62
4.4.3	Beispiel zur drahtlosen Energieübertragung	65
5	Synthese der Reflektoroberfläche	70
5.1	Direktes Abrollen	72
5.2	Pfadloses Abrollen	73
5.3	Herstellbarkeit	77

6	Praktische Anwendungen	79
6.1	Synthese eines Reflektors	79
6.2	Analyse des Ausgangsstrahls	84
6.3	Modenanalyse im Rillenhohlleiter	88
7	Zusammenfassung und Ausblick	93
A	Umsetzung auf dem Computer	95

Abbildungsverzeichnis

1.1	Das Gyrotron im Vergleich mit anderen Röhren und Halbleiterbauelementen (aus [Sym98])	2
2.1	Aufbau eines Gyrotrons	5
2.2	Phasensynchronisation	6
2.3	Brillouin-Diagramm	7
2.4	Gyrotron mit negativem Gegenpotential und lateralem Ausgang	9
3.1	Ermittlung des Kaustikradius	15
3.2	Strahlröhre im Hohlleiter	17
3.3	Reflexionspunkte eines Strahls und Vlasov-Schnitt	19
3.4	Vlasov-Antenne	20
3.5	Aperturbelegung der verkürzten Vlasov-Antenne	20
3.6	Hohlleiterabschnitt mit Wandstörungen	24
3.7	Amplitude des Feldes an der abgerollten Hohlleiterwand	24
3.8	Abstrahlung der Denisov-Antenne aus Abbildung 3.7	28
3.9	Abstrahlung ohne Wandstörungen (Vlasov-Antenne)	28
4.1	Quasielliptischer Spiegel und Hohlleiterantenne	30
4.2	Reflexion einer ebenen Welle	32
4.3	Phasenverschiebung durch Höhenmodulation	33
4.4	Rechengitter für tiefe Spiegel	35
4.5	Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus (\odot bedeutet Multiplikation)	37
4.6	Zweideutigkeit bei der Phasenrekonstruktion von Gaußstrahlen	38
4.7	Kanonisches Problem	42
4.8	Modifizierte Greensche Funktion \tilde{g}	44
4.9	Weltkoordinaten	45
4.10	Stigmatischer Gaußstrahl in gedrehter und verschobener Beobachtungsebene	47
4.11	Gaußscher Strahl in transversaler Ebene (links) und Parallelprojektion in longitudinaler Ebene (rechts)	49

4.12	Interpolation im Spektralbereich	57
4.13	Anordnung zur Strahlauslenkung	60
4.14	Unterteilung in Subaperturen bei gleicher aktiver Fläche	61
4.15	Verhältnisse im Ortsfrequenzbereich	64
4.16	Das Projekt SPS 2000 (aus [NSNV94])	66
4.17	Feld $ \tilde{s}(y) $ einer einzelnen Sendeantenne in der Empfangsebene	67
4.18	Gesamtfeld $ u_2(y) $, von 10 identischen Subaperturen generiert	67
4.19	Amplituden $ A_n $, die das Feld in Abbildung 4.18 erzeugen	68
4.20	Feldverteilung $ u_1(y) $ in der Sendeapertur für 10 nichtidentische Antennen	68
5.1	Nicht lösbares Abrollproblem	71
5.2	Direktes Abrollverfahren	73
5.3	Abrollergebnis mit dem direkten Verfahren	74
5.4	Phasennormierung	75
5.5	Abrollergebnis mit dem Variationsansatz	76
6.1	Vakuumbehälter des $TE_{31,17}$ -Gyrotrons	80
6.2	Normierte Feldverteilung auf dem zweiten Spiegel	81
6.3	Feldverteilung im Fenster mit ebenem zweiten Spiegel (links) und gewünschte Feldverteilung (rechts)	82
6.4	Feldverteilung im Fenster	83
6.5	Zweiter Spiegel	83
6.6	Messaufbau zur Strahlanalyse	84
6.7	Gemessene Amplitude 11 cm hinter dem Ausgangsfenster	85
6.8	Gemessene Amplitude 46 cm hinter dem Ausgangsfenster	85
6.9	Gemessene Amplitude 56 cm hinter dem Ausgangsfenster	86
6.10	Berechnete Amplitude 46 cm hinter dem Ausgangsfenster	87
6.11	Aus der Phasenrekonstruktion gewonnene Amplitudenverteilung bei 11 cm	87
6.12	Berechnete Amplitudenverteilung bei 11 cm	88
6.13	Messaufbau zur Modenanalyse	89
6.14	Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 0\text{mm}$	90
6.15	Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 240\text{mm}$	90
6.16	Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 507\text{mm}$	91
6.17	Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 774\text{mm}$	91
6.18	Aus der Phasenrekonstruktion gewonnene Amplitudenverteilung bei $z = 0\text{mm}$	92

Verzeichnis der verwendeten Symbole

A_{mn}	komplexe Amplitude
a	Hohlleiterradius
\vec{B}	magnetische Flußdichte
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Freiraum
c_{ij}	Fourierkoeffizienten der Spiegelfläche
\vec{E}	elektrische Feldstärke
\vec{F}	elektrisches Vektorpotential
e	Eulersche Zahl, Elementarladung
\vec{e}	Einheitsvektor
\mathcal{F}	Fouriertransformation
f_i	i -te Komponente der Ortsfrequenz, $-2\pi f_i = k_i$
g	Greensche Funktion $g(\vec{r} - \vec{r}_0) = e^{-jk_0 \vec{r} - \vec{r}_0 }/(4\pi \vec{r} - \vec{r}_0)$
\vec{H}	magnetische Feldstärke
$H_m^{(n)}$	Hankelfunktion n -ter Art, m -ter Ordnung
J_m	Besselfunktion erster Art, m -ter Ordnung
j	imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$
k	Krümmung
$k_0, k_{\parallel}, k_{\perp}$	Freiraumwellenzahl, longitudinal, transversal
m_e	Ruhemasse des Elektrons
N	Fresnelzahl
R_c	Kaustikradius
\mathcal{T}	Propagationsoperator
U	elektrische Spannung
u	Skalarfeld, das der Helmholtzgleichung genügt (meist F_z)
$v, v_{\parallel}, v_{\perp}$	Geschwindigkeit, longitudinal, transversal
x_i	kartesische Ortskoordinaten
\mathcal{Z}	Zwangsbedingungsoperator
α	Verhältnis transversale/longitudinale Geschwindigkeit, Steigungswinkel
$\beta(x)$	Rampenfunktion
δ_j^i	Kroneckersymbol (1 für $i = j$, 0 sonst)
ϵ_0	Influenzkonstante $8.8542 \cdot 10^{-12} \text{As}/(\text{Vm})$
φ_m	magnetisches Skalarpotential
φ	Phasenwinkel
γ	relativistischer Faktor
η	Wirkungsgrad
λ	Wellenlänge
Ω_c	Elektronenzyklotronfrequenz

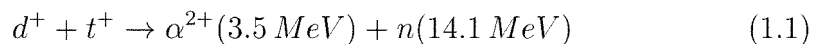
ω	Kreisfrequenz
π	Verhältnis von Umfang zu Durchmesser des Kreises
ψ	Brillouinwinkel
χ_{mn}	n-te Nullstelle der Besselfunktion m-ter Ordnung
μ_0	Induktionskonstante $4\pi \cdot 10^{-7}Vs/(Am)$
∇, ∇_t	(transversaler) Nablaoperator
\div	Division ohne Rest
$\%$	Rest der Division (Modulooperator)
$*$	Faltungsintegral

Kapitel 1

Einleitung

Der rasche Anstieg der Weltbevölkerung und die damit verbundene Umweltbelastung sowie die begrenzten Vorräte an fossilen Brennstoffen erfordern neue Methoden der Energiegewinnung für die Zukunft. Eine mögliche Methode hierfür ist die kontrollierte Kernfusion in magnetisch eingeschlossenen Plasmen. Hierbei wird – ähnlich wie in der Sonne – über eine Kernverschmelzung und den damit verbundenen Massendefekt Wärmeenergie erzeugt, die dann in elektrische Energie umgewandelt werden kann.

Technologisch interessant ist die Verschmelzungsreaktion



wobei je ein Deuterium- und Tritiumkern zu einem Alphateilchen und einem hochenergetischen Neutron verschmelzen. Das Neutron gibt dann seine kinetische Energie in Form von Wärme an die Reaktorwand ab.

Damit diese Reaktion stattfinden kann, muß zunächst die Potentialbarriere der Coulombkräfte überwunden werden. Dies geschieht durch Aufheizung des Reaktionsgemisches auf rund 100 Millionen °C, es wird dadurch zum Plasma (d.h. die Elektronen sind vom Atomkern getrennt). Da diese Temperatur jedes bekannte Material zum Schmelzen bringen würde, wird das Plasma in einem geeigneten Magnetfeld nach dem Tokamak- oder Stellaratorprinzip eingeschlossen. Ist die Reaktionstemperatur erreicht, reicht die kinetische Energie der Alphateilchen aus, um den Fusionsprozeß in Gang zu halten.

Eine Möglichkeit, die Anfangsheizung zu erreichen, ist die Einstrahlung von Mikrowellen. Die sich aus dem einschließenden Magnetfeld ergebende Zyklotronfrequenz der Elektronen beträgt über 100 GHz. Bei dieser Frequenz ist aufgrund der Zyklotronresonanz die Ankoppelung der Mikrowellen an das Plasma besonders gut. Die erforderliche Leistung beträgt einige 10 MW im Langpulsbetrieb (einige 10 s). Diese Parameter können mit Halbleiterbauelementen oder konventionellen Mikrowellenröhren nicht erreicht werden. Des-

halb kommen Gyrotrons zum Einsatz. Dies sind Oszillorröhren, die imstande sind, bis zu 2 MW bei den geforderten Frequenzen zu erzeugen.

Ein weiteres noch junges Einsatzgebiet für Gyrotrons ist die Materialprozeßtechnik. Da die Absorption eines dielektrischen Materials proportional zur Frequenz ist und auch für viele Materialien der Verlustwinkel $\tan \delta$ mit der Frequenz steigt, eignen sich Millimeterwellen hervorragend zum schnellen und effektiven Sintern von Hochleistungskeramiken. Einen weiteren positiven Effekt bringt die im Verhältnis zur ISM-Frequenz 2.45 GHz kurze Wellenlänge mit sich. Dadurch werden die Applikatoren stark übermodiert, d.h. es sind homogenere Feldverteilungen generierbar oder man kann kleine Brennflecke zur lokalen Bearbeitung erzeugen.

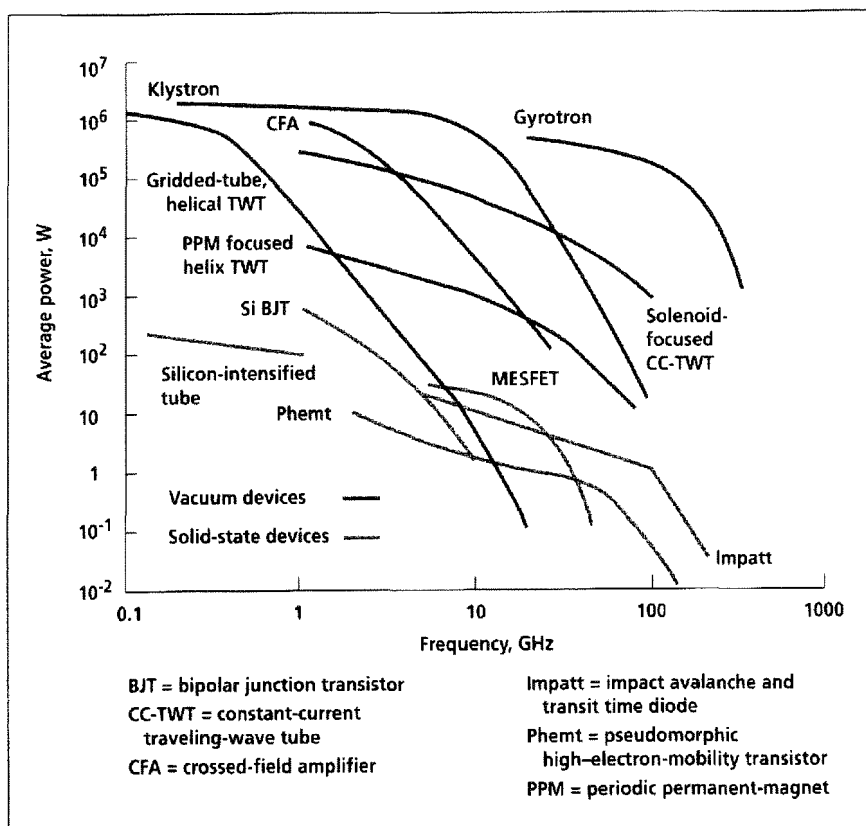


Abbildung 1.1: Das Gyrotron im Vergleich mit anderen Röhren und Halbleiterbauelementen (aus [Sym98])

Abbildung 1.1 zeigt einen Vergleich des Gyrotrons mit anderen Bauelementen. Für die Radartechnik sind auch Gyrowanderfeldröhren und Gyrokly-

strons interessant, die allerdings in dieser Arbeit nicht beschrieben werden. Eine Übersicht hierzu liefert [Thu98].

Der Leistungstransport und die Anpassung an Übertragungssysteme im Hochleistungsbereich erfordern besondere Aufmerksamkeit, da bei solch hohen Leistungen auch geringste Verluste und Fehlanpassungen zu vermeiden sind. Das Thema dieser Arbeit sind Synthese- und Analysealgorithmen, die eine effiziente Übertragung von Millimeterwellen mittels Hohlleiterantennen, Reflektoren und Rillenhohlleitern ermöglichen. Die Kapitel 4 und 5 enthalten neue Methoden zum Entwurf und zur Analyse von Millimeterwellenkomponenten. Sie sind aber allgemeiner Natur, so daß ihre Anwendung immer dann möglich ist, wenn die verwendeten Aperturen groß in Bezug auf die Wellenlänge sind. Es werden in Abschnitt 4.3 zwei numerisch effiziente Feldpropagatoren – jeweils für kartesische und Zylinderkoordinaten – vorgestellt, die die Anwendung dieser Algorithmen auf Reflektoren und Rillenhohlleiter bei vertretbarer Rechenzeit ermöglichen. Hier mußte bisher mit Näherungslösungen bzw. numerisch langsamen Verfahren gearbeitet werden. Desweiteren wird in Abschnitt 4.4 ein neues Spektralbereichsverfahren zur Feldprofilsynthese mit Antennenarrays vorgestellt.

In Kapitel 5 wird eine Methode entwickelt, mit deren Hilfe Reflektoroberflächen aus Phasenkorrektoren gewonnen werden können. Hier liegen meist nicht exakt lösbare Probleme vor, weshalb diese Aufgabe bisher „von Hand“ bewältigt werden mußte. Das Verfahren ist aber auch für die Interferometrie interessant, da es sich zum Bestimmen von gestörten Phasenfronten eignet. Schließlich werden in Kapitel 6 einige praktische Beispiele und Einsatzvarianten der behandelten Methoden aufgezeigt. Im Anhang wird die rechen-technische Realisierung in Form einer objektorientierten Kommandosprache erläutert. Diese Sprache eignet sich, die hier besprochenen Methoden einfach und schnell anzuwenden.

Kapitel 2

Funktionsweise des Gyrotrons

Im Gyrotron gibt ein energiereicher Elektronenstrahl Energie an das elektromagnetische Feld in einem Hohlraumresonator ab. Das HF-Feld wird dadurch verstärkt und durch Rückkopplung entsteht ein Oszillator.

Die Hauptmotivation für den Einsatz von Gyrotrons ist ihre Fähigkeit, hohe Leistungen bei kleinen Wellenlängen zu erzeugen. Dies liegt darin begründet, daß der Resonator groß im Verhältnis zur Wellenlänge ist und dadurch gut gekühlt werden kann. Bei Oszillorröhren, die den Energieaustausch über eine longitudinale Phasenbündelung des Elektronenstrahls erreichen wie z.B. das Reflexklystron oder Magnetron, müssen die Resonatoren in der Grundmode schwingen, d.h. ihrer Größe und der des Elektronenstrahls sind Grenzen gesetzt. Somit ist eine effiziente Kühlung erschwert oder gar unmöglich. Beim Gyrotron ist dies nicht der Fall, so daß stark übermodierte und somit große Resonatoren und Elektronenstrahlen mit großem Durchmesser verwendet werden können.

Im Folgenden wird der relativistische Wechselwirkungsmechanismus erklärt. Es gibt hierfür eine quantenmechanische Deutung, die in [Thu96] erläutert wird. Die quantenmechanischen Zustände liegen jedoch sehr dicht, d.h. die Hauptquantenzahlen sind so hoch, daß eine klassische Erklärungsweise gerechtfertigt ist. Sie soll der Anschaulichkeit halber hier verwendet werden.

Abbildung 2.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Gyrotrons. Der aus der Kathode austretende Elektronenstrahl wird unter dem Einfluß der Beschleunigungsspannung und eines axialen Magnetfeldes in einen Hohlstrahl verwandelt, bei dem sich die Elektronen auf helixförmigen Bahnen mit kleinem Radius bewegen. Dies geschieht in der sog. Kompressionszone, die den Strahl auf den gewünschten Durchmesser „komprimiert“ und dabei das Verhältnis $\alpha = v_{\perp}/v_{\parallel}$ erhöht, so daß der größte Teil der kinetischen Energie in der transversalen Bewegung enthalten ist. Daran schliesst sich der Resonator an. Hier findet der Energieaustausch zwischen Elektronenstrahl und Resonatormode

statt. Die Grenze zwischen Kompressionszone und Resonator bewirkt für die entsprechende Mode eine 100%ige Reflexion. Am anderen Ende befindet sich ein Taper, der eine Stoßstelle darstellt. Somit ist die Rückkopplungsbedingung erfüllt und die Mode kann anschwingen. Die an der Stoßstelle nicht reflektierte Leistung wird über den anschließenden Hohlleiterabschnitt ausgekoppelt. Dieser dient gleichzeitig als Kollektor für den „verbrauchten“ Elektronenstrahl. Schließlich trennt ein Fenster das Vakuum in der Röhre vom äußeren Luftdruck.

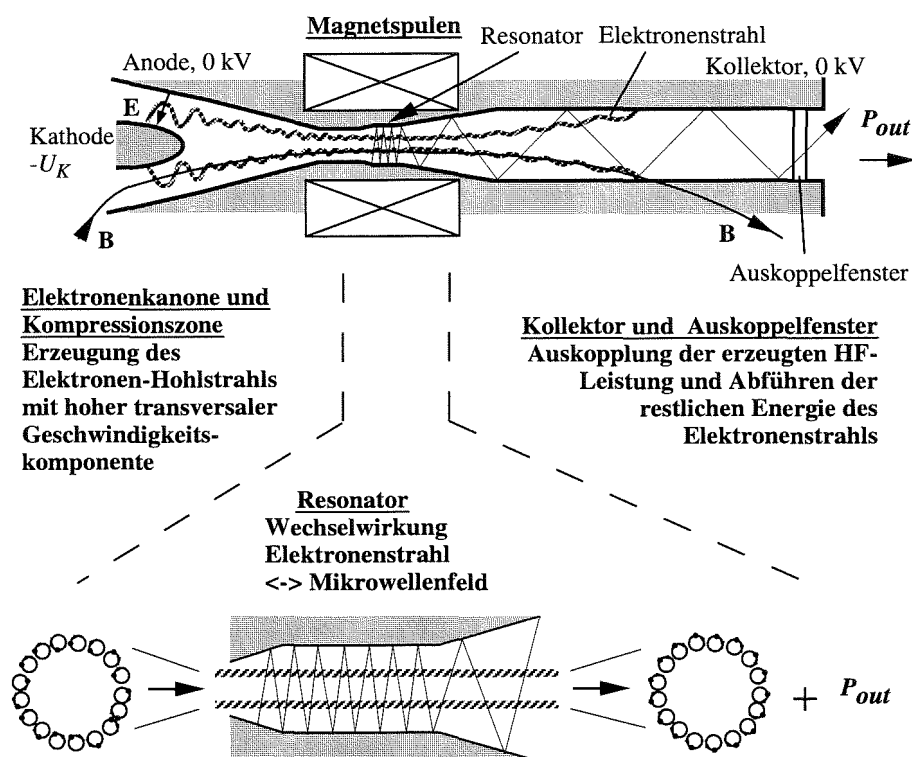


Abbildung 2.1: Aufbau eines Gyrotrons

Wie in Abbildung 2.1 links unten zu sehen ist, ist die Phase der transversalen Elektronenbewegung zunächst statistisch gleichverteilt. Ihre Gyrationfrequenz ergibt sich aus der magnetischen Flußdichte über die Elektronen-Zyklotronresonanzfrequenz

$$\Omega_c = \frac{eB}{m_e \gamma}. \quad (2.1)$$

Hierbei ist γ der relativistische Faktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c_0)^2}}. \quad (2.2)$$

Das elektrische Feld einer TE-Mode im kreiszylindrischen Resonator liegt senkrecht zur Gyrationsschse der Elektronen. D.h. sie werden je nach Phase des \vec{E} -Feldes beschleunigt oder abgebremst. Aus (2.1) und (2.2) ist ersichtlich, daß Ω_c bei einer Beschleunigung aufgrund der steigenden Masse *sinkt* bzw. *steigt* bei einer Abbremsung. Dieser relativistische Effekt führt zu einer Synchronisation der zunächst statistisch verteilten Phasen, die in Abbildung 2.2 erläutert ist.

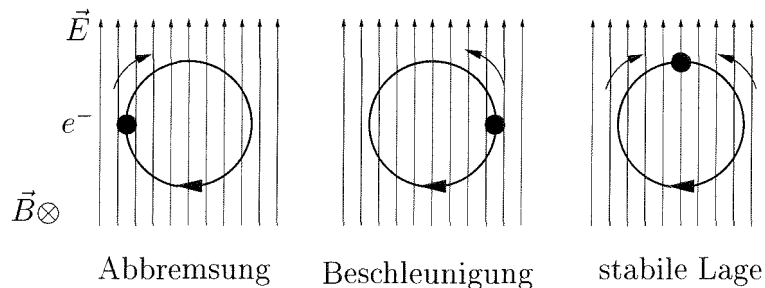


Abbildung 2.2: Phasensynchronisation

Das Feld $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t$ mit $\omega = \Omega_c$ befinde sich in allen drei Fällen bei $\omega t = 0$. Im Falle der Abbremsung wird sich das Elektron bei $\omega t = 2\pi$ weiter oben befinden, weil sich Ω_c durch die Abbremsung erhöht hat. Umgekehrt erhält man für die Beschleunigung eine Absenkung von Ω_c , so daß sich das Elektron im mittleren Bildteil ebenfalls nach oben bewegt. Somit streben die Elektronen die stabile Lage rechts im Bild an, egal, welche Anfangsphase sie hatten. Auf diese Weise werden die Phasenlagen der Elektronen beim Durchlauf durch den Resonator synchronisiert und sie geben dabei eine kohärente Bremsstrahlung ab. Deshalb wird das Gyrotron auch als Zyklotronresonanzmaser bezeichnet.

Die Frequenz ω ist im Gyrotron etwas höher als Ω_c , so daß die Elektronen im Mittel abgebremst werden und so ihre Energie abgeben. Nichtsdestotrotz wird die Schwingungsfrequenz im Wesentlichen durch Ω_c bestimmt, so daß Moden höherer Ordnung angeregt werden können, was zu den oben genannten Resonatoren führt, die groß in Bezug auf die Wellenlänge sind.

Eine gute Veranschaulichung dieser Vorgänge gibt das Dispersionsdiagramm (Brillouin-Diagramm) für $TE_{0,n}$ -Moden in Abbildung 2.3. Hier ist die Kreisfrequenz über die longitudinale Wellenzahl für verschiedene Moden aufgetragen. Die Phase des Elektrons am Ort $z = v_{\parallel}t$ beträgt $\Omega_c t$. Die Phase der

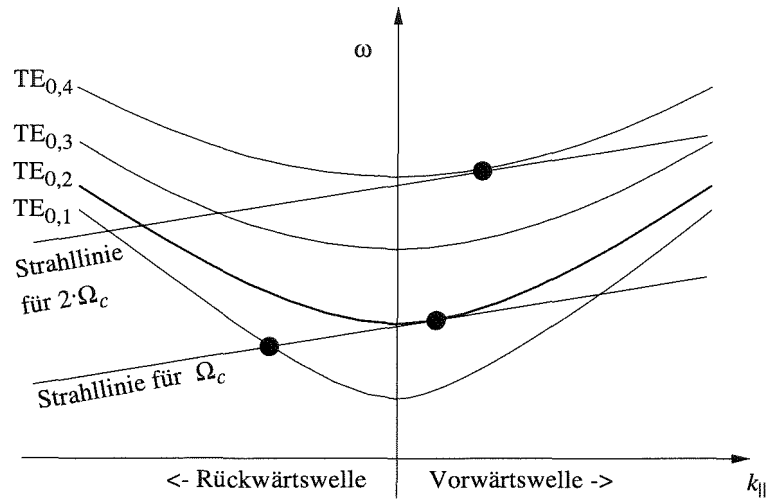


Abbildung 2.3: Brillouin-Diagramm

Resonatormode am selben Ort beträgt $\omega t - k_{||}z$. Die Differenz beider Phasen soll im Resonator gegen Null gehen, so daß folgende Resonanzbedingung gilt:

$$\omega t - k_{||}v_{||}t - \Omega_c t = 0. \quad (2.3)$$

Bei Division durch t führt dies zur sog. Strahllinie

$$\omega = k_{||}v_{||} + \Omega_c, \quad (2.4)$$

die in Abbildung 2.3 als Gerade eingezeichnet ist. Immer dort, wo die Strahllinie eine Dispersionshyperbel

$$\omega = c_0 \sqrt{\frac{\chi_{mn}^2}{a^2} + k_{||}^2} \quad (2.5)$$

berührt, ist eine Phasensynchronisation und damit Oszillationen möglich. Die Wechselwirkung mit der $TE_{0,2}$ -Mode ist die klassische Gyrotronwechselwirkung, d.h. die Strahllinie liegt tangential an der Dispersionshyperbel und die Resonatormode befindet sich nahe der Grenzfrequenz bei $k_{||} = 0$. Die Wechselwirkung mit dem $TE_{0,1}$ -Mode ist die des Gyorückwärtswellenoszillators, einer anderen Variante des Zyklotronresonanzmasers.

Der beschriebene Synchronisationsmechanismus funktioniert auch bei Harmonischen der Elektronen-Zyklotronresonanzfrequenz wie im Falle der $TE_{0,4}$ -Mode. Dies wird technisch genutzt, um hohe Frequenzen bei mäßig hohem Magnetfeld zu erzielen.

2.1 Höchstleistungsgyrotrons

Das Gyrotron in Abbildung 2.1 ist ein „klassisches“ Gyrotron, das Leistungen von einigen zehn Kilowatt erzeugen kann, z.B. zur Materialbearbeitung. Werden die Leistungen höher, z.B. für Fusionsgyrotrons, so stößt man auf das Problem, daß die im Kollektorbereich aufgefangenen Elektronen die Hohlleiterwand zu stark aufheizen. Man kann zur Kühlung den Durchmesser des Kollektors aber auch nicht beliebig erhöhen, da hierbei starke Modenkonzersion auftritt und eine Mode um so schwerer handhabbar ist, je stärker der Hohlleiter überdimensioniert ist. Außerdem wirken sich Reflexionen des Fensters negativ auf die Stabilität des Oszillators aus.

Diese Probleme werden umgangen durch das Konzept des Kollektors mit negativem Gegenpotential (engl. *depressed collector*) und des quasioptischen Modenwandlers. Hierbei wird der Elektronenstrahl vom elektromagnetischen Feld räumlich getrennt, so daß im Kollektor keine Rücksicht auf Modenkonzersion und Auskoppelung genommen werden muß. Dies ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

Der sich an den Resonator anschließende Hohlleiter wird seitlich aufgeschnitten und repräsentiert dadurch eine laterale Hohlleiterantenne (engl. *launcher*), siehe dazu Kapitel 3. Sie strahlt die elektromagnetische Energie in eine Spiegelleitung. Diese kann dann durch spezielle Formgebung der Spiegel (siehe Kapitel 4) eine gewünschte Ausgangsfeldverteilung (in der Regel eine Gaußsche Grundmode) erzeugen, die am seitlichen Ausgangsfenster zur Verfügung steht. Damit werden zwei Ziele erreicht. Zum einen wird das azimutal polarisierte \vec{E} -Feld im Hohlleiter in einen linear polarisierten, transversal elektromagnetischen Strahl verwandelt, der zur effektiven Heizung des Fusionsplasmas gefordert ist. Zum anderen ist bei kurzen Wellenlängen die Übertragung mit einer Spiegelleitung verlustärmer als mit Hohlleitern. Außerdem ist ein Freiraumstrahl technisch einfacher zu handhaben, d.h. es gibt keine Modenkonzersion und Anpassungsprobleme sind durch Justage der Reflektoren einfach zu lösen.

Der Kollektor kann nun durch die Trennung vom HF-Feld genügend groß gewählt werden, um die entstehende Wärme abzuführen. Diese Wärme ist allerdings „verschenkte“ Energie. Deshalb werden die Elektronen auf einem negativen Potential U_{dpr} weich abgefangen, so daß die Spannungsquelle, die den Elektronenstrahl treibt, nur die Spannung $U_K - U_{dpr}$ anstatt U_K aufbringen muß (der Anodenstrom ist sehr klein). Dies bewirkt eine geringere Aufheizung des Kollektors, weniger Röntgenstrahlung und einen höheren Gesamtwirkungsgrad des Gyrotrons. Der Effekt kann noch verbessert werden durch ein mehrstufiges Gegenpotential (engl. *multistage depressed collector*). Eine weitere Möglichkeit zur Leistungssteigerung ist die Verwendung eines

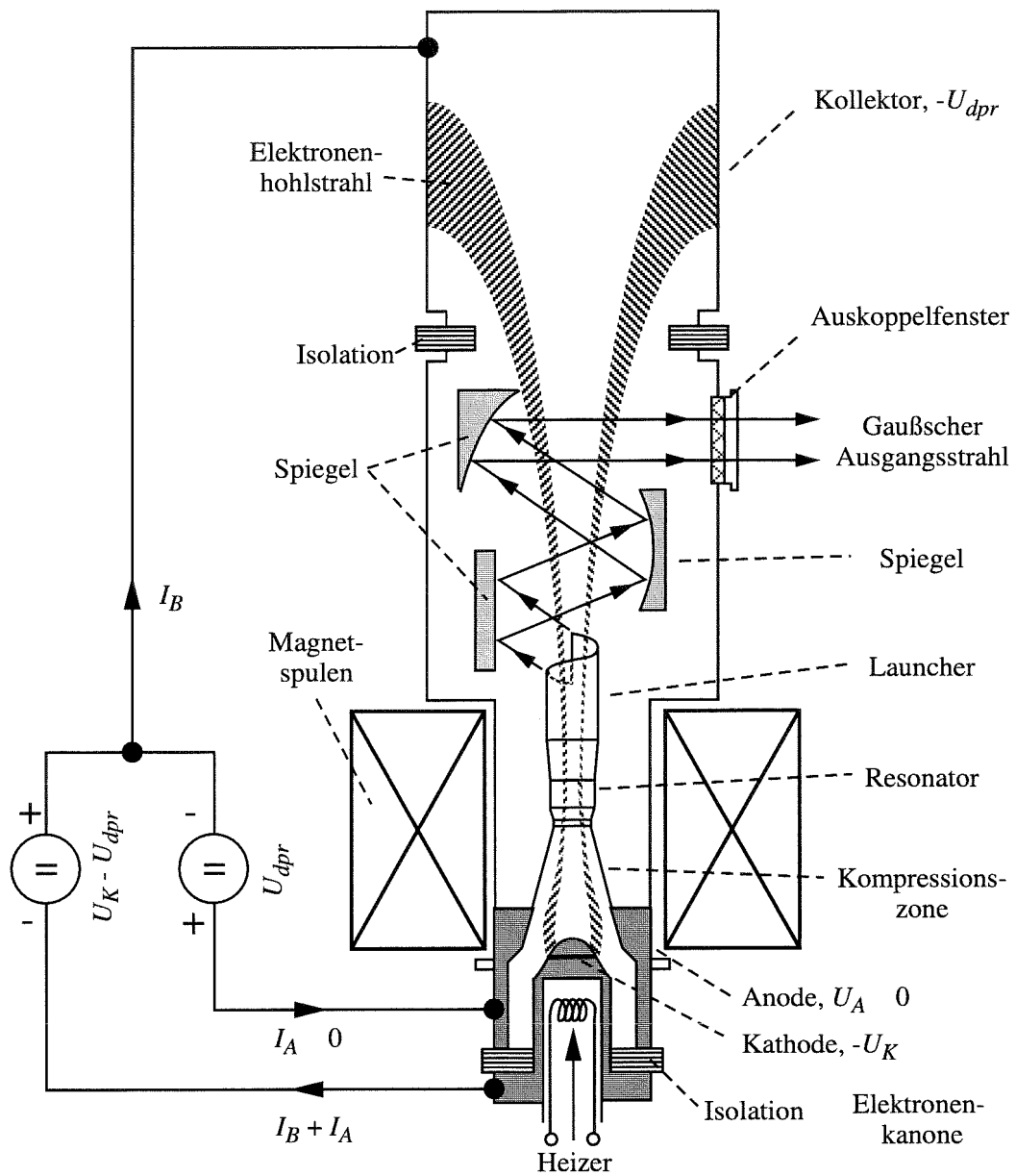


Abbildung 2.4: Gyrotron mit negativem Gegenpotential und lateralem Ausgang

koaxialen Resonators. Er gestattet eine weniger kritische Modenselektion infolge des im Verhältnis zum zylindrischen Resonator ausgedünnten Modenspektrums, d.h. es sind noch größere Resonatoren möglich. Eine andere positive Eigenschaft ist die Verminderung der Spannungsabsenkung. Darunter versteht man das Gegenpotential, das die Raumladung des Elektronenstrahls aufbaut und das den maximal möglichen Strahlstrom begrenzt. Eine Beschreibung dieser Effekte, sowie die numerische Simulation der Gyrotronwechselwirkung ist in [Ker96] wiedergegeben. Aus dieser Arbeit wurden auch die Abbildungen 2.1 und 2.4 mit freundlicher Genehmigung entnommen. In den folgenden Kapiteln wird auf die Wandlung der Hohlleitermode in einen geeigneten Freiraumstrahl eingegangen.

Kapitel 3

Laterale Hohlleiterantennen

3.1 Eigenwellen im Hohlleiter

Wie im vorangegangenen Kapitel erläutert, steht am Ausgang des Gyrotronresonators die Leistung in Form einer transversal elektrischen Hohlleitermode mit komplizierter Feldverteilung zur Verfügung. Sie soll nun in einen Freiraumstrahl umgewandelt werden. Hierzu müssen zunächst die Maxwell'schen Gleichungen für den Rundhohlleiter gelöst werden. Für zeitharmonische Felder mit der Zeitabhängigkeit $e^{j\omega t}$ lauten sie im quellfreien Raum:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon_0\vec{E} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0. \quad (3.4)$$

Zur Vereinfachung der Rechnung wird nun das elektrische Vektorpotential \vec{F} eingeführt. Es wird durch

$$\vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla \times \vec{F} \quad (3.5)$$

definiert. Dies ist wegen (3.3) und $\nabla \cdot \nabla \times \vec{u} = 0$ gerechtfertigt. Damit wird (3.2) zu

$$\nabla \times \vec{H} = -j\omega\nabla \times \vec{F} \quad (3.6)$$

und man kann schreiben

$$\vec{H} = -j\omega\vec{F} - \nabla\varphi_m. \quad (3.7)$$

Die Integrationskonstante $-\nabla\varphi_m$ repräsentiert das magnetische Skalarpotential, das wegen $\nabla \times \nabla u = 0$ die Gültigkeit von (3.6) nicht beeinflusst.

Setzt man nun (3.7) und (3.5) in (3.1) ein, so erhält man

$$-\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla \times \nabla \times \vec{F} = -\frac{1}{\varepsilon_0}(\nabla\nabla \cdot - \nabla^2)\vec{F} = -\omega^2\mu_0\vec{F} + j\omega\mu_0\nabla\varphi_m. \quad (3.8)$$

Der divergenzbehaftete Teil von \vec{F} ergibt sich aus einem Gradientenfeld, dessen Rotor immer Null ist. Deshalb kann er beliebig festgelegt werden ohne die Gültigkeit von (3.5) und (3.6) zu verletzen. Er wird nun zu

$$\nabla \cdot \vec{F} = -j\omega\mu_0\varepsilon_0\varphi_m \quad (3.9)$$

gesetzt, was (3.8) zu

$$(\nabla^2 + k_0)\vec{F} = 0 \quad (3.10)$$

und (3.4) zu

$$(\nabla^2 + k_0^2)\varphi_m = 0 \quad (3.11)$$

mit $k_0 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0$ werden läßt. Dies ist die Lorentzbeziehung (siehe z.B. [Bal89]). Sie bewirkt, daß das Skalar- und Vektorpotential entkoppelt sind. Eine andere Möglichkeit ist die Coulombbeziehung, die für φ_m zur Poissongleichung führt, aber dafür die Potentiale nicht entkoppelt. Bei Anwesenheit von Raumladungen und Stromquellen muß zur vollständigen Beschreibung des Feldes noch das magnetische Vektor- und elektrische Skalarpotential auf die gleiche Weise abgeleitet werden. Die Feldgrößen sind dann die Summe der Lösungen aus allen Potentialen.

Die elektrische Feldstärke kann nach Lösung von (3.10) durch (3.5) angegeben werden und die magnetische Feldstärke durch Einsetzen von (3.9) in (3.7) durch

$$\vec{H} = -j\omega\vec{F} - \frac{j}{\omega\varepsilon_0\mu_0}\nabla\nabla \cdot \vec{F}. \quad (3.12)$$

Für \vec{E} erhält man im zylindrischen Koordinatensystem

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{e}_r \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{\partial F_\phi}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \phi} \right) \\ &+ \vec{e}_\phi \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{\partial F_z}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial z} \right) \\ &+ \vec{e}_z \frac{1}{\varepsilon_0 r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \phi} - \frac{\partial (rF_\phi)}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Man sieht sofort, daß \vec{E} keine z -Komponente hat, wenn $F_r = F_\phi = 0$. Wenn $\vec{F} = \vec{e}_z F_z$, stellt die Lösung die im vorigen Kapitel erwähnten transversal elektrischen (TE) Moden dar, die im Resonator angeregt werden.

Nun sollen die Eigenlösungen der Helmholtzgleichung (3.10) mit $\vec{F} = \vec{e}_z F_z$ für einen Rundhohlleiter abgeleitet werden, dessen Achse mit der z -Achse des zylindrischen Koordinatensystems zusammenfällt. Man erhält aus (3.10)

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} + k_0^2 F_z = 0. \quad (3.14)$$

Wenn diese Gleichung mit dem Separationsansatz (siehe z.B. [Bal89]) gelöst wird, erhält man als Lösung

$$F_z(r, \phi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} A_m(k_\perp) J_m(k_\perp r) e^{-jm\phi - jk_\parallel z} dk_\perp \quad (3.15)$$

mit

$$k_\perp^2 + k_\parallel^2 = k_0^2 \quad (3.16)$$

und m als ganze Zahlen, J_m ist die Besselfunktion erster Art und m -ter Ordnung (siehe [AS65]). A_m ist eine kontinuierliche Dichtefunktion, die das transversale Wellenspektrum in Zylinderkoordinaten beschreibt. Sie ergibt sich aus der Hankeltransformierten m -ter Ordnung \mathcal{H}_m der m -ten Zirkularharmonischen des Feldes bei $z = 0$:

$$A_m(k_\perp) = \frac{k_\perp}{2\pi} \mathcal{H}_m F_z^{(m)}. \quad (3.17)$$

Dies wird in Kapitel 4 näher behandelt.

Für $k_\perp > k_0$ wird k_\parallel nach (3.16) komplex, d.h. F_z wird mit steigendem z kleiner¹. Man spricht daher von evaneszenten Wellen. Sie bewirken reaktive Anteile in den Feldgrößen und übertragen keine Energie. Deshalb werden sie im Folgenden nicht berücksichtigt.

Man kann also schreiben

$$F_z(r, \phi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{k_0} A_m(k_\perp) J_m(k_\perp r) e^{-jm\phi - jk_\parallel z} dk_\perp. \quad (3.18)$$

Diese Gleichung liefert alle Feldkonfigurationen, die sich im Freiraum in positiver z -Richtung ausbreiten können. In einem Hohlleiter mit dem Radius a jedoch können nur solche Felder existieren, die die Randbedingung

¹In (3.15) wurden nur vorwärtslaufende Wellen berücksichtigt.

$E_z(a, \phi, z) = E_\phi(a, \phi, z) = 0$ erfüllen. Die Bedingung $E_z = 0$ wird durch den TE-Charakter der Wellen automatisch erfüllt. Um $E_\phi = 0$ für beliebige z zu erreichen, muß der Träger von $A_m(k_\perp)$ auf die Gebiete beschränkt werden, für die nach Einsetzen von (3.18) in (3.13) $J'_m(k_\perp a) = 0$ gilt. Dadurch wird $A_m(k_\perp)$ zu einem diskreten Spektrum (Stoßfolge), das sich aus den Nullstellen der abgeleiteten Besselfunktion ergibt:

$$A_m(k_\perp) = \sum_{n=1}^N A_{mn} \delta(k_\perp - \chi_{mn}/a). \quad (3.19)$$

Dabei ist χ_{mn} die n -te Nullstelle der Ableitung der Besselfunktion m -ter Ordnung und N die Anzahl der Nullstellen für die $\chi_{mn} < ak_0$ gilt. Durch diese Beschränkung wird (3.18) zu

$$F_z = u = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=1}^{N(M)} A_{mn} J_m(k_{\perp mn} r) e^{-jm\phi - jk_{\parallel mn} z}. \quad (3.20)$$

Hierbei ist $M + 1$ die Anzahl von Besselfunktionen J_m , die Nullstellen mit $\chi_{mn} < ak_0$ besitzen und $N(M)$ die jeweilige Anzahl der Nullstellen, für die diese Bedingung gilt.

Damit sind die ausbreitungsfähigen TE-Moden im Rundhohlleiter vollständig berechnet. Bei Verwendung des magnetischen Vektorpotentials \vec{A} erhält man die transversal magnetischen (TM-) Moden, die allerdings für unseren Fall nicht interessant sind. Die Variable u in (3.20) soll ab hier als skalare Feldgröße angesehen werden, die der Helmholtzgleichung genügt. Sie ist Gegenstand der in den folgenden Kapiteln beschriebenen Verfahren und wird dort kurz als „Feld“ oder „Feldverteilung“ bezeichnet.

3.1.1 Geometrisch-optische Darstellung der Hohlleitermoden

Wie in Abschnitt 2.1 bereits angedeutet, soll der Hohlleiter seitlich aufgeschnitten werden, um die HF-Leistung in den Freiraum abzustrahlen. Um sich vom Energiefluß im Hohlleiter ein Bild zu machen und um die Form des Schnittes zu bestimmen, ist es sinnvoll, die Hohlleitermoden in Form von Strahlen darzustellen.

Die Besselfunktionen in (3.20) stellen eine Überlagerung einfallender und ausfallender Zylinderwellen gemäß

$$J_m = \frac{1}{2}(H_m^{(1)} + H_m^{(2)}) \quad (3.21)$$

dar, wobei die Hankelfunktion erster Art die einfallende und $H_m^{(2)}$ die ausfallende Welle repräsentiert. Im geometrisch-optischen Sinn heißt das, daß die zur Wand hinlaufenden Strahlen durch $H_m^{(2)}$ und die von der Wand reflektierten Strahlen durch $H_m^{(1)}$ dargestellt werden.

Der Winkel zwischen einem Strahl und der z -Achse ergibt sich unmittelbar aus dem Verhältnis von transversaler zu longitudinaler Wellenzahl:

$$\tan \psi = \frac{k_{\perp mn}}{k_{\parallel mn}}, \quad \sin \psi = \frac{k_{\perp mn}}{k_0}. \quad (3.22)$$

Er wird Brillouinwinkel genannt. Unter diesem Winkel verläßt das abgestrahlte Feld später den aufgeschnittenen Hohlleiter.

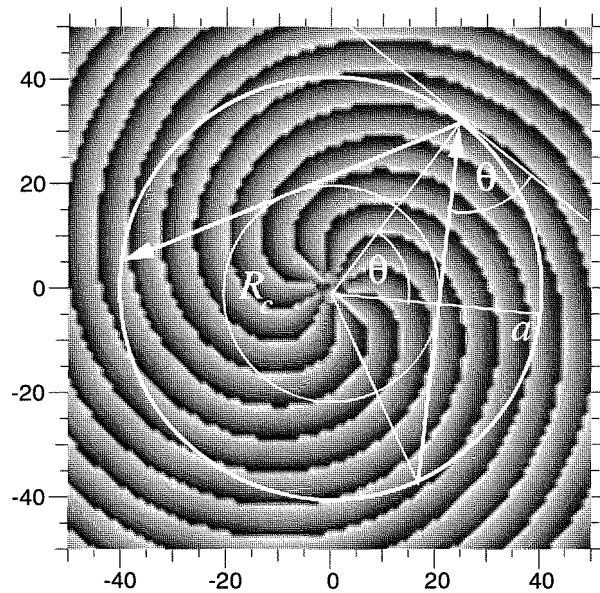


Abbildung 3.1: Ermittlung des Kaustikradius

Ein geometrisch-optischer Strahl verläuft immer senkrecht zur Wellenfront. Um den Winkel zwischen der Hohlleiterwand und einem auftreffenden Strahl zu ermitteln, muß deshalb die Wellenfront der ausfallenden Welle an der Hohlleiterwand ermittelt werden. Hierzu wird bei der Darstellung der Mode der $H_m^{(1)}$ -Anteil weggelassen und die Phase ermittelt. Dies ist in Abbildung 3.1 am Beispiel von $H_{10}^{(2)}$ dargestellt.

Um die Phasenfront angeben zu können, muß die Phase der Hankelfunktion analytisch darstellbar sein. Dazu wird die Integraldarstellung

$$H_m^{(2)}(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\pi/2-j\infty}^{3\pi/2+j\infty} e^{jx \cos \varphi + jm(\varphi-\pi/2)} d\varphi \quad (3.23)$$

der Hankelfunktion zweiter Art nach der Sattelpunktmethode [Bal89] näherungsweise berechnet. An der Hohlleiterwand gilt $x = \chi_{mn} > m$. Für diesen Fall läßt sich aus [MF53] folgende Formel ableiten:

$$H_m^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{x^2 - m^2}}} e^{-j(\sqrt{x^2 - m^2} - m \arccos(m/x) - \pi/4)} \quad (3.24)$$

Für $x = \chi_{mn} \gg m$ geht diese Formel in die bekanntere Approximation

$$H_m^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-j(x - m\pi/2 - \pi/4)} \quad (3.25)$$

über. Für unseren Fall ist allerdings (3.24) angebrachter. Die Phase des ausfallenden Feldes einer Mode inklusive des azimuthalen Terms ist nach dieser Näherung

$$\arg u(a) = j \left(-\sqrt{\chi_{mn}^2 - m^2} + m \arccos(m/\chi_{mn}) - m\phi + \pi/4 \right). \quad (3.26)$$

Dies entspricht – bis auf den Faktor $1/k_0$ – dem Eikonal der geometrischen Optik (siehe [BW64]).

Die ϕ -Komponente des auf die Länge 1 normierten Gradienten von $\arg u(a)$ repräsentiert nun den Richtungskosinus zwischen der Senkrechten zur Phasenfront und \vec{e}_ϕ . Man erhält für ein auf $a = 1$ normiertes System

$$\frac{\nabla_t \arg u(\chi_{mn})}{j} = -\vec{e}_r \sqrt{1 - \frac{m^2}{\chi_{mn}^2}} - \vec{e}_\phi \frac{m}{\chi_{mn}} \quad (3.27)$$

und daraus schließlich

$$\cos \theta = \frac{m/\chi_{mn}}{|\nabla_t \arg u(\chi_{mn})|} = \frac{m}{\chi_{mn}} \quad (3.28)$$

Der Abstand, an dem der Strahl dem Mittelpunkt des Hohlleiters am nächsten kommt, wird Kaustikradius (siehe Abb. 3.1) genannt und zwar deshalb, weil alle auf diese Weise abgeleiteten Strahlen diese Kaustik bei R_c berühren. Das Feld ist demnach eine Überlagerung unendlich vieler, gleichverteilter Strahlen (siehe Abbildung 3.2). Zu dem gleichen Ergebnis wäre man gekommen, wenn man nicht den Auftreffpunkt, sondern den Startpunkt eines Strahls an der Wand verwendet hätte und $H_m^{(1)}$ statt $H_m^{(2)}$.

In der geometrischen Optik erfüllt eine Kaustik die Bedingung, daß die Wellenzahl entlang der Kaustik gleich der Freiraumwellenzahl (hier k_\perp) ist. Die Strahlen folgen der $e^{-jm\phi}$ -Abhängigkeit, so daß R_c der Radius ist, dessen

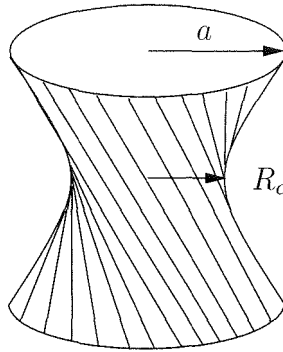


Abbildung 3.2: Strahlröhre im Hohlleiter

Gangunterschied genau den Phasenunterschied $2\pi m$ erzeugt. Nach Umstellung von $2\pi m \stackrel{!}{=} 2\pi R_c k_{\perp}$ erhält man

$$\frac{R_c}{a} = \cos \theta = \frac{m}{\chi_{mn}}. \quad (3.29)$$

Das ist das gleiche Ergebnis wie in (3.28). Die Grenze der Anwendbarkeit der geometrischen Optik zeigt sich in der Tatsache, daß (3.24) nur dann gilt, wenn χ_{mn} und m nicht zu dicht beieinander liegen. Bei sogenannten Flüstergaleriemoden mit $R_c \approx a$ bzw. $m \approx \chi_{mn}$ ist die Approximation (3.24) nicht mehr gültig, d.h. die Anwendung der geometrischen Optik muß hier in Frage gestellt werden.

Ein anderer Indikator hierfür ist die Fresnelzahl

$$N = \frac{l_1 l_2 k_{\perp}}{2\pi d}. \quad (3.30)$$

Hierbei sind $2l_1$ und $2l_2$ die Größe der Aperturen und d ihr Abstand. Nach Abbildung 3.1 und (3.29) ergibt sich

$$N_{\phi} = \frac{m\theta^2}{4\pi \sin \theta \cos \theta}. \quad (3.31)$$

Bei $R_c \approx a$ erhält man nach (3.29) auch $m \approx \chi_{mn}$, d.h. (3.24) ist nicht mehr gültig. Man erhält aber auch mit (3.29) allein ein kleines θ , mit dessen Quadrat N_{ϕ} sinkt. Je kleiner die Fresnelzahl, desto weniger ist die geometrische Optik gerechtfertigt. So ist z.B. für die Flüstergaleriemode $\text{TE}_{76,2}$ ihre Anwendung weniger gerechtfertigt als für die Volumenmode $\text{TE}_{31,17}$. Tabelle 3.1 zeigt hier einige Beispiele.

Mode	azimutale Fresnelzahl N_ϕ
TE _{10,4}	2.7
TE _{76,2}	3.75
TE _{22,6}	4.75
TE _{28,8}	6.4
TE _{31,17}	12.2

Tabelle 3.1: Fresnelzahlen einiger typischer Ausgangsmoden

In [HW97] wird die Gültigkeit der geometrischen Optik für $N \gg 1$ bzw. $N > 10$ angegeben. Da sie in unserem Falle aber nicht zur Berechnung des Feldes, sondern nur zur Ermittlung des Hohlleiterschnittes verwendet wird, ist ihre Anwendung für *diesen* Zweck gerechtfertigt.

3.2 Vlasov-Antenne

Die einfachste Methode, einen Hohlleiter zur Abstrahlung einer unsymmetrischen Mode höherer Ordnung seitlich aufzuschneiden, wurde erstmals in [VZP75] angegeben. Um einen solchen Schnitt zu finden, muß man sich zunächst ein Bild vom Energiefluß machen. Dazu sind in Abbildung 3.3 die Auftreffpunkte eines Strahls an der Hohlleiterwand dargestellt. Es ist hier die abgerollte Hohlleiterwand über der longitudinalen Koordinate z aufgetragen. Der Strahl startet im Punkt 0 und wird nacheinander an den Punkten 1, 2, 3 und 4 reflektiert.

Nach Abbildung 3.1 ist der azimutale Abstand zweier Reflexionspunkte $2\theta a$. Der longitudinale Abstand läßt sich aus dem Spreizwinkel θ und dem Brillouinwinkel ψ gemäß

$$L_B = 2a \sin \theta \cot \psi \quad (3.32)$$

berechnen. Da die Strahlen gleichverteilt sind und alle die gleichen Parameter θ und ψ haben, ist klar, daß alle Strahlen, die auf der Geraden zwischen 0 und 1 starten, wieder auf dieser Geraden auftreffen.

Weil die Strahlen auch in longitudinaler Richtung gleichverteilt sind, ist leicht einzusehen, daß alle Strahlen im Hohlleiter einmal das Parallelogramm 0-1-A-B treffen müssen. Wenn nun ein Schnitt gemäß der fetten Linie in Abbildung 3.3 gewählt wird, so wird eben diese Aperturbelegung in Form eines Parallelogramms in den Freiraum abgestrahlt. Die schattierte Fläche kennzeichnet hier das geometrisch-optische Feld.

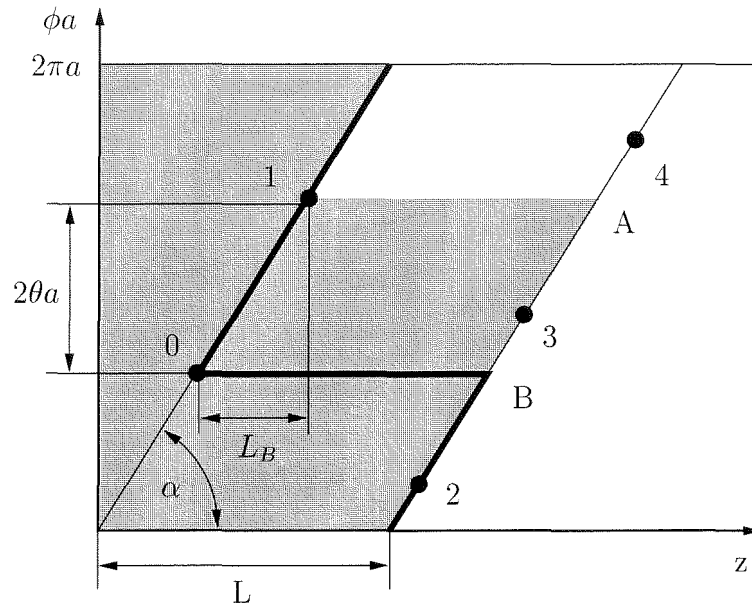


Abbildung 3.3: Reflexionspunkte eines Strahls und Vlasov-Schnitt

Um die Länge L des Schnittes zu bestimmen, muß zunächst der Winkel α über

$$\tan \alpha = \frac{2a\theta}{L_B} = \frac{\theta \tan \psi}{\sin \theta} \quad (3.33)$$

bestimmt werden. Daraus läßt sich dann L zu

$$L = \frac{2\pi a}{\tan \alpha} = \frac{2\pi a \sin \theta}{\theta \tan \psi} \quad (3.34)$$

ermitteln. Abbildung 3.4 zeigt eine solche Antenne mit einem austretenden Strahl.

3.3 Verkürzte Vlasov-Antenne

Ein Problem beim Entwurf quasioptischer Modenwandler ist die Tatsache, daß sich der Elektronenstrahl infolge seiner Raumladung und des abnehmenden Magnetfeldes aufweitet und somit die Hohlleiterantenne berühren kann. Ein weiteres Problem ist der vom ersten Spiegel reflektierte Mikrowellenstrahl, der den Hohlleiter ebenfalls nicht berühren darf. Deshalb ist es ein Entwurfsziel, die Antenne bzw. den Schnitt möglichst kurz zu halten. Im

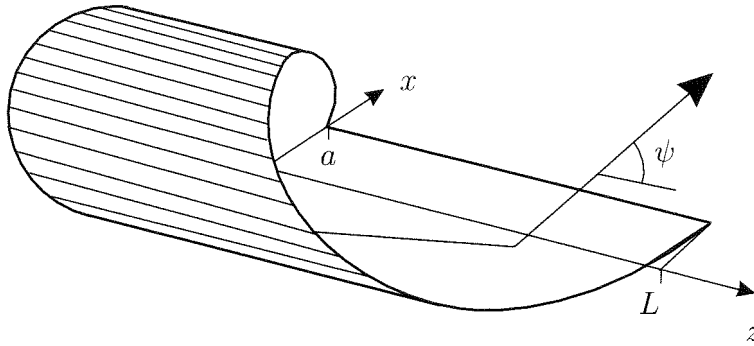


Abbildung 3.4: Vlasov-Antenne

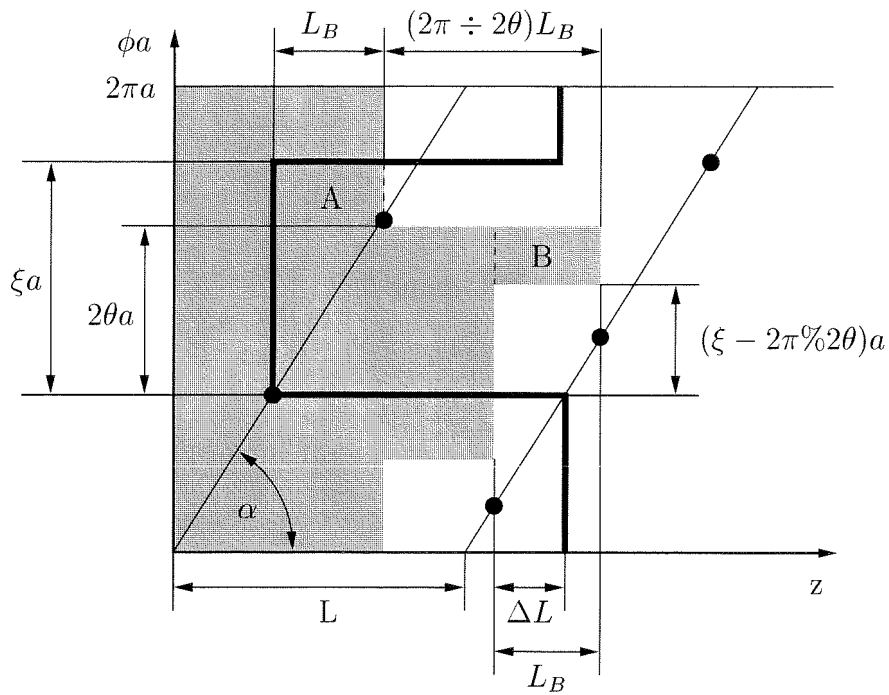


Abbildung 3.5: Aperturbelegung der verkürzten Vlasov-Antenne

Folgendes soll nun ein Schnitt gefunden werden, der kürzer als L in (3.34) ist und dennoch die gesamte Energie lateral abstrahlt.

Abbildung 3.5 zeigt einen rechteckförmigen (Zinnen-) Schnitt und grau schattiert das zugehörige Feld. Hier ist $\xi \geq 2\theta$ der azimutale Winkel des Schnittes und L die Länge gemäß (3.34), \div symbolisiert die Division ohne Rest und $\%$ den Modulooperator (Rest der Division). Das Feld ergibt sich jeweils aus der Projektion um L_B und 2θ bis es die Ausgangsapertur erreicht hat.

Man sieht, daß auf der Strecke ΔL die Hohlleiterwand nicht von Strahlen getroffen wird. Deshalb kann der Schnitt um ΔL verkürzt werden, ohne das abgestrahlte Feld zu beeinflussen.

Wenn $2\pi\%2\theta > \theta$ gilt, ist es sinnvoll, $\xi = 2\theta$ zu wählen. Dann verschwindet die Region A in Abbildung 3.5 und ΔL ergibt sich zu

$$\Delta L = a \frac{2\pi\%2\theta}{\tan \alpha}. \quad (3.35)$$

Wenn $2\pi\%2\theta < \theta$ gilt, wählt man $\xi = 2\theta + 2\pi\%2\theta$. Dadurch verschwindet die Region B und man erhält

$$\Delta L = a \frac{2\pi\%2\theta}{\tan \alpha} + L_B. \quad (3.36)$$

Hierbei ist allerdings zu beachten, daß dadurch der azimutale Abstrahlwinkel sehr groß werden kann, was die Handhabung des austretenden Mikrowellenstrahls erschwert.

Wenn $2\pi\%2\theta = 0$, ergibt sich $\xi = 2\theta$ und man erhält gemäß (3.36)

$$\Delta L = L_B. \quad (3.37)$$

Dann verschwinden die Regionen A und B und das Ausgangsfeld wird rechteckförmig.

3.4 Denisov-Antenne

Bei den bisherigen geometrisch-optischen Betrachtungen wurden Kantenbeugungseffekte am Hohlleiterschnitt außer acht gelassen. Diese bringen – wenn auch geringe – Beugungsverluste mit sich. Sie können vermindert werden, indem man das Feld an den Kanten gering hält. In [DPV90] wurde deshalb vorgeschlagen, ein geeignetes Modengemisch im Hohlleiter zu erzeugen, das an den Schnittkanten eine geringe Feldstärke aufweist. Ein angenehmer Nebeneffekt ist die Tatsache, daß dadurch auch der Gaußsche Anteil in der

Aperturbelegung erhöht werden kann. Auf diese Weise sinkt der Konversionsaufwand in einen Gaußstrahl (Eigenwelle einer Spiegelleitung mit elliptischen Spiegeln, siehe [Hau84]).

Wir betrachten zunächst wieder eine Antenne mit Vlasov-Schnitt gemäß Abbildung 3.3. Es ist nun das Ziel, in dem abstrahlenden Parallelogramm eine Gaußsche Amplitudenverteilung zu erzielen. Die Phase wird später mit einem nachfolgenden Spiegel korrigiert (siehe Abschnitt 4.1).

Die Hohlleitermoden nach (3.20) stellen harmonische Funktionen in azimuthaler und longitudinaler Richtung dar. Durch Überlagerung von drei harmonischen Funktionen läßt sich eine Funktion mit cosinusverteilter Amplitude erzeugen:

$$f(z) = e^{jk_{\parallel}z} + \frac{e^{j(k_{\parallel}-\Delta k_{\parallel})z} + e^{j(k_{\parallel}+\Delta k_{\parallel})z}}{2} = (1 + \cos(\Delta k_{\parallel}z))e^{jk_{\parallel}z} \quad (3.38)$$

Diese Amplitudenverteilung hat einen geringen Abstand zur Gaußschen Amplitudenverteilung. Man erhält nach einer Minimierung des Fehlerquadrats

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi w}} e^{-2z^2/w^2} \approx \frac{1.76}{3\pi w} (1 + \cos(1.76z/w))^2. \quad (3.39)$$

Das Skalarprodukt der rechten und linken Seite von (3.39) beträgt 0.997, d.h. sie haben eine sehr gute Übereinstimmung. Man sieht, daß der Wert $1.76/w$ dem Wert Δk_{\parallel} in (3.38) entspricht.

Wenn nun die Hauptmode mit zwei Satellitenmoden mit

$$\Delta k_{\parallel} \approx \pm 2\pi/L \quad (3.40)$$

überlagert wird, so nimmt die Cosinusverteilung gerade den gesamten longitudinalen Schnitt ein. In azimuthaler Richtung ist die Apertur $2\theta a$ groß. Wenn man nun in (3.38) k_{\parallel} durch m und z durch ϕ ersetzt, gelangt man auf die gleiche Weise zu

$$\Delta m \approx \pm \pi/\theta. \quad (3.41)$$

Für typische Arbeitsmoden $\text{TE}_{m,n}$ des Gyrotrons mit $R_c \approx a/2$ ist (3.40) durch die Moden $\text{TE}_{m\pm 1,n}$ gut erfüllt und (3.41) durch die Moden $\text{TE}_{m\pm 3,n\mp 1}$. Allerdings stören die Moden, die (3.40) erfüllen, die azimuthale Überlagerung. Umgekehrt gilt das gleiche für die Moden $\text{TE}_{m\pm 3,n\mp 1}$ und die longitudinale Überlagerung. Nichtsdestotrotz stellen diese Moden den Hauptanteil der Satelliten im Modengemisch, das nach [Wie95] in Tabelle 3.2 wiedergegeben ist. Die einzelnen Anteile werden durch Fehlerquadratminimierung gefunden. Ein Abweichen von der Zylindergeometrie im Hohlleiter führt zu Modenkonzersion, die meist unerwünscht ist. In unserem Fall sollen nun gezielte

3% TE _{m-2,n+1}	11% TE _{m+1,n}	3% TE _{m+4,n-1}
11% TE _{m-3,n+1}	44% TE _{m,n}	11% TE _{m+3,n-1}
3% TE _{m-4,n+1}	11% TE _{m-1,n}	3% TE _{m+2,n-1}

Tabelle 3.2: TE-Modengemisch mit hohem Gaußanteil

Wandstörungen eingebracht werden, so daß das gewünschte Modengemisch näherungsweise erzeugt wird. Dazu macht man sich die Theorie der gekoppelten Moden [SU79] zunutze.

Für kleine Störungsamplituden der Art

$$R(\phi, z) = a + \epsilon \cos(\Delta k_{\parallel} z + \Delta m \phi) \quad (3.42)$$

koppelt die Arbeitsmode des Gyrotrons hauptsächlich in benachbarte TE-Moden der gleichen Ausbreitungsrichtung. Nach [DH85] kann man für die komplexen Amplituden $A_{mn} = A_i$ die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} = \sum_j K_{ij} A_j \quad (3.43)$$

aufstellen. Dabei sind $K_{ij}(z)$ die Koppelkoeffizienten zwischen der i -ten und der j -ten Mode, die sich aus (3.42) ergeben und die in [DH85] hergeleitet sind. Sie sind verschieden von Null für $|m_i - m_j| = |\Delta m|$. Für $\Delta k_{\parallel} = |k_{\parallel i} - k_{\parallel j}|$ bewirken sie eine über z konstante Verkopplung der Moden A_i und A_j , d.h. einen maximalen Energietransfer bei gegebener Störungsamplitude. Mit diesem Wissen kann nun gezielt Energie von der Hauptmode in die Satellitenmoden „gepumpt“ werden. Dies wird mit der Störung

$$R(\phi, z) = a + \epsilon_1 \cos(\Delta k_{\parallel 1} z - \phi) + \epsilon_2 \cos(\Delta k_{\parallel 3} z - 3\phi) \quad (3.44)$$

bewerkstelligt. Dabei ist $\Delta k_{\parallel 1}$ die mittlere longitudinale Wellenzahldifferenz aus der Hauptmode und TE_{m±1,n}. Gleiches gilt für $\Delta k_{\parallel 3}$ und die TE_{m±3,n±1}-Moden.

Aufgrund der geringen Störungsamplituden können die Koppelkoeffizienten als linear angesehen werden, so daß sich der Gesamtkoppelkoeffizient aus der Summe der Koppelkoeffizienten der Einzelstörungen ergibt. Nach Lösung von (3.43), z.B. mit dem Runge-Kutta-Verfahren, erhält man das Modengemisch in Abhängigkeit von z .

Abbildung 3.6 zeigt einen Hohlleiterabschnitt mit den beschriebenen Wandstörungen für eine TE_{10,3}-Mode, die hier der Anschaulichkeit halber stark übertrieben sind. In Abbildung 3.7 ist die zugehörige Feldamplitude an der

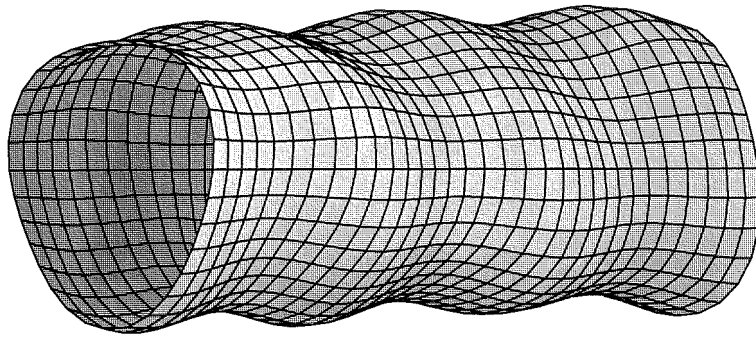


Abbildung 3.6: Hohlleiterabschnitt mit Wandstörungen

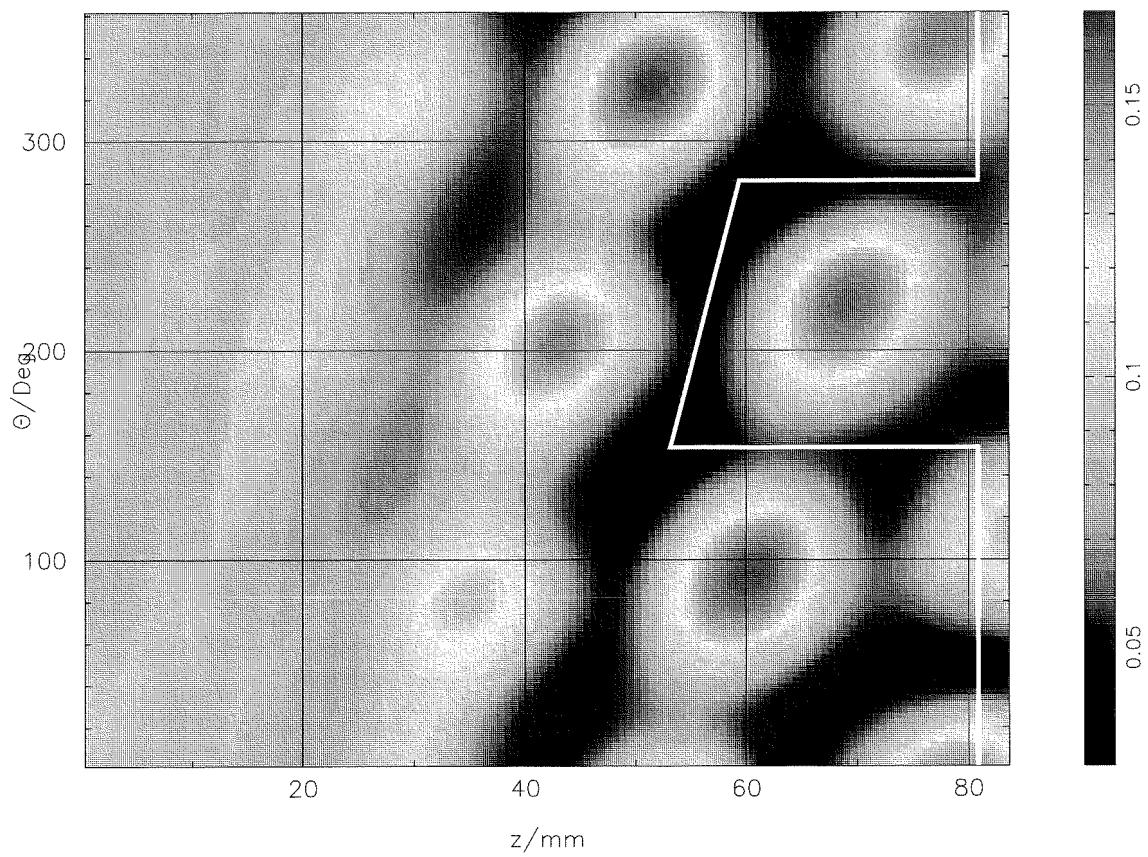


Abbildung 3.7: Amplitude des Feldes an der abgerollten Hohlleiterwand

abgerollten Hohlleiterwand mit dem zugehörigen Schnitt zu sehen. Man sieht, daß die zunächst homogene Verteilung des ungestörten Hohlleiters langsam in eine Folge von einzelnen Spots übergeht, die der Strahlendarstellung der Moden aus Abschnitt 3.1.1 entspricht.

Für hohe Fresnelzahlen kann man deshalb die Ausbuchtungen am gestörten Hohlleiter auch als fokussierende Spiegel ansehen. Diese Idee wird in [MP91] aufgegriffen, wo Wandstörungen in den Hohlleiter eingebracht werden, die nach geometrisch-optischen Prinzipien entworfen werden. Dadurch kann die Länge des gestörten Hohlleiterabschnittes verkürzt werden. In [Kuz97] werden die Wandstörungen in ähnlicher Weise nach physikalisch-optischen Prinzipien synthetisiert. Dies erlaubt die Anwendung auch bei kleineren Fresnelzahlen.

Die Denisov-Antenne birgt allerdings den Nachteil in sich, daß zur Erzeugung des Modengemisches ein Hohlleiterabschnitt bestimmter Länge erforderlich ist. Die Koppelkoeffizienten für die $TE_{m\pm 3, n\mp 1}$ -Moden sind um $\pm\pi/2$ gegeneinander phasenverschoben. Dies gilt deshalb auch für die komplexen Amplituden der $TE_{m\pm 3, n\mp 1}$ -Moden zu Beginn der Konversion. Um sich aber zu einer Cosinusfunktion nach (3.38) überlagern zu können, müssen diese Moden in der Mitte des longitudinalen Schnittes gleichphasig zur Hauptmode sein. Aus dieser Bedingung kann man die minimale Länge des Wandlers zu

$$L_{\min} |\Delta k_{\parallel m+3, n-1} + \Delta k_{\parallel m-3, n+1}| = \frac{\pi}{2} \quad (3.45)$$

angeben, wobei Δk_{\parallel} die jeweilige Phasendifferenz zur Hauptmode darstellt. Um die ohmschen Verluste im Hohlleiter gering zu halten, muß der Durchmesser entsprechend groß gewählt werden, damit der longitudinale Anteil des Wellenzahlvektors erhöht wird. Die Werte für Δk_{\parallel} werden aber für große Hohlleiterdurchmesser sehr klein, was nach (3.45) zu großen Antennenlängen führt. Deshalb kann die Denisov-Antenne aufgrund des divergierenden Elektronenstrahls nicht immer optimal eingesetzt werden.

3.5 Analyse der Abstrahlung

Das von der Hohlleiterantenne abgestrahlte Feld soll mit Hilfe speziell geformter Reflektoren in den gewünschten Ausgangsstrahl transformiert werden. Die Synthese dieser Reflektoren (siehe Abschnitt 4.3) verlangt das einfallende Feld auf einer ebenen Apertur, die durch ihre Abmessungen und durch ihre Flächennormale im dreidimensionalen Raum definiert wird. Im Folgenden soll beschrieben werden, wie die Feldverteilung auf dieser Apertur gewonnen wird.

Wir betrachten ein Rechengebiet in Form einer durchbohrten Kugel mit dem Radius R . Die „Bohrung“ hat den Radius a und stellt die Wand des Hohlleiters dar. Die Punkte, in denen das Feld berechnet werden soll, liegen innerhalb der Kugel, aber außerhalb des Hohlleiters. Der Wert des Feldes an einem Punkt soll nun durch eine Integration über die Berandung dieses Gebietes gewonnen werden. Dazu wird der Greensche Satz

$$\int_V (\xi \nabla^2 \zeta - \zeta \nabla^2 \xi) dV = \oint_A \left(\xi \frac{\partial \zeta}{\partial n} - \zeta \frac{\partial \xi}{\partial n} \right) dA \quad (3.46)$$

verwendet, der für beliebige Funktionen ξ und ζ gilt, $\partial/\partial n$ ist dabei die Ableitung in Richtung der nach außen gerichteten Flächennormalen. Man wählt nun $\xi = u$ mit

$$\nabla^2 u + k_0^2 u = 0 \quad (3.47)$$

und $\zeta = g$ mit

$$\nabla^2 g + k_0^2 g = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0) = \delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|). \quad (3.48)$$

Die Lösung für g ist die Greensche Funktion

$$g(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{-jk_0|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|}. \quad (3.49)$$

Nach Auflösung der Laplaceoperatoren in (3.46) durch (3.47) und (3.48) erhält man

$$\int_V [u(\delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|) - k_0^2 g) + k_0^2 g u] dV = u(\vec{r}_0) = \oint_A \left(u \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial u}{\partial n} \right) dA. \quad (3.50)$$

Wenn u und $\partial u/\partial n$ auf dem Rand bekannt sind, kann damit das Feld in jedem Punkt im Rechengebiet durch Oberflächenintegration gewonnen werden.

Die Oberfläche setzt sich aus der zylindrischen Hohlleiteroberfläche und der Kugeloberfläche zusammen. Auf der Hohlleiteroberfläche ist das Feld nur in den abstrahlenden Gebieten in den Abbildungen 3.3 und 3.5 verschieden von Null. Es wird wieder nur der ausstrahlende Teil der Besselfunktion verwendet, so daß man

$$u = \frac{1}{2} \sum_{m=-M}^M \sum_{n=1}^{N(M)} A_{mn} H_m^2(k_{\perp mn} a) e^{-jm\phi - jk_{\parallel mn} z} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial n} &= \\ -\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=a} &= \frac{-1}{2} \sum_{m=-M}^M \sum_{n=1}^{N(M)} A_{mn} k_{\perp mn} H_m^2'(k_{\perp mn} a) e^{-jm\phi - jk_{\parallel mn} z} \end{aligned} \quad (3.52)$$

erhält. Auf die gleiche Weise gewinnt man für g

$$\frac{\partial g}{\partial n} = -\frac{\partial g}{\partial r}\bigg|_{r=a} = \frac{\eta e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{4\pi} \left(\frac{jk}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} + \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2} \right) \quad (3.53)$$

$$\eta = \frac{x_0 \cos \phi + y_0 \sin \phi - a}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \quad (3.54)$$

$$\vec{r} = a \cos \phi \vec{e}_x + a \sin \phi \vec{e}_y + z \vec{e}_z \quad (3.55)$$

$$\vec{r}_0 = x_0 \vec{e}_x + y_0 \vec{e}_y + z_0 \vec{e}_z. \quad (3.56)$$

Damit kann das Oberflächenintegral für die Zylinderfläche numerisch berechnet werden.

Alle Felder, die die Helmholtzgleichung erfüllen und von einer endlich ausgedehnten Quelle herrühren, genügen der Sommerfeldschen Ausstrahlungsbedingung (siehe [Jon86]). D.h. für eine Kugel mit dem Radius R , die die Quelle umschließt, gilt

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R|u| = K \quad (3.57)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial u}{\partial n} + jk_0 u \right) = 0, \quad (3.58)$$

wobei K eine endliche Konstante ist. Da die äußere Kugel eine willkürliche Festlegung ist, kann man für ihren Radius $R \rightarrow \infty$ annehmen. Der Integrand in (3.50) für ein endliches $|\vec{r}_0|$ wird dann zu

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left\{ u \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial u}{\partial n} \right\} = \left(\frac{\partial u}{\partial n} + jk_0 u \right) \frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{R} + u \frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{R^2}. \quad (3.59)$$

Wird dieser Ausdruck mit R erweitert, so sieht man anhand von (3.57) und (3.58), daß der Integrand mit der Ordnung 3 gegen Null strebt, die Kugeloberfläche aber nur mit der Ordnung 2 gegen Unendlich. Somit liefert die Kugeloberfläche keinen Beitrag zum Oberflächenintegral in (3.50), d.h. es beschränkt sich auf den strahlenden Teil der Apertur. Diese Tatsache wird bei der Reflektoranalyse in Abschnitt 4.2.2 ebenfalls eine Rolle spielen.

Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 3.8 die Abstrahlung der Denisov-Antenne nach Abbildung 3.7 gezeigt. Die Berechnung erfolgte mittels (3.50) und (3.51–3.56), wobei die $|\vec{r}_0|$ ein ebenes Rechteckgitter parallel zur Hohlleiterachse bilden.

Die Verminderung der Nebenzipfel durch die Wandstörungen wird deutlich, wenn man sich das Feldbild der gleichen Antenne ohne Wandstörungen in Abbildung 3.9 ansieht.

Das so gewonnene Feld auf der Rechteckapertur dient als Basis für die im nächsten Kapitel beschriebene Reflektoranalyse und -synthese.

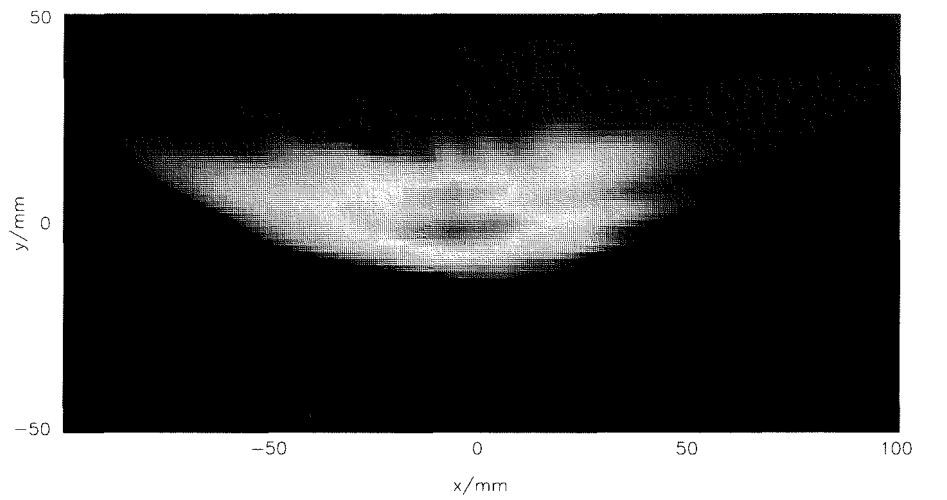


Abbildung 3.8: Abstrahlung der Denisov-Antenne aus Abbildung 3.7

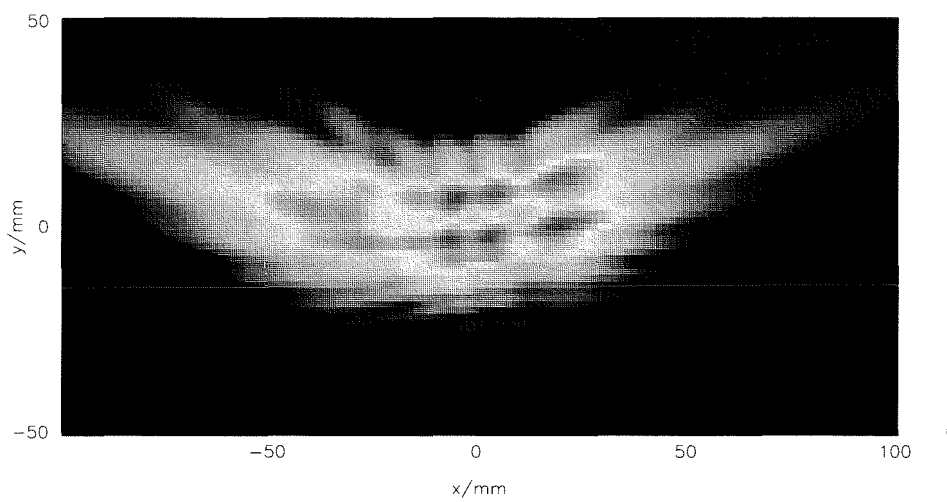


Abbildung 3.9: Abstrahlung ohne Wandstörungen (Vlasov-Antenne)

Kapitel 4

Feldprofilanalyse und -synthese

Die von der Hohlleiterantenne abgestrahlte Energie soll nun mit Hilfe speziell geformter Reflektoren zum Fenster transportiert werden. Dabei wird das von der Antenne unter dem Brillouinwinkel ψ abgestrahlte Feld mit einem speziellen Spiegel (siehe Abschnitt 4.1) in einen paraxialen, d.h. achsnahen Strahl verwandelt, auf den die Methoden der Gaußschen Optik (siehe [Hau84]) angewendet werden können. Hierbei wird ein Gaußstrahl zugrunde gelegt, der mit dem einfallenden Feld möglichst gut übereinstimmt. Für ihn können nun elliptische Spiegel nach den bekannten Verfahren (siehe z.B. [Kat64]) entworfen werden.

Der Gaußanteil der Abstrahlung der Antenne liegt bei etwa 80 %, d.h. 20 % der Energie sind nicht in der Eigenwelle der Spiegelleitung (Gaußsche Grundmode) enthalten und verursachen Fehlanpassungen an nachfolgende Übertragungskomponenten. Deshalb sollen Spiegel zum Einsatz kommen, die auf das gesamte von der Antenne abgestrahlte Feld angepaßt sind und nicht nur auf die Gaußsche Grundmode. Sie können – wie in der Gaußschen Optik üblich – als Phasenkorrektoren (dünne Linsen) angesehen werden. Ihre Synthese ist in Abschnitt 4.3 beschrieben. Die Generierung einer Reflektoroberfläche aus einem Phasenkorrektor wird in Kapitel 5 diskutiert.

Der Algorithmus zur Phasenkorrektorsynthese aus Abschnitt 4.3 eignet sich auch zur Analyse eines Mikrowellenstrahls. Mit ihm kann die Phase aus Amplitudenmessungen zurückgewonnen werden. Dadurch erhält man die nötige Information, um den Strahl beliebig vorwärts und rückwärts propagieren zu können (siehe Abschnitt 4.3). Durch einen speziellen Propagator in Zylinderkoordinaten (Abschnitt 4.3.2) wird auch die Anwendung auf Rundhohlleiter möglich.

Abschnitt 4.4 stellt einen artverwandten Algorithmus vor, mit dem ein gewünschtes Feldprofil durch entsprechende Ansteuerung eines Antennenarrays erzeugt wird.

4.1 Wandlung in einen paraxialen Strahl

Das von der lateralen Hohlleiterantenne abgestrahlte Feld wird in transversaler Richtung unter dem Winkel 2θ abgestrahlt (siehe Abbildung 4.1). Die Aufgabe des ersten Spiegels ist es nun, diesen stark divergierenden Strahl in einen paraxialen Strahl zu verwandeln.

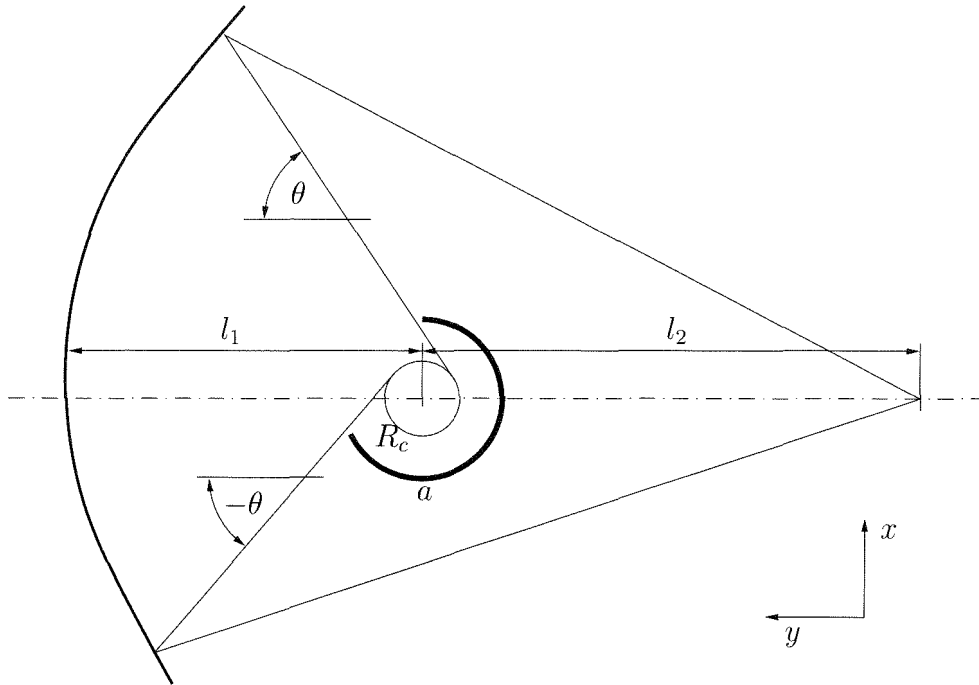


Abbildung 4.1: Quasielliptischer Spiegel und Hohlleiterantenne

Die Spiegeloberfläche wird zunächst mit den Mitteln der geometrischen Optik generiert, später aber physikalisch-optisch analysiert. Dabei findet das Konzept des quasielliptischen Spiegels Verwendung, der die kreisförmige Kaustik der Hohlleitermode auf einen Punkt fokussiert. Dabei wird vorerst nur die k_{\perp} -Ebene des Hohlleiters betrachtet. In k_{\parallel} -Richtung ist der Spiegel meist flach, da das Ausgangsfeld in dieser Richtung kaum divergiert.

Die von der Kaustik ausgehenden Strahlen stehen tangential zur derselben und haben einen Gangunterschied von ϕR_c zum bei $\phi = 0$ startenden Strahl. Die Spiegeloberfläche ist nun jene Fläche, die für alle Strahlen den gleichen Gangunterschied zum Fokuspunkt erzeugt. Man kann sich das so vorstellen, als würde ein Bindfaden, der im Fokuspunkt befestigt und auf dem Kaustikzylinder aufgewickelt ist, mit einer an den Bindfaden gehaltenen Nadel abgewickelt. Die Kurve, die die Nadel beschreibt, ist die Spiegeloberfläche.

Wenn der Kaustikzylinder den Radius Null hat, beschreibt sie den konstanten Gangunterschied zwischen zwei Punkten, also eine Ellipse. Daher die Bezeichnung „quasielliptisch“.

Für das Koordinatensystem in Abbildung 4.1 erhält man die parametrische Kurve

$$\begin{aligned} x &= \frac{(l_1 l_g - R_c \phi l_g + l_1 l_2 + 0.5 R_c^2 \phi^2) \sin \phi + (R_c^2 \phi - R_c l_g) \cos \phi - l_2 R_c}{R_c \phi - l_2 \cos \phi - l_g} \\ y &= \frac{(R_c l_g \phi - l_1 l_g - l_1 l_2 - 0.5 R_c^2 \phi^2) \cos \phi + (R_c^2 \phi - R_c l_g) \sin \phi}{R_c \phi - l_2 \cos \phi - l_g} \\ l_g &= l_1 + \sqrt{R_c^2 + (l_1 + l_2)^2}. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Die Konstanten l_1 und l_2 stellen die aus Abbildung 4.1 ersichtlichen Abstände dar. Es ist zu beachten, daß l_1 groß genug gewählt werden muß, damit der reflektierte Strahl nicht die Antennenspitze berührt. Ein Richtwert ist $l_1 > 3a$. Der eigentliche Kurvenparameter ist ϕ , er durchläuft den Bereich $-\theta \leq \phi \leq \theta$. In der Praxis wird er etwas größer gewählt, um das gebeugte Feld mit zu erfassen.

Wenn l_2 gegen unendlich geht, wird das Ausgangsfeld in ein Bündel paralleler Strahlen gewandelt, man spricht dann von einem quasiparabolischen Spiegel (vgl. Parabolspiegel und Punktstrahler). Bei Verwendung einer Denisov-Antenne mit hohem Gaußanteil kann an dieser Stelle auch ein elliptischer Spiegel verwendet werden, der aus Gründen der einfacheren Herstellung durch ein Torussegment angenähert wird.

4.2 Reflektoranalyse

Die Synthese der Spiegel mit Hilfe der geometrischen oder Gaußschen Optik darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß zur exakten Analyse der Felder physikalisch-optische Methoden nötig sind. In Abschnitt 4.3 wird deshalb noch ein Schritt weiter gegangen und die physikalische Optik auch zur Synthese der Reflektoren herangezogen. Zunächst soll jedoch die Analyse der Abstrahlung der Reflektoren beschrieben werden.

4.2.1 Flache Reflektoren

Ein flacher Reflektor kann in erster Näherung als eine ebene Fläche angesehen werden. Für diesen Fall soll nun die Reflexion einer ebenen Welle untersucht werden.

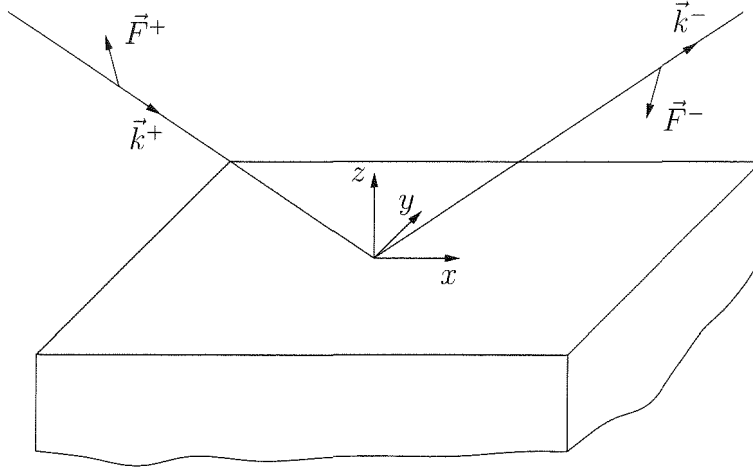


Abbildung 4.2: Reflexion einer ebenen Welle

Der Einfachheit halber wird ein Koordinatensystem gewählt, für das die metallische Oberfläche in der Ebene $z = 0$ liegt (siehe Abbildung 4.2). Die einfallende Welle wird nun durch die Funktion

$$\vec{F}^{\text{ein}} = \vec{F}^+ e^{-j\vec{k}^+ \cdot \vec{r}} \quad (4.2)$$

dargestellt mit $|\vec{k}^+| = k_0$ und $\vec{F}^+ = \text{const.}$ Die einzelnen Komponenten von \vec{F}^+ sind gleichphasig, d.h. es liegt eine linear polarisierte Welle vor. Gleiches gilt für die zunächst unbekannte ausfallende Welle

$$\vec{F}^{\text{aus}} = \vec{F}^- e^{-j\vec{k}^- \cdot \vec{r}}. \quad (4.3)$$

Das \vec{E} -Feld der einfallenden Welle ergibt sich nach (3.5) zu

$$\vec{E}^{\text{ein}} = \frac{-1}{\varepsilon_0} \left\{ \begin{array}{l} -k_y^+ F_z^+ + k_z^+ F_y^+ \\ k_x^+ F_z^+ - k_z^+ F_x^+ \\ -k_x^+ F_y^+ + k_y^+ F_x^+ \end{array} \right\} e^{-j\vec{k}^+ \cdot \vec{r}}. \quad (4.4)$$

Analog erhält man für das ausfallende Feld

$$\vec{E}^{\text{aus}} = \frac{-1}{\varepsilon_0} \left\{ \begin{array}{l} -k_y^- F_z^- + k_z^- F_y^- \\ k_x^- F_z^- - k_z^- F_x^- \\ -k_x^- F_y^- + k_y^- F_x^- \end{array} \right\} e^{-j\vec{k}^- \cdot \vec{r}}. \quad (4.5)$$

Die Randbedingungen an einer ideal leitenden Oberfläche lauten

$$\vec{E}^{\text{ein}}(x, y, 0) + \vec{E}^{\text{aus}}(x, y, 0) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 2E_z^{\text{ein}}(x, y, 0) \end{array} \right\}. \quad (4.6)$$

Durch Einsetzen von (4.4) und (4.5) in (4.6) und einen Koeffizientenvergleich erhält man schließlich

$$\vec{k}^- = \begin{Bmatrix} k_x^+ \\ k_y^+ \\ -k_z^+ \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\vec{F}^- = \begin{Bmatrix} F_x^+ \\ F_y^+ \\ -F_z^+ \end{Bmatrix}. \quad (4.8)$$

Es werden also nur die zur Oberfläche senkrecht stehenden Komponenten von \vec{k}^+ und \vec{F}^+ invertiert. Dadurch bleibt auch der Richtungs-cosinus zwischen \vec{k}^+ und \vec{F}^+ für die ausfallende Welle erhalten.

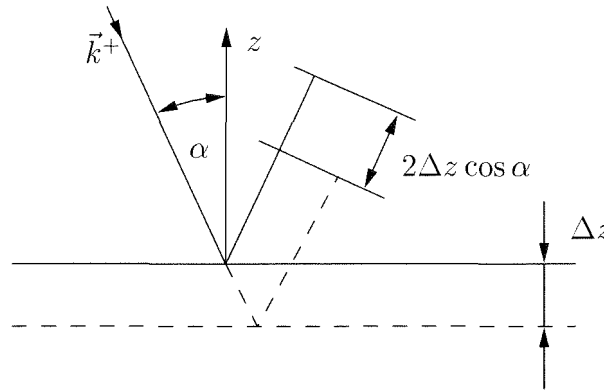


Abbildung 4.3: Phasenverschiebung durch Höhenmodulation

Wird die Höhe der Oberfläche an einer Stelle geringfügig verändert, so bleibt bei einem paraxialen Strahl die Amplitudenverteilung über der Oberfläche annähernd erhalten, und nur die Phase ändert sich entsprechend der Höhenänderung. Dies ist in Abbildung 4.3 illustriert. Der Winkel $\alpha = \arccos |k_z^+ / k_0|$ ist der Reflexionswinkel. Wenn z in (4.6) nicht Null ist, sondern Δz , so bewirkt dies eine Phasenverschiebung von

$$\Delta\varphi = 2|k_z^+|\Delta z \quad (4.9)$$

zwischen \vec{E}^{ein} und \vec{E}^{aus} . Diese Phasenverschiebung muß auf \vec{E}^{aus} und damit auch auf \vec{F}^{aus} angewendet werden, um (4.6) zu erfüllen. Man erhält also

$$\vec{F}_{\text{gestört}}^{\text{aus}}(x, y, 0) = \vec{F}^{\text{aus}}(x, y, 0)e^{jk_0 2\Delta z \cos \alpha} \quad (4.10)$$

Man kann also den schwach gestörten ebenen Reflektor als einen Phasenmodulator ansehen. Wegen der Analogie zu dünnen Linsen spricht man daher auch von flachen Reflektoren. Die genannte Näherung, daß sich die Amplitudenverteilung nicht ändert, kann für Werte von $|\Delta\varphi| < 4\pi$ ohne Probleme verwendet werden.

Ein paraxialer Strahl wird aus unendlich vielen ebenen Wellen zusammengesetzt, deren Wellenzahl dicht bei einem mittleren \vec{k}^+ liegt (siehe Abschnitt 4.3.1). Deshalb kann (4.10) auch auf paraxiale Strahlen angewendet werden. Auf diese Weise gewinnt man für flache Reflektoren numerisch effizient und ohne Beugungsberechnung $\vec{F}^{\text{aus}}(x, y, 0)$, wenn $\vec{F}^{\text{ein}}(x, y, 0)$ bekannt ist.

4.2.2 Tiefe Reflektoren

Die Ausdehnung des quasielliptischen Spiegels aus Abbildung 4.1 in y -Richtung ist zu groß, um ihn noch als flachen Reflektor anzusehen. Er entspricht einer dicken Linse, d.h. die Eingangs- und Ausgangsamplitudenverteilung können nicht als gleich angesehen werden. Deshalb wird ein Rechengitter eingeführt, das kurz vor dem Spiegel positioniert ist (siehe Abbildung 4.4). Es ist zunächst mit dem Eingangsfeld nach Abschnitt 3.5 belegt. Das Ausgangsfeld muß nun unter Berücksichtigung der Beugung im Gebiet zwischen Rechengitter und Spiegel berechnet werden.

Zur Berechnung des Feldes an der Spiegeloberfläche soll nun eine Gleichung zur einfacheren Berechnung des Beugungsintegrals (3.50) für ebene Aperturen (Rechengitter) hergeleitet werden. Wir betrachten eine Apertur in der Ebene $z = 0$, alle Quellen befinden sich im Gebiet $z < 0$ der Beobachtungspunkt im Gebiet $z > 0$. Das Rechengebiet wird wieder mit einer Halbkugel abgeschlossen, die das Gebiet $z > 0$ umschließt. Gleichung (3.50) lautet für diesen Fall

$$u(\vec{r}_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} \left(g \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial g}{\partial z} \right) dx dy. \quad (4.11)$$

Die Integration erfolgt über die gesamte $z = 0$ -Ebene, die Integration über die Kugeloberfläche liefert nach Abschnitt 3.5 keinen Beitrag. Liegt der Aufpunkt in (3.50) außerhalb des geschlossenen Gebietes, also im Gebiet $z < 0$, so erhält man nach (3.50)

$$0 = \iint_{-\infty}^{\infty} \left(g \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial g}{\partial z} \right) dx dy. \quad (4.12)$$

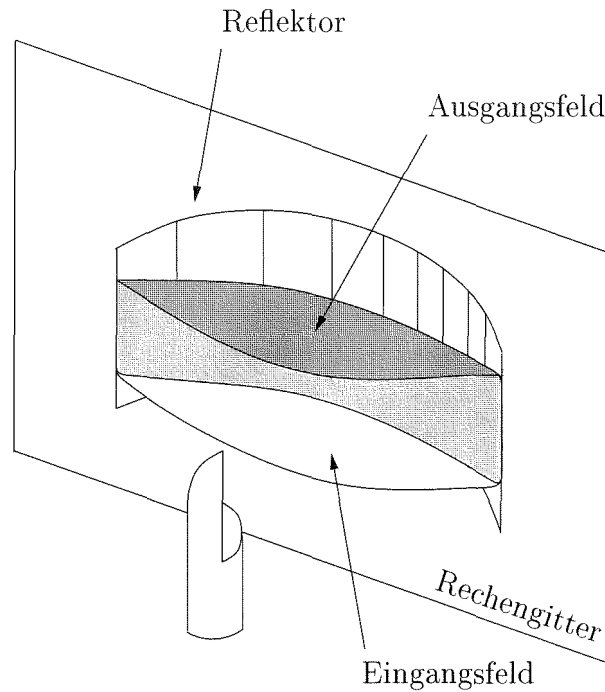


Abbildung 4.4: Rechengitter für tiefe Spiegel

Für den Punkt $\vec{r}_0' = (r_{0x}, r_{0y}, -r_{0z})^T$ in diesem Gebiet gilt $g' = g$ und $\partial g'/\partial z = -\partial g/\partial z$. Wenn nun g' in (4.12) eingesetzt wird und (4.12) von (4.11) subtrahiert wird, so erhält man

$$u(\vec{r}_0) = -2 \iint_{-\infty}^{\infty} u(x, y) \left. \frac{\partial g}{\partial z} \right|_{z=0} dx dy \quad (4.13)$$

mit

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{1}{4\pi} e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}_0|} \frac{r_{0z}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \left(\frac{-jk}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2} \right). \quad (4.14)$$

Gleichung (4.13) liefert das Kirchhoffintegral, wenn in (4.14) der quadratische Term vernachlässigt und $r_{0z}/|\vec{r}-\vec{r}_0| \approx 1$ gesetzt wird.

Aus (4.13) ist nicht a priori ersichtlich, daß u auf der Apertur nur einfallende Wellen repräsentiert. Dies wird dadurch sichergestellt, daß bei der Herleitung von (3.50) ein quellfreies Gebiet vorausgesetzt wurde.

Wenn das mit dem Eingangsfeld belegte Rechengitter in der Ebene $z = 0$ liegt, kann nun mit (4.13) das Feld auf der Reflektoroberfläche berechnet werden. Dort muß wieder die Randbedingung (4.6) erfüllt werden, d.h. die

ausfallende Welle wird durch die Invertierung von k_z^+ zur einfallenden Welle und \vec{F}^+ ändert seine Richtung entsprechend seiner Lage gegenüber \vec{e}_z .

Nun macht man sich zwei Eigenschaften des quasielliptischen Spiegels zunutze. Wie in Abschnitt 4.1 bereits angedeutet, ist er in z -Richtung flach, d.h. $\vec{F}_z \perp \vec{n}$. Da das von der Antenne abgestrahlte Vektorpotential keine Komponente in Normalenrichtung der Spiegeloberfläche hat, bleibt seine Richtung für alle Oberflächenpunkte erhalten. Dadurch wird keine Kreuzpolarisation erzeugt, die durch tiefe Reflektoren im allgemeinen hervorgerufen wird.

Die zweite Eigenschaft ist seine im Verhältnis zur Wellenlänge geringe Krümmung. Dadurch kann er trotz seiner Tiefe als lokal eben angenommen werden und man kann für die Aperturintegration (4.13) statt (3.50) verwenden, was die Rechnung stark vereinfacht.

Die Vorgehensweise ist nun so, daß das Feld auf der Reflektoroberfläche mittels (4.13) aus dem auf dem Rechengitter vorliegenden einfallenden Feld berechnet wird. Dann wird das einfallende Feld zu Null gesetzt und das von der Reflektoroberfläche reflektierte ausfallende Feld wiederum mittels (4.13) auf dem Rechengitter berechnet.

Auf diese Weise hat man durch Berücksichtigung der Beugung einen ebenen Phasen-Amplituden-Korrektor analog zum Phasenkorrektor (4.10) gefunden. In der Regel ist der quasielliptische Spiegel der einzige, der nach dieser Methode berechnet werden muß. Für die weiteren Spiegel genügt (4.10), so daß die Auswertung von (4.13) zwischen den einzelnen Spiegeln ab hier die einzige numerisch intensive Aufgabe ist. Die Beschleunigung dieses Schrittes wird in Abschnitt 4.3.1 behandelt. Sie ist nötig, um den im nächsten Kapitel beschriebenen Algorithmus handhabbar zu machen.

4.3 Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus

In der Praxis der Optik und Lasertechnik hat man meist nur Messungen der Amplitude auf einer zur optischen Achse senkrecht stehenden Apertur zur Verfügung. Um einen Mikrowellen- oder Laserstrahl auf seinen Modengehalt hin zu untersuchen oder ihn in eine andere Ebene auf der optischen Achse zu propagieren, braucht man jedoch zusätzlich die Phaseninformation. Erst dadurch ist das Feld vollständig beschrieben.

Eine Möglichkeit für die Rückgewinnung der Phase ist die Überlagerung eines Referenzstrahls bekannter Phasenverteilung mit dem zu untersuchenden Strahl. Aus vier Interferogrammen mit unterschiedlicher longitudinaler Position des Referenzstrahls kann man dann die Phasenverteilung zurückge-

winnen (siehe [Gre87]). Die Notwendigkeit eines bekannten Referenzstrahls macht diese Methode allerdings technisch sehr aufwendig.

Aus diesem Grund wurde in [KS67] ein anderer Lösungsansatz veröffentlicht. Er wird im Folgenden als Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus bezeichnet. Hierbei muß die Amplitudenverteilung $u(x, y)$ an zwei verschiedenen Positionen auf der optischen Achse z bekannt sein. Dieser Algorithmus ist in der Optik nach [GS72] auch als Gerchberg-Saxton Algorithmus bekannt. Letzterer wird in [Fie82] diskutiert und mit anderen Algorithmen (z.B. Gradientensuchverfahren) verglichen. Der hier beschriebene Algorithmus wurde aufgrund seiner Robustheit und der vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten gewählt.

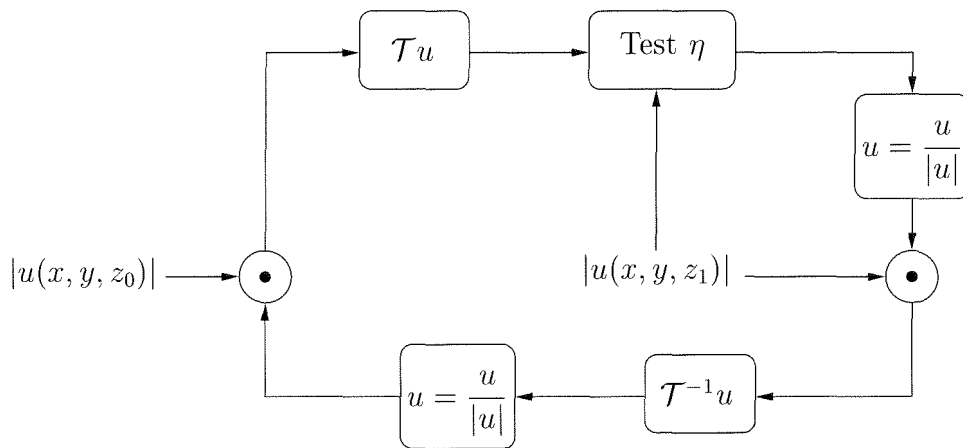


Abbildung 4.5: Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus (\odot bedeutet Multiplikation)

Das verallgemeinerte Schema des Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus ist in Abbildung 4.5 angegeben. Die Amplitude des Feldes sei auf den Aperturen bei z_0 und z_1 bekannt. Man wählt nun eine sinnvolle Anfangsphasenverteilung $\varphi(x, y, z_0)$ (z.B. $\varphi = \text{const.}$) und propagiert das Feld $|u(x, y, z_0)|e^{j\varphi(x, y)}$ mit dem Propagator \mathcal{T} in die zweite Apertur bei z_1 . Dort wird die Amplitude des propagierten Feldes durch die bekannte Amplitude $|u(x, y, z_1)|$ ersetzt und das Feld mit \mathcal{T}^{-1} in die erste Apertur zurückpropagiert. Hier wird wieder die Feldamplitude durch die bekannte $|u(x, y, z_0)|$ ersetzt, und man erhält die erste Näherung für $u(x, y, z_0)$. Nach einigen Iterationen (etwa 30 ... 100) wird sich die Amplitude des propagierten Feldes der gemessenen annähern. Dies kann durch die in Abbildung 4.5 mit Test η umschriebene Auswertung

des Korrelationsintegrals

$$\eta = (|\mathcal{T}u(x, y, z_0)|, |u(x, y, z_1)|) = \iint_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{T}u(x, y, z_0)| \cdot |u(x, y, z_1)| dx dy \quad (4.15)$$

beobachtet werden. Wenn beide Amplituden auf die Gesamtenergie 1 normiert sind, so sind sie bei $\eta = 1$ gleich. Wenn dies aber der Fall ist, so hat man eine Phasenverteilung gefunden, die der tatsächlichen entsprechen könnte. Die gefundene Lösung ist natürlich nicht eindeutig, da ein konstanter Phasenfaktor nichts an der Amplitudenverteilung ändert. Eine solche konstante Phasenverschiebung ist aber in der Optik und Millimeterwellentechnik meist nicht von Bedeutung.

Wenn das Feld durch (3.18) dargestellt wird, ist auch das konjugiert komplexe Feld eine Lösung des Phasenrekonstruktionsproblems, wenn die Felder zirkularharmonisch¹ sind und $\arg(A_m) = \text{const.}$ gilt. In diesem Fall wird die Phase nur durch den azimutalen Term $e^{-jm\phi}$ bestimmt, der ohne a-priori-Wissen nicht angegeben werden kann.

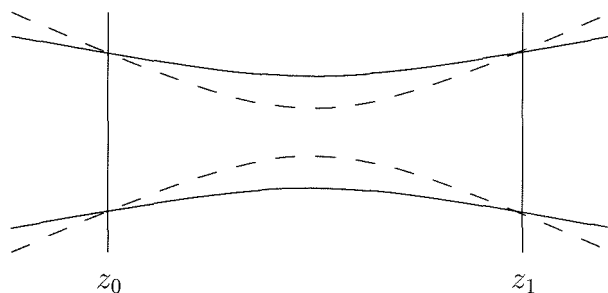


Abbildung 4.6: Zweideutigkeit bei der Phasenrekonstruktion von Gaußstrahlen

Eine andere Zweideutigkeit zeigt Abbildung 4.6. Man kann zu jedem Gaußschen Strahl einen anderen finden, der in zwei Ebenen das gleiche Amplitudenprofil hat. Deshalb wurde in [CDA95] vorgeschlagen, noch eine dritte Ebene in die Iterationsschleife einzufügen.

In der Praxis hat man jedoch selten Felder, die exakt den oben genannten entsprechen. Außerdem kann man durch a-priori-Wissen geeignete Anfangsphasenverteilungen wählen, so daß der Algorithmus gegen das der Wirklichkeit entsprechende Optimum konvergiert.

¹Nur ein A_m oder zwei A_m mit $m_1 = -m_2$ sind verschieden von Null.

Im Folgenden soll nun bewiesen werden, daß der Algorithmus konvergiert. In [GS72] wird die Fraunhoferapproximation (Fouriertransformation) als Propagationsoperator \mathcal{T} verwendet. Dort ist ein Beweis angegeben, der sich die speziellen Eigenschaften der Fouriertransformation zunutze macht. In Abschnitt 4.3.1 wird ein spezieller Operator für gekippte Aperturen ohne Fernfeldapproximation entwickelt. Aus diesem Grund soll nun ein Beweis geführt werden, der keinen Gebrauch von speziellen Eigenschaften des Propagators macht.

Zunächst soll angenommen werden, daß Amplitude und Phase in beiden Aperturen bekannt sind:

$$u_0 = |u_0(x, y, z_0)|e^{j\varphi_0(x, y, z_0)} \quad (4.16)$$

$$u_1 = |u_1(x, y, z_1)|e^{j\varphi_1(x, y, z_1)}. \quad (4.17)$$

Nun soll die Phase in der ersten Apertur gestört werden. Mit der Störphase $\xi(x, y)$ und $\varepsilon \ll 1$ erhält man

$$\tilde{u}_0 = u_0 e^{j\varepsilon\xi} \approx (1 + j\varepsilon\xi)u_0. \quad (4.18)$$

Es soll nun gezeigt werden, daß der Störterm $j\varepsilon\xi$ nach einer Iteration in seiner Amplitude kleiner geworden ist. Damit wäre bewiesen, daß der Algorithmus gegen φ_0 konvergiert, wenn man in der ε -Umgebung der gesuchten Phase startet.

Das gestörte Feld \tilde{u}_0 erzeugt in der zweiten Ebene das Feld

$$\tilde{u}_1 = u_1 + j\varepsilon u_{1\text{stör}} = (1 + j\varepsilon u_{1\text{stör}}/u_1)u_1 \approx u_1 e^{j\varepsilon u_{1\text{stör}}/u_1}, \quad (4.19)$$

da der Propagator \mathcal{T} in Luft oder Vakuum linear ist, d.h.

$$\mathcal{T}u + \mathcal{T}\hat{u} = \mathcal{T}(u + \hat{u}). \quad (4.20)$$

Wenn die Amplitude von \tilde{u}_1 zu $|u_1|$ gesetzt wird, wird der Realteil des Terms $j\varepsilon u_{1\text{stör}}/u_1$ zu Null gesetzt, d.h. seine Amplitude wird kleiner, wenn er nicht gerade rein imaginär ist. Die Amplitude dieses Terms ist aber proportional zur Amplitude des Störterms in (4.18), so daß der Fehler nach Rücktransformation in die erste Ebene kleiner geworden ist. Damit ist bewiesen, daß der Fehler bei fortschreitender Iteration monoton sinkt.

Wenn man nun in der zweiten Ebene statt einer gegebenen eine gewünschte Amplitudenverteilung $|u_g|$ einsetzt, so erhält man dort

$$\tilde{u}_1 = u_1 + u_{\text{err}} + j\varepsilon u_{1\text{stör}}. \quad (4.21)$$

Hierbei ist u_1 diejenige Feldverteilung, die durch die Amplitudenverteilung $|u_0|$ bei entsprechender Phasenbelegung erzeugt werden kann und deren Amplitudenverteilung einen minimalen Abstand (Fehlerquadratdifferenz) zu $|u_g|$ hat. Die Größe u_{err} gibt die Differenz

$$u_{\text{err}} = |u_g|e^{j\varphi_1} - u_1 \quad (4.22)$$

an. Der Gesamtstörterm nach Rücktransformation ergibt sich dann aber aus $u_{\text{err}} + j\varepsilon u_{1\text{stör}}/u_1$, so daß auch bei $|u_{1\text{stör}}| = 0$ ein Restfehler bestehen bleibt ($\eta < 1$).

Durch diese Modifikation ist es nun möglich, „unphysikalische“ Amplitudenverteilungen als Ziel vorzugeben, die dann zumindest näherungsweise erzeugt werden können. Dadurch kann der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus auch zur Feldsynthese verwendet werden. Dabei geht man so vor, daß für die Amplitude des gegebenen Eingangsfeldes $|u_0(x, y)|$ die Phasenverteilung $\varphi'(x, y)$ gewonnen wird, die die Amplitude des gewünschten Feldes $|u_g(x, y)|$ in der zweiten Ebene näherungsweise (oder exakt, wenn physikalisch möglich) erzeugt. Die Differenz zwischen der tatsächlichen Phase φ und der aus der Synthese gewonnenen Sollphase

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi \quad (4.23)$$

wird nun durch einen Phasenkorrektor nach (4.10) ausgeglichen. Gleiches gilt für die Differenz zwischen gegebener und gewünschter Phase in der zweiten Ebene.

Auf diese Weise hat man nun mit Hilfe von zwei Phasenkorrektoren aus einer gegebenen Feldverteilung eine gewünschte generiert. Ein typischer Anwendungsfall im Gyrotron ist die Erzeugung einer homogenen Feldverteilung im Ausgangsfenster (siehe [BCD⁺95]), um hohe Temperaturgradienten im Fenster zu vermeiden (siehe Abschnitt 6.1).

Bei der Feldprofilsynthese ist zu beachten, daß die Phasenkorrektoren durch flache Reflektoren repräsentiert werden. Die in (4.10) zu $\Delta\varphi$ korrespondierende Höhenänderung Δz darf also nicht zu groß werden (siehe Faustregel auf Seite 34).

Die Beugungsgesetze können durch die Phasenkorrektorsynthese nicht außer Kraft gesetzt werden. Man kann deshalb nur Feldverteilungen erzeugen, die aus der Eingangsamplitudenverteilung durch einen Phasenkorrektor synthetisierbar sind. D.h. die Konstanz des Phasenraumvolumens (siehe [GF91]) bleibt erhalten. In der Wellenoptik hat dies seine Entsprechung darin, daß das Produkt aus Tailenradius und Tangens des Divergenzwinkels bei Gaußschen Strahlen konstant ist:

$$\tan \theta w_0 = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (4.24)$$

Das Hauptproblem bei der praktischen Anwendung des Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus ist die benötigte Rechenleistung bei der Projektion des Feldes von einer Apertur in die andere. Bei direkter Lösung von (4.13) beträgt die typische Rechenzeit für die hier interessierenden Anwendungen auf einer Unix-Workstation ca. acht Stunden. So würde man für 100 Iterationen $8h \cdot 2 \cdot 100 = 1600h = 67$ Tage benötigen. Deshalb wurde in [GS72] die schnelle Fouriertransformation (siehe [PTVF92]) für den Fall der Fraunhoferapproximation verwendet. Dadurch wird die Berechnung der Projektion mehrere hundert mal schneller, so daß die Rechenzeit auf einige Minuten verkürzt werden kann.

Im Gyrotron sind jedoch die typischen Fresnelzahlen ($N \approx 5 \dots 10$) zu groß, um die Fraunhoferapproximation verwenden zu können. Außerdem sind die den Reflektoren zugeordneten Aperturen nicht parallel zueinander, was die Nutzung der Fraunhoferapproximation ebenfalls verbietet. Aus diesem Grunde soll im nächsten Abschnitt ein Propagator \mathcal{T} entwickelt werden, der numerisch schnell ist, aber (4.13) exakt löst und für nicht parallele Aperturen geeignet ist.

4.3.1 Freiraumausbreitung

Die schnelle Fouriertransformation ist einer der effizientesten numerischen Algorithmen. Sie ist um den Faktor $O(N/\text{ld}(N))$ schneller als die direkte Auswertung des Fourierintegrals, was bei entsprechend hoher Abtastwertzahl N zu enormen Geschwindigkeitsvorteilen führt. Die direkte Auswertung von (4.13) ist ein Prozeß der Ordnung $O(N^2)$, genau wie die direkte Auswertung des Fourierintegrals. Deshalb soll die Helmholtzgleichung nun mit Hilfe der Systemtheorie im Spektralbereich gelöst werden, wodurch sich größenordnungsmäßig der gleiche Geschwindigkeitsvorteil wie bei der FFT ergibt. Dies ist möglich, da es sich bei der Helmholtzgleichung im Freiraum um ein lineares ortsunabhängiges System (analog zum LTI-System in der Signaltheorie) handelt.

Dazu wird zunächst analog zur eindimensionalen die dreidimensionale Fouriertransformation definiert:

$$U(\vec{f}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} u(\vec{x}) e^{-j2\pi\vec{f}\cdot\vec{x}} d^3\vec{x} \quad (4.25)$$

$$u(\vec{x}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} U(\vec{f}) e^{j2\pi\vec{f}\cdot\vec{x}} d^3\vec{f} \quad (4.26)$$

Des weiteren wird in diesem Abschnitt die Tensorschreibweise mit der Ein-

steinschen Summationskonvention benutzt, d.h. ein Vektor wird durch seine (kontravarianten) Komponenten x^i dargestellt. Dabei läuft i von Eins bis Drei. Wir verwenden kartesische Koordinaten, d.h. ko- und kontravariante Koordinaten sind identisch. Wenn in einem Term der gleiche Index hoch- und tiefgestellt (kovariant) erscheint, so wird eine Summation über diesen Index ausgeführt. Somit wird die Multiplikation einer Dyade (Matrix) mit einem Vektor durch $\underline{a}_j^i x^j = \tilde{x}^i$ dargestellt. Für Dyaden gilt $(\underline{a}_j^i)^{-1} = \bar{a}_j^i$. Die Relation zur Darstellung in den vorangegangenen Kapiteln ist $(x, y, z)^T \hat{=} (x^1, x^2, x^3)^T$, so daß die x^3 -Koordinate der optischen Achse entspricht.

Die Helmholtzgleichung lautet

$$\mathcal{L}u = \nabla^2 u + k_0^2 u = q, \quad (4.27)$$

wobei die Lösung u (Ausgangsgröße) die Faltung der Quellfunktion q (Einganggröße) mit der Greenschen Funktion g (Stoßantwort) ist, also

$$u = q * g \quad (4.28)$$

$$U = QG. \quad (4.29)$$

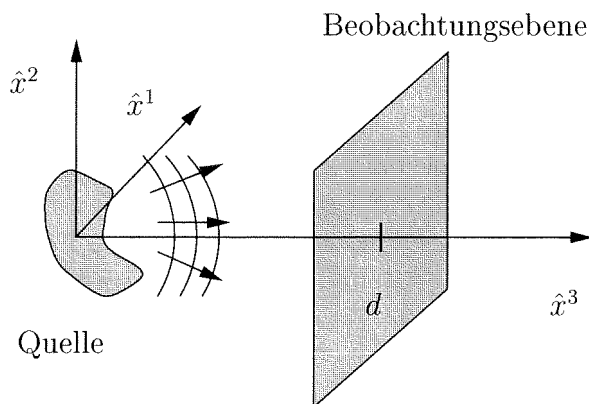


Abbildung 4.7: Kanonisches Problem

Abbildung 4.7 zeigt ein kanonisches Problem, das als Basis für die folgende Herleitung dienen soll. Eine bekannte Quellverteilung strahlt in den Freiraum, und es soll das Feld in der Beobachtungsebene bei $\hat{x}^3 = d$ berechnet werden, wobei die Ausdehnung der Quelle auf das Gebiet $\hat{x}^3 < d$ beschränkt ist.

Die Faltung der Quellfunktion $g(\hat{x}^i)$ mit der Greenschen Funktion

$$g(\hat{x}^i) = \frac{e^{-jk\sqrt{\hat{x}^i\hat{x}_i}}}{4\pi\sqrt{\hat{x}^i\hat{x}_i}} \quad (4.30)$$

ergibt das Feld $u(\hat{x}^i)$. Dies ist ein dreidimensionales Problem. Da die Beobachtungsebene (und später ebenfalls die Quellfunktion) nur zwei Dimensionen hat, soll das Problem nun auf ein zweidimensionales reduziert werden. Zu diesem Zweck wird g zunächst nur in der \hat{x}^1 - und \hat{x}^2 -Koordinate fouriertransformiert. Man erhält die sog. Weylsche Formel [Wey19]

$$G(\hat{f}^1, \hat{f}^2, \hat{x}^3) = \frac{e^{-j2\pi|\hat{x}^3|\varkappa}}{j4\pi\varkappa} \quad (4.31)$$

$$\varkappa = \sqrt{\frac{1}{(\lambda)^2} - (\hat{f}^1)^2 - (\hat{f}^2)^2}. \quad (4.32)$$

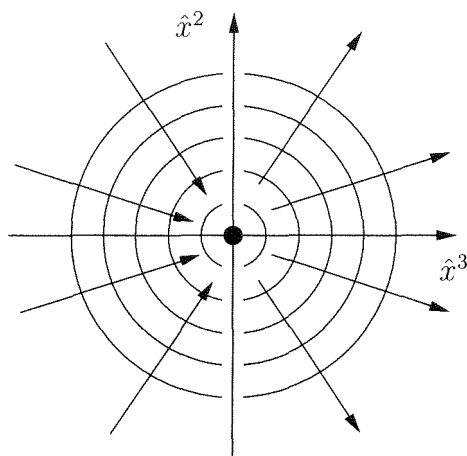
Sie gilt für $(\hat{f}^1)^2 + (\hat{f}^2)^2 \leq 1/(\lambda)^2$, also für nicht-evaneszente Wellen, die hier zur Debatte stehen. Man sieht, daß nach obiger Definition der Fouriertransformation $2\pi f = -k$ gilt.

Das Teilspektrum G ist wie g eine in \hat{x}^3 gerade Funktion. Da wir nur vorwärtslaufende Mikrowellenstrahlen betrachten, ist es sinnvoll, eine modifizierte Greensche Funktion zu verwenden, die nur durch Wellen mit positiver Ausbreitungsrichtung dargestellt wird. Eine solche Greensche Funktion \tilde{g} entsteht, wenn g im Bereich $\hat{x}^3 < 0$ konjugiert komplex gewählt wird (siehe Abbildung 4.8).

Durch diese Modifikation wird das Ergebnis in der Beobachtungsebene nicht beeinflusst, da die Quelle vollständig links von der Beobachtungsebene liegt. Sie bringt aber den Vorteil, daß dadurch die Betragsstriche in (4.31) wegfallen und man kann schreiben $\tilde{G} = e^{-j2\pi\hat{x}^3\varkappa}/j4\pi\varkappa$. Dies ist mit Hilfe des Verschiebungssatzes nun auch leicht in \hat{x}^3 zu transformieren und man erhält schließlich

$$\tilde{G}(\hat{f}^1, \hat{f}^2, \hat{f}^3) = \frac{\delta(\hat{f}^3 + \varkappa)}{j4\pi\varkappa} = -\frac{\delta(\hat{f}^3 + \varkappa)}{j4\pi\hat{f}^3}. \quad (4.33)$$

Dies ist eine δ -Halbkugel $\hat{f}^3 = -\sqrt{1/(\lambda)^2 - (\hat{f}^1)^2 - (\hat{f}^2)^2}$ im Halbraum $\hat{f}^3 < 0$. Sie hat den Vorteil, daß sie aufgrund der δ -Distribution sehr einfach analytisch rücktransformiert werden kann. Übersetzt in die Terminologie der vorangegangenen Abschnitte repräsentiert sie alle Wellen mit $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2$ und $k_z \geq 0$.

Abbildung 4.8: Modifizierte Greensche Funktion \tilde{g}

Um das Faltungsintegral (4.28) ausführen zu können, wird nun noch eine entsprechende Quelle benötigt. Dazu soll (4.13) noch einmal in Tensorschreibweise aufgeschrieben werden:

$$u_1(\hat{x}^1, \hat{x}^2, d) = -2 \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(y^1, y^2) \frac{\partial g(y^i - \hat{x}^i)}{\partial y^3} \Big|_{y^3=0} dy^1 dy^2. \quad (4.34)$$

Wegen $u * \delta' = u'$ und $g(y^i - \hat{x}^i) = g(\hat{x}^i - y^i)$ kann dies auch als

$$u_1(\hat{x}^1, \hat{x}^2, d) = \quad (4.35)$$

$$-2 \iiint_{-\infty}^{\infty} u_0(y^1, y^2) \delta'(y^3) g(\hat{x}^i - y^i) dy^1 dy^2 dy^3 = -2u_0 \delta'(\hat{x}^3) * g.$$

dargestellt werden. Damit ist klar, daß

$$q = -2u_0(\hat{x}^1, \hat{x}^2) \delta'(\hat{x}^3) \mapsto Q = j4\pi U_0(\hat{f}^1, \hat{f}^2) \beta(-\hat{f}^3) \quad (4.36)$$

die gesuchte Quelle ist. Die Rampenfunktion

$$\beta(x) = \begin{cases} x & \forall x : x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.37)$$

unterdrückt Wellen in $-\hat{x}^3$ -Richtung, da nach wie vor die Voraussetzung gilt, daß das Feld in der Quellapertur nur aus in \hat{x}^3 -Richtung vorwärtslaufenden Wellen besteht.

Das Gesamtfeld ergibt sich nun zu

$$U = Q\tilde{G} = U_0(\hat{f}^1, \hat{f}^2)\delta(\hat{f}^3 + \varkappa). \quad (4.38)$$

Durch die faktorisierte Form kann es nun sehr einfach in \hat{f}^3 analytisch rücktransformiert werden und man erhält für die Beobachtungsebene

$$U_1(\hat{f}^1, \hat{f}^2) = U(\hat{f}^1, \hat{f}^2, \hat{x}^3) = U_0(\hat{f}^1, \hat{f}^2)e^{-j2\pi\hat{x}^3\varkappa}. \quad (4.39)$$

Dieses Ergebnis entspricht dem Verfahren der *plane wave decomposition*: Man zerlegt das Feld mittels FFT in ebene Wellen, propagiert jede Mode entsprechend ihrer transversalen Wellenzahl und transformiert wieder zurück. Bei diesem Verfahren kann man den Freiraum als einen sehr stark überdimensionierten Rechteckhohlleiter ansehen, bei dem die Randbedingungen nicht erzwungen werden müssen, da die Hohlleiterwand weit genug vom Mikrowellenstrahl entfernt ist. In der Numerik kann man natürlich nur auf endlich großen Gebieten rechnen, wodurch sich auch eine endliche Modenzahl ergibt. Das Gebiet muß nur groß genug gewählt werden, um den vollen Querschnitt des Mikrowellenstrahls zu erfassen. Wählt man das Gebiet zu klein, so ergeben sich die aus der Signaltheorie bekannten Aliasingeffekte, da das Feld aufgrund der FFT periodisch im Raum fortgesetzt wird.

Gleichung (4.39) hätte auch einfacher hergeleitet werden können. Die systemtheoretische Herangehensweise versetzt uns aber nun in die Lage, den Verschiebungs- und Ähnlichkeitssatz der mehrdimensionalen Fouriertransformation anzuwenden. Dies wird es erlauben, für die Quell- und Beobachtungsebene eine beliebige Position und Orientierung im dreidimensionalen Raum festzulegen.

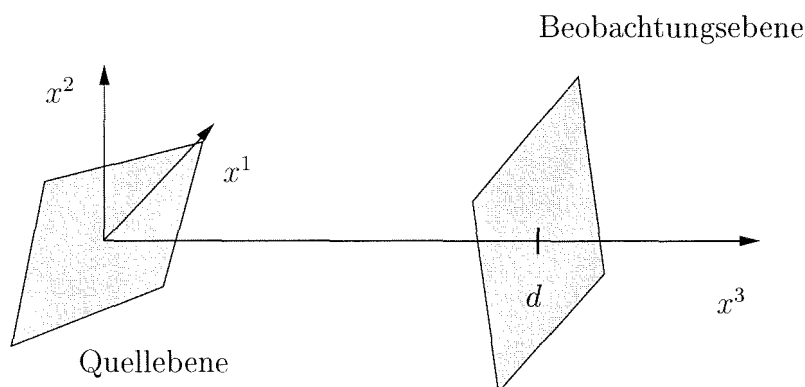


Abbildung 4.9: Weltkoordinaten

Zunächst soll ein „Weltkoordinatensystem“ \vec{e}_i nach Abbildung 4.9 eingeführt werden. Die kartesischen Koordinatensysteme der Quell- und Beobachtungsebene sowie des kanonischen Problems stehen zu diesem Koordinatensystem in folgender Relation:

$$\begin{aligned} \text{Quelle:} \quad x^i &= \underline{a}_j^i \tilde{x}^j \\ \text{Beobachtungsebene:} \quad x^i &= \underline{b}_j^i \tilde{x}^j + \delta_3^i d \\ \text{Kanon. Beobachtungsebene:} \quad \hat{x}^i &= \tilde{x}^i + \delta_3^i \hat{d} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Die Dyaden \underline{a}_j^i und \underline{b}_j^i repräsentieren dabei die Basisvektoren des jeweiligen Koordinatensystems. Sie bewirken lediglich eine Drehung, d.h. sie stellen orthogonale Matrizen dar:

$$\underline{a}_j^i = \bar{a}_i^j \quad (4.41)$$

$$\underline{b}_j^i = \bar{b}_i^j \quad (4.42)$$

$$\det(\underline{a}_j^i) = \det(\underline{b}_j^i) = \det(\bar{a}_j^i) = \det(\bar{b}_j^i) = 1. \quad (4.43)$$

Unter Verwendung von (4.40) kann man nun die Koordinaten der Quelle durch die Koordinaten des kanonischen Problems ausdrücken:

$$\tilde{x}^i = \bar{a}_k^i \underline{b}_j^k (\hat{x}^j + \bar{b}_i^j \delta_3^j d - \delta_3^j \hat{d}). \quad (4.44)$$

In dem Koordinatensystem, in dem die Beobachtungsebene dem kanonischen Problem nach Abbildung 4.7 entspricht, müssen diese Koordinaten in die Quellfunktion (4.36) eingesetzt werden, um die dreidimensionale Quellverteilung zu erhalten. Durch diese Operation wird die Quelle im dreidimensionalen Raum gedreht und verschoben. Um die korrespondierenden Spektren zu erhalten wird der mehrdimensionale Ähnlichkeits- und Verschiebungssatz der Fouriertransformation (siehe [Bam89]) benötigt:

$$\begin{aligned} u(\underline{a}_j^i x^j) &\mapsto |\det(\bar{a}_j^i)| U(\bar{a}_j^{*i} f^j) \\ u(x^i - x_0^i) &\mapsto U(f^i) e^{-j2\pi x_0^i f_i}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Hier bezeichnet der Stern die adjungierte Matrix. Für orthogonale Matrizen gilt aber $\bar{a}_j^{*i} = \underline{a}_j^i$. Wenn man nun (4.44) in (4.36) einsetzt und bei der Fouriertransformation der Quelle (4.45) anwendet, so erhält man für das Spektrum der Quelle

$$\hat{Q} = j4\pi U_0 (\bar{a}_k^1 \underline{b}_j^k \hat{f}^j, \bar{a}_k^2 \underline{b}_j^k \hat{f}^j) \beta(\bar{a}_k^3 \underline{b}_j^k \hat{f}^j) e^{j2\pi \hat{f}_j (\bar{b}_i^j \delta_3^i d - \delta_3^j \hat{d})}. \quad (4.46)$$

Diese Quellverteilung kann nun wieder mit \hat{G}' multipliziert und in \hat{f}^3 rücktransformiert werden. Dabei hebt sich \hat{d} heraus. Dies ist auch zwingend notwendig, da dieser Wert frei wählbar ist und das Ergebnis nicht beeinflussen darf. Man erhält schließlich nach der Rücktransformation

$$U_1(\hat{f}^1, \hat{f}^2) = \hat{U}(\hat{f}^1, \hat{f}^2, \hat{d}) = \frac{-1}{\hat{f}^3} U_0(\bar{a}_k^1 \underline{b}_h^k \hat{f}^h, \bar{a}_k^2 \underline{b}_h^k \hat{f}^h) \beta(-\bar{a}_k^3 \underline{b}_h^k \hat{f}^h) e^{j2\pi d \bar{b}_k^3 \hat{f}^k} \quad (4.47)$$

Dabei ist $\hat{f}^i = (\hat{f}^1, \hat{f}^2, -\varkappa)^T$. Die Argumente von U_1 und U_0 sind voneinander verschieden. Deshalb handelt es sich hier nicht mehr um eine 2D-Faltung wie in (4.39), es entspricht aber einer 3D-Faltung. Dies wird klar, wenn man bedenkt, daß der Abstand zweier Punkte auf parallelen Aperturen nur vom Abstand in \hat{x}^1 und \hat{x}^2 abhängt. Aus diesem Grund konnte die 3D-Faltung bei parallelen Aperturen auf eine 2D-Faltung zurückgeführt werden. Wenn $\underline{a}_j^i = \underline{b}_j^i = \delta_j^i$, sind beide Aperturen parallel. Man sieht leicht, daß in diesem Fall (4.47) zu (4.39) degeneriert. Abbildung 4.10 zeigt einen mit (4.47) propagierten stigmatischen Gaußstrahl in einer gedrehten und verschobenen Beobachtungsebene. Man erkennt die kegelschnittartige Form, die durch die Divergenz des Strahls entsteht.

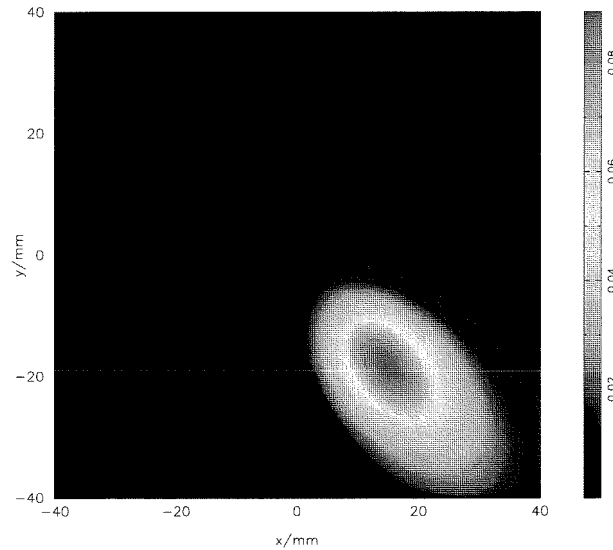


Abbildung 4.10: Stigmatischer Gaußstrahl in gedrehter und verschobener Beobachtungsebene

Aus (4.47) kann nun auch die Formel für das inverse Problem gewonnen

werden:

$$U_0(\hat{f}^1, \hat{f}^2) = \frac{-1}{\hat{f}^3} U_1(\bar{b}_k^1 \underline{a}_h^k \hat{f}^h, \bar{b}_k^2 \underline{a}_h^k \hat{f}^h) \beta(-\bar{b}_k^3 \underline{a}_h^k \hat{f}^h) e^{-j2\pi d \underline{a}_k^3 \hat{f}^k}. \quad (4.48)$$

Bei praktischen Berechnungen müssen die Koordinaten x'^i der zu analysierenden Anordnung noch mit einer weiteren Drehdyade \underline{c}_j^i in das Weltkoordinatensystem umgerechnet werden:

$$\begin{aligned} \underline{a}_j^i &= \underline{c}_k^i \underline{a}'_j{}^k \\ \underline{b}_j^i &= \underline{c}_k^i \underline{b}'_j{}^k. \end{aligned} \quad (4.49)$$

dabei wird \underline{c}_j^i so gewählt, daß

$$\underline{c}_j^i (x'_{\text{beob}}{}^j - x'_{\text{quell}}{}^j) = \delta_3^i |x'_{\text{beob}}{}^j - x'_{\text{quell}}{}^j|. \quad (4.50)$$

Wenn man nun sagt: „ $\underline{a}'_j{}^i$ und $x'_{\text{quell}}{}^j$ gehören zu der Apertur, in der das Feld gegeben ist“ und „ $\underline{b}'_j{}^i$ und $x'_{\text{beob}}{}^j$ gehören zu der Apertur, in der das Feld gesucht ist“, dann muß man in (4.48) $\underline{a}'_j{}^i$ und $\underline{b}'_j{}^i$ vertauschen und wegen (4.50) mit -1 multiplizieren.

Wenn man (4.48) nach dieser Umstellung noch einmal aufschreibt, wird man sehen, daß es zu (4.47) identisch ist. Dies ist das gleiche, als würde man in (4.39) für das inverse Problem einen negativen Abstand verwenden, was auch dort zur Rücktransformation führt. Deshalb wird die Formel für das inverse Problem eigentlich nicht wirklich benötigt. In dem im Anhang beschriebenen Computerprogramm, das die hier beschriebenen Methoden praktisch umsetzt, gibt es daher auch nur einen Operator, der nicht „weiß“, ob er gerade \mathcal{T} oder \mathcal{T}^{-1} repräsentiert.

Longitudinaler Schnitt

Wenn Betrag und Phase des Feldes in einer transversalen Ebene bekannt sind, kann man bereits einige Aussagen über das Verhalten des Strahles vor oder nach dieser Ebene machen. So läßt sich z.B. sagen, ob der Strahl stigmatish ist oder nicht, ob er konvergiert oder divergiert oder ob er senkrecht oder schräg auf der Apertur steht.

In komplizierten Geräten wie dem Gyrotron schränken die geometrischen Verhältnisse den Spielraum bei der Entwicklung eines quasioptischen Systems stark ein. Deshalb ist es wünschenswert den Feldverlauf auch in longitudinaler Richtung genau zu kennen. Hierfür läßt sich ein Spektralbereichsverfahren analytisch ableiten, daß einen longitudinalen Schnitt durch den Strahl in einer $\hat{x}^1 = \text{const.}$ - oder $\hat{x}^2 = \text{const.}$ -Ebene berechnet. Es scheitert allerdings an

der numerischen Umsetzung, da ein Mikrowellenstrahl in \hat{x}^3 -Richtung sehr stark ausgedehnt ist. Die FFT kann aber nur periodifizierte Felder darstellen, was in \hat{x}^3 -Richtung zu unakzeptablen Aliasingeffekten führt. Eine direkte Auswertung von (4.13) würde jedoch wieder zu unangenehm hohen Rechenzeiten führen.

Es läßt sich aber dennoch ein Spektralbereichsverfahren entwickeln, das nur im Bereich der transversalen Ortsfrequenzen bzw. Wellenzahlen arbeitet. Es erstellt eine Parallelprojektion des gesamten Feldes auf eine Ebene $\hat{x}^1 = \text{const.}$ oder $\hat{x}^2 = \text{const.}$, d.h. eine Art Röntgenbild in $\hat{x}^2 = \text{const.}$ - bzw. $\hat{x}^1 = \text{const.}$ Richtung. Damit hat man zwar keine Information über das Feld an einer bestimmte Stelle, man kann aber Aussagen über die gesamte transversale Ausdehnung über \hat{x}^3 machen. Für praktische Anwendungen ist diese Methode obendrein effektiver als die Berechnung des Feldes in einer bestimmten Ebene, da man auf diese Weise mehr von Strahl „sieht“.

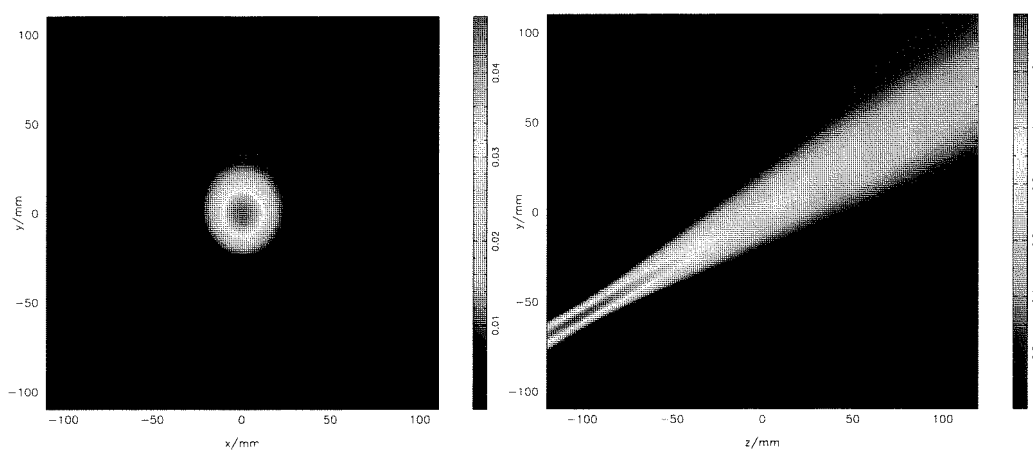


Abbildung 4.11: Gaußscher Strahl in transversaler Ebene (links) und Parallelprojektion in longitudinaler Ebene (rechts)

Das Stichwort „Röntgenbild“ legt die Anwendung des Zentralschnitt-Theorems (engl. *central slice theorem*) nahe, welches die mathematische Grundlage der Computertomographie ist (siehe [Bam89]). Es lautet für zwei Dimensionen

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(\hat{x}^1, \hat{x}^2) d\hat{x}^2 \mapsto U(\hat{f}^1, 0). \quad (4.51)$$

Oder in Worten: Die (eindimensionale) Fouriertransformierte des auf die \hat{x}^1 Koordinate parallelprojizierten Feldes ist das (eindimensionale) Spektrum bei $\hat{f}^2 = 0$. Dieser Satz kann unmittelbar aus dem Fourierintegral abgeleitet

werden. Um die Projektion auf eine andere Gerade zu erhalten, braucht man das Signal nur um die zentrale Achse zu drehen.

Mit (4.39) ist das Feld an jeder Position der longitudinalen Achse bekannt. Damit kann man eine Funktion

$$v(\hat{x}^2, \hat{x}^3) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3) d\hat{x}^1 \quad (4.52)$$

finden, die eine Parallelprojektion auf die \hat{x}^2 - \hat{x}^3 -Ebene darstellt. Sie kann einfach aus (4.39) zu

$$V(\hat{f}^2, \hat{x}^3) = U(0, \hat{f}^2, \hat{x}^3) \quad (4.53)$$

gewonnen werden.

Zur Illustration zeigt Abbildung 4.11 auf der linken Seite einen Gaußschen Strahl in der transversalen Ebene. Wenn man wie in dieser Abbildung nur die Amplitudeninformation zur Verfügung hat, könnte man ihn für einen leicht astigmatischen Strahl senkrecht zur Apertur halten. In Wahrheit handelt es sich aber um einen stigmatischen Strahl schräg zur Apertur, wie aus der longitudinalen Parallelprojektion auf der rechten Seite zu erkennen ist. Man kann anhand dieser Darstellung auch leicht den Ort der Strahltaile ausmachen (der transversale Schnitt ist bei $z = 0$).

Beugungsverluste

In der Hochleistungsmikrowellentechnik ist die Frage der Verluste von elementarer Bedeutung. Sie setzen sich zusammen aus Ohmschen Verlusten und Beugungsverlusten. Letztere geben Auskunft darüber, welcher Anteil der Gesamtleistung nicht auf den Spiegel bzw. das Vakuumfenster trifft und somit verloren geht.

Deshalb soll nun gezeigt werden, wie man aus der Feldverteilung in der Apertur den zur Apertur senkrechten Anteil des Poyntingvektors S_{\perp} berechnen kann. Ist dies geschehen, kann man durch aufintegrieren der Leistungsdichte außerhalb der Spiegel- oder Fensterfläche die Beugungsverluste bestimmen. Wir betrachten wieder einen paraxialen Strahl, der sich in $+\hat{x}^3$ -Richtung ausbreitet. Er soll linear polarisiert sein, d.h. die Komponenten von \vec{F} sind gleichphasig und die Richtung von \vec{F} ist über den Raum konstant. Man kann nun ohne Beschränkung der Allgemeinheit das Koordinatensystem so um die \hat{x}^3 drehen, daß \vec{F} in der \hat{x}^2 - \hat{x}^3 -Ebene liegt. Das Feld in der Apertur wird dann dargestellt durch

$$\vec{F}(\hat{x}^1, \hat{x}^2) = (\vec{e}_2 \cos \alpha + \vec{e}_3 \sin \alpha) u(\hat{x}^1, \hat{x}^2). \quad (4.54)$$

Dabei ist α der Winkel zwischen \vec{F} und der \hat{x}^2 -Achse. Die Leistungsdichte, die durch die Apertur transportiert wird, ergibt sich nun zu

$$S_{\perp} \vec{e}_3 = \frac{1}{2} \vec{E}_{\parallel} \times \vec{H}_{\parallel}^*. \quad (4.55)$$

Die Komponenten von E_{\parallel} und H_{\parallel}^* lassen sich mit Hilfe von (3.5) und (3.12) aus (4.54) berechnen:

$$\vec{E}_{\parallel}(\hat{x}^1, \hat{x}^2) = \frac{-1}{\varepsilon_0} \left\{ \left(\sin \alpha \frac{\partial u}{\partial \hat{x}_2} - \cos \alpha \frac{\partial u}{\partial \hat{x}_3} \right) \vec{e}_1 - \sin \alpha \frac{\partial u}{\partial \hat{x}^1} \vec{e}_2 \right\} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_{\parallel}(\hat{x}^1, \hat{x}^2) &= \frac{-j c_0^2}{\omega} \left(\cos \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial \hat{x}_1 \partial \hat{x}_2} + \sin \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial \hat{x}_1 \partial \hat{x}_3} \right) \vec{e}_1 - \\ &\left\{ j \omega u \cos \alpha - \frac{j c_0^2}{\omega} \left(\cos \alpha \frac{\partial^2 u}{(\partial \hat{x}_2)^2} + \sin \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial \hat{x}_2 \partial \hat{x}_3} \right) \right\} \vec{e}_2 \end{aligned} \quad (4.57)$$

Das Feld ist nur in der \hat{x}^1 - \hat{x}^2 -Ebene bekannt. Um die in (4.56) und (4.57) vorkommenden Ableitungen nach \hat{x}^3 mit finiten Differenzen berechnen zu können, müßte das Feld auch in zwei Aperturen $\hat{x}^3 = \pm \Delta \hat{x}^3$ bekannt sein. Dieses zu berechnen wäre recht aufwendig und speicherintensiv. Man kann nun aber den Differentiationssatz der Fouriertransformation anwenden, da das Feld im Spektralbereich nach (4.38) in allen drei Dimensionen bekannt ist. Man erhält daher im Spektralbereich

$$\mathcal{F} \vec{E}_{\parallel} = \frac{-j 2 \pi U}{\varepsilon_0} \{ (\hat{f}^2 \sin \alpha + \varkappa \cos \alpha) \vec{e}_1 - \hat{f}^1 \sin \alpha \vec{e}_2 \} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \vec{H}_{\parallel} &= \frac{j 4 \pi^2 c_0^2 U}{\omega} (\hat{f}^1 \hat{f}^2 \cos \alpha - \hat{f}^1 \varkappa \sin \alpha) \vec{e}_1 - \\ &\{ j \omega U \cos \alpha + \frac{j 4 \pi^2 c_0^2 U}{\omega} ((\hat{f}^2)^2 \cos \alpha - \hat{f}^2 \varkappa \sin \alpha) \} \vec{e}_2 \end{aligned} \quad (4.59)$$

Diese Größen können numerisch effizient gewonnen werden. Nach Rücktransformation von (4.58) und (4.59) kann man nun die Leistungsdichte S_{\perp} mittels (4.55) berechnen. Das Verhältnis

$$\eta = \frac{\iint_{\text{Fenster}} S_{\perp} d\hat{x}^1 d\hat{x}^2}{\iint_{\text{Apertur}} S_{\perp} d\hat{x}^1 d\hat{x}^2} \quad (4.60)$$

liefert nun z.B. die Beugungsverluste an einem Vakuumfenster. In Abschnitt 6.2 wird ein Beispiel hierzu gezeigt.

4.3.2 Anwendung auf Hohlleiter

Wie in Abschnitt 4.3.1 bereits angedeutet, kann der Freiraum in (4.39) als ein Hohlleiter angesehen werden, dessen Wand so weit vom Mikrowellenstrahl entfernt ist, daß man die Randbedingungen nicht mehr aufzuzwingen braucht. Zur Energieübertragung in der Hochleistungsmillimeterwellentechnik kommt die Grundmode im überdimensionierten Rundhohlleiter mit Querrillung (Korrugationen) zum Einsatz (siehe [DH85],[Thu93]). Deshalb ist die Anwendung des Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus auch auf Hohlleiter naheliegend. Damit kann man z.B. aus drei Amplitudenmessungen der Feldgröße u über den Hohlleiterquerschnitt den Modengehalt im Hohlleiter bestimmen. Dies wurde erstmalig in [ACDK97] angeregt. Hierbei wird das Feld wie gewohnt in die einzelnen Moden zerlegt, diese werden mit einem entsprechenden Phasor multipliziert und danach wieder aufsummiert.

In den hier zur Diskussion stehenden Hohlleitern sind mehrere tausend Moden ausbreitungsfähig, so daß die Berechnung der Wellenausbreitung im Hohlleiter wieder sehr zeitaufwendig wird. In [ACDK97] werden deshalb nur wenige (120) Moden niedriger Ordnung verwendet. Da man es im Rundhohlleiter mit Zylinderwellen zu tun hat, kann man die FFT nicht unmittelbar zur Modenzerlegung und -aufsummierung wie in (4.39) benutzen (beim Rechteckhohlleiter wäre dies möglich). Bei der direkten Modenzerlegung mit 120 Moden nach [ACDK97] erhält man aber für den Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus bereits Rechenzeiten von bis zu einem Tag. Deshalb soll im Folgenden ein Spektralbereichsverfahren vorgestellt werden, das das Feld numerisch effizient in Zylinderwellen zerlegt.

Wellenausbreitung im Rillenhohlleiter

Zunächst soll die Motivation für den Einsatz von Rillenhohlleitern diskutiert und ein vereinfachtes Modell der Wellenausbreitung für selbige angegeben werden. Dazu wird wieder zum $(x, y, z)^T$ -Koordinatensystem übergegangen. Ein linear polarisierter Mikrowellenstrahl, der sich in z -Richtung ausbreitet, kann durch die Feldgröße $F_y(x, y, z)$ dargestellt werden. Dadurch hat das \vec{E} -Feld keine y -Komponente. Man spricht daher auch von einer TE-Welle in Bezug auf \vec{e}_y , siehe [Bal89]. Man beachte, daß \vec{e}_z die Ausbreitungsrichtung des Strahls ist. Ein fundamentaler Gaußstrahl liegt vor, wenn $|F_y(x, y, z_0)| \sim e^{-(x^2+y^2)/w^2}$ gilt. Wenn man ihn in einem Hohlleiter „einfangen“ könnte, hätte man Beugungsverluste ausgeschlossen, dafür aber Ohmsche Verluste hinzubekommen.

Das Spektrum eines paraxialen Freiraumstrahls oder eine Mode niedriger Ordnung im überdimensionierten Hohlleiter setzt sich aus ebenen Wellen

zusammen, deren transversaler Anteil klein gegenüber dem longitudinalen Anteil ist, also $k_{x,y} \ll k_z \approx k_0$. Man kann also für die elektrische Feldstärke die folgende Näherung verwenden:

$$\vec{E} = \frac{-1}{\varepsilon} \nabla \times F_y \vec{e}_y = \frac{-1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} -\frac{\partial F_y}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} \end{pmatrix} \approx \frac{-1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} k_0 F_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.61)$$

Somit ist beim paraxialen Strahl die x -Komponente der Feldstärke näherungsweise proportional zur y -Komponente des Vektorpotentials F_y , das nun unsere Feldgröße u sein soll.

Betrachtet man die Reflexion eines Strahls an der Hohlleiterwand mit dem Normalenvektor \vec{n} , so gilt im Falle des glatten Hohlleiters $\vec{F} \perp \vec{n}$ wegen $\vec{F} = F_z \vec{e}_z$ und $\vec{n} = -\vec{e}_r$. Nach Abschnitt 4.2.1 heißt das, daß \vec{F} seine Richtung nach der Reflexion nicht ändert, deshalb konnte beim glatten Hohlleiter das Feld vollständig durch eine skalare Größe beschrieben werden.

Wenn $\vec{F} = F_y \vec{e}_y$ ist dies nicht mehr der Fall. Im zylindrischen Koordinatensystem $(r, \phi, z)^T$ ändert \vec{F} respektive \vec{E} seine Richtung, je nachdem bei welchem Winkel ϕ der Auftreffpunkt liegt. Das hat seine Ursache darin, daß die Randbedingungen an einer ideal leitenden Oberfläche polarisationsabhängig sind. Es gilt für die tangentielle Komponente der Feldstärke $E_t = 0$ und für die longitudinale Komponente $\partial E_n / \partial n = 0$. Man spricht in Analogie zur Akustik im ersten Fall auch von „weichen“ und im zweiten Fall von „harten“ Randbedingungen, denen der Schalldruck an der Grenze zu weichen bzw. harten Materialien unterliegt. Dies entspricht der Dirichletschen und Neumannschen Randbedingung. Die Analogie zu Übertragungsleitungen ergibt für weiche Randbedingungen einen Reflexionsfaktor von -1 und bei harten $+1$.

Wenn man nun Randbedingungen erzeugen könnte, die für beide Polarisationsrichtungen weich sind, so hätte man für beide Polarisierungen den Reflexionsfaktor -1 und damit würde sich die Richtung von \vec{E} bzw. \vec{F} nicht ändern. Man könnte dann das Feld wieder durch eine skalare Größe u darstellen.

Die oben genannten Randbedingungen sind näherungsweise durch Korrugationen mit der Tiefe $\lambda/4$ generierbar, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle stehen. Man spricht dann von künstlich weichen Randbedingungen [Kil90]. Sie bewirken eine anisotrope Oberflächenimpedanz, die $E_n^+ + E_n^- = 0$ und $E_t^+ + E_t^- = 0$ erzwingt, siehe [Kil90] für eine Herleitung. Die Periode der Korrugationen muß deutlich unterhalb der halben longitudinalen Wellenlänge liegen², so daß die Welle tatsächlich eine anisotrope Oberflächenim-

²Wenn die Korrugationsperiode $\lambda_{\text{corr}} = \lambda_{\parallel}/2$ ist, liegt ein Bragg-Reflektor vor.

pedanz und keine periodische Struktur „sieht“.

Durch die Polarisationsunabhängigkeit hat man erreicht, daß man das Feld durch die skalare Größe (3.20) darstellen kann. Dabei entspricht F_y bzw. E_x der Feldgröße u und die $k_{\perp mn}$ ergeben sich aus der Bedingung $J_m(k_{\perp}a) = 0$, da weiche Randbedingungen vorliegen³.

Der Grund, korrigierte Hohlleiter zu verwenden ist natürlich nicht die oben beschriebene Rechenerleichterung, die zu einer skalaren Größe führt. Vielmehr wird es dadurch möglich, einen linear polarisierten Gaußschen Strahl unter Beibehaltung seiner Polarisation „einzufangen“. Man erhält eine Kopplung von mehr als 99% zwischen der $u_{0,1}$ -Mode und einem Gaußschen Strahl mit der Taille $w_0 = 0.6453a$. Deshalb kann man z.B. mit einem Rillenhorn einen nahezu idealen Gaußstrahl mit geringen Seitenmaxima erzeugen. Prinzipiell verwendet man in der Antennentechnik weiche Randbedingungen, um das Feld von einer Oberfläche fern zu halten. Ein weiterer Vorteil sind die geringen Ohmschen Verluste, da das Feld an der Hohlleiterwand näherungsweise verschwindet.

Die Näherung (4.61) gestattet die Anwendung von (3.20) für Moden mit hoher k_z -Komponente (kleinem Brillouinwinkel ψ). Solche Moden werden in der Energieübertragung verwendet, um die Ohmschen Verluste gering zu halten. Wenn die transversalen Komponenten nicht mehr klein gegenüber k_z sind, muß das Feld exakt durch eine entsprechende Mischung aus TE- und TM-Moden dargestellt werden, die die anisotrope Randbedingung erfüllt. Dies ist in [DH85] dargestellt. Man spricht dann von Hybridmoden, da hier sowohl \vec{E} als auch in \vec{H} eine z -Komponente aufweisen. So entspricht z.B. die $u_{0,1}$ -Mode der $HE_{1,1}$ -Mode in [DH85].

Für die hier besprochenen Anwendungen kann jedoch (4.61) verwendet werden, so daß das Feld durch die Modendarstellung (3.20) repräsentiert werden kann. Im nächsten Abschnitt wird ein numerisch effizienter Propagator vorgestellt, der eine Aperturverteilung in kurzer Rechenzeit in mehrere tausend Zylindermoden zerlegen kann. Man beachte dabei jedoch, daß die Näherung (4.61) nicht mehr für Moden nahe dem cut-off gilt. Es hat also keinen Sinn, beim Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus alle ausbreitungsfähigen Moden mit $\chi_{mn}/a < k_0$ in Betracht zu ziehen (obwohl dies aufgrund der hohen Rechengeschwindigkeit möglich wäre).

Schneller Propagator in Zylinderkoordinaten

Ebene Wellen sind die Eigenfunktionen der Helmholtzgleichung in kartesischen Koordinaten. Die (schnelle) Fouriertransformation kann deshalb be-

³Im glatten Rundhohlleiter unterliegt F_z harten Randbedingungen mit $J'_m(k_{\perp}a) = 0$.

nutzt werden, um das Feld im Rechteckhohlleiter in die einzelnen Moden zu zerlegen, da der Hohlleiterrand auf Linien liegt, bei denen eine Koordinate konstant bleibt. Im Rundhohlleiter ist dies für Polarkoordinaten der Fall. In diesem Koordinatensystem sind aber Zylinderwellen die Eigenfunktionen der Helmholtzgleichung. Die Zerlegung in Zylinderwellen leistet die Hankeltransformation, für die aber kein der FFT vergleichbarer schneller Algorithmus existiert. Nichtsdestotrotz haben Zylinderwellen ein Fourierspektrum. Diese Tatsache soll nun genutzt werden, um ein Spektralbereichsverfahren für Polarkoordinaten zu entwickeln, das vom Geschwindigkeitsvorteil der FFT Gebrauch machen kann.

Zunächst soll (3.20) in ein Orthonormalsystem verwandelt werden. Dazu wird das Skalarprodukt

$$(v, w) = \iint_A vw^* dA \quad (4.62)$$

definiert. Die einzelnen Basisfunktionen in (3.20) werden zu $(u_{ik}, u_{mn}) = \delta_m^i \delta_n^k$ normiert. Dadurch erhält man

$$u_{mn} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}|J_{m+1}(\chi_{mn})|} J_m\left(\frac{\chi_{mn}}{a}r\right) e^{jm\phi}. \quad (4.63)$$

Die χ_{mn} ergeben sich wegen der Dirichletschen (weichen) Randbedingung aus $J_m(\chi_{mn}) = 0$. Damit wird das Gesamtfeld in der Apertur durch

$$u = \sum A_{mn} u_{mn} = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=1}^{N(M)} \frac{A_{mn}}{a\sqrt{\pi}|J_{m+1}(\chi_{mn})|} J_m\left(\frac{\chi_{mn}}{a}r\right) e^{jm\phi}. \quad (4.64)$$

dargestellt. Die Propagierung in eine andere Apertur erfolgt gemäß (3.20), d.h. jede Mode wird mit einem Phasor multipliziert, der ihrer longitudinalen Wellenzahl entspricht:

$$A_{mn}|_z = A_{mn}|_0 \cdot e^{-jz\sqrt{(2\pi/\lambda)^2 - (\chi_{mn}/a)^2}}. \quad (4.65)$$

Die A_{mn} sind zunächst noch unbekannt. Da (4.63) ein Orthonormalsystem darstellt, können sie durch

$$(u, u_{mn}) = A_{mn} \quad (4.66)$$

gewonnen werden. Bei mehreren tausend Moden und typischerweise 256×256 Abtastpunkten ist die direkte Auswertung von (4.62) sehr zeit- und vor allem auch speicheraufwendig, da man für mehrmalige Anwendung die u_{mn} im

voraus berechnen und abspeichern muß. Deshalb soll nun das Fourierintegral in eine geeignete Form gebracht werden, die (4.66) entspricht.

Zunächst soll ein Polarkoordinatensystem für den Spektralbereich definiert werden. Analog zum Ortsbereich mit

$$x = r \cos \phi \quad (4.67)$$

$$y = r \sin \phi \quad (4.68)$$

wird für den Spektralbereich

$$f_x = f_r \cos \varphi \quad (4.69)$$

$$f_y = f_r \sin \varphi \quad (4.70)$$

festgelegt. Damit kann das Fourierintegral in Polarkoordinaten aufgeschrieben werden:

$$U(f_r, \varphi) = \int_0^{2\pi} \int_0^a r u(r, \phi) e^{-j2\pi f_r r \cos \varphi \cos \phi - j2\pi f_r r \sin \varphi \sin \phi} dr d\phi. \quad (4.71)$$

Der Faktor r ist die Funktionaldeterminante beim Übergang auf das Polarkoordinatensystem. Wenn man die Besselfunktion in u_{mn} in ihrer Integraldarstellung

$$J_m(r) = \frac{j^m}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j(r \cos \phi + m\phi)} d\phi \quad (4.72)$$

aufschreibt, wird man sehen, daß sich (4.71) so umformen läßt, daß das Integral über ϕ in (4.71) genau die Besselfunktion beschreibt, man erhält

$$U(f_r, \varphi) = \int_0^a r \sum_m \sum_n \frac{A_{mn}}{a\sqrt{\pi}|J_{m+1}(\chi_{mn})|} J_m\left(\frac{\chi_{mn}}{a}r\right) e^{jm\varphi} \frac{2\pi}{j^m} J_m(2\pi f_r r) dr. \quad (4.73)$$

Man sieht leicht, daß es sich hierbei um eine Fourierreihe

$$U(f_r, \varphi) = \sum_m U_m(f_r) e^{jm\varphi} \quad (4.74)$$

handelt, deren Koeffizienten von f_r abhängen. Das Integral in (4.73) kann für $2\pi f_r = \chi_{mn}/a$ analytisch gelöst werden. Durch die Orthogonalität der Besselfunktionen löst sich dabei auch die Summe über n auf. Man erhält schließlich für die Fourierkoeffizienten

$$U_m\left(\frac{\chi_{mn}}{2\pi a}\right) = 2j^{-m} a\pi^{3/2} |J_{m+1}(\chi_{mn})| A_{mn}, \quad (4.75)$$

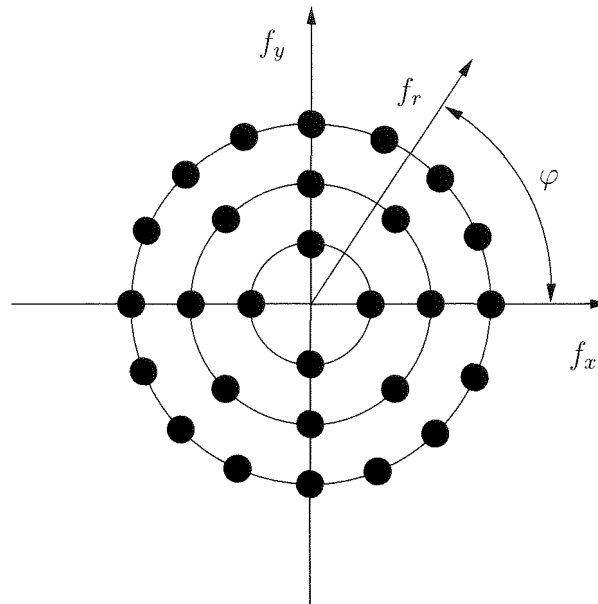


Abbildung 4.12: Interpolation im Spektralbereich

also

$$A_{mn} = \frac{j^m U_m(\chi_{mn}/2\pi a)}{2a\pi^{3/2} |J_{m+1}(\chi_{mn})|}. \quad (4.76)$$

Die Vorgehensweise ist nun so, daß man zunächst $U(f_x, f_y)$ mittels FFT aus der Aperturverteilung berechnet und daraus $U(f_r, \varphi)$ durch Interpolation gewinnt (siehe Abbildung 4.12) und dadurch ein zirkulares Rechengitter erhält. Dabei ist zu beachten, daß die Anzahl der Abtastwerte für jedes f_r genau eine Zweierpotenz ergibt. Dann kann man die Fourierkoeffizienten U_m mit einer eindimensionalen FFT für jeden f_r -Ring bestimmen. Aus $U_m(f_r)$ wird dann wieder durch Interpolation $U_m(\chi_{mn}/2\pi a)$ gewonnen und kann in (4.76) eingesetzt werden.

Damit hat man nach einer zweidimensionalen und einigen eindimensionalen FFTs die gesuchten A_{mn} gefunden, sogar ohne dabei Besselfunktionen auswerten zu müssen⁴. Bei der Abtastung in f_r und φ ist zu beachten, daß das Abtasttheorem im Spektralbereich $\Delta f < 1/2a$ nicht verletzt wird. In der Praxis hat es sich gezeigt, daß für $U(f_x, f_y)$ bikubische Interpolation und für $U_m(f_r)$ kubische Splines angebracht sind.

Diese Methode bringt fast den gleichen Geschwindigkeitsvorteil mit sich, wie die FFT gegenüber der DFT. Allerdings ist damit nur das Problem der Mo-

⁴ $|J_{m+1}(\chi_{mn})|$ kann tabelliert werden.

denzerlegung gelöst. Die Modenaufsummierung (nach der Propagierung mit dem entsprechenden Phasor) ist numerisch ebenfalls sehr aufwendig.

Das Fourierspektrum einer unbegrenzten Basisfunktion u'_{mn} , die auch bei $r > a$ definiert ist, kann – z.B. mit (4.73) – analytisch berechnet werden. Es handelt sich dabei um einen δ -Ring. Dieser ist nur bei $f_r = \chi_{mn}/2\pi a$ verschieden von Null und man könnte diese Eigenschaft für eine schnelle Aufsummierung im Spektralbereich nutzen. Die Begrenzung von u_{mn} auf $r \leq a$ ist aber gleichbedeutend mit einer Multiplikation von u'_{mn} mit der Scheibenfunktion

$$d(r) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } r \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (4.77)$$

d.h. mit einer Faltung des δ -Rings mit $D(f_r)$. Diese Faltung verschmiert nun den δ -Ring über das gesamte Spektrum, weshalb diese Idee verworfen werden muß.

Ein nochmaliger Blick auf (4.64) zeigt, daß es sich hierbei ebenfalls um eine Fourierreihe handelt, bei der jeder Fourierkoeffizient eine Besselreihe darstellt:

$$u(r, \phi) = \sum_{m=-M}^M B_m(r) e^{jm\phi} \quad (4.78)$$

Man kann nun mit Hilfe der bekannten A_{mn} diese Besselreihe B_m berechnen. Dies ist eine eindimensionale (also nicht sehr aufwendige) Operation. Wenn alle B_m berechnet sind, kann man durch eine inverse FFT das Feld für jedes r mit Hilfe von (4.78) für jedes ϕ gewinnen. In der Praxis hat das den Vorteil, daß man nur reelle eindimensionale Datenfelder $J_m(\chi_{mn}r/a)$ berechnen und abspeichern muß im Gegensatz zu zweidimensionalen komplexen Datenfeldern bei der direkten Methode.

Da u nun auf einem konzentrischen Gitter wie in Abbildung 4.12 vorliegt, muß hier wieder interpoliert werden, um ein Rechteckgitter zu erhalten. Von diesem Rechteckgitter ausgehend könnte man dann wieder die A_{mn} berechnen.

Die Speicherung des Feldes auf einem konzentrischen Gitter kann aber auch zur Modenzerlegung genutzt werden. Aus den konzentrischen Ringen können mittels FFT die $B_m(r)$ gewonnen werden. Wegen der Orthogonalität der Besselreihe kann man dann durch direkte Berechnung des eindimensionalen Skalarproduktes

$$\int_0^a r B_m(r) \frac{2\sqrt{\pi} J_m(\chi_{mn}r/a)}{a |J_{m+1}(\chi_{mn})|} dr = A_{mn} \quad (4.79)$$

die unbekanntenen Modenamplituden ermitteln. Auf diese Weise hat man die zweidimensionale FFT und die Interpolation eingespart, muß aber viele eindimensionale Skalarprodukte (4.79) ausführen. Deshalb ist diese Methode für weniger überdimensionierte Hohlleiter (einige hundert Moden) sogar schneller als das Spektralbereichsverfahren.

Für den Feldpropagator im (korrugierten) Rundhohlleiter gibt es neben der bereits erwähnten Modenanalyse mittels Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus vielfältige Anwendungsmöglichkeiten. Man könnte zum Beispiel dünne Linsen synthetisieren, die in den Rillenhohlleiter eingebracht werden und dort ein gewünschtes Modengemisch erzeugen. Für hohe Leistungen können sie durch Spiegel (sog. Miterbends) ersetzt werden. Ein praktisches Anwendungsbeispiel zur Modenanalyse wird in Abschnitt 6.3 gezeigt.

Wenn man den Radius a groß genug wählt, könnte man die hier beschriebenen Methoden auch zur Freiraumausbreitung verwenden. Allerdings ist dies nicht sinnvoll, da das Verfahren aus Abschnitt 4.3.1 für diesen Fall viel effizienter ist. In Abschnitt 6.3 wird die schnelle Modenzerlegung anhand der Analyse des Modengehalts demonstriert.

4.3.3 Anwendungsbeispiel

Als Anwendungsbeispiel für die hier vorgestellten Methoden soll der Einsatz übermodierter Hohlleiter zur Strahlauslenkung mit feststehender Antenne demonstriert werden. Die extremen Bedingungen in einem Fusionsreaktor (hohe Temperatur, radioaktive Strahlung) gebieten es, die technischen Gerätschaften im Inneren möglichst einfach und robust zu gestalten. Zur Ausrichtung eines Mikrowellenstrahls auf das Plasma werden gewöhnlich schwenkbare Spiegel eingesetzt. Die hierfür erforderliche Mechanik ist kompliziert und stör anfällig⁵, so daß man sich eine Strahlauslenkung ohne bewegliche Teile im Reaktor wünscht.

Abbildung 4.13 zeigt eine Möglichkeit, dieses zu realisieren. Das Ziel dieser Anordnung ist es, den auf der rechten Seite austretenden Strahl in Azimut α und Elevation β auszulenken.

Dabei wird wie folgt vorgegangen: Zunächst wird ein gewünschter (meist Gaußscher) Strahl mittels (4.47) unter dem vorgegebenen Elevationswinkel β auf die Ausgangsapertur des korrugierten Hohlleiters im Reaktor rückpropagiert. Dort wird das Feld mit dem besprochenen Verfahren in die einzelnen Moden zerlegt und dann auf das andere Ende des Hohlleiters rückpropagiert. Die dort gewonnene Feldverteilung ist die Zielverteilung, die mit zwei Reflektoren nach dem Katsenelenbaum-Semenov-Verfahren aus einer $u_{0,1}$ -Mode ($\hat{=}$

⁵Im Reparaturfall müßte man den Reaktor öffnen.

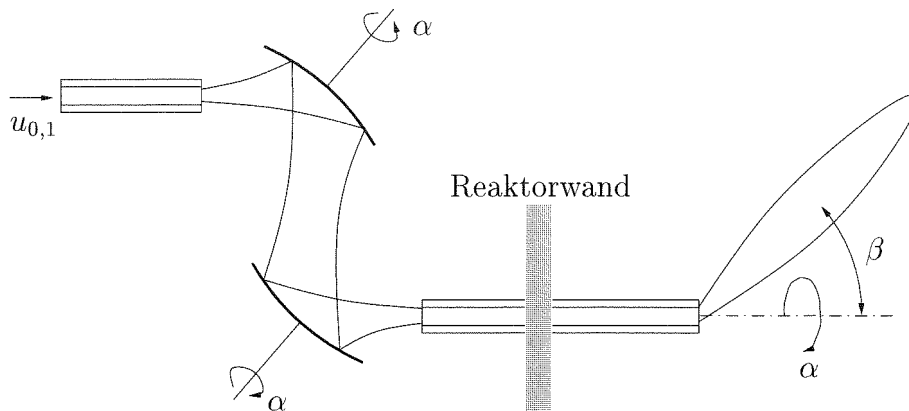


Abbildung 4.13: Anordnung zur Strahlauslenkung

Gaußstrahl) synthetisiert wird.

Wegen der Rotationssymmetrie kann nun durch synchrones Drehen der beiden Reflektoren der Azimutwinkel α beliebig eingestellt werden. Um den Elevationswinkel β zu verändern, braucht man im allgemeinen ein anderes Reflektorenpaar. Dies kann z.B. durch ein Trommel- oder Revolversystem zum Reflektorwechsel erreicht werden. Damit hätte man eine abgestufte Steuerung für β und eine kontinuierliche für α erreicht. Allerdings ist zu beachten, daß bei zu großem Winkel β die Paraxialitätsbedingung (4.61) verletzt wird.

4.4 Feldprofilsynthese mit Antennenarrays

Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus, wie er in Abschnitt 4.3 beschrieben wurde, ist eine Möglichkeit eine gewünschte Aperturbelegung zu synthetisieren. Ein ähnliches Problem – wenngleich in einem größeren Maßstab – tritt bei der drahtlosen Energieübertragung mit Mikrowellen auf. Hierbei soll der maximale Wirkungsgrad bei der Wellenausbreitung zwischen zwei Aperturen erzielt werden, die in ihrer Größe begrenzt und weit voneinander entfernt sind. Die Aufgabe ist also, die Beugungsverluste zu minimieren. Eine geplante Anwendung ist die Energieübertragung von Sonnenbatterien auf einer Erdumlaufbahn zur Erde mit einem Mikrowellenstrahl, siehe [NSNV94] für eine genauere Beschreibung des Projektes.

Für die Lösung dieses Problems sind Antennen mit großer Apertur erforderlich, um einen schwach divergenten Strahl zu erhalten. Die Synthese einer Aperturbelegung, die einen maximalen Wirkungsgrad bei der Übertragung in eine andere Apertur ergibt, wurde in der Literatur ausführlich behandelt

(siehe z.B. [UA84]). Da die Kosten für derartige Antenne sehr hoch sind, wurde in [Sha95] der Vorschlag gemacht, unvollständig ausgefüllte Aperturen zu verwenden. Dies führt zu einer Realisierung der Antennen in Form von Arrays. Damit erreicht man eine größere Apertur mit der gleichen aktiven Fläche und der Einschränkung, daß sie unvollständig ausgefüllt ist (siehe Abbildung 4.14). Dadurch kann die Divergenz des Mikrowellenstrahls vermindert werden, wie das Beispiel in Abschnitt 4.4.3 zeigt.

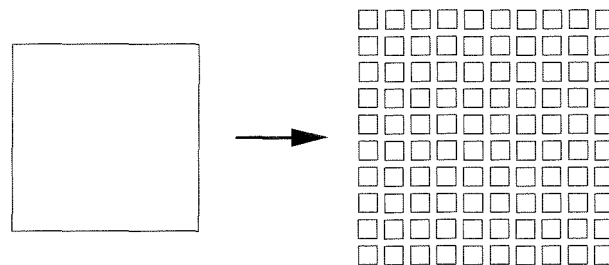


Abbildung 4.14: Unterteilung in Subaperturen bei gleicher aktiver Fläche

4.4.1 Unterschiedliche Antennen

Die Belegung der Feldverteilung mit der bekannten Amplitude im Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus kann allgemein auch als Einführung von Zwangsbedingungen gesehen werden. In [Fie82] wird z.B. die Möglichkeit aufgezeigt, die Phase aus nur einer Amplitudenmessung in der zweiten Apertur zu berechnen. Die Zwangsbedingung in der ersten Apertur ist dann ihre bekannte räumliche Ausdehnung, d.h. außerhalb der Apertur wird das Feld in jedem Iterationsschritt zu Null gesetzt.

Es ist nun naheliegend, diese Zwangsbedingung auch in der zweiten Apertur zu verwenden und dabei auch die Zwischenräume zwischen den Subaperturen in Abbildung 4.14 als „außerhalb“ anzusehen. Dadurch konvergiert diese verallgemeinerte Form des Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus gegen eine Lösung, die hauptsächlich in den aktiven Bereichen der Aperturen liegt (soweit die Beugung dies erlaubt), also einen maximalen Wirkungsgrad erzielt.

Algorithmus 1

BEGIN

$u_2 :=$ Anfangsfeld

 fortfahren := TRUE

 WHILE fortfahren DO

```

 $u_1 := \mathcal{T}^{-1}u_2$ 
 $u_1 := \mathcal{Z}_1u_1$ 
 $u_2 := \mathcal{T}u_1$ 
IF  $u_2 \approx \mathcal{Z}_2u_2$  THEN fortfahren := FALSE
 $u_2 := \mathcal{Z}_2u_2$ 
OD
END

```

Algorithmus 1 zeigt dieses Verfahren in Form eines Pseudocodes. Hierbei repräsentiert u_2 die Feldverteilung der Empfangsapertur und u_1 die der Sendeapertur, \mathcal{T} ist der Feldpropagator. Die Operatoren \mathcal{Z}_1 und \mathcal{Z}_2 führen die Zwangsbedingungen ein. Sie bewirken beim klassischen Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus die Belegung mit der bekannten Amplitude, hier setzen sie das Feld außerhalb des aktiven Bereichs zu Null. Der Abbruchtest ist wieder die Auswertung des Korrelationsintegrals (4.15).

Nach Abbruch der Iteration kann man aus u_1 die Feldverteilung der einzelnen Subaperturen extrahieren und daraus die einzelnen Antennen synthetisieren.

4.4.2 Identische Antennen

Der verallgemeinerte Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus im vorangegangenen Abschnitt hat eher akademischen Wert, da jede Subapertur eine andere Feldverteilung hat. In der Praxis ist es aber kaum möglich, hunderte von verschiedenen Antennen mit einer genau festgelegten Aperturbelegung herzustellen. Deshalb soll im Folgenden ein Algorithmus entwickelt werden, der die Anwendung von Antennen mit einer frei wählbaren (und leicht realisierbaren) Aperturbelegung gestattet.

Der Anschaulichkeit halber wird an dieser Stelle der Propagator (4.39) in seiner eindimensionalen Form benutzt. Felder, die sich in der Form $u(x, y) = v(x)w(y)$ darstellen lassen, können damit berechnet werden. Das Verfahren kann aber auch ohne weiteres mehrdimensional implementiert werden.

Das Feld in der Empfangsapertur ergibt sich also zu

$$u_2(y, z_2) = \mathcal{F}^{-1} e^{-j2\pi(z_2 - z_1)\sqrt{1/\lambda^2 - f_y^2}} \mathcal{F}u_1(y, z_1). \quad (4.80)$$

Wir betrachten ein quadratisches Array nach Abbildung 4.14 in nur einer Dimension. Die Subaperturen sollen die Abmessung a haben und um Δy gegeneinander versetzt sein. Jede Subapertur habe die gleiche Feldbelegung $s(y)$, sie werden aber mit unterschiedlichen komplexen Amplituden A_n angesteuert. Somit erhält man für das Gesamtfeld in der Sendeapertur

$$u_1(y) = \sum_n A_n s(y - n\Delta y), \quad (4.81)$$

wobei die A_n noch unbekannt sind. Sie sollen nun so bestimmt werden, daß die Zwangsbedingungen in der Empfangsapertur möglichst gut erfüllt werden. Mit (4.80) und dem Verschiebungssatz der Fouriertransformation erhält man aus (4.81) das Spektrum des Feldes in der Empfangsapertur:

$$U_2(f_y) = S(f_y) e^{-j2\pi(z_2-z_1)\sqrt{1/\lambda^2-f_y^2}} \sum_n A_n e^{-j2\pi n \Delta y f_y} = \tilde{S} \sum_n A_n e^{-j2\pi n \Delta y f_y}. \quad (4.82)$$

In dieser Gleichung sind U_2 und die A_n noch unbekannt. Für $U_2(f_y)$ besteht die Zwangsbedingung, daß $u_2(y)$ in einem gewünschten Gebiet liegen soll oder eine gewünschte Amplitudenverteilung hat. Für die A_n gibt es keine Zwangsbedingung (sie besteht darin, daß es nur eine endliche Anzahl von A_n gibt).

Die Summe in (4.82) stellt eine Fourierreihe dar. Dadurch bietet sich nun ein dem Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus verwandtes iteratives Fehlerminimierungsverfahren an. Es soll einen Vektor A_n finden, der die Gleichung

$$\frac{U_2}{\tilde{S}} = \sum_n A_n e^{-j2\pi n \Delta y f_y} \quad (4.83)$$

möglichst gut erfüllt. Man startet also mit einer sinnvollen (der gewünschten Feldverteilung in u_2 fouriertransformiert diese und dividiert sie durch \tilde{S} . Dieses Spektrum wird durch die rechte Seite von (4.83) approximiert, mit \tilde{S} multipliziert und in den Ortsbereich zurücktransformiert. Dort wird die Zwangsbedingung auferlegt und man beginnt mit der nächsten Iteration. In Form eines Pseudocodes heißt das:

Algorithmus 2

BEGIN

$$\tilde{S} := e^{-j2\pi \Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - f_y^2}} \cdot \mathcal{F}_S(y)$$

$$u_2 := u_{\text{gewünscht}}$$

fortfahren := TRUE

WHILE fortfahren DO

$$U_2 := \mathcal{F}u_2$$

$$U_2 / = \tilde{S}$$

$$\vec{A} := \mathcal{F}U_2$$

$$U_2 := \mathcal{F}^{-1}\vec{A}$$

$$U_2^* = \tilde{S}$$

$$u_2 := \mathcal{F}^{-1}U_2$$

IF $u_2 \approx \mathcal{Z}_2 u_2$ THEN fortfahren := FALSE

$$u_2 := \mathcal{Z}_2 u_2$$

OD
END

Nach Beendigung der Schleife liegen die optimalen A_n vor. Man beachte, daß die Fouriertransformation zwischen \vec{A} und U_2/\tilde{S} eine Fourierreihe darstellt, die zwischen u_2 und U_2 aber ein Fourierintegral⁶. Die Periode der Fourierreihe A_n – eine Art Spektrum des Spektrums – ist von entscheidender Bedeutung für den Wirkungsgrad η . Die Verhältnisse im Spektralbereich sollen deshalb in Abbildung 4.15 noch einmal verdeutlicht werden. Dort ist die normierte Amplitude in Abhängigkeit von der Wellenzahl aufgetragen.

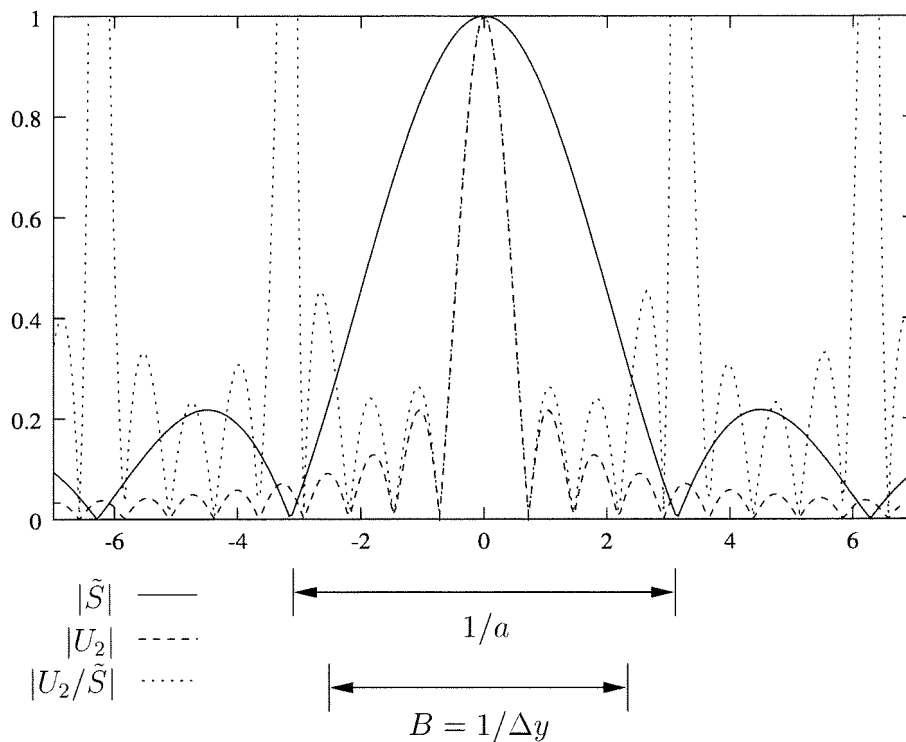


Abbildung 4.15: Verhältnisse im Ortsfrequenzbereich

Die Ausdehnung der Feldverteilung u_2 wird in der Regel größer sein, als eine einzelne Subapertur auf der Sendeseite. Sie wird außerdem weit genug von der Sendeaertur entfernt sein, daß nur Wellen mit relativ kleinem Transversalanteil dort eintreffen. Deshalb wird ihr Fourierspektrum wesentlich schmalbandiger sein, als das der Subaperturen. Dies ist in Abbildung 4.15

⁶Es ist numerisch gesehen auch eine Fourierreihe, aber mit so vielen Koeffizienten, daß sie das Fourierintegral gut approximiert.

durch Spaltfunktionen $\text{si}(f_y)$ verdeutlicht, d.h. es wurde in beiden Fällen eine Rechteckverteilung angenommen. Dadurch ist U_2 bei der ersten Nullstelle von \tilde{S} schon weitgehend abgeklungen, so daß eine Approximation innerhalb dieser Bandbreite ausreichend sein sollte. Die Periode B der Fourierreihe ist kleiner als diese Bandbreite wegen $\Delta y > a$, d.h. die Subaperturen überschneiden sich nicht. Deshalb hat die Approximation auch nur in diesem Bereich einen Sinn. Die Qualität der Approximation innerhalb B hängt nun ausschließlich von der Anzahl der verwendeten Antennen ab ($\hat{=}$ Anzahl der Abtastpunkte innerhalb B).

Die Beschränkung von B auf den Bereich $B < 1/a$ ist ein Vorteil, denn an den Nullstellen von \tilde{S} ergeben sich Pole von U_2/\tilde{S} , die durch eine Fourierreihe schlecht approximiert werden. Außerhalb der Bandbreite B wird die Approximation in der Regel schlecht sein. Das ist aber kein gravierender Nachteil, da dieser Bereich bei der Multiplikation mit \tilde{S} stark abgedämpft wird, was ebenfalls dem abklingenden Spektrum U_2 entspricht.

Ein interessanter Aspekt ist die Tatsache, daß Algorithmus 1 ein Spezialfall von Algorithmus 2 ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn Δy so klein ist, daß es der Abtastrate entspricht, dadurch erhält man $\Delta y = a$ und die Subaperturen werden zu Punktquellen $s(y) = \delta(y)$ deren Spektrum $S(f_y) = 1$ ist. In diesem Fall sind dann auch die FFT's für \vec{A} und U_2 identisch, d.h. die A_n entsprechen der (kontinuierlichen) Aperturbelegung u_1 .

4.4.3 Beispiel zur drahtlosen Energieübertragung

Am Beispiel der eingangs erwähnten Solarenergiegewinnung per Satellit sollen beide Algorithmen nun noch einmal demonstriert werden. Das Projekt SPS 2000 der Japanischen Raumfahrtbehörde [NSNV94] wird Satelliten verwenden, die die Erde auf einer äquatorialen Umlaufbahn in 1100 km Höhe umkreisen, siehe Abbildung 4.16. Die gewonnene Energie wird mit einem schwach divergenten Mikrowellenstrahl bei der ISM-Frequenz 2.45 GHz abgestrahlt. Die Sendeantenne hat eine Ausdehnung von $132\text{ m} \times 132\text{ m}$ und die Empfangsantenne von $1\text{ km} \times 1\text{ km}$.

In [Gar97] wurde nun vorgeschlagen, die Sendeantenne in 10×10 Subaperturen aufzuteilen und gemäß Abbildung 4.14 um den Faktor 1.06 zu strecken. Dabei bleibt die aktive Fläche erhalten. Man hat also ein Array von Subaperturen mit $13.2\text{ m} \times 13.2\text{ m}$, die 14 m voneinander separiert sind. Auf diese Anordnung sollen nun die Algorithmen angewendet werden, um sie mit dem Ergebnis aus [Gar97] zu vergleichen. Dort wurde eine semianalytische Methode verwendet, die für die Subaperturen nur eine Rechteckverteilung erlaubt und für die Empfangsapertur eine aktive Fläche in Form eines Rechtecks. Die quadratische Anordnung erlaubt es, eindimensional zu rechnen und die

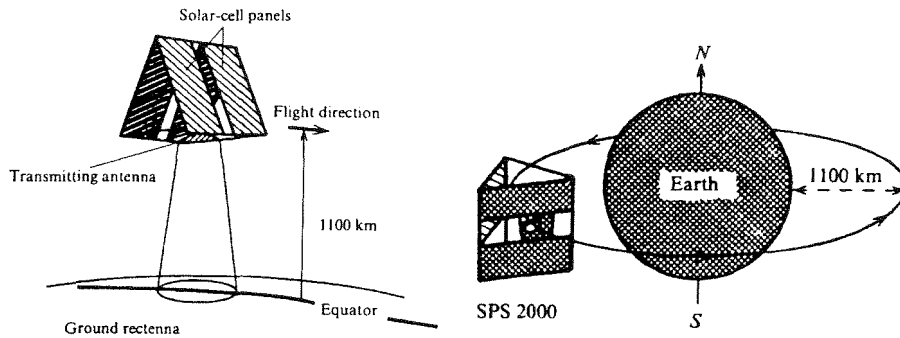


Abbildung 4.16: Das Projekt SPS 2000 (aus [NSNV94])

zweite Dimension durch Multiplikation zu erfassen. Das Gesamtfeld ist also $\tilde{u}(x, y) = u(x)u(y)$. Der Terminologie aus [Gar97] folgend wird der Wirkungsgrad zu

$$\Lambda = \frac{\int_{-b/2}^{+b/2} u^2 dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^2 dy} \quad (4.84)$$

definiert. Dabei ist b die Größe der Empfangsapertur (1 km). Der Wert Λ^2 ergibt dann den zweidimensionalen Wirkungsgrad. Für die kompakte Apertur kann nach [Gar97] $\Lambda^2 = 0.546$ erzielt werden.

Um das Ergebnis mit [Gar97] vergleichen zu können, soll hier dieselbe Feldverteilung in den Subaperturen verwendet werden, d.h. eine Rechteckverteilung (konstantes Feld in der Subapertur). Abbildung 4.17 zeigt das Feld $|\tilde{s}(y)|$ einer einzelnen Subapertur bzw. Antenne in der Empfangsebene. Wenn man nun Algorithmus 2 mit der Anordnung nach [Gar97] startet, konvergiert er nach ca. 10 Iterationen gegen das Feld $|u_2(y)|$ in Abbildung 4.18. Man sieht noch deutlich die Periodizität von $|\tilde{s}(y)|$, da nur 10 Antennen verwendet wurden. Für diese Anordnung ergibt sich ein Wirkungsgrad von $\Lambda^2 = 0.583$, was gegenüber der kompakten Apertur eine Steigerung um 7% bedeutet. In [Gar97] wurde hier der Wert $\Lambda^2 = 0.581$ erhalten. Die Ursache für die Differenz könnte darin liegen, daß in [Gar97] die Fresnelapproximation verwendet wurde und hier (4.80).

Abbildung 4.19 zeigt die zugehörigen Amplituden $|A_n|$. Man sieht die Ähnlichkeit zum Ergebnis von Algorithmus 1 in Abbildung 4.20. Hier wurde $\Lambda^2 = 0.615$ erreicht, was einer nochmaligen Steigerung um 6% entspricht. Das Feld $|u_2(y)|$ für diesen Fall ähnelt Abbildung 4.18, es hat dann etwas geringere Seitenmaxima. Praxisrelevant ist allerdings nur Algorithmus 2.

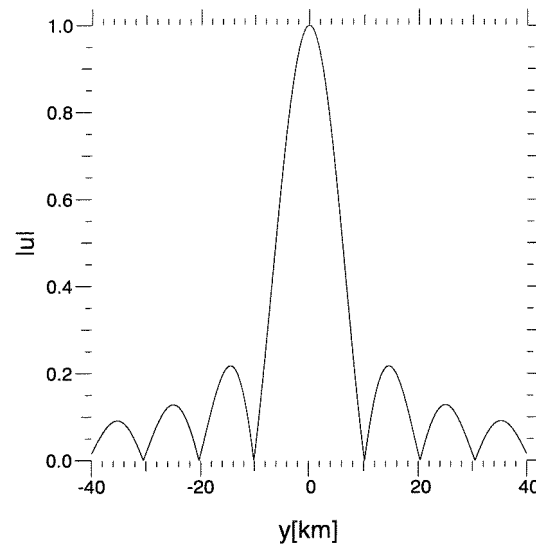


Abbildung 4.17: Feld $|\tilde{s}(y)|$ einer einzelnen Sendeantenne in der Empfangsebene

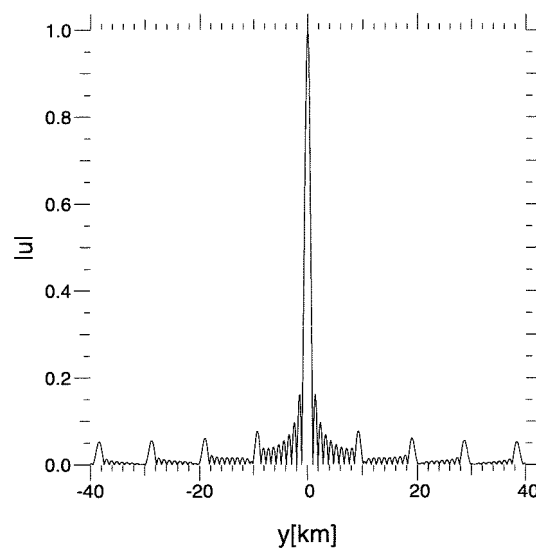
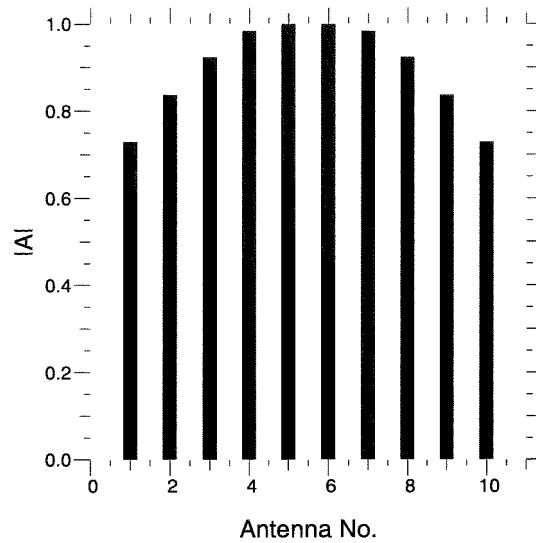
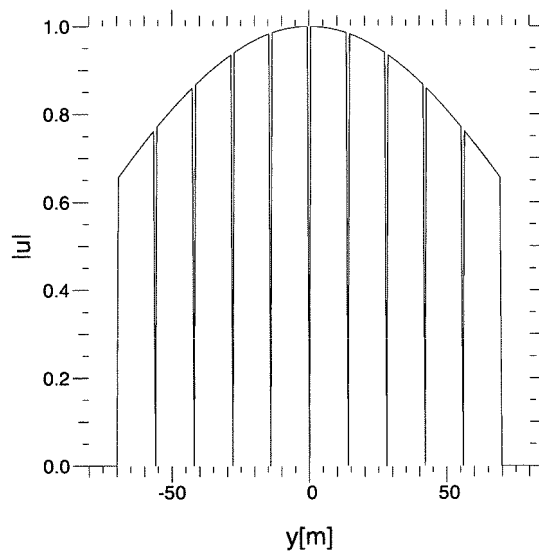


Abbildung 4.18: Gesamtfeld $|u_2(y)|$, von 10 identischen Subaperturen generiert

Abbildung 4.19: Amplituden $|A_n|$, die das Feld in Abbildung 4.18 erzeugenAbbildung 4.20: Feldverteilung $|u_1(y)|$ in der Sendea­p­er­tur für 10 nicht­iden­ti­sche Antennen

Eine Steigerung des Wirkungsgrades kann nun noch erreicht werden, indem man eine optimale Feldverteilung für die Antennen verwendet oder den Abstand Δy variiert. Es ist auch vorstellbar, ein Antennenarray zum Empfang zu verwenden. Dies ist mit Algorithmus 2 möglich, da die Zwangsbedingungen und das Feld der Sendeantennen beliebig festgelegt werden können.

Kapitel 5

Synthese der Reflektoroberfläche

Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus liefert einen Phasenkorrektor nach (4.23). Man könnte ihn in Form einer dünnen Linse implementieren, was sich jedoch aufgrund thermischer Probleme in der Hochleistungstechnik verbietet. Es muß also nun eine Reflektoroberfläche gefunden werden, die aufgrund ihrer Elevation die gewünschte Phasenverschiebung erzeugt. Da die Amplitudenverteilung bei der Reflexion erhalten bleiben soll, kommen an dieser Stelle nur flache Reflektoren nach Abschnitt 4.2.1 in Frage. Sie können nach (4.10) als Phasenkorrektoren angesehen werden.

Man könnte nun direkt aus (4.10) die Elevation zu

$$\Delta z(x, y) = \frac{\Delta\varphi(x, y)}{2k_0 \cos \alpha} \quad (5.1)$$

berechnen. Leider ist dies in den seltensten Fällen möglich. Der Phasenkorrektor „weiß“ nicht, daß er in Form eines Reflektors implementiert werden soll. Die Phase $\Delta\varphi$ liegt im Bereich $-\pi \leq \Delta\varphi < \pi$, d.h. beim Übergang von $-\pi$ zu π würde ein 2π -Sprung in der Reflektoroberfläche auftreten, obwohl kein Phasensprung vorliegt. Solche Sprünge sind aber unerwünscht, da sie scharfe Kanten und somit Feldstärkeüberhöhungen hervorrufen. Außerdem sind sie schwierig herzustellen und bewirken unerwünschte Kantenbeugungseffekte.

Das Problem der 2π -Sprünge kann umgangen werden, indem man die Oberfläche gemäß

$$\Delta z(x, y) = \frac{\Delta\varphi(x, y) + 2\pi n(x, y)}{2k_0 \cos \alpha} = \frac{\Delta\tilde{\varphi}(x, y)}{2k_0 \cos \alpha} \quad (5.2)$$

definiert. Hierbei ist $n : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{G}$ eine ganze Zahl, die so bestimmt wird, daß – bei Erfüllung des Abtasttheorems – die Phasendifferenz zwischen zwei benachbarten Punkten immer kleiner als π ist. Die Ermittlung der Funktion n wird im Folgenden als „Abrollen“ (engl. *unwrapping*) bezeichnet.

Für das eindimensionale Problem existiert immer eine Lösung für n . Wenn die abgetastete Funktion $\Delta\varphi(x)$ in Form eines Vektors $\Delta\varphi_k$ vorliegt, so erhält man für die abgerollte Phase

$$\Delta\tilde{\varphi}_{k+1} = \Delta\varphi_{k+1} + 2\pi g \left(\frac{\Delta\tilde{\varphi}_k - \Delta\varphi_{k+1}}{2\pi} \right). \quad (5.3)$$

Hierbei bezeichnet g die Rundung zur nächsten ganzen Zahl. Der erste Punkt $\Delta\tilde{\varphi}_1 = \Delta\varphi_1$ ist dabei der Startpunkt, an dem sich alle folgenden Punkte orientieren. Da sich $\Delta\tilde{\varphi}$ und $\Delta\varphi$ nur durch ganzzahlige Vielfache von 2π unterscheiden, repräsentieren sie den gleichen Phasenkorrektor.

Im zweidimensionalen Fall entsteht in der Praxis meist das Problem, daß man in der x - y -Ebene geschlossene Pfade finden kann, bei denen die Phase entlang des Pfades eine oder mehrere Perioden durchläuft. D.h. irgendwo auf dem geschlossenen Pfad muß sich ein $2\pi n$ -Sprung befinden.

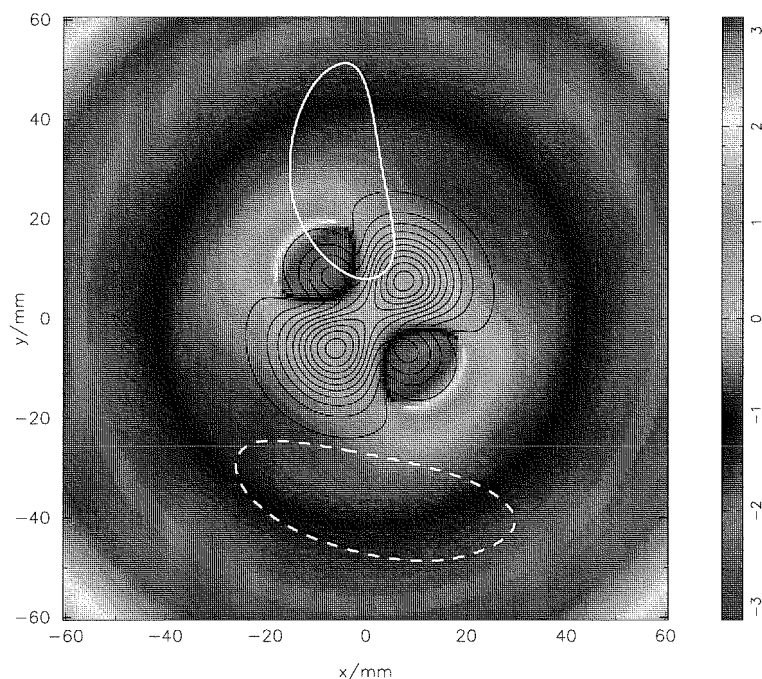


Abbildung 5.1: Nicht lösbares Abrollproblem

Abbildung 5.1 zeigt als akademisches Beispiel das Aperturfeld einer Mischung

aus einem fundamentalen Gaußstrahl und einem Gauß-Hermite-Strahl erster Ordnung (siehe [Hau84]) in x und y . Die Amplitude ist durch schwarze Höhenlinien dargestellt und die Phase durch eine zyklische Farbskala. Dadurch haben $+\pi$ und $-\pi$ die gleiche Farbe, da es sich um den gleichen Phasenwinkel handelt. In Abbildung 5.1 entspricht dies identischen Graustufen. Hierdurch sieht man beim Übergang von $+\pi$ zu $-\pi$ auch keine sprunghaften Übergänge.

Die gestrichelte weiße Linie in Abbildung 5.1 beschreibt nun einen geschlossenen Weg, der nach dem eindimensionalen Abrollen der Phase den gleichen Wert an Anfang und Ende aufweist. Bei der durchgezogenen Linie durchläuft man eine Periode, d.h. Anfangs- und Endpunkt haben eine Differenz von 2π . In der Interferometrie spricht man in diesem Fall von einem Residuum¹ (siehe [GZW88]). Man könnte daher in Analogie zur Feldtheorie ein unlösbares Abrollproblem als „wirbelbehaftet“ und ein lösbares als „wirbelfrei“ bezeichnen.

Die quadratische Phasenverteilung eines fundamentalen Gaußstrahls besitzt keine Residuen und ist damit abrollbar. In der Praxis sind die meisten Probleme jedoch residuenbehaftet und damit nicht exakt abrollbar. Aus diesem Grund wird in Abschnitt 5.2 ein Verfahren vorgestellt, mit dem das Abrollproblem dennoch näherungsweise gelöst werden kann. Der Vollständigkeit halber wird jedoch im nächsten Abschnitt kurz auf das direkte Abrollen eingegangen.

5.1 Direktes Abrollen

Wie in der Einleitung zu diesem Kapitel erläutert, kann ein residuenbehaftetes Abrollproblem nicht exakt ohne 2π -Sprünge gelöst werden. Das Ziel vieler Algorithmen (siehe z.B. [GZW88]) ist es daher ein $n(x, y)$ in (5.2) zu finden, bei dem ein Minimum an 2π -Sprüngen auftritt. Sie sind aber alle nicht in der Lage, die 2π -Sprünge zu eliminieren, da die Sprünge ein inhärentes Problem der Phasenverteilung sind.

Als Beispiel soll hier der einfachste direkte Abrollalgorithmus angeführt werden. Er basiert auf einem quadratischen Gebiet, das im Zentrum des Phasenbildes startet und sich vergrößert. Dabei werden die äußeren Punkte, die während der Vergrößerung in das Gebiet eintreten, auf die inneren Punkte abgerollt.

Dies ist in Abbildung 5.2 illustriert. In jedem Schritt werden von der Mitte der Kanten des Quadrats ausgehend acht Punkte abgerollt. Sie werden hier als Jungfernpunkte bezeichnet und sind grau schattiert. Dazu wird aus

¹Dies ist nicht zu verwechseln mit Residuen bei komplexen Funktionen.

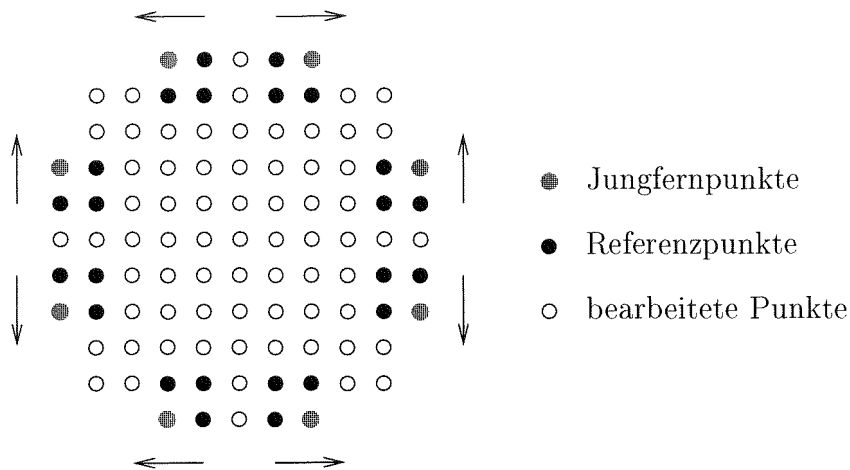


Abbildung 5.2: Direktes Abrollverfahren

jeweils drei Referenzpunkten (schwarz) der Mittelwert gebildet. Dieser Mittelwert bildet dann den Wert $\Delta\tilde{\varphi}_k$ in (5.3) auf den der Jungfernpunkt $\Delta\varphi_{k+1}$ abgerollt wird.

Das Abrollergebnis des Problems aus Abbildung 5.1 mit diesem Algorithmus ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Man sieht deutlich die 2π -Sprünge. Die lokal auftretenden Residuen haben somit unerwünschte globale Auswirkungen.

5.2 Pfadloses Abrollen

Soll das Abrollproblem exakt gelöst werden, sind 2π -Sprünge unvermeidbar. Für die Reflektorsynthese sind jedoch Eigenschaften wie Glattheit und damit Herstellbarkeit wichtiger. Deshalb soll das Abrollproblem nun näherungsweise, aber dafür unter Vermeidung von Sprüngen gelöst werden.

Da die Suche nach einem bestimmten Abrollpfad stets zu 2π -Sprüngen führt, soll ein Variationsansatz verwendet werden. Dadurch wird die Phasenverteilung „als Ganzes“ gesehen, ohne bestimmte Pfade zu bevorzugen.

Es liege die Phasenverteilung $\varphi(x, y) = \arg(u)$ mit $-\pi \leq \varphi < \pi$ vor. Die abgerollte Phase $\tilde{\varphi}$ kann bei Anwesenheit von Residuen keine stetige Funktion sein. Aus den oben genannten Gründen soll nun eine stetige Funktion $\xi(x, y)$ gesucht werden, deren Euklidischer Abstand zu $\tilde{\varphi}$ minimal ist:

$$\|\tilde{\varphi} - \xi\|^2 = \iint_A (\tilde{\varphi} - \xi)^2 dx dy \rightarrow \min. \quad (5.4)$$

Bis jetzt ist aber nur $\varphi = \tilde{\varphi} \% 2\pi$ bekannt, deshalb kann (5.4) nicht zur Berechnung von ξ herangezogen werden. Man weiß aber, daß zwei Funktionen

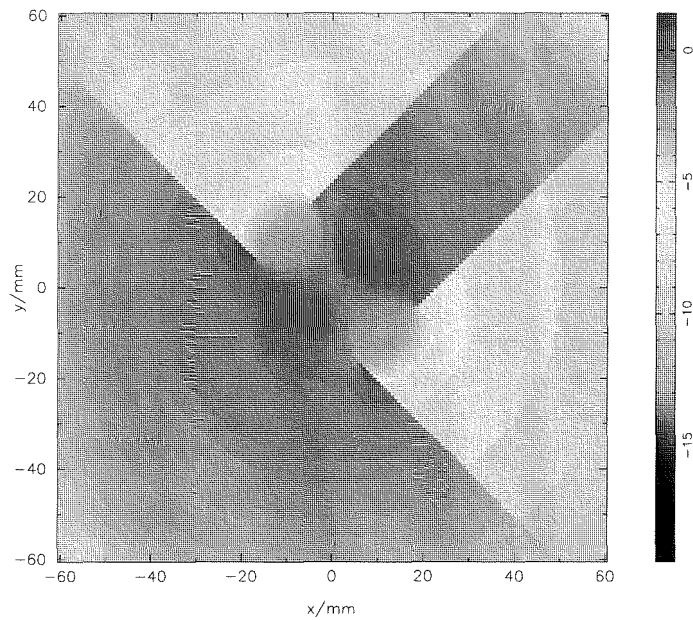


Abbildung 5.3: Abrollergebnis mit dem direkten Verfahren

bis auf eine Konstante gleich sind, wenn ihre Gradienten gleich sind. Eine konstante Phasenverschiebung wirkt sich jedoch nicht auf die Feldverteilung aus, so daß

$$I = \|\nabla\tilde{\varphi} - \nabla\xi\|^2 = \iint_A \left[\left(\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial x} - \frac{\partial\xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial y} - \frac{\partial\xi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \rightarrow \min. \quad (5.5)$$

die gleiche Aufgabe erfüllt.

Das Rechengebiet kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf den Bereich $(-\pi \leq x < \pi, -\pi \leq y < \pi)$ skaliert werden. Dann kann man ξ durch die Fourierreihe

$$\xi(x, y) = \sum_{i=-n/2}^{n/2-1} \sum_{k=-m/2}^{m/2-1} c_{ik} e^{j(ix+ky)}. \quad (5.6)$$

darstellen. Hierbei handelt es sich um eine stetige Funktion. Wenn n und m gleich der Anzahl der Abtastpunkte in x und y sind, gibt diese Fourierreihe eine Funktion exakt wieder.

Um (5.5) stationär zu machen, muß zuvor $\nabla\tilde{\varphi}$ berechnet werden. Dies wird durch einen speziellen Finite-Differenzen-Operator möglich. Man betrachte

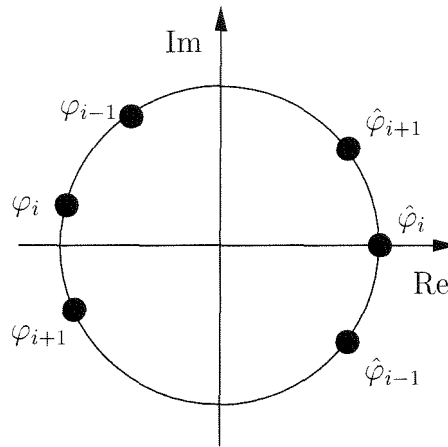


Abbildung 5.4: Phasennormierung

dazu die benachbarten Punkte φ_{i-1} , φ_i und φ_{i+1} in Abbildung 5.4. Die Ableitung der Phase im Punkt φ_i darf nicht durch bloßes Subtrahieren des Wertes φ_{i-1} von φ_{i+1} erfolgen, da der Wert $\pm\pi$ zwischen Ihnen liegt. Wenn man aber stattdessen die Phase $\hat{\varphi}$ der Funktion $e^{j\varphi}/e^{j\varphi_i}$ verwendet, so bleibt die Phasendifferenz erhalten und sie entspricht $\hat{\varphi}_{i+1} - \hat{\varphi}_{i-1}$. Da das Abtasttheorem erfüllt ist, kann die Differenz zwischen zwei Punkten nie größer als π werden. Damit gibt der modifizierte Finite-Differenzen-Operator

$$\left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x} \right|_{i,k} \approx \frac{\arg\left(\frac{\exp(j\varphi_{i+1,k})}{\exp(j\varphi_{i,k})}\right) - \arg\left(\frac{\exp(j\varphi_{i-1,k})}{\exp(j\varphi_{i,k})}\right)}{4\pi} n \quad (5.7)$$

$$\left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} \right|_{i,k} \approx \frac{\arg\left(\frac{\exp(j\varphi_{i,k+1})}{\exp(j\varphi_{i,k})}\right) - \arg\left(\frac{\exp(j\varphi_{i,k-1})}{\exp(j\varphi_{i,k})}\right)}{4\pi} m \quad (5.8)$$

die korrekten Phasendifferenzen in jedem Punkt (bei äquidistanter Abtastung).

Da die FFT ein diskretes Spektrum erzeugt, muß $\hat{\varphi}$ als eine in x und y periodische Funktion angesehen werden. Das heißt, daß (5.7) und (5.8) für $i = n/2 - 1$ bzw. $k = m/2 - 1$ die Phasendifferenz zwischen $\hat{\varphi}_{-n/2,k}$ und $\hat{\varphi}_{n/2-1,k}$ bzw. $\hat{\varphi}_{i,-m/2}$ und $\hat{\varphi}_{i,m/2-1}$ angeben müssen. Da diese Punkte am jeweils gegenüberliegenden Rand des Rechengebietes liegen, ist für sie das Abtasttheorem im allgemeinen nicht erfüllt. Deshalb gewinnt man diese Werte

durch Integration der Ableitung mittels der Trapezregel:

$$\left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x} \right|_{n/2-1,k} = - \sum_{i=-n/2}^{n/2-2} \left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x} \right|_{i,k} \quad (5.9)$$

$$\left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} \right|_{i,m/2-1} = - \sum_{k=-m/2}^{m/2-2} \left. \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} \right|_{i,k}. \quad (5.10)$$

Wenn $\hat{\varphi}$ eine gerade Funktion ist, sind die Werte von (5.7) und (5.8) identisch zu (5.9) und (5.10).

Nun muß (5.5) stationär gemacht werden. Wegen der Orthogonalität der Basisfunktionen kann man die gesuchten Koeffizienten c_{ik} direkt erhalten, indem man (5.6) in (5.5) einsetzt, nach den c_{ik} ableitet und $\delta I = 0$ setzt. Man erhält schließlich

$$c_{ik} = \frac{id_{ik} + ke_{ik}}{j(i^2 + k^2)}. \quad (5.11)$$

Hierbei repräsentieren d_{ik} und e_{ik} die Fourierkoeffizienten von $\partial \hat{\varphi} / \partial x$ and $\partial \hat{\varphi} / \partial y$, die durch FFT gewonnen wurden. Aus den c_{ik} läßt sich nun ξ durch Fourierrücktransformation ermitteln.

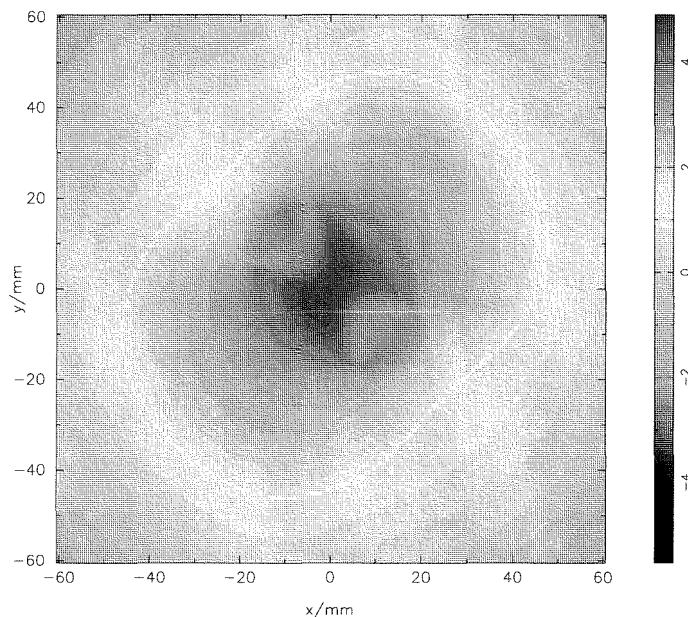


Abbildung 5.5: Abrollergebnis mit dem Variationsansatz

Abbildung 5.5 zeigt das Abrollergebnis des Problems aus Abbildung 5.1 mit dem Variationsansatz. Man sieht, daß die Oberfläche glatt ist, aber nicht mehr exakt dem ursprünglichen Phasenkorrektor entspricht. Wie Abschnitt 6.1 zeigt, ist das Verfahren für praktische Anwendungen dennoch exakt genug, zumal es für lösbare Probleme auch das exakte $\hat{\varphi}$ erzeugt, d.h. in (5.5) erhält man $I = 0$.

Die hier besprochene Methode eignet sich auch gut zur Anwendung in der Interferometrie, da sie durch die Fehlerquadratminimierung relativ unempfindlich gegenüber Störsignalen ist.

Aus der jüngeren Literatur ist ein ähnliches Verfahren bekannt (siehe [SDC96]). Die Vorteile des hier beschriebenen Verfahrens gegenüber dem letztgenannten sind höhere Rechengeschwindigkeit (FFT gegenüber Minimierung durch das Konjugierte-Gradienten-Verfahren) und höhere Genauigkeit ([SDC96] minimiert $\|\nabla^2\hat{\varphi} - \nabla^2\xi\|^2$ und kann daher lineare Phasenänderungen nicht berücksichtigen).

5.3 Herstellbarkeit

Im Gegensatz zum Beispiel aus dem vorangegangenen Abschnitt ist die gewonnene Oberfläche

$$\Delta z(x, y) = \frac{\xi(x, y)}{2k_0 \cos \alpha} \quad (5.12)$$

in der Praxis meist sehr unregelmäßig und komplex. Dies erschwert die Herstellung, die in der Regel auf CNC-Fräsmaschinen mit einem Kugelfräser erfolgt. Um die Herstellungszeit kurz und damit den Preis niedrig zu halten, ist es wünschenswert, möglichst große Kugelfräser einzusetzen.

Es ist einleuchtend, daß der Radius des Fräskopfes kleiner sein muß als der kleinste Krümmungsradius der Reflektoroberfläche. Da der Abrollalgorithmus auf diese Problematik keine Rücksicht nimmt, müssen die Daten der Oberfläche noch zusätzlich bearbeitet werden, bevor man sie in eine CNC-Maschine eingeben kann. Im Folgenden wird ein Algorithmus abgeleitet, der den Datensatz dahingehend verändert, daß ein vorgegebener Mindestkrümmungsradius nicht unterschritten wird. Da ebene Flächen einen unendlichen Krümmungsradius r_x bzw. r_y aufweisen, ist es aus numerischer Sicht günstiger, mit der Krümmung $k = r^{-1}$ zu arbeiten, d.h. eine Maximalkrümmung k_{\max} darf nicht überschritten werden.

Die Oberfläche sei durch eine Matrix z_{ij} beschrieben. Sie enthält die äquidistanten Abtastwerte in x (Index i) und y (Index j). Die Schrittweite betrage Δx bzw. Δy .

Die Krümmung einer Oberfläche in x - bzw. y -Richtung ist

$$k = \frac{\xi''}{\sqrt{(1 + \xi'^2)^3}}. \quad (5.13)$$

Sie kann mittels finiter Differenzen in jedem Punkt bestimmt werden:

$$k_{ij}^x = \frac{z_{i+1,j} + z_{i-1,j} - 2z_{i,j}}{\Delta x^2 \{1 + (z_{i+1,j} - z_{i-1,j})^2 / 4\Delta x^2\}^{3/2}} \quad (5.14)$$

$$k_{ij}^y = \frac{z_{i,j+1} + z_{i,j-1} - 2z_{i,j}}{\Delta y^2 \{1 + (z_{i,j+1} - z_{i,j-1})^2 / 4\Delta y^2\}^{3/2}}. \quad (5.15)$$

Die weitere Vorgehensweise ist nun denkbar einfach: Man bestimmt in jedem Punkt die Krümmungen k_{ij}^x und k_{ij}^y . Dann werden die Punkte markiert, bei denen entweder k_{ij}^x oder k_{ij}^y den zulässigen Wert übersteigt. Diese Punkte bekommen anschließend den Wert

$$z_{ij} := \frac{z_{ij} + \frac{\Delta y (z_{i+1,j} + z_{i-1,j}) + \Delta x (z_{i,j+1} + z_{i,j-1})}{2\Delta x + 2\Delta y}}{2} \quad (5.16)$$

zugewiesen. Der neue Wert ist also der Mittelwert aus dem alten Wert und dem Mittelwert der vier Nachbarpunkte. Dadurch wird die Oberfläche an dieser Stelle glatter. Diese Prozedur wird so lange wiederholt, bis die maximal zulässige Krümmung an keiner Stelle mehr überschritten wird. Bei dem in Abschnitt 6.1 beschriebenen Reflektor waren beispielweise 9 Wiederholungen nötig für einen Kugelfräser mit 10 mm Radius.

Kapitel 6

Praktische Anwendungen

Zum Abschluß soll nun die praktische Anwendung der hier beschriebenen Verfahren demonstriert werden. In den ersten beiden Abschnitten dieses Kapitels wird mit Hilfe des Freiraumpropagators aus Abschnitt 4.3.1 und des Abrollverfahrens aus Abschnitt 5.2 ein Reflektor synthetisiert. Anschließend wird der resultierende Ausgangsstrahl im Hochleistungsbetrieb vermessen und analysiert. Hierbei wird intensiver Gebrauch von der Möglichkeit gemacht, gekippte Aperturen zu verwenden. Die Vorteile des Variationsansatzes aus Abschnitt 5.2 werden bei der Synthese des residuenbehafteten Reflektors sichtbar.

Zur Demonstration des Propagators in Zylinderkoordinaten im dritten Abschnitt werden Meßdaten verwendet, die freundlicherweise vom Institut für Angewandte Physik (IAP) Nishny Novgorod (Rußland) zur Verfügung gestellt wurden.

6.1 Synthese eines Reflektors

Zur Untersuchung der Eigenschaften von Gyrotrons mit koaxialem Resonator wurde am Forschungszentrum Karlsruhe ein 165 GHz, 1.5 MW-Gyrotron aufgebaut (siehe [PBD⁺98] für technische Details). Der Vorgängertyp dieses Gyrotrons besaß einen komplizierten Modenwandler, bei dem die Arbeitsmode zunächst in eine Flüstergaleriemode (siehe Abschnitt 3.1.1) gewandelt werden mußte, um die Leistung in zwei gleich große Ausgangsstrahlen aufteilen zu können. Dies war nötig, um die Leistung auf zwei Ausgangsfenster zu verteilen und so eine bessere Abführung der Verlustwärme zu ermöglichen. In der Zwischenzeit wurde CVD-Diamant als neues Fenstermaterial verfügbar. Sein niedriger Verlustfaktor und seine hohe Wärmeleitfähigkeit prädestinieren dieses Material für den Einsatz als Gyrotronausgangsfenster. Rechnun-

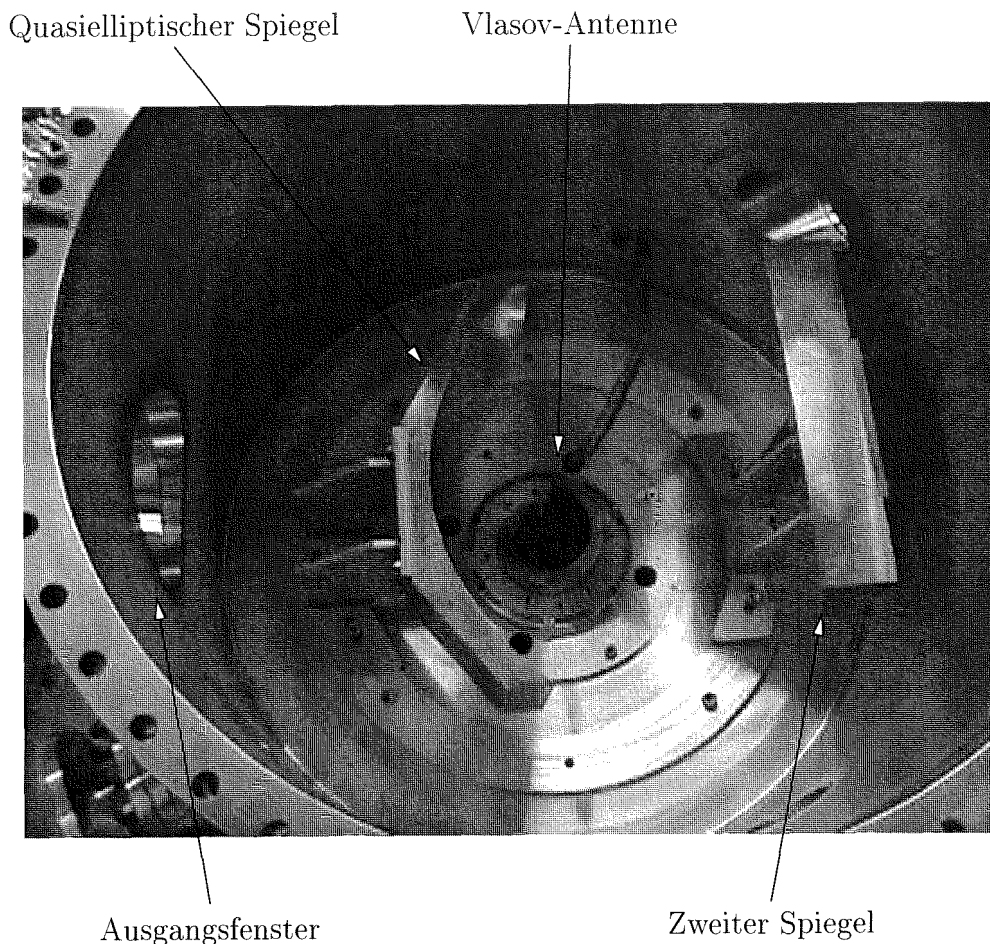


Abbildung 6.1: Vakuumbehälter des $TE_{31,17}$ -Gyrotrons

gen ergaben, daß damit Ausgangsleistungen um 2 MW übertragen werden können. Deshalb wurde für den Nachfolgetyp ein Wandler mit nur einem Ausgangsfenster entwickelt. Es handelt sich um einen „klassischen“ quasi-optischen Wandler nach Abbildung 2.4 mit einer Vlasov-Antenne und zwei Reflektoren. Der erste ist ein quasielliptischer Spiegel nach Abschnitt 4.1. Der zweite Spiegel wurde mit dem Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus synthetisiert. Da ein solcher Reflektor weder parabolisch noch elliptisch ist, wird er als nichtquadratisch bezeichnet. Abbildung 6.1 zeigt ein Foto des Vakuumbehälters mit den Komponenten des Modenwandlers.

Das Ziel der Reflektorsynthese soll es sein, auf dem Fenster eine möglichst homogene Feldverteilung zu erhalten. Dadurch werden lokale Überhitzungen und damit mechanische Spannungen im Fenster vermieden. Ausgangspunkt

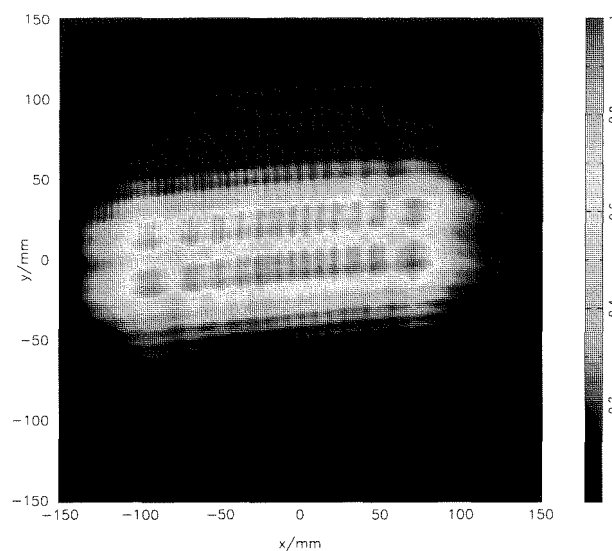


Abbildung 6.2: Normierte Feldverteilung auf dem zweiten Spiegel

der Synthese ist die Feldverteilung auf dem zweiten Spiegel in Abbildung 6.2. Sie wurde mit den Methoden aus den Abschnitten 3.5, 4.2.2 und 4.3.1 berechnet.

Wenn man zunächst annimmt, daß der zweite Spiegel eben ist, würde man im Fenster ein Feldbild gemäß Abbildung 6.3 links erhalten. Der weiße Kreis deutet die Fensteröffnung an. Man sieht, daß ein großer Teil der Leistung nicht durch das Fenster tritt und damit verloren geht. Rechts im Bild ist deshalb die gewünschte homogene Feldverteilung dargestellt. Sie liegt vollständig innerhalb des Fensters und vermeidet lokale Temperaturüberhöhungen. Damit sind alle nötigen Eingangsgrößen bekannt, und man kann nun mit dem Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus die gewünschte Amplitudenverteilung aus der gegebenen Feldverteilung in Abbildung 6.2 erzeugen. Die Aperturen des Spiegels und des Fensters sind nicht parallel, so daß hier der Propagator aus Abschnitt 4.3.1 zum Einsatz kommen muß.

Das Ergebnis der Synthese ist in Abbildung 6.4 zu sehen. Man sieht, daß die gewonnene Feldverteilung nicht exakt mit der gewünschten übereinstimmt. Dies liegt zum einen darin begründet, daß die gewünschte Feldverteilung unphysikalisch ist (kein Feld außerhalb des Fensters) und zum anderen darin, daß sie nur durch einen Phasenkorrektor aus einem gegebenen Feld erzeugt werden kann. Das Ergebnis in Abbildung 6.4 wurde nach 40 Iterationsschritten erreicht. Das Skalarprodukt aus Gleichung (4.15) zwischen gegebener und gewünschter Feldverteilung beträgt 98.6%. Dieser Wert verschlechtert

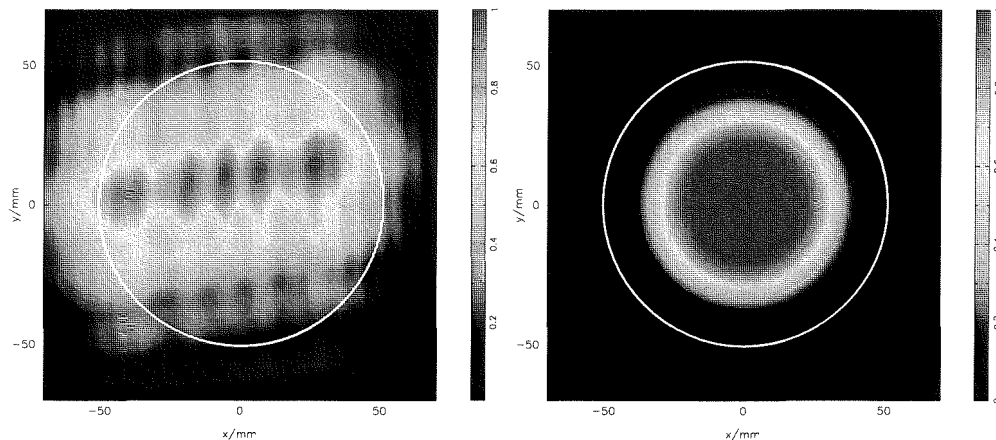


Abbildung 6.3: Feldverteilung im Fenster mit ebenem zweiten Spiegel (links) und gewünschte Feldverteilung (rechts)

sich etwas, da das resultierende Feld bis hierher mit dem exakten Phasenkorrektor berechnet wurde. Da er Residuen enthält, ist kein exaktes Abrollen möglich, so daß sich das Skalarprodukt nach Synthese der Oberfläche auf 96.5% verschlechtert. Dies kommt einerseits durch die Abweichung im Bereich der Residuen und andererseits durch die Glättung der Oberfläche für die Herstellung. Sie wurde mit dem Algorithmus aus Abschnitt 5.3 für einen Kugelfräser mit 10 mm Radius angepaßt.

Die Feldverteilungen im Fenster mit dem exakten und dem angenäherten Phasenkorrektor sehen für das menschliche Auge praktisch gleich aus. Der Transmissionsfaktor nach Abschnitt 4.3.1 ergibt sich zu 98.3%.

Abbildung 6.5 zeigt ein Foto des zweiten Spiegels. Man erkennt deutlich die Stellen, an denen sich Residuen befinden, und die bei direktem Abrollen zu 2π -Sprüngen geführt hätten. Die wellenartigen Strukturen links oben am Spiegel sind auf Aliasing zurückzuführen, da sich das Feld durch die FFT periodisch im Raum fortsetzt. Sie wirken sich aber nicht störend aus, da das Feld an dieser Stelle sehr schwach ist (sonst hätte man dort auch kein Aliasing).

Im nächsten Abschnitt soll nun überprüft werden, inwieweit die berechneten Felder mit der Realität übereinstimmen.

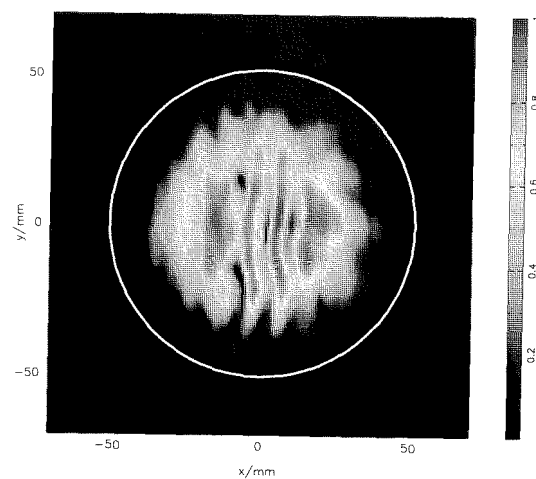


Abbildung 6.4: Feldverteilung im Fenster

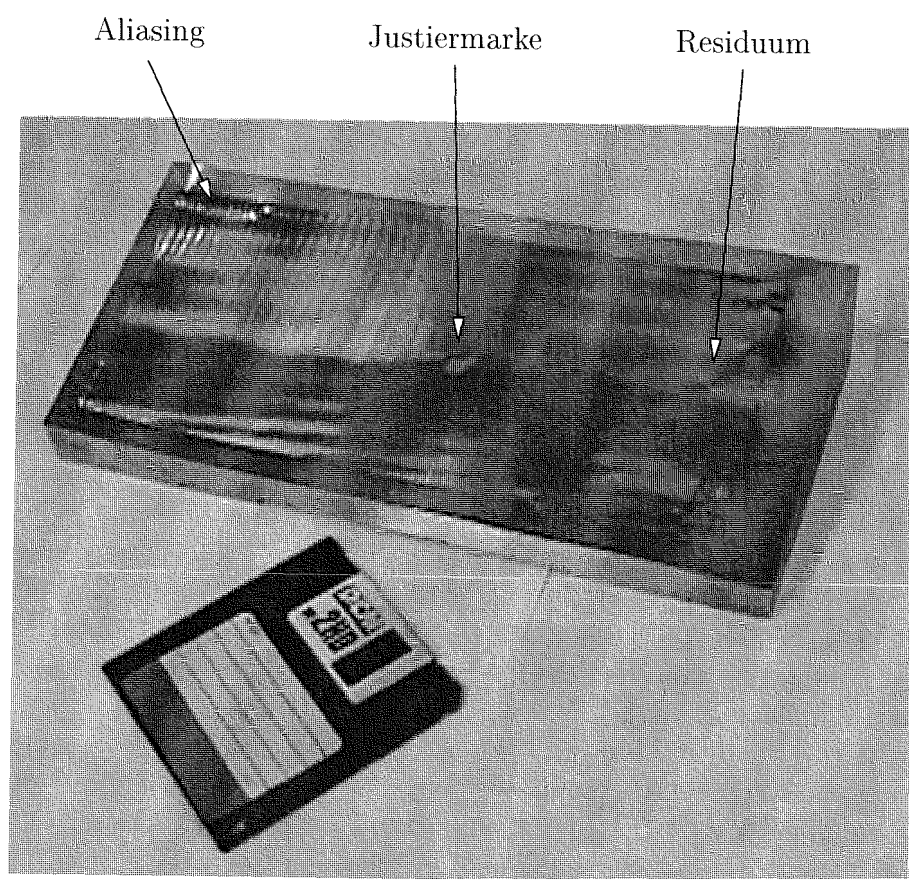


Abbildung 6.5: Zweiter Spiegel

6.2 Analyse des Ausgangsstrahls

Die hohe Ausgangsleistung und kurze Pulsdauer des untersuchten Gyrotrons erfordern spezielle Meßverfahren zur Bestimmung des Feldprofils des Ausgangsstrahls. Hier bietet sich die thermographische Leistungsmessung an. Dabei wird ein Stück Plastikfolie mit möglichst geringer Wärmeleitfähigkeit in den Ausgangsstrahl eingebracht und kurz nach einem Puls mit einer Infrarotkamera aufgenommen. Die Temperaturverteilung auf der Folie ist dann proportional zur senkrechten Komponente des Poyntingvektors. Diese ist für paraxiale Strahlen näherungsweise proportional zum Quadrat der Feldgröße u (siehe Abschnitt 4.3.1).

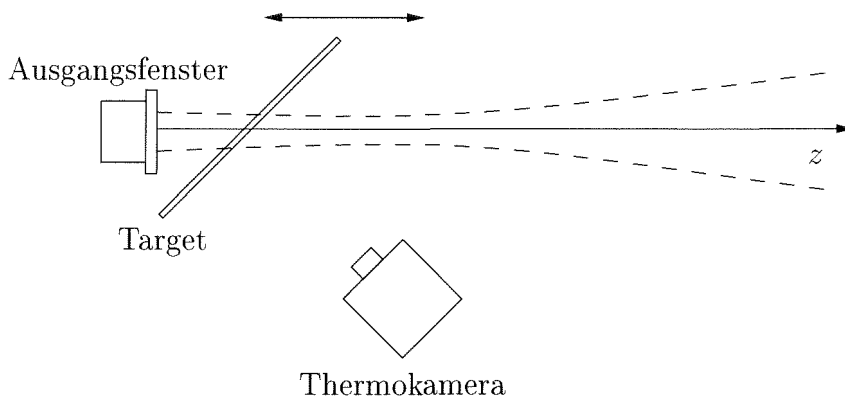


Abbildung 6.6: Messaufbau zur Strahlanalyse

Da ein Mikrowellenpuls hoher Leistung die Kamera zerstören würde, muß diese außerhalb des Strahls positioniert werden. Dies führt jedoch zu einer Verzerrung des Infrarotbildes, wenn die Folie senkrecht zum Strahl steht. Deshalb mußte bei früheren Versuchen, als der Propagator (4.47) noch nicht zur Verfügung stand, eine spezielle Entzerrung durchgeführt werden, die einen zusätzlichen Fehler verursachte. Da (4.47) die Verwendung gekippter Aperturen erlaubt, kann man nun die Folie (engl. *target*) schräg zum Strahl, aber senkrecht zur Kamera aufstellen, was eine Entzerrung des Bildes überflüssig macht. Dies ist in Abbildung 6.6 illustriert. Kamera und Target können nun entlang der z -Achse verschoben werden, um die Amplitudenverteilung in mehreren Ebenen zu erhalten. Daraus kann nun mit Hilfe des Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus die Phase rekonstruiert werden. Ist sie bekannt, kann man das Feldprofil in jeder beliebigen Ebene auf der z -Achse berechnen. Die Abbildungen 6.7, 6.8 und 6.9 zeigen die thermographisch ermittelte Feldverteilung in drei verschiedenen Ebenen hinter dem Ausgangsfenster. Man

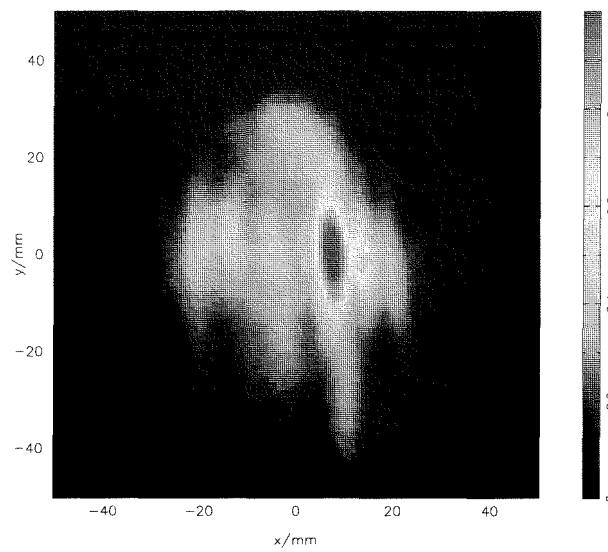


Abbildung 6.7: Gemessene Amplitude 11 cm hinter dem Ausgangsfenster

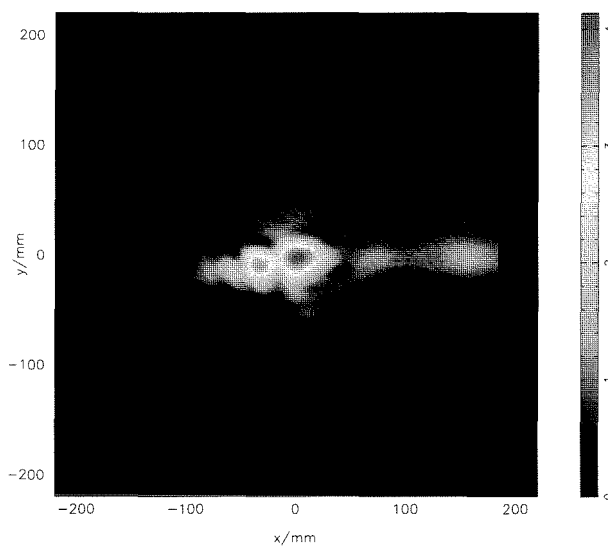


Abbildung 6.8: Gemessene Amplitude 46 cm hinter dem Ausgangsfenster

sieht, daß die Thermokamera relativ stark rauscht¹ und daß ein Seitenmaximum in Abbildung 6.9 nicht mehr ganz erfasst wird. Außerdem verläuft das Infrarotbild etwas in der Zeit zwischen Puls und Aufnahme durch die Wärmediffusion im Target. All dies wird einen Fehler bei der Phasenrekonstruktion

¹Dies ist in der Farbdarstellung besser zu sehen.

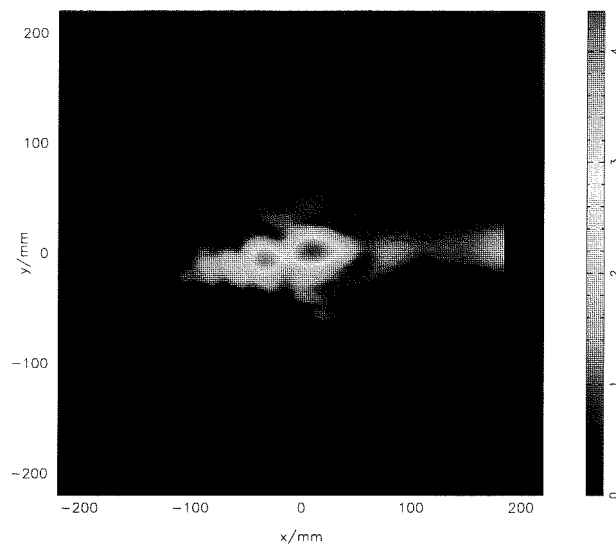


Abbildung 6.9: Gemessene Amplitude 56 cm hinter dem Ausgangsfenster

bewirken.

Es soll nun versucht werden, die Phase aus den Amplitudenmessungen bei 46 cm und 56 cm zu rekonstruieren und daraus die Feldverteilung bei 11 cm zu berechnen. Dort kann die berechnete Feldverteilung dann direkt mit der gemessenen verglichen werden.

Zunächst muß nach einer sinnvollen Anfangsphasenverteilung für die Apertur bei 46 cm gesucht werden. Abbildung 6.10 zeigt die berechnete Amplitudenverteilung bei 46 cm. Sie stimmt gut mit der gemessenen überein, was auch für Ihre Phase gelten sollte. Aus diesem Grund wird diese berechnete Phasenverteilung als Startwert für den Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus verwendet.

Nach 50 Iterationen konvergiert das Skalarprodukt in (4.15) bei 56 cm gegen 98 %. Dieser Wert ist erfreulich hoch. Das darf jedoch nicht zu der Annahme verleiten, daß das Ergebnis nun besonders exakt ist. Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus hat nämlich die abgeschnittene Ecke des Seitenmaximums und das Rauschen der Kamera „mitrekonstruiert“. D.h. es wurde eine physikalisch mögliche Feldverteilung gefunden, deren Amplitudenverteilung den relativ ungenauen Messungen entspricht. Wenn man nun aus der gemessenen Amplitude und der rekonstruierten Phase das Feld bei 11 cm berechnet, erhält man die Amplitudenverteilung in Abbildung 6.11. Sie stimmt nur mäßig gut mit der gemessenen Amplitudenverteilung in Abbildung 6.7 überein.

Zum Vergleich zeigt Abbildung 6.12 die analog zum vorigen Abschnitt be-

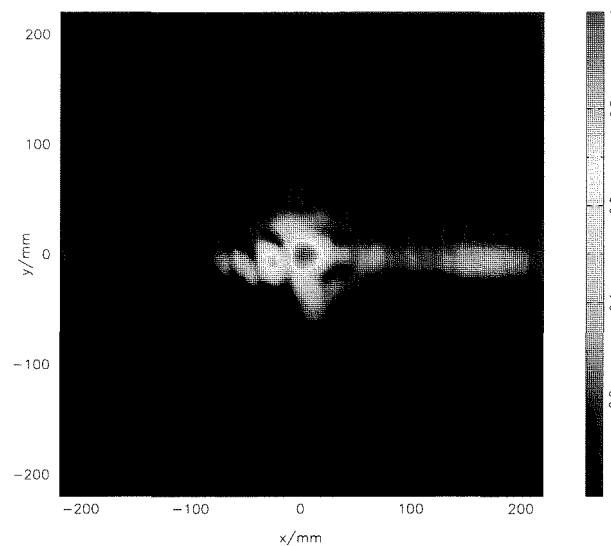


Abbildung 6.10: Berechnete Amplitude 46 cm hinter dem Ausgangsfenster

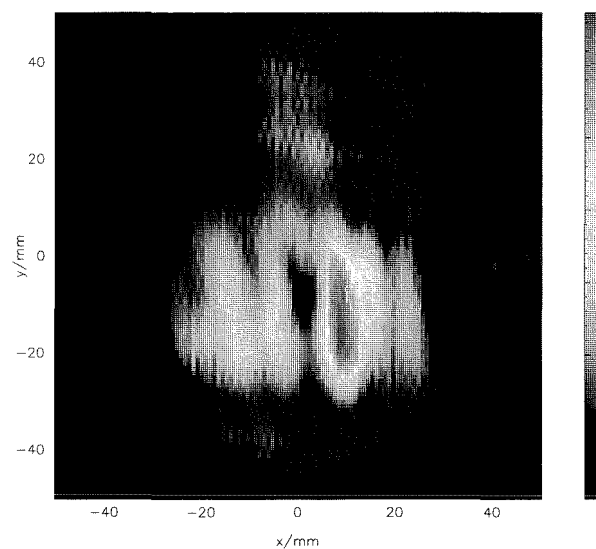


Abbildung 6.11: Aus der Phasenrekonstruktion gewonnene Amplitudenverteilung bei 11 cm

rechnete Amplitudenverteilung bei 11 cm. Hier ist eine bessere Übereinstimmung festzustellen, so daß in diesem Fall ausnahmsweise der Rechnung mehr zu trauen ist als der Messung. Es ist jedoch anzunehmen, daß sich bei Verwendung einer Infrarotkamera mit größerem Rauschabstand und größerem

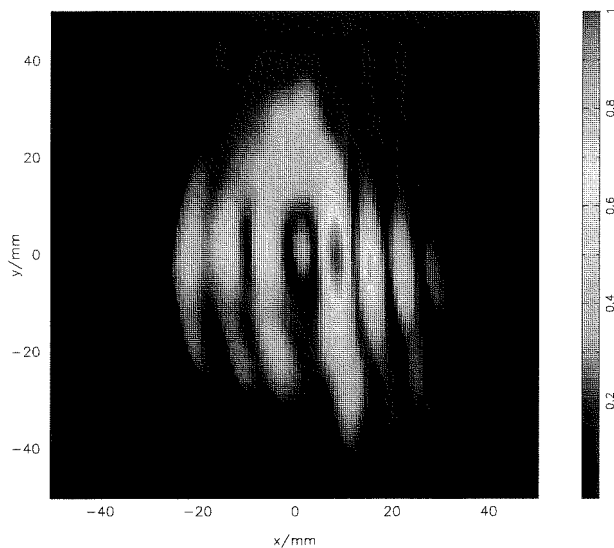


Abbildung 6.12: Berechnete Amplitudenverteilung bei 11 cm

Blickfeld die Messung der Rechnung angleicht. In diesem Fall könnte man mit dieser Methode die Feldverteilung außerhalb des Gyrotrons messen und daraus das Feld im Gyrotron berechnen, um so z.B. Fehljustierungen oder örtliche Feld- und damit Temperaturüberhöhungen zu lokalisieren.

Die Tatsache, daß selbst bei so ungenauen Eingangsgrößen noch ein halbwegs passables Ergebnis erzielt wurde, zeigt die Robustheit des Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus. Die Leistungsfähigkeit dieser Methode bei genaueren Amplitudenmessungen wird im nächsten Abschnitt demonstriert.

6.3 Modenanalyse im Rillenhohlleiter

Das gleiche Problem wie im vorangegangenen Abschnitt soll nun für den korrigierten Rundhohlleiter gelöst werden. Diese Anwendung ist hauptsächlich in der Hochleistungsübertragung interessant, wo man an einer möglichst reinen $u_{0,1}$ -Mode interessiert ist. Dort kann man z.B. aus Amplitudenmessungen den vollständigen Modengehalt und daraus das Feld in jedem beliebigen Punkt ermitteln.

Abbildung 6.13 zeigt den Experimentieraufbau hierzu. Ein Rillenhorn von 25 mm Durchmesser strahlt bei 140GHz achsversetzt in einen korrigierten Rundhohlleiter von 70 mm Durchmesser. Die Feldamplitude über den Hohlleiterquerschnitt wurde an vier verschiedenen Positionen gemessen. Dies geschah durch Abtastung mit einem x-y-Roboter in Verbindung mit einem

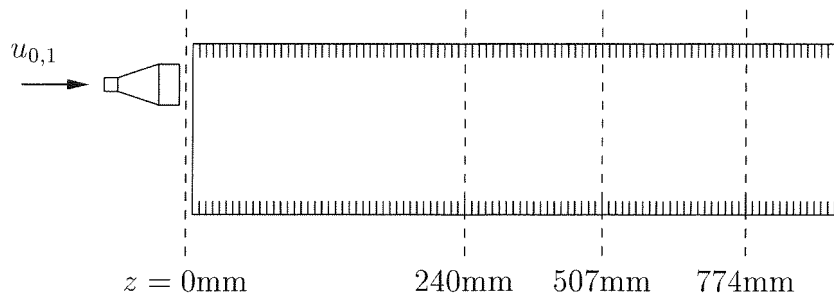


Abbildung 6.13: Messaufbau zur Modenanalyse

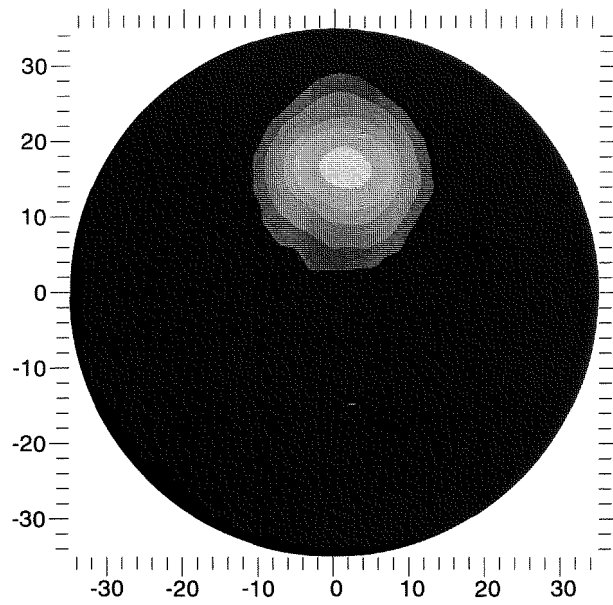
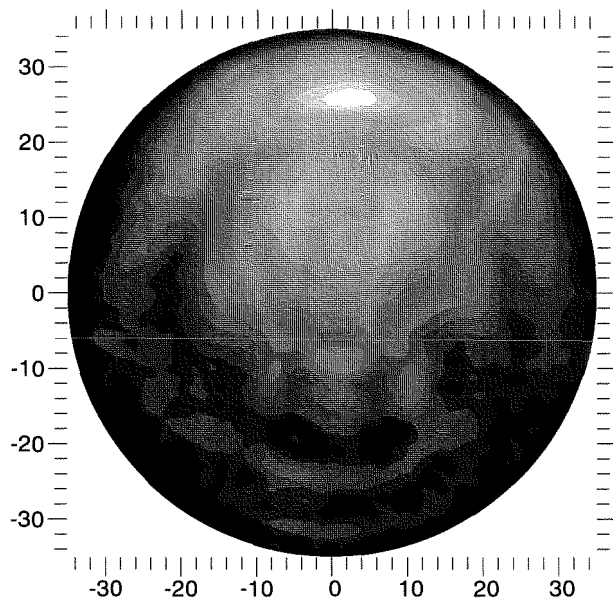
Netzwerkanalysator und einer Hohlleitersonde.

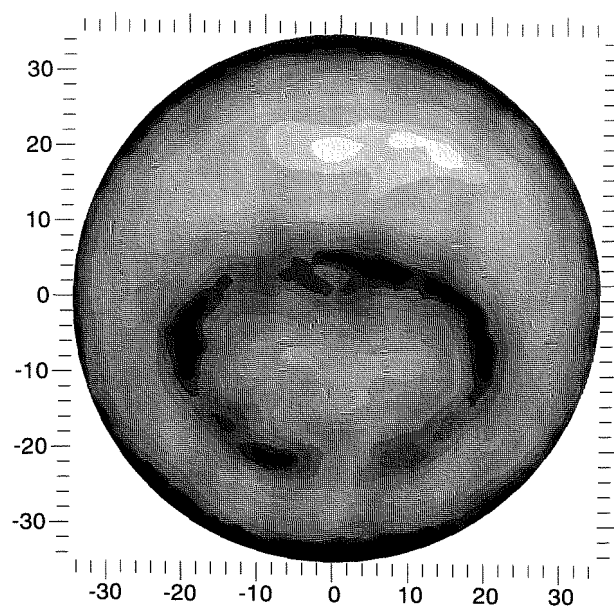
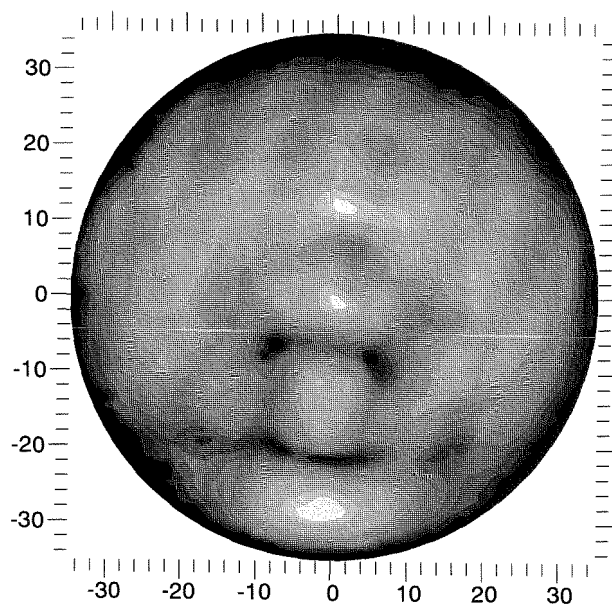
Die Abbildungen 6.14 – 6.17 zeigen die gemessenen Amplituden in den vier Aperturen. Nun soll wieder die Phase aus den Amplitudenverteilungen in Abbildung 6.15 – 6.17 rekonstruiert werden. Damit liegen Amplitude und Phase in einer Ebene vor, d.h. der Modengehalt kann berechnet werden und damit auch die Feldverteilung in jeder anderen Ebene.

Im verwendeten Hohlleiter erfüllen 2576 Moden die Ausbreitungsbedingung. Da die Methode aus Abschnitt 4.3.2 wegen (4.61) nur für den paraxialen Fall gilt, ist es nicht sinnvoll, alle ausbreitungsfähigen Moden zu verwenden, obwohl dies aufgrund der Rechengeschwindigkeit der hier beschriebenen Methode möglich wäre. Da das Rillenhorn bereits einen paraxialen Strahl aussendet, sollten alle Moden mit einem Brillouinwinkel $\psi < 25^\circ$ das Feld gut beschreiben können. Es werden also mit aufsteigender Besselnullstelle die ersten 585 Moden verwendet. Sie decken den Bereich $\psi < 25.7^\circ$ ab.

Der Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus konvergiert nach 40 Schritten gegen $\eta = 99.35\%$ für die Ebene bei $z = 240\text{mm}$. Um zu zeigen, daß der Algorithmus sicher gegen das richtige Maximum konvergiert, wurde hier mit einer konstanten Phasenbelegung gestartet. Da die hier vorliegenden Amplitudenmessungen relativ genau sind², kann man hier auch ein besseres Ergebnis als im vorangegangenen Abschnitt erwarten. Abbildung 6.18 zeigt das Feld bei $z = 0\text{mm}$, das aus der berechneten Phase und der gemessenen Amplitude bei $z = 240\text{mm}$ gewonnen wurde. Man sieht die sehr gute Übereinstimmung mit Abbildung 6.14.

²Durch die endliche Größe der Hohlleitersonde entsteht eine leichte Verwaschung.

Abbildung 6.14: Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 0\text{mm}$ Abbildung 6.15: Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 240\text{mm}$

Abbildung 6.16: Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 507\text{mm}$ Abbildung 6.17: Gemessene Amplitudenverteilung bei $z = 774\text{mm}$

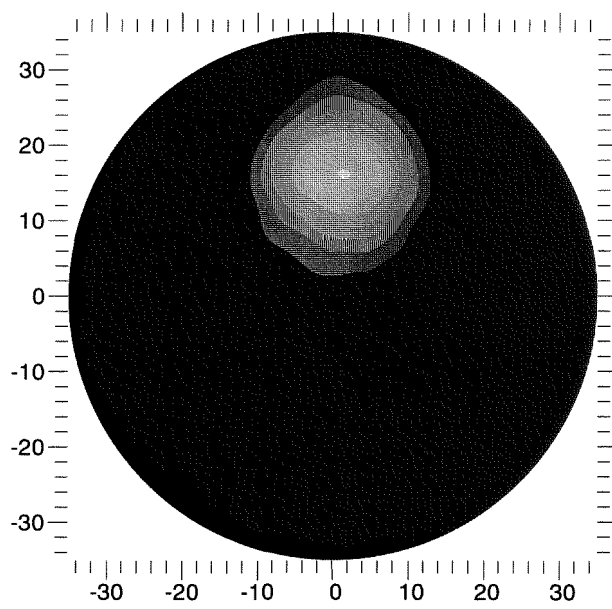


Abbildung 6.18: Aus der Phasenrekonstruktion gewonnene Amplitudenverteilung bei $z = 0\text{mm}$

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden numerisch effiziente Algorithmen zur Synthese und Analyse paraxialer Strahlen vorgestellt. Der seit längerem bekannte Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus konnte bisher nur auf parallele Aperturen angewendet werden. Mit Hilfe des schnellen Propagators aus Abschnitt 4.3.1 ist seine Anwendung nun auch auf gekippte Aperturen und damit eine exakte Spiegelsynthese möglich. Ein artverwandter Algorithmus zur Feldprofilsynthese mit Antennenarrays wurde entwickelt. Er ist numerisch effizient (durch FFT) und ermöglicht die Verwendung beliebiger Richtcharakteristiken der einzelnen Arrayelemente sowie eine flexiblere Gestaltung der Zwangsbedingungen als vergleichbare Algorithmen. Die in Abschnitt 4.3.2 beschriebene schnelle Modenzerlegung für Zylinderwellen gestattet die Anwendung des Katsenelenbaum-Semenov-Algorithmus auf überdimensionierte Rillenhohlleiter bei vertretbarer Rechenzeit.

Die hier vorgestellten Methoden zur Lösung der skalaren Helmholtzgleichung wurden mit Erfolg in der Hochleistungsmillimeterwellentechnik eingesetzt. Da sie allgemeiner Natur sind, können sie aber auch in anderen Wellenbereichen – von Dezimeterwellen bis in den optischen Bereich – verwendet werden. So wurde z.B. der schnelle Propagator in Zylinderkoordinaten erfolgreich zur Verifikation eines Raytracingprogramms zur Wellenausbreitung in Tunneln eingesetzt (siehe [Wei98]). Man könnte ihn aber auch zur Analyse der Schwingungen einer kreisrunden Membran benutzen.

Für das Syntheseverfahren mit Antennenarrays wurde wegen des hohen Aufwandes kein Experiment durchgeführt. Die durch Messungen bestätigte Genauigkeit des hier verwendeten Feldpropagators läßt jedoch den Schluß zu, daß die gewonnenen Ergebnisse nahe an der Realität liegen.

Die vorgestellte Methode zum Abrollen zweidimensionaler Phasenbilder hat ihre Eignung für die hier besprochenen Probleme in der Praxis bewiesen. Sie ist aber auch für die Interferometrie interessant, da dort ebenfalls re-

siduenbehaftete Phasenbilder abzurollen sind, die eine Oberflächenstruktur repräsentieren.

Eine sinnvolle Erweiterung der Methode aus Abschnitt 4.4 wäre die Verknüpfung mit dem Feldpropagator aus Abschnitt 4.3.1. Dann müßte das Antennenarray nicht mehr senkrecht zur Zielapertur stehen. Damit ergeben sich neue Anwendungsbereiche dieser Methode z.B. in der Radartechnik.

Die rasche Entwicklung der Fusionsforschung stellt ständig neue Anforderungen an die Hochleistungsmillimeterwellentechnik. So wird beispielsweise die Heizung des Plasmas an verschiedenen radialen Positionen im Fusionsreaktor angestrebt. Da dies mit unterschiedlich starken Magnetfeldern und damit unterschiedlichen Zyklotronresonanzfrequenzen der Elektronen einhergeht, wünscht man sich schrittweise frequenzdurchstimbare Gyrotrons. Neben der Schwierigkeit, den meist supraleitenden Magneten im Gyrotron schnell durchzustimmen, braucht man hierfür auch ein breitbandiges quasioptisches Auskoppelsystem. Hier würde sich eine verkürzte Vlasovantenne anbieten. Sie ist weitgehend unabhängig von der Rotationsrichtung und dem Spreiz- und Brillouinwinkel der verwendeten Mode. Nach der Auskoppelung mit einem breitbandig gestalteten elliptischen Spiegelsystem könnte man die Anpassung an die Übertragungsleitung mit nichtquadratischen Spiegeln in einem Revolversystem außerhalb des Gyrotrons vornehmen.

Die hier verwendeten nichtquadratischen Spiegel waren stets flache Reflektoren. Eine Untersuchung, inwieweit die hier beschriebene Methode auch auf tiefe Reflektoren anwendbar ist, könnte bei der Entwicklung kompakterer Spiegelsysteme von Nutzen sein.

Anhang A

Umsetzung auf dem Computer

Die in dieser Arbeit behandelten Probleme sind sehr vielfältig und heterogen. Die Anzahl und der Ort bzw. die Orientierung der Aperturen sind jeweils verschieden, die auszuführenden Operationen (propagieren des Feldes, Phase abrollen, Verluste berechnen, Zwangsbedingungen einführen etc.) variieren von Fall zu Fall. Dies macht es unmöglich, die hier behandelten Verfahren in Form eines in sich abgeschlossenen Anwenderprogramms zu implementieren. Deshalb fiel die Wahl auf einen Kommandointerpreter, der eine Programmiersprache versteht, mit der die hier behandelten Probleme einfach gelöst werden können. Der Nutzer kann damit sozusagen im Baukastensystem die jeweilige Anordnung eingeben und die gewünschten Analyse- und Synthesergorithmen darauf anwenden.

Jede Apertur hat bestimmte Eigenschaften wie Feldbelegung, Ort, Phasenkorrektur (wenn es sich um einen Spiegel handelt), Orientierung oder räumliche Ausdehnung. Man kann also eine Apertur als ein Objekt mit all diesen Eigenschaften auffassen. Außerdem sollen die in dieser Arbeit vorgestellten Rechenverfahren auf diese Aperturen angewendet werden.

Deshalb liegt die Verwendung einer objektorientierten Sprache nahe, die Objekte vom Typ „Apertur“ verwendet. Dabei handelt es sich um Strukturen, deren Elemente sowohl Eigenschaften (Daten), als auch Verhaltensweisen (Funktionen bzw. Methoden) sind. Man definiert also Instanzen des Objekts Apertur, weist ihnen die gewünschten Eigenschaften (z.B. Feldbelegung, Position) zu und wendet dann die gewünschten Methoden (z.B. Propagieren auf andere Apertur, Phase abrollen) auf die Objekte an.

Um die Programmierarbeit im Rahmen zu halten, wurde der Interpreter als eine Erweiterung der Kommandosprache Tcl implementiert. Damit können die essentiellen Elemente einer Programmiersprache wie Schleifen, Verzweigungen oder Definition von Variablen und Prozeduren direkt übernommen werden. Mit Hilfe des Pakets Objectify kann nun Programmcode hinzuge-

bunden werden, der die hier beschriebenen Verfahren implementiert. Dem Anwender steht also zunächst der volle Funktionsumfang von Tcl zur Verfügung. Zusätzlich gibt es analog zu Zeichenketten oder Fließkommazahlen einen neuen Datentyp „Apertur“. Ähnlich wie Addition oder Logarithmierung für Fließkommazahlen, werden für diesen neuen Datentyp Operatoren definiert, die die in dieser Arbeit beschriebenen Operationen ausführen, wie z.B. Phase korrigieren, Feld auf eine andere Apertur propagieren, Feldverteilung plotten oder ähnliches.

Der volle Befehlsumfang ist im Quelltext des Kommandointerpreters beschrieben. Abschließend sei hier als Beispiel der Code für die Phasenrekonstruktion aus Abschnitt 6.2 wiedergegeben. Die Raute markiert Kommentare, die die nachfolgenden Zeilen erklären.

```
#!../apctl
# Definition der Anzahl der Abtastpunkte, Groesse der
# Aperturen, Pi, Lichtgeschwindigkeit und Wellenlaenge
set nx 512
set ny 512
set xm 220
set ym 220
set pi 3.1415926535897932384
set c0 2.9979246e11
set lambda [expr $c0 / 165.0e9]
# Definition einer Prozedur zur Umrechnung Deg -> Rad
proc rad {a} {
    global pi
    return [expr $a/180.0*$pi]
}
# Definition zweier Variablen ap1 und ap2 vom Typ Apertur
apertur ap1
apertur ap2
# Festlegen der Position der Aperturen in kartes.
# Koordinaten, z ist Optische Achse
ap1 configure -xks 0 -yks 0 -zks 460
ap2 configure -xks 0 -yks 0 -zks 560
# Drehen der Aperturen um die y-Achse,
# 45 Grad schraeg zur opt. Achse (siehe Messaufbau)
ap1 mkdm 0 [rad -45] 0 xyz
ap2 mkdm 0 [rad -45] 0 xyz
# Lesen der Infrarotbilder
# 850 mm Abstand zwischen Kamera und Target
```

```
ap1 rheiss "46cm.tem" 0 0 850
ap2 rheiss "56cm.tem" 0 0 850
# lesen der berechneten Startphase
ap1 rapertur "46cm.rechnung"
# for-Schleife fuer Katsenelebbaum-Semenov-Algorithmus
for {set l 0} {$l < 50} {incr l} {
  # Belege Feldverteilung mit gemessener Amplitude in ap1
  ap1 ampbel
  # Propagiere von ap1 auf ap2
  ap1 proj ap2
  # Gib Skalarprodukt eta im l-ten Schritt aus
  puts "eta($l)= [ap2 etakatz]"
  # Belege Feldverteilung mit gemessener Amplitude in ap2
  ap2 ampbel
  # Propagiere von ap2 auf ap1 zurueck
  ap2 proj ap1
}
# Belege Feldverteilung mit gemessener Amplitude in ap1
ap1 ampbel
# Setze ap2 11cm vor das Ausgangsfenster
ap2 configure -zks 110
# propagiere auf die neue Position
ap1 proj ap2
# plotten des Feldes 11cm vor dem Fenster
# nur Amplitude, Plotbereich 100 x 100 mm
ap2 plampsh 2 -50 50 -50 50
# Fertig
exit
```

Literaturverzeichnis

- [ACDK97] ALEKSANDROV, N.L., A.V. CHIRKOV, G.G. DENISOV und S.V. KUZIKOV: *Mode Content Analysis from Intensity Measurements in a Few Cross Sections of Oversized Waveguides*. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 18(6):1323–1334, 1997.
- [AS65] ABRAMOVWITZ, M. und I. STEGUN: *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications Inc., New York, 1965.
- [Bal89] BALANIS, C.: *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [Bam89] BAMLER, R.: *Mehrdimensionale lineare Systeme*. Springer-Verlag, Heidelberg, 1989.
- [BCD⁺95] BOGDASHOV, A.A., A.V. CHIRKOV, G.G. DENISOV, D.V. VINOGRADOV, A.N. KUFTIN, V.I. MALYGIN und V.E. ZAPEVALOV: *Mirror Synthesis for Gyrotron Quasi-Optical Mode Converters*. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 16(4):735–743, 1995.
- [BW64] BORN, MAX und EMIL WOLF: *Principles of Optics*. Pergamon Press, Oxford, 1964.
- [CDA95] CHIRKOV, A.V., G.G. DENISOV und N.L. ALEKSANDROV: *3D Wavebeam Field Reconstruction from Intensity Measurements in a few Cross Sections*. Optics Communications, 115:449–452, 1995.
- [DH85] DOANE, JOHN L. und BUTTON K. (HRSG.): *Propagation and Mode Coupling in Corrugated and Smooth-Wall Circular Waveguides*. Infrared and Millimeter Waves, 13:123–170, 1985.
- [DPV90] DENISOV, G. G., M. I. PETELIN und D. V. VINOGRADOV: *Converter of High-Mode of a Circular Waveguide into the Main Mode of a Mirror Line*. PCT Gazette, 16:47–49, 1990.

- [Fie82] FIENUP, J.R.: *Phase Retrieval Algorithms: A Comparison*. Applied Optics, 21(15):2758–2769, 1982.
- [Gar97] GARMASH, N.N. et. al.: *Some Possible Methods of the Diffraction Expansion Decrease*. In: *SPS'97 Conference*, Seite 87 ff., Montreal, Canada, 1997.
- [GF91] GRAU, G. und W. FREUDE: *Optische Nachrichtentechnik*. Springer-Verlag, 1991.
- [Gre87] GREIVENKAMP, J.E.: *Sub-Nyquist Interferometry*. Applied Optics, 26(24):5245–5258, 1987.
- [GS72] GERCHBERG, R.W. und W.O. SAXTON: *A Practical Algorithm for the Determination of Phase from Image and Diffraction Plane Pictures*. Optik, 35:237–246, 1972.
- [GZW88] GOLDSTEIN, R.M., H. ZEBKER und C. WERNER: *Satellite Radar Interferometry: Two-Dimensional Phase Unwrapping*. Radio Science, 23:713–720, 1988.
- [Hau84] HAUS, HERMANN A.: *Waves and Fields in Optoelectronics*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1984.
- [HW97] HODGSON, N. und H. WEBER: *Optical Resonators*. Springer Verlag, Berlin, 1997.
- [Jon86] JONES, D.S.: *Acoustic and Electromagnetic Waves*. Oxford University Press, New York, 1986.
- [Kat64] KATSENELENBAUM, B.Z.: *Quasioptical Methods of Generation and Transmission of Millimeter Waves*. Soviet Physics Uspekhi, 7(3):385–400, 1964.
- [Ker96] KERN, STEFAN: *Numerische Simulation der Gyrotron-Wechselwirkung in koaxialen Resonatoren*. Diss. Uni Karlsruhe und Wissenschaftlicher Bericht FZKA 5837, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, 1996.
- [Kil90] KILDAL, P.-S.: *Artificially Soft and Hard Surfaces in Electromagnetics*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 38(10):1537–1544, 1990.

- [KS67] KATSENELEBAUM, B.Z. und V.V. SEMENOV: *Synthesis of Phase Correctors Shaping a Specified Field*. Radiotechnika i Elektronika, 12:244, 1967.
- [Kuz97] KUZIKOV, S. V.: *Paraxial Approach to Description of Wave Propagation in Irregular Oversized Waveguides*. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 18:1001–1013, 1997.
- [MF53] MORSE, P. und H. FESHBACH: *Methods of Theoretical Physics*. McGraw-Hill, New York, 1953.
- [MP91] MÖBIUS, A. und J. PRETTEREBNER: *Avoidance of Edge Diffraction Effects of WGM-Fed Quasi-Optical Antennas*. In: *16th Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves*, Seiten 531–532, Lausanne, 1991. SPIE 1576.
- [MT98a] MICHEL, G. und M. THUMM: *Field Profile Synthesis with an Antenna Array*. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 19(3):419 ff., 1998.
- [MT98b] MICHEL, G. und M. THUMM: *Spectral Domain Techniques for Field Pattern Analysis and Synthesis*. Erscheint in: *Surveys on Mathematics for Industry, Special Issue on Scientific Computing in Electrical Engineering*, 1998.
- [MTW97] MICHEL, G., M. THUMM und D. WAGNER: *Design of a Quasi-Optical Mode Converter for a Coaxial 165 GHz $TE_{31,17}$ Gyrotron*. In: *22nd International Conference on Infrared and Millimeter Waves*, Seiten 25–26, Wintergreen, Virginia, 1997.
- [NSNV94] NAGATOMO, M., S. SASAKI, Y. NARUO und V.A. VANKE: *Solar Power Systems (SPS) – Investigations at the Institute of Space and Astronautical Science of Japan*. Physics-Uspekhi, 37(6):589–599, 1994.
- [PBD⁺98] PIOSZYK, B., O. BRAZ, G. DAMMERTZ, C.T. IATROU, S. ILLY, M. KUNTZE, G. MICHEL und M. THUMM: *165 GHz, 1.5 MW-Coaxial Cavity Gyrotron with Depressed Collector*. IEEE Transactions on Plasma Science, 1998. Special Issue on ECRH and Gyrotrons.
- [PTVF92] PRESS, W.H., S.A. TEUKOLSKY, W.T. VETTERLING und B.P. FLANNERY: *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.

- [SDC96] SERVIN, M., MALACARA D. und F.J. CUEVAS: *Path-independent phase unwrapping of subsampled phase maps*. Applied Optics, 35(10):1643–1649, 1996.
- [Sha95] SHAPOSHNIKOV, S.S. et. al.: *Innovative Approach to the Small Divergence Beam*. In: *WPT'95 Conference*, Kobe (Japan), 1995. Report 4-2.
- [SU79] SPORLEDER, F. und H.-G. UNGER: *Waveguide Tapers Transitions and Couplers*. Peter Peregrinus Ltd., London, 1979.
- [Sym98] SYMONS, R.S.: *Tubes – Still vital after all these years*. IEEE Spectrum, (4):52–63, 1998.
- [Thu93] THUMM, M.: *High-power microwave transmission systems, external mode converters and antenna technology*. In: EDGCOMBE, C.J. (Herausgeber): *Gyrotron Oscillators*, Seiten 365–401, London, 1993. Taylor & Francis Ltd.
- [Thu96] THUMM, MANFRED: *Gyrotrons – Moderne Quellen für Millimeterwellen höchster Leistung*. Vortrag N425, S. 37–82, Nordrhein-Westfälische Akademie der Wissenschaften, 1996.
- [Thu98] THUMM, MANFRED: *State-of-the-Art of High Power Gyro-Devices and Free Electron Masers Update 1997*. Wissenschaftlicher Bericht FZKA 6060, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, 1998.
- [UA84] UNO, T. und S. ADACHI: *Optimization of Aperture Illumination for Radio Wave Power Transmission*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 32(6):628 ff., 1984.
- [VZP75] VLASOV, S.N., L.I. ZAGYRADSKAJA und M.I. PETELIN: *Transformation of a Whispering Gallery Mode, Propagating in a Circular Waveguide, into a Beam of Waves*. Radio Engineering and Electron Physics, 20:14–17, 1975.
- [Wei98] WEINMANN, F.: *Untersuchung der Ein- bzw. Auskoppelung von elektromagnetischen Wellen in bzw. aus Tunnels heraus*. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, Institut für Höchsthfrequenztechnik und Elektronik, 1998.
- [Wey19] WEYL, H.: *Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einen ebenen Leiter*. Annalen der Physik, 60:481–500, 1919.

- [Wie95] WIEN, ANDREAS: *Ein Beitrag zur Analyse von quasioptischen Wellentypwandlern in Hochleistungsgyrotrons*. Diss. Uni Karlsruhe und Wissenschaftlicher Bericht FZKA 5638, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, 1995.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Forschungszentrum Karlsruhe GmbH als Teilnehmer des Graduiertenkollegs „Numerische Feldberechnung“ der Universität Karlsruhe. Die erzielten Ergebnisse wären nicht möglich gewesen ohne die Unterstützung meiner Kollegen und das gute Betriebsklima am Forschungszentrum und am Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Uni Karlsruhe.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr. M. Thumm, der meine Forschungsarbeit in die richtigen Bahnen lenkte und stets ein offenes Ohr für meine Fragen hatte. Auch meinem Korreferenten Prof. Dr. H. Loele von der TU Ilmenau bin ich zu großem Dank verpflichtet für die Übernahme des Korreferats, das gewissenhafte Durcharbeiten des Manuskripts und seine wertvollen Hinweise, die zur Verbesserung der Arbeit beitrugen.

Die unkomplizierte und kooperative Zusammenarbeit mit Dipl.-Ing. Arnold Möbius von der IMT GmbH ermöglichte mir ein schnelles Einarbeiten in die Thematik und eine reibungslose Fertigung der Spiegel. Für letztere danke ich insbesondere Markus Mühleisen von der Reinhold Mühleisen GmbH.

Schließlich bedanke ich mich bei meinem Institutsleiter Prof. Dr. W. Wiesbeck, der mir die Fortführung dieser Arbeit am IHE ermöglichte und mir in der Endphase den Rücken hierfür freihielt.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Georg Michel
Geburtsdatum: 28. Dezember 1964
Geburtsort: Karl-Marx-Stadt (jetzt Chemnitz)
Familienstand: ledig

Bildungs- und Berufsweg

1971 – 1981 Polytechnische Oberschule (entspricht Realschule)
1981 – 1984 Ausbildung und Tätigkeit als Fernmelde-monteur
1984 – 1987 Wehrdienst als Zeitsoldat
1987 – 1989 Tätigkeit als Tontechniker, parallel dazu Abitur an der Volkshochschule
1989 – 1994 Studium der Elektrotechnik an der TU Ilmenau, Vertiefungsrichtung Allgemeine und Theoretische Elektrotechnik
1995 – 1998 Teilnahme am Graduiertenkolleg „Numerische Feldberechnung“ und Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe