

Ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für

Bauingenieur- und Vermessungswesen

der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Andreas Plotzitza

aus Bremen

Tag der mündlichen Prüfung:

16. Januar 2002

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. techn. h.c. Josef Eibl

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Werner Wagner

Karlsruhe 2002

Kurzfassung

In der Praxis wird der Sicherheitsnachweis für einen sprengtechnischen Abbruch hauptsächlich mittels Faustformeln und Erfahrungswerten erbracht. Dies ist für die Zukunft jedoch nicht befriedigend. Deshalb wurde ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen auf Bauteilebene entwickelt und anhand einfacher Betonstrukturen experimentell verifiziert. Dieses Verfahren bietet mithilfe des Hydrocodes LS-DYNA und realistischen, stoffgesetzlichen Beziehungen für die verwendeten Materialien eine Grundlage für nachvollziehbare Sicherheitsnachweise. Die wesentlichen Ziele der vorliegenden Arbeit bestehen somit in der Schaffung von Grundlagen mithilfe eines Hydrocodes, um:

- das Materialverhalten von Betonstrukturen unter Kontaktdetonationen und Bohrlochsprengungen zu beschreiben und
- die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch die über die Luft übertragenen Druckstöße zu bestimmen.

Für die Anwendung eines sprengtechnischen Abbruchs werden als tragende Bauteilstrukturen aus dem Hochbau deshalb Verifikationsversuche mit einer Platten-, Balken- und Stützengeometrie ausgewählt, die durch Kontakt- resp. Bohrlochladungen schlagartig belastet werden.

Bei der Umsetzung der durchgeführten Verifikationsversuche (Platte, Balken und Stütze) in eine numerische Simulation wird im expliziten FE-Programm LS-DYNA eine *Euler-Lagrange*-Kopplung gewählt, um die Interaktion zwischen der Sprengstoffladung und der Betonstruktur zu berücksichtigen. Dabei werden den *Euler*-Elementen die Materialeigenschaften des Sprengstoffes und der Luft zugeordnet, während die Materialeigenschaften des Betons mithilfe der *Lagrange*-Elemente abgebildet werden. Die Druckwellenausbreitung der Materialien Sprengstoff resp. Luft wird mittels der Zustandsgleichung nach *Jones, Wilkins* und *Lee* (EOS-JWL) resp. der idealen Gasgleichung beschrieben, während das Materialverhalten des Betons durch ein dynamisches mehraxiales konti-

nummsmechanisches Schädigungsmodell abgebildet wird, das hierfür in den Hydrocode implementiert worden ist.

Bei hochdynamischen Anwendungen gewinnt der Einfluß der Dehnrates auf die dynamische Festigkeit von Beton aufgrund von Massenträgheitseffekten und viskoser Verzögerungen bei der Öffnung und Entwicklung von Mikrorissen innerhalb der Formulierung eines Betonstoffgesetzes an Bedeutung. Diese dynamischen Phänomene sind für die Festigkeitssteigerung des Betons unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten verantwortlich und werden im Betonmodell durch die Entwicklung der Belastungsgeschwindigkeit bis zum aktuellen Zeitpunkt, d.h. durch die gesamte Belastungsgeschichte, berücksichtigt. Der Dehnratenefekt wird somit als dynamisches Erinnerungsvermögen auf kontinuumsmechanischer Ebene erfaßt und physikalisch durch den Verzögerungsmechanismus und die Homogenisierung begründet.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil im Betonmodell ist die Berücksichtigung der gemessenen Beton-Hugoniot-Kurve in den numerischen Simulationen. Diese wird in den Verifikationsversuchen aufgrund der Kompaktion des Betons unter hoher hydrostatischer Druckbelastung erzielt.

In dem Kapitel zur numerischen Untersuchung wird zunächst auf die Vorgehensweise bei der Modellierung des jeweiligen Versuchsaufbaus einschließlich der verwendeten Stoffgesetze eingegangen und anschließend werden die erzielten Rechenergebnisse erläutert. Anhand des Vergleichs der Ergebnisse zwischen den jeweiligen Verifikationsversuchen und den numerischen Simulationen wird die gute Übereinstimmung bezüglich der Schädigungsbereiche im Beton, der Druckmaxima mit ihren jeweiligen Zeitpunkten nach der Zündung und der Druck-Zeit-Verläufe zwischen den Sensoren im Beton resp. in der Luft mit den entsprechenden Rechenelementen gezeigt. Somit können die gestellten Ziele auf Bauteilebene mit dem vorgeschlagenen Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen erfüllt werden.

Abstract

Nowadays empirical rules are the basis for the necessary safety controls in case of reinforced concrete demolition. This method is not adequate for the future. Therefore, a technique for a numerical simulation of concrete structures for demolition work by blasting was developed on component level and will be explained in this thesis applied to contact detonations on a slab and a support and for torpedoing bore holes in a beam. The presented technique is verified by the executed experimental research on the tests (slab, beam, support). Using the hydrocode LS-DYNA and realistic material models for the explosive, air and concrete, the numerical technique represents a basis for comprehensible safety verifications. The main targets of this thesis are to create the bases by means of a hydrocode, in order:

- to describe the material behaviour of concrete structures under contact detonations and torpedoing bore holes and
- to determine the load on the immediate environment by the means of pressure impacts, which are transmitted through the air.

For the conversion of the verification tests (slab, beam, support) into a numerical simulation, an *Eulerian-Lagrangian*-coupling in the explicit FE-code LS-DYNA is chosen in order to take into account the interaction between explosive load and concrete structure. The *Eulerian*-elements represent the material behaviour of explosive and air, while the *Lagrangian*-elements reproduce the material behaviour of concrete. The shock wave propagation of the materials explosive and air respectively is described by the equation of state from *Jones, Wilkins and Lee* (EOS-JWL) and the gamma law equation of state respectively, while a general multi-axial dynamic continuum damage constitutive law represents the material behaviour of concrete.

Experimental evidence suggests that the complete stress-strain history relation has to be considered as a basis for constitutive modelling if concrete is subjected to high loading rates. The transient strength increase

during high velocity loading can be traced back to viscous forces and inertia effects during the evolution and growth of microcracks. These dynamic phenomena cause a delay of damage activation which must be taken into account when constitutive modelling is pursued on meso-level instead of micro-level. Therefore, the static three-dimensional constitutive law is extended with a dynamic relaxation formulation which decays the static damage evolution. The proposed dynamic continuum damage constitutive law has been implemented in a hydrocode and is verified on structural level by means of numerical simulations of contact detonations and torpedoing bore holes on concrete structures. Using a physical realistic consideration of strain history effects on continuum level the constitutive law is suited for compressive as well as tensile dynamic wave propagation analysis.

Another important aspect of the concrete model is the consideration of the measured concrete-Hugoniot-curve inside the constitutive law in order to take into account the volumetric compaction of concrete under hydrostatic compressive loading.

The chapter for numerical investigations describes first the modelling of the three different test setups and then some comments are made on the calculation results. The comparison between the results of the verification tests and the calculations shows that the damage regions of concrete, the maximum pressure values with the time state after ignition and the pressure-time curve of the sensors and the calculation elements are almost similar. Consequently, the set targets of this thesis on component level are reached with the proposed technique for a numerical simulation of concrete structures for demolition work by blasting.

Meinen Eltern

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Karlsruhe.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. tech. h.c. J. Eibl für die Anregung zu dieser Arbeit, die kritischen Anmerkungen sowie die wertvollen Diskussionen, die den Fortgang dieser Arbeit begleiteten. Ebenso gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. W. Wagner für die wertvollen Hinweise zur Vervollständigung der Arbeit und für die Übernahme des Korreferats.

Den Kolleginnen und Kollegen der beiden Abteilungen des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie danke ich recht herzlich für die gute Zusammenarbeit, die stete Bereitschaft zur Diskussion und die fruchtbaren Anregungen. Insbesondere möchte ich in diesem Zusammenhang den Herren Dr.-Ing. T. Rabczuk und Dr.-Ing. N. Abdou für ihre wertvollen Hinweise und Bemerkungen gerade in Detailfragen danken. Dank gilt auch meinem ehemaligen studentischen Mitarbeiter Dipl.-Ing. A. Saravanja für seinen unermüdlichen Einsatz.

Besonders herzlich bedanke ich mich bei meiner lieben Verlobten Dipl.-Betriebswirtin (BA) Stefanie Bechberger für ihr Verständnis, ihre Nachsicht und ihre unendliche Geduld. Ohne diesen mir gewährten Rückhalt würde es diese Arbeit niemals geben.

Diese Arbeit wurde vom Bundesministerium für Bildung und Wissenschaft, Forschung und Technologie und vom Deutschen Ausschuß für Stahlbeton im Rahmen des Verbundforschungsvorhabens 'Baustoffkreislauf im Massivbau' finanziell gefördert.

Karlsruhe, im Mai 2002

Andreas Plotzitza

Andreas.Plotzitza@web.de

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	XII
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	2
1.2 Zielsetzung	11
2 Stoffgesetzliche Grundlagen	14
2.1 Schockwellentheorie und Bestimmung der Hugoniot-Kurve für Beton	15
2.2 Sprengstoffe und Detonation	29
2.3 Materialverhalten von Beton	36
2.3.1 Grundlegende zeitunabhängige Eigenschaften von Beton	37
2.3.2 Elastizitätstheorie, Plastizitätstheorie und Kontinuumsschädigungsmechanik	48
2.3.3 Kombiniertes Schädigungs-Plastizitätsmodell	66
2.4 Einfluß der Dehnrates auf die Betoneigenschaften	68
2.4.1 Versuchsergebnisse unter Berücksichtigung der Dehnrates	74
2.4.2 Berücksichtigung eines zeitabhängigen Anteils	78
2.5 Beton unter hohen hydrostatischen Drücken	79
2.5.1 Kappen-Modell	80
2.5.2 Beton-Hugoniot	82
3 Experimentelle Untersuchungen	84
3.1 Einführung	84
3.2 Versuchsaufbau und verwendete Meßtechnik	86
3.3 Plattenversuch	88
3.4 Balkenversuch	94
3.5 Stützenversuch	102
3.6 Zusammenfassung der experimentellen Untersuchungen	107

4 Numerische Grundlagen der Hydrocodes	109
4.1 Einführung	110
4.2 Schematischer Aufbau von Hydrocodes	111
4.3 Grundlegende Gleichungen mit künstlicher Viskosität	113
4.4 Berechnung von Dehnungen und Spannungen	118
4.5 Möglichkeiten der Diskretisierung	123
4.5.1 Lagrange-Beschreibung	125
4.5.2 Euler-Beschreibung	127
4.5.3 ALE-Beschreibung	129
4.6 Kopplung von Netzen	131
4.6.1 Kontaktalgorithmen	131
4.6.2 Kopplungsalgorithmen	133
4.7 Zeitintegration	145
5 Konvergenzstudien zur Modellierung von Euler-Lagrange-Kopplungen	152
5.1 Studie zur Größe des Euler-Hintergrundnetzes (EHG-Netz)	154
5.2 Studie zum Einfluß der Euler-Netz-Randbedingungen und der Größe der Kopplungsfläche im EHG-Netz	161
5.3 Studie zur Netzfeinheit für ausgewählte Euler-Lagrange-Verhältnisse	166
5.3.1 Vorüberlegungen	167
5.3.2 Konvergenzstudie	169
5.4 Studie zum Einfluß weiterer Parameter	175
5.4.1 Einfluß des Zeitschritts	176
5.4.2 Einfluß der Lagrange-Netzgeometrie	178
5.4.3 Einfluß der Lagrange-Randbedingungen	181
6 Numerische Untersuchungen	185
6.1 Allgemeines	185
6.2 Modellierung	186
6.2.1 Geometrie und Randbedingungen	187
6.2.2 Finite-Element-Netzzuweisung	188
6.2.3 Gewählte Euler-Lagrange-Kopplung	188
6.3 Materialzuweisung	190
6.3.1 Sprengstoff	190
6.3.2 Luft	192
6.3.3 Beton	193
6.3.4 Verifikation des Betonstoffgesetzes an Standardversuchen	210

6.4	Plattenberechnung	215
6.4.1	Modellierung	217
6.4.2	Ergebnisse	219
6.5	Balkenberechnung	223
6.5.1	Modellierung	224
6.5.2	Ergebnisse	225
6.6	Stützenberechnung	230
6.6.1	Modellierung	230
6.6.2	Ergebnisse	232
7	Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung	237
7.1	Ergebnisvergleich der Platte	238
7.2	Ergebnisvergleich des Balkens	250
7.3	Ergebnisvergleich der Stütze	257
7.3.1	Einfluß im Stahlbeton	257
7.3.2	Einfluß auf die unmittelbare Umgebung	262
8	Zusammenfassung und Ausblick	265
9	Literatur	271
Anhänge		283
Anhang A	Betonparameter	283
Anhang B	Meßkurven zu den Versuchen	285
Anhang C	Ergebnisse der Konvergenzstudien zur Modellierung einer Euler-Lagrange-Kopplung	294
C.1	Studie zur Größe des EHG-Netzes (Abschnitt 5.1)	294
C.2	Studie zur Netzfeinheit ausgewählter Euler-Lagrange-Verhältnisse (Abschnitt 5.3.2)	301
C.3	Studie zum Einfluß weiterer Parameter (Abschnitt 5.4)	308

Nomenklatur

- In dieser Arbeit wird die EINSTEINSICHE SUMMENKONVENTION benutzt, d.h.

$$x_i x_i = \sum_{i=1}^3 x_i x_i$$

- Vektoren und Tensoren werden entweder mithilfe der Indexschreibweise gekennzeichnet oder sind durch Fettdruck markiert; z.B. für den *Cauchy*'schen Spannungstensor: σ_{ij} oder $\boldsymbol{\sigma}$

Große, lateinische Buchstaben

$A_{e,max}$	Elementfläche der längsten Elementseite
$A(F)$	Abstandsfunktion
A, B	EOS-Parameter
C	Courantzahl
\mathbf{C}, C_{ij}	allgemeiner Materialsteifigkeitstensor
\mathbf{C}_H	viskoser Dämpfungsvektor
D_{ij}	symmetrischer Deformationstensor
D	irreversible Schädigung, Schädigungsvariable
$\mathbf{D}, \dot{\mathbf{D}}$	Schädigungstensor und deren zeitliche Ableitung
D_c, D_t	Druck- resp. Zugschädigungsvariable
D_{dyn}	dynamische Schädigungsvariable
E	mechanische Gesamtenergie
$E, \mathbf{E}, \dot{\mathbf{E}}$	Elastizitätsmodul, Elastizitätstensor und deren zeitliche Ableitung
\mathbf{E}_0	Anfangselastizitätstensor
$\mathbf{E}(\mathbf{D}), \mathbf{E}_t$	Sekanten- resp. Tangentensteifigkeitstensor
F	<i>Helmholz</i> 'sche freie Energie
\mathbf{F}, F_{ij}	Deformationsgradient
\mathbf{F}, F_i	Vektor der inneren Kräfte
F_B	Beiwert für das 'burn model'

$F_{D \leftrightarrow Z}$	Zug-Druck-Flag
F_d, \dot{F}_d	Schädigungsfläche und deren zeitliche Ableitung
$F_{d,c}, F_{d,t}$	Schädigungsfläche im Druck- resp. Zugbeanspruchungsfall
F_p, \dot{F}_p	plastische Fließfläche und deren zeitliche Ableitung
G	Schermodul
H_d, H_p	schädigende resp. plastische Ver- und Entfestigungsvariable
H_v	Heaviside-Sprungfunktion
$\mathbf{I}, I_{ij}, I_{ijkl}$	Einheitstensor 2. Stufe resp. 4. Stufe
I_1^e	erste Invariante des elastische Dehnungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}_e$
J_2^e	zweite Invariante des Deviators von $\boldsymbol{\varepsilon}_e$
K, K_T	(isothermer) Kompressionsmodul
$\mathbf{L}, L_{ij}, \nabla \mathbf{v}$	Geschwindigkeitsgradient
\mathbf{M}	Massenmatrix und Steifigkeitstensor im Steifigkeitsraum
\mathbf{M}_D	Steifigkeitstensor im Schädigungsraum
\mathbf{N}_D	Normale im Schädigungsraum
$N(x)$	Ansatzfunktion
$\mathbf{N}_I, \mathbf{N}_{II}, \mathbf{N}_{III}$	Eigenvektoren der Hauptstreckungen
$\mathbf{P}^+, \mathbf{P}^-$	positiver resp. negativer Projektionstensor
Q_d, Q_p	schädigendes resp. plastisches Potential
\mathbf{R}, R_{ij}	Rotationsmatrix
\mathbf{R}, R_i	Vektor der äußeren Kräfte
R_G	universelle Gaskonstante
R_1, R_2	EOS-Parameter
S	Entropie
\mathbf{S}, S_{ij}	deviatorischer Anteil des Spannungstensors
T	Temperatur
\mathbf{U}, U_{ij}	Rechts-Streck-Tensor
U_S	Geschwindigkeit der Schockwellenfront
\mathbf{V}, V_{ij}	Links-Streck-Tensor
V	spezifisches, auf die Masse bezogenes Volumen, $v = 1/\rho$
V_{CJ}	spezifisches Volumen am <i>Chapman-Jouguet</i> Punkt
V_e	Elementvolumen
\mathbf{W}, W_{ij}	antimetrischer <i>spin</i> -Tensor, Rotationsraten
\mathbf{X}, X_i	materialbezogenes Koordinatensystem

Kleine, lateinische Buchstaben

\mathbf{a} , $\ddot{\mathbf{x}}_i$	Vektor der (Knoten-)Beschleunigungen
c_c	Cross-Effekt-Koeffizient
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_s	Schallwellengeschwindigkeit des Materials
c_v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
d	Durchmesser
$\mathbf{d}^{(\alpha)}$	α -ter Eigenvektor des elastische Dehnungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}_e$
e	spezifische innere Energie
\mathbf{e} , e_{ijkl}	Permutationstensor
e_T	thermische innere Energie
e_0	EOS-Parameter (chemische Anfangsenergie)
\mathbf{f} , f_i	Massenkräfte (Eigengewicht)
f'_c , f'_t	einaxiale Druck- resp. Zugfestigkeit
h	spezifische Enthalpie
$h(t-\tau)$	Geschichtsfunktion, abhängig vom Rißzeitpunkt τ
l_e	charakteristische Elementlänge
l_z	charakteristische Zellenlänge, meist die kleinste Dimension
\mathbf{m}_d , \mathbf{m}_p	Richtungstensor zur Schädigungs- resp. Fließfläche
$\mathbf{n}_{d,c}$, $\mathbf{n}_{d,t}$	Normale zur Schädigungsfläche im Druck- resp. Zugbeanspruchungsfall
\mathbf{n}_p	Normale zur Fließfläche
\mathbf{n}_I , \mathbf{n}_{II} , \mathbf{n}_{III}	Eigenvektoren der aktuellen Konfiguration
p , p_{CJ}	Druck, <i>Chapman-Jouguet</i> -Druck
p_{EOS}	resultierender Druck aus der EOS-JWL
p_K	Druck bei Null Kelvin infolge volumetrischer Verdichtung
p_T	thermischer Druck, aus der thermischen inneren Energie e_T
$p\delta_{ij} = p$	hydrostatischer Anteil des Spannungstensors = Druck
\mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$	allg. innere Zustandsvariable (für die Evolution) und deren zeitliche Ableitung
q_p, D	interne plastische resp. schädigende Variable
q_R	Reaktionswärme
q_v	künstliche Viskosität
t	Zeit
Δt	Zeitschrittlänge, Zeitinkrement
t^n , $t^{n+1/2}$	aktueller Zeitschritt n , im Zeitschritt $n+1/2$

\mathbf{u}	Vektor der (Knoten-)Verschiebungen
u_{fs}	Geschwindigkeit an der freien Oberfläche
u_p	Partikelgeschwindigkeit
$\mathbf{v}, \dot{\mathbf{x}}_i$	Vektor der (Knoten-)Geschwindigkeiten
v_D	Detonationsgeschwindigkeit
v_R	Rißgeschwindigkeit
$ \mathbf{v}_z $	Betrag der Zellengeschwindigkeit
$w(\boldsymbol{\varepsilon})$	spezifische Verzerrungsenergie
\mathbf{x}, x_i	Ortsvektor, raumfestes Koordinatensystem
Δx	charakteristische Länge, charakteristische Elementgröße

Große, griechische Buchstaben

Γ	Hourglass-Basismatrix
$\Phi(\mathbf{D})$	Schädigungsoperator
ϕ	Feldgröße, zugeschriebene Eigenschaften der materiellen Punkte eines Körpers
ϕ_i, ϕ_L	Anteile der Feldgrößen, lineare Feldfunktion
$\boldsymbol{\Omega}, \Omega_{ij}$	Rotationsgeschwindigkeit der <i>Green-Naghdi</i> -Ableitung

Kleine, griechische Buchstaben

α_v	thermischer Volumenausdehnungskoeffizient
$\gamma(\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}_e)$	hydrostatischer, von der volumetrischen Dehnung abhängiger Steifigkeitsfaktor
$\gamma(V)$	Grüneisenkoeffizient
$\varepsilon, \Delta\varepsilon$	Dehnung, Dehnungsinkrement
$\boldsymbol{\varepsilon}, \varepsilon_{ij}$	Dehnungstensor
$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{\varepsilon}_{kk}$	(totale) Dehnrates, Dehnratesensor, Spur der Dehnrates
$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_d$	elastische, plastische und entfestigende Dehnrates
$\boldsymbol{\varepsilon}_e^+, \boldsymbol{\varepsilon}_e^-$	positiver resp. negativer elastischer Dehnungstensor
$\varepsilon_e^\alpha, \varepsilon_{e,max}^{(\alpha)}$	Eigenwerte und größter (α -ter) Eigenwert von $\boldsymbol{\varepsilon}_e$
$\varepsilon_{eff}, \varepsilon_v$	effektive Dehnung, volumetrische Dehnung
ϑ	Relaxationszeit

κ	Isentropenkoeffizient: $\kappa = c_p / c_v$
$K_{d,c}, K_{d,t}$	äquivalentes, einaxiales schädigungserzeugendes Dehnungsmaß für Druck resp. für Zug
\dot{K}_d	bezogene, äquivalente schädigende Dehnrate
K_p	äquivalentes, einaxiales plastisches Dehnungsmaß
$\dot{\lambda}_d$	schädigender <i>Lagrange</i> Multiplikator, Schädigungsfaktor
$\dot{\lambda}_p$	plastischer <i>Lagrange</i> Multiplikator, Proportionalitätsfaktor
$\dot{\lambda}_{vp}$	Viskoplastizitätskonstante
$\lambda_I, \lambda_{II}, \lambda_{III}$	Eigenwerte der Hauptstreckungen
λ, μ	<i>Lamé</i> -Konstanten
ν	Querkontraktionszahl, <i>Poisson</i> -Zahl
ρ, ρ_0	Materialdichte, Elementdichte resp. Anfangsdichte
ρ_t, ρ_s, ρ_c	deviatorische Festigkeit in Zug-, Schub- resp. Druck- Richtung
$\sigma, \Delta\sigma, \sigma_i$	Spannung, Spannungsinkrement, Hauptspannungen
$\boldsymbol{\sigma}, \sigma_{ij}$	Spannungstensor
$\dot{\boldsymbol{\sigma}}, \dot{\sigma}_{ij}$	(totale) Spannungsrate, Spannungsratentensor
$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_d$	elastische, plastische und schädigungsbedingte Spannungsrate
$\boldsymbol{\sigma}^\nabla$	<i>Jaumann</i> 'scher Tensor der Spannungsgeschwindigkeiten
σ_{eff}	effektive Spannung
$\sigma_m, 1/3 \sigma_{ii}$	hydrostatischer Anteil des Spannungstensors
τ	Zeitpunkt der Rißbildung
τ_{ij}	unrotierte <i>Cauchy</i> -Spannung
χ	Hilfskoordinatensystem für die ALE- Beschreibung
$\boldsymbol{\omega}$	Vektor der Winkelgeschwindigkeiten
ω	EOS-Parameter

Indizes

CJ	<i>Chapman-Jouguet</i>
c	Druckbeanspruchung, (compression)
D	Detonationsgeschwindigkeit
d	schädigend, (damage)
dyn	dynamisch
e	elastisch resp. Element-

eff	äquivalent, effektiv
j	auf den Elementschwerpunkt j bezogen
K	Zustand bei Null Kelvin (0 K), entlang der 0 K Isothermen
kon	konvektiv
p	plastisch
T	thermischer Anteil
t	Zugbeanspruchung, (tension)
V	Volumen bezogener Anteil
v	volumetrisch
0 (Null)	Anfangswert

Kopfzeiger

n, n+1	zum Zeitpunkt t^n , zum Zeitpunkt t^{n+1}
(^)	generalisierte Variable

Symbole

$D(\cdot)/Dt$	materielle Zeitableitung, totales Differential
$\partial(\cdot)/\partial t, (\cdot)$	partielle Ableitung nach der Zeit
$\partial(\cdot)/\partial \mathbf{x} = \nabla$	Nabla-Differentialoperator
dev(\cdot)	Deviator
tr(\cdot)	Spur eines Tensors
$(\cdot) \circ (\cdot)$	verallgemeinertes Skalarprodukt
$(\cdot) \otimes (\cdot)$	verallgemeinertes Kreuzprodukt

Abkürzungen

AB	Allen-Bradley Aufnehmer (Kohle-Masse Widerstand)
ALE	Arbitrary <i>Lagrangian Eulerian</i>
BSt 500S	Betonstabstahl mit der Streckgrenze von $\beta_s = 500 \text{ N/mm}^2$
B 35	Beton der Festigkeitsklasse B 35 $\Rightarrow f_c = 35 \text{ N/mm}^2$
COMP B	Composition B, Sprengstoffmaterial

CPU	Central Computing Unit
EEP	Explosively Formed Projectile
EHG	<i>Euler</i> -Hintergrundnetz
E/L-Verhältnis	<i>Euler-Lagrange</i> -Verhältnis
ENO	Essentially Non-Oscillatory-Technik
EOS	Equation Of State – Zustandsgleichung
FEM	Finite-Element-Methode
FDM	Finite-Differenzen-Methode
HEL	High Elastic Limit – elastische Grenzspannung
HIS	'Half Index Shift'-Algorithmen
H _I	Hugoniot-Kurve des 1. Materials
H _{II}	Hugoniot-Kurve des 2. Materials
I	Isentrope
JWL	JWL-Parameter für die Zustandsgleichung nach <i>Jones, Wilkins & Lee</i> (EOS-JWL)
K	Kistler-Aufnehmer (Quarzkristall-Luftdruckaufnehmer)
MUSCL	Monotone Upwind Scheme for Conversation Laws
R _I	Rayleigh-Gerade des 1. Materials
R _{II}	Rayleigh-Gerade des 2. Materials
SF	Sicherheitsbeiwert (scale factor)
TNT	Trinitrotoluol, Sprengstoffmaterial
TVD	'Total Variation Diminishing'-Technik
VK4	Versuchskörper 4 (Balkenversuche)
ZDN	<i>Zel'dovich, Döring & Neumann</i> (Modell zur Detonationstheorie von Sprengstoffen)
ZDV	Zentrales Differenzenverfahren

In der vorliegenden Arbeit wird folgende Nomenklatur für die Literaturangabe verwendet: z.B. *Heinze* [1993: 283]. Dabei wird der Autor kursiv erwähnt; die erste Zahl in der eckigen Klammer gibt das Erscheinungsjahr der Veröffentlichung an, während die zweite Zahl auf die zitierte Seite in dieser Veröffentlichung verweist.

Der **erste** im Text zu findende Verweis eines jeweiligen Bildes wird fett hervorgehoben, um den Beginn der Erläuterungen zu diesem Bild im Text aufzuzeigen. Die weiteren Bildverweise eines bereits im Text erwähnten Bildes werden anschließend nicht weiter hervorgehoben.

1 Einleitung

Heutzutage gibt es zunehmend mehr ältere Bauwerke, die den gestiegenen Anforderungen bezüglich der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit nicht mehr gerecht werden. Neben den möglichen Sanierungs- und Verstärkungsmaßnahmen von Bauwerken, ist der Abbruch der Konstruktionen durch Sprengen – das Abbruchsprengen – eine weitere Alternative. Mit dieser Alternative können die abzubrechenden Bauwerke auf sehr schnellem Wege sicher beseitigt und das wiedergewonnene Material dem Baustoffkreislauf zugeführt werden.

In Deutschland sind beim Abbruch einer Konstruktion durch Sprengen sprengstoffrechtliche Vorschriften wie z.B. beim Umgang, beim Verkehr und bei der Beförderung explosionsgefährlicher Stoffe einzuhalten. Um Unfälle während der 'Sprengarbeiten' zu vermeiden, ist der Abbruch durch Sprengen zu dimensionieren, die Sicherung des Gefahrenbereichs zu gewährleisten und die Beeinträchtigung der Umgebung abzuschätzen. In der Praxis ist die Bemessung eines sprengtechnischen Abbruchs von der Fachkunde und der Erfahrung des beteiligten Sprengpersonals abhängig. Es werden Sprengpläne aufgestellt und die notwendigen Sprengstoffmengen mit Faustformeln ermittelt. Durch Anwendung eines Verfahrens zum sprengtechnischen Abbruch wird das Tragwerk der Konstruktion nachhaltig beschädigt und dessen Stabilität geschwächt. Das Bauwerk wird durch die anschließende Fallbewegung in der vorgesehenen Richtung und vor allem durch den Aufprall zerstört. Aufgrund von mißlungenen Sprengabbrüchen, Restriktionen bei der Wiederverwertung des gewonnenen Materials und dessen sorgfältiger Trennung, z.B. von kontaminierten Teilstrukturen, als auch der Verunreinigung des Bodens und des Grundwassers zeichnen sich die zukünftigen Aufgaben bei der Anwendung von sprengtechnischen Abbruchverfahren deutlich ab.

Das Materialverhalten der beteiligten Werkstoffe und deren Verbundverhalten ist für die vorliegende hochdynamische Beanspruchung noch

nicht ausreichend erforscht und die eingeleiteten Fallbewegungen der unterschiedlichen Bauwerkstypen sind noch nicht genügend untersucht worden. Die Beeinträchtigungen der Umgebung wie z.B. der Lärm, der Staub, die Erschütterungen, der Trümmerflug und die Luftstoßwellen sind weitere Gesichtspunkte und erfordern ein Zusammenspiel zwischen den Behörden, dem Auftraggeber, den Sprengunternehmen sowie den Ingenieuren und Sachverständigen.

Diese Probleme sind mit Faustformeln nicht zu lösen. Deshalb gewinnt der Einsatz von numerischen Simulationen immer mehr an Bedeutung, da mit realitätsnahen Stoffgesetzen die Charakteristika der Materialien, die Kinematik während des Einsturzvorgangs sowie die Beeinträchtigung der Umgebung rechnerisch erfaßt werden kann. Erst dann ist für den Auftraggeber, die Behörden und das Sprengunternehmen ein ökonomisches und ökologisches Sprengvorhaben durchführbar. Das angestrebte Ziel der minimalen Gefährdung und Belastung der Umgebung wird somit erreicht.

1.1 Problemstellung

Bei einem sprengtechnischen Abbruch sind zwei Verfahrensarten zu unterscheiden: der Teilabbruch und der Totalabbruch.

- Beim Teilabbruchsprengen werden die zur Zerlegung vorgesehenen Bereiche des Abbruchobjektes sukzessive mit sprengstoffgefüllten Bohrlöchern versehen und zeitlich gestuft gesprengt. Die jeweilige maximale Sprengstoffmenge wird durch die tolerierbare Umgebungsbelastung begrenzt. Dieses schonende Sprengverfahren wird in der Regel gewählt, wenn die umgebende Baustruktur intakt bleiben und an den Abbruchgrenzen des stehengebliebenen Betons keine Schädigung auftreten soll. Beispiele hierfür sind der stufenweise Rückbau von Betonstrukturen, bei denen aus Gründen der Umweltbelastung, z.B. bei dichter Bebauung, der sprengtechnische Abbruch nicht als Ganzes, sondern in einzelnen kleinen Schritten mit reduzierter Sprengstoffmenge

vorgenommen werden muß und die Zerrüttung dickwandiger Strukturen durch Lockerungssprengungen für den anschließenden maschinellen Abbruch. Die Lockerungssprengung verursacht in einem kleinen Bereich mit einem Radius von etwa 10 cm um die Sprengladung eine Zerstörung des Materials, siehe *Heinze* [1993: 283]. Bei dieser Methode können zusätzliche Beanspruchungen auftreten, die bei der Bemessung der Konstruktion nicht berücksichtigt wurden. Diese Belastungen sind beispielsweise der Impact von Trümmern auf Betondecken aus größeren Höhen.

- Der Totalabbruch eines Bauwerkes wird entweder durch eine Kippsprengung (Fallrichtungssprengung), wie in **Bild 1.1** dargestellt, oder durch eine Kollapssprengung (vertikaler Einsturz) erzielt, mit denen ebenfalls ein lokaler Bereich um die Sprengladung nachhaltig zerstört wird. Dadurch wird das Gebäude in einen labilen Zustand versetzt, so daß die Konstruktion aufgrund der Schwerpunktsverlagerung einstürzt. Der überwiegende Materialanteil wird beim Aufprall durch die Fallenergie zerkleinert. Während bei einer Kippsprengung eine entsprechend große Freifläche in Umstürzrichtung für das Haufwerk benötigt wird, entsteht bei einer Kollapssprengung aufgrund des vertikalen Einsturzes ein Schuttkegel, dessen Höhe durch die ehemalige Baumasse bestimmt wird.

Sowohl nach einem Teilabbruch als auch nach einem Totalabbruch ist das entstandene Haufwerk, nach *Heinze* [1993: 12] das durch Sprengen zerkleinerte, herausgelöste Material, zu entfernen. Neben der Dimensionierung eines sprengtechnischen Abbruchs ist der Nachweis über den Verbleib der anfallenden Abfälle zu führen, siehe *Zerres* [1999: 52].

In der Praxis wird der sprengtechnische Abbruch durch die Fachkunde und Erfahrung des Sprengmeisters sowie die Anwendung von empirischen Formeln bestimmt, siehe *Heinze* [1993: 283]. Dabei ist die Leistung und das Wissen eines Sprengunternehmens weder ein Garant für die Lösung der einleitend genannten Probleme noch eine adäquate Möglichkeit gegebene Herausforderungen zu meistern. Bei der Verfahrensauswahl für einen Abbruch unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten weist *Hartmann & Breidt* [1997: 684] darauf hin, daß Abbrüche ohne Sprengmittel, wie beispielsweise das Einreißen mit der Abrißbirne, nach Schät-

zung von Experten etwa die fünf- bis zehnfachen Kosten eines spreng-
technischen Abbruchs verursachen.

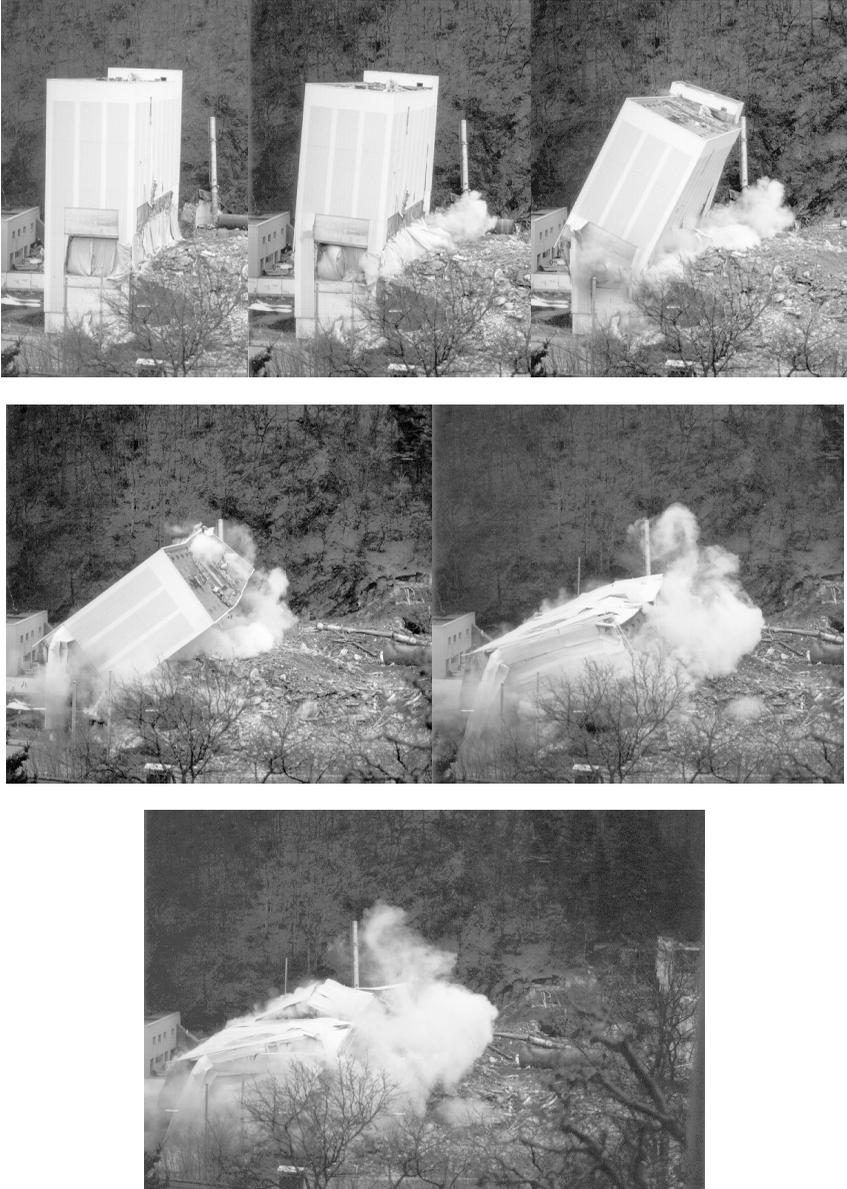


Bild 1.1: Kippsprengung eines Hochlagers und dessen Fallbewegung

Das Sprengen von Bauwerken oder Bauwerksteilen belastet die Umgebung im Gegensatz zu den konventionellen Abbruchverfahren, z.B. dem sukzessiven Rückbau, nur für eine kurze Zeitdauer. Dies ist ein wichtiges Argument, um beispielsweise im innerstädtischen Bereich den Sprengschaden zu minimieren, siehe *Heinze* [1993: 13]. Zu den Sprengschäden oder Nebenwirkungen zählen Lärm, Staub, Erschütterungen beim Aufprall großer Massen aus großen Höhen, Trümmergröße und -flug, Luftdruck- und Wasserdruckwellen und andere Beeinträchtigungen, siehe *Heinze* [1993: 155-171].

Ein weiterer Vorteil eines sprengtechnischen Abbruchs ist das rasche Beseitigen der Trümmer bei entsprechender Größe des Haufwerks. Mit geeigneten Methoden, z.B. mit Hydraulikbaggern, kann nach einem Totalabbruch das noch ungenügend zerkleinerte Material schnell für den Abtransport oder gegebenenfalls sofortigen Einbau aufbereitet werden. Außerdem ist in einigen Fällen das Abbruchsprengen aufgrund statischer Gesichtspunkte die einzige sichere Alternative beim Gebäudeabbruch. Der Vergleich zwischen einem konventionellen Verfahren und dem Sprengen eines fünfzig Meter hohen Gebäudes zeigt die Effizienz des sprengtechnischen Abbruchs. Dabei werden für das Sprengergebnis neben der Stückigkeit des Haufwerks auch die Nebenwirkungen des Abbruchs durch Sprengen, z.B. die Erschütterungen oder Fehlergebnisse berücksichtigt, siehe *Heinze* [1993: 150] und *Zerres* [1999: 49f.].

Um komplexe Abbruchsprengungen ingenieurmäßig sicher und effizient durchführen zu können, sind nach *Hartmann & Breidt* [1997: 684f.] sprengtechnische Abbrüche durch eine Sprengstrategie an die örtlichen Gegebenheiten anzupassen. Hierzu gehört neben der Erstellung eines Sprengplanes, siehe *Heinze* [1993: 13], der Analyse möglicher Richtungsabweichungen während des Einsturzvorganges, siehe *Hartmann, Stangenberg, Melzer & Blum* [1994: 7] auch die Destabilisierung des Bauwerks, z.B. die Trennung der Bewehrung in einer Stahlbetonstruktur. Dies erfordert Wissen über die zu verwendenden Sprengmittel, deren lokale Wirkung auf den Werkstoff Beton und deren nachfolgende globale Wirkung auf die Umgebung.



Bild 1.2: Detonation einer 500 Tonnen TNT Hemisphären-Ladung aus *Zukas & Walters* [1998]

In **Bild 1.2** wird die Wirkung einer 500 Tonnen TNT-Hemisphären-Ladung veranschaulicht. Die numerische Umsetzung dieser schnellen exothermen, chemischen Reaktion im Sprengstoff mit der schlagartigen Freisetzung von Energie in Form von Druck und Wärme bedarf der Kenntnis thermodynamischer Prozesse während des Detonationsablaufes, die in Abschnitt 2.2 – Sprengstoffe und Detonation – zusammengefaßt wiedergegeben werden. Eine weitverbreitete Möglichkeit den Detonationsvorgang des Sprengstoffes innerhalb der Finite-Element-Rechnung abzubilden, besteht in der Anwendung der Zustandsgleichung nach *Jones, Wilkins* und *Lee* (EOS-JWL), siehe *Dobratz & Crawford* [1985]. Aufgrund der sich nach der Zündung des Sprengstoffes schnell ausbreitenden Schwaden wird für die Druckwellenausbreitung innerhalb der numerischen Simulation eine Beschreibung nach *Euler* gewählt.

Für die lokale Wirkung des Sprengstoffes auf eine Betonstruktur ist die Kenntnis über das Materialverhalten von Beton unter hochdynamischer Belastung zwingend erforderlich. Deshalb werden im Abschnitt 2.3 zunächst die aus Versuchen gewonnenen Betoneigenschaften genannt

und anschließend die theoretischen Grundprinzipien der Kontinuumsmechanik für die Formulierung eines Betonstoffgesetzes beschrieben. Die numerische Abbildung des Materialverhaltens von Beton während einer Schockwelleneinleitung wird mittels der Betrachtung nach *Lagrange* beschrieben. Diese ermöglicht es, die materialabhängigen Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen des Werkstoffes zu ermitteln.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen für ausgewählte Betonbauteile vorgestellt. Dabei werden sowohl aufgelegte Ladungen als Kontakt detonation an einer Betonplatte und Stahlbetonstütze als auch Sprengstoffladungen in den Bohrungen eines Betonbalkens als Bohrlochsprengung oder Lockerungssprengung erfaßt. Die dabei einsetzende Wirkung des Sprengstoffs beruht auf zwei Gegebenheiten: Druck und Stoßwirkung der Detonationsfront. Die Wirkung des Drucks ist wiederum auf zwei Ursachen zurückzuführen. Infolge der Schwaden ist dies der Gasdruck und aufgrund der Detonation der *Chapman-Jouguet*-Druck, siehe *Heinze* [1993: 29]. Im Gegensatz zum quasistatisch wirkenden Schwadendruck stellen der Detonationsdruck und die Detonationsfront eine dynamische Beanspruchung für das Material dar.

Der durch die Sprengladung geschädigte Materialbereich läßt sich in eine Zertrümmerungs-, Riß- und Erschütterungszone unterteilen, siehe *Roschlau* [1992: 18f.]. Da die sich bildenden Schwaden eine zusätzliche Beanspruchung auf den schon durch den Detonationsstoß stark mit Rissen durchzogenen Beton ausüben, wird das Material in der Umgebung der Sprengstoffladung weiter geschwächt. Somit wird durch eine Bohrlochsprengung ein effektiverer Bruchmechanismus als durch eine Kontaktladung erzielt.

Neben der Lockerungs- und der Kippsprengung wird eine weitere Methode für den sprengtechnischen Abbruch vorgestellt: die speziellen Projektilen EFP (engl. explosively formed projectile). Diese EFP-Einheit, dargestellt in **Bild 1.3**, wird durch Sprengstoffe geformt, beschleunigt, trifft auf Bauteile und zerstört oder durchtrennt diese. Für die Praxis sind die EFP-Einheiten durch numerische Simulationen und Versuche an die Gegebenheiten eines sprengtechnischen Abbruchs anzupassen. Dabei

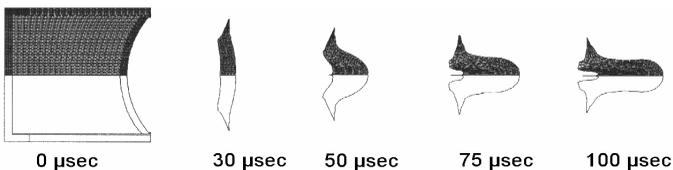
spielt die Modellierung der aerodynamischen EFP-Struktur und des Werkstoffverhaltens des 'liners' bei sehr hohen Dehnraten eine bedeutende Rolle, siehe *Weickert* [1998: 381, 386ff.].



Bild 1.3: EFP-Einheit mit einem EFP-Durchmesser von 300 mm aus *Weickert* [1998]

In **Bild 1.4a** werden die numerisch berechneten Deformationen des Projektils vor dem Impakt und in **Bild 1.4b** die Wirkung des Projektils auf zwei Stahlbetonwände wiedergegeben. Die Perforation der zwei hintereinander angeordneten Wände ist deutlich zu erkennen. Die nicht dargestellte dritte Stahlbetonwand ist durch den Aufschlag des Projektils nur umgekippt. Für die Fälle, in denen eine Anwendung einer Kontakt- oder Bohrlochsprengung unmöglich ist, stellt die EFP-Methode eine wirksame Alternative dar.

a)



b)



Bild 1.4: a) ZeuS Simulation eines 'backward-fold' EFP's und b) Perforation von zwei Stahlbetonwänden, aus *Weickert* [1998]

Abbruchsprengungen mit einer EFP-Einheit sind durch numerische Simulationen vorauszuberechnen. Dadurch lassen sich bei einem erneuten Einsatz eines EFP unter gleichen Bedingungen einfache Zusammenhänge zwischen Ursache und Wirkung aufstellen. *Weickert* [1998] stellt beispielsweise für Kontaktladungen grafische Beziehungen zwischen dem Sprengstoff und einer angesprengten Stahlbetonwand vor. Die Parameter der Kontaktladung sind die Mächtigkeit der Ladung und deren Gewicht. Die Daten der Stahlbetonwand sind der Durchmesser des sprengtechnisch hergestellten 'Lochs' und die Dicke der Wand. Eine einfache Bemessung für sicherheitsrelevante Bauteile kann mithilfe von Diagrammen durchgeführt werden, siehe *Schneider* [1979] und *Ockert* [1997 :57].

In weiteren Veröffentlichungen, z.B. *Heinze* [1993: 282-300], werden hauptsächlich die Bemessung eines sprengtechnischen Abbruchs mit Bohrlochladungen erörtert. Die erforderliche Sprengstoffmenge wird

durch empirische Formeln ermittelt. Dabei ist das Zündschema, in dem unter anderem die Zündfolge definiert wird, von ausschlaggebender Bedeutung. Außerdem ist die zeitliche Streckung der Zündung beim sprengtechnischen Abbruch von Stahlbetonbauwerken einzuhalten. Dadurch wird eine größere Wirkung des frei werdenden Gasdrucks und eine optimale gegenseitige Beeinflussung parallel zueinander angeordneter Sprengladungen erzielt, siehe *Heinze* [1993: 14, 381, 198f.] und *Roschlau* [1992: 96f.].

Bei einer Sprengung im zivilen Bereich wird die Bewehrung im Gegensatz zum militärischen Bereich nicht zerstört, siehe *Weickert* [1998: Fig. 10.29]. Somit stellt sich die Frage, welchen Einfluß die Bewehrung bei einer Sprengung eines Bauteils oder Bauwerkes hat? Dazu ist der Unterschied zwischen bewehrten und unbewehrten Strukturen zu beachten. Der Einfluß der Bewehrung kann in der Praxis nur von erfahrenen Fachleuten richtig bewertet werden, siehe *Heinze* [1993: 300f.]. Um während des Einsturzvorganges eines Stahlbetonschornsteines die geplante Fallbewegung zu erreichen, kann beispielsweise der Querschnitt bei der Sprengung dieser Konstruktion bereits vorher geschwächt werden, siehe **Bild 1.5**.

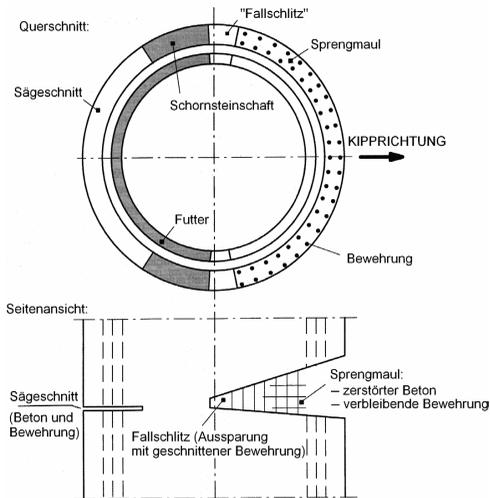


Bild 1.5: Schornsteinsprengzone aus *Hartmann, Stangenberg, Melzer & Blum* [1994]

Bei dieser Destabilisierung werden in der gegenüberliegenden Seite des sogenannten Sprengmauls (Sprengkeils) Schlitz- oder Öffnungen am Fuß des Schornsteins hergestellt. Dabei wird die Längsbewehrung durchtrennt. Das Bild 1.5 verdeutlicht die Situation in der Sprengzone des Schornsteins. Das sich bildende Kippgelenk am Sprengmaul und die Destabilisierung bewirken den kontrollierten sprengtechnischen Abbruch des Stahlbetonschornsteins. Allerdings erfordert die Destabilisierung einen bestimmten Zeitrahmen. Bis zur Sprengung ist der vorgeschädigte Schornstein in einem gefahrbringenden Zustand. Bei Windbeanspruchungen und durch das Eigengewicht des Schornsteines kann ein verfrühtes Zusammenstürzen erfolgen. Der Schornstein versagt aufgrund von Druckbruch, siehe *Hartmann, Stangenberg, Melzer & Blum* [1994: 8, 50].

1.2 Zielsetzung

In der Praxis wird der Sicherheitsnachweis für einen sprengtechnischen Abbruch hauptsächlich mittels Faustformeln und Erfahrungswerten erbracht. Dies ist für die Zukunft jedoch nicht befriedigend. Deshalb soll ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen auf Bauteilebene entwickelt und anhand von einfachen Betonstrukturen experimentell verifiziert werden. Dieses Verfahren soll mithilfe von Hydrocodes und realistischen, stoffgesetzlichen Beziehungen für die verwendeten Materialien eine Grundlage für nachvollziehbare Sicherheitsnachweise bieten. Die wesentlichen Ziele der vorliegenden Arbeit bestehen somit in der Schaffung von Grundlagen mit einem Hydrocode, um:

- das Materialverhalten von Betonstrukturen unter Kontaktdetonationen und Bohrlochsprengungen zu beschreiben und
- die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch die über die Luft übertragenen Druckstöße zu bestimmen.

Für die Anwendung eines sprengtechnischen Abbruchs werden als tragende Bauteilstrukturen aus dem Hochbau deshalb Verifikationsversuche mit einer Platten-, Balken- und Stützegeometrie ausgewählt, die durch Kontakt- resp. Bohrlochladungen schlagartig belastet werden.

Für die Umsetzung der durchgeführten Verifikationsversuche (Platte, Balken und Stütze) in eine numerische Simulation eignet sich die Methode der finiten Elemente (FEM) mit der expliziten Formulierung der Erhaltungssätze. Das FE-Programm LS-DYNA, siehe *Hallquist* [1999], gibt mit einer Vielzahl von zur Verfügung stehenden numerischen Routinen den prädestinierten kontinuumsmechanischen Rahmen vor. Die durch den Detonationsvorgang ausgelöste Wellenausbreitung im Sprengstoff bewirkt eine Druckwellenfortpflanzung in der umgebenden Luft und im belasteten Beton, der ein nichtlineares Materialverhalten aufweist. Diese Wellenausbreitung muß innerhalb der numerischen Simulation korrekt wiedergegeben werden.

Weiterhin ist die Interaktion zwischen Sprengstoffladung und Betonstruktur zu berücksichtigen. Hierfür eignet sich innerhalb der numerischen Simulation die Verwendung einer *Euler-Lagrange*-Kopplung und die Anwendung der unterschiedlichen Betrachtungsweisen zur Beschreibung des jeweiligen Materialverhaltens von Sprengstoff, Luft und Beton. Dabei werden den *Euler*-Elementen die Materialeigenschaften des Sprengstoffes und der Luft zugeordnet, während die Materialeigenschaften des Betons mithilfe der *Lagrange*-Elemente abgebildet werden. Die Druckwellenausbreitung der Materialien Sprengstoff resp. Luft wird mittels der Zustandsgleichung nach *Jones, Wilkins* und *Lee* (EOS-JWL) resp. der idealen Gasgleichung beschrieben, während das Materialverhalten des Betons durch ein dynamisches mehraxiales kontinuumsmechanisches Schädigungsmodell, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000], abgebildet werden soll. Dieses ist für die Anwendung von Abbruchsprengungen zu erweitern und in das FE-Programm LS-DYNA zu implementieren.

Innerhalb der Formulierung eines Betonstoffgesetzes gewinnt der Einfluß der Dehnrates bei zunehmenden Belastungsgeschwindigkeiten an Bedeutung. Dieser ist für die dynamische Festigkeitssteigerung des Betons unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten wie sie z.B. beim sprengtechni-

schen Abbruch auftreten verantwortlich und wird in Stoffmodellen zu-
meist durch eine lokale Abhängigkeit von der aktuellen Dehnrates berück-
sichtigt. *Eibl* [1996] weist jedoch darauf hin, daß mit diesem Stoffgesetz-
typ der zusätzliche dynamische Tragwiderstand eines Bauteiles rechne-
risch nicht genau erfaßt werden kann. Die experimentellen Untersuchun-
gen von *Curbach* [1987] und *Zheng* [1996] belegen, daß die dynamischen
Festigkeitseigenschaften des Betons durch die Entwicklung der Belastungs-
geschwindigkeit bis zum aktuellen Zeitpunkt, d.h. durch die gesamte
Belastungsgeschichte, beeinflußt werden. Die daraufhin entwickelten
Stoffmodelle, siehe *Bachmann* [1993] und *Schmidt-Hurtienne* [2000]
berücksichtigen den Dehnrateneneffekt auf makroskopischer Betrachtungs-
weise besser und führen ihn physikalisch auf den Verzögerungsmechanis-
mus und die Homogenisierung zurück. Eine Erweiterung dieses Ansatzes
auf die bei Abbruchsprengungen herrschenden Belastungsgeschwindigkeiten
ist somit für die numerische Simulation unabdingbar.

Daher wird in dem Kapitel zur numerischen Untersuchung zunächst auf
die Vorgehensweise bei der Modellierung des jeweiligen Versuchsaufbaus
einschließlich der verwendeten Stoffgesetze eingegangen und anschließend
werden die erzielten Rechenergebnisse erläutert. Anhand des Vergleichs
der Ergebnisse zwischen den jeweiligen Verifikationsversuchen und den
numerischen Simulationen wird die Übereinstimmung bezüglich der
Schädigungsbereiche im Beton, der Druckmaxima mit ihren jeweiligen
Zeitpunkten nach der Zündung und der Druck-Zeit-Verläufe zwischen
den Sensoren im Beton resp. in der Luft mit den entsprechenden
Rechenelementen gezeigt. Somit können die gestellten Ziele auf
Bauteilebene mit dem vorgeschlagenen Verfahren zur numerischen
Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen erfüllt
werden.

2 Stoffgesetzliche Grundlagen

Innerhalb der dreidimensionalen numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen werden stoffgesetzliche Beziehungen für die zu verwendenden Materialien Sprengstoff, Luft und Beton benötigt, die in diesem Kapitel kurz erläutert werden. Nach der Beschreibung der Schockwellentheorie für den Werkstoff Beton und der Herleitung anhand einer eindimensionalen ebenen Welle, werden die theoretischen Grundlagen für die Bestimmung einer Beton-Hugoniot-Kurve als auch die Erweiterung zu einer vollständigen Zustandsgleichung für den Werkstoff Beton gegeben. Im darauf folgenden Abschnitt werden Sprengstoffe klassifiziert, die Detonationstheorie erläutert und die Reflexion von Wellen an Grenzflächen z.B. am Übergang vom Sprengstoff zum Beton erklärt.

Es folgt ein Abschnitt zum Materialverhalten des Betons, indem zuerst die grundlegenden aus Experimenten gewonnenen zeitunabhängigen Betoneigenschaften kurz dargestellt und anschließend die theoretischen Grundprinzipien der Kontinuumsmechanik für die Formulierung von Betonstoffgesetzen beschrieben werden. Hierbei wird von der *Cauchy*'schen Spannungsdefinition ausgegangen, in der die inneren Kräfte auf die verformte Konfiguration bezogen werden. Die Beschreibungen der kinematischen Größen, der Spannungen, die Erhaltungssätze der Masse, des Impulses und der Energie, als auch die beiden Hauptsätze der Thermodynamik, die Energieerhaltung und die Irreversibilität thermodynamischer Prozesse werden als bekannt vorausgesetzt oder können in Lehrbüchern z.B. bei *Malvern* [1969] und *Betten* [1986] nachgelesen werden. In dieser Arbeit wird die Nomenklatur und die Formelsprache von *Malvern* [1969] weitestgehend verwendet.

In den letzten beiden Abschnitten dieses Kapitels wird auf die grundlegenden zeitabhängigen Betoneigenschaften eingegangen, die innerhalb der Formulierung von Betonstoffgesetzen für die numerische Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen benötigt werden.

Dies ist zum einen der Einfluß der Dehnrates auf die dynamische Festigkeit von Beton und zum anderen das Verhalten von Beton unter hohen hydrostatischen Drücken.

2.1 Schockwellentheorie und Bestimmung der Hugoniot-Kurve für Beton

Bei der dynamischen Belastung von Körpern entstehen Spannungswellen, die die kinetische und potentielle Energie durch den Körper transportieren. Nach *Zukas et al.* [1982: 1-27] kann eine grobe Einteilung in drei Bereiche erfolgen, elastische Wellen, plastische Wellen und Schockwellen. Für Belastungen, die Spannungen unterhalb der Fließgrenze zur Folge haben, verhält sich das Material elastisch, bei Metallen gilt beispielsweise das *Hooke'sche* Gesetz. Bei einer Steigerung der Intensität der Belastung verhält sich das Material zunehmend plastisch; es treten große Deformationen, Erwärmungen und häufig Versagen durch verschiedene Mechanismen auf. Bei weiterer Steigerung der Belastungsintensität werden Drücke erzeugt, die die Materialfestigkeit um ein Vielfaches übersteigen. Das Materialverhalten wird nun geprägt vom Widerstand gegen volumetrische Kompression, es verhält sich hydrodynamisch. Je höher die Intensität der Belastung ist, um so mehr verliert die Geometrie des Körpers an Einfluß und die Reaktion des Körpers ist lokal eng begrenzt. Von den verschiedenen Wellenarten wie Kompressionswellen, Scherwellen, Rayleigh- oder Lovewellen soll im folgenden nur auf die Kompressionswellen eingegangen werden, die für den eindimensionalen Strömungszustand erläutert werden.

Die nachfolgenden Erläuterungen beziehen sich im wesentlichen auf *Cooper* [1997] und *Ockert* [1997], desweiteren waren die Dissertationen von *Rötzer* [1997], *S. Eibl* [1995] und *Hiermaier* [1996] hilfreich.

Die Ausbreitung von Kompressionswellen erfolgt durch eine Volumenänderung des Materials, ohne jedoch dabei dessen Form zu verändern. Beim Durchlaufen der Welle werden die einzelnen Partikel in Ausbrei-

tungsrichtung beschleunigt. Für einen eindimensionalen Körper mit einem nichtlinearen Stoffgesetz gilt folgende Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

mit u = Verschiebung, x = Ort und t = Zeit. Dabei beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Kompressionswelle:

$$c(\varepsilon) = \sqrt{\frac{K_{\text{Tan}}}{\rho}}, \quad \text{mit } K_{\text{Tan}} = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon_v} \quad (2.2)$$

wobei ρ die Materialdichte und der Kompressionsmodul K_{Tan} die Steigung der nichtlinearen volumetrischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung beschreibt. Für den linear elastischen Fall ($K_{\text{Tan}} = \text{const}$) ist die Wellengeschwindigkeit bis zum Erreichen der elastischen Grenzspannung (HEL) in **Bild 2.1** somit eine Konstante. Oberhalb der Fließgrenze σ_a des Materials ändert sich die Steigung jedoch in Abhängigkeit von der Spannung, die Wellengeschwindigkeit ist nun ebenfalls spannungsabhängig. In Bild 2.1 wird die Entstehung von Schockwellen infolge einer typischen nichtlinearen volumetrischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Festkörper verdeutlicht.

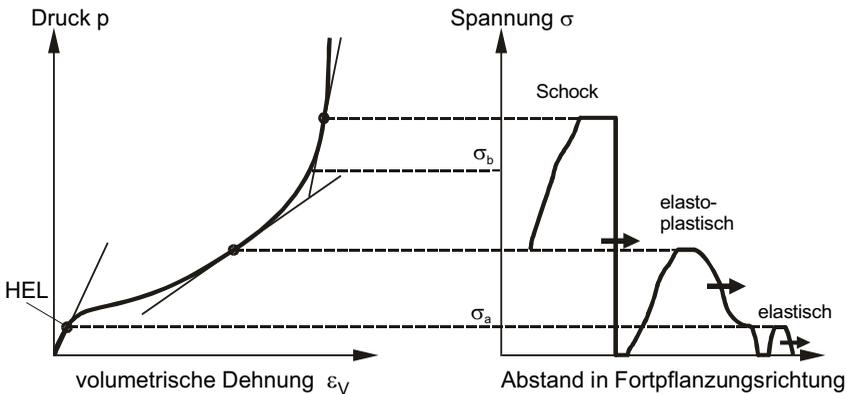


Bild 2.1: Entstehung von Schockwellen in Festkörpern infolge der nichtlinearen volumetrischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für hohe Druckspannungen aus Cooper [1997]

Liegt die Spannung zwischen den Werten σ_a und σ_b , so ist die Steigung geringer als im elastischen Bereich, die elastisch-plastische Welle ist somit langsamer als die elastische. Für Spannungswerte oberhalb von σ_b (rein plastisches Verhalten) ist die Wellengeschwindigkeit höher als im elastischen Bereich und wächst mit zunehmender Spannung weiter an.

Unter der Berücksichtigung, daß eine Spannung oberhalb von σ_b zuerst die unteren Spannungsbereiche durchlaufen muß, werden somit Wellenanteile mit unterschiedlichen Spannungen und Geschwindigkeiten erreicht. Es bildet sich eine vorauslaufende elastische Welle, gefolgt von der langsameren elastisch-plastischen Welle. Zuletzt kommen die Wellenanteile mit der höchsten Spannung, die aufgrund ihrer höheren Ausbreitungsgeschwindigkeit die vorauslaufenden Anteile einholen. Die Welle wird nun zunehmend steiler, bis sie eine nahezu senkrechte Linie bildet und mit extrem hoher Geschwindigkeit fortschreitet. Diese so entstandene Welle wird nach *Asay et al.* [1993] Schockwelle genannt. Die sprunghafte Änderung vom nichtgeschockten Zustand vor der Welle zum geschockten Zustand nach der Welle heißt Diskontinuität. Die Dicke der Schockwellenfront ist gering und kann vernachlässigt werden. Innerhalb dieser Schockwellenfront erfährt das Material somit eine sprunghafte und irreversible Zustandsänderung bezüglich Dichte, Druck und Energie. In **Bild 2.2** wird das Entstehungsprinzip einer Schockwelle bzgl. des Drucks nochmals veranschaulicht.

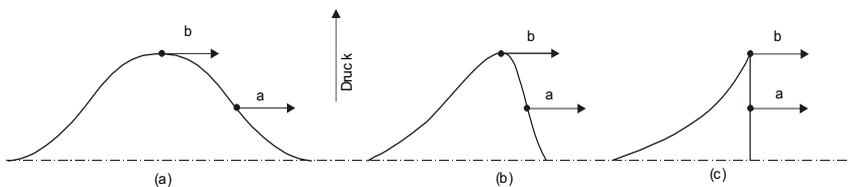


Bild 2.2: Entwicklung einer Schockwellenfront nach *Rinehart* [1975]

Eingangs wurde bereits kurz erwähnt, daß durch die Welle die einzelnen Partikel auf die Partikelgeschwindigkeit u_p beschleunigt werden. Diese liegt stets unter der Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle. Eine sehr anschauliche Erklärung hierfür liefert *Cooper* [1997: 170-171] mit dem

Qualitative Beschreibung einer Schockwelle

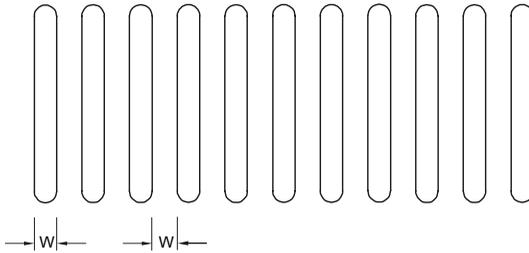


Bild 2.3.a): elf Stäbchen

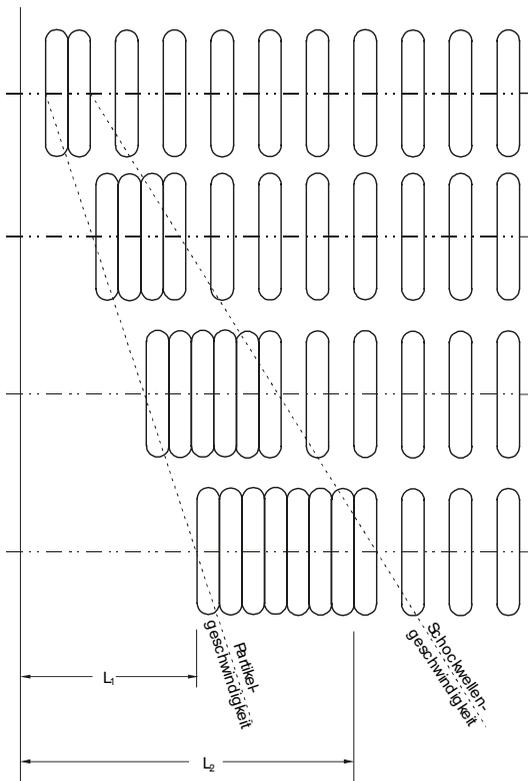


Bild 2.3.b): weiterhin elf Stäbchen

Bild 2.3: Stäbchenmodell nach Cooper [1997]

'Stäbchenmodell' in **Bild 2.3**. Das obere Bild 2.3a zeigt elf Stäbchen der Breite $w = 0,5$ cm, die im Abstand von ebenfalls $w = 0,5$ cm nebeneinander liegen. Gestartet wird, indem das erste Stäbchen mit konstanter Geschwindigkeit in Richtung der anderen bewegt wird. Diese Bewegung wird so lange fortgeführt, siehe Bild 2.3b, bis auch das letzte Stäbchen berührt wird. Angenommen, die benötigte Zeit vom Beginn des Bewe-gens bis zum Berühren des letzten Stäbchens beträgt 10 Sekunden, so besitzt das erste Stäbchen, das in dieser Zeit 5 cm zurücklegt, eine Geschwindigkeit von $5 / 10 \text{ cm/s} = 0,5 \text{ cm/s}$. Da alle anderen Stäbchen ebenfalls berührt werden, besitzen diese ebenfalls die Geschwindigkeit von $0,5 \text{ cm/s}$. Wenn nun die Stäbchen die Partikel eines Materials repräsentieren, so bedeutet dies, daß die Partikelgeschwindigkeit $u_p = 0,5 \text{ cm/s}$ beträgt. Das Signal, das den Beginn der Bewegung jedes einzelnen Stäbchens anzeigt, bewegt sich in derselben Zeit vom ersten bis zum letzten Stäbchen, was einer Strecke von 10 cm gleichkommt. Dieses Signal entspricht in unserer Analogie der Druckwellenfront. Es bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 1 cm/s , also der doppelten Partikelgeschwindigkeit.

Bei der folgenden Herleitung der für die Beschreibung des Schockwellenphänomens notwendigen Grundgleichungen wird von einem eindimensionalen, ebenen Strömungszustand ausgegangen. Hierbei wird nur der Zustand vor der Schockwellenfront mit demjenigen hinter der Schockwellenfront verglichen. Der Übergang vom einen zum anderen Zustand wird als reine Diskontinuität betrachtet und nicht weiterverfolgt. Desweiteren wird davon ausgegangen, daß das Material vor der Schockwelle keine Anfangsgeschwindigkeit besitzt. **Bild 2.4** zeigt eine sich von links nach rechts mit der Geschwindigkeit U_s bewegendende Schockwellenfront. Vor ihr auf der rechten Seite befindet sich das Material im Ausgangszustand (Index 'o'), auf der linken Seite hinter der Schockwelle im geschockten Zustand (ohne Index). Der Zustand des Mediums wird durch die Normalspannung σ_{11} , die spezifische Enthalpie h , die Materialdichte ρ und die Partikelgeschwindigkeit u_p beschrieben.

Von einem ruhenden Bezugspunkt aus sieht der Beobachter, wie sich die Schockwelle von links nach rechts durch das Medium hindurch bewegt. Dies entspricht der *Euler'schen* Betrachtungsweise und ist im

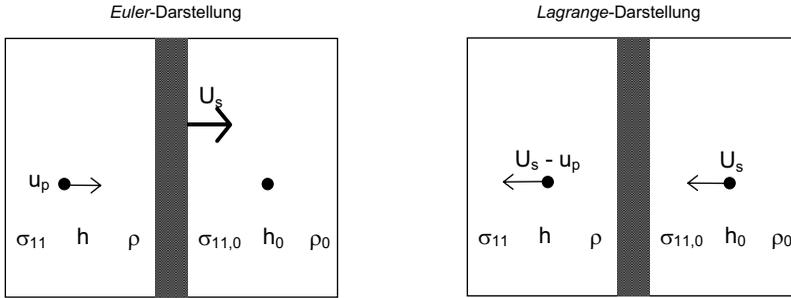


Bild 2.4: eindimensionaler, ebener Strömungszustand

linken Bild dargestellt. Wird jedoch ein sich bewegendes Bezugssystem zugrunde gelegt, das sich mit der Schokkwellenfront mitbewegt, so lässt sich der Vorgang in einen stationären Strömungsvorgang umwandeln. Der auf der Welle sitzende Beobachter sieht, wie das ungestörte Medium mit Schokkwellengeschwindigkeit auf ihn zukommt und sich hinter ihm mit Schokkwellengeschwindigkeit verringert durch die Partikelgeschwindigkeit des geschockten Mediums von ihm entfernt. Diese Darstellung, die für die mathematische Ableitung des Materialverhaltens günstiger ist, entspricht der *Lagrange*'schen Betrachtungsweise und ist im rechten Bild dargestellt.

Nach den Regeln der Kontinuumsmechanik kann der Spannungstensor σ_{ij} in einen hydrostatischen Anteil $p\delta_{ij}$ und einen deviatorischen Anteil S_{ij} aufgespalten werden. Bei extrem hohen Drücken wird der deviatorische Anteil als gering im Vergleich zum hydrostatischen Druck angenommen, und bei Vernachlässigung von S_{ij} wird $\sigma_{11} \approx p$. Mit dieser Näherung können die drei Erhaltungsgleichungen für die Masse, den Impuls und die Energie folgendermaßen abgeleitet werden, siehe *Cooper* [1997: 180-184] und *Ockert* [1997: 29]:

$$\text{Masse:} \quad \rho \cdot (U_s - u_p) = \rho_0 \cdot U_s \quad (2.3a)$$

$$\text{Impuls:} \quad p + \rho \cdot (U_s - u_p)^2 = p_0 + \rho_0 \cdot U_s^2 \quad (2.3b)$$

$$\text{Energie:} \quad h + \frac{1}{2} \cdot (U_s - u_p)^2 = h_0 + \frac{1}{2} U_s^2 \quad (2.3c)$$

In der Thermodynamik bezeichnet die Zustandsgröße h die spezifische Enthalpie. Sie faßt bei der Beschreibung von gasförmigen Stoffen die spezifische innere Energie e und die Volumenarbeit zusammen und ist folgendermaßen definiert:

$$\text{Enthalpie:} \quad h = e + \frac{p}{\rho} \quad (2.3d)$$

Durch Umformen der vier Gleichungen ergibt sich die *Rankine-Hugoniot*-Gleichung, mit der die Differenz der inneren Energie entlang der *Hugoniot*-Kurve berechnet werden kann:

$$e - e_0 = \frac{1}{2} (p + p_0) \cdot (V_0 - V) , \quad (2.4)$$

mit: $V = \frac{1}{\rho}$ resp. $V_0 = \frac{1}{\rho_0}$ (spez. auf die Masse bezogenes Volumen).

Mit den Gleichungen (2.3) stehen vier Gleichungen für die sechs Unbekannten ρ , h , e , p , u_p und U_s zur Verfügung. Zur Lösung des Problems fehlen noch eine Rand- resp. Anfangsbedingung ($u_{p0} = 0$) und eine Zustandsgleichung (*EOS, equation of state*), die einen Zusammenhang zwischen innerer Energie, Volumen und Druck herstellt:

$$e = e(p, V) \quad (2.5)$$

Für ideale Gase lautet diese EOS:

$$pV = R_G T \quad (2.6)$$

oder in anderer Schreibweise:

$$p = (\kappa - 1) \rho e , \quad (2.7)$$

mit der universellen Gaskonstante R_G , dem Isentropenkoeffizienten $\kappa = c_p/c_v$ und den spezifischen Wärmekapazitäten c_p bei konstantem Druck und c_v bei konstantem Volumen. Wird eine solche EOS mit der

Energieerhaltungsgleichung (2.3c) aus der Sprungbedingung kombiniert, so kann die innere Energie in der Gleichung eliminiert werden und es gilt die Beziehung:

$$p = p(V), \quad (2.8)$$

die sogenannte *Hugoniot-Kurve*. Im allgemeinen ist diese Beziehung jedoch nicht von vornherein bekannt und es müssen durch eine Reihe von Experimenten die Hugoniot-Daten für verschiedene innere Energien bestimmt werden. Aus der Summe dieser Daten läßt sich dann die Hugoniot-Kurve auftragen, welche die Gesamtheit aller möglichen Schock-Endzustände darstellt. Zum Vergleich ist in **Bild 2.5** ebenfalls die reversible Adiabate, die Isentrope, mit aufgetragen. Der Kurvenverlauf der Isentrope kennzeichnet Zustände mit konstanter Entropie. Für den Ausgangspunkt stimmen Isentrope und Hugoniot-Kurve bis zur zweiten Ableitung überein, siehe *Gruschka & Wecken [1971]*. Steigen die Drücke bezogen auf den Ausgangsdruck an, so verläuft die Hugoniot-Kurve steiler als die Isentrope. Dies bedeutet, daß entlang der Hugoniot-Kurve die Entropie zunimmt und somit die Hugoniot-Kurve ein irreversibles Materialverhalten beschreibt.

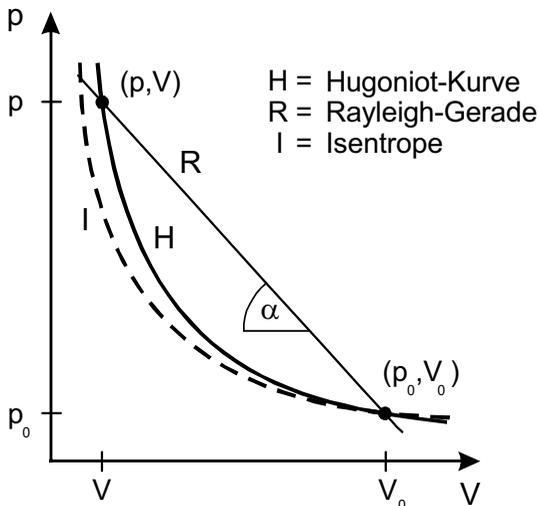


Bild 2.5: typischer Verlauf einer Hugoniot-Kurve für Gase nach *Ockert [1997]*

Der Sprung in der Schockwellenfront vom Ausgangszustand (p_0, V_0) zum Endzustand (p, V) kann durch die sogenannte *Rayleigh*-Gerade beschrieben werden, die Anfangs- und Endpunkt miteinander verbindet. Aus den Erhaltungsgleichungen für die Masse (2.3a) und den Impuls (2.3b) folgt nach Umformungen die Gleichung der *Rayleigh*-Geraden:

$$\frac{p - p_0}{V_0 - V} = \left(\frac{U_s}{V_0} \right)^2 \quad (2.9)$$

Die linke sowie die rechte Seite der Gleichung (2.9) entspricht bei dieser Formulierung gerade der (negativen) Steigung $\tan \alpha$ der *Rayleigh*-Geraden. Die Schockwellengeschwindigkeit U_s ist folglich proportional zum Betrag von $\sqrt{\tan \alpha}$, es gilt:

$$U_s = \frac{|\sqrt{\tan \alpha}|}{\rho_0}$$

Ist der Endpunkt auf der Hugoniot-Kurve bekannt, so folgt direkt die Schockwellengeschwindigkeit.

In den meisten Fällen wird für Feststoffe, wie z.B. für Beton, jedoch die Schockwellengeschwindigkeit U_s aus den experimentell gewonnenen Daten bestimmt, wie es ausführlich von *Ockert* [1997: 89-97] in seiner Arbeit beschrieben wird. Hierzu müssen die Ankunftszeiten der durch den Probekörper laufenden Druckwelle an der Oberfläche und an den Sensorpositionen ermittelt werden. Mithilfe dieser Ankunftszeiten kann eine Weg-Zeit-Beziehung für den Wellendurchgang bestimmt werden. Diese Beziehung wird durch Erstellung einer Ausgleichsfunktion unter Zuhilfenahme der Methode der kleinsten Fehlerquadrate in Form eines Polynoms dritten Grades erhalten und wird in **Bild 2.6** exemplarisch für die von *Ockert* [1997] untersuchten Betonplatten wiedergegeben.

Wird nun diese Ausgleichsfunktion bzgl. der Zeit differenziert, ergibt sich ein quadratischer Verlauf in Abhängigkeit von der Zeit für die Schockwellengeschwindigkeit im Versuchskörper. Für dieselben, bereits in Bild 2.6 gezeigten Versuchsergebnisse von *Ockert* [1997] gibt das **Bild 2.7** den Verlauf der Schockwellengeschwindigkeit in Abhängigkeit der zurückge-

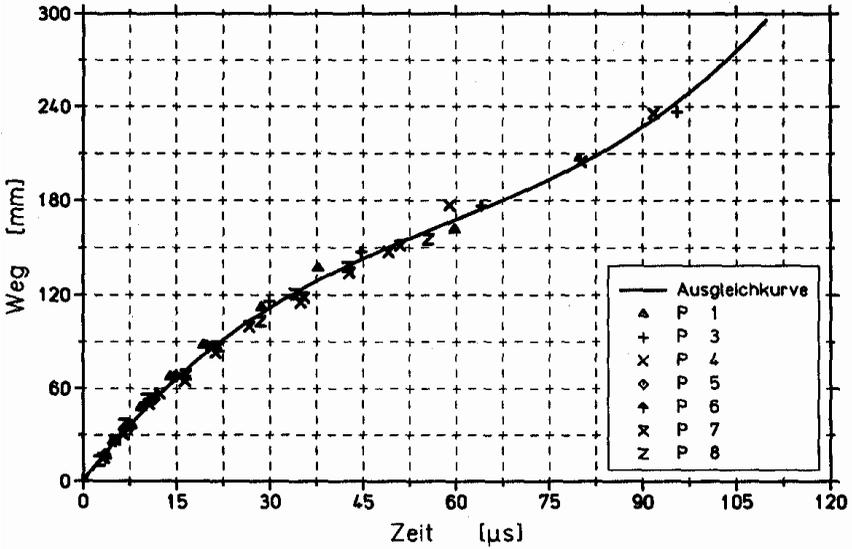


Bild 2.6: Weg-Zeit-Beziehung mit Ausgleichskurve der Versuche P1 bis P8 von Ockert [1997]

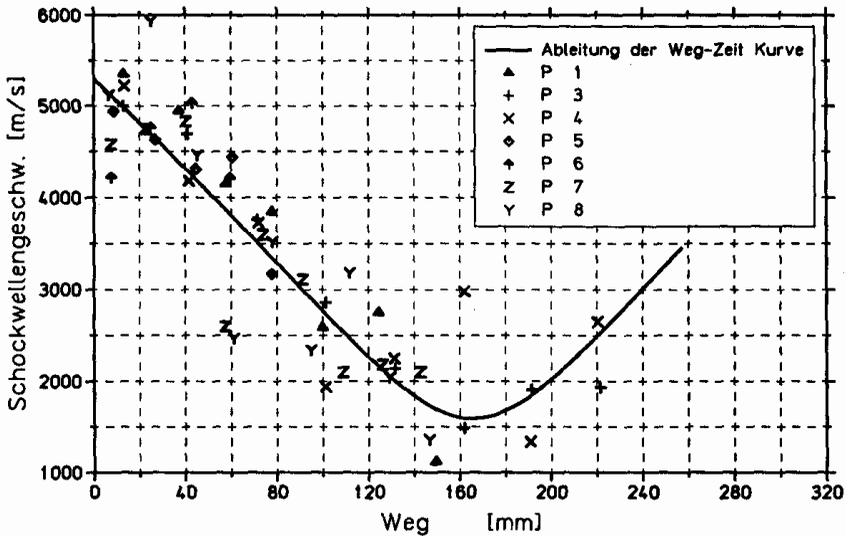


Bild 2.7: Schockwellengeschwindigkeit mit Ausgleichskurve für die Versuche P1 bis P8 von Ockert [1997]

legten Distanz an, in dem die aus den Messungen errechneten mittleren Schockwellengeschwindigkeiten mit ins Diagramm eintragen worden sind. Trotz einer größeren Schwankungsbreite werden die mittleren Schockwellengeschwindigkeiten durch die abgeleitete Weg-Zeit-Ausgleichskurve gut erfaßt. Die Schockwelle dringt mit der Detonationsgeschwindigkeit des verwendeten Sprengstoffs in den Versuchskörper ein. Im weiteren Verlauf des Eindringens nimmt die Wellengeschwindigkeit auf ein Minimum ab, um dann wieder auf Schallgeschwindigkeit anzuwachsen. Dieser Verlauf wird durch die veränderten Materialparameter bestimmt, zu denen die Ausbreitungsgeschwindigkeit proportional ist. Bei geringer Belastung befindet sich das Material im elastischen Zustand, bei stärkerer Belastung beginnt die Zerstörung der Betonporen und der Kompressionsmodul nimmt ab, so daß die Wellengeschwindigkeit in diesem Bereich abnimmt und erst bei stärkerer Verdichtung wieder ansteigt. Das Material befindet sich dann in einem Zustand dichter Packung und der Kompressionsmodul nimmt wieder zu. Es handelt sich hier um ein typisches Verhalten poröser Werkstoffe. Somit konnte die Schockwellengeschwindigkeit aus der Wegmessung und der Bestimmung der unterschiedlichen Ankunftszeiten an den einzelnen Sensoren errechnet werden.

Mit den gleichzeitig während des Versuches gemessenen Druck-Zeit-Verläufen und der nun bestimmten Schockwellengeschwindigkeit an den Positionen der einzelnen Sensoren können für diese die Punkte der Hugoniot-Kurve mithilfe folgender Beziehung berechnet werden:

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \frac{p - p_0}{\rho_0 \cdot U_S^2} \quad (2.10)$$

Dies wurde von *Ockert* [1997] für eine Versuchsserie an mehreren Betonplatten mit Probenabmessungen von etwa 1 m Kantenlänge durchgeführt. Die dabei experimentell ermittelte Hugoniot-Kurve für Beton stellt die Gesamtheit aller Schock-Endzustände dar, die von einem gemeinsamen Grundzustand ausgehen. Sie ist keine Kurve, die etwa während eines Versuches durchlaufen wird. In **Bild 2.8** wird sie im Vergleich zu den Ergebnissen anderer Autoren gezeigt und liegt in der vorliegenden Arbeit der numerischen Simulation von Betonstrukturen zugrunde.

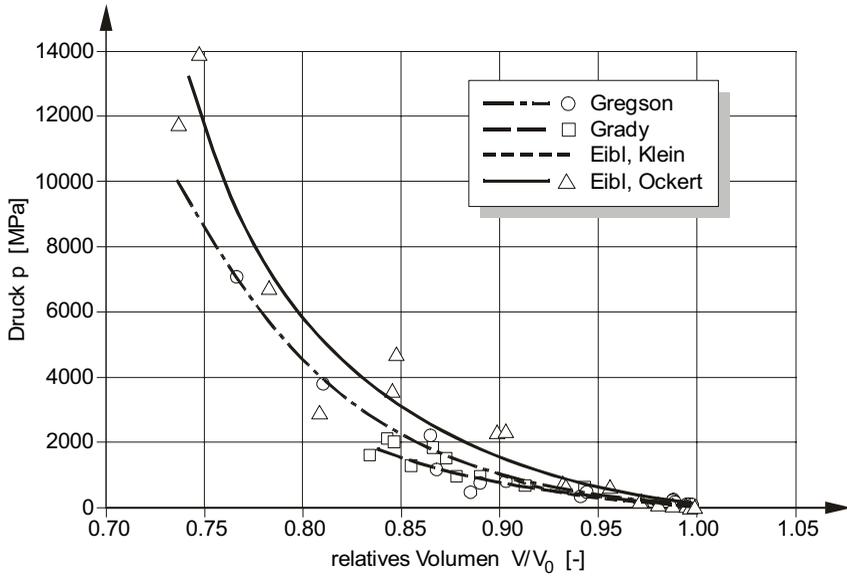


Bild 2.8: Hugoniot-Kurve für Beton nach Ockert [1997]

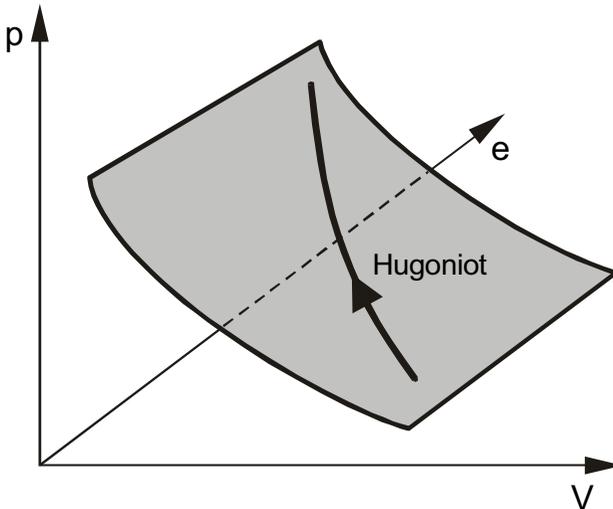


Bild 2.9: Darstellung der Zustandsgleichung im p - V - e Raum nach Ockert [1997]

Die aus den Versuchen abgeleitete Hugoniot-Kurve für Beton ist jedoch nur ein Teil der gesuchten Zustandsgleichung. Genauer betrachtet, stellt sie eine Linie in der kalorischen EOS-Fläche im Druck-Volumen-innere Energie-Raum dar, wie es in **Bild 2.9** angedeutet wird. Für die Erweiterung der Linie *Hugoniot*-Kurve zu einer kalorischen EOS wird eine Beziehung der Form $p = F(V, e)$ für die Beschaffenheit dieser Fläche benötigt. Nach den Erkenntnissen aus der Metallphysik und unter der Voraussetzung, daß sich alle Meßdaten aus Schockwellenversuchen in einem Bereich des Phasendiagramms befinden, wird üblicherweise die Theorie von *Mie-Grüneisen* [1926: 1-59] zur Bestimmung der kalorischen EOS verwendet.

Diese Theorie beruht auf der Gitter-Vibrations-Theorie, siehe *Walsh et al.* [1957], *Zharkow & Kalinin* [1971] und wurde für metallische Kristalle hergeleitet. Die Voraussetzung für die *Mie-Grüneisen* EOS ist, daß die thermische Energie eines Metallkristalls adäquat durch einen Satz von einfachen harmonischen Schwingern beschrieben werden kann, deren Frequenzen ν_i nur Funktionen des Volumens sind.

$$e = \Phi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3N} h_p \nu_i + \sum_{i=1}^{3N} \frac{h_p \nu_i}{e^{h_p \nu_i / kT} - 1} \quad (2.11a)$$

mit: $\Phi(V)$ = potentielle Energie des Kristalls
 N = Anzahl der Atome
 h_p = Planck'sches Wirkungsquantum
 k = Boltzmann-Konstante
 $\nu_i(V)$ = Eigenfrequenz des i -ten Schwingers
 T = Temperatur

Die Gleichung (2.11a) setzt sich aus drei prinzipiellen Anteilen zusammen. Der erste Term ist die volumenabhängige potentielle Energie infolge der Verformung des Mediums. Der zweite Term repräsentiert die Grundschiwingung der Atome bei Null Kelvin, während der dritte Term den von der Temperatur abhängigen thermischen Anteil der Energie beschreibt. Somit ergibt sich folgende thermodynamisch ausgedrückte Gleichung:

$$e = \Phi + e_K + e_T \quad (2.11b)$$

mit: e_K = innere Energie entlang der Null Kelvin-Isothermen
 e_T = thermischer Anteil der inneren Energie

Mithilfe der Definition der *Helmholtz'schen* freien Energie $F = e - T \cdot S$

berechnet sich der gesuchte Druck $p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$ zu:

$$p = - \left[\frac{d\Phi}{dV} - \frac{\gamma}{V} \sum_{i=1}^{3N} \frac{1}{2} h_p v_i \right] + \frac{\gamma}{V} \sum_{i=1}^{3N} \frac{h_p v_i}{e^{h_p v_i / kT} - 1} \quad (2.12a)$$

oder vereinfacht thermodynamisch ausgedrückt:

$$p(V, e) = p_K(V) + \frac{\gamma(V, T)}{V} [e - e_K(V)] \quad (2.12b)$$

Der erste Term in der eckigen Klammer aus Gleichung (2.12a) entspricht dem Druckanteil infolge der potentiellen Energie, während der zweite Term den Druckanteil aus den Grundschrwingungen der Atome bei Null Kelvin wiedergibt. In Gleichung (2.12b) werden beide Terme durch p_K zusammengefaßt und als Druckspannung bei Null Kelvin infolge volumetrischer Verdichtung berücksichtigt. Der jeweilige letzte Term in den Gleichungen (2.12) beschreibt den Anteil des thermischen Drucks aus dem thermischen Anteil der inneren Energie. Dabei wird der Grüneisenkoeffizient $\gamma(V, T)$ mithilfe der Definition der spezifischen Wärmekapazitäten $c_V = \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_V$ ausgedrückt. Somit gilt für den Grüneisenkoeffizienten dann:

$$\gamma(V, T) = - \frac{V}{c_V} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (2.13a)$$

oder vereinfacht für Umgebungsbedingungen angeben:

$$\gamma = \frac{V}{c_V} \cdot K_T \cdot \alpha_V, \quad (2.13b)$$

$$\text{mit } K_T = \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T \text{ und } \alpha_V = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p,$$

wobei K_T den isothermen Kompressionsmodul und α_V den thermischen Volumenausdehnungskoeffizienten bezeichnen.

Der Verlauf der spezifischen Wärmekapazität c_V kann mithilfe der *Debye*-Theorie [1912: 789-839] beschrieben werden. Damit entsteht ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Änderung der thermischen inneren Energie e_T und der Temperatur T zu:

$$e_T = c_V \cdot dT \quad (2.13c)$$

Somit entsteht eine vollständige Zustandsgleichung resp. konstitutive Beziehung, mit der sich alle thermodynamischen Potentiale und Zustandsgrößen beschreiben lassen.

2.2 Sprengstoffe und Detonation

Sprengstoffe sind chemische Verbindungen, die aus Kohlenstoff und Wasserstoff bestehen. An diese Verbindungen ist der Sauerstoff meist gebunden. Durch die Zündung des Sprengstoffs wird eine sehr schnelle exotherme, chemische Reaktion ausgelöst, die die im Sprengstoff gespeicherte Energie schlagartig freisetzt, siehe *Cook* [1965]. Die für diese Arbeit relevanten Sprengstoffe können nach der Art des Ablaufs ihrer chemischen Reaktion weiter unterteilt werden in detonierende und deflagrierende Sprengstoffe. Zur ersten Gruppe gehören die brisanten Sprengstoffe (high explosives), die sich durch hohe Reaktionsgeschwindigkeiten von 1.500 m/s bis 9.000 m/s und hohe Drücke zwischen 50 MPa bis 40.000 MPa auszeichnen. Die vollständige Umsetzung des reaktionsfähigen Stoffs wird in der Regel durch einen Initialimpuls eingeleitet und erfolgt in einem Verdichtungsstoß in einer Zone praktisch bis zur Endstufe. Die Reaktionsprodukte (Schwaden) strömen in Richtung der Reaktionszone mit einer nur etwas geringeren Geschwindigkeit als der Detonationsgeschwindigkeit. Zur zweiten Gruppe (low explosives)

gehören die Pulversprengstoffe, wie zum Beispiel Schwarzpulver. Diese reagieren deutlich langsamer, weisen Reaktionsgeschwindigkeiten von 0,1 mm/s bis 300 m/s und geringere Drücke bis maximal 50 MPa auf. Die Umsetzung erfolgt nur unvollständig in mehreren Zonen unter Flammenbildung und wird meist durch eine Flamme eingeleitet. Die Umsetzungsprodukte strömen vom Explosivstoff mit einer größeren Geschwindigkeit als der Verbrennungsgeschwindigkeit weg, siehe *Thum* [1978: 30-33] und *Heinze* [1993: 22].

Die Gruppe der detonierenden Sprengstoffe kann abermals unterteilt werden in Primär- und Sekundärsprengstoffe. Erstgenannte detonieren bereits durch Zündung mit Funken, Flammen oder Stoß, z.B. Bleiazid, Knallquecksilber, während letztere einen Zünder resp. Detonator z.B. eine Sprengkapsel benötigen, um eine Detonation auszulösen. Beispiele hierfür sind das in den numerischen Simulationen für die Betonplatte verwendete Trinitrotoluol (TNT) sowie Nitroglycerin.

Um das Wesen einer idealen Detonation mathematisch zu beschreiben, müssen die thermodynamischen und kinetischen Bedingungen der chemischen Reaktion bestimmt werden, der hydrodynamische Zustand des Schockvorganges formuliert und die strömungsmechanischen Vorgänge in den Reaktionsschwaden hinter der Detonationsfront berücksichtigt werden. Es zeigte sich jedoch, daß sich der Detonationsvorgang sehr gut durch eine sich selbst erhaltende Schockwelle beschreiben läßt. Die durch die chemische Reaktion im Sprengstoff frei werdende Energie reicht aus, um die Schockwelle weiter voranzutreiben. Den Grundstein für diese klassische Detonationstheorie legten *Chapman* [1899: 99-104] und *Jouguet* [1906: 347-425] bereits Ende des 19. Jahrhunderts. In der Weiterentwicklung durch *Zel'dovich* [1940: 542-568], *Döring* [1943: 421-436] und *von Neumann* [1942] zum *ZDN-Modell* wurde die in der klassischen Detonationstheorie als unendlich dünn angenommene Reaktionszone durch ein Modell mit Zündverzögerung ersetzt, gefolgt von einer endlichen Reaktionszone. Die Druckspitze unmittelbar hinter dem Verdichtungsstoß wird 'von Neumann Spike' genannt. Der Zustand hinter der Reaktionszone entspricht wieder der *Chapman-Jouguet*-Bedingung $U_S - u_p = c_2$ (mit c_2 als örtlicher Schallgeschwindigkeit hinter der Reaktionsfront). Als Maß für den Ablauf der chemischen Reaktion wird für die

unterschiedlichen Sprengstoffarten jeweils ein Parameter ω eingeführt, dessen von der Sprengstoffart abhängiger Wert zwischen Null und Eins liegt, siehe Gleichung (2.14).

$$p(V,e) = A \cdot \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V}\right) \cdot e^{-R_1 \cdot V} + B \cdot \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V}\right) \cdot e^{-R_2 \cdot V} + \frac{\omega \cdot e}{V} \quad (2.14)$$

Dabei sind A, B, R_1 , R_2 und ω von der jeweiligen Sprengstoffart abhängige Konstanten. Sie können Handbüchern wie z.B. dem *Dobratz & Crawford* [1985] entnommen werden. Mit dieser Zustandsgleichung kann sowohl der Druck des 'von Neumann Spike' als auch der des *Chapman-Jouquet*-Punktes berechnet werden.

Für dieses einfache Detonationsmodell werden folgende Annahmen getroffen:

- Die Strömung ist eindimensional; dies entspricht der einaxialen Annahme der Schockwellentheorie.
- Die Detonationsfront entspricht der diskontinuierlichen Sprungbedingung in der Schockwellentheorie.
- Die Reaktionsschwaden hinter der Detonationsfront sind im chemischen und thermodynamischen Gleichgewicht und die chemische Reaktion ist beendet.
- Die Länge der Reaktionszone ist gleich Null.
- Die Detonationsgeschwindigkeit ist konstant; die Detonation kann als stationärer Prozeß beschrieben werden.

Mit diesen Annahmen können die Erhaltungsgleichungen für die Masse, den Impuls und die Energie unter Berücksichtigung der Bemerkungen aus Abschnitt 2.1 – Schockwellentheorie – hergeleitet werden. Als einziger Unterschied zu den Gleichungen (2.3) ist lediglich in der Energieerhaltungsgleichung (2.3c) infolge der chemischen Reaktion die Reaktionswärme q_R zu berücksichtigen, so daß diese Gleichung folgende Form annimmt:

$$e + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot (U_s - u_p)^2 = e_o + \frac{p_o}{\rho_o} + \frac{1}{2} U_s^2 + q_R \quad (2.15)$$

Die erweiterte *Rankine-Hugoniot*-Gleichung lautet somit:

$$e - e_0 = \frac{1}{2}(p + p_0) \cdot (V_0 - V) + q_R \quad (2.16)$$

Aufgrund der während des Detonationsvorganges im Sprengstoff zusätzlich frei werdenden Reaktionswärme q_R folgt, daß in einem Druck-Volumen-Diagramm der die Detonation beschreibende Anteil der Hugoniot-Kurve oberhalb des Ausgangspunktes 1 (p_0, V_0) liegen muß. In **Bild 2.10** wird dieser Zusammenhang verdeutlicht.

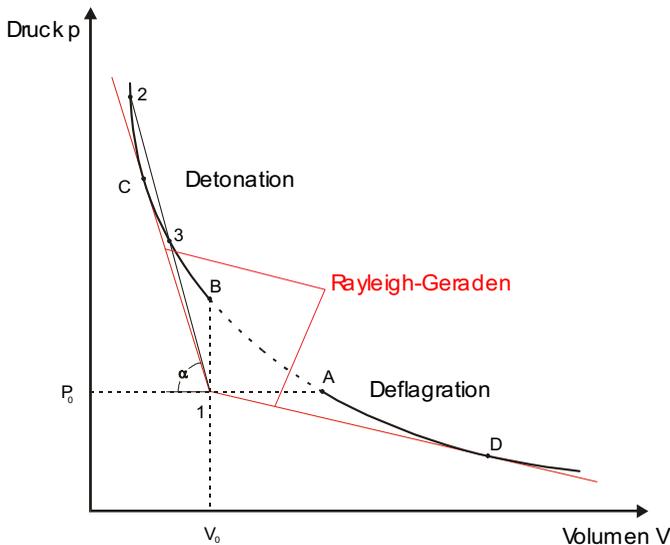


Bild 2.10: Hugoniot-Kurve für einen Verdichtungsstoß nach *Germershausen* [1973]

Die bei Sprengstoffen zusätzlich zu berücksichtigende Reaktionswärme q_R hat außerdem zur Folge, daß die Hugoniot-Kurve nun in zwei Abschnitte unterteilt ist, einen Überschallanteil, der für eine Detonation maßgebend ist, und einen Unterschallanteil, mit dem eine Deflagration beschrieben wird. Wie in der Schockwellentheorie beschreibt die betragsmäßige Steigung der *Rayleigh*-Geraden wieder das Quadrat aus der Detonationsgeschwindigkeit multipliziert mit der Dichte des Ausgangszustandes:

$$\tan \alpha = \frac{p - p_0}{V_0 - V} = (U_s \cdot \rho_0)^2 \quad (2.17)$$

Da der Anfangspunkt 1 (p_0, V_0) nun nicht mehr auf der Hugoniot-Kurve liegt, kann $\tan \alpha$ negative Werte annehmen, die physikalisch nicht definiert sind (Bereich zwischen A und B). Es stellt sich nun die Frage, welcher der Punkte auf der Hugoniot-Kurve dem Endzustand entspricht. Hier hilft die zuvor getroffene Annahme, daß es sich um einen stationären Vorgang handelt. Es wird zunächst angenommen, daß dies genau derjenige Punkt ist, in dem die Rayleigh-Gerade eine Tangente im oberen Teil der Hugoniot-Kurve darstellt (Punkt C). Dieser Punkt wird allgemein als 'oberer *Chapman-Jouguet*-Punkt' bezeichnet. Entsprechend wird der zweite mögliche Tangentenschnittpunkt im unteren Teil der Hugoniot-Kurve als 'unterer *Chapman-Jouguet*-Punkt' bezeichnet, der jedoch für den hier betrachteten Detonationsvorgang ohne Bedeutung ist und nicht weiter berücksichtigt wird. Während aus dem Betrag der Steigung der Rayleigh-Geraden die (konstante) Geschwindigkeit der Detonationsfront folgt, beschreibt der Betrag der Steigung der Hugoniot-Kurve im Schnittpunkt mit der Rayleigh-Geraden die Geschwindigkeit der Rückseite der Welle (rarefaction wave), näheres hierzu in Cooper [1997: 255-257]. Eine vom Betrag **geringere** Steigung als die der Tangente ist nicht möglich, da dann die Hugoniot-Kurve nicht geschnitten wird. Bei einer vom Betrag **größeren** Steigung der Geraden schneidet diese die Kurve in zwei Punkten (Punkt 2 und Punkt 3).

Für Punkt 2 ist der Betrag der Steigung der Hugoniot-Kurve größer als der Betrag der Rayleigh-Geradensteigung; der rückwärtige Teil der Welle wäre somit schneller als die Detonationsfront, die Bedingung des stationären Vorgangs also verletzt. In Punkt 3 ist der Betrag der Steigung der Hugoniot-Kurve dagegen kleiner als der Betrag der Rayleigh-Geradensteigung, der hintere Teil der Welle somit langsamer als die Detonationsfront; die Reaktionszone würde dadurch immer länger, was ebenfalls nicht die getroffenen Annahmen erfüllt. Der einzig mögliche Endpunkt auf der Hugoniot-Kurve für eine Detonation ist folglich derjenige Punkt, in dem die Hugoniot-Kurve und die Rayleigh-Gerade denselben Betrag der Steigung besitzen; dies gilt nur für den *Chapman-Jouguet*-

Punkt C. In beiden *Chapman-Jouguet*-Punkten C und D ist die Geschwindigkeit hinter der Reaktionsfront gerade gleich der örtlichen Schallgeschwindigkeit c_2 , es gilt die Beziehung:

$$U_s - u_p = c_2 \quad (2.18)$$

Im weiteren wird auf die Bedeutung der Lasteinleitung hingewiesen. Hierfür sind die Grenzflächen zwischen Sprengstoff und Beton sowie zwischen Beton und dem Auflager zu beachten. Für die Betrachtung dieser Grenzflächenübergänge eignet sich besser eine Darstellung der Hugoniot-Kurve im p - u_p -Diagramm. In **Bild 2.11** ist die Hugoniot-Kurve des ersten Materials mit H_I und die Rayleigh-Gerade des ersten Materials mit R_I gekennzeichnet. Die Rayleigh-Gerade verbindet den Ursprung mit einem Endzustand A auf der Hugoniot-Kurve H_I .

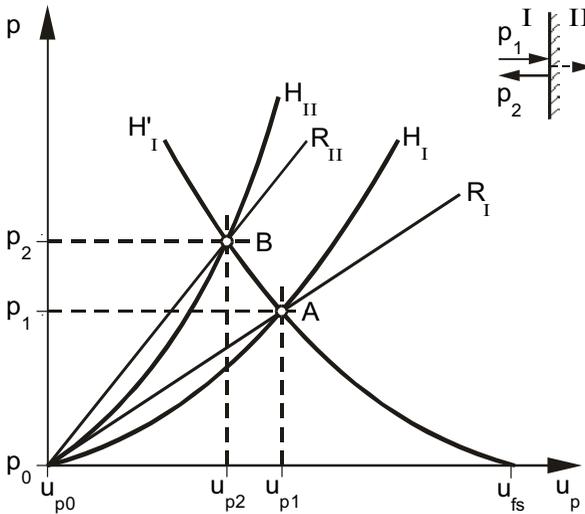


Bild 2.11: Darstellung der Hugoniot-Kurve im p - u_p -Diagramm

Für die Berechnung des Punktes A ist unter Voraussetzung einer vorliegenden Hugoniot-Kurve H_I lediglich die Kenntnis der Schockwellengeschwindigkeit U_s nötig. Diese kann, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, bestimmt werden und geht in folgende Gleichung ein:

$$p - p_0 = \rho_0 u_p U_s \quad (2.19)$$

Gleichung (2.19) leitet sich aus den Erhaltungsgleichungen für die Masse (2.3a) und den Impuls (2.3b) her. Hierbei wird das Produkt $\rho \cdot U_s$ als Schockwellenimpedanz bezeichnet.

Trifft nun eine Schockwelle auf die Grenzfläche zum Medium II, so wird in Abhängigkeit von der Schockwellenimpedanz ein Teil reflektiert und ein anderer Teil wandert in das Medium II hinein. Für den Sonderfall, daß die Ausbreitungsrichtung der Welle senkrecht auf der Grenzfläche steht, kann der gemeinsame Zustandspunkt an dieser grafisch ermittelt werden. Es gilt aus Stetigkeitsgründen: $u_{p,2I} = u_{p,2II}$ und $p_{2I} = p_{2II}$. Zunächst muß die Hugoniot-Kurve H_I in Bild 2.11 an einer Parallelen zur p-Achse durch den Punkt A gespiegelt werden; es ergibt sich die Kurve H'_I . Der Schnittpunkt B der Hugoniot-Kurve H_{II} oder der Rayleigh-Geraden R_{II} mit der Hugoniot-Kurve H'_I ist dann der gesuchte Zustandspunkt. Der anlaufende Druck wird mit p_1 und der reflektierte Druck mit p_2 bezeichnet. Somit genügt für die Ermittlung der Hugoniot-Kurve des Mediums II bei Schockwellenversuchen die Kenntnis des Ausgangspunktes A im Medium I und die Bestimmung der Schockwellengeschwindigkeit im Medium II.

Für das Medium II können zwei Grenzfälle unterschieden werden. Der eine Grenzfall ist eine starre Wand, bei der die Schockwellenimpedanz gegen unendlich und die Partikelgeschwindigkeit $u_{p,2II}$ gegen Null strebt. Dieser Grenzfall kann durch zwei gegeneinander laufende Wellen realisiert werden. Im anderen Grenzfall strebt die Schockwellenimpedanz gegen Null. Dieser Grenzfall liegt vor, wenn das Medium II ein Vakuum ist. Dann wird die größtmögliche Partikelgeschwindigkeit u_{fs} an der 'freien Oberfläche' erreicht. Für den Fall, daß die Isentrope in Bild 2.5 mit der Hugoniot-Kurve gleichgesetzt werden kann, ergibt sich u_{fs} durch eine Spiegelung an einer Parallelen zur p-Achse durch den Punkt A zu:

$$u_{fs} = 2 \cdot u_{p1} \quad (2.20)$$

Somit kann die Partikelgeschwindigkeit u_p auch aus der Messung der freien Oberflächengeschwindigkeit u_{fs} näherungsweise bestimmt werden.

2.3 Materialverhalten von Beton

Das Verhalten eines Werkstoffes wird meistens aufgrund von Experimenten beschrieben. Dabei wird nicht versucht, auf der Basis von Atomen die physikalischen und chemischen Eigenschaften im Rahmen der Theorie der Fluide oder der Festkörperphysik zu erfassen, siehe *Betten* [1986: 70]. Von den drei nächst größeren Modellebenen, der Mikro-, Meso- und Makroebene, siehe *Eibl et al.* [1976: 1f.] und *Hofstetter et al.* [1995: 2f.], wird als Betrachtungsweise häufig die praxisbezogene Makroebene verwendet. Das Materialverhalten der Werkstoffe wird in dieser Ebene somit phänomenologisch als homogenes Kontinuum beschrieben. Gleichzeitig begrenzt sich dadurch der Modellierungsaufwand in der numerischen Simulation für Werkstoffe mit komplexem Materialverhalten. Beton ist solch ein heterogener Werkstoff, der auch auf die Beobachtungen des Werkstoffverhaltens in der Mesoebene angewiesen ist. Neben der Bewehrung und dem Verbundverhalten ist der Beton, als Bestandteil des 'Baustoffes' Stahlbeton, die dritte, wenn nicht sogar die einflußreichste Komponente von Stahlbeton.

Während der Werkstoff Stahl resp. dessen Materialeigenschaften experimentell als verifiziert gelten, sind das Verbundverhalten und das Materialverhalten von Beton immer noch Gegenstand heutiger Forschung. Ein Überblick über die drei Komponenten, deren Zusammenwirken sowie die numerische Umsetzung wird unter anderem in *Eibl & Ivanyi* [1976], *Chen* [1982], *Chen & Han* [1988] und *Hofstetter & Mang* [1995] gegeben. Das dynamische Materialverhalten von Beton ist noch weit weniger bekannt als das quasistatische Verhalten. In *Müller & Keintzel & Charlier* [1983] wird unter anderem auf die Charakteristik von Beton infolge stoßartiger Beanspruchungen eingegangen. Jedoch werden in der letzten Zeit die Untersuchungen auf diesem Gebiet besonders forciert.

Im Gegensatz z.B. zur *Cosserat*-Theorie [1909], in der auch der Einfluß der benachbarten Umgebung auf die Kinematik und dadurch auf den Spannungstensor des betrachteten Kontinuums berücksichtigt wird, wird in der Kontinuumsmechanik nur das einzelne, unabhängige Kontinuum betrachtet und nur dessen 'lokale Wirkung' zur Beschreibung des Span-

nungszustandes hinzugezogen, siehe *Willam* [1989: 326]. Das mechanische Verhalten eines solchen homogenen Kontinuums resp. eines daraus repräsentativen Kontinuums mit ausreichend großen Abmessungen läßt sich phänomenologisch aus vier Anteilen beschreiben: Die drei zeitunabhängigen elastischen, plastischen und schädigenden Charakteristika und das zeitabhängige viskose Verhalten.

Im folgenden Abschnitt werden die oben genannten vier Anteile des Materialverhaltens von Beton nach dem derzeitigen Stand der Erkenntnis zusammengefaßt. Dabei wird für den zeitunabhängigen Anteil auf die lokale Kontinuumsmechanik resp. die Elastizitäts- und Plastizitätstheorie sowie die Kontinuumsschädigungsmechanik eingegangen. Für den zeitabhängigen Anteil wird das Vorgehen zur Berücksichtigung des sogenannten Dehnrateneffekts auf der Makroebene durch empirische Modelle, die Viskoplastizität sowie die dynamische Schädigungsrelaxation aufgezeigt, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000: 75-82].

Zunächst ist es aber erforderlich, die notwendigen Versuche und die sich daraus ergebenden wesentlichen Erkenntnisse zusammenzufassen. Dabei wird zum größten Teil auf die am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie an der Universität Karlsruhe durchgeführten Versuche und Publikationen Bezug genommen, siehe z.B. *Eibl* [1996: 33] und *Eibl* [2001: 43f.]. Das Verhalten von Beton unter sehr hohen hydrostatischen Drücken bis etwa 20.000 MPa kann derzeit nur durch dynamische Versuche studiert werden. Die Versuchseinrichtungen für quasistatische Versuche scheitern an der notwendigen Größe, um einen repräsentativen Betonkörper sehr hohen hydrostatischen Drücken aussetzen zu können. Experimentelle Ansätze, die das Verhalten von Beton bei hohen hydrostatischen Drücken beschreiben, werden in den Dissertationen von *Ockert* [1997] und *Herrmann* [2002] dargelegt wie auch durch die in Kapitel 3 beschriebenen experimentellen Untersuchungen aufgezeigt.

2.3.1 Grundlegende zeitunabhängige Eigenschaften von Beton

Der Werkstoff Beton, der aus den Einzelbestandteilen Zuschlag, Zement und Wasser besteht, ist ein heterogenes, anisotropes Material. Ferner

bewirkt der Herstellungsprozeß mit der Zeit defekte Bereiche mit Poren neben Mikro- oder Verbundrissen, siehe *Eibl et al.* [1976: 1, 5], die die Betonmatrix genauso wie den Zuschlag unregelmäßig durchsetzen. Das sich daraus ergebende Materialverhalten ist für die Praxis durch ein mathematisches Modell numerisch umzusetzen und anhand von Versuchen zu überprüfen.

Versuchsergebnisse unter quasistatischer Beanspruchung

Der größte Umfang an Stahlbetonbauwerken ist für Beanspruchungen dimensioniert worden, die eine Zeitabhängigkeit gegenüber der Einwirkung und des Materialverhaltens nicht berücksichtigen gemäß der Annahmen für quasistatische einaxiale Versuche. Dies ist darin begründet, daß die meisten Lasten nicht als außergewöhnliche Lasten einzustufen sind. Die Besonderheiten dieser kurzzeitigen Einwirkungen, wie z.B. die Festigkeitssteigerung bei Schockwellenbeanspruchung, bleibt somit außer Betracht. Die Bemessung von Stahlbetonbauwerken des gewöhnlichen Hochbaus wird daher auf konstitutive Beziehungen zurückgeführt, die durch quasistatische, einaxiale und mehraxiale Versuche gewonnen wurden. Für die Dimensionierungen des Abbruchs von Stahlbetonbauwerken durch Sprengen ist neben diesen zeitunabhängigen konstitutiven Beziehungen noch ein zusätzlicher zeitabhängiger Anteil zu berücksichtigen. Zunächst werden jedoch die wesentlichen Versuchserkenntnisse für zeitunabhängige konstitutive Beziehungen dargestellt.

- Einaxiale Versuche

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton ist für monotone Zug- und Druckbelastung nichtlinear, wobei durchaus ein Bereich mit linearem Verlauf und fast gleichen Elastizitätsmoduln bei geringen Belastungen für beide Beanspruchungsrichtungen vorhanden ist. Mit dem Überschreiten von mehr als 30 % der Druckfestigkeit f'_c resp. mehr als 60 % der Zugfestigkeit f'_t beginnt das Mikrorißwachstum im Versuchskörper, siehe *Chen* [1982: 20-26] u. **Bild 2.12a**. Vom 'schwächsten Glied der Kette', den Verbundrissen des Normalbetons, siehe *Eibl et al.* [1976: 8], wird das nichtlineare Materialverhalten eingeleitet. Indem sich die Länge und die Anzahl der Mikrorisse vergrößert, wird der Verbund zwischen Zuschlag und Zement weiter geschwächt. Verbinden sich die Mikrorisse zu

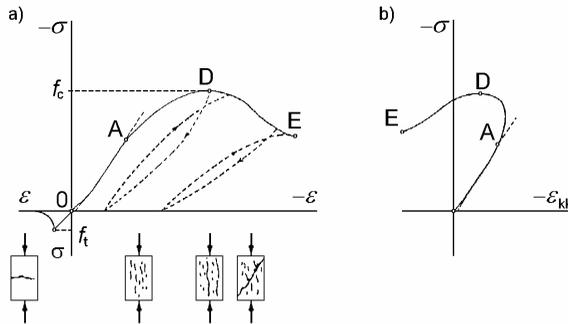


Bild 2.12: a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung und b) Spannungs-volumetrische Dehnungs-Beziehung von Beton nach *Dragot & Mroz* [1979]

Makrorissen nach einer Riarretierung, das nach *Zielinski* [1982: 19ff.] und *van Mier* [1986: 59f.] als un stetiges Rißwachstum bezeichnet wird, so wird der gesamte Körper von diesen durchzogen. Ab dem Zeitpunkt an dem fast nur noch der Zuschlag die Betonmatrix ausfllt und somit die Last aufnimmt, Punkt A in **Bild 2.12b**, wird die daraus verstärkte Auflockerung der Matrix in der ebenfalls linearen und nachfolgend nichtlinearen Spannungs-Volumennderungs-Beziehung bei der Druckprobe bemerkbar. Diese inelastische Volumenvergrößerung oder Dilatanz tritt nach der Volumenabnahme und dem Erreichen eines minimalen Probenvolumens bei der sogenannten kritischen Spannung nach *Brandtzaeg* [1927] bei mehr als $0.75 f_c$ auf, siehe *Eibl et al.* [1976: 2, 28]. Ab diesem Zeitpunkt wird durch die nun entstehenden Makrorisse die lokale Zerstörung des Versuchskörpers schnell eingeleitet. Dieser Bereich wird als instabile Rifortpflanzungsphase bezeichnet, in der ein Kräftegleichgewicht nicht mehr möglich ist, siehe *Eibl et al.* [1976: 25ff.]. In *Chen* [1982: 25] wird als angemessener Beginn der instabilen Phase 75 % der Zugfestigkeit für den Zugversuch angegeben, siehe **Bild 2.13**.

Nach dem Erreichen der Zug- resp. Druckfestigkeit in Bild 2.12a, mit einem Verhältnis von $f_c \sim 10 f_t$, wird mit zunehmender Dehnung eine Entfestigung beobachtet. Kann der Versuchskörper auch nach dem Peak noch Belastung aufnehmen, so ist dies beim Zugversuch auf den sich

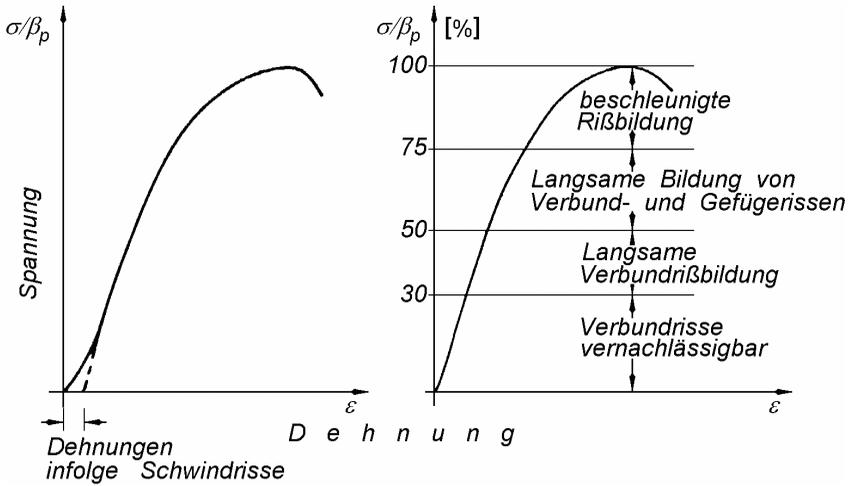


Bild 2.13: qualitativer Ablauf der Zerstörungsvorgänge nach *Glücklich* [1965]

erst in dieser Phase bildenden Makroriß zurückzuführen. Ferner bewirken die inelastischen Verformungen, d.h. hauptsächlich bei der Druckprobe die innere Reibung zwischen den Rißufern der Makrorisse, einen allmählichen Bruch beim Druckversuch, hingegen beim Zugversuch einen eher spröden Bruch, siehe *Hofstetter et al.* [1995: 7f., 38ff.]. Die charakteristischen Entfestigungsbereiche sind demnach das Resultat einer Homogenisierung von lokalen Trenn- und Schervorgängen, die bei dreiaxialer Beanspruchung nur schwer zu trennen und zu identifizieren sind. Der abfallende Ast stellt somit keine 'echte Materialgröße' dar, siehe *William* [1989: 325].

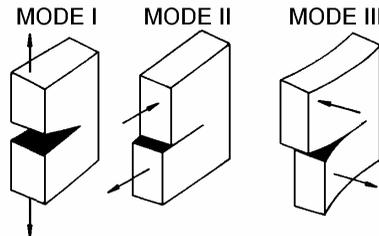


Bild 2.14: bruchmechanische Rißmodi, siehe *Hofstetter & Mang* [1995]

In **Bild 2.14** sind die drei Rimodi der klassischen Bruchmechanik abgebildet. Ausgehend von einer zunächst kontinuierlichen Verteilung von fast ausschließlich Mode I –Zugrissen in einem diskreten Band von Zugrissen, der sogenannten Prozezone nach der Bruchmechanik, siehe *Zielinski* [1982: 22f.], wird sich die Zugprobe durch einen Makrori senkrecht zur Beanspruchungsrichtung in zwei Teile trennen, wobei andere Bereiche der Probe sogar entlastet werden, siehe Rientwicklung in **Bild 2.15a**.

Die einaxiale Druckprobe wird durch Mode I –Zugrisse und ebene Mode II –Schubrisse ebenfalls lokal versagen, siehe *Eibl et al.* [1976: 8f.]. Nach *van Mier* [1986: 24, 45-52] entsteht schon bei einaxialen Druckversuchen ein Band mit ebenen Mode II –Schubrisse, siehe die Ribilder einer Druckprobe in Bild 2.12. In den in **Bild 2.15b** für verschiedene Spannungs-Dehnungs-Verhältnisse angegebenen Ribildern wird die Entstehung der Makrorisse anhand eines einaxialen Prismendruckversuches nach *van Mier* nochmals verdeutlicht. Die nichtlinearen Verformungen am Beginn der Belastungsphase stammen bereits aus den Mikroschdigungen, die im 'Betonkontinuum' diffus verteilt sind. Beim Erreichen der Maximalbelastung akkumulieren sich diese Schädigungen vornehmlich senkrecht zur maximalen Zugdehnungsrichtung. Die daraus entstehenden Makrorisse unterteilen das 'Betonkontinuum' in einzelne Strukturen. Beim einaxialen Druckversuch sind dies kleine 'Betonsulen'. Die Maximallast und das Nachbruchverhalten sind maßgeblich von der Stabilität dieser 'Säulen' abhängig. Im Bereich der Entfestigung ergeben sich somit für verschiedene Prismenlngen unterschiedliche 'nominelle' Dehnungen, siehe dunkle Linien in Bild 2.15b. Dies resultiert aus der Lokalisierung des Versagens auf einen charakteristischen Bereich.

Werden die Prismenspannungen nicht auf die 'nominellen' Dehnungen bezogen sondern auf die Verformungen, so können nach *van Mier* [1986] Spannungs-Verformungs-Beziehungen angegeben werden, die sich auch im Entfestigungsbereich decken, siehe helle Linien in Bild 2.15b. Dies führt zu der Annahme, daß erst ein gewisses Maß an Bruchenergie freigesetzt werden muß, bis sich der lokalisierte Druckversagensbereich komplett entfestigt hat.

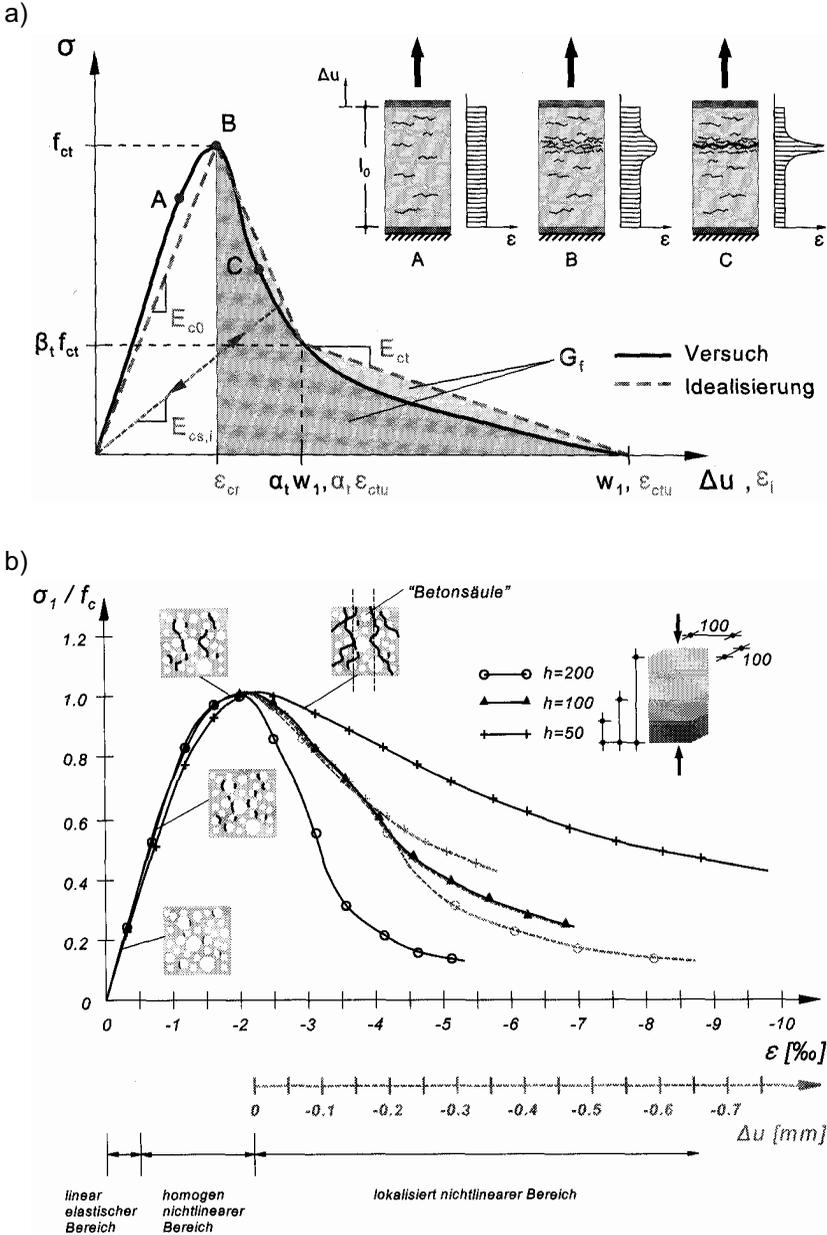


Bild 2.15: a) Spannungs-Verformungs-Beziehung im uniaxialen Zugversuch und linearisierte Approximation als Span.-Dehn.-Beziehung, siehe Akkermann [2000]; b) uniaxialer Prismendruckversuch nach van Mier [1986]

Die ermittelten Spannungs-Dehnungs-Linien in **Bild 2.16** sind die Einhüllenden bei entsprechenden zyklischen Beanspruchungen. Dabei wird für beide Beanspruchungsrichtungen eine verstärkte Reduzierung der Steifigkeit nach dem Peak beobachtet. Neben der irreversiblen Verformung und der daraus entstehenden ungleichförmigen Hysterese ist die Abnahme der Steifigkeit eine Besonderheit beim Werkstoff Beton, die bei elastisch-plastischen Werkstoffen, z.B. bei Stahl, nicht vorhanden ist, siehe *Chen et al.* [1988: 383f.] und *Hofsttetter et al.* [1995: 110f.]. Die ungleichförmigen Hysterese und die Steifigkeitsreduktion sind auf zwei Änderungen der Mikrostruktur zurückzuführen:

- Zum einen auf die plastische Deformation infolge der Verschiebung der Rißufer;
- zum anderen sowohl auf das plastische Verhalten des Zuschlags als auch auf das Rißwachstum, das die Bindungen in der Betonmatrix zwischen Zuschlag und Zement sukzessive zerstört, siehe *Ortiz* [1985: 68ff.].

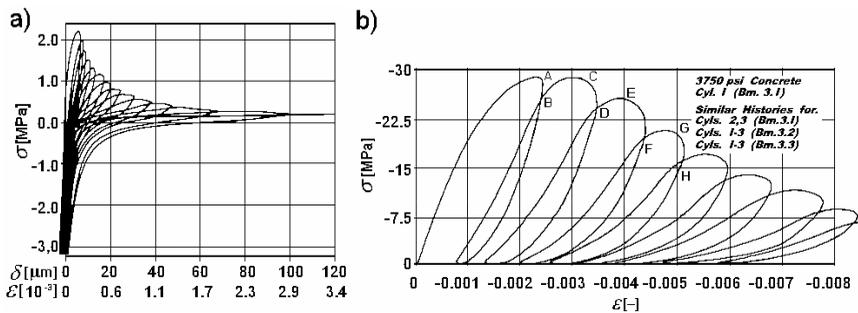


Bild 2.16: einaxialer zyklischer a) Zugversuch von *Reinhardt et al.* [1984] und b) Druckversuch von *Sinha et al.* [1964]

Das Bild 2.16 verdeutlicht die Reduzierung der Steifigkeit bei zyklischen a) Zug- und b) Druckversuchen und zeigt bei beiden Versuchen eine elasto-plastische Kopplung, d.h. variable Steifigkeitsänderung bei Ent- und Wiederbelastung sowie Belastungsumkehr infolge innerer Reibung resp. deren von der Beanspruchung abhängigen Wirkungsrichtung, siehe *Ortiz* [1985: 68], *Mazars & Pijaudier-Cabot* [1989: 346], *Willam* [1989: 325, 327], *Carrol et al.* [1994: 2840] und *Schmidt-Hurtienne* [2000: 105].

Ferner ist die Formänderung der Hysterese zu erkennen. Die irreversiblen Deformationen sind bei beiden zyklischen Versuchen auf ähnliche Ursachen zurückzuführen. Im Gegensatz zu einer fast ausschließlich durch Mode I –Zugrisse geschädigten Zugprobe, siehe *Curbach* [1987: 51ff.], können sich die Risse nach einer Entlastung einer geschädigten Druckprobe nicht mehr vollständig schließen. Der Grund dafür ist die oben genannte Bildung unterschiedlicher Rißmoduln, die aufgrund der Anisotropie des Werkstoffes Beton entstehen.

Die Berücksichtigung des Materialverhaltens in einen Zug- und Druckbereich innerhalb eines einzigen einaxialen Stoffgesetzes für Beton ist in vielen Normen erlaubt. Jedoch wird meistens die Zugfestigkeit in der Praxis nicht explizit verwendet. Implizit wird die Zugfestigkeit dennoch berücksichtigt. Als Beispiel sei an die Verbundspannung resp. die genormten Verankerungslängen in einem Stahlbetonbauteil erinnert, siehe *Schlüter* [1987: 63f.] und Teil I von *Leonhardt* [1973: 47ff.].

Um das Verhalten von Beton bei mehraxialer Beanspruchung angemessen beschreiben zu können, ist eine einfache Spannungs-Dehnungs-Beziehung für eine einzige Richtung im dreidimensionalen Raum nicht ausreichend. Vielmehr muß auch der Einfluß in den zwei anderen Beanspruchungsrichtungen durch eine Hyperfläche im Spannungsraum berücksichtigt werden.

- Zwei- und dreiaxiale Versuche

Wird die Druckprobe vollständig hydrostatisch belastet, resultiert daraus im Vergleich zur einaxialen Druckfestigkeit eine Steigerung der dreiaxialen Druckfestigkeit. Gleiches gilt für biaxiale Versuche. Ferner werden die Dehnungen bei dreiaxialen Versuchen größer als bei der einaxialen Druckprobe. Die Festigkeits- und Dehnungszunahme ist wie bei den oben genannten einaxialen Druckversuchen auf ebene Mode II –Schubrisse sowie zusätzlich auf antimetrische Mode III –Schubrisse und dem Verhindern von Mode I –Zugrisen zurückzuführen.

Bei sehr hohen hydrostatischen Drücken ist nach *Eibl et al.* [1976: 121f.] neben einer zusätzlichen Festigkeitssteigerung auch eine Zunahme der

Steifigkeit, d.h. des Kompressionsmoduls, vorhanden. Die Zunahme des Kompressionsmoduls ist auf das verbleibende Kornhaufenwerk nach der Zerstörung der Betonmatrix zurückzuführen, siehe *Ockert* [1997: 13ff.]. Das Kornhaufenwerk wird so lange kompaktiert, bis die Poren der Betonmatrix zusammenfallen, so daß sich der Zuschlag direkt berührt. Danach kann die Belastung bei Normalbeton effektiv nur noch vom steiferen Zuschlag als Granulat übertragen werden bis dieser verformt und auch zerstört wird. Die Zerstörung des Zuschlags kann aber bei quasi-statischen Versuchen nicht beobachtet werden.

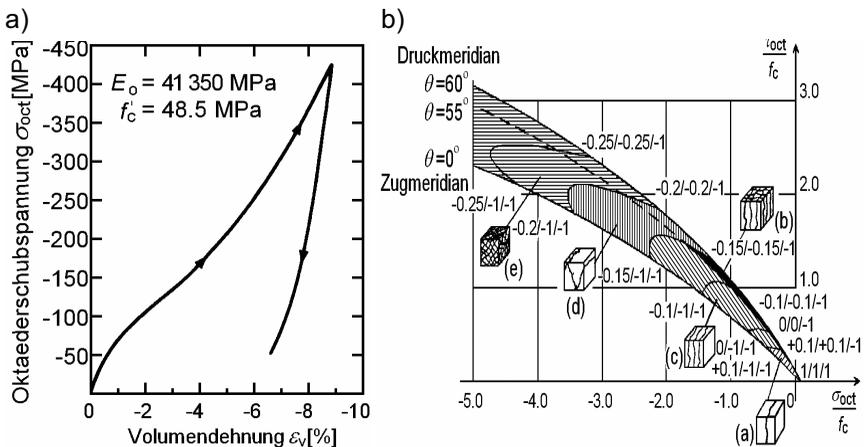


Bild 2.17: a) Materialverhalten von Beton unter hydrostatischem Druck nach *Chen* [1982]; b) Bruchformen nach *Guo et al.* [1990]

In **Bild 2.17a** ist das Materialverhalten unter hohem hydrostatischem Druck und in **Bild 2.17b** sind die Bruchformen nach *Guo et al.* [1990] wiedergegeben. Mit dem Auftragen der hydrostatischen Spannung über der Volumendehnung, d.h. in der Oktaederebene, wird neben der Festigkeitssteigerung ein nichtlinearer Verlauf deutlich, siehe *Chen* [1982: 39f.] und *Hofstetter et al.* [1995: 17]. Bei stetiger Zunahme des Drucks wird die Dilatanz nicht mehr erreicht, statt dessen eine weitere Volumenabnahme. Die Kompaktierung muß beim Abbruch von Betonbauwerken durch Sprengen resp. im allgemeinen bei hochdynamischen Beanspruchungen berücksichtigt werden. Wird der Spannungszustand variiert, so

daß der Körper immer noch von allen drei Richtungen zusammengedrückt wird, resultiert daraus nach *Guo et al.* [1990] ein Zermalmungsbruch; ein tatsächliches Versagen der Struktur. Sehr viele Makrorisse verlaufen unregelmäßig durch die Probe und weisen für diesen Fall auf einen isotropen Charakter des Werkstoffes Beton hin.

Die aufgezählten Ergebnisse aus den einaxialen Versuchen sind auch auf die mehraxialen Versuche übertragbar. So wird bei einer gewählten Lastgeschichte, die eine Ent-, Wiederbelastung sowie Belastungsumkehr beinhaltet, eine Einhüllende ermittelt. Für die zweiaxialen Versuche ist dies eine Grenzkurve in einer Hauptebene des Spannungsraumes. Für den dreiaxialen Versuch ergibt sich eine Hyperfläche im Spannungsraum; die Versagensfläche von Beton. Hierbei kann bei zyklischer Beanspruchung in einer Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die drei Hauptrichtungen eine geringere Abnahme der Steifigkeit als bei einem einaxialen Versuch beobachtet werden, siehe *Willam* [1989: 327]. Das **Bild 2.18a** zeigt als Versagensbedingungen beide Einhüllenden, wobei als weitere Grenzbedingungen nach *Eibl et al.* [1976: 99] in **Bild 2.18b** die Änderung der Versagensfläche bzgl. der sogenannten Zug- ρ_t und Druckmeridiane ρ_c zusätzlich hervorgehoben wird. In Bild 2.18a und b wird ersichtlich, daß die Unterschiede von Druck- und Zugmeridian mit zunehmendem hydrostatischem Druck aufgehoben werden, d. h. die Meridiane annähernd parallel zur Äquisektrix verlaufen, und die Versagensfläche in der Deviatorebene in eine kreisförmige Form übergeht. Ferner

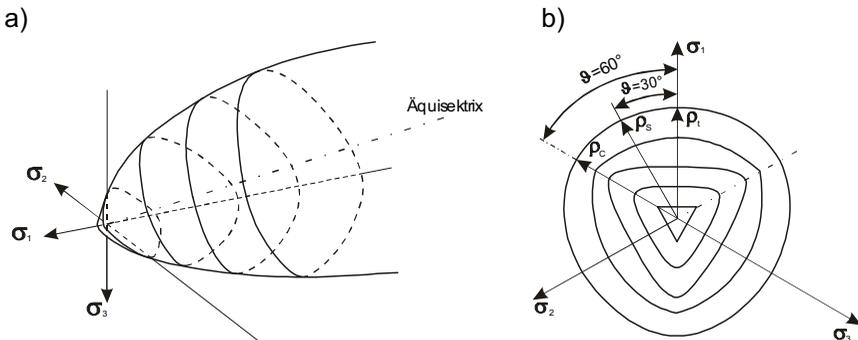


Bild 2.18: a) prinzipielle Versagensfläche von Beton aus *Ockert* [1997];
 b) Änderung der Versagensfläche in der Deviatorebene, s. *Chen* [1994]

wird nach *Launay & Gachon* [1971] mit zunehmendem hydrostatischem Druck der Festigkeitsanstieg durch eine sogenannte Kappe begrenzt, siehe auch *Chen* [1982: 41f.], auf die in Abschnitt 2.5.1 – Kappen-Modell – näher eingegangen wird.

Der Einfluß der Temperatur, das oben genannte Schließen der Risse sowie die sogenannten rotierenden Risse, siehe *Willam* [1989: 326f.], bestimmen ebenfalls das Materialverhalten von Beton. *Eibl*, S. [1995: 54f.] berichtet von einer Festigkeitsabnahme bei einaxialen Versuchen mit einer Temperaturzunahme bis ca. 700°C. *Van Mier* [1986: 53ff.] berichtet über dreiaxiale Versuche (Rotations-Experimente) bei denen der Probekörper einer wechselnden Beanspruchungsrichtung (um 90° verändert) und Beanspruchungsgröße ausgesetzt wird. Nur die Auswirkungen einer wechselnden Beanspruchungsrichtung anhand der Rotations-Experimente von *van Mier* werden hier kurz zusammengefaßt.

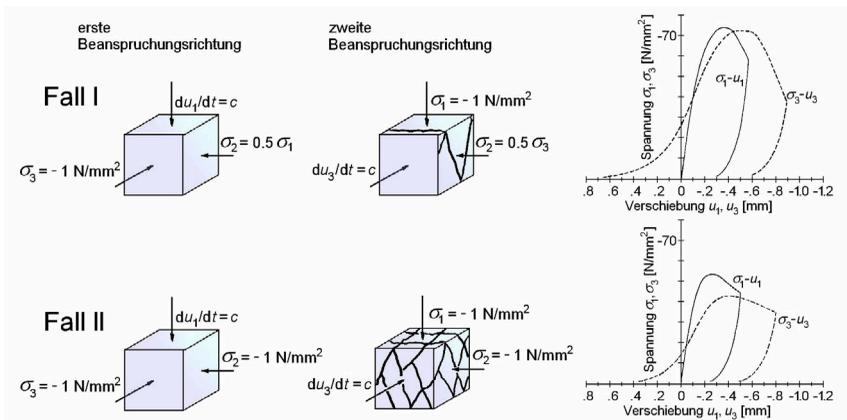


Bild 2.19: Rotationsexperimente nach *van Mier* [1986]

In **Bild 2.19** sind die zwei Versuchskörper vor und nach der Rotation, deren Beanspruchungsrichtung und -größe als auch deren Spannungs-Verschiebungs-Beziehungen gegenübergestellt. In Abhängigkeit der Beanspruchung vor der Rotation ($\sigma_1 - u_1$ -Beziehung) kann die gleiche Druckfestigkeit nach der Rotation ($\sigma_3 - u_3$ -Beziehung) des Probekörpers in einer anderen Richtung bestimmt werden. Ein Schließen der Mode II

–Schubrisse führt, in Abhängigkeit der Beanspruchungsrichtung und -größe vor der Rotation, zur gleichen Druckfestigkeit in einer anderen Beanspruchungsrichtung nach der Rotation der Probe (Fall I nach *van Mier* [1986]). Im Gegensatz dazu kann bei einer anderen Beanspruchungsgröße nach dem Schließen der gekreuzten Mode II –Schubrisse nicht die gleiche Druckfestigkeit erreicht werden (Fall II nach *van Mier* [1986]). Dies ist auf die Anisotropie des Werkstoffes Beton resp. auf die schon geschädigte Struktur vor der Rotation zurückzuführen.

2.3.2 Elastizitäts-, Plastizitätstheorie und Kontinuumsschädigungsmechanik

Das Materialverhalten von Beton ist nach Abschnitt 2.3.1 überwiegend nichtlinear und weist eine Abhängigkeit von der Belastungsgeschichte auf. Trotz dieser speziellen Materialeigenschaften von Beton wird auf die Elastizitätstheorie kurz eingegangen, da mit deren konsequenten Formulierungen der notwendige Einstieg gegeben wird, um die im Abschnitt 6.3.3 vorgestellte Formulierung eines kombinierten Schädigungs-Plastizitätsmodells zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton unter dynamischer Belastung zu verstehen.

Die mit der Kinematik eines Kontinuums zusammenhängenden Gleichungen für die Spannungen resp. Dehnungen und den daraus ableitbaren Invarianten können beispielsweise in *Backhaus* [1983] oder *Betten* [1986] vertieft werden und werden in der vorliegenden Arbeit als bekannt vorausgesetzt.

- **Elastisches Materialverhalten**

Die Proportionalität von aufgebrachtener Kraft zur beobachteten Deformation charakterisiert einen elastischen Körper bei konstanter Temperatur. Ferner sind dadurch der Belastungs- und Entlastungspfad deckungsgleich. Das Materialverhalten des Körpers kann im Rahmen der Elastizitätstheorie für einen gering beanspruchten Versuchskörper unter Zug- oder Druckbeanspruchung durch ein 'Betonkontinuum' zutreffend erfaßt

werden, da die Versuchsergebnisse in diesem Bereich ein linear elastisches Verhalten nach *Hooke* nachweisen, siehe *Chen* [1982: 20, 25, 76]. Ausgehend von einer verformten Lage des Kontinuums, der Momentankonfiguration, und unter Vernachlässigung der Lastgeschichte besteht bei *Cauchy*-elastischen Materialverhalten eines Werkstoffes folgender funktioneller Zusammenhang zwischen dem Spannungs- und dem Dehnungstensor:

$$\boldsymbol{\sigma} = f [\boldsymbol{\varepsilon}] \quad (2.21)$$

Ein Nachteil eines *Cauchy*-elastischen Materialgesetzes besteht in einem möglichen Energiegewinn bei bestimmten zyklischen Belastungspfaden. Dadurch wird der erste Hauptsatz der Thermodynamik verletzt, das Prinzip der Energieerhaltung, siehe z.B. *Chen* [1982: 128f.]. Die Verwendung eines thermodynamischen Potentials, wie z.B. der freien Energie nach *Helmholtz* $\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij})$ als spezifische Verzerrungsenergie $w(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij})$, kann dieses Dilemma beheben, siehe *Hansen & Schreyer* [1992: 54f.] und *Betten* [1986: 73f.]. Es gilt dann:

$$w(\boldsymbol{\varepsilon}) := \rho \Psi(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2.22)$$

Mit der Dichte ρ , den Annahmen von kleinen Verzerrungen und eines quadratischen, elastischen Potentials ergibt sich für die Verzerrungsenergie folgende Vereinfachung:

$$w(\boldsymbol{\varepsilon}) := \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{E}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.23)$$

Aus der Gleichung zur Energieerhaltung für isotherme Prozesse

$$\rho \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \boldsymbol{\sigma} \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial t} \quad (2.24)$$

folgt mit der Definition aus Gleichung (2.22)

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial w(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.25)$$

für die Momentankonfiguration eines *Green*-elastischen oder hyperelastischen Materials der Spannungszustand im bekannten Format der Elastizitätstheorie:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.26)$$

Da die Hauptachsen von Spannungs- und Dehnungstensor zusammenfallen, d.h., daß beide Tensoren symmetrisch sind ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ und $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$), führt dies auch auf Symmetrien im ersten und im zweiten Indexpaar (ij) und (kl) des Elastizitätstensors vierter Stufe E_{ijkl} . Es verbleiben von den zunächst 81 noch 36 experimentell zu bestimmende Koeffizienten des Elastizitätstensors übrig, d.h. es gilt $E_{ijkl} = E_{jikl}$ und $E_{ijkl} = E_{ijlk}$. Eine weitere Verringerung auf 21 unbekannte Koeffizienten ist durch die Verwendung des thermodynamischen Potentials resp. der Verzerrungsenergie $w(\varepsilon_{ij})$ als homogene quadratische Funktion der Dehnungen nach Gleichung (2.23) gegeben. Der Elastizitätstensor erfüllt dann die Eigenschaften

$$E_{ijkl} = E_{jikl} = E_{ijlk} = E_{klij} \quad (2.27)$$

aufgrund der Symmetrie zwischen dem ersten und zweiten Indexpaar (ij) und (kl) für ein allgemeines anisotropes Kontinuum. Gibt es keine Änderungen der Materialeigenschaften bzgl. einer Drehung des Koordinatensystems, handelt es sich um einen isotropen Werkstoff mit unendlich vielen Symmetrieebenen, der sich durch die zwei voneinander unabhängigen elastischen *Lamé*-Konstanten λ und μ beschreiben läßt.

$$\lambda = \frac{\nu E_0}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E_0}{2(1+\nu)} \quad (2.28)$$

In Gleichung (2.28) werden die *Lamé*-Konstanten durch die gebräuchlicheren elastischen Konstanten des Elastizitätsmoduls E_0 und der Poisson-Zahl ν ausgedrückt. Der isotrope Elastizitätstensor

$$\mathbf{E}_0 = \lambda \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \mathbf{I} \quad (2.29)$$

wird mit den Einheitstensoren zweiter $\mathbf{1}$ und vierter Stufe \mathbf{I} gebildet und gibt die Steigung der Materialfestigkeit an. Daneben wird durch

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu \quad (2.30)$$

der Kompressionsmodul definiert, der für Beton einen charakteristischen Wert bei hohen hydrostatischen Drücken aufweist, siehe Abschnitt 2.3.1 – Zwei- und dreiaxiale Versuche –.

Die hypoelastischen Materialien sind durch eine inkrementelle Formulierung gekennzeichnet. Es gilt dann:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = F[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}] \quad (2.31)$$

Mit den von der Zeit abhängigen Spannungsraten kann jeder nichtlineare Verlauf unter Berücksichtigung der Lastgeschichte bei elastischen sowie plastischen Materialien verfolgt werden. Dies gilt auch unter Einbeziehung der Elastizitätstheorie bei großen Verzerrungen, Verschiebungen und Rotationen in die als nächstes beschriebenen Materialtheorien der Plastizität und Kontinuumsschädigungsmechanik. Ein Nachteil eines hypoelastischen Stoffgesetzes ist erneut eine mögliche Verletzung des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik, siehe *Chen* [1982: 128f.], die aber bei Verwendung der oben genannten Potentiale in einer Ratenformulierung behoben werden kann, wie es im folgenden innerhalb der Plastizitätstheorie gezeigt wird.

- **Plastisches Materialverhalten**

Die irreversiblen Deformationen bei der Entlastung eines Versuchskörpers deuten auf ein plastisches Materialverhalten hin. Die klassische Plastizitätstheorie wurde zunächst für metallische Werkstoffe entwickelt und später in variierten Form auch auf andere Werkstoffe, wie z.B. auf Beton übertragen. Dabei wurden zunächst noch kleine Verschiebungen, Rotationen und Verzerrungen angenommen.

Im Rahmen der Thermodynamik kann für den Spannungsraum eine phänomenologisch spannungsgestützte Beschreibung der Plastizitätstheorie unter anderem bei *Yazdani & Schreyer* [1990] und *Hansen et al.* [1992] nachgelesen werden, wobei in diesen Veröffentlichungen ebenfalls auf die Kontinuumsschädigungsmechanik eingegangen wird. Im Gegensatz dazu wird in der vorliegenden Arbeit für den Dehnungsraum bei isothermen Bedingungen die dehnungsgestützte Formulierung in inkrementeller Form zur Beschreibung des inelastischen Materialverhaltens von Beton wiedergegeben, siehe *Chen et al.* [1988: 387-392], in der die Dehnungen als unabhängige Variable definiert werden. Die Entwicklung der plastischen Spannungen wird mithilfe der Fließregel bestimmt, während die Konsistenzbedingung dafür sorgt, daß der Dehnungszustand nicht außerhalb der Fließfläche liegt.

Diese äquivalente Formulierung im Dehnungsraum, siehe *Carol et al.* [1994: 2839f.], birgt für eine Implementierung in einen expliziten Programmcode einige Vorteile. Die Belastungsfläche expandiert sowohl im Verfestigungsbereich als auch im Entfestigungsbereich. Somit ist eine Belastung von einer Entlastung eindeutig zu unterscheiden, da die elastische Entlastung immer in die Belastungsfläche hinein zeigt, siehe **Bild 2.21a**. Bei der spannungsgestützten Formulierung zeigt die Spannungsrate sowohl im Entlastungsfall als auch im Entfestigungsfall in die Belastungsfläche hinein, wodurch das Be- und Entlastungskriterium nicht eindeutig durch die Spannungsrate bestimmt ist.

Zur Beschreibung von dissipativen Vorgängen in Werkstoffen wird häufig das in *Coleman & Gurtin* [1967] und *Lubliner* [1972] ausführlich beschriebene Konzept der internen Zustandsgrößen verwendet. Danach wird das Materialverhalten thermodynamisch durch eine Anzahl von phänomenologisch gewählten Zustandsgrößen \mathbf{q} bestimmt, die sowohl skalaren, vektoriellen als auch tensoriellen Charakter haben können. Zustandsgrößen sind Variablen, die das mechanische Verhalten des Werkstoffes mathematisch beschreiben, wie z.B. der Verfestigungsparameter, die Schädigungsvariablen und die plastischen Dehnungen. Die mechanischen Zustandsgrößen werden durch lokale Evolutionsgleichungen definiert, die ihrerseits die thermodynamischen Gesetzmäßigkeiten nicht verletzen dürfen.

Die Teilung des aktuellen Dehnungs- und Spannungstensors

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_p, \quad \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_e - \boldsymbol{\sigma}_p \quad (2.32)$$

in den elastischen und den plastischen Anteil führt auf eine analoge Aufspaltung der aktuellen Spannungsraten in Abhängigkeit der Tensoren der totalen und plastischen Dehnraten $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ und $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$ und des Elastizitätstensors \mathbf{E}_0 . Es gilt nach **Bild 2.20**:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e - \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p = \mathbf{E}_0 : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p) = \mathbf{E}_t : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.33)$$

Um den nächsten Spannungszustand zu bestimmen ist der tangentielle Steifigkeitstensor \mathbf{E}_t zu berechnen. Dazu ist zunächst die Fließregel zu definieren. Aufgrund des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik resp.

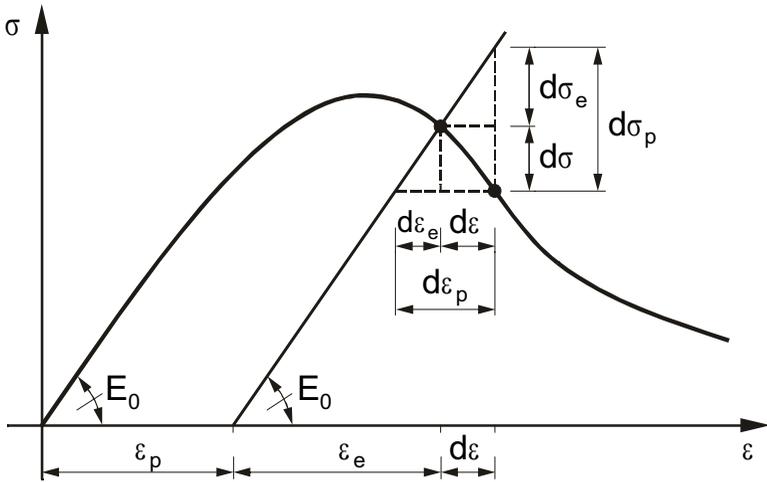


Bild 2.20: schematisches Format der Plastizitätstheorie unter Berücksichtigung der Postulate von Il'yushin nach Chen et al. [1988]

dem daraus folgenden Prinzip der maximalen plastischen Dissipationsleistung ergibt sich über die Methode der *Lagrange*'schen Multiplikatoren die Fließregel

$$\dot{\sigma}_p = \dot{\lambda}_p \mathbf{m}_p, \quad \mathbf{m}_p = \frac{\partial Q_p}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \quad (2.34)$$

im Dehnungsraum mit der Bedingung $F_p = Q_p$, siehe Hansen et al. [1992: 58ff.]. Hierbei regelt der *Lagrange*-Multiplikator $\dot{\lambda}_p \geq 0$ die aktuelle Größe des Tensors zweiter Stufe \mathbf{m}_p . Der Tensor gibt die Richtung der plastischen Spannungsrate $\dot{\sigma}_p$ zum aktuellen plastischen Potential $Q_p[\boldsymbol{\epsilon}, \mathbf{q}]$ vor. Eine plastische Spannungsänderung ist nur dann möglich, wenn der Dehnungszustand im Dehnungsraum die folgende Fließbedingung erfüllt:

$$F_p[\boldsymbol{\epsilon}, \mathbf{q}] = 0 \quad (2.35)$$

Die Fließbedingung ist eine Grenzbedingung mit der für den Werkstoff Beton die aktuelle Belastungsfläche F_p im Dehnungsraum definiert wird. Im Gegensatz zum Werkstoff Stahl kann die nullte Belastungsfläche beim Werkstoff Beton aufgrund der Heterogenität nicht exakt vorgege-

ben werden, siehe **Bild 2.21b**. Dies hat Konsequenzen auf die weiteren Belastungsflächen, die wiederum von der Versagensfläche abhängen, siehe *Chen et al.* [1988: 381f.].

Die Fließbedingung (2.35) fordert, daß der aktuelle Dehnungszustand auf der aktuellen Belastungsfläche liegt. Für den elastischen Zustand gilt $F_p < 0$. Zustände mit $F_p > 0$ zeichnen die Viskoplastizität aus, sind aber unter der Bedingung der Zeitunabhängigkeit nicht möglich und werden ausführlich von *Ortiz* [1985: 77], *Hoffstetter & Mang* [1995: 80f.], *Harbord & Alex* [1997: 157] und *Schmidt-Hurtienne* [2000: 79] beschrieben.

Für den Werkstoff Beton gilt in der Fließregel (2.34) die Annahme $F_p \neq Q_p$, die anhand von Versuchsergebnissen für Werkstoffe mit innerer Reibung und folgender inelastischer Dilatanz nachgewiesen werden kann, siehe *Ortiz* [1985: 71], *Chen et al.* [1988: 374], *Willam* [1989: 327f.] und *Hofstetter et al.* [1995: 102f.]. Die Fließregel wird dann als nicht assoziiert bezeichnet, da der Tensor \mathbf{m}_p nur senkrecht auf der Fläche des plastischen Potentials Q_p steht. **Bild 2.21b** verdeutlicht diesen Zusammenhang durch die Darstellung verschiedener nicht assoziierter Belastungsflächen infolge von Verfestigung.

Wird zusätzlich das plastische Potential der Fließbedingung zugeordnet, so ist auch \mathbf{m}_p senkrecht zu F_p . Dieser Fall ist aber nur dann gültig, wenn der Dehnungszustand sich der Versagensfläche nähert. Dies wird in **Bild 2.21c** durch die Richtung der plastischen Formänderungssinkremente für den Bereich kleiner hydrostatischer Drücke wiedergegeben. Dann erst tritt die inelastische Volumenzunahme auf. Ansonsten wird das Kontinuum kompaktiert, wie im Abschnitt 2.3.1 unter – Einaxiale Versuche – beschrieben. Häufig wird jedoch vereinfachend eine assoziierte Fließregel $Q_p = F_p$ verwendet, da diese auf einen symmetrischen tangentiellen Steifigkeitstensor führt und sich dadurch der numerische Aufwand in den Berechnungen verringert, siehe *Chen et al.* [1988: 270.] und *Carol et al.* [1994: 2839]. Auf weitere Besonderheiten in Bezug auf die Normalität der Spannungsrate wird auf *Chen et al.* [1988: 381f.] verwiesen.

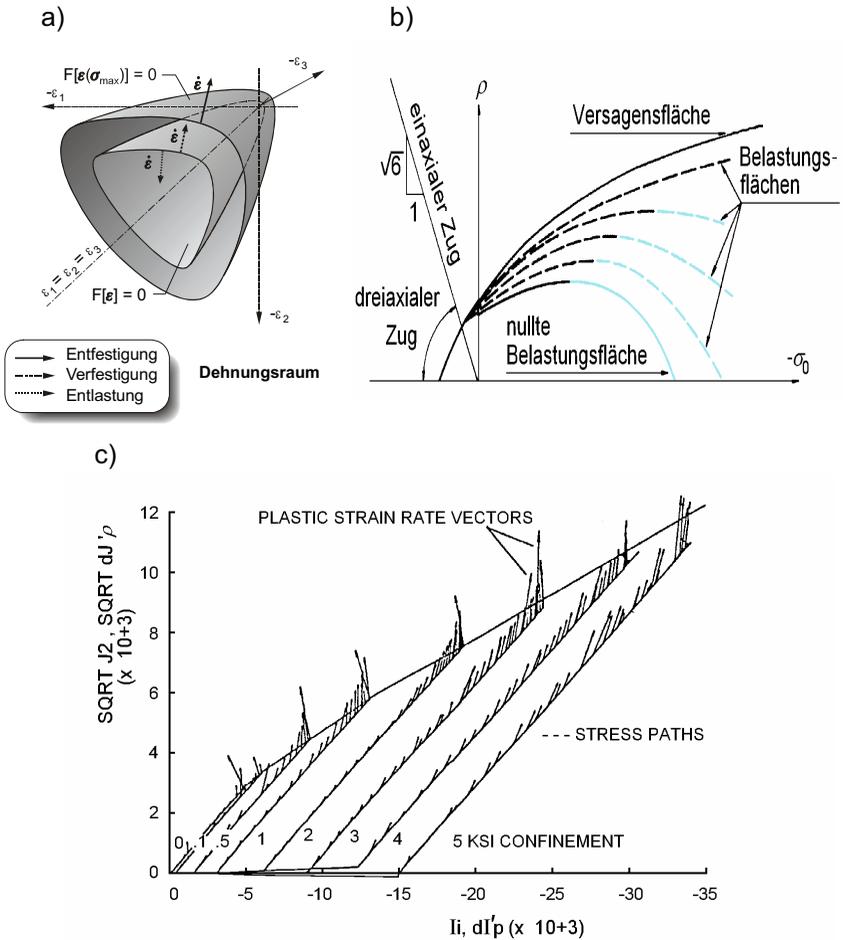


Bild 2.21: a) Belastungskriterium im Dehnungsraum nach *Schmidt-Hurtienne* [2000]; b) Grenzbedingungen nach *Han & Chen* [1986]; c) dreiaxialer Spannungspfad und Richtung der plastischen Formänderungssinkremente nach *Willam* [1989]

Die notwendige Konsistenzbedingung \dot{F}_p sichert, daß der nächste Dehnungszustand erneut auf der nächsten Belastungsfläche liegt. Es gilt somit:

$$F_p[\epsilon + d\epsilon, \mathbf{q} + d\mathbf{q}] \cong F_p[\epsilon, \mathbf{q}] + \dot{F}_p[\epsilon, \mathbf{q}] = 0 \quad (2.36)$$

Das Einhalten der Fließbedingung ist gleichbedeutend mit einer Lage- und Formänderung sowie einer Vergrößerung der vorangegangenen Belastungsfläche bei Verfestigung und Entfestigung im Dehnungsraum. Das Bild 2.21a verdeutlicht die Grenzbedingungen bei assoziierter Fließregel im Hauptdehnungsraum und das Bild 2.21b bei nicht assoziierter Fließregel in der Oktaederebene. Weiterhin werden die in Abschnitt 2.5.1 erläuterten Kappen in Bild 2.21b durch helle Linien hervorgehoben. Aus der linearisierten Konsistenzbedingung, der differentiellen Änderung der Fließbedingung, die nur durch den ersten Term einer *Taylor*-Reihe approximiert wird, folgt das totale Differential, siehe *Zienkiewicz* [1984: 423] und *Carol et al.* [1994: 2839]:

$$\dot{F}_p[\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{q}] = \mathbf{n}_p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - H_p \dot{\lambda}_p = 0, \quad (2.37)$$

mit:

$$\mathbf{n}_p = \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}, \quad H_p = -\frac{\partial F_p}{\partial \lambda_p} = -\frac{\partial F_p}{\partial \mathbf{q}} \circ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_p} : \mathbf{m}_p.$$

Der Tensor zweiter Stufe \mathbf{n}_p steht als Gradient senkrecht auf der Fließfläche F_p und das noch unbestimmte Skalar H_p sichert als positiver Verfestigungsparameter die Konsistenzbedingung. Aus dem totalen Differential (2.37) kann der plastische Multiplikator in Abhängigkeit von der Dehnrade angegeben werden:

$$\dot{\lambda}_p = \frac{1}{H_p} \mathbf{n}_p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.38)$$

Durch aufeinanderfolgendes Einsetzen in die Fließregel (2.34) und in die Ratenbeziehung (2.33) ergibt sich aus der dehnungsgestützten Formulierung der tangentielle Steifigkeitstensor im Dehnungsraum

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_0 - \frac{1}{H_p} \mathbf{m}_p \otimes \mathbf{n}_p, \quad (2.39)$$

mit dem jeder Spannungszustand bei bekanntem Parameter H_p charakterisiert werden kann.

Mit der Wahl der Evolutionsgleichung für die Raten der internen Variablen, z.B. für ein nichtassoziertes Verfestigungsgesetz, siehe *Suanno* [1995: 50ff.],

$$\dot{\mathbf{q}} = -\dot{\lambda}_p \mathbf{C}_p \frac{\partial \mathbf{Q}_p}{\partial \mathbf{q}} \quad (2.40)$$

werden die Belastungsflächen des Werkstoffes Beton, d.h. die Lage, die Gestalt und die Größe, während der plastischen Deformation modifiziert. Dabei stellt \mathbf{C}_p den plastischen Stofftensor dar. Wird beispielsweise das Integral der Euklidnorm des plastischen Verzerrungstensors, siehe *Chen* [1994: 684f.] und *Schmidt-Hurtienne* [2000: 116f.], für das Maß aller bis zum aktuellen Zeitpunkt entstandenen dreiaxialen plastischen Dehnungen ausgewählt, lautet die Evolutionsgleichung folgendermaßen:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \lambda_p} = \sqrt{\mathbf{m}_p : \mathbf{m}_p} \quad (2.41)$$

Die in dieser Arbeit gewählte Formulierung der Evolutionsgleichung mit einem einzigen Skalar q als interne Variable kann nur die isotrope Verfestigung erfassen, d.h. die Größe der Belastungsfläche variieren. Um für ein Kontinuum nun die Verfestigung zu bestimmen, d.h. letztlich den Verfestigungsparameter H_p , muß ein Zusammenhang zwischen den aus einaxialen Versuchen gewonnenen Ergebnissen und dem dreiaxialen Dehnungszustand im Kontinuum über eine z.B. äquivalente Dehnung κ_p im Raum definiert werden. Dabei können die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen aus den Versuchen durch empirische Formeln $q(\kappa_p)$ ausgedrückt werden.

Die hier zusammengefaßte dehnungsgestützte Formulierung erfüllt das Postulat von *Il'yushin*, siehe *Hofstetter et al.* [1995: 94]. Daraus ergeben sich die assoziierte Fließregel und die Konvexität der Hyperflächen im Dehnungsraum, entsprechend der Postulate nach *Drucker* im Spannungsraum. Angemerkt sei, daß die Postulate von *Drucker* restriktiver als der zweite Hauptsatz der Thermodynamik sind, der nur fordert, daß die innere Entropieproduktionsrate, bestehend aus der inneren Entropieänderung und der äußeren Entropiezufuhr, nicht negativ werden darf, siehe *Chen* [1988: 164]. Ferner führen die Postulate durch den zweiten

Hauptsatz resp. dem Prinzip der maximalen plastischen Dissipationsleistung auch auf die Bedingungen von *Kuhn-Tucker*, siehe *Suanno* [1995: 50ff.], welche die Entlastung von der Wiederbelastung unterscheiden, siehe *Carol et al.* [1994: 2838].

$$F_p \leq 0 \quad \wedge \quad \dot{\lambda}_p \geq 0 \quad \wedge \quad \dot{\lambda}_p F_p = 0 \quad (2.42)$$

Die Belastungsflächen werden an einer aus Versuchen beobachteten und numerisch umgesetzten Versagensfläche geeicht. Dabei werden die Grenzbedingungen oft in der Oktaeder- und Deviatorebene definiert. Es werden häufig als Versagensmodelle drei bis fünf parametrische verwendet, z.B. *Willam-Warnke*, *Hsieh-Ting-Chen*, *Ottosen* und *Guo-Wang*, siehe *Chen* [1982] und *Zhuo* [1995]. In der aufgezählten Reihenfolge der Versagensflächen stuft *Zhuo* [1995: 91f.] das fünf Parameter Modell nach *Willam-Warnke* geringer ein als die drei übrigen Modelle, wobei die Anpassungsgenauigkeit nicht an Versuchsdaten sondern anhand geometrischer Eigenschaften in der Oktaeder- und Deviatorebene bewertet wurde. Die oben genannten Modelle zur Beschreibung der Versagensfläche von Beton können ebenfalls in der Kontinuumsschädigungsmechanik benutzt werden, wie es z.B. *Ortiz* [1985], *Mazars et al.* [1989: 439ff.] und *Yazdani et al.* [1990] zeigen. Auch Versagensmodelle von metallischen Werkstoffen werden in bestimmten Fällen verwendet.

Mit der Wahl der Versagensfläche, der Art der Fließregel und einer Evolutionsgleichung für die internen Variablen kann das inelastische Materialverhalten von Beton genügend genau abgebildet werden. Die Vorteile der dehnungsgestützten Formulierung sind neben der Anwendung im Verfestigungs- und im Entfestigungsbereich bei expandierender Belastungsfläche der verringerte numerische Aufwand hinsichtlich der numerischen Implementierung aber auch die Anwendung bei quasistatischen und hochdynamischen Beanspruchungen, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000: 50f.]. Ferner kann eine Kopplung an die Kontinuumsschädigungsmechanik erfolgen, die eine Weiterentwicklung des Modells von *Dougill* (engl. *progressive fracture model*) im Dehnungsraum ist, siehe *Han & Chen* [1986: 940].

- Kontinuumsschädigungsmechanik

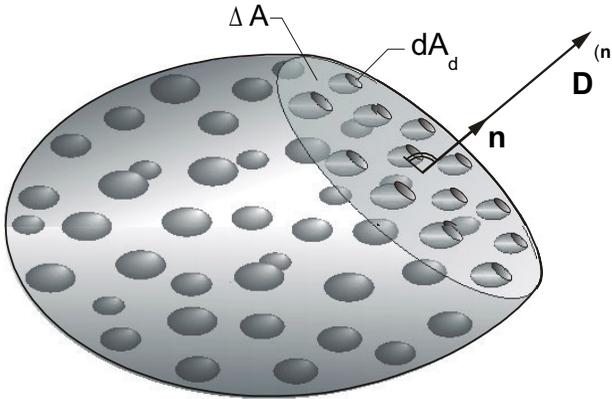
Die Kontinuumsschädigungsmechanik befaßt sich mit dem Einfluß der äußeren Bedingungen auf die Art der Mikroschädigung eines Kontinuums und dem sich damit ändernden Materialverhalten bei weiterer Schädigung, siehe *Hult* [1987: 1]. Das charakteristische Verhalten nach der Entlastung des Kontinuums ist bei der alleinigen sukzessiven Schädigung (ohne Plastizität) der spannungs- und dehnungslose Zustand, den *Dougill* in sein Modell einführt, siehe *Han et al.* [1986: 940]. Im Rahmen der Thermodynamik wird eine phänomenologisch spannungsgestützte Formulierung der Kontinuumsschädigungsmechanik z.B. von *Lemaitre* [1996], *Yazdani & Schreyer* [1990] und *Hansen et al.* [1992] eingehend beschrieben. Ein Vergleich mit den Formulierungen im Spannungsraum nach *Carol et al.* [1994] ist erneut gegeben. In der vorliegenden Arbeit wird die numerisch vorteilhaftere dehnungsgestützte Formulierung wiedergegeben mit den Grundgleichungen für Kontinuumsschädigungsgesetze im Dehnungsraum, siehe *Han et al.* [1986: 940ff.].

Wie in der Plastizitätstheorie werden die inneren Variablen in einem Tensor \mathbf{q} zusammengefaßt, um die Größe und Form der Defekte eines Kontinuums durch die Schädigung phänomenologisch zu erfassen. Die Defekte können in drei Klassen resp. Modelle getrennt werden: Schädigungstensor nullter, zweiter oder vierter Stufe. Der Vorteil einer Formulierung der Schädigung mit einem Skalar ist neben der Rechenschnelligkeit vor allem die Einfachheit bei der Implementierung innerhalb einer Materialroutine eines Finite-Element-Codes, siehe *Suanno* [1995: 63]. Der Vorteil höherwertiger Tensoren in der Formulierung der Schädigung ist das zusätzliche Abbilden der Anisotropie des Werkstoffes Beton, z.B. für den Zugbereich.

Bevor die Formulierung der Kontinuumsschädigungsmechanik im Dehnungsraum wiedergegeben wird, ist auf die zur Formulierung im Dehnungsraum zugehörigen Konzepte der Hypothese der äquivalenten Spannungen σ_{eff} und der Hypothese der äquivalenten Dehnungen ϵ_{eff} näher einzugehen. In **Bild 2.22** definiert *Kachanov*, siehe *Hult* [1987], für ein beliebiges repräsentativ geschädigtes Volumen das variable Skalar D , die Schädigungsvariable,

$$0 \leq D = \frac{\Delta A_d}{\Delta A} < 1 \quad (2.43)$$

in einer bestimmten Ebene des Volumens. Bei einem Grenzwert von Null, der durch das Verhältnis der Gesamtheit aller beschädigten Flächen ΔA_d der Mikrodefekte zur ungeschädigten Fläche ΔA bestimmt wird, ist keine eigentliche Schädigung vorhanden, ansonsten tritt beim Grenzwert von Eins das Versagen dieser Ebene ein.



$$D^{(n)} = \frac{\Delta A_d}{\Delta A} = \frac{\sum dA_d}{\Delta A}$$

Bild 2.22: Schädigungsdefinition nach *Kachanov* [1958]

Der Einfluß der Schädigung auf die Spannungen wird durch die effektiven Spannungen σ_{eff} erfaßt. Gleichzeitig wird durch diese Transformation die Voraussetzung für eine konsistente Kopplung mit den Formulierungen aus der Plastizitätstheorie erreicht, siehe *Hansen et al.* [1992: 56] und *Alex* [2000]. So gilt für eine skalare Schädigungsdarstellung das geäußerte $(1-D)$ -Format, wenn nach der Schädigung des elastischen Kontinuums immer noch Isotropie angenommen wird:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{1-D} \sigma \quad (2.44)$$

Da die Schädigungsvariable D für eine bestimmte Ebene definiert wird, zeigt sich der Nachteil bei einem Kontinuum mit Anisotropie. Zur Beschreibung eines allgemein anisotropen Materialverhaltens wird der Schädigungsoperator $\Phi(D)$, ein Tensor vierter Stufe, benötigt, der einen Ausdruck für die verbleibende Kontinuität des Kontinuums angibt. Es gilt dann:

$$\sigma_{\text{eff}} = \Phi^{-1} : \sigma \quad (2.45)$$

Die Hypothese der äquivalenten Dehnungen besagt, siehe **Bild 2.23**, daß die zu den effektiven Spannungen zugehörigen effektiven Dehnungen ϵ_{eff} eines ungeschädigten Kontinuums mit den Dehnungen eines realen, geschädigten Werkstoffes übereinstimmen. Somit gilt:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon \quad (2.46)$$

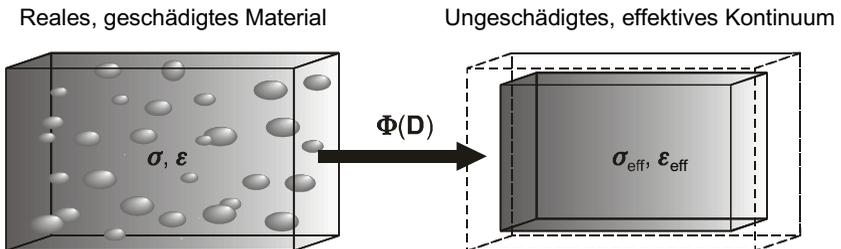


Bild 2.23: Äquivalenzprinzip der Schädigungsmechanik, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000]

Für den isotropen Fall bestimmt sich die verbleibende Kontinuität zu $\Phi = (1-D)\mathbf{I}$. Somit ergibt sich für das geschädigte Kontinuum das $(1-D)$ -Format für einen Spannungszustand mit dem Sekantensteifigkeitstensor $\mathbf{E}(D)$. Es gilt dann:

$$\sigma = \mathbf{E}(D) : \epsilon = (1-D)\mathbf{E}_0 : \epsilon \quad (2.47)$$

Um den Nachteil von unsymmetrischen Sekantensteifigkeitstensen im anisotropen Fall bei der Berechnung auszuschließen, kann auch die

Hypothese der Energieäquivalenz verwendet werden, siehe *Carol & Rizzi & Willam* [1998], nach der die gespeicherte Energie in effektiven Spannungen resp. Dehnungen der elastischen Energie des geschädigten Kontinuums entsprechen muß. Diese Hypothese führt zu Symmetrieeigenschaften im geschädigten Sekantensteifigkeitstensor und im ungeschädigten Elastizitätstensor.

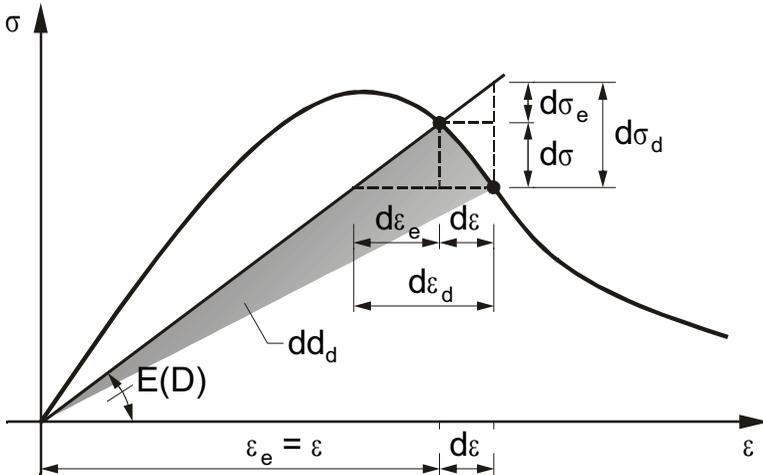


Bild 2.24: Stoffgesetzformat der Schädigungsmechanik, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000]

Im Gegensatz zur Plastizitätstheorie wird in der Kontinuumschädigungsmechanik die Nichtlinearität des Materialverhaltens ausschließlich auf die abnehmende Materialfestigkeit zurückgeführt. Damit ist, wie in **Bild 2.24** dargestellt, eine eindeutige Sekanten-Beziehung

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.48)$$

zwischen den aktuellen Spannungen und Dehnungen gegeben. Der Kern der Schädigungstheorie ist somit die Entwicklung des Sekantensteifigkeitstensors $\mathbf{E}(\mathbf{D})$. Als Vereinfachung wird bei einer Entlastung angenommen, daß sowohl das Schließen der Mikrorisse als auch die innere Reibung keinen Einfluß auf das Steifigkeitsverhalten des Werkstoffes ausüben.

Somit ergibt sich nach Bild 2.24 die Spannungs-Dehnraten-Beziehung zu

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e = \mathbf{E} : (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_d) \quad (2.49)$$

oder als Spannungsrelaxationsrate durch Differenzieren von Gleichung (2.48) nach der Zeit zu:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \dot{\mathbf{E}} : \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.50)$$

Die Dehnrate $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ läßt sich in einen elastischen Anteil, der die Spannungsrate mit der momentanen Sekantensteifigkeit bestimmt, und in einen entfestigenden Teil additiv zerlegen:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_d \quad (2.51)$$

Die entfestigende Dehnrate $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_d$ ist ein Maß für die Abnahme der Sekantensteifigkeit infolge der Schädigung. Sie bestimmt die schädigungsbedingte Spannungsrelaxation zu:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_d = -\mathbf{E} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_d \quad (2.52a)$$

Wird nun Gleichung (2.52a) in Gleichung (2.49) eingesetzt, so ergibt sich unter Beachtung von Gleichung (2.50) ebenfalls für die schädigungsbedingte Spannungsrelaxation:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_d = \dot{\mathbf{E}} : \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.52b)$$

In den obigen Formulierungen (2.52) ist zwar die Berechnung der Spannungsrelaxation durch zwei Gleichungen möglich, jedoch kann aus der oberen Gleichung nicht auf die Änderung des Sekantensteifigkeitstensors in der unteren Gleichung geschlossen werden, siehe *Carol et al.* [1994: 2842]. Um den aktuellen Sekanten- $\mathbf{E}(\mathbf{D})$ resp. Tangentensteifigkeitstensor $\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_t(\mathbf{E}(\mathbf{D}))$ zu berechnen, ist zunächst das identische Vorgehen aus der Plastizitätstheorie anzuwenden. Bei der Anwendung einer nichtassozierten Fließregel im Dehnungsraum

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_d = \dot{\lambda}_d \mathbf{m}_d, \quad \mathbf{m}_d = \frac{\partial Q_d}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \quad (2.53)$$

wird durch die Konsistenzbedingung

$$\dot{F}_d[\boldsymbol{\epsilon}, \mathbf{q}] = \mathbf{n}_d : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - H_d \dot{\lambda}_d = 0, \quad (2.54)$$

mit:

$$\mathbf{n}_d = \frac{\partial F_d}{\partial \boldsymbol{\epsilon}}, \quad H_d = -\frac{\partial F_d}{\partial \lambda_d} = -\frac{\partial F_d}{\partial \mathbf{q}} \circ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_d} : \mathbf{m}_d$$

gesichert, daß die schädigende Spannungsrate $\dot{\sigma}_d$ auf der nächsten Belastungsfläche $F_d[\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{q}]$ liegt. Mit der Bestimmung des schädigenden *Lagrange*-Multiplikators

$$\dot{\lambda}_d = \frac{1}{H_d} \mathbf{n}_d : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.55)$$

ergibt sich aus der dehnungsgestützten Formulierung der tangentielle Steifigkeitstensor \mathbf{E}_t im Dehnungsraum mit dem noch unbekanntem Parameter H_d sowie dem variablen Sekantensteifigkeitstensor \mathbf{E} zu:

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E} + \frac{1}{H_d} \mathbf{m}_d \otimes \mathbf{n}_d \quad (2.56)$$

Die *Kuhn-Tucker*-Bedingungen (2.57) unterscheiden erneut die Entlastung und Wiederbelastung und werden aus dem Prinzip der maximalen Schädigungsdissipation bestimmt.

$$F_d \leq 0 \quad \wedge \quad \dot{\lambda}_d \geq 0 \quad \wedge \quad \dot{\lambda}_d F_d = 0 \quad (2.57)$$

In Analogie zur Plastizitätstheorie definiert die Schädigungstheorie auf der Basis von Dehnungen eine Assoziertheit der Fließregel, wenn die Normale auf der Schädigungsfläche gleich der Richtung der Relaxationsspannung ist, d.h. wenn gilt: $\mathbf{n}_d \parallel \mathbf{m}_d$. Diese Assoziertheit wird nach *Carol et al.* [1994] als Assoziertheit im Spannungsraum bezeichnet.

Die Änderung des Steifigkeitstensors fordert einen variablen Sekantensteifigkeitstensor für die sukzessive Schädigung des Materials. Wie schon in den Formulierungen (2.52) angemerkt und in Bild 2.24 verdeutlicht, kann nach der Berechnung der aktuellen Schädigungsrelaxation keine Beziehung zu einem eindeutigen Sekantensteifigkeitstensor zugeordnet werden. Deshalb ist eine zusätzliche Evolutionsgleichung im Steifigkeitsraum für den Sekantensteifigkeitstensor zu definieren. Somit wird der Steifigkeitstensor eine interne Variable, siehe *Ortiz* [1985: 76ff.], die durch eine generalisierte Fließregel im Steifigkeitsraum

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\lambda}_d \mathbf{M} \quad (2.58)$$

ermittelt wird. Mit demselben schädigenden Multiplikator aus Gleichung (2.55) gibt der Tensor \mathbf{M} vierter Stufe die Richtung der Steifigkeitsab-

nahme an. Die Beziehung zwischen der Fließregel im Steifigkeitsraum (2.58) und der Fließregel im Spannungsraum (2.53) nach *Carol et al.* [1994] läßt sich aus den Formulierungen (2.52) ermitteln. Somit gilt für die Richtung der Relaxationsspannungsrate:

$$\mathbf{m}_d = \mathbf{M} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.59)$$

Eingesetzt in Gleichung (2.56) verändert sich somit der Tangentensteifigkeitstensor im Steifigkeitsraum zu:

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_0 + \frac{1}{H_d} \mathbf{M} : \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \mathbf{n}_d \quad (2.60)$$

In Analogie zur Plastizitätstheorie ist die generalisierte Fließregel (2.58) anhand von Experimenten zu verifizieren. Jedoch sind die experimentellen Untersuchungen noch nicht in der Lage, die notwendigen Angaben für eine dreiaxiale Schädigungsentwicklung zu liefern. Somit kann die Evolution der elastischen Entfestigung nur phänomenologisch angenähert werden. Daher wird ein Schädigungstensor \mathbf{D} eingeführt, der sowohl ein Skalar, ein Vektor oder ein Tensor zweiter oder vierter Stufe sein kann. Der Steifigkeitstensor \mathbf{E} resp. dessen Rate kann dann als Funktion der Anfangssteifigkeit \mathbf{E}_0 und der Schädigung \mathbf{D} definiert werden. Somit gilt:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{E}_0, \mathbf{D}), \quad \dot{\mathbf{E}} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{D}} \circ \dot{\mathbf{D}} \quad (2.61)$$

Mit der Definition einer Schädigungsregel für $\dot{\mathbf{D}}$ im Schädigungsraum \mathbf{M}_D

$$\dot{\mathbf{D}} = \dot{\lambda}_d \mathbf{M}_D \quad (2.62)$$

folgt aus den Gleichungen (2.58) und (2.61) eine Beziehung zwischen dem Entfestigungsgesetz im Steifigkeitsraum \mathbf{M} und dem Entfestigungsgesetz im Schädigungsraum \mathbf{M}_D :

$$\mathbf{M} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{D}} \circ \mathbf{M}_D \quad (2.63)$$

Für die Normale der Schädigungsfläche \mathbf{n}_d im Spannungsraum nach *Carol et al.* [1994] gelten die mathematischen Beziehungen der Gleich-

ungen (2.59) und (2.63) sinngemäß. Eingesetzt in Gleichung (2.60) führt dies auf den Tangentensteifigkeitstensor im Schädigungsraum \mathbf{M}_D

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_0 + \frac{1}{H_d} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{D}} \circ \mathbf{M}_D : \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{D}} \circ \mathbf{N}_D : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.64)$$

mit \mathbf{N}_D als Normale im Schädigungsraum, die jedoch nur von theoretischer Bedeutung ist, da bei der praktischen Umsetzung der Schädigungstheorie gewöhnlich die Normale \mathbf{n}_d im Spannungsraum nach *Carol et al.* [1994] verwendet wird.

Dem theoretisch interessierten Leser werden die ausführlich beschriebenen Herleitungen von *Carol et al.* [1994] und *Schmidt-Hurtienne* [2000] nahegelegt.

Mit der Wahl einer Schädigungsfläche, z.B. nach *Hsieh-Ting-Chen* [1982] und einer an Experimenten geeichten Schädigungsregel kann die Steifigkeitsabnahme von Beton genügend genau abgebildet werden.

2.3.3 Kombiniertes Schädigungs-Plastizitätsmodell

Aufgrund des beschriebenen Materialverhaltens von Beton ist eine Kopplung der Theorien der Kontinuumsschädigungsmechanik mit der Plastizitätstheorie eine Möglichkeit, ein Stoffgesetz für Beton darzustellen, die unter anderem *Bazant & Kim* [1979] mit einer Hyperfläche im Spannungsraum und einer weiteren im Dehnungsraum verfolgen, siehe *Han et al.* [1986: 942]. Dabei ergeben sich zwei Varianten. *Yazdani et al.* [1990: 1439f.] stellen die Frage, ob die Theorien der Plastizität und der Schädigung mit einer einzigen internen Variablen gekoppelt werden können oder besser durch zwei unabhängige interne Variablen ausgedrückt werden sollten.

Ein Beispiel eines gekoppelten Schädigungs-Plastizitätsmodells wird von *Simo et al.* [1987: 828] angegeben. Die Fließregel für die plastische Spannungsrate hängt dann von der Schädigung resp. dem geschädigten Tangentensteifigkeitstensor ab. Da aber nach *Yazdani et al.* [1990] noch

keine physikalischen oder experimentellen Befunde diesen Weg verifizieren, ist eine Entkopplung der derzeitige Weg, um ein kombiniertes Schädigungs-Plastizitätsmodell zu verwirklichen.

Die Teilung des Dehnungstensors aus der Plastizitätstheorie in einen elastischen und plastischen Anteil gilt erneut nur bei kleinen Verschiebungen, Rotationen und Verzerrungen.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (2.65)$$

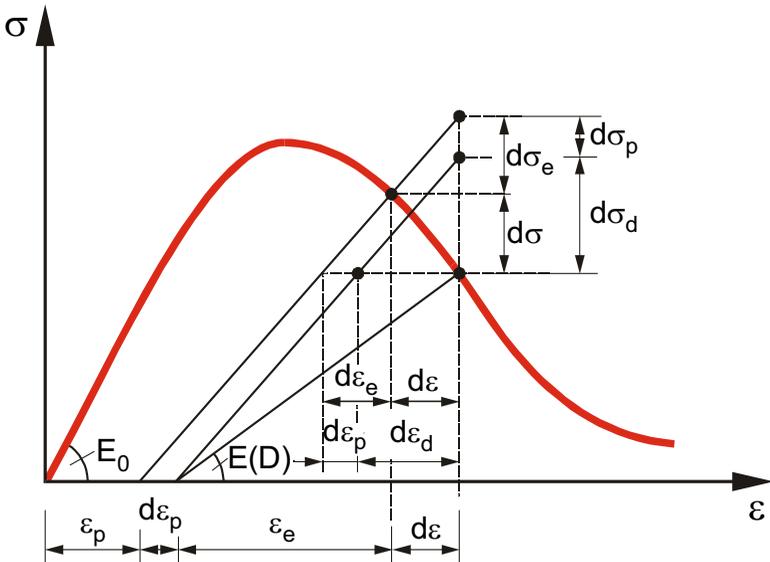


Bild 2.25: Schädigungs-Plastizitäts-Stoffgesetzformat, siehe Schmidt-Hurtienne [2000]

Ferner stehen die Raten für ein in **Bild 2.25** schematisch dargestelltes kombiniertes Schädigungs-Plastizitätsmodell, das eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit Entfestigung und inelastischen Verformungen widerspiegelt, folgendermaßen in Beziehung:

$$-\mathbf{E}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \mathbf{E}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = -\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e = -(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_d + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p) = +\mathbf{E}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_d + \mathbf{E}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p \quad (2.66)$$

oder:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_d + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p \quad (2.67)$$

Aus dem **Bild 2.25** und den Beziehungen (2.66) ist zu entnehmen, daß zum einen (im linken Teil der Gleichungen (2.66)) die elastische Spannungsrate $\dot{\sigma}_e$ dem Spannungszuwachs entspricht, den die Dehnrate $\dot{\epsilon}$ bei konstant bleibender Steifigkeit **E** erzeugen würde, und zum anderen (im rechten Teil der Gleichungen (2.66)) die Schädigungs- $\dot{\sigma}_d$ als auch die plastische Spannungsrate $\dot{\sigma}_p$ eine Relaxation infolge zunehmender Schädigung resp. wachsender plastischer Verzerrungen anzeigen.

Auf das weitere Vorgehen zur Herleitung und Implementierung eines kombinierten Schädigungs-Plastizitätsmodells für die Beschreibung des Materialverhaltens von Beton wird auf die oben genannten Veröffentlichungen resp. Abschnitt 6.3.3 verwiesen, in dem das verwendete Werkstoffmodell für die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen bei hochdynamischer Beanspruchung erläutert wird.

2.4 Einfluß der Dehnrate auf die Betoneigenschaften

Für den außergewöhnlichen Lastfall Explosion ist der Einfluß der Dehnrate auf die Festigkeitssteigerung des Betons von ausschlaggebender Bedeutung. Ohne Zweifel beinhaltet eine adäquate Dimensionierung unter Berücksichtigung des Dehnrateneffekts auf Makroebene neben der Sicherheit auch die wirtschaftlichen Aspekte bei einer z.B. neu zu bauenden Industrieanlage oder einer Sprengung eines Bauwerkes. Die Besonderheit des Dehnrateneffekts auf makroskopischer Betrachtungsebene ist nach *Schmidt-Hurtienne* [2000: 134-145] auf zwei physikalische Gegebenheiten zurückzuführen: Dies sind der Homogenisierungs- sowie der Verzögerungsmechanismus.

Gödde [1986] untersuchte eine axial belastete Zugscheibe als Zwei-Phasen-Modell; eine Mörtelmatrix mit einem einzelnen runden Zuschlagkorn. Mit einer Fallgewichtsanlage hat *Curbach* [1987] Zugversuche an gekerbten Betonproben durchgeführt und aufbauend auf der Arbeit von *Gödde* [1986] in weiter durchgeführten Studien mit einem dehnratenun-

abhängigen Stoffgesetz auf Makroebene verdeutlicht, daß die Spannungsverteilung im Rißquerschnitt unter dynamischer Zugbelastung gleichmäßiger ist als unter quasistatischer Belastung, siehe **Bild 2.26**. Dieser dynamische, von der Wellenausbreitung hervorgehobene Effekt baut die Spannungsspitze in der Rißwurzel relativ zum Spannungsniveau des Rißquerschnittes ab und wird als dynamischer Homogenisierungsmechanismus bezeichnet.

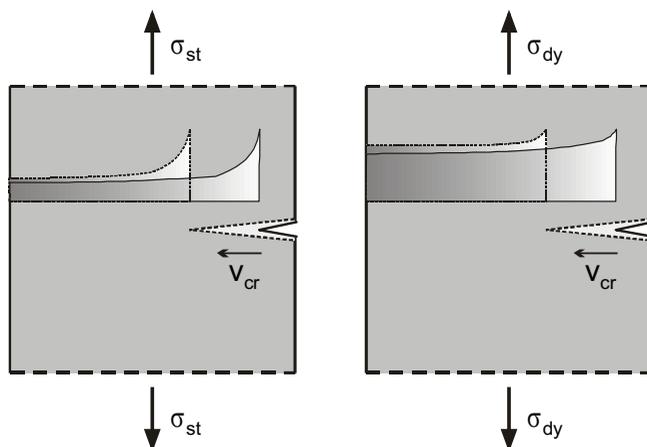


Bild 2.26: dynamische Homogenisierung der Spannungen bei Makrodiskontinuität nach *Schmidt-Hurtienne* [2000]

Eine Änderung des Materialverhaltens auf der Makroebene wird durch die heterogene Struktur des Betons resp. aufgrund der Eigenschaften und des Zusammenspiels der Bestandteile und Defekte auf den nächst kleineren Modellebenen eingeleitet. So wird in **Bild 2.27** die Wirkung der dynamischen Homogenisierung auf Mesoebene verdeutlicht. Durch eine dynamische Belastung stellt sich eine gleichmäßigere Spannungsverteilung innerhalb der unterschiedlichen Betonphasen, bestehend aus Zuschlagkörnern, Mikrofehlstellen und Zementmatrix, ein. Im Bereich der Zuschlagkörner kann aufgrund der höheren Wellengeschwindigkeit das Spannungsniveau bei dynamischer Belastung im Vergleich zur quasistatischen Belastung noch gesteigert werden. Nach *Schmidt-Hurtienne* [2000: 82f. u. 137] ist die dynamische Homogenisierung deshalb ein Struktureffekt und keine eigentliche Materialeigenschaft. Somit darf auf

Meso-Modellebene im Stoffgesetz der Anteil der dynamischen Homogenisierung des Dehnrateneffektes nicht mit eingebaut werden, da er bereits durch die FE-Diskretisierung der Struktur und die Wellenausbreitung im heterogenen Werkstoffgefüge berücksichtigt wird, wie auch *Curbach* [1987: 134], *Bachmann* [1993: 173], *Eibl* [1996: 34f.] und *Mark* [1997] verdeutlichen. Jedoch muß auf Makro-Modellebene im Stoffgesetz der Anteil der dynamischen Homogenisierung des Dehnrateneffektes verankert sein, da die unterschiedlichen Werkstoffphasen geometrisch und stofflich im FE-Modell nur verschmiert dargestellt werden.

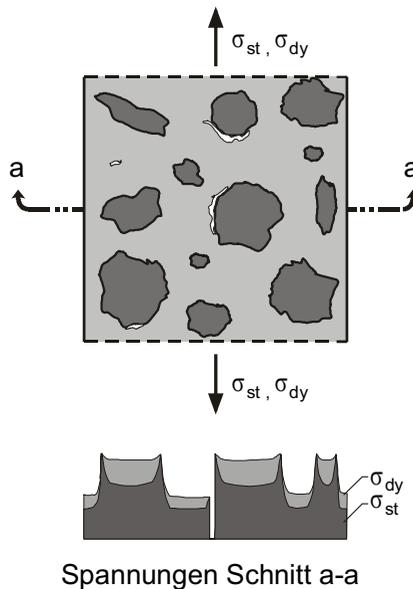


Bild 2.27: dynamische Homogenisierung der Spannungen auf Mesoebene nach *Schmidt-Hurtienne* [2000]

Während der Homogenisierungsmechanismus den dynamischen Effekt bereits vorhandener stofflicher Heterogenitäten im Rahmen der Kontinuumsmechanik beschreibt, wird durch den Verzögerungsmechanismus die verspätete Schädigungsaktivierung im Kontinuum, d.h. die verzögerte Entstehung und das Wachstum von Mikrodefekten resp. Mikrorissen erfaßt.

Das Versagen der Probe erfolgt in dynamischen wie auch in quasistatischen Versuchen etappenweise, jedoch schneller resp. sehr schnell. Dieses sehr schnelle Versagen wird in Relation zur dynamischen Beanspruchungsdauer infolge der Massenträgheit, der Reibung und des Feuchteinflusses verzögert. Die Massenträgheit, die Reibung und der Feuchteinfluss bewirken nach *Curbach* [1987: 127ff.] eine verringerte Reißgeschwindigkeit v_R von etwa 120 m/s bis fast 500 m/s. Diese Reißgeschwindigkeit ist deutlich geringer als die theoretische Geschwindigkeit c_L einer Longitudinalwelle innerhalb elastischer Kontinua. Gleiches gilt wegen $c_L = \sqrt{(\partial\sigma/\partial\varepsilon)/\rho}$ für die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb eines nichtlinearen Materialverhaltens. Dadurch entfernen sich die Reißufer nach anfänglicher Anlaufzeit langsamer voneinander. Bei gegebener Belastung und Dehnrates wird sogar das Reißwachstums beendet, siehe *Curbach* [1987: 119, 123ff.]. Der Verzögerungsmechanismus ist wie der Homogenisierungsmechanismus in den kleineren Modellebenen nicht explizit zu erfassen, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000: 145].

Eine Einteilung in einaxiale und mehraxiale Versuche resp. deren Ergebnisse ist für die dynamischen Beanspruchungen noch nicht möglich; die Erzeugung, die Steuerung sowie die Meßtechnik stoßen an ihre Grenzen. Daher werden die Ergebnisse aus den einaxialen Experimenten beispielsweise mit dem *Split-Hopkinson-Bar* resp. einer Modifikation wiedergegeben. Aber auch hier sind noch einige Ungenauigkeiten vorhanden, die aber zum Teil minimiert werden können: z.B. die Korrektur der Ergebnisse aufgrund der Wellendispersion bei größeren (Beton-) Proben, siehe *Zheng* [1996: 58-71]; nur annähernd hohe bis sehr hohe, konstante Dehnrates in der gesamten Probe infolge der Wellenausbreitung, siehe *Müller et al.* [1983: 72] und *Bischoff & Perry* [1995: 686f.]; die Verbesserung der Meßtechnik, siehe *Bischoff* [1996]. Weitere dynamische Methoden und Besonderheiten sind unter anderem bei *Reinhardt & Meyer* [1998: 27-37] angegeben. Der Einfluß der Temperatur bei der Druckfestigkeitssteigerung wird von *Reinhardt et al.* [1998: 55f.] für Fels sowie der Einfluß resp. die Umsetzung auf Beton erwähnt. Einige Erkenntnisse aus einaxialen Versuchen mit Quer- oder Umschnürungsdruck sind von *Schmidt-Hurtienne* [2000: 16-19] zusammengefaßt worden. Sehr hohe Dehnrates in mehr als nur einer Richtung werden durch

Explosionen, z.B. Sprengungen von Bauwerken erzielt. Auf die dazugehörigen Explosionsversuche wird in Kapitel 3 – Experimentelle Untersuchungen – näher eingegangen.

In **Tabelle 2.1** ist zum Vergleich das Materialverhalten von Metallen in Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit oder der Dehnrates gegenübergestellt.

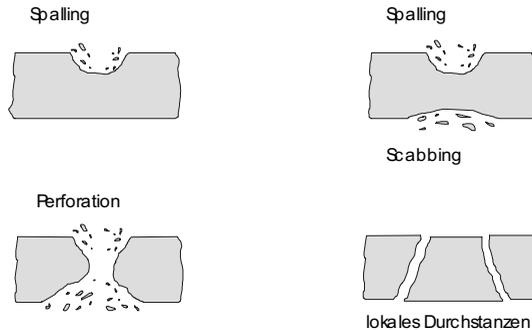
Belastungswellengeschwindigkeit in m/s	Dehnrates in 1/s	Materialverhalten von Metallen
< 50	10^0	primär elastisch; lokal plastisch
50 – 500	10^2	hauptsächlich plastisches Verhalten
500 – 1.000	10^4	viskos; Materialfestigkeit noch signifikant
1.000 – 3.000	10^5	flüssigkeitsähnliches Verhalten; Drücke erreichen oder übersteigen die Festigkeit; Dichte ist dominierender Parameter
3.000 – 12.000	10^7	hydrodynamisch; Kompressibilität nicht vernachlässigbar
> 12.000	10^8	explosionsartiger Aufprall; die Körper verdampfen

Tabelle 2.1: Abhängigkeit des Materialverhaltens bei Metallen von der Belastungsgeschwindigkeit nach *Zukas et al.* [1982]

Der Werkstoff Beton weist ähnliche Abhängigkeiten auf. Wegen der geringeren Festigkeiten zeigt sich das charakteristische Materialverhalten jedoch schon bei weniger hohen Belastungsgeschwindigkeiten. Der Übergang zu einem möglichen gasförmigen Aggregatzustand tritt somit erst bei sehr großen Belastungsgeschwindigkeiten auf.

Mit wachsender Dehnrates verliert die 'Schubfestigkeit' des Betons immer mehr an Einfluß, während der Widerstand gegen Kompression an Bedeutung gewinnt. Aufgrund der Massenträgheit wirkt sich zeitlich betrachtet eine Beanspruchung bei hohen Wellen- und Dehngeschwindigkeiten zunächst nur in ihrer unmittelbaren Umgebung aus, lokales Versagen der Struktur ist die Folge. Erst mit zunehmender Belastungsdauer breiten sich die Stellen größter Zerstörung mit maximaler Beanspruchung zeitlich verzögert aus. In **Bild 2.28** sind die wesentlichen Formen des lokalen Versagens skizziert.

Lokales Versagen



Globales Versagen

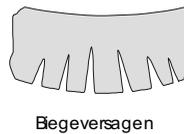


Bild 2.28: Formen lokalen und globalen Versagens nach Ockert [1997]

Die Kraterbildung (engl. *spalling*) bei Schockwellenbeanspruchung auf der lastzugewandten Seite resultiert aus der starken Kompression des Materials, das dabei aufgrund des hydrodynamischen Versagens mit hoher Geschwindigkeit zur Seite gedrückt wird. Zum Abplatzen kleinerer Betonteile kommt es infolge der durch die dreidimensionale Ausbreitung der Druckwelle verursachten Ring- und Umfangszugspannung. Beim Durchgang durch den Betonkörper wird die Schockwelle auf der Rückseite an der freien Oberfläche reflektiert, die rücklaufende Verdünnungswelle verursacht ein Zugversagen, das sich ebenfalls durch Abplatzen von Betonstücken äußert (engl. *scabbing*). Ist die Beanspruchung sehr hoch oder die Struktur sehr dünn, kann die Schockwelle den Körper durchdringen; dieser Vorgang wird als Perforation bezeichnet. Eine weitere Versagensform ist das lokale Durchstanzen. Ursache hierfür ist ein Überschreiten der Hauptzugspannung, die zum Scherbruch in der charakteristischen Kegelform führen kann. Die Wahrscheinlichkeit für ein Durchstanzen steigt mit abnehmender Dicke des Betonkörpers und zunehmender Materialfestigkeit. Im Gegensatz zu den oben genannten Versagensformen tritt ein Durchstanzen auch bei geringen Dehnraten

auf. Dem lokalen Versagen infolge der dynamischen Beanspruchung folgt häufig ein globales Versagen, meist ein Biegeversagen der Gesamtstruktur. Hierfür sind lang andauernde Belastungen verantwortlich, wie sie z.B. bei einem Stoß mit kleiner Geschwindigkeit oder bei einer einwirkenden freien Explosion vorliegen.

2.4.1 Versuchsergebnisse unter Berücksichtigung der Dehnrates

Bei einer dynamischen Beanspruchung zeichnet die Steigerung der Druck- und Zugfestigkeit den Beton aus, die die quasistatische Festigkeit um ein Vielfaches übersteigt. *Eibl et al.* [1976: 14ff.] haben schon früh die Betonfestigkeitssteigerung unter extrem hohen Dehnraten auf eine Behinderung der Rißfortpflanzung bei mittleren Beanspruchungsgraden zurückgeführt. Hierbei werden in dieser Arbeit gemäß **Bild 2.29a** und **Bild 2.29b** bei Druckversuchen resp. bei Zugversuchen die Dehnraten ab ca. 10 s^{-1} resp. ab ca. 1 s^{-1} als sehr hoch angesehen. Weitere Publikationen bekräftigen die Annahme einer Behinderung resp. Verzögerung der Rißbildung, z.B. *Eibl* [1980], *Gödde* [1986], *Curbach* [1987], *Bachmann* [1993] und *Bischoff et al.* [1995: 691]. Dabei wird für sehr hohe Dehnraten die Verzögerung auf die Trägheit der lokalen Massen zurückgeführt, die sich in der Nähe der Defekte befinden.

Bei einer Druckprobe mit hohen Dehnraten verursacht der Porenwasserdruck eine zusätzliche Lastaufnahme während bei einer Zugprobe mit hohen Dehnraten die Kapillarität der Poren, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000: 14f.], oder eine größere Anzahl von Zuschlagskornrissen eine Festigkeitssteigerung bewirken, siehe *Eibl et al.* [1976: 14ff.], *Reinhardt* [1982: 16ff.], *Zielinski* [1982: 87-92] und *Mark* [1997: 22ff.]. Diese Charakteristik des Dehnrateneffekts ist materialspezifisch.

Im Gegensatz hierzu steht die Massenträgheit resp. deren Wirkung auf die Festigkeitssteigerung unter sehr hohen Dehnraten. Sie wird in Versuchen bei fast allen Materialien beobachtet und ist bei heterogenen Werkstoffen ausgeprägter als bei homogenen Werkstoffen, siehe *Müller et al.* [1983: Bild 4.1 u. 5.1]. Unterschiedliche Betongüten weisen unterschiedliche mechanische Eigenschaften auf, siehe *CEB* [1988]. Jedoch zeigen die Ergebnisse aus Versuchen z.B. von *Bischoff et al.* [1995: 688]

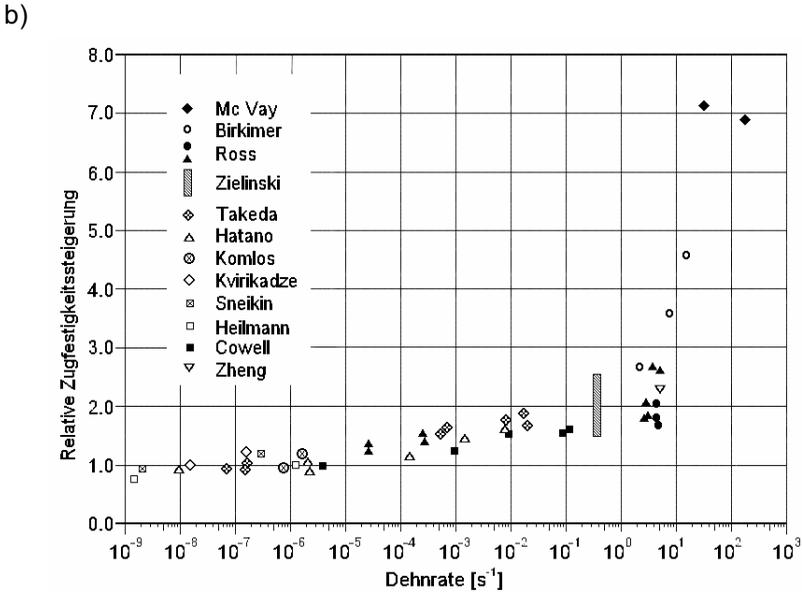
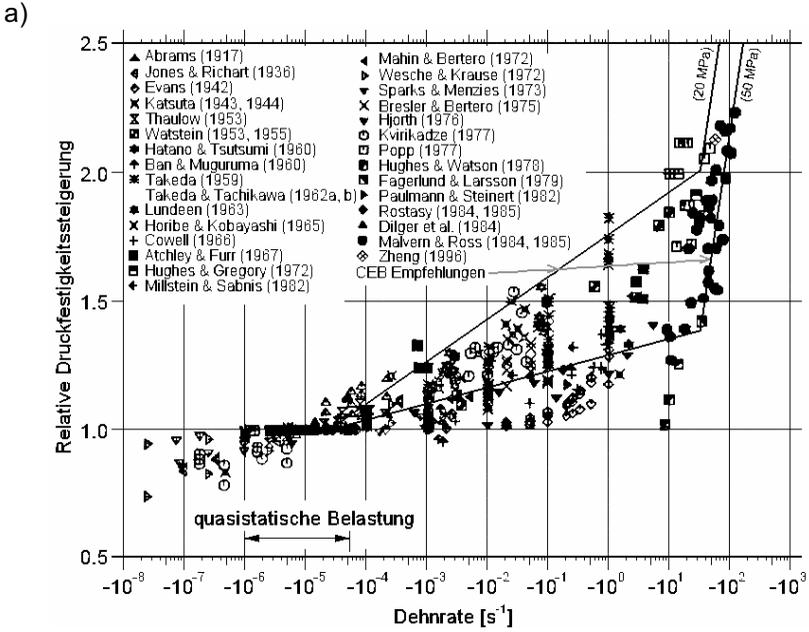


Bild 2.29: Abhängigkeit a) der Betondruck- und b) der Betonzugfestigkeitssteigerung von der Dehnrates nach *Bischoff et al.* [1991] und *Bachmann* [1993]

ganz deutlich, daß eine Festigkeitssteigerung weitestgehend unabhängig von der Betongüte ist, da die Massenträgheit in allen Materialien gleich wirkt.

In Bild 2.29 ist jeweils die relative Steigerung a) der Betondruckfestigkeit und b) der Betonzugfestigkeit in Abhängigkeit der zu diesem Zeitpunkt gemessenen Dehnrate $\dot{\epsilon}$ gegenübergestellt, wobei jeweils zwei Bereiche für niedrige bis hohe und extrem hohe Dehnraten auszumachen sind. Die Ähnlichkeit zwischen der Druck- und der Zugkurve mit dem Unterschied einer stärkeren Abhängigkeit der Zugfestigkeitssteigerung von der Dehnrate bekräftigen die Annahme der gleichen Ursache für die relative Festigkeitssteigerung. Somit erlangt der Einfluß der Massenträgheit bei sehr hohen dynamischen Beanspruchungen eines Bauteils eine zentrale Bedeutung.

Bei Zugversuchen mit dem *Split-Hopkinson-Bar* berichten *Reinhardt* [1982:18f.] und *Zielinski* [1982: 82] von vermehrten Zuschlagkornrissen sowie der Bildung mehrerer Makrorisse (engl. *multiple cracking*). *Zheng* [1996: 142ff.] beobachtet bei Druck- und Zugversuchen mit der gleichen Beanspruchungsmethode ebenfalls ein vermehrtes Versagen des Zuschlags sowie mehrere Trennrisse bei Zugproben. Bei den Druckproben wird eine vollständige Zerkleinerung außerhalb des Lasteinleitungsbeereichs der Druckprobe und des Eingangsstabes des *Split-Hopkinson-Bars* festgestellt, siehe *Bischoff et al.* [1995: 688]. Bei der Zerstörung eines Zuschlagkorns wird dessen höhere Festigkeit die gemessene Festigkeit maßgeblich beeinflussen; dies ist ein Indiz für die Homogenisierung aber auch für die Verzögerung resp. Trägheit der sich entfernenden Rißufer, siehe *Zielinski* [1982: 59f.] und *Bachmann* [1993: 14]. Dadurch wird in einer gekerbten Scheibe eine höhere und gleichmäßigere Spannungsverteilung erzielt.

In älteren Dokumentationen von dynamischen Versuchen am Beton ist die Wirkung der Dehnrate auf den Elastizitätsmodul umstritten, hingegen ist eine Festigkeitssteigerung zweifellos. *Zielinski* [1982: 11] stellt die Frage, ob die häufig gemessene Steigerung der Elastizitätsmoduln bei Druck- und Zugversuchen nur bei hohen, nicht aber bei sehr hohen Dehnraten auftritt. Mit einer Fallgewichtsanlage haben *Bischoff et al.*

[1995: 689] Druckversuche bei annähernd sehr hohen Dehnraten von 5 s^{-1} bis 10 s^{-1} durchgeführt und keine Zunahme des Elastizitätsmoduls gemessen. Auch *Zheng* [1996: 141f.] beobachtete keine Steigerung der Elastizitätsmoduln bei dynamischen Druck- oder Zugversuchen, wobei die entsprechenden Dehnraten bei der Druckprobe mit bis zu 100 s^{-1} und bei der Zugprobe bis zu 4 s^{-1} sehr hoch waren.

In diesem Zusammenhang ist in den Veröffentlichungen auch eine Diskrepanz der zugehörigen Dehnung bei gemessener Druckfestigkeit zu nennen; bei Druckversuchen wird von einer Zu- oder Abnahme der Dehnung gesprochen. Die neueren Veröffentlichungen scheinen die Phänomene besser zu erfassen. *Bischoff et al.* [1995: 688] gehen von einer stärkeren Zunahme der Dehnung bei normalem Beton im Vergleich zu festerem Beton aus. *Zheng* [1996: 141f.] erkennt ebenfalls eine Zunahme der zugehörigen Dehnung bei beiden Beanspruchungsrichtungen.

Die Dehngeschichte zeigt, daß der Werkstoff Beton eine Art von 'Gedächtnis' besitzt. Die maximale Spannung nach **Bild 2.30** tritt nicht gemeinsam mit der maximalen Dehnrates auf. Auf den Werkstoff wirkt eine

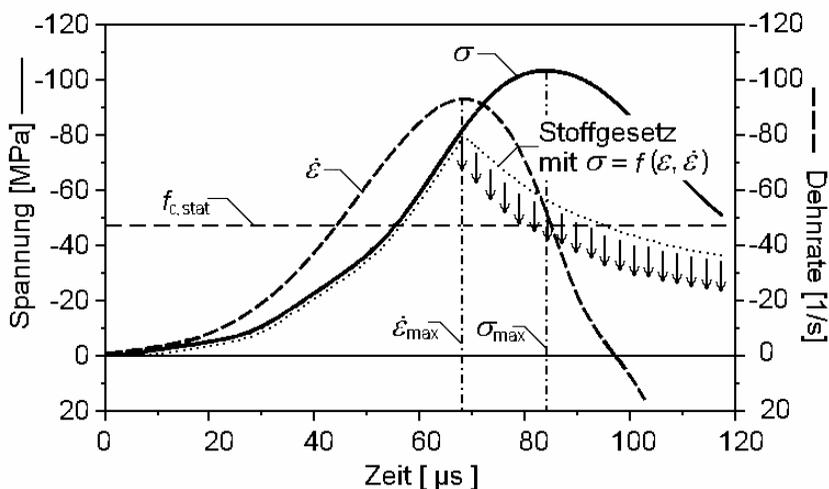


Bild 2.30: Dehngeschichtsabhängigkeit des Materialverhaltens am Beispiel des SHB-Versuchs LH 1 von *Zheng* [1996] und schematischer Spannungsverlauf eines ' $\dot{\epsilon}$ -Stoffgesetzes', siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000]

belastungsabhängige Dehngeschichte, siehe *Zheng* [1996: 2f.]. So weist *Curbach* [1987] nach, daß bei genügend schneller Entlastung die dynamische Rißentwicklung zunächst verzögert, dann beendet und somit das Versagen einer gekerbten Zugprobe verhindert wird.

2.4.2 Berücksichtigung eines zeitabhängigen Anteils

Eibl [1996] weist darauf hin, daß der einfache punktuelle Zusammenhang $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon} = \text{konst})$ zwischen Festigkeitssteigerung und zugehöriger Dehnrate bei dynamischen Beanspruchungen nicht ausreichend ist. Das Gedächtnis von Beton fordert für ein Kontinuum resp. für das zu verwendende Stoffgesetz mit Dehnrateneffekt eine Berücksichtigung der Dehngeschichte, d.h. $\sigma(t) = f[\epsilon(t), \dot{\epsilon}(t)]$. Dennoch wird in einigen Normen, siehe *CEB* [1988], den empirischen Formeln auf der Basis von Ergebnissen aus Versuchskurven nach Bild 2.29 eine praktikable Umsetzung eingeräumt. Dieser Weg wird auch oft bei der numerischen Umsetzung verfolgt, indem der aktuelle Spannungszustand resp. die Schädigungsfläche um den Steigerungsfaktor aus den Versuchskurven vergrößert wird, siehe z.B. *Holmquist & Johnson & Cook* [1993], *Broadhouse* [1995], *Ockert* [1997], *Riedel & Hiermaier* [1998] und *Ruppert* [2000].

Die nächsten Formulierungen versuchen den Einfluß der Dehnrate auf die Festigkeitssteigerung von Beton einerseits mithilfe eines viskoplastischen Ansatzes zu berücksichtigen und andererseits die dynamischen Phänomene der Mikrorißbildung über eine Geschichtsabhängigkeit der Schädigung zu formulieren. In der ersten Möglichkeit deuten *Simo et al.* [1987: 829], *Hofstetter et al.* [1995: 79ff.] und *Harbord et al.* [1997] auf die Viskoplastizitätstheorie im Spannungsraum hin, in der die Entstehung der plastischen Verzerrungen als Funktion der Zeit formuliert wird. Diese Zeitabhängigkeit erlaubt auch Spannungszustände außerhalb der Fließfläche im Gegensatz zur klassischen Plastizitätsformulierung. Die Grundidee der Viskoplastizität nach *Perzyna* [1966] basiert auf der Annahme, daß die viskose Dehnrate proportional zum Abstand des Spannungszustandes von der Fließfläche ist. Die Fließregel wird dann mit der Abstandsfunktion $A(F_p)$ und einer viskosen Proportionalitätskonstanten λ_{vp} folgendermaßen definiert:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} = \dot{\lambda}_{vp} \langle \mathbf{A}(\mathbf{F}_p) \rangle \mathbf{m}_p, \quad \mathbf{m}_p = \frac{\partial \mathbf{Q}_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad \dot{\lambda}_{vp} = \text{const} \quad (2.68)$$

mit:

$$\langle \mathbf{A}(\mathbf{F}_p) \rangle := \begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{F}_p) & \forall \mathbf{F}_p(\boldsymbol{\sigma}) > 0 \\ 0 & \forall \mathbf{F}_p(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0 \end{cases}$$

Die Viskoplastizitätskonstante $\dot{\lambda}_{vp}$ ist eine Materialkonstante und hat die Bedeutung einer Fluidkonstanten. Je größer ihr Wert ist, desto flüssiger verhält sich das Material oberhalb der Elastizitätsgrenze. Die Abstandsfunktion ist ein Maß für die Differenz zwischen der Fließfläche und dem aktuellen Spannungszustand außerhalb der Fließfläche. Ebenso wird in der Evolutionsgleichung für die internen Variablen (2.40) der Multiplikator $\dot{\lambda}_p$ durch das Produkt $\dot{\lambda}_{vp} \mathbf{A}(\mathbf{F}_p)$ ersetzt.

Die zweite Möglichkeit berücksichtigt die Dehngeschichte, indem die aktuelle Schädigung in Abhängigkeit der vorangegangenen Beanspruchung sukzessive zunimmt. Dafür ist die Formulierung einer Geschichtsfunktion notwendig. Diese Funktion kann beispielsweise durch rheologische Mikrorißmodelle ermittelt werden, siehe *Bachmann* [1993], die in erster Linie zur Identifizierung des charakteristischen Relaxationsverhaltens dienen. Jedoch stehen die wenigen Meßdaten in keinem ausgewogenen Verhältnis zum theoretischen und numerischen Aufwand der Mikrorißmodelle. Deswegen wird aus den Überlegungen zu den Mikrorißmodellen eine einfache Relaxationsfunktion abgeleitet, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000: 157ff.]. Eine daraus bestimmte Geschichtsfunktion wird im Abschnitt 6.3.3 für das verwendete Betonstoffgesetz vorgestellt.

2.5 Beton unter hohen hydrostatischen Drücken

In der Materialroutine für die Berechnungen der Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen ist neben dem Dehnrateneffekt auch das Zerstören der Poren der Betonmatrix unbedingt zu beachten. Jedoch wird

nach *Eibl & Schmidt-Hurtienne* [1999: 283] mit der Zunahme des Drucks der Dehnrateneffekt auf die Kompaktierung des Materials reduziert. Für geringere Drücke bei einer statisch beanspruchten Druckprobe folgt nach Abschnitt 2.3.1 – Einaxiale Versuche – die inelastische Dilatanz nach der Volumenabnahme, siehe Bild 2.12. Diese Dilatanz wird schon durch die nichtassoziierte Fließregel der Plastizitätstheorie nach Abschnitt 2.3.2 erfaßt und tritt bei höheren Drücken nicht mehr auf, siehe *Willam* [1989: 327]. Demnach zeigt sich eine notwendige Unterscheidung des charakteristischen Materialverhaltens eines 'Betonkontinuums' bei niedrigen und bei hohen hydrostatischen Drücken sowie der Forderung, die Kompaktierung noch durch eine weitere Bedingung abzubilden. Im Gegensatz zu *Mazars et al.* [1989: 346] erkennt unter anderem *Schmidt-Hurtienne* [2000: 102f.] die Kompaktion als einen Spezialfall des Rißwachstums. Gewöhnlich wird die Kompaktierung durch die Verwendung einer sogenannten 'Kappe' in der Plastizitätstheorie als eine zusätzliche Grenzbedingung im Hauptspannungsraum berücksichtigt. Eine zweite Möglichkeit wird durch die Schockwellentheorie resp. durch eine Zustandsgleichung gegeben, um die Charakteristika von Beton bei höheren Drücken adäquat beschreiben zu können.

2.5.1 Kappen-Modell

Die Diskrepanz zwischen dem beobachteten Zerstoren der Betonmatrix bei hohen hydrostatischen Drücken und der verwendeten Hyperfläche in der Plastizitätstheorie zeigt, daß die Formulierungen innerhalb der Plastizitätstheorie bei sehr hohen Drücken unzureichend sind resp. die Hyperfläche die plastische Volumen- und Festigkeitszunahme nicht begrenzen kann, siehe Abschnitt 2.3.1 – Zwei- und dreiaxiale Versuche –. Von der Möglichkeit eine Kappe zu verwenden wird bei der Implementierung in Materialroutinen innerhalb einer Berechnung mit Hydrocodes Gebrauch gemacht, siehe z.B. *Ruppert* [2000: 56].

Eine Kappe ist eine zusätzliche Grenzbedingung in der Plastizitätstheorie in Form einer Fläche im dreidimensionalen Spannungsraum. Sie können verfestigende und entfestigende Charakteristika für Geomaterialien

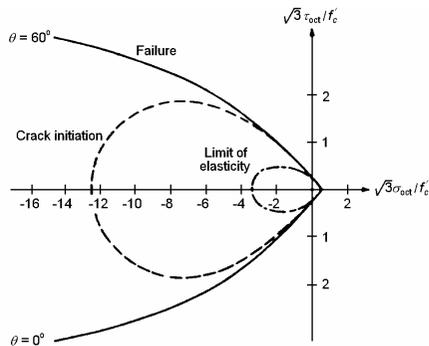


Bild 2.31: dreiaxialer Druck- ($\theta = 60^\circ$) und Zugversuch ($\theta = 0^\circ$), siehe *Launay & Gachon* [1971]

wie z.B. Beton und Fels aufzeigen, siehe *Chen* [1982: 361f.] und *Lubarda et al.* [1996] und dienen zur Erfassung des Volumenänderungsverhaltens von z.B. Beton bei hohen hydrostatischen Drücken nahe des Bruches. Dabei werden die Kappen-Eigenschaften meistens durch die volumetrische plastische Dehnung $\varepsilon_{pV} = \varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3}$ gesteuert. Eine Kappe knüpft nach **Bild 2.31** an die Versagensfläche an, um mit ihr im $I_1 - \sqrt{J_2}$ -Raum einen Bereich einzuschließen, damit der Einfluß der elastischen Druckdehnungen auf die Bildung plastischer Verformungen begrenzt wird. *Lubarda et al.* [1996] stellen ein Kappen-Modell für 'porösen' Fels vor, das ebenfalls die Materialeigenschaften von spröde bis duktil aufweist. Dieses Modell ist auch auf den Werkstoff Beton übertragbar, wie die dortigen numerischen Ergebnisse anhand der nichtlinearen Druck-Volumenänderungs-Beziehung zeigen.

Für Spannungszustände mit sehr hohen Drücken und deviatorischen Anteilen nahe der Versagensfläche ist die Definition einer Kappe eher spekulativ, siehe **Bild 2.32a** und Bild 2.21b. Der Verlauf der Versagensfläche ist noch nicht quantitativ ausreichend erforscht.

Ein alternativer Weg zur Berücksichtigung der Kompaktion des Betons unter hohen hydrostatischen Drücken ist die Bestimmung der *Hugoniot*-Kurve für Beton anhand von Versuchen z.B. nach Abschnitt 3.3 mit der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Schockwellentheorie.

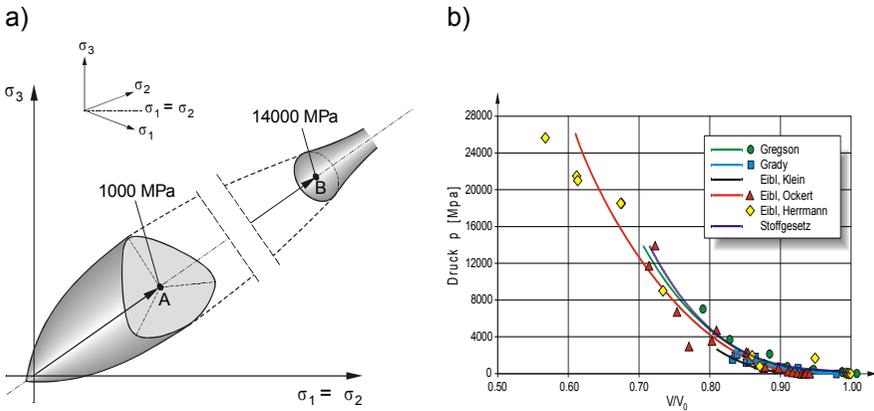


Bild 2.32: a) Versagensfläche von Beton bei hohen hydrostatischen Drücken und b) Hugoniot-Kurve für Beton

2.5.2 Beton-Hugoniot

Das Werkstoffverhalten von Beton unter hohen hydrostatischen Drücken kann mithilfe von speziellen Zustandsgleichungen unter bestimmten Annahmen beschrieben werden. Dies ist zum einen die vereinfachte Darstellung der EOS als eine Druck-Volumen-Funktion und zum anderen die erweiterte Darstellung als vollständige EOS nach *Mie-Grüneisen* [1926] in Verbindung mit der *Debye-Theorie* [1912], in der auch der Einfluß der inneren Energie resp. der Temperatur berücksichtigt wird. Ausgangspunkt all dieser Zustandsgleichungen ist die experimentelle Bestimmung der Beton-Hugoniot-Kurve unter Anwendung der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Schockwellentheorie. Sie wird aus Versuchsergebnissen z.B. von *Ockert* [1997] und *Herrmann* [2002] gewonnen und ist in **Bild 2.32b** grafisch dargestellt.

Aus einer Zustandsgleichung für Beton unter hohen hydrostatischen Drücken kann die Kompaktion des Betons zu einem granularen Werkstoff in seiner dichtesten Packung gesehen werden. Der Werkstoff wird nahezu inkompressibel. Dies kommt durch die große Steigung der Druck-Volumen-Funktion in Bild 2.32b zum Ausdruck. Demnach erfährt

der Werkstoff Beton unter hohen hydrostatischen Drücken eine volumetrische, isotrope Schädigung, die auf das Zusammenfallen der Mikroporen und auf die inhomogene Betonstruktur zurückzuführen ist.

Die bekannten Versagensflächen resp. Schädigungsflächen von Beton sind jedoch in Richtung der negativen hydrostatischen Dehnungsachse geöffnet und führen bei rein hydrostatischen Druckzuständen zu keiner Schädigungsentwicklung. Um jedoch den Effekt des Porenzusammenrückens innerhalb der Betonsteifigkeit zu berücksichtigen, muß ein hyperelastischer, von der volumetrischen, elastischen Dehnung abhängiger Steifigkeitsfaktor $\gamma(\text{tr } \boldsymbol{\epsilon}_e)$ in der gewählten Stoffgesetzformulierung eingesetzt werden. Es gilt dann:

$$\mathbf{E}_{\text{total}} = \gamma(\text{tr } \boldsymbol{\epsilon}_e) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{D}) \quad (2.69)$$

Dieser Faktor entspricht der Anpassung des Kompressionsmoduls an die gewählte Zustandsgleichung, z.B. die aus Versuchen bestimmte Beton-Hugoniot-EOS in Bild 2.32b. Die Funktion des Steifigkeitsfaktors und dessen Verlauf werden innerhalb der Beschreibung des Betonstoffgesetzes in Abschnitt 6.3.3 angegeben.

Eine zusätzliche Grenzbedingung zur Berücksichtigung des Volumenänderungsverhaltens von Beton innerhalb der Plastizitätstheorie durch eine Kappe wird somit hinfällig.

3 Experimentelle Untersuchungen

Als Grundlage für das Verständnis der sprengtechnischen Abläufe und für die Entwicklung eines Verfahrens zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen werden experimentelle Untersuchungen an einfachen Bauteilgeometrien benötigt, um phänomenologische Beobachtungen während eines Versuches wahrzunehmen und zu studieren. Weiterhin können die experimentell gewonnenen Ergebnisse eines Bauteilversuches, z.B. die Druckwerte im Beton, mit denen aus der numerischen Simulation verglichen werden, um somit die Rechnung zu verifizieren.

Deshalb werden in diesem Kapitel nach einem kurzen Überblick zur experimentellen Bestimmung der Hugoniot-Kurve von Beton drei Versuchsaufbauten auf Bauteilebene vorgestellt und sowohl die Meßergebnisse als auch die Schadensbilder präsentiert. Es handelt sich dabei um einen Platten-, Balken- und Stützenversuch, in denen jeweils die Druckwerte im Beton an verschiedenen Positionen experimentell bestimmt wurden. Für den Stützenversuch wurde zusätzlich die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch über die Luft übertragene Druckstöße mithilfe von Luftdrucksensoren meßtechnisch erfaßt.

3.1 Einführung

Das dynamische Materialverhalten von Beton unter mehraxialer Beanspruchung ist im Gegensatz zu den statischen Festigkeitseigenschaften des Betons noch weitgehend unerforscht. Deshalb ist die Messung von dynamischen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen eine wichtige Voraussetzung für die Verifikation dynamischer Materialgesetze, die aus physikalischen Phänomenen abgeleitet werden. Die gleichzeitige exakte Erfassung des Spannungs-Dehnungszustandes innerhalb von Betonstrukturen unter extrem hohen Drücken stößt jedoch an die Grenzen der ex-

perimentellen Meßtechnik. Deshalb interessiert zunächst eine experimentell gewonnene Druck-Volumen-Beziehung für Beton unter extrem hohen Drücken, eine sog. Hugoniot-Kurve für Beton.

Gregson [1971] verwendete für die Bestimmung der Hugoniot-Kurve von Beton eine Gaskanone und maß Spannungen von 300 MPa bis etwa 55.200 MPa. Seine Betonproben mit Abmessungen in Belastungsrichtung von 0,64 cm bis 1,27 cm wiesen ein Größtkorn von nur 3,2 mm auf und sind somit eher in den Bereich des Mörtels einzuordnen.

Auch *Grady* [1993] verwendete zur Erzeugung der Belastung eine Gaskanone, um das Verhalten von Beton unter höchster dynamischer Belastung zu studieren. In seinen Versuchen erreichte er mit Stoßgeschwindigkeiten zwischen 50 m/s und 1.000 m/s in den Betonproben Drücke zwischen 600 MPa und 2.000 MPa. Die Proben wurden aus 15 x 30 cm² großen Bohrkernen gefertigt und wiesen eine Dicke in Belastungsrichtung von etwa 1,5 cm auf. Auch hier sind die Probenabmessungen zu klein, um die Heterogenität des Werkstoffes Beton voll zu berücksichtigen.

Ockert [1997] berücksichtigte die Heterogenität des Werkstoffes Beton, indem er systematische Sprengversuche an Betonplatten mit Abmessungen von etwa 100 x 100 x 40 cm³ durchführte. Er erhielt somit eine Hugoniot-Kurve für Beton aus Schockwellenexperimenten. Er benutzte ein Sprengstoffgemisch aus TNT und COMP B mit einer Detonationsgeschwindigkeit von etwa 7.000 m/s, um sehr hohe Drücke in den Beton einzuleiten. Dabei erreichte er in seinen Versuchen Spitzendrücke bis zu etwa 14.000 MPa im Beton.

In seiner Arbeit gibt *Ockert* [1997] einen guten Überblick über die experimentelle Bestimmung der Hugoniot-Kurve für Beton anhand der von ihm durchgeführten Schockwellenexperimente und nennt weitere Autoren, die sich mit diesem Themenkomplex experimentell befaßt haben und hier nicht erwähnt werden.

Die in den Schockwellenversuchen von *Ockert* [1997] verwendete Meßtechnik zur Erfassung der sehr hohen dynamischen Drücke im Beton

wurde von *Herrmann* [2002] weiterentwickelt und bei der Planung und Durchführung der experimentellen Untersuchung zum Abbruch von Betonstrukturen durch Sprengen eingesetzt.

Das Ziel dieser experimentellen Untersuchung besteht darin, anhand von einfachen Bauteilen die durch die Sprengung entstehende Zerstörung und Druckentwicklung zu untersuchen. Durch den Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung soll die numerische Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen verifiziert werden. Dazu werden praxisorientierte Versuchsaufbauten von Betonstrukturen gewählt, die eine Symmetrie bzgl. der Geometrie der Versuchskörper als auch der Anordnung der Sensoren im Versuchskörper einhalten. Der Grund hierfür ist die durch Symmetriebedingungen mögliche Reduktion der numerischen Modelle und der damit verbundenen verkürzten erforderlichen Rechenzeit.

3.2 Versuchsaufbau und verwendete Meßtechnik

Es wurden Versuche an Betonstrukturen mit drei verschiedenen Geometrien durchgeführt. Hierbei handelt es sich um eine Platte, eine Serie von Balken und eine Stütze. In allen Fällen wurde ein Beton der Festigkeitsklasse B 35 verwendet. Die zur Anwendung gekommene Meßtechnik wird von *Ockert* [1997] ausführlich beschrieben und kann dort nachgelesen werden. In der vorliegenden Arbeit werden bzgl. der Meßtechnik nur die für das Verständnis wesentlichen Punkte angesprochen.

Für die Verifizierung der numerischen Simulation wurden mithilfe von Meßaufnehmern die Druckwerte im Beton und beim Stützenversuch auch die der umgebenden Luft ermittelt. Zur Ermittlung der Druckwerte im Beton kamen Kohle-Masse-Widerstände von 470Ω der Firma Allen-Bradley (AB) zur Anwendung, die eine Abhängigkeit des Widerstandswertes invers zur steigenden Druckbelastung zeigen, wie in **Bild 3.1** angedeutet wird.

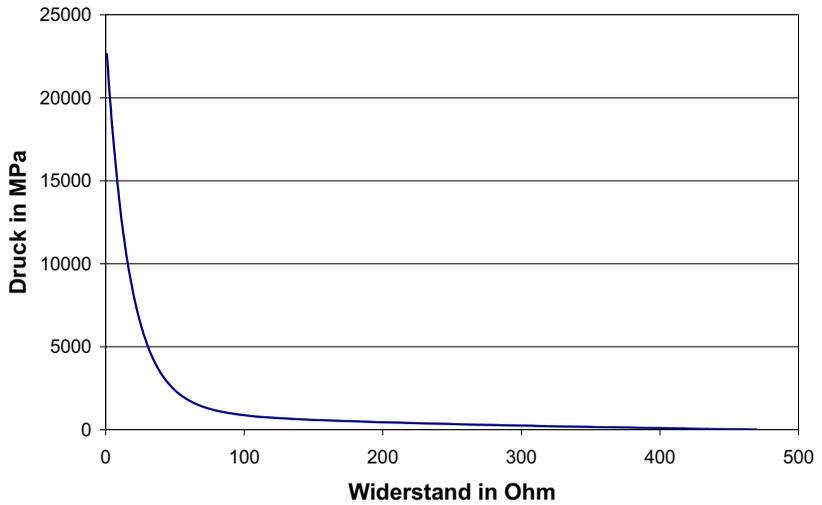


Bild 3.1: Kalibrierkurve für die Allen-Bradly Kohle-Masse-Widerstände

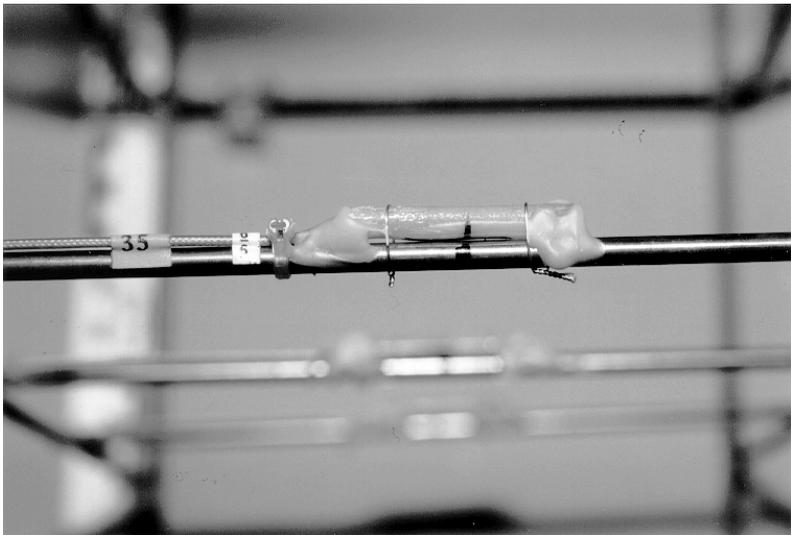


Bild 3.2: Kohle-Masse-Widerstand in Epoxidharz eingegossen

Nach dem Anschließen der Meßleitung mit einem Koaxialkabel wurden die AB-Aufnehmer in ein Epoxidharz (Henkel Stabilit) gegossen, um sie gegen Feuchtigkeit und vorherige Zerstörung zu schützen. In **Bild 3.2** wird exemplarisch ein solcher Aufnehmer bereits montiert dargestellt. Für die Messung der Widerstandsänderung wurde für jeden Meßkanal eine Halbbrückenschaltung mit einem Impedanzwandler verwendet, wie in **Bild 3.3** dargestellt, bevor sie an den Transientenrecorder angeschlossen wurden.

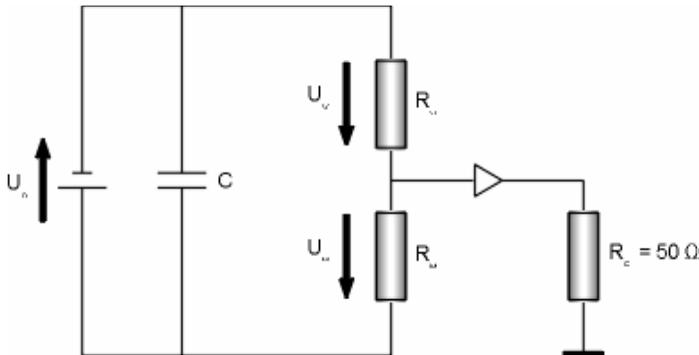


Bild 3.3: Brückenschaltung und Impedanzwandler für Kohle-Masse-Widerstände

Beim Versuchsaufbau der Stütze kamen zusätzlich zu den bereits beschriebenen AB-Druckaufnehmern noch Quarzkristall-Luftdruckaufnehmer des Typs 603B der Firma Kistler (K) zur Anwendung. Diese Aufnehmer sind für die Luftdruckmessung in der unmittelbaren Umgebung von Kontaktladungen für den Anwendungsbereich von 0 bar bis 100 bar bereits vom Hersteller *Kistler* [1998] kalibriert worden, siehe **Anhang B**.

3.3 Plattenversuch

Die in diesem Versuch zu sprengende Betonstruktur hatte eine Grundfläche von $(1 \times 1) \text{ m}^2$ und eine Dicke von 0,5 m. Die Betongüte entsprach einem B 35. Gelagert wurde die Platte an allen vier Ecken auf Würfeln

mit einer Kantenlänge von 15 cm, siehe **Bild 3.4**. Um bei diesem Versuch erst einmal die Materialeigenschaften des Betons selbst zu studieren, wurde im Bereich unter der Ladung keine Bewehrung eingelegt. Im Außenbereich der Platte befand sich lediglich eine leichte Transportbewehrung, die eine Vorschädigung des Versuchskörpers ausschließen sollte.

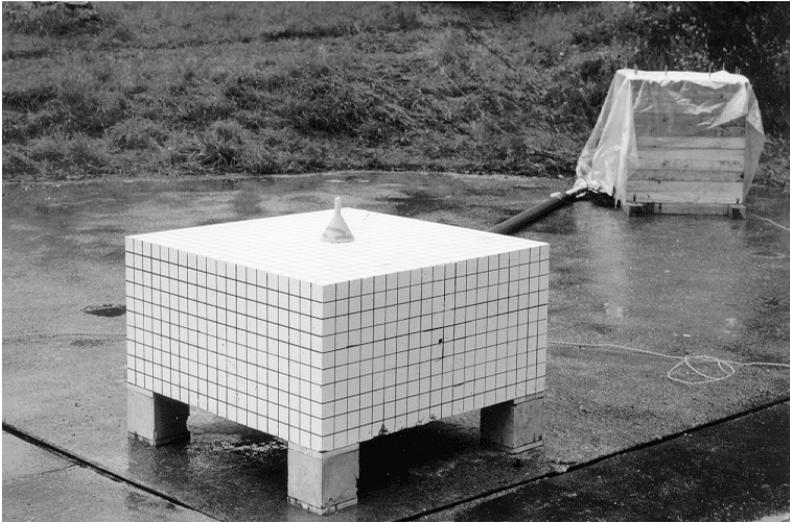


Bild 3.4: Versuchsaufbau, im Vordergrund der Versuchskörper mit der aufliegenden Ladung, im Hintergrund der Holzbunker

Die Belastung wurde durch eine aufgelegte Ladung in Form eines Plane-Wave-Generators erzeugt, siehe **Bild 3.5**. Ein Plane-Wave-Generator zeichnet sich dadurch aus, daß durch seine Geometrie eine ebene Detonationswelle erzeugt wird, die eine Belastung in den Versuchskörper einprägt. Hervorgerufen wird diese ebene Welle durch die Verwendung eines Sprengstoffkegels, dessen Detonationsgeschwindigkeit (v_{Det1}) unterhalb derer des Kegelmantels liegt (v_{Det2}). Die vorlaufende Detonationsfront des Kegelmantels bewirkt, daß sich die Detonationsfront im Kegel eben fortpflanzt. Das Verhältnis der beiden Detonationsgeschwindigkeiten bestimmt den Kegelöffnungswinkel durch folgenden Zusammenhang:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{v_{\text{Det1}}}{v_{\text{Det2}}} \quad (3.1)$$

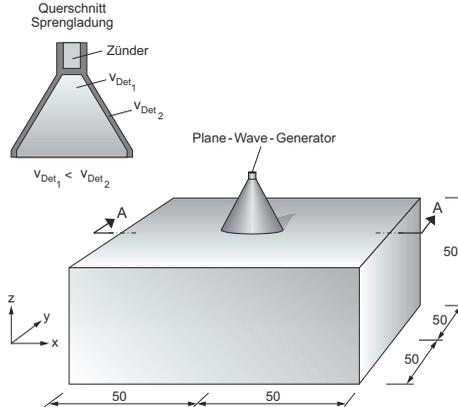


Bild 3.5: Geometrie der Platte und des Plane-Wave-Generators, Maße in cm

Der Plane-Wave-Generator hatte in der Grundfläche einen Durchmesser von $d = 11,38$ cm. Der innere Kegel des Plane-Wave-Generators bestand aus TNT ($v_{\text{Det1}} = 6.930$ m/s), während der Kegelmantel aus Composition B ($v_{\text{Det2}} = 7.980$ m/s) hergestellt wurde. Somit ergibt sich ein Kegelöffnungswinkel von $\alpha = 60^\circ$. Die Gesamtsprengstoffmenge des Plane-Wave-Generators betrug 630 g.

Im Bereich vertikal unter der Ladung wurden sechs Druckaufnehmer und zwei weitere seitlich versetzt im Beton angeordnet, deren Positionen **Bild 3.6** zu entnehmen sind. Die Lage der Meßaufnehmer wurde durch ein Stahlgitter gesichert, das aus 3 mm dickem Stahldraht hergestellt wurde. Nach dem Montieren der Aufnehmer wurde das gesamte Gitter in die Schalung eingebaut. Durch Bohrungen im Schalungsboden und in einem quer über der Schalung befestigten Justierbrett wurde das Gitter für die Dauer des Betoniervorgangs gesichert. Die Positionen der Aufnehmer wurden vor dem Betonieren noch einmal kontrolliert und stimmten mit denen der in Bild 3.6 angegebenen Positionen der AB-Druckaufnehmer überein. Die Zuleitungskabel wurden entlang der Be-

wehrungsstäbe in einen Behälter geführt und anschließend an Koaxialbuchsen angelötet. Die Durchführungen wurden abgedichtet und der Behälter selbst mit einem später abschraubbaren Deckel verschlossen, bevor dann die Platte betoniert wurde.

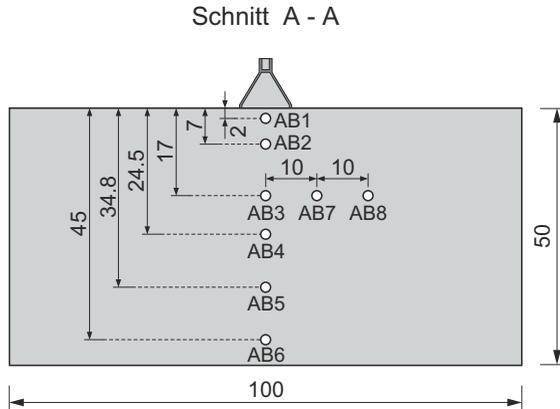


Bild 3.6: Anordnung der Aufnehmer in der Platte (AB – Allen-Bradley – Aufnehmer), Maße in cm

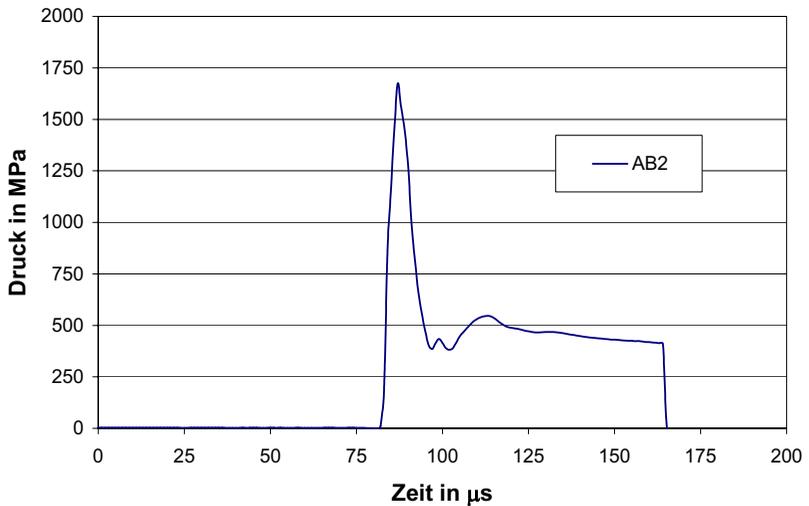


Bild 3.7: gemessener Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 2 in einer Einbautiefe von 7 cm

In **Bild 3.7** ist beispielhaft ein typischer Zeitverlauf der registrierten Druckwelle des Aufnehmers AB 2 dargestellt, der sich mittig unter der Kontaktladung in 7 cm Tiefe befand. Der steile Anstieg, der erreichte Peakwert und das langsamere Abfallen des Signals sind deutlich zu erkennen. Im späteren Verlauf versagt der Aufnehmer.

Es ergaben sich nahe der Plattenoberfläche Betondrücke im Bereich von 18.500 MPa, während im mittleren Teil der Platte noch etwa 10 MPa aufgelöst werden konnten. Die einzelnen Meßkurven der Sensoren AB 1 bis AB 8 zum Plattenversuch sind dem **Anhang B** zu entnehmen. In der **Tabelle 3.1** sind für alle Sensoren AB 1 bis AB 8 die experimentell ermittelten maximalen Druckwerte mit den zugehörigen Zeitpunkten nach dem Triggersignal zusammengestellt.

Plattenversuch Sensor	Maximaler Druck in MPa	Zeit nach Triggerung in μ s
AB 1	18.516	78
AB 2	1.674	87
AB 3	74,4	161
AB 7	26,6	193
AB 8	8,6	236
AB 4	21,8	224
AB 5	–	–
AB 6	–	–

Tabelle 3.1: Meßergebnisse des Plattenversuches für die Sensoren AB 1 bis AB 8 im Beton. Bem.: '–' bedeutet: Ausfall des Sensors

Die Platte wurde durch die Detonation in Form eines Kraters an der Betonoberfläche und von durchgehenden Rissen an den Außenseiten geschädigt, siehe **Bild 3.8**. Die Kraterbildung, auch als 'spalling' nach Bild 2.28 bekannt, entsteht durch die Verdrängung des Materials an der Betonoberfläche durch die starke Kompression des Betons unter der Ladung.

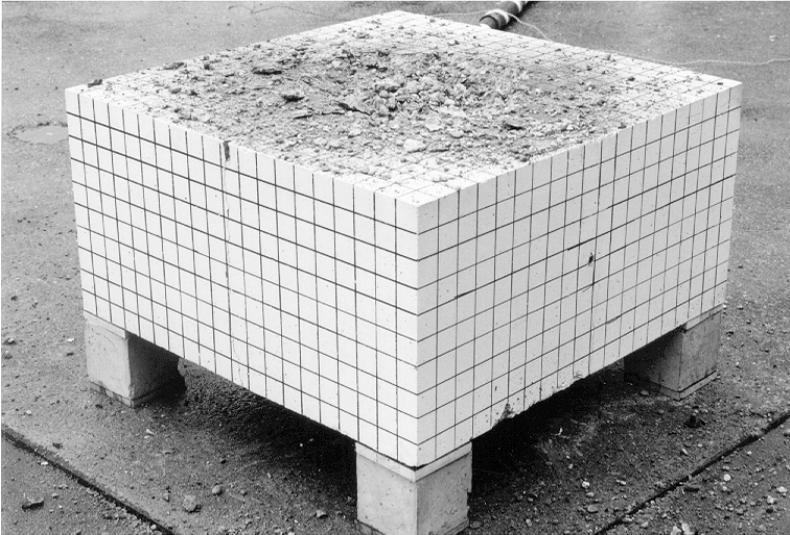


Bild 3.8: Platte nach dem Versuch; der entstandene Krater ist mit kleinen Fragmenten gefüllt.

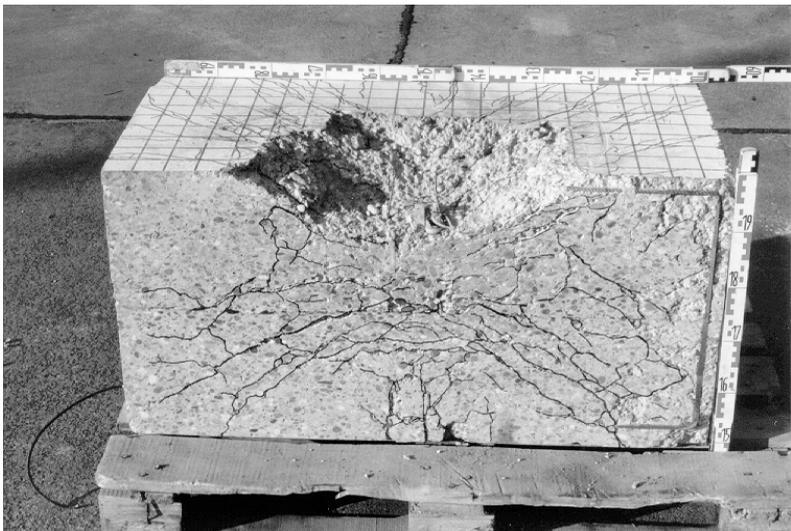


Bild 3.9: In vertikaler Richtung aufgesägte Platte; im unteren Bereich sind die Risse, die von der reflektierten Zugwelle herrühren, gut zu erkennen.

Durch späteres Zersägen der Platte in vertikaler Ebene konnte der Verlauf des inneren Rißbildes gut sichtbar gemacht werden, siehe **Bild 3.9**. Im oberen Bereich entstanden Risse durch Kompression und im unteren Bereich durch die von der Unterseite kommende reflektierte Zugwelle. Diese Zugwelle führt bei stärkerer Belastung zu Abplatzungen an der ladungsabgewandten Seite. Dieser Effekt wird als 'scabbing' bezeichnet, siehe Bild 2.28.

3.4 Balkenversuch

Um weitere Bauteile zu untersuchen, wurde die Geometrie eines Balkens gewählt, da es in der Praxis häufiger vorkommt, daß Balken durch Sprengung entfernt werden, als daß dies bei Platten der Fall ist. Bei diesen Versuchen wurde die Ladung in Bohrlöchern angeordnet, deren Geometrie und Bestückung mithilfe von Abschätzformeln aus der Literatur nach *Heinze* [1993] ermittelt wurden. Die Hauptziele dieser Versuchsserie waren die Überprüfung der in der Literatur vorgegebenen Formeln und die Messung der entstehenden Drücke im Beton (B 35) in Bohrlochumgebung. Da die Meßwerte vor allem der Verifizierung der numerischen Simulation dienen, wurde darauf verzichtet, die Balken realistisch zu bewehren. Für diesen Fall wären deutlich größere Sprengstoffmengen oder Schneidladungen nach *Rohr et al.* [1993] benötigt worden, siehe **Bild 3.10** bis **Bild 3.13**.

Die Abmessungen der Balken betragen 30 cm x 50 cm x 220 cm. Die Tiefe der Bohrlöcher für einen solchen Balkenquerschnitt beträgt nach *Heinze* [1993] etwa 35 cm. Der maximale Abstand zwischen den Bohrlöchern berechnet sich zu etwa 50 cm, während der minimale Abstand etwa 30 cm beträgt.

Zur Abschätzung der Ladungsmenge wurden drei kleinere Versuchskörper mit demselben Querschnitt und einer Länge von 70 cm (VK 1a - c) mit nur jeweils einem Bohrloch hergestellt. Mithilfe dieser Versuchskörper (VK 1a - c) wurde in Tastversuchen eine reduzierte Ladungsmenge pro Bohrloch bestimmt. Als Sprengstoff wurde Seismoplast 1 gewählt, da

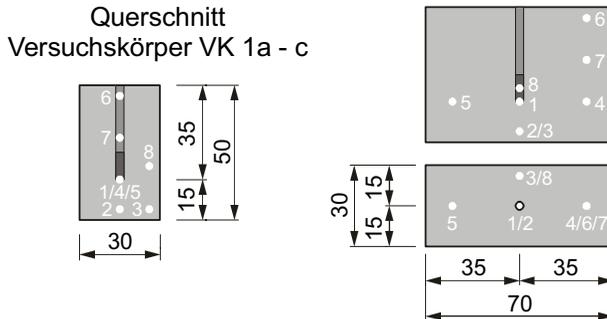


Bild 3.10: Ansicht, Grundriß und Aufnehmerpositionen der Versuchskörper VK 1a - c (rechts) und gemeinsamer Querschnitt aller Versuchskörper der Balkenserie, Maße in cm

für diesen Sprengstofftyp die nötigen JWL-Parameter zur numerischen Simulation vorliegen, siehe Abschnitt 6.3.1. Außerdem ähneln sich die Detonationseigenschaften mit denen von Ammongelit 2 sehr, der in der Praxis als Sprengstofftyp bei Bohrlochsprengungen häufig verwendet wird. Die Versuchskörper VK 1a wurden mit 20 g, VK 1b mit 10 g und VK 1c mit 7 g Seismoplast 1 beladen. Selbst kleine Ladungsmengen reichten aus, um die Versuchskörper global zu zerstören. Da aber festgestellt wurde, daß bei einer solchen Beladung die an den Aufnehmern entstehenden Drücke in den äußeren Bereichen nicht mehr auflösbar waren, wurde die Ladung pro Bohrloch für die Versuchskörper VK 2, VK 3 und VK 4 auf 15 g Seismoplast 1 festgelegt.

Wie beim Plattenversuch wurden auch hier Kohle-Masse-Aufnehmer im Beton positioniert. Die geometrische Anordnung der Sensoren ist in den jeweiligen Bildern VK 1 - 4, siehe Bild 3.10 bis Bild 3.13, durch helle Punkte dargestellt. Die relative Lage der Aufnehmer bezüglich des Referenzbohrlochs ist in allen Versuchen vergleichbar.

Wie in **Bild 3.11** zu erkennen ist, wurden im VK 2 zwei Bohrlöcher in einem Abstand von 50 cm symmetrisch zur Mitte angeordnet. Die Aufnehmer liegen in Positionen rund um das Referenzbohrloch und in der Symmetrieebene zwischen den Löchern. Bei diesem Versuch sollte vor allem die Interaktion der beiden Bohrlöcher ohne den Einfluß weiterer Ladungen untersucht werden.

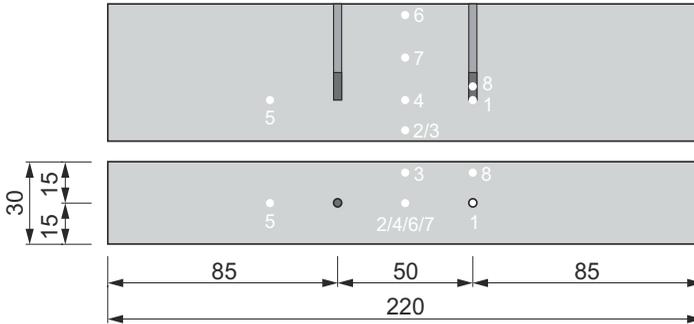


Bild 3.11: Ansicht, Grundriß und Aufnehmerpositionen VK 2, Maße in cm

Bei VK 3 in **Bild 3.12** wurden mit gleichem Lochabstand vier Bohrlöcher bestückt, wobei eines der beiden mittleren als Referenzloch gewählt wurde. Somit sollte überprüft werden, ob die übernächsten Bohrlöcher einen Einfluß auf die Reaktion des Betons zwischen dem Referenzloch und seinen nächsten Nachbarn besitzen.

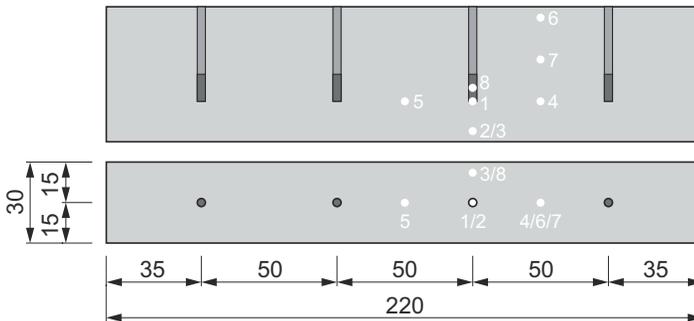


Bild 3.12: Ansicht, Grundriß und Aufnehmerpositionen VK 3, Maße in cm

Um auch noch die Wirkung durch einen verringerten Bohrlochabstand zu untersuchen, wurde bei VK 4 der nach der Literatur geringste empfohlene Abstand von 30 cm gewählt, siehe **Bild 3.13**.

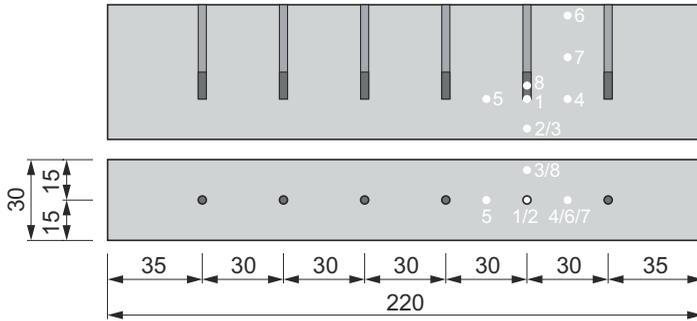


Bild 3.13: Ansicht, Grundriß und Aufnehmerpositionen VK 4, Maße in cm

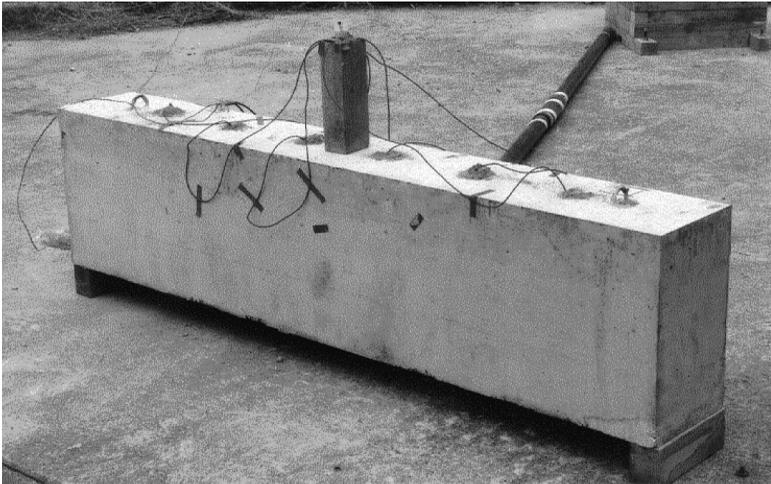


Bild 3.14: Versuchsaufbau des Balkens VK 4 vor der Zündung

In **Bild 3.14** ist der Versuchsaufbau VK 4 mit der Lagerung und der Anordnung der Bohrlochladungen und der Sprengschnüre vor der Zündung zu sehen. Bei diesem Versuch wurde der VK 4 komplett fragmentiert. VK 2 und VK 3 zeigten zwar auch globale Zerstörungen, aber immer nur so, daß die Struktur lediglich durch Trennrisse zerstört war, siehe hierzu **Bild 3.16** bis **Bild 3.18**.

Um die Bohrlöcher gleichzeitig zur Detonation zu bringen, wurde ein Zündverteiler aus einem kleinen Kunststoffbecher, der mit einigen Gramm Seismoplast 1 gefüllt war, auf dem Versuchskörper positioniert. Dies wird in **Bild 3.15** verdeutlicht. In den Kunststoffbecher wurden entsprechend der Anzahl der Bohrlöcher Sprengschnüre eingesteckt. Der Zündimpuls konnte somit über die Sprengschnüre gleicher Länge auf die Ladungen in den Bohrlöchern übertragen werden. Die einzelnen Sprengschnüre wurden so an die Bohrlöcher herangeführt, daß eine gegenseitige Beeinträchtigung der durch sie hindurchlaufenden Detonationswelle ausgeschlossen war. Durch die Koinzidenz der Detonationen sollte sichergestellt werden, daß die Aufnehmer, die sich mittig zwischen zwei Bohrlöchern befanden, überlagerte Signale registrieren können.

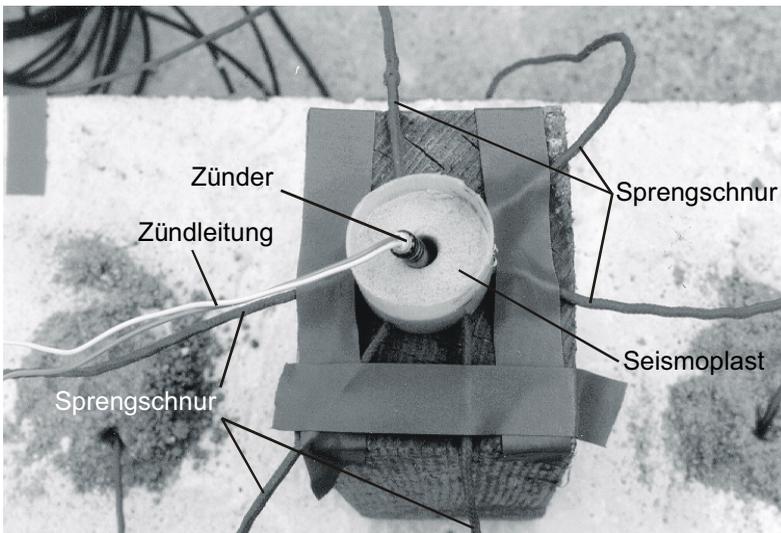


Bild 3.15: Zündverteiler, hier bei VK 4

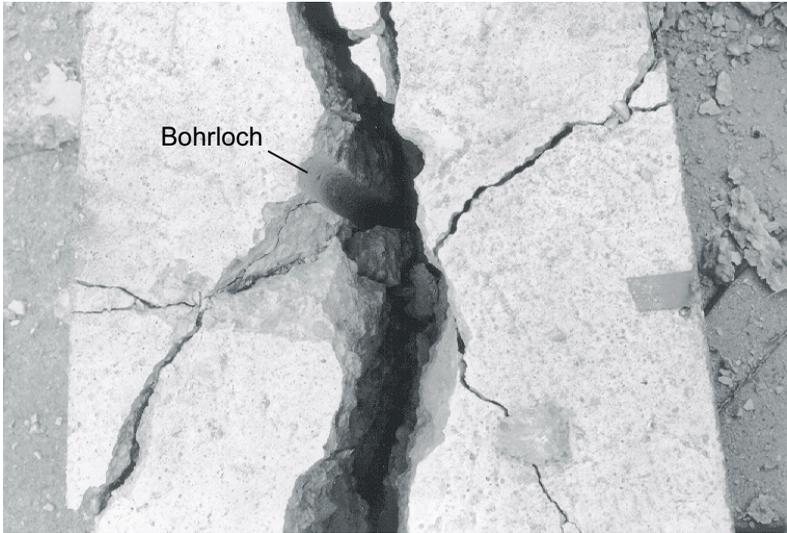


Bild 3.16: VK 2 nach dem Versuch; Trennrisse laufen um das Bohrloch, die von den durch die Detonation entstandenen Ringspannungen herrühren.



Bild 3.17: VK 3 nach dem Versuch; ein Trennriß geht annähernd durch die gesamte Bohrlochebene. Auf der Höhe der Ladungen (in 35 cm Tiefe, von oben gemessen) ist außerdem ein weiterer globaler Trennriß in horizontaler Richtung zu erkennen.



Bild 3.18a: Totale Fragmentierung von VK 4 während des Versuchs; die Trümmer verteilen sich in einem Radius von etwa 12 m.



Bild 3.18b: Fragmente von VK 4 nach dem Versuch; die größten Stücke werden von der Bewehrung zusammengehalten, kleinere Teile sind in der Umgebung verteilt.

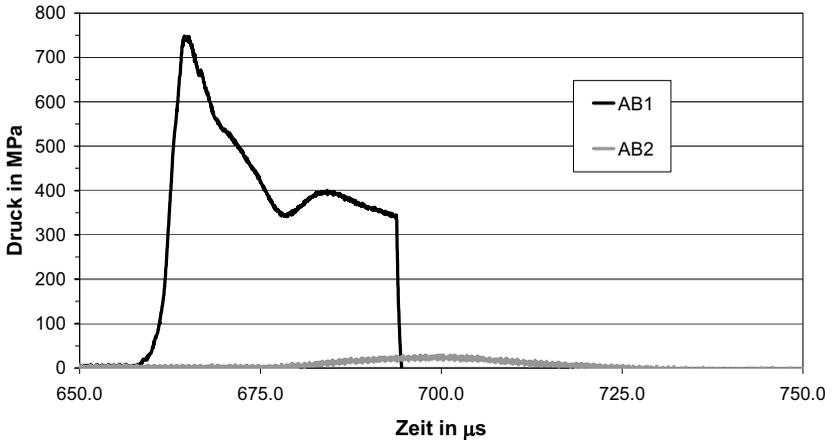


Bild 3.19: gemessene Druck-Zeit-Verläufe an den Aufnehmern AB 1 und AB 2 im Balkenversuch VK 4

Typische Druck-Zeit-Verläufe der Meßaufnehmer sind in **Bild 3.19** dargestellt. Die dargestellten Verläufe entstammen den Messungen an VK 4, siehe Bild 3.13. Der Spitzendruck wurde erwartungsgemäß am Aufnehmer AB 1 registriert. In unmittelbarer Nähe der Ladung konnten 750 MPa gemessen werden. Schon im senkrecht darunter befindlichen Aufnehmer AB 2 zeigt sich nur noch ein stark reduzierter Druck von

Balkenversuch Sensor	Maximaler Druck in MPa	Zeit nach Triggerung in μs
AB 1	746	669
AB 8	22	694
AB 2	24	701
AB 3	8,4	706
AB 4	13 ^{a)}	706
AB 5	19	706
AB 7	11	718
AB 6	–	–

^{a)} Meßfehler

Tabelle 3.2: Meßergebnisse des Balkenversuches VK 4 für die Sensoren AB 1 bis AB 8 im Beton. Bem.: '–' bedeutet: Ausfall des Sensors

25 MPa, der langsamer ansteigt und auch auf einem längeren Plateau verbleibt. Diese Kurvengestalt ist typisch für Druck-Zeit-Verläufe im Bereich geringerer Drücke. Die Meßkurven der übrigen Sensoren AB 3 bis AB 8 des Versuchskörpers VK 4 und der anderen Versuchskörper sind der Übersichtlichkeit halber im **Anhang B** dargestellt. In der **Tabelle 3.2** sind für alle Sensoren des Versuchskörpers VK 4 die gemessenen maximalen Druckwerte mit den zugehörigen Zeitpunkten nach dem Triggersignal exemplarisch aufgeführt.

3.5 Stützenversuch

Aus der Beobachtung von Abbruchsprengungen in der Praxis ist bekannt, daß bei Sprengungen, z.B. im Stadtgebiet, der Einwirkung auf die nähere Umgebung eine hohe Bedeutung zukommt, siehe *Eibl & Gerlach* [1999]. Um Berechnungen zu diesem durch die Luft übertragenen Druck zu verifizieren, wurde ein Versuch konzipiert, bei dem eine runde Stütze mit einem Durchmesser von 30 cm und einer Länge von 1,65 m mittig angesprengt und der Luftdruck in der näheren Umgebung gemessen wurde. Um die rechnerische Simulation hinreichend zu vereinfachen, wurde die Geometrie des Versuchsaufbaues axialsymmetrisch gewählt, siehe **Bild 3.20** und **Bild 3.21**.

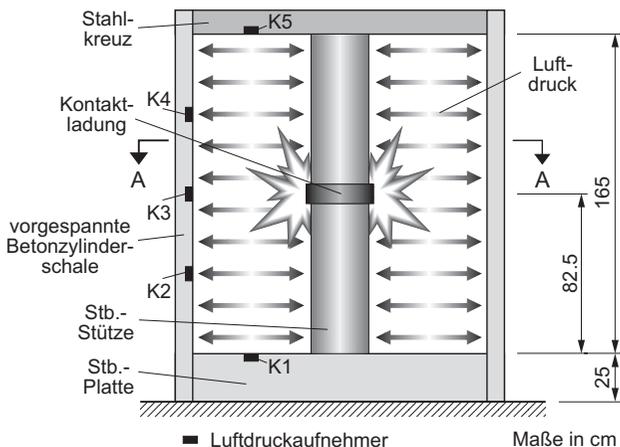


Bild 3.20: Prinzipskizze des Stützenversuchs, Vertikalschnitt

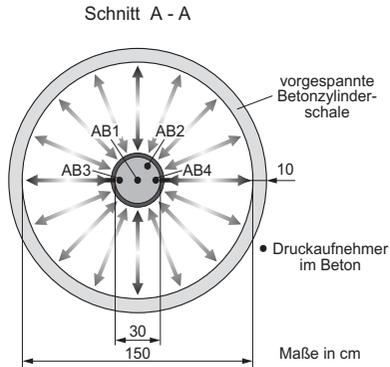


Bild 3.21: Prinzipskizze des Stützenversuchs, Horizontalschnitt

Die Stütze wurde realistisch bewehrt, wie in **Bild 3.22** angegeben und in einer Bodenplatte aus Beton fest verankert. Sowohl die Bodenplatte als auch die Stütze bestanden aus Beton der Festigkeitsklasse B 35. Als Splitterschutz wurde ein vorgespannter Betonzylinder mit einem Innendurchmesser von $d = 150$ cm benutzt. Der Kopf der Stütze wurde durch ein Stahlkreuz gehalten, dessen Fläche ungefähr ein Drittel der Kreisfläche bedeckte, so daß das Gas, bestehend aus Sprengstoff und Luft, nach oben ausströmen konnte.

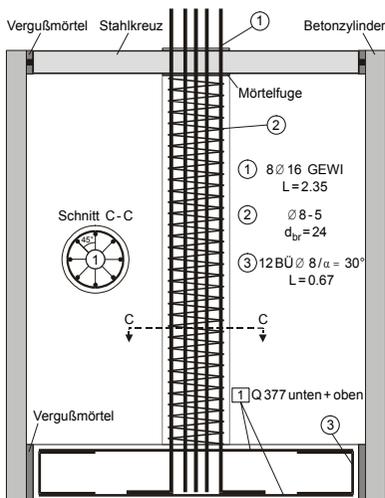


Bild 3.22: Bewehrung des Stützenversuchs

Die aus 500 g Seismoplast 1 bestehende Ladung wurde auf der halben Höhe der Stütze als sog. Bauchbinde angebracht. Darunter ist ein Sprengstoffring konstanter Geometrie zu verstehen, der um die Stütze gespannt ist. Der Zünder wurde direkt über der Position des Sensors AB 3 in den Sprengstoff eingedrückt. Die Anordnung des oben beschriebenen Versuchsaufbaues zur Stütze wird in **Bild 3.23** vor der Detonation wiedergegeben, während **Bild 3.24** das Schadensbild der Stütze nach der Detonation widerspiegelt.

Die Schädigung der Stütze bestand vor allem aus Abplatzungen der Betondeckung im Bereich von bis zu ca. 20 cm über und unter der Ladung. Desweiteren konnten Risse im Innenbereich der Wendelbewehrung festgestellt werden. Die Bewehrung selbst war an einer Stelle gerissen, so daß die Tragfähigkeit der Stütze stark geschwächt wurde. In regelmäßigem Abstand von ca. 20 cm waren entlang der Stütze weitere Risse infolge der Zugbelastung durch den Luftwiderstand des Stahlkreuzes entstanden.

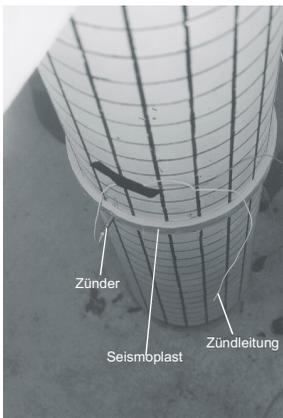


Bild 3.23: Stütze vor dem Versuch



Bild 3.24: Stütze nach dem Versuch

Bei diesem Stützenversuch wurden einerseits die entstehenden Drücke im Beton in dem von der Ladung umschlossenen Bereich wiederum mit Kohle-Masse-Aufnehmern und andererseits der entstehende Luftdruck mit Quarzkristall-Luftdrucksensoren gemessen, der auf den umgebenden

Zylinder, die Bodenplatte und das Stahlkreuz einwirkte. Die Druckaufnehmer im Beton, wie in Bild 3.21 durch schwarze Punkte (AB 1 – AB 4) angedeutet, befanden sich an vier verschiedenen Orten. Drei dieser Aufnehmer befanden sich im Abstand von 2,5 cm unter der Kontaktfläche von Sprengstoff und Stahlbeton, zwei davon vertikal mittig angeordnet an gegenüberliegenden Punkten, der dritte auf Höhe der Oberkante der Ladung. Ein weiterer Aufnehmer befand sich im Stützenzentrum. Die Drücke an den Meßpunkten nahe der Oberfläche erreichten Maximalwerte von 1.420 MPa bis 2.923 MPa und einen gemittelten maximalen Druckwert von 73 MPa in der Mitte der Stütze. Wird die in **Bild 3.25** dargestellte Positionierung der Aufnehmer berücksichtigt, kann das Laufen der Welle um die Stütze herum gut nachvollzogen werden. Der Sensor AB 4 befindet sich an dem Ort, bei dem die beiden umlaufenden Detonationswellen sich konstruktiv überlagern und zeigt somit den größten Druckwert an. Es wird außerdem beobachtet, daß der Druck am Ort des Zünders (bei Aufnehmer AB 3) noch nicht voll entwickelt ist, denn nach einer gewissen Laufstrecke (bei Sensor AB 2) ist der Spitzendruckwert der Detonationswelle deutlich angewachsen. Er beträgt hier 1.775 MPa. Im Zentrum der Stütze war der Sensor AB 1 positioniert. An diesem Sensor kann das verzögerte Ankommen der abgeschächten Welle beobachtet

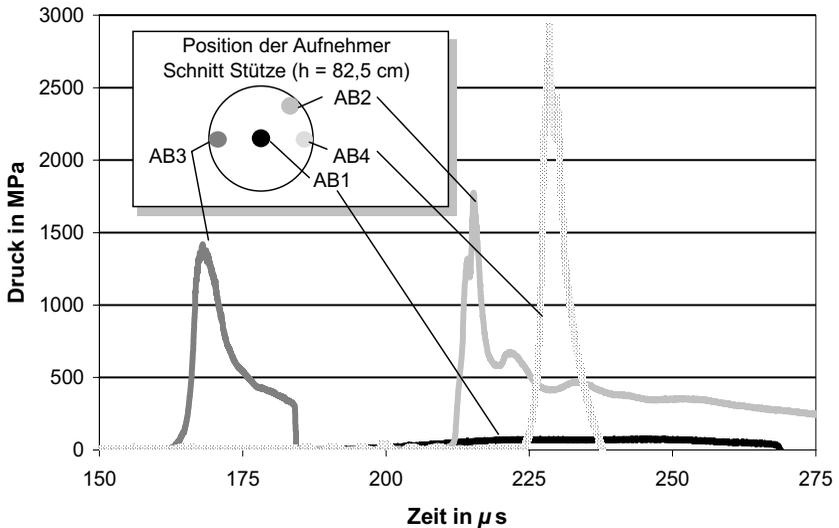


Bild 3.25: Stützenversuch; gemessene Drücke im Stahlbeton

werden. Da die Druckwelle von allen Richtungen um die Laufzeit der Detonationsfront verzögert in das Stützenzentrum läuft, wurde hier ein langgezogener, fast konstanter Peak der Größenordnung von 73 MPa gemessen.

Die innerhalb des Zylinders gemessenen Luftdrücke sind in **Bild 3.26** dargestellt. Von fünf verwendeten Kistler-Aufnehmern [1998] konnten nur an drei auswertbare Signale registriert werden. Der Aufnehmer K 3 auf Höhe der Ladung ($h = 82,5$ cm, schwarz), der im direkten Abstand von 60 cm in der Zylinderwand angebracht war, registrierte erwartungsgemäß den höchsten Druckwert mit 73 bar. Auf halber Höhe zwischen dem ersten Aufnehmer und der Bodenplatte befand sich ein weiterer ausgewerteter Sensor (K 2, dunkelgrau), der seinen Spitzendruckwert von 34 bar etwa 200 μs später erreichte. Desweiteren war ein Aufnehmer (K 5, hellgrau) im Stahlkreuz angebracht, der den Druck des ausströmenden Gases gemessen hat. Dieser Aufnehmer sprach gleichzeitig mit dem zweiten Sensor (K 2) an und zeigte zudem nach weiteren 500 μs einen zweiten Peak von etwa 15 bar, der von der Reflexion der Luftdruckwelle an der Bodenplatte herrührte.

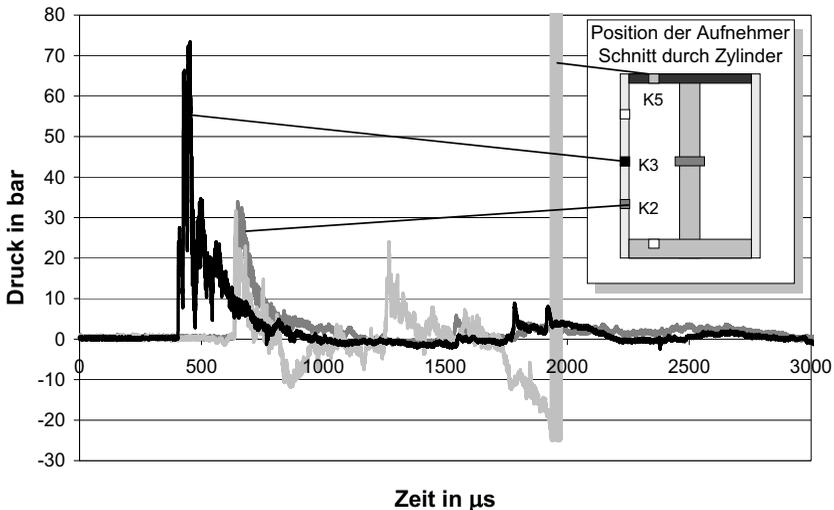


Bild 3.26: Stützenversuch; gemessene Luftdrücke in der Umgebung

In **Tabelle 3.3** sind für den Stützenversuch alle experimentell gewonnenen Ergebnisse zusammengefaßt dargestellt. Es ist jeweils der maximale Druckwert mit der zugehörigen Zeitdauer nach dem Triggersignal für die Sensoren AB 2 bis AB 4 im Beton und für die Luftdrucksensoren K 2, K 3 und K 5 in der Zylinderschale angegeben. Für den Sensor AB 1 wird als sinnvolle Meßgröße für den späteren Vergleich von Versuch und Rechnung der gemittelte maximale Druckwert mit der Zeitdauer Δt , die für diesen Druckwert gilt, genannt.

Stützenversuch Sensor	Maximaler Druck in MPa	Zeit nach Triggerung in μs
AB 3	1.420	168
AB 2	1.775	215
AB 4	2.923	228
AB 1 ^{a)}	73	222 - 252
K 3	7,3	445
K 5	3,2	641
K 2	3,4	648
K 1	–	–
K 4	–	–

^{a)} Bestimmung des mittleren maximalen Druckwertes, der über die Zeitdauer Δt diesen Druckwert beibehält.

Tabelle 3.3: Meßergebnisse des Stützenversuchs für die Sensoren AB 1 bis AB 4 im Beton und für die Luftdrucksensoren K 2, K 3 und K 5. Bem.: ' – ' bedeutet: Ausfall des Sensors

3.6 Zusammenfassung der experimentellen Untersuchungen

Die hier durchgeführte Versuchsreihe an Platte, Balken und Stütze gibt einen Überblick über die verschiedenen Möglichkeiten beim Abbruch von Betonbauteilen durch Sprengen. Im Rahmen der gezeigten Versuche lassen sich ansatzweise Abschätzungen für die praktische Anwendung ableiten. Es wurden Versuchsaufbauten ausgewählt und realisiert, die es

erlauben, wichtige Meßwerte als Grundlage für eine numerische Simulation zu gewinnen, um durch den Vergleich dieser Meßwerte mit den Rechenergebnissen aus der numerischen Simulation an ausgewählten Positionen die FE-Rechnung zu verifizieren.

Um wirkliche Dimensionierungsempfehlungen für die Praxis zu erhalten, müßten größere Versuchsserien eines jeweiligen Bauteiles realisiert werden, die sich noch mehr an der praktischen Bemessung der Bauteile orientieren. Die durchgeführte Luftdruckmessung in der Umgebung des Abbruchobjekts könnte als Grundlage für Innenraumsprengungen dienen, wie sie etwa beim Rückbau von kontaminierten Bauten zur Anwendung kommen könnte.

4 Numerische Grundlagen der Hydrocodes

Für die numerische Simulation der in Kapitel 3 vorgestellten Versuche zum Abbruch durch Sprengen werden in der Regel Hydrocodes verwendet. Daher werden in diesem Kapitel die für das Verständnis der numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen vorausgesetzten numerischen Grundlagen erläutert.

Nach einer kurzen Einführung wird der schematische Ablauf von Hydrocodes beschrieben. Ausgangspunkt jeglicher Berechnungen im Hauptprogramm sind die Erhaltungsgleichungen und deren Verknüpfung mit den konstitutiven Beziehungen für die verwendeten Materialien. Exemplarisch wird für das Materialverhalten des Betons die Einbindung der Zustandsgleichung nach *Mie-Grüneisen* [1926] in die grundlegenden Gleichungen beschrieben. Es folgen Anmerkungen zur Berücksichtigung einer künstlichen Viskosität, um Schockwellen numerisch abbilden zu können und anschließend ein Abschnitt zur Berechnung von Dehnungen und Spannungen innerhalb der Materialroutine.

Die Umsetzung der Erhaltungsgleichungen erfolgt numerisch in einer Diskretisierung des Raumes und einer Diskretisierung der Zeit. Werden innerhalb der räumlichen Diskretisierung für die verwendeten Materialien unterschiedliche Betrachtungsweisen verwendet, so müssen die entsprechenden Finite-Element-Netze miteinander gekoppelt werden. Dies kann mithilfe von 'Advection-Algorithmen' automatisiert werden. Deshalb wird die prinzipielle Vorgehensweise des '*Donor-Cell*'- resp. des '*van Leer MUSCL*'-Algorithmus mit einer Genauigkeit 1. Ordnung resp. 2. Ordnung vorgestellt. Beide Algorithmen werden innerhalb der numerischen Simulationen von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen in den Kapiteln 5 und 6 angewendet. Die zeitliche Diskretisierung erfolgt durch eine explizite Vorgehensweise und wird im letzten Abschnitt dieses Kapitels für die reduzierte Integration von Kontinuumselementen mit Berücksichtigung des viskosen Dämpfungsvektors zur Unterdrückung der *Hourglass*-Eigenformen beschrieben.

Der Inhalt dieses Kapitels nimmt im wesentlichen Bezug auf *Zukas et al.* [1982: Kapitel 10, 11], *Benson* [1992], *Mc Glauin & Yarrington* [1993: 323-353], *Altenbach et al.* [1994] sowie die Dissertationen von *Ockert* [1997], *Hiermaier* [1996] und *Rötzer* [1997]. Desweiteren wird vereinzelt auf die Theoriehandbücher von ABAQUS, siehe *Hibbitt et al.* [1998] und LS-DYNA, siehe *Hallquist* [1998] verwiesen.

4.1 Einführung

Hydrocodes wurden ursprünglich zur Erforschung hochdynamischer Vorgänge unter sehr hohen Drücken entworfen, bei denen die Festigkeitseigenschaften der beteiligten Materialien vernachlässigt werden konnten und das Materialverhalten als rein hydrodynamisch angenommen wurde, siehe auch Klassifizierung des Materialverhaltens bei Metallen in Tabelle 2.1. Daraus leitete sich der Name Hydrocode ab, der heute noch verwendet wird. Später wurde festgestellt, daß mit nur geringem Aufwand auch Werkstoffgleichungen berücksichtigt werden konnten, wodurch sich der Anwendungsbereich stark erweiterte. Heute werden Hydrocodes vor allem zur Beschreibung von Vorgängen aus dem Bereich der Fluidodynamik eingesetzt, für Impaktprobleme von Festkörpern, Detonationsberechnungen, Erforschung von Materialverhalten unter hochdynamischer Belastung sowie Wellenausbreitungsproblemen. Hydrocodes werden daher auch als 'Wave-Propagation-Codes' bezeichnet.

Im Gegensatz zu herkömmlichen Finite-Element-Methoden, die auf Variations- oder Arbeitsprinzipien beruhen, lösen Hydrocodes die drei Grundgleichungen der Kontinuumsmechanik die Massen-, die Impuls- und die Energieerhaltung in differentieller Form. Zur räumlichen Diskretisierung des Kontinuums werden häufig Ansätze der Finiten-Differenzen-Methode (FDM) oder der Finite-Element-Methode (FEM) verwendet. Hierzu wird das Kontinuum in kleine Teilbereiche zerlegt, die zusammen das sogenannte 'Elementnetz' bilden. Die Integration über die Zeit erfolgt in der Regel in expliziter Form mit geeigneten Näherungsverfahren; weit verbreitet ist das 'Zentrale Differenzenverfahren (ZDV)', das auch in LS-

DYNA Verwendung findet. Die Berechnung des erforderlichen Zeitschritts erfolgt mithilfe von Stabilitätskriterien wie der *Courant-Friedrichs-Lewy-Bedingung* [1928]. Die Beschreibung der 'Elementnetze' kann im wesentlichen durch zwei Möglichkeiten geschehen: Dies ist zum einen die Formulierung nach *Lagrange*, bei der sich das Netz mit dem abzubildenden Körper mitbewegt und deshalb vor allem für Festkörperbetrachtungen verwendet wird, und zum anderen die Betrachtungsweise nach *Euler* mit einem raumfesten Gitternetz, das als Kontrollvolumen fungiert und vor allem für Fluidbetrachtungen sowie für Vorgänge mit großen Deformationen Anwendung findet.

4.2 Schematischer Aufbau von Hydrocodes

Die Durchführung von Simulationsrechnungen mit Hydrocodes erfolgt in drei grundlegenden Stufen, die mit Preprozessor, Hauptprozessor oder Hauptprogramm und Postprozessor bezeichnet werden. Diese können in einem einzigen Code integriert sein oder jeweils ein eigenes Programm darstellen. **Bild 4.1** gibt eine kurze Übersicht über die grundsätzliche Programmstruktur.

Der Preprozessor hat in erster Linie die Aufgabe, das Elementnetz zu generieren. Der Anwender gibt lediglich die Geometrie der zu modellierenden Körper mit den entsprechenden Materialbeschreibungen, den Anfangs-, Rand- und Symmetriebedingungen vor und entscheidet sich für eine bestimmte Elementgröße. Das Füllen der Körper mit Elementen sowie die Element- und Knotennummerierung erfolgt dann automatisch. Im Allgemeinen verfügen Preprozessoren über eine grafische Oberfläche, die eine visuelle Kontrolle der eingegebenen Daten ermöglicht. Diese werden anschließend in eine für das Hauptprogramm lesbare Form gebracht.

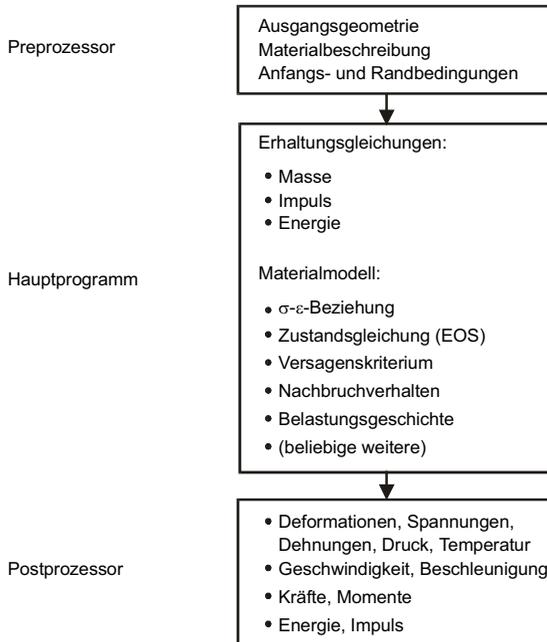


Bild 4.1: Schematischer Aufbau der Hydrocodes mod. nach Zukas et al. [1982]

Im Hauptprogramm erfolgt die eigentliche Berechnung des Problems. Die Erhaltungsgleichungen für die Masse, den Impuls und die Energie werden mit dem Materialmodell gekoppelt, in Finite-Element- oder Finite-Differenzenform gebracht und über die Zeit integriert. Hierauf wird in den folgenden Abschnitten noch genauer eingegangen. Diese Vorgehensweise kann je nach Anzahl der Elemente sehr rechenzeitintensiv sein und macht den mit Abstand größten Teil der insgesamt benötigten CPU-Zeit aus. Da Rechnungen häufig nicht auf Anhieb bis zum Ende durchlaufen, besteht die Möglichkeit, das Programm vorzeitig abubrechen und alle für eine weitere Berechnung notwendigen Informationen in einem sogenannten 'restart file' zu speichern. Netzbereiche mit stark deformierten Zellen können nun angepaßt und die Rechnung fortgesetzt werden (engl. *rezoning*). Um Fehler in der Rechnung frühzeitig zu erkennen, können häufig Abbruchkriterien wie beispielsweise eine Begrenzung des Zeitschritts oder des Mindestinnenwinkels der Elemente eingegeben werden.

Die Menge an ausgegebenen Daten des Hauptprozessors ist enorm und kann daher nur von hierfür entwickelten Computerprogrammen gelesen werden. Diese Postprozessoren bereiten den Ausgabedatensatz des Hauptprogramms auf und stellen die gesuchten Informationen grafisch dar. Diese Darstellung kann beispielsweise eine zwei- oder dreidimensionale Ansicht des deformierten Gesamtsystems zu verschiedenen Zeitpunkten sein oder auch 'time-history plots' wie z.B. Spannungs-, Dehnungs- oder Geschwindigkeitsverläufe ausgesuchter Elemente über der Zeit.

4.3 Grundlegende Gleichungen mit künstlicher Viskosität

- Grundlegende Gleichungen

Bei Bewegungen von Körpern in einem abgeschlossenen System muß nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik die Summe der Energietherme am Ende der Betrachtung gleich derjenigen am Anfang der Betrachtung sein; es gilt das Prinzip der Energieerhaltung am Gesamtsystem. Entsprechend müssen auch der Gesamtimpuls und die Massen erhalten bleiben (*Navier-Stokes-Gleichung* resp. *Kontinuitätsgleichung*).

Diese drei Beziehungen bilden die drei Erhaltungsgleichungen (4.1) der Kontinuumsmechanik, die in der vorliegenden Arbeit nach *Anderson* [1987] jeweils in der Beschreibung nach *Lagrange* und *Euler* wiedergegeben werden.

	<i>Lagrange</i>	<i>Euler</i>
Masse:	$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$	$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = 0$

(4.1a)

Impuls:	$\frac{Dv_i}{Dt} = f_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j}$	$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j}$
---------	--	--

(4.1b)

Energie:	$\frac{DE}{Dt} = f_i v_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} v_i)$	$\frac{\partial E}{\partial t} + v_i \frac{\partial E}{\partial x_i} = f_i v_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij} v_i)$
----------	---	---

(4.1c)

mit: ρ = Materialdichte

σ_{ij} = *Cauchy*'scher Spannungstensor

v_i = Geschwindigkeitsvektor

f_i = Massenkräfte (Eigengewicht)

E = mechanische Gesamtenergie, mit $E = \frac{1}{2} v_i v_i + e$

wobei e die spezifische innere Energie ist

x = Ort

t = Zeit

$\frac{D}{Dt}$ = materielle Zeitableitung, mit $\frac{D(\dots)}{Dt} = \frac{\partial(\dots)}{\partial t} + v_i \frac{\partial(\dots)}{\partial x_i} = \frac{\partial(\dots)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla(\dots)$

Zur Lösung des Problems sind die drei Erhaltungsgleichungen (4.1) noch nicht ausreichend, da in den Gleichungen zur Impuls- und Energieerhaltung jeweils der Spannungstensor σ_{ij} auftritt, der die Erhaltungsgleichung mit den Stoffgesetzen der verwendeten Materialien verknüpft. Zur Beschreibung des Materialverhaltens mit einem Stoffgesetz ist es üblich, den Spannungstensor in einen hydrostatischen Anteil und in einen deviatorischen Anteil zu zerlegen.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{Spannungstensor} \quad (4.2)$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\sigma_{xx} - \sigma_m) & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & (\sigma_{yy} - \sigma_m) & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & (\sigma_{zz} - \sigma_m) \end{bmatrix}$$

hydrostat. Spannungstensor Deviator
Kugeltensor

mit: $\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = \frac{1}{3} \sigma_{ii}$ und $p = -\sigma_m = -\frac{1}{3} \sigma_{ii}$

Der hydrostatische Anteil wird mit einer Zustandsgleichung (= EOS), siehe Abschnitt 2.1 beschrieben, die einen Zusammenhang zwischen Druck, Volumen (Dichte) und innerer Energie (Temperatur) herstellt:

$$p = p(V, e) \quad (4.3)$$

Eine solche Zustandsgleichung ist beispielsweise die ideale Gasgleichung (2.7) aus Abschnitt 2.1. Eine weitere weit verbreitete Zustandsgleichung zur Druckbestimmung bei Verdichtungsstößen ist die EOS nach *Mie* und *Grüneisen* [1926: 1-59],

$$p(V, e) = p_K + p_T \quad (4.4)$$

die neben der Druckspannung p_K bei Null Kelvin infolge volumetrischer Verdichtung zusätzlich den Anteil des thermischen Drucks p_T aus der thermischen inneren Energie berücksichtigt. Der thermische Anteil der *Mie-Grüneisen-Gleichung* $p_T = \gamma/V \cdot e_T$ stellt somit eine Beziehung zwischen der thermischen inneren Energie e_T und dem thermischen Druck p_T dar. Der Grüneisenkoeffizient γ ist eine Funktion des Volumens und der inneren Energie und läßt sich bei Umgebungsbedingungen durch den isothermen Kompressionsmodul K_T , die spezifische Wärmekapazität c_V und den thermischen Volumenausdehnungskoeffizienten α_V beschreiben. So gilt z.B. für Umgebungsbedingungen:

$$\gamma_0 = \frac{V}{c_V} K_T \cdot \alpha_V \quad (4.5)$$

mit: $K_T = \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T$ und $\alpha_V = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$

Der Verlauf der spezifischen Wärmekapazität c_V kann mithilfe der *Debye-Theorie* [1912: 789-839] beschrieben werden. Damit entsteht ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Änderung der thermischen inneren Energie e_T und der Temperatur T zu:

$$c_V = \left(\frac{\partial e_T}{\partial T} \right)_V \quad (4.6)$$

Der deviatorische Anteil enthält die Schubspannungen und die vom hydrostatischen Druck abweichenden Normalspannungen und spiegelt somit die Festigkeitseigenschaften und das 'Schubverhalten' des Materials wieder. Die Beschreibung erfolgt mit konstitutiven Modellen, die das Spannungs-Dehnungs-Verhalten, die Fließregel und das Versagenskriterium, das Nachbruchverhalten, den Einfluß der Dehnrates und der Belastungsgeschichte und beliebige weitere Parameter beinhalten. In diesem Abschnitt soll auf die vielfältigen Möglichkeiten der Formulierung von Stoffgesetzen sowie die gebräuchlichsten Zustandsgleichungen und Materialmodelle nicht weiter eingegangen werden. Ausführliche konstitutive Beschreibungen zum Materialverhalten von Beton unter dynamischer Belastung sind unter anderem bei *Ockert* [1997], *S. Eibl*, [1995], *Rötzer* [1997], *Riedel* [2000], *Ruppert* [2000] und *Schmidt-Hurtienne* [2000] zu finden. Die grundlegenden Materialtheorien bezüglich des Materialverhaltens von Beton wurden bereits in Abschnitt 2.3.2 – Elastizitäts-, Plastizitätstheorie und Kontinuumsschädigungsmechanik – erläutert. Im Abschnitt 6.3 – Materialzuweisung – wird auf die in der numerischen Simulation verwendeten Materialmodelle näher eingegangen.

- Künstliche Viskosität

Die Beschreibung von Schockwellen in zwei- oder gar dreidimensionalen Hydrocodes erfolgt nicht wie in Abschnitt 2.1 beschrieben durch die *Rankine-Hugoniot'sche* Sprungbedingung, da die numerische Lösung der hierzu erforderlichen Differentialgleichungen aufgrund der Diskontinuität im Geschwindigkeitsfeld zu numerischen Problemen führt. Aus diesem Grund verwenden Hydrocodes eine künstliche Viskosität nach *von Neumann & Richtmyer* [1950], die die diskontinuierliche Schockwellenfront über einen kleinen Bereich von zwei bis drei Elementen verschmiert und somit einen kontinuierlichen Übergang schafft, siehe *Zukas et al.* [1982: 377-378] und *Hallquist* [1998: 18.1-18.7]. Die Sprungbedingung im Bereich des Schocks bleibt jedoch insgesamt erfüllt. *Neumann & Richtmyer* [1950] definieren die künstliche Viskosität q_v für eine sich im Raum eindimensional ausbreitende Schockwellenfront folgendermaßen:

$$q_v = \begin{cases} c_o \rho (\Delta x)^2 \left(\frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right)^2 & \forall \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} < 0 \\ 0 & \forall \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \geq 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

mit:

c_o = dimensionslose Konstante

ρ = Dichte

Δx = charakteristische Länge (in Ausbreitungsrichtung)

$\Delta x \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} = \Delta u_p$ = Differenz der Partikelgeschwindigkeit vor und hinter der Schockwellenfront (eindim. in Ausbreitungsrichtung)

Als weiterer Effekt dämpft die künstliche Viskosität numerische Oszillationen direkt hinter der Schockwellenfront. In der Berechnung wird q_v berücksichtigt, indem die künstliche Viskosität als zusätzlicher Druckterm in die Erhaltungsgleichungen des Impulses und der Energie (4.1) eingeht.

Wilkins [1980] stellt die künstliche Viskosität in einer für Gase und Festkörper gleichermaßen geeigneten Form dar und fügt zu dem quadratischen Term für starke Schocks ($\Delta u_p^2 \gg c_s^2$) einen linearen Term für schwache Schocks ($\Delta u_p^2 \ll c_s^2$) hinzu, so daß gilt:

$$q_v = \begin{cases} c_o \rho (\Delta u_p)^2 + c_L \rho c_s \Delta u_p & \forall u_p < 0 \\ 0 & \forall u_p \geq 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

mit:

c_o, c_L = dimensionslose Konstanten

ρ = Dichte

c_s = Schallwellengeschwindigkeit des Materials

- für Gase: $c_s = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} \quad \forall p > 0$

- für elastisches Materialverhalten: $c_s = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}$

- für plastisches Materialverhalten: $c_s = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$

Δu_p = Differenz der Partikelgeschwindigkeit vor und hinter der Schockwellenfront (eindimensional betrachtet)

Eine Erweiterung für mehrdimensionale Berechnungen kann auf verschiedene Art und Weise geschehen. Die einfachste Möglichkeit ist die Verwendung einer isotropen Viskosität. Anstelle der Partikelgeschwindigkeitsdifferenz Δu_p wird die Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes gewählt. Dazu wird die Spur des Dehnungsgeschwindigkeitstensors $\text{tr}(\dot{\epsilon})$ mit der charakteristischen Elementlänge l_e multipliziert, für die im dreidimensionalen die dritte Wurzel des Elementvolumens eingesetzt wird. Somit wird in LS-DYNA die künstliche Viskosität q_v in einer dreidimensionalen Berechnung nach *Wilkins* [1980] folgendermaßen berücksichtigt:

$$q_v = \begin{cases} c_0 \rho l_e^2 \dot{\epsilon}_{kk}^2 + c_1 \rho l_e c_s \dot{\epsilon}_{kk} & \forall \dot{\epsilon}_{kk} < 0 \\ 0 & \forall \dot{\epsilon}_{kk} \geq 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

mit:

c_0, c_1 = dimensionslose Konstanten, z.B.: 1,5 resp. 0,06

ρ = Dichte

l_e = charakteristische Elementlänge, z.B. für 3D: $l_e = \sqrt[3]{V}$

c_s = lokale Schallwellengeschwindigkeit, $c_s = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \quad \forall p > 0$

$\dot{\epsilon}_{kk}$ = Spur der Dehnrate

4.4 Berechnung von Dehnungen und Spannungen

In Hydrocodes werden innerhalb der Materials subroutine die Werkstoffgesetze berücksichtigt. Dazu wird unter anderem der aus dem aktuellen Zeitschritt ermittelte Geschwindigkeitsgradient

$$\nabla \mathbf{v} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = L_{ij} = \mathbf{L} \quad (4.10)$$

in die Subroutine übergeben. Durch Zerlegung des Geschwindigkeitsgradienten \mathbf{L} in einen symmetrischen Deformationstensor \mathbf{D} und in einen antisymmetrischen Rotationsraten- oder *spin*-Tensor \mathbf{W} können die Dehnraten $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ bestimmt werden. Es gilt:

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad (4.11)$$

mit:

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{und} \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

Für kleine Verzerrungen während eines infinitesimalen Zeitzuwachses entspricht der Deformationsratentensor \mathbf{D} dem Dehnratenstensor $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Zur Bestimmung der Dehnungsinkremente $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$, die den Ausgangspunkt der konstitutiven Beziehung für das Werkstoffverhalten von Beton darstellen, wird der Dehnratenstensor $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ mit der Zeitschrittlänge Δt multipliziert, so daß gilt:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \Delta t \quad (4.12)$$

Es sei noch angemerkt, daß mithilfe des Rotationsratentensors \mathbf{W} aus Gleichung (4.11) eine reine Starrkörperrotation eines Kontinuums beschrieben wird, die als Winkelgeschwindigkeit des Kontinuums aufgefaßt werden kann. Somit läßt sich der Winkelgeschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{\omega}$ aus dem Rotationsratentensor folgendermaßen berechnen:

$$\boldsymbol{\omega} = -(W_{23} \mathbf{e}_1 + W_{31} \mathbf{e}_2 + W_{12} \mathbf{e}_3) \quad (4.13)$$

Der in der Fluidmechanik häufig verwendete Wirbeltensor entspricht dem verdoppelten Rotationsratentensor $2 \mathbf{W}$.

Um die Invarianz der Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$ gegenüber einer Starrkörperrotation zu berücksichtigen, ist die Verwendung eines objektiven Spannungstensors notwendig. Dies bedeutet, daß der Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}^v$ 'mitrotieren' muß, wenn eine Starrkörperdrehung im Kontinuum vorliegt.

Eine sehr einfache Möglichkeit, dies zu berücksichtigen, besteht in der Anwendung des *Jaumann'schen* Tensors der Spannungsgeschwindigkeiten σ^∇ . Dieser wird folgendermaßen definiert, siehe *Altenbach et al.* [1994: 170]:

$$\sigma^\nabla = \dot{\sigma} + \sigma \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \sigma = \dot{\sigma} + \Gamma \quad (4.14)$$

Die *Jaumann'sche* Spannungsgeschwindigkeit gibt die zeitliche Änderung der aus den konstitutiven Beziehungen resultierenden Spannungen σ im bewegten Bezugssystem an. Ein Beobachter, der mit dem materiellen Kontinuum rotiert, stellt die zeitliche Änderung σ^∇ von σ fest. Für den Fall $\sigma^\nabla = 0$ ergibt sich nach Gleichung (4.14) die Änderung von σ infolge einer Starrkörperdrehung Γ . Die Spannungsaktualisierung geschieht dann folgendermaßen: Zunächst wird die Spannungsrotation nach Gleichung (4.14) durchgeführt. Mithilfe des Stoffgesetzes wird anschließend der neue Spannungstensor σ^{n+1} zum Zeitschritt t^{n+1} ermittelt, so daß gilt:

$$\sigma^{n+1} = \sigma^n + \dot{\sigma}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2} + \Gamma^n \quad (4.15)$$

mit: $\dot{\sigma}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2} = \mathbf{C} : \dot{\epsilon} \Delta t^{n+1/2}$

und $\Gamma^n = \left(\sigma^n \cdot \mathbf{W}^{n+1/2} - \mathbf{W}^{n+1/2} \cdot \sigma^n \right) \Delta t^{n+1/2}$,

indem die Rotation der Spannung Γ^n zum Zeitschritt t^n in der Konfiguration des Zeitschrittes t^{n+1} berücksichtigt wird.

Eine andere Möglichkeit Starrkörperrotationen zu berücksichtigen, bietet die *Green-Naghdi-Spannungsrate*, siehe *Wegener* [1991: 31]. Sie wird aus Gründen der Eindeutigkeit bei Dyadenprodukten in der Indexschreibweise angegeben und ist definiert als:

$$\sigma_{ij}^\nabla = \dot{\sigma}_{ij} + \sigma_{ik} \Omega_{kj} + \sigma_{jk} \Omega_{ki} = R_{ik} R_{jl} \dot{\tau}_{kl} \quad (4.16)$$

mit dem Tensor der Rotationsgeschwindigkeit Ω der *Green-Naghdi-Ableitung*, die dann zu

$$\Omega_{ij} = \dot{R}_{ik} R_{jk} \quad (4.17)$$

führt. Die Rotationsmatrix \mathbf{R} wird durch die polare Zerlegung des Deformationsgradienten \mathbf{F} berechnet. Es gelten:

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad \text{und} \quad \mathbf{F}_{ij} = \mathbf{R}_{ik} \mathbf{U}_{kj} = \mathbf{V}_{ik} \mathbf{R}_{kj} \quad (4.18)$$

Hierbei ist \mathbf{U} der materielle *Rechts-Streck-* und \mathbf{V} der räumliche *Links-Streck-Tensor*.

Eine Prozedur zur direkten polaren Zerlegung wird in *Hibbitt et al.* [1998] angegeben. Als erstes muß das Eigenwertproblem

$$(\mathbf{F}_{ij} \mathbf{F}_{jk} - \lambda^2 \mathbf{I}_{ik}) \mathbf{N}_k = 0 \quad (4.19)$$

gelöst werden. Als Ergebnis werden die drei Eigenwerte der Hauptstreckungen $\lambda_I, \lambda_{II}, \lambda_{III}$ und die dazugehörigen Eigenvektoren $\mathbf{N}_I, \mathbf{N}_{II}, \mathbf{N}_{III}$ bestimmt. Die zu $\mathbf{N}_I, \mathbf{N}_{II}, \mathbf{N}_{III}$ gehörigen Eigenvektoren in der aktuellen Konfiguration $\mathbf{n}_I, \mathbf{n}_{II}, \mathbf{n}_{III}$ lassen sich durch Tensorkontraktion des Deformationsgradienten \mathbf{F} mit den jeweiligen Eigenvektoren der Hauptstreckung $\mathbf{N}_I, \mathbf{N}_{II}, \mathbf{N}_{III}$ dividiert durch ihre Eigenwerte $\lambda_I, \lambda_{II}, \lambda_{III}$ bestimmen. Es gilt dann:

$$(\mathbf{n}_I)_i = \frac{1}{\lambda_I} \mathbf{F}_{ij} (\mathbf{N}_I)_j \quad (4.20a)$$

$$(\mathbf{n}_{II})_i = \frac{1}{\lambda_{II}} \mathbf{F}_{ij} (\mathbf{N}_{II})_j \quad (4.20b)$$

$$(\mathbf{n}_{III})_i = \frac{1}{\lambda_{III}} \mathbf{F}_{ij} (\mathbf{N}_{III})_j \quad (4.20c)$$

Der räumliche *Links-Streck-Tensor* \mathbf{V} läßt sich nach einigen algebraischen Umformungen wie folgt berechnen:

$$\mathbf{V}_{ij} = \lambda_I (\mathbf{n}_I)_i (\mathbf{n}_I)_j + \lambda_{II} (\mathbf{n}_{II})_i (\mathbf{n}_{II})_j + \lambda_{III} (\mathbf{n}_{III})_i (\mathbf{n}_{III})_j \quad (4.21)$$

Die eigentlich gesuchte Rotationsmatrix \mathbf{R} läßt sich nun durch Invertieren der Matrix \mathbf{V} und einer einfachen Matrizenmultiplikation bestimmen:

$$\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{V}_{ik}^{-1} \mathbf{F}_{kj} \quad (4.22)$$

mit:

$$\mathbf{V}_{ij}^{-1} = \frac{1}{\lambda_I} (\mathbf{n}_I)_i (\mathbf{n}_I)_j + \frac{1}{\lambda_{II}} (\mathbf{n}_{II})_i (\mathbf{n}_{II})_j + \frac{1}{\lambda_{III}} (\mathbf{n}_{III})_i (\mathbf{n}_{III})_j$$

Nähere Herleitungen sind in *Hibbitt et al.* [1998] zu finden.

Die Spannungen können in der unrotierten Konfiguration aktualisiert werden, siehe *Hallquist* [1998]:

$$\begin{aligned}\tau_{ij}^n &= R_{ki}^n R_{lj}^n \sigma_{kl}^n \\ \Delta \tau_{ij}^{n+1/2} &= C_{ijkl} \Delta d_{kl}^{n+1/2} \\ \Delta d_{ij}^{n+1/2} &= R_{ki}^{n+1/2} R_{lj}^{n+1/2} \Delta \varepsilon_{kl}^{n+1/2}\end{aligned}\quad (4.23)$$

Somit werden die neuen unrotierten *Cauchy*-Spannungen erhalten:

$$\tau_{ij}^{n+1} = \tau_{ij}^n + \Delta \tau_{ij}^{n+1/2} \quad (4.24)$$

Über die Rotationsmatrix können die *Cauchy*-Spannungen wieder in die aktuelle Konfiguration zurückgedreht werden:

$$\sigma_{ij}^{n+1} = R_{ik}^{n+1} R_{jl}^{n+1} \tau_{kl}^{n+1} \quad (4.25)$$

Anstelle der aufwendigen und rechenintensiven polaren Zerlegung entwickelten *Flanagan & Taylor* [1987] eine inkrementelle Aktualisierung des räumlichen *Links-Stretch-Tensors* \mathbf{V} . Hierbei müssen zunächst die Vektoren \mathbf{z} und $\boldsymbol{\omega}$ bestimmt werden. Es gilt dann:

$$\begin{aligned}z_i &= e_{ikj} \dot{\varepsilon}_{jm} V_{mk} \\ \omega_i &= w_i + [I_{ij} \operatorname{tr}(V_{ij}) - V_{ij}]^{-1} z_j \\ \Omega_{ij} &= e_{ijk} \omega_k \\ W_{ij} &= e_{ijk} w_k\end{aligned}\quad (4.26)$$

Es wird ersichtlich, daß $\mathbf{W} = \boldsymbol{\Omega}$ nur dann erfüllt ist, wenn das Tensorprodukt aus Deformationsrate $\boldsymbol{\varepsilon}$ und räumlichen *Links-Stretch-Tensor* \mathbf{V} symmetrisch ist. e_{ijk} ist der Permutationstensor. Das Auswerten des Gleichungssystems

$$\left(I_{ij} - \frac{1}{2} \Delta t \Omega_{ij}\right) R_{jk}^{n+1} = \left(I_{ij} + \frac{1}{2} \Delta t \Omega_{ij}\right) R_{jk}^n \quad (4.27)$$

liefert den neuen Rotationstensor \mathbf{R}^{n+1} . Um die gleiche Prozedur für den nächsten Zeitschritt wiederholen zu können, muß noch der räumliche *Links-Stretch-Tensor* \mathbf{V} aktualisiert werden. Dies passiert folgendermaßen:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{ij} &= (\dot{\varepsilon}_{ik} + W_{ik})V_{kj} - V_{ik}\Omega_{kj} \\ V_{ij}^{n+1} &= V_{ij}^n + \Delta t \dot{V}_{ij}\end{aligned}\quad (4.28)$$

Die Spannungsaktualisierung geschieht nun gemäß den Gleichungen (4.23) bis (4.25). Eine ausführliche Herleitung ist dem Artikel von *Flanagan & Taylor* [1987] zu entnehmen.

Einen guten Überblick über die verschiedenen Formen, eine Starrkörperrotation innerhalb der Materialsubroutine zu berücksichtigen, wird in der Literatur unter anderem von *Wegener* [1991: 31] und von *Herrmann* [1993] angegeben.

4.5 Möglichkeiten der Diskretisierung

Um physikalische Vorgänge numerisch beschreiben zu können, muß das physikalische System durch ein diskretisiertes System ersetzt werden. Hierbei wird das System in endlich viele Teilbereiche zerlegt, die miteinander über ihre Eckpunkte verbunden sind und somit die 'Maschen' eines 'Netzes' bilden; die Eckpunkte der Teilbereiche werden entsprechend dieser Analogie 'Knoten' genannt. Die am häufigsten verwendeten Methoden der Diskretisierung sind die Finite-Element-Methode (FEM) und die Finite-Differenzen-Methode (FDM).

Während die Methode der Finiten-Differenzen ursprünglich für Impaktprobleme mit Hypergeschwindigkeit verwendet worden ist, wurden Finite-Element-Methoden anfangs nur für statische Probleme angewandt. Mittlerweile sind beide Methoden so weit entwickelt, daß sie sowohl für Problemstellungen mit statischer als auch dynamischer Belastung geeignet sind, siehe *Zukas et al.* [1982: 370-372].

Bei der 'FD-Methode' werden orthogonal räumliche und zeitliche Netze erzeugt, indem die partiellen Ableitungen der Grundgleichungen näherungsweise durch Differenzenquotienten ersetzt werden, deren Schritt-

weite die Netzfeinheit bestimmt. Die Lösung der räumlichen Diskretisierung wird dann mithilfe von standardisierten Verfahren zur Lösung großer algebraischer Gleichungssysteme erreicht, während die Lösung der zeitlichen Diskretisierung durch die Integration über die Zeit ermittelt wird.

Die 'FE-Methode' basiert auf einer Variationsformulierung. Dazu wird die Struktur räumlich in finite Elemente unterteilt, die nur über ihre Elementknoten miteinander verbunden sind. Anstelle eines Näherungsansatzes für die gesamte Struktur werden nun Näherungsansätze gewählt, die nur in den finiten Elementen von Null verschieden sind. Somit wird mithilfe der Ansatzfunktion die Verschiebung im Element in Abhängigkeit von den unbekanntenen Knotenverschiebungen ausgedrückt. Aus dem Kräftegleichgewicht am Knoten resultiert eine Steifigkeitsbeziehung, welche die inneren und äußeren Kräfte mit den Knotenverschiebungen koppelt. Nach einer Transformation der lokalen Daten der einzelnen Elemente in globale Daten folgt aus diesen Knotenverschiebungen der Dehnungs- und Verzerrungszustand, der zusammen mit einem Stoffgesetz die Spannungen liefert. Näheres hierzu ist in *Bathe* [1996] und *Knothe & Wessels* [1991] zu finden. Die zeitliche Diskretisierung geschieht analog zur FDM. Der FEM-Ansatz bietet den Vorteil, daß die zu untersuchende Struktur mit unterschiedlichen Elementtypen und Elementgrößen unregelmäßig diskretisiert werden kann. Die Netzverfeinerung kann dabei durch eine geometrische Anpassung der Elementgröße oder durch unterschiedlich hohe Ordnungen der Ansatzfunktionen im Element erfolgen.

Beide Methoden behandeln die räumliche und die zeitliche Abhängigkeit getrennt, wodurch eine separate Behandlung der räumlichen Diskretisierung der Netze ermöglicht wird. *Belytschko* [1977] zeigte bereits 1977, daß die resultierenden Formulierungen der Bewegungsgleichungen bei der FEM und der FDM in vielen Fällen identisch sind und der Hauptunterschied lediglich in der Art der Datenverwaltung des Programmes liegt.

Für die nun folgende Beschreibung der Bewegung von Körpern im Raum gibt es zwei unterschiedliche Arten der Betrachtungsweise, die als Formulierung nach *Lagrange* resp. nach *Euler* bezeichnet werden. Je nach

verwendeter Betrachtungsweise werden die Elementnetze als *Lagrange*- oder *Euler*-Netze bezeichnet.

4.5.1 *Lagrange*-Beschreibung

Bei einer Beschreibung nach *Lagrange* bewegt sich der Beobachter mit dem bewegten Körper mit; das materielle *Lagrange*-Netz ist fest mit der Struktur verbunden und verzerrt sich mit ihr. Die Masse der einzelnen Elemente bleibt somit im gesamten Betrachtungszeitraum konstant, die Ränder des abgebildeten Körpers werden durch die Elementgrenzen definiert. Die Bewegung des Körpers durch den Raum wird dadurch beschrieben, daß das Referenznetz in Bezug zu einem raumfesten Koordinatensystem gesetzt wird. Mathematisch ausgedrückt bedeutet dies, daß die Änderungen der den materiellen Punkten \mathbf{X} eines Körpers zugeschriebenen Eigenschaften ϕ für ein ausgewähltes Teilchen in der sogenannten Referenzkonfiguration gegeben und in der Zeit veränderlich seien. Somit gilt im dreidimensionalen Raum:

$$\phi = \phi(X_1, X_2, X_3, t) \text{ oder } \phi = \phi(\mathbf{X}, t) \quad (4.29)$$

Ein typisches Beispiel eines *Lagrange*-Netzes im unverformten und verformten Zustand ist in **Bild 4.2** dargestellt.

Die Netzbeschreibung nach *Lagrange* hat folgende Vorteile:

- Normalerweise werden kürzere Rechenzeiten im Vergleich zur *Euler*-Formulierung erreicht, da die Massen der Elemente während der Berechnung konstant bleiben, wodurch sich die Lösung der Erhaltungsgleichungen (4.1) vereinfacht.
- Während der gesamten Rechenzeit werden die Ränder der Struktur scharf abgebildet und somit wird eine Vereinfachung der Materialrand- resp. der Grenzbedingungen erreicht, da die Materialgrenzen und die freien Oberflächen mit den Elementgrenzen identisch sind.
- Die Belastungsgeschichte des Materials kann leichter erfaßt werden; dies ist für Stoffgesetze von Bedeutung, die ein geschichtsabhängiges Materialverhalten aufgrund einer vorhergehenden Beanspruchung berücksichtigen.

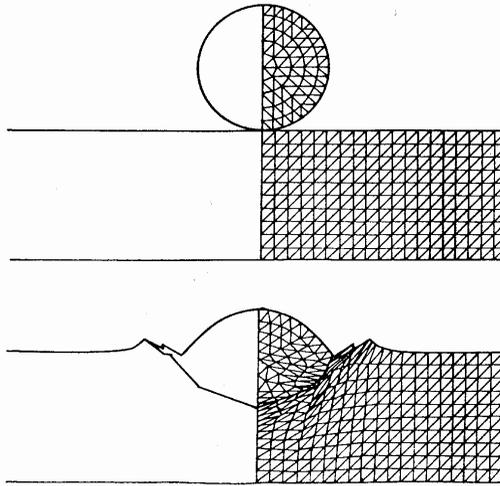


Bild 4.2: Lagrange-Netz nach Zukas et al. [1982]

Als Nachteile sind zu nennen:

- Das 'Abbrechen' der Rechnung bei sehr großen Netzdeformationen; bei Verwendung von viereckigen (2D) resp. quaderförmigen (3D) Elementen können zu große Elementverzerrungen zum Programmabbruch führen. Dies ist immer dann der Fall, wenn ein Innenwinkel eines Elements größer als 180° wird, was im Extremfall sogar zu negativem Volumen führen kann.
- Kleine Zellen resp. Zellen mit kleiner Ausdehnung in einer Richtung haben bei expliziter Zeitintegration lange Rechenzeiten zur Folge, da der Zeitschritt für das gesamte Netz nach der kleinsten vorhandenen Elementausdehnung aller Elemente berechnet wird. Dies ist insbesondere für große Formänderungen mit großen Elementverzerrungen von Bedeutung.

Bei einer numerischen Simulation von Vorgängen mit großen Formänderungen können dreieckige (2D) bzw. tetraederförmige (3D) Elemente von Vorteil sein, da sie aufgrund ihrer Geometrie widerstandsfähiger gegen Verzerrungen sind und keine negativen Massen entstehen können. Jedoch neigen diese Elemente dazu, sich zu 'verkeilen' (engl. *locking*) und unrealistisch hohe Drücke zu erzeugen.

Die meisten Programme bieten die Möglichkeit, auch nach einem Programmabbruch durch zu stark verzerrte Netze die Berechnung fortsetzen zu können. Bei diesem als 'rezoning' bezeichneten Prozeß wird die Geometrie der kritischen Elemente durch ein Verschieben ihrer Knoten korrigiert und alle erforderlichen Daten der betroffenen Zellen von der alten in die neue Geometrie transferiert. Dies ist ein aufwendiger Prozeß, bei dem ein gewisser Informationsverlust vor allem der Belastungsgeschichte unvermeidlich ist.

Lagrange-Netze werden vor allem zur Modellierung von Festkörpern verwendet, sowie zur Beschreibung von Vorgängen mit moderaten Formänderungen. Probleme der Strömungsmechanik können ebenso wenig abgebildet werden wie ein Vermischen verschiedener Stoffe in einer Zelle. In diesen Fällen muß eine Netzformulierung nach *Euler* angewandt werden.

4.5.2 *Euler*-Beschreibung

Bei der *Euler*'schen Formulierung betrachtet der Beobachter die Vorgänge über die gesamte Zeit von einem festen Standpunkt aus. Auf die Netzformulierung übertragen bedeutet dies, daß das gesamte modellierte System mit einem raumfesten Gitter überzogen wird, das als Kontrollvolumen alle in die Zellen eintretenden und austretenden Massen registriert. Das durchströmende Material kann entweder als einzelne Massenpunkte oder als Kontinuum abgebildet werden. Mathematisch formuliert heißt dies, daß durch die Feldbeschreibung der Wert der Eigenschaft von ϕ zur Zeit t für den fixierten Ort \mathbf{x} geliefert wird. Somit gilt im dreidimensionalen Raum:

$$\phi = \phi(x_1, x_2, x_3, t) \text{ oder } \phi = \phi(\mathbf{x}, t) \quad (4.30)$$

Zur Veranschaulichung der Diskretisierungsunterschiede zwischen einer Betrachtungsweise nach *Lagrange* und einer nach *Euler* soll folgendes Gedankenmodell dienen: Um die Verformung eines zweidimensionalen Stückes aus Knetmasse unter Belastung zu verfolgen, wird auf die

Knetmasse mit einem Stift ein Gitternetz gemalt. Die Gitternetzlinien werden sich nun unter Belastung zusammen mit der Knetmasse verformen, wodurch die Deformation der einzelnen Teilbereiche sichtbar ist; dies entspricht der *Lagrange*-schen Darstellung. In einem zweiten Versuch wird das Gitternetz auf eine durchsichtige Scheibe gemalt, die sich vor der Knetmasse befindet. Der Beobachter betrachtet nun den Belastungsvorgang durch die Scheibe hindurch und registriert, wann welcher Teil der Knetmasse in welchen Bereich des Gitters eintritt; dies beschreibt die *Euler*-sche Darstellung. In **Bild 4.3** ist der Impaktvorgang aus Bild 4.2 mit einem *Euler*-Netz abgebildet.

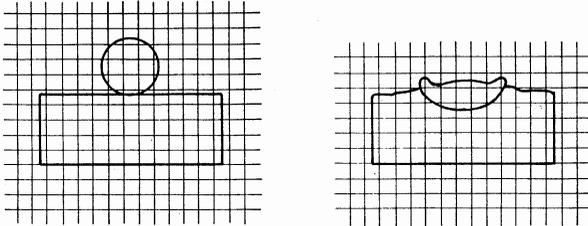


Bild 4.3: *Euler*-Netz nach Zukas et al. [1982]

Die wesentlichen Vorteile der *Euler*-Beschreibung lauten:

- Es entstehen keine Netzverzerrungen und kein daraus resultierender Programmabbruch.
- Sehr große Formänderungen sind darstellbar; dies ermöglicht die numerische Simulation von Strömungsvorgängen.
- Ein Vermischen mehrerer Materialien in einer Zelle ist darstellbar, z.B. eines Sprengstoff-Luft-Gemisches nach der Detonation des Sprengstoffes wird in LS-DYNA das Materialverhalten mithilfe einer 'Multi-Material-Zellen'-Aufteilung beschrieben.

Als wesentliche Nachteile sind zu nennen:

- Die Materialgrenzen sind im Vergleich zu einer Modellierung nach *Lagrange* bei gleicher Elementfeinheit weniger scharf definiert.
- Es werden längere Rechenzeiten benötigt, da zum einen der Zeitaufwand für die Lösung der Grundgleichungen (4.1) aufgrund der Berücksichtigung

sichtigung des konvektiven Anteils $\mathbf{v} \cdot \nabla \phi$ stärker ins Gewicht fällt und zum anderen nicht nur der Körper selbst diskretisiert werden muß, sondern auch der gesamte Bereich, in den er sich hineinbewegt .

- Die Belastungsgeschichte des Materials kann nicht ohne weiteres erfaßt werden.

4.5.3 ALE-Beschreibung

Die ALE-Beschreibung (engl. *arbitrary lagrangian eulerian*) verbindet die Vorteile der Betrachtungsweisen nach *Euler* und nach *Lagrange* miteinander und entspricht einem automatisch durchgeführten 'rezoning'. Die ALE-Betrachtungsweise wird somit im FE-Code durch das Verschieben des *Lagrange*'schen Bezugssystems mit einer partikelunabhängigen Geschwindigkeit $\hat{\mathbf{v}}$ erzielt. Somit gilt für die Lage des Materialpunktes im dreidimensionalen Raum:

$$\chi_i = \chi_i(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, t) \text{ oder } \boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\chi}(\mathbf{X}, t) \quad (4.31)$$

Dabei bezeichnen $\boldsymbol{\chi}$ die Referenz- und \mathbf{X} die *Lagrange*'schen Koordinaten. Durch eine geeignete Wahl der Geschwindigkeit des Bezugssystems $\hat{\mathbf{v}}$ läßt sich eine ungünstige Geometrie des Materialnetzes vermeiden. Die Differenz zwischen der Materialgeschwindigkeit \mathbf{v} und der Geschwindigkeit des Bezugssystems $\hat{\mathbf{v}}$ ist die konvektive Geschwindigkeit \mathbf{c}_{kon} . Somit gilt:

$$\mathbf{c}_{\text{kon}} = \mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}} \quad (4.32)$$

Die zeitliche Änderung der den materiellen Punkten \mathbf{X} eines Körpers zugeschriebenen Eigenschaften ϕ für ein ausgewähltes Teilchen wird auch als materielle Zeitableitung der Feldgröße ϕ bezeichnet und ergibt sich in der ALE-Betrachtungsweise zu:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{c}_{\text{kon}} \cdot \nabla \phi \quad (4.33)$$

Aus Gleichung (4.33) ist leicht zu erkennen, daß die Grenzfälle $\mathbf{c}_{\text{kon}} = 0$ resp. $\mathbf{c}_{\text{kon}} = \mathbf{v}$ der *Lagrange*'schen resp. der *Euler*'schen Betrachtungs-

weise entsprechen. Weitere Einzelheiten sind unter anderem in *Liu et al.* [1988], *Benson* [1989] und *Whirley et al.* [1992] zu finden.

Lediglich die grundsätzliche Verfahrensweise der *ALE*-Netzadaption soll anhand von **Bild 4.4** kurz erläutert werden.

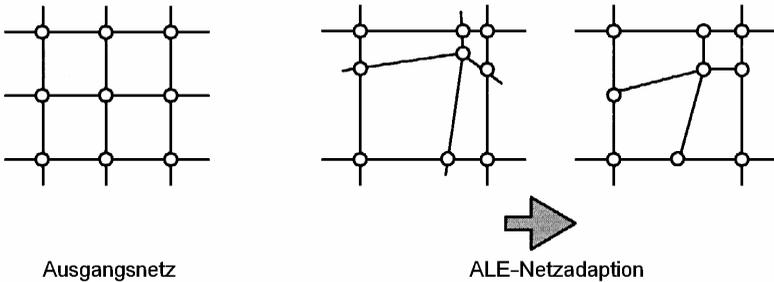


Bild 4.4: *ALE*-Netzadaption

Zu Beginn einer Berechnung wird die Struktur in *Lagrange*'scher Form diskretisiert. Erhalten einzelne Teilbereiche der Struktur durch eine Belastung eine ungünstige Geometrie, so werden die Elementknoten soweit verschoben, daß ein numerisch instabiles FE-Netz vermieden wird. Diese Methodik besitzt gegenüber anderen Adaptionungsverfahren den Vorteil, daß sowohl die Anzahl der Knoten als auch die Anzahl der Elemente erhalten bleibt. Das Auffinden numerisch ungünstiger Zonen mit stark verzerrten Elementen kann beispielsweise über zwei geometrische Kriterien erfolgen, zum einen durch den Vergleich der Elementflächen und der Ermittlung der minimalen Elementwinkel, die an einen Knoten anschließen und zum anderen aus dem Verhältnis des minimalen und maximalen Elementvolumens bezüglich eines angrenzenden Knotens. Die neue Lage der Elementknoten wird durch die Lösung der *Laplace*-Gleichung bestimmt, die ein regelmäßiges Netz von Linien gleichen Potentials erzeugt. Die Verformung der Elemente wird somit in einem ersten Schritt mittels der expliziten *Lagrange*'schen Vorgehensweise erfaßt, die in den beiden folgenden Abschnitten dieses Kapitels ausführlich behandelt wird.

In einem zweiten Schritt erfolgt das Verschieben der Knoten in ihre endgültige Lage unter Berücksichtigung des konvektiven Anteils in den Erhaltungssätzen der Masse, des Impulses und der Energie nach der *Euler'schen* Vorgehensweise. Abschließend werden die physikalischen Zustandsgrößen der verschobenen Elemente mittels der Erhaltungsgleichungen errechnet.

Diese oben beschriebene Vorgehensweise eignet sich folglich besonders für Vorgänge, bei denen große Verformungen nur über einen kurzen Zeitraum erwartet werden. Der Nachteil eines gewissen Informationsverlustes gilt hier entsprechend der in Abschnitt 4.5.1 – *Lagrange*-Beschreibung – genannten Gründe.

4.6 Kopplung von Netzen

Bei paralleler Verwendung mehrerer Elementnetze innerhalb eines Problems ist es erforderlich, Möglichkeiten zu schaffen, wie diese miteinander in Interaktion treten können. Hierfür wurde eine Vielzahl an Lösungen entwickelt, die sich grob in die beiden Kategorien der Kontaktalgorithmen und der Kopplungsalgorithmen einordnen lassen.

4.6.1 Kontaktalgorithmen

Die Kontaktalgorithmen werden für die Berechnungen der gegenseitigen Wechselwirkungen von *Lagrange'schen* Gittern verwendet. Mit geeigneten Verfahren wird zu jedem Zeitpunkt der Rechnung überprüft, ob eine Überschneidung verschiedener Netze vorliegt. Ist dies der Fall, werden an den Berührungspunkten Rückstellkräfte oder Gleitmechanismen aktiviert.

Die Kontaktalgorithmen lassen sich in die Bereiche der Kontaktsuche, der Kontakt- resp. Ablösebedingungen und der Ermittlung der Kontaktkräfte einteilen. Dabei ist die Kontaktsuche besonders bei dreidimensio-

nen Netzen der rechenintensivste Bereich. In vielen Anwendungsfällen wird eine Übertragung von Zugkräften zwischen den zwei Kontaktflächen nicht gewünscht.

Aus der Literatur sind zwei grundsätzliche Vorgehensweisen bekannt, um die Knotenkräfte zu ermitteln. In der einen wird zuerst die 'Interface'-Kraft zwischen den Oberflächen berechnet und anschließend als Kraft-randbedingung auf die Master-Oberfläche aufgebracht. Typische Beispiele dieser Vorgehensweise sind die 'Lagrange-Multiplier-Methode, siehe *Chaudhary & Bathe* [1985], und die 'Penalty-Methode', siehe *Kikuchi & Oden* [1986]. In der anderen werden die Slave- und Master-Oberflächen miteinander verbunden und die Werte der Massen und Spannungen von der Slave-Oberfläche auf die Master-Oberfläche abgebildet. Diese Vorgehensweise findet in vielen Finite-Differenzen-Hydrocodes ihre Anwendung, wie z.B. bei TENSOR, siehe *Maenchen & Sack* [1964] und bei HEMP, siehe *Wilkins* [1964].

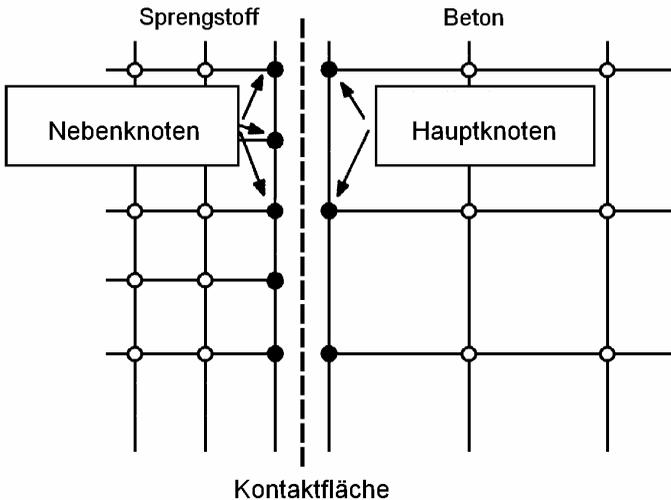


Bild 4.5: Ausschnitt des Ausgangsnetzes einer FE-Kontaktdetonationsrechnung

Für die erste Vorgehensweise wird das Prinzip zur Ermittlung der Kontaktkräfte mithilfe von **Bild 4.5** für ein Ausgangsnetz im Kontaktbereich

einer FE-Abbruchsprengrechnung erläutert. Wird der Werkstoff Beton als Referenzkörper gewählt, so werden die entsprechenden Knoten als Hauptknoten und die Knoten des Werkstoffes Sprengstoff als Nebenknoten bezeichnet. Zwischen den Materialgrenzen befindet sich die Kontaktfläche. Die Diskretisierung der jeweiligen Werkstoffbereiche sollte aufgabenspezifisch erfolgen und ist unabhängig voneinander, da die Knoten beider Materialien nicht gekoppelt sind.

Die gesamte Berechnung der Kontaktkräfte gliedert sich in zwei Teilschritte. Im ersten Teilschritt werden zunächst die Neben- resp. die Hauptknoten und deren Lage bestimmt. Dabei wird festgestellt, welche Nebenknoten auf der Kontaktfläche liegen, um hieraus später die Verteilung des Impulses zu berechnen. Im zweiten Teilschritt werden mithilfe der Impulsbilanz die Masse sowie die Geschwindigkeiten der jeweiligen Hauptknoten bestimmt, um daraus die Normal- resp. die Tangentialkräfte an der Kontaktfläche zu berechnen. Eine detailliertere Beschreibung der Algorithmen ist unter anderem bei *Maenchen & Sack* [1964], *Hallquist, Goudreau & Benson* [1985] und *Hallquist, Schweizerhof & Stillman* [1992] zu finden.

4.6.2 Kopplungsalgorithmen

Die Kopplungsalgorithmen werden innerhalb von FE-Berechnungen für Wechselwirkungen von Netzbereichen mit unterschiedlichen Diskretisierungen verwendet, wie z.B. für eine Kopplung eines *Euler*-Netzes mit einem *Lagrange*-Netz. Grundsätzlich kann über alle physikalischen Größen der jeweiligen Netzknoten gekoppelt werden. Jedoch werden im allgemeinen die Knotengeschwindigkeiten oder die Knotenkräfte als geeignete Kopplungsgrößen gewählt.

Die Kopplungsalgorithmen werden häufig mit einer Master-Slave-Formulierung im FE-Code umgesetzt. Bei Master-Slave-Formulierungen wird das Verhalten bestimmter Teilbereiche (*Slave-Parts*) an andere Bereiche (*Master-Parts*) gebunden und diesen untergeordnet. Diese 'Slave-Parts' können einzelne Knoten, einzelne Netzbereiche oder ganze Netze sein. Somit bewirken Master-Slave-Algorithmen eine Kopplung der Ver-

formungsbedingungen in der Normalenrichtung auf das benachbarte Master-Segment. Diese Formulierungen kommen beispielsweise für Fluid-Struktur-Wechselwirkungen in Betracht, da *Lagrange*- und *Euler*-Netze gekoppelt werden können, siehe *Noh* [1964: 117-179], *Sod* [1978: 1-31], *Chorin* [1980: 1-11] und *Woodward et al.* [1982].

In LS-DYNA wird eine *Euler-Lagrange*-Kopplung mithilfe einer 'Operator split'-Technik umgesetzt. Lediglich das für das Verständnis notwendige prinzipielle Vorgehen dieser Technik wird in der vorliegenden Arbeit dargestellt. Eine detaillierte Beschreibung ist in dem LS-DYNA-Theorie-Manual von *Hallquist* [1998] zu finden oder dem Übersichtsartikel von *Benson* [1992] zu entnehmen.

Die 'Operator split'-Technik ist eine geeignete Methode, um komplizierte Problemstellungen durch eine Reihe von weniger komplizierten Problemstellungen auszudrücken, siehe *Chorin et al.* [1978]. So ist beispielsweise eine Anwendung dieser Methode die Trennung von *Lagrange*- und *Euler*-Berechnungsteilen innerhalb einer *Euler*-Berechnung. Mathematisch ausgedrückt gilt somit ein lineares Differentialgleichungssystem der Form:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} = f, \quad \phi(\mathbf{x}, 0) = \phi_0(\mathbf{x}) \quad (4.34)$$

mit: ϕ = Feldgröße
 c = konstante Strömungsgeschwindigkeit
 f = Quellenstärke des Volumenstromes

Durch Anwendung der 'Operator split'-Technik wird Gleichung (4.34) in die folgenden zwei Gleichungen aufgespalten, die nacheinander gelöst werden können. Es gilt:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = f \quad \text{und} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (4.35)$$

Die erste Gleichung in (4.35) besteht aus der Quellenstärke des Volumenstromes und wird somit '*Lagrange*-Gleichung' genannt, während die zweite Gleichung den konvektiven Anteil enthält und deshalb als '*Euler*-Gleichung' bezeichnet wird.

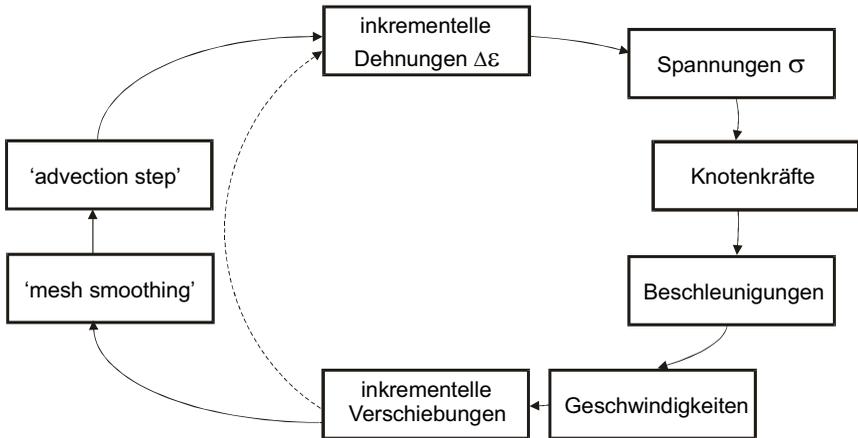


Bild 4.6: Zeitschrittsschleife innerhalb der 'Operator split'-Technik; gestrichelte Linie: Schritt 1; durchgezogene Linie: Schritt 2

Somit unterteilt sich die 'Operator split'-Technik in zwei Schritte. Im ersten Schritt werden nach der *Lagrange*'schen Betrachtungsweise alle physikalischen Größen mittels der in **Bild 4.6** dargestellten Zeitschrittsschleife berechnet und die 'history-Variablen' wie z.B. die Knotenkräfte, die Geschwindigkeiten, die Dehnungen und die Spannungen für den neuen Zeitschritt ermittelt. Dies entspricht der im Abschnitt 4.7 beschriebenen expliziten Zeitintegration innerhalb einer *Lagrange*'schen Formulierung und gilt jeweils für einige Zeitschritte bevor der zweite Schritt der 'Operator split'-Technik angewendet wird.

Im zweiten Schritt wird die relative Bewegung zwischen dem *Euler*-Netz, das hier als Hintergrundnetz fungiert, und den verformten Materialelementen berechnet, die durch das *Lagrange*-Netz abgebildet werden. Im Englischen wird dies mit dem Begriff 'mesh smoothing' ausgedrückt. Anschließend werden zunächst alle auf die Elementmitte bezogenen Feldgrößen wie z.B. die Dichte, der Impuls, die Energie, die 'history-Variablen' etc. für den neuen Zeitschritt aktualisiert. Die auf die Elementknoten bezogenen Feldgrößen wie beispielsweise die Geschwindigkeiten und die Temperaturen müssen noch mithilfe der 'HIS-Methode' (engl. *half index shift*) nach *Benson* [1992-2] auf die Positionen der Element-

knoten transformiert werden. In der englischen Literatur wird dieser zweite Teilschritt auch als 'remap step' oder 'advection step' bezeichnet. Der gesamte zweite Schritt entspricht somit einer Verschiebung der *Lagrange*-Knoten auf eine für das *Lagrange*-Netz verformungsbedingte günstigere Position und dem anschließenden Abbilden der auf die Elementmitte resp. die Elementknoten bezogenen physikalischen Größen auf die neue Netz-Konfiguration. Der Einbau beider Teilschritte in die Zeitschritt-schleife ist dem Bild 4.6 zu entnehmen.

Dem ersten Teilschritt innerhalb der 'Operator split'-Technik, dem 'mesh smoothing', unterliegt folgende eindimensionale Strömungsbedingung:

$$C \equiv \frac{u \Delta t}{\Delta x} = \frac{f}{V} \leq 1 \quad (4.36)$$

mit: C = Courantzahl
 Δt = Zeitschrittlänge
 $u \Delta t$ = entspricht dem Transportvolumen f zwischen benachbarten Elementen
 Δx = charakteristische Elementgröße, z.B. kürzeste Elementkantenlänge

Gleichung (4.36) besagt, daß die Bewegung des *Lagrange*-Netzes bezüglich des *Euler*-Netzes innerhalb der gewählten Zeitschrittlänge Δt kleiner als die kürzeste *Euler*-Elementkantenlänge sein soll. Damit wird gewährleistet, daß innerhalb eines Zeitschrittes ein *Lagrange*-Element ein *Euler*-Element nicht durchströmen kann.

Für den zweiten Teilschritt innerhalb der 'Operator split'-Technik bietet LS-DYNA mehrere 'advection'-Algorithmen an, von denen sich zwei für die Berechnungen von Abbruchsprengungen eignen und deshalb in der vorliegenden Arbeit kurz beschrieben werden. Dies sind zum einen der 'Donor Cell'-Algorithmus und zum anderen der 'van Leer MUSCL'-Algorithmus. Beide Algorithmen erfüllen die Bedingungen, die an einen guten 'advection'-Algorithmus gestellt werden. Diese sind:

- Der 'advection'-Algorithmus sollte sowohl monoton, konservativ, genau und stabil sein als auch möglichst wenig dissipative und dispersive Eigenschaften zeigen.

Dabei bedeutet die Eigenschaft *monoton*, daß der maximale resp. minimale (alte) Wert der elementbezogenen physikalischen Größen ϕ_{alt} durch den 'advection step' weder überschritten noch unterschritten wird. Es gelten dann:

$$\begin{aligned} \max_{x \in V} (\phi_{\text{neu}}) &\leq \max_{x \in V} (\phi_{\text{alt}}) \\ \min_{x \in V} (\phi_{\text{neu}}) &\geq \min_{x \in V} (\phi_{\text{alt}}) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Diese Forderung muß besonders bei der Berechnung der aktuellen Massen und Energien berücksichtigt werden, da hier negative Werte zu physikalisch unrealistischen Lösungen führen und somit die Berechnung abbricht. Ein konservativer 'advection step' führt zu keiner Systemgrößenveränderung, so daß das Volumenintegral aller Feldgrößen z.B. die Gesamtdichte, die Gesamtmasse, der Gesamtimpuls etc. innerhalb des 'advection steps' konstant bleibt. Somit muß gelten:

$$\int_V \phi_{\text{neu}} dV = \int_V \phi_{\text{alt}} dV \quad (4.38)$$

Unter der dissipativen Eigenschaft ist ein Verschmieren der Feldgröße ϕ zu verstehen, während die dispersive Eigenschaft ein Oszillieren um die

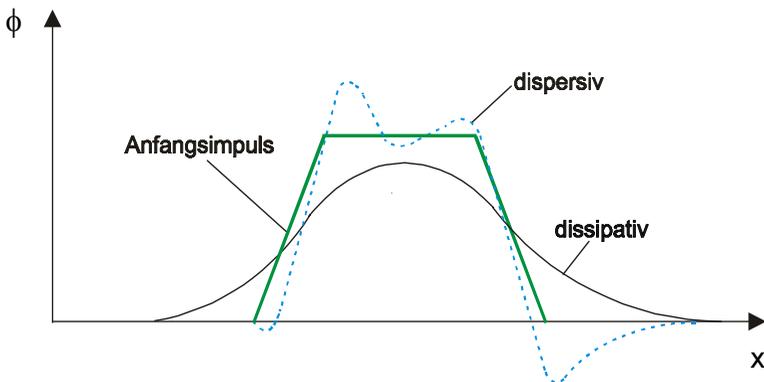


Bild 4.7: Veränderung des Anfangsimpulses aufgrund einer dissipativen resp. dispersiven Eigenschaft

Lösung der Feldgröße ϕ beschreibt. Beide Eigenschaften sind in **Bild 4.7** dargestellt und sollten innerhalb eines 'advection steps' möglichst nicht auftreten.

- 'Donor Cell'-Algorithmus

Beim 'Donor Cell'-Algorithmus handelt es sich um einen monotonen, konservativen und schnellen 'advection'-Algorithmus, der nur eine Genauigkeit 1. Ordnung besitzt, jedoch sowohl dissipative als auch dispersive Eigenschaften aufweist. Die neue Feldgröße $\phi_{o,neu}$ berechnet sich nach einem 'advection step' aus den Anteilen der alten Feldgrößen ϕ_i und deren Elementvolumina V_i und ist in **Bild 4.8** in einer zweidimensionalen Ansicht dargestellt. In Bild 4.8 ist das Elementnetz vor dem 'advection step' mit durchgezogenen Linien gekennzeichnet, in deren jeweiliger Elementmitte die Feldgrößen ermittelt werden. Die gestrichelten Linien

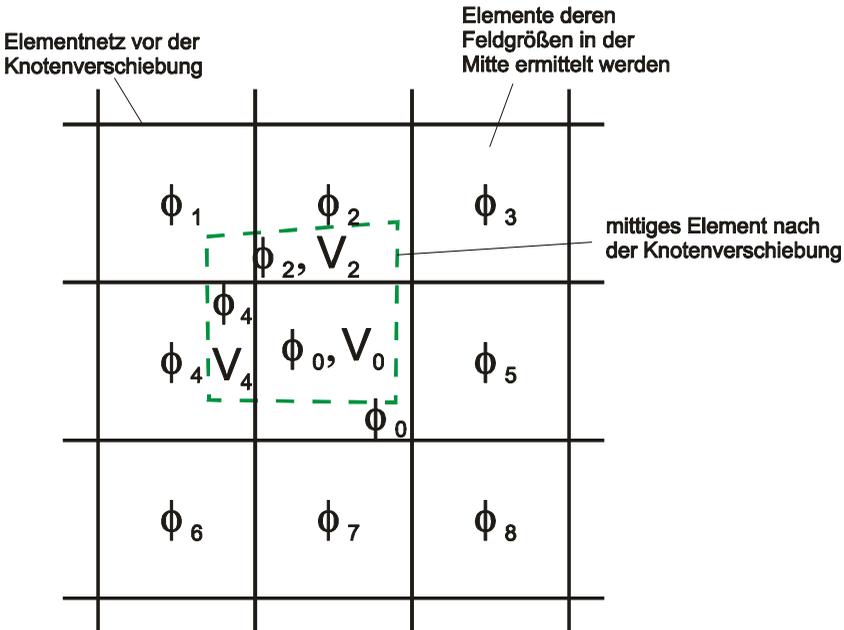


Bild 4.8: Berechnung der neuen Feldgröße $\phi_{o,neu}$ nach einem 'Donor Cell advection step'; zweidimensionale Ansicht

kennzeichnen die neue Position des sich in der Mitte befindenen Elementes nach der Knotenverschiebung. Die neue Feldgröße $\phi_{0,\text{neu}}$ dieses Elementes berechnet sich laut Bild 4.8 dann folgendermaßen:

$$\phi_{0,\text{neu}} = \frac{\phi_0 V_0 + \phi_2 V_2 + \phi_4 V_4}{V_0 + V_2 + V_4} \quad (4.39)$$

Vollständigkeitshalber wird in Gleichung (4.40) die verallgemeinerte Formulierung des 'Donor Cell'-Algorithmus zur Berechnung der neuen Feldgröße $\phi_{j+\frac{1}{2}}^{n+1}$ im Elementschwerpunkt nur erwähnt, so daß gilt:

$$\begin{aligned} \phi_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} &= \phi_{j+\frac{1}{2}}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_j^\phi - f_{j+1}^\phi), \\ f_j^\phi &= \frac{1}{2} a_j (\phi_{j-\frac{1}{2}}^n + \phi_{j+\frac{1}{2}}^n) + \frac{1}{2} |a_j| (\phi_{j-\frac{1}{2}}^n + \phi_{j+\frac{1}{2}}^n) \end{aligned} \quad (4.40)$$

mit: a_j = Geschwindigkeit der Kontaktdiskontinuität am Knoten j

Ein Nachteil des 'Donor Cell'-Algorithmus besteht darin, daß bei der Berechnung der neuen Feldgrößen $\phi_{0,\text{neu}}$ der Einfluß jener Feldgrößen vernachlässigt wird, die nicht über Elementkanten (2D) resp. Elementflächen (3D) sondern nur über Elementknoten miteinander verbunden sind. So finden die Feldgröße ϕ_1 und der Anteil des Elementvolumens V_1 in der Gleichung (4.39) keine Berücksichtigung.

- 'van Leer MUSCL'-Algorithmus

Beim 'van Leer MUSCL'-Algorithmus handelt es sich um einen monotonen, konservativen und im Vergleich zum 'Donor Cell'-Algorithmus langsameren Algorithmus, der jedoch eine Genauigkeit zweiter Ordnung besitzt. (MUSCL steht für 'monotone upwind schemes for conservation laws'). Der Algorithmus basiert auf der Annahme eines rechteckigen Elementnetzes. Dabei wird durch stark verformte Elemente ein Fehler zweiter Ordnung erzeugt, so daß für das System nur noch eine Genauigkeit erster Ordnung erreicht wird.

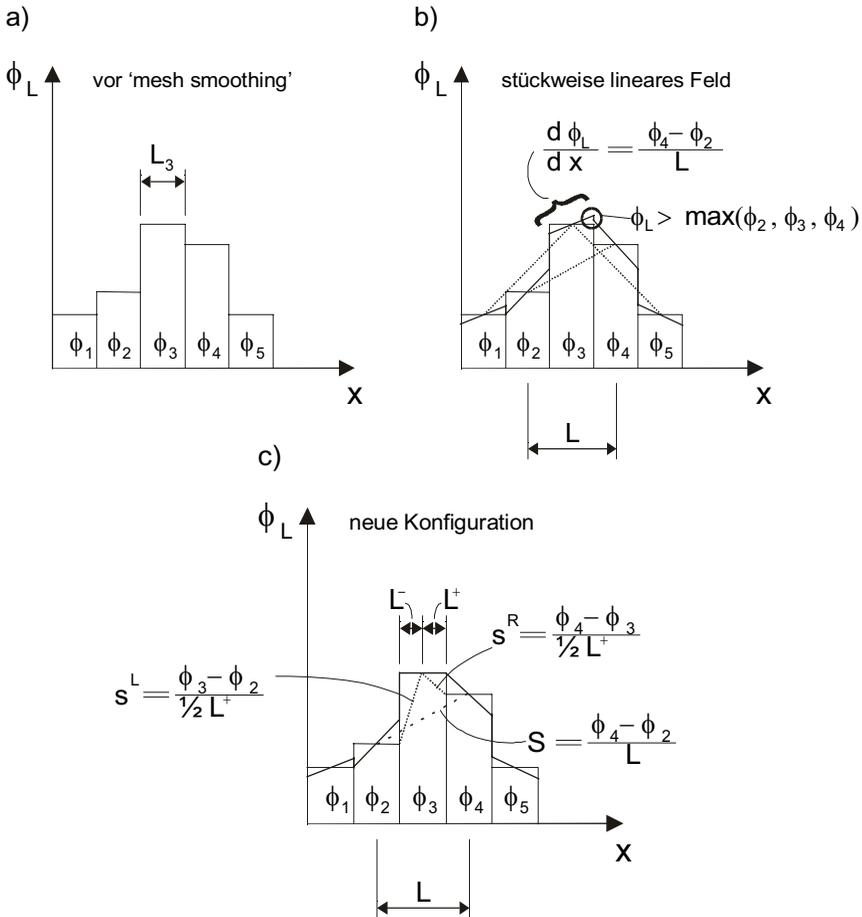


Bild 4.9: 'van Leer MUSCL'-Algorithmus, Schritte a) bis c)

Die Grundidee des 'van Leer MUSCL'-Algorithmus [1977] besteht in der Annahme einer stückweisen linearen Verteilung der (alten) Feldgrößen und der anschließenden Abbildung dieser Feldgrößenverteilung auf die neue Elementnetzkonfiguration. In **Bild 4.9** werden die einzelnen Schritte des 'van Leer MUSCL'-Algorithmus in einer eindimensionalen Betrachtung für die in dem Elementschwerpunkt berechneten 'history'-Variablen veranschaulicht dargestellt. Mit ϕ_i sind die jeweiligen Werte der 'history'-Variablen gekennzeichnet, während L_i den jeweiligen Einflußbereich an-

gibt, siehe **Bild 4.9a**. Zunächst wird für jede Ausgangsfeldgröße der Mittelwert berechnet und anschließend daraus eine stückweise lineare Feldfunktion ϕ_L gebildet, in der x nun die Volumenkoordinate sei, siehe **Bild 4.9b**. Die Einhaltung der jeweiligen Feldgröße wird durch eine erweiterte monoton lineare Funktion in dem jeweiligen Elementschwerpunkt erreicht. Es gilt dann im Zeitschritt t^n :

$$\phi_{j+1/2}^n(x) = S_{j+1/2}^n (x - x_{j+1/2}^n) + \phi_{j+1/2}^n \quad (4.41)$$

mit: $S_{j+1/2}^n$ = Steigung der stückweise definierten Funktion in dem Elementschwerpunkt $(j+1/2)$ im Zeitschritt t^n

$$x \equiv \int_{r_1}^{r_i} \frac{dV}{dr} dr = \text{Definition der Volumenkoordinate;}$$

mit: V = Elementvolumen, r = räumlicher Abstand des Knotens zum Elementschwerpunkt $(j+1/2)$

Werden jedoch durch die Steigung $\frac{\partial \phi_L}{\partial x} = S_{j+1/2}^n$ der im Schwerpunkt elementweise definierten linearen Feldfunktion lokale Maxima resp. Minima erreicht, die die realen Maxima- resp. Minima-Werte übersteigen, so führt dies zu numerischen Problemen. Dann ist die Bedingung der Monotonie für die ganze Feldfunktion ϕ_L verletzt. In Bild 4.9b wird beispielsweise die Stelle der Monotonieverletzung der linearen Feldfunktion ϕ_L durch einen schwarzen Kreis angedeutet. Für diese Stelle gilt beim Übergang der Feldgröße ϕ_3 zu ϕ_4 für eine lineare Feldfunktion ϕ_L :

$$\phi_L > \max(\phi_2, \phi_3, \phi_4) \quad (4.42)$$

Die Monotonieverletzung kann behoben werden, indem die Steigung $\frac{\partial \phi_L}{\partial x} = S_{j+1/2}^n$ aus den maximal zulässigen Werten an den Elementrändern berechnet wird. Somit kann die Steigung $S_{j+1/2}^n$ in einen linken Anteil S^L und in einen rechten Anteil S^R aufgeteilt werden. In **Bild 4.9c** wird dies durch die gestrichelten Linien angedeutet, die innerhalb eines Elementes die jeweiligen Randwerte der Feldgröße mit dem Wert in der Mitte verbinden. Aus den Steigungsanteilen wird anschließend die gesamte Steigung $S_{j+1/2}^n$ ermittelt, die nun die Bedingung der Monotonie erfüllt. Somit

wird die Steigung $S_{j+1/2}^n$ aus Gleichung (4.41) in der verallgemeinerten Formulierung folgendermaßen angenähert:

$$S_{j+1/2}^n = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sgn}(s^L) + \operatorname{sgn}(s^R) \right\} \cdot \min \left(|s^L|, |s_{j+1/2}^n|, |s^R| \right), \quad (4.43)$$

$$s^L = \frac{1}{2\Delta x_{j+1/2}} \left(\phi_{j+1/2}^n - \phi_{j-1/2}^n \right), \quad s^R = \frac{1}{2\Delta x_{j+1/2}} \left(\phi_{j+3/2}^n - \phi_{j-1/2}^n \right)$$

Es existieren noch eine Reihe weiterer Varianten, um die Steigung der Feldgröße innerhalb eines Elementes zu berechnen, z.B. mit Ansätzen höherer Ordnung und der Einbeziehung der Nachbarzellen. So verwendet *Christensen* [1989] ein kubisches Polynom über die vier benachbarten Elemente eines Knoten j , deren Feldgrößen im jeweiligen Elementschwerpunkt ermittelt werden, und berechnet daraus den Wert der Feldgröße $\phi(x_j^n)$, so daß sich die Steigung der Feldgröße berechnet zu:

$$s_{j+1/2}^n = \frac{\phi(x_{j+1}^n) - \phi(x_j^n)}{\Delta x_{j+1/2}} \quad (4.44)$$

Er berichtet, daß durch seine Annäherung nahezu eine Genauigkeit dritter Ordnung erreicht wird.

Am Ende des 'advection step' müssen noch in demselben Zeitschritt die auf die Elementknoten bezogenen Feldgrößen wie z.B. die Geschwindigkeiten aktualisiert werden. Dies geschieht mit dem von *Benson* [1992-2: 348] entwickelten '(HIS)-Algorithmus' (engl. *half index shift*), der über eine 'Impuls-advection' arbeitet, da bereits LS-DYNA eine konservative Gesamtimpulserhaltung gewährleistet. Nur das prinzipielle Vorgehen dieses 'HIS-Algorithmus' sei in der vorliegenden Arbeit erwähnt. Zunächst wird bei der Erhaltung des Gesamtimpulses ein Hilfsfeld bestehend aus den Elementschwerpunkt-Feldgrößen angelegt. Dann wird dieses Hilfsfeld innerhalb des 'advection step' z.B. mit dem 'van Leer MUSCL-Algorithmus' neu berechnet, um anschließend daraus die auf die Elementknoten bezogenen Feldgrößen wie z.B. die neuen Knotengeschwindigkeiten zu bestimmen.

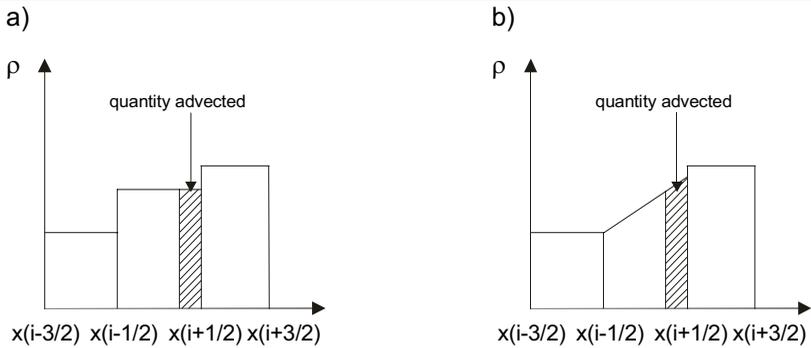


Bild 4.10: 'advection'-Algorithmen mit einer Genauigkeit a) erster resp. b) zweiter Ordnung nach *Mc Glaun & Yarrington* [1993]

• Zusammenfassung zur Vorgehensweise der 'Advection'-Technik

Um ein System von hyperbolischen Erhaltungsgleichungen der Form

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + a(x) \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.45)$$

zu lösen, verwenden alle 'advection'-Techniken folgendes Vorgehen an:

Sie konstruieren zunächst eine Verteilung der Feldgröße ϕ über den Zellenmittelwert und berechnen anschließend die räumliche Ableitung der Feldgröße am Elementschwerpunkt, die Steigung $\frac{\partial \phi}{\partial x} = S_{j+\frac{1}{2}}^n$. Dabei kann die Verteilung eine Genauigkeit erster, zweiter oder höherer Ordnung haben. Sie muß jedoch monoton und konservativ sein. Wie in Bild 4.10 angedeutet, wird eine Genauigkeit erster Ordnung in **Bild 4.10a**, wie beim 'Donor Cell'-Algorithmus, durch eine konstante Verteilung über eine Zelle und eine Genauigkeit zweiter Ordnung in **Bild 4.10b**, wie beim 'van Leer MUSCL'-Algorithmus, durch eine lineare Verteilung über eine Zelle erreicht, siehe *van Leer* [1979].

Um keine numerischen Oszillationen innerhalb der 'advection'-Schrittweite zu erzeugen, darf der Randwert der Feldgröße des Nachbarelementes durch die Ableitung der Feldgröße weder überschritten noch unterschritten werden. Dies wird durch verschiedene Methoden zur Aufteilung der Feldgrößensteigung in einer Zelle erreicht, so daß die Monotonieforderung innerhalb des 'advection'-Algorithmus erfüllt wird.

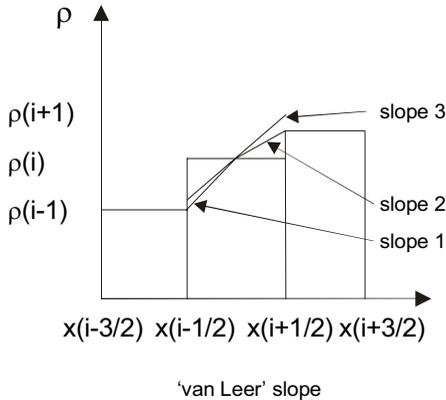


Bild 4.11: Begrenzung der Feldgrößensteigung am Beispiel des 'van Leer MUSCL'-Algorithmus nach *Mc Glaun & Yarrington* [1993]

Exemplarisch wird die Begrenzung der Feldgrößensteigung in einer Zelle anhand von **Bild 4.11** für den 'van Leer MUSCL'-Algorithmus dargestellt. Durch 'slope1' und 'slope2' in Bild 4.11 wird die Feldgrößensteigung an die jeweiligen Randwerte der Nachbarzellen angepaßt, so daß numerische Oszillationen innerhalb der 'advection'-Schrittweite vermieden werden. 'Slope3' kennzeichnet die ursprünglich berechnete Feldgrößensteigung der Zelle mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung. Diese durch die Monotonieforderung erzwungene Anpassung der Feldgrößensteigung in Bild 4.11 wird mithilfe des folgenden länglichen Ausdrucks erreicht:

$$\frac{d\rho}{dx} = \frac{\{\operatorname{sgn}(\rho(i+1) - \rho(i)) + \operatorname{sgn}(\rho(i) - \rho(i-1))\}}{2} \cdot \min \left\{ \frac{2 \operatorname{abs}(\rho(i+1) - \rho(i))}{x(i+\frac{1}{2}) - x(i-\frac{1}{2})}, \frac{2 \operatorname{abs}(\rho(i) - \rho(i-1))}{x(i+\frac{1}{2}) - x(i-\frac{1}{2})} \right\}, \quad (4.46)$$

$$\operatorname{abs} \left(\frac{2(\rho(i+1) - \rho(i))}{x(i+\frac{3}{2}) - x(i-\frac{1}{2})} + \frac{2(\rho(i) - \rho(i-1))}{x(i+\frac{1}{2}) - x(i-\frac{3}{2})} \right)$$

Weitere Ansätze, die Monotonieforderung innerhalb der 'advection'-Technik durch eine Verteilung mit höherer Ordnung zu erfüllen, werden

in dem mathematischen Grundlagenartikel von *Harten* [1983: 357-393] erwähnt. Sie werden in den Beiträgen von *Sweby* [1985] und *Le Veque & Goodman* [1985] mittels einer TVD-Technik (Total Variation Diminishing) und von *Harten* [1989] mittels einer ENO-Technik (Essentially Non-Oscillatory) ausführlich beschrieben.

4.7 Zeitintegration

Zunächst sei die prinzipielle Vorgehensweise der Finite-Element-Methode (FEM) zur Lösung eines Anfangsrandwertproblems kurz beschrieben, bevor auf die Lösung der Bewegungsgleichung mithilfe der expliziten Zeitintegration innerhalb von Hydrocodes genauer eingegangen wird. Ausführliche Beschreibungen der FEM sind in der Literatur unter anderem bei *Hughes* [1987], *Zienkiewicz & Taylor* [2000] und *Bathe* [1996] zu finden.

Die Erhaltung des Impulses nach Gleichung (4.1b) stellt eine partielle Differentialgleichung in Abhängigkeit vom Ort \mathbf{x} und der Zeit t dar. Unter Verwendung der *Neumann'schen* Randbedingung ($\bar{\mathbf{t}} = \mathbf{t}(\mathbf{x}, t)$ auf Γ^t) läßt sich die integrale Form der Differentialgleichung multipliziert mit einer Wichtungsfunktion in das Prinzip der virtuellen Verschiebungen überführen. Durch die räumliche Diskretisierung mithilfe von Ansatzfunktionen (shape functions) wird zunächst aus der partiellen Differentialgleichung eine gewöhnliche Differentialgleichung in globaler Formulierung. Damit wird die von Raum und Zeit abhängige Lage eines Punktes $\mathbf{x}(X, t)$ innerhalb eines Elementes mithilfe der Ansatzfunktion $N(X)$ in die nur noch von der Zeit abhängigen Lage der Elementknoten $\hat{\mathbf{x}}(t)$ approximiert und es gilt:

$$\mathbf{x}(X, t) = N(X) \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (4.47)$$

Analog zu Gleichung (4.47) gilt für die Geschwindigkeiten:

$$\mathbf{v}(X, t) = N(X) \hat{\mathbf{v}}(t) \quad (4.48)$$

Für die räumliche Diskretisierung werden meistens isoparametrische Finite-Elemente verwendet. Sie besitzen den Vorteil, daß dieselben Ansatzfunktionen sowohl das Verformungsverhalten eines Elementes beschreiben als auch als Transformationsvorschrift zur Beschreibung der Elementgeometrie dienen.

Die reduzierte Integration bei der Volumenberechnung im Element bringt neben der Reduzierung des Rechenaufwandes gegenüber einer vollen Elementintegration noch den Vorteil, daß Versteifungseffekte im Element vermieden werden. Jedoch erzeugt eine reduzierte Integration einen Rangabfall in der Elementsteifigkeitsmatrix und damit energiefreie Eigenformen. Diese sogenannten *Hourglass*-Eigenformen führen wiederum zu Ungenauigkeiten resp. Oszillationen in der Lösung. Um die ungewollten Nullenergie-Eigenformen zu beseitigen, wird das Elementverhalten nach dem Vorschlag von *Hallquist* [1998] durch eine zusätzliche, spezifische Viskosität stabilisiert, die an den Elementknoten in der Bewegungsgleichung ansetzt. Dies ist äquivalent mit der Subtraktion eines viskosen Dämpfungsvektors \mathbf{C}_H auf der linken Seite der Bewegungsgleichung, so daß diese in einer allgemeinen Betrachtungsweise somit lautet:

$$\mathbf{M} \frac{\partial \hat{\mathbf{v}}}{\partial t} + \mathbf{M}_{\text{kon}} \hat{\mathbf{v}} + \mathbf{F} - \mathbf{C}_H = \mathbf{R} \quad (4.49)$$

mit: \mathbf{M} = Massenmatrix
 \mathbf{M}_{kon} = konvektive Massenmatrix
 $\hat{\mathbf{v}}$ = Vektor der Knotengeschwindigkeiten
 \mathbf{F} = Vektor der inneren Kräfte
 \mathbf{R} = Vektor der äußeren Kräfte
 \mathbf{C}_H = viskoser Dämpfungsvektor der *Hourglass*-Eigenformen

Für die Berechnung des viskosen Dämpfungsvektors \mathbf{C}_H gibt es verschiedene Ansätze. *Hallquist* [1998] schlägt vor:

$$\mathbf{C}_H = a_h \hat{\mathbf{v}} \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Gamma} \quad (4.50)$$

mit: $a_h = \frac{1}{4} Q_h c \rho V^{\frac{2}{3}}$

Darin bezeichnet Γ die Hourglass-Basismatrix, Q_h eine Konstante zwischen 0,05 und 0,15; c die Schallwellengeschwindigkeit des Materials, ρ die Elementdichte und V das Elementvolumen.

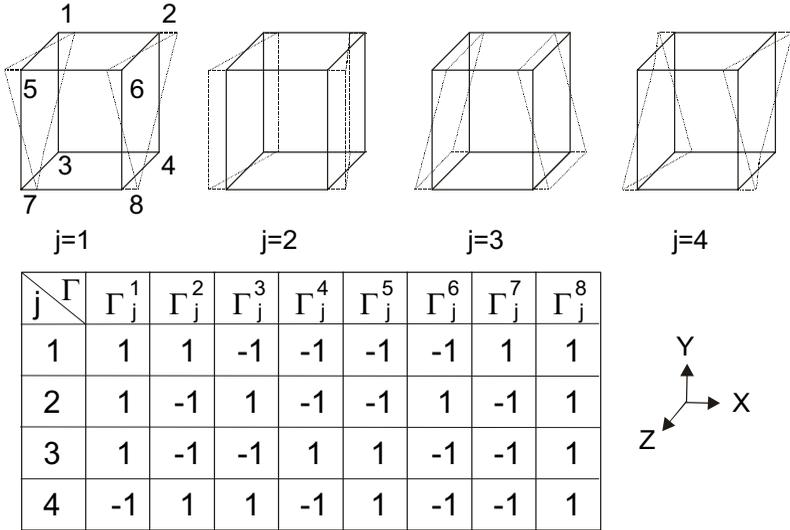


Bild 4.12: Hourglass-Basisvektoren für die X-Richtung nach *Belytschko et al.* [1984]

Zur Ermittlung der einzelnen Basisvektoren in Γ müssen alle unabhängigen Nullenergie-Eigenformen betrachtet werden, die keiner Starrkörperverschiebung entsprechen. Somit ergeben sich für ein achtknotiges Kontinuums-element mit einem Integrationspunkt im Elementschwerpunkt für jede beliebige Richtung nach **Bild 4.12** vier Basisvektoren für die vier Hourglass-Moden, die jeweils acht Komponenten besitzen.

Wird nun die Betrachtungsweise nach *Lagrange* gewählt, so entfällt der konvektive Massenterm in der Bewegungsgleichung (4.49) und das globale Gleichgewicht zum Zeitpunkt t^n lautet:

$$\mathbf{M}\hat{\mathbf{a}}^n = \mathbf{R}^n - \mathbf{F}^n + \mathbf{C}_H^n \quad (4.51)$$

mit: $\hat{\mathbf{a}}^n = \frac{\partial \hat{\mathbf{v}}^n}{\partial t}$ Beschleunigungsvektor der Finite-Element-Gruppierung zum Zeitpunkt t^n

Die numerische Lösung der zeitabhängigen Bewegungsgleichung (4.51) kann durch zwei Arten der Zeitintegration erreicht werden, die implizite und die explizite Methode. Die Methode heißt explizit, wenn in einem Zeitschritt die Verschiebungen zu einem Zeitpunkt $t+\Delta t$ unabhängig von den Beschleunigungen zur selben Zeit sind, andernfalls heißt die Methode implizit. Mathematisch ausgedrückt bedeutet dies, daß die Lösung für die gesuchte Verschiebung ${}^{t+\Delta t}\mathbf{u}$ zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ auf der Anwendung der Bewegungsgleichung (4.51) im expliziten Fall zum Zeitpunkt t beruht, während sie im impliziten Fall zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ angewendet wird. Eine ausführliche Beschreibung ist z.B. in *Bathe* [1996: 547-610] zu finden. Als grobe Richtlinie kann gesagt werden, daß implizite Methoden bei Problemen der Strukturmechanik am effektivsten sind, während explizite Methoden sehr häufig bei Wellenausbreitungsproblemstellungen angewendet werden, siehe *Zukas et al.* [1982: 379].

Implizite Methoden lösen die zeitabhängige Gleichung iterativ, was den Nachteil hoher Rechenzeit mit sich bringt. Der Vorteil liegt darin, daß genau festgelegt werden kann, bei welcher Genauigkeit die Iteration abgebrochen werden soll, was eine Aussage über die Genauigkeit der Gesamtrechnung ermöglicht.

Bei expliziten Methoden werden die gesuchten Größen des jeweiligen nächsten Zeitschritts direkt berechnet, wodurch sich die Rechenzeit drastisch verkürzt. Der Nachteil dabei ist, daß eine Abschätzung der Genauigkeit nur schwer möglich ist. Aus diesem Grund bedarf es geeigneter Kriterien, nach denen die maximal mögliche Zeitschrittlänge berechnet werden kann, mit der eine stabile Lösung erhalten wird. Ein solches Kriterium für eindimensionale Wellenausbreitungsprobleme ist die *Courant-Friedrichs-Lewy-Bedingung* [1928], nach der innerhalb eines Zeitschritts eine Welle höchstens eine Zelle überstreichen darf. Die Zeitschrittlänge Δt wird für jeden Zeitschritt aus allen Elementen neu berechnet und resultiert aus dem kleinsten für eine einzelne Zelle berechneten Zeitschritt:

$$\Delta t = k \cdot \min(\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_m) \quad (4.52)$$

wobei m die Anzahl der Elemente angibt und k einen Sicherheitsfaktor

beschreibt, der meist zwischen 0,6 und 0,9 in LS-DYNA gewählt wird, siehe *Hallquist* [1998: 19.1-19.3].

Für eindimensionale Wellenausbreitungsprobleme gilt somit für den kritischen Zeitschritt in der i -ten Zelle:

$$\Delta t_{i,cr} = \frac{l_z}{c_s + |v_z|} \quad (4.53)$$

mit: l_z = charakteristische Zellenlänge, meist die kleinste Dimension der i -ten Zelle
 c_s = Schallwellengeschwindigkeit des Materials
 $|v_z|$ = Betrag der Zellengeschwindigkeit

Mit Gleichung (4.53) wird die maximale Zeitschrittlänge während eines 'advection step' berechnet (entspricht nach Bild 4.6 dem zweiten Schritt innerhalb der 'Operator split'-Technik), in der die relative Bewegung des *Lagrange*-Netzes bezüglich des *Euler*-Netzes durch den Betrag der Zellengeschwindigkeit berücksichtigt wird. In der reinen *Lagrange*-schen Zeitschrittschleife wird die Zellengeschwindigkeit $|v_z|$ dann auf Null gesetzt.

Für die Berechnung von Abbruchsprengungen muß die kritische Zeitschrittlänge $\Delta t_{i,cr}$ nach Gleichung (4.53) aufgrund der Berücksichtigung der Schock-Viskosität modifiziert werden, siehe *Benson* [1992: 311], so daß für Kontinuums-elemente gilt:

$$\Delta t_{i,cr} = \frac{l_e}{q + \sqrt{q^2 + c_s^2}} \quad \text{mit: } q = \begin{cases} c_L \cdot c_s + c_o |\dot{\epsilon}_{kk}| & \forall \dot{\epsilon}_{kk} < 0 \\ c_L c_s & \forall \dot{\epsilon}_{kk} \geq 0 \end{cases} \quad (4.54)$$

mit: l_e = charakteristische Elementlänge $l_e = \frac{V_e}{A_{e,max}}$

V_e = Elementvolumen

$A_{e,max}$ = Elementfläche der längsten Elementseite

c_s = adiabatische Schallwellengeschwindigkeit

q = Funktion der künstlichen Viskosität mit den Konstanten
 $c_o = 1,5$ und $c_L = 0,06$

Die adiabatische Schallwellengeschwindigkeit ist wiederum abhängig vom elastischen Schermodul G und den Beiträgen aus der Zustandsgleichung entlang einer Isentropen. Es gilt somit:

$$c_s = \sqrt{\frac{4G}{3\rho_o} + \frac{\partial p}{\partial \rho}\bigg|_E + \frac{\rho V^2}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial E}\bigg|_p} \quad (4.55)$$

mit: ρ = spezifische Dichte, auf die Masse bezogen
 E = inkrementelle Gesamtenergie, $dE = -p dV$
 p = Druck
 V = inkrementelles relatives Volumen

Für ein Kontinuumselement mit einem rein elastischen Materialverhalten berechnet sich die Schallwellengeschwindigkeit somit zu:

$$c_s = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (4.56)$$

mit: E = Elastizitätsmodul
 ν = Poisson-Zahl

Als Beispiel einer expliziten Zeitintegration wird das von LS-DYNA verwendete Integrationsschema, der modifizierte *Leap-Frog-Algorithmus*, der zur Familie der 'Zentralen Differenzenverfahren (ZDV)' gehört, in zusammengefaßter Form vorgestellt, siehe *Hallquist* [1998].

Der modifizierte *Leap-Frog-Algorithmus* besitzt eine Genauigkeit zweiter Ordnung und besteht aus der Grundidee, die Variablen auf der Zeitachse so zu plazieren, daß die Knotengeschwindigkeiten immer zu den halben $t^{n+1/2}$, die Knotenbeschleunigungen und die Knotenverschiebungen jedoch zu den vollen Zeitschritten t^n berechnet werden. Somit wird im Zeitschritt t^n aus der Bewegungsgleichung nach *Lagrange'scher* Betrachtung (4.57a) mithilfe des modifizierten *Leap-Frog-Algorithmus* der globa-

le Geschwindigkeits- $\hat{\mathbf{v}}^{n+1/2}$ und Verschiebungsvektor $\hat{\mathbf{u}}^{n+1}$ der Knoten zum nächsten Zeitschritt t^{n+1} berechnet, so daß folgende Berechnungsschritte gelten:

$$\hat{\mathbf{a}}^n = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{R}^n - \mathbf{F}^n + \mathbf{C}_H^n) \quad (4.57a)$$

mit: $\hat{\mathbf{a}}^n$ = globaler Beschleunigungsvektor der Knoten im Zeitschritt t^n

\mathbf{M} = diagonalisierte Massenmatrix

\mathbf{R} = Vektor der äußeren Kräfte

\mathbf{F} = Vektor der inneren Kräfte

\mathbf{C}_H = viskoser Dämpfungsvektor der Hourglass-Eigenformen

$$\hat{\mathbf{v}}^{n+1/2} = \hat{\mathbf{v}}^{n-1/2} + \hat{\mathbf{a}}^n \cdot \Delta t^n \quad (4.57b)$$

$$\hat{\mathbf{u}}^{n+1} = \hat{\mathbf{u}}^n + \hat{\mathbf{v}}^{n+1/2} \cdot \Delta t^{n+1/2} \quad (4.57c)$$

$$\Delta t^{n+1/2} = \frac{\Delta t^n + \Delta t^{n+1}}{2} \quad (4.57d)$$

Der neue Ortsvektor $\hat{\mathbf{x}}^{n+1}$ im Zeitschritt t^{n+1} ergibt sich durch Addition des Verschiebungsinkrementes $\hat{\mathbf{u}}^{n+1}$ zum Ortsvektor der Ausgangskonfiguration $\hat{\mathbf{x}}^0$. Somit gilt:

$$\hat{\mathbf{x}}^{n+1} = \hat{\mathbf{x}}^0 + \hat{\mathbf{u}}^{n+1} \quad (4.57e)$$

Unter der Berücksichtigung, daß für die in Kapitel 3 vorgestellten Verifikationsversuche eine dreidimensionale Formulierung des Betonstoffgesetzes benötigt wird, genügt es aufgrund der Rotationssymmetrie der Betonplatte (Durchmesser = 32 cm, Höhe = 8 cm) und des Sprengstoffzylinders (Durchmesser = 40 cm, Höhe = 80 cm), nur ein Viertel des Ersatz-Modells mit entsprechenden Symmetriebedingungen in den beiden Symmetrieebenen zu modellieren, um das Problem exakt zu beschreiben. Somit wird in den Bildern zur Geometrie jeweils nur das Viertel mit positiver x- und y-Achse dargestellt.

Die Netz- und Materialzuweisung für das Ersatz-Modell geschieht gemäß den Beschreibungen in den Abschnitten 6.2 und 6.3 und wird an dieser Stelle lediglich aus Gründen des besseren Verständnisses sehr kurz zusammengefaßt wiedergegeben.

Dem *Euler*-Netz werden die Materialeigenschaften des Sprengstoffes und der Luft zugewiesen, während das *Lagrange*-Netz die Materialeigenschaften des Betons aufweist. Das Materialverhalten in den *Euler*-Elementen des Sprengstoffes wird mithilfe der EOS-JWL abgebildet, siehe Gleichung (6.1), während das Materialverhalten der Luft im *Euler*-Hintergrundnetz (EHG-Netz) durch die ideale Gaszustandgleichung (6.4) beschrieben wird. Das Vermischen beider Materialien (Sprengstoff und Luft) innerhalb des *Euler*-Netzes wird durch eine 'Multi-Material-Zellen'-Formulierung ermöglicht. Das Materialverhalten des Betons wird im Gegensatz zu den späteren Bauteilberechnungen in den Abschnitten 6.4 bis 6.6 innerhalb der Konvergenzstudie durch das *Hooke*'sche Gesetz $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon}$ linear elastisch angenommen. Diese Vereinfachung ist darin begründet, daß innerhalb der Konvergenzstudien zur *Euler-Lagrange*-Kopplung mögliche Fehlerquellen aus dem Betonstoffgesetz keinen Einfluß finden sollen.

5.1 Studie zur Größe des *Euler-Hintergrundnetzes* (EHG-Netz)

Mit Blick auf die in dieser Arbeit später zu untersuchenden Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen und bezogen auf das Ersatz-Modell innerhalb der Konvergenzstudien aus Bild 5.1 wird zunächst die erforderliche Abbildungsgröße der in der Realität nahezu unendlich großen Luft-hülle untersucht. Um in den Konvergenzstudien zur Netzfeinheit des Abschnittes 5.3 einen möglichst großen Spielraum zu haben, ist die Reduzierung des *Euler-Hintergrundnetzes* (EHG-Netz) auf ein Minimum von vordringlicher Bedeutung. Daher wird aufgrund von Voruntersuchungen als obere Grenze des EHG-Netzes die in Bild 5.1 angegebene Höhe auf $z = 9$ cm festgelegt (1 cm oberhalb der Oberfläche der Betonplatte).

Um den Einfluß der Größe des EHG-Netzes auf den Beton zu bestimmen, wird für sieben verschiedene Netzfeinheiten (*holuft...*) jeweils die Unterkante des EHG-Netzes in sieben Stufen von $z = -2$ cm über 0 cm, 2 cm, 4 cm, 5 cm und 6 cm auf $z = 7$ cm reduziert (*luft...*) und der Druck-Zeit-Verlauf verglichen. Aufgrund der starken Elementabhängigkeit der Ergebnisse werden hierfür Kontrollelemente im gesamten Plattenbereich verwendet.

Bei der Auswahl der Netzfeinheiten werden bewußt drei Modelle mit einem *Euler-Lagrange-Verhältnis* (E/L) von 2 : 1 und vier Modelle mit einem Verhältnis von $E/L = 1 : 1$ oder kleiner gewählt [Elemente/cm], um einen eventuellen Einfluß des E/L-Verhältnisses erfassen zu können.

In den Bildern zu den Untersuchungen dieses Kapitels werden Abkürzungen und Konventionen verwendet, die im folgenden erläutert werden:

- **holuft 3 1,5**: Untersuchung zur **Höhe** des **Luftnetzes** (EHG-Netzes) mit einem *Euler-Lagrange-Verhältnis* (E/L) von **3 Euler-Elementen** pro cm zu **1,5 Lagrange-Elementen** pro cm (= Kehrwert der Elementkantenlänge in [1/cm]).

- **luft 7 9:** Größe des **Luftnetzes** (EHG-Netzes) beschrieben durch die z-Koordinaten der Unter- und Oberkante in [cm], hier **7** cm und **9** cm, siehe Bild 5.1.
- **Elementskizze 3 1,5:** Skizze zur Lage der Kontrollelemente für ein Verhältnis von $E/L = 3/1,5$; die Zahlen oben und seitlich bezeichnen die Spalten- bzw. Zeilennummern, die Zahlen im Inneren die Elementnummern.
- **Tabelle:** Maximal- und Minimaldruck der Kontrollelemente für die einzelnen EHG-Netze; an zweiter Stelle steht jeweils die Abweichung vom Referenz-EHG-Netz *luft 0 9* in [%]. Fehlende Angaben bedeuten identische Werte mit *luft 0 9*!
- **Kontrollelemente:** Da nur die EHG-Netze derselben Netzfeinheit miteinander verglichen werden, haben Elemente mit gleicher Nummer aber aus Untersuchungen mit verschiedener Netzfeinheit in der Regel verschiedene Koordinaten. Beispielsweise liegt das Element 1 aus *holuft 3 1,5* nicht exakt an derselben Stelle wie das Element 1 aus *holuft 3 3,5*. Auch die Anzahl der Kontrollelemente variiert teilweise.
- **Balkendiagramm:** Um die Abweichungen für die verschiedenen EHG-Netze deutlich zu machen, erfolgt die Darstellung des Maximaldrucks der Kontrollelemente jeweils bezogen auf die Werte für das Referenz-EHG-Netz *luft 0 9*, das immer 100 % darstellt. Es gilt: Balkenhöhe = $100 \cdot p / p_{\text{luft 0 9}}$ in [%].

Auf den nächsten Seiten werden die Ergebnisse der Studie zur Größe des EHG-Netzes in tabellarischer Form exemplarisch für die Varianten *holuft 3 1,5* und *holuft 3 3,5* zusammengestellt und veranschaulicht. Die Darstellung der weiteren Untersuchungsergebnisse für die Varianten *holuft 1 0,5*; *holuft 4 2*; *holuft 3 3* und *holuft 4 4* sind im **Anhang C.1** zu finden. Hierbei sind zuerst die *Euler-Lagrange*-Verhältnisse von 2 : 1 aufgeführt, danach die Verhältnisse $E/L = 1 : 1$ oder kleiner.

holuft 3 1,5

Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m² // Abweichung in % von luft 0 9

Elemente	luft -2 9	luft 0 9	luft 2 9	luft 4 9	luft 5 9	luft 6 9	luft 7 9
1		2105,5 -1243		1991,9 -5,40 -1293,3 4,05	1969,4 -6,46 -1299,7 4,56	2135,5 1,42 -1170,6 -5,82	2143,2 1,79 -1332,6 7,21
2		1034,8 -948,21		913,42 -11,73 -859,42 -9,36	801,92 -22,50 -762,12 -19,63	1003,9 -2,99 -935,77 -1,31	1035 0,02 -962,34 1,49
3		191,49 -578,65	-578,66 0,00	176,51 -7,82 -521,9 -9,81	162,28 -15,25 -469,97 -18,78	172,52 -9,91 -556,17 -3,88	188,6 -1,51 -575,67 -0,51
4		579,94 -361,72		531,99 -8,27 -349,23 -3,45	479,15 -17,38 -316,98 -12,37	559,04 -3,60 -349,73 -3,31	579,99 0,01 -366,97 1,45
5		192,77 -190,64		188,65 -2,14 -203,37 6,68	172,69 -10,42 -188,48 -1,13	174,6 -9,43 -180,88 -5,12	193,21 0,23 -191,1 0,24
6		104,92 -194,44		94,219 -10,20 -190,73 -1,91	87,164 -16,92 -174,78 -10,11	95,214 -9,25 -158,96 -18,25	103,75 -1,12 -195,79 0,69
7		103,25 -133,66		99,075 -4,04 -146,3 9,46	91,299 -11,57 -135,14 1,11	88,45 -14,33 -122,99 -7,98	103,99 0,72 -134,42 0,57
8		55,064 -120,21		51,614 -6,27 -110,71 -7,90	46,495 -15,56 -102,7 -14,57	52,034 -5,50 -114,5 -4,75	54,794 -0,49 -117,54 -2,22
9		21,96 -33,419		27,84 26,78 -32,997 -1,26	26,738 21,76 -30,968 -7,33	23,75 8,15 -25,77 -22,89	22,12 0,73 -33,79 1,11
10		15,417 -70,419	15,418 0,01	14,99 -2,77 -69,752 -0,95	13,984 -9,29 -64,336 -8,64	13,853 -10,14 -66,269 -5,89	15,443 0,17 -70,214 -0,29

Tabelle 5.1: Tabelle *holuft 3 1,5*

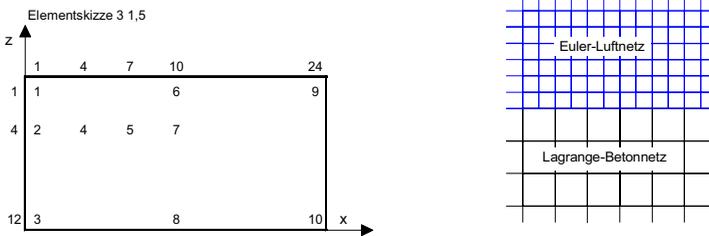


Bild 5.2: Elementskizze *holuft 3 1,5* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

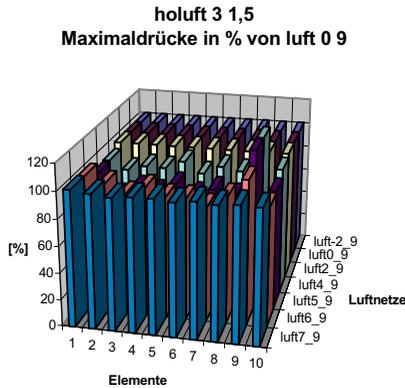


Bild 5.3: Balkendiagramm *holuft 3 1,5*

holuft 3 3,5

Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m² // Abweichung in % von luft 0 9

Elemente	luft -2 9	luft 0 9	luft 2 9	luft 4 9	luft 5 9	luft 6 9	luft 7 9
1		5098,5 -452,1	-452,08 0,00	-452,08 0,00	-452,08 0,00	5104,8 0,12 -344,54 -23,79	5049,3 -0,96 -524,52 16,02
2		2100,8 -1656,8		-1656,9 0,01	2100,7 0,00 -1656,3 -0,03	2038,1 -2,98 -1592,8 -3,86	2078,3 -1,07 -1592,8 -3,86
3		389,03 -1162,1			389,06 0,01 -1162 -0,01	383,83 -1,34 -1132,5 -2,55	381,85 -1,85 -1146,7 -1,33
4		1872,5 -1391,2		1872,4 -0,01 -1391,3 0,01	1872,7 0,01	1836,5 -1,92 -1368,3 -1,65	1865,6 -0,37 -1340,7 -3,63
5		577 -365,75		576,99 0,00 -365,74 0,00	577,03 0,01 -365,79 0,01	576,08 -0,16 -361,74 -1,10	582,04 0,87 -356,66 -2,49
6		171,06 -175,39			171,07 0,01	171,56 0,29 -169,66 -3,27	174,29 1,89 -146,49 -16,48
7		164,21 -131,67			164,2 -0,01 -131,66 -0,01	166,07 1,13 -123,6 -6,13	166,12 1,16 -122,13 -7,25
8		164,58 -197,44			164,57 -0,01	165,37 0,48 -197,34 -0,05	166,53 1,18 -202,42 2,52
9		71,163 -28,476	-28,477 0,00	-28,474 -0,01	71,164 0,00 -28,477 0,00	69,88 -1,80 -29,571 3,85	67,815 -4,70 -26,67 -6,34
10		37,059 -132,4			37,061 0,01	37,628 1,54 -130,07 -1,76	37,338 0,75 -132,14 -0,20

Tabelle 5.2: Tabelle *holuft 3 3,5*

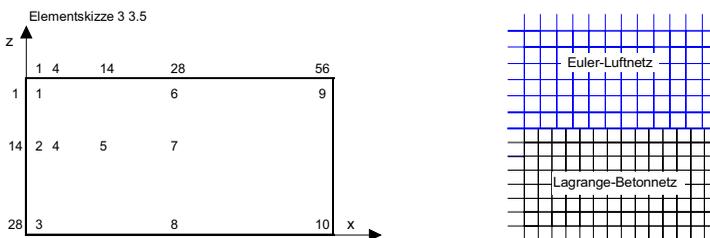


Bild 5.4: Elementskizze *holuft 3 3,5* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

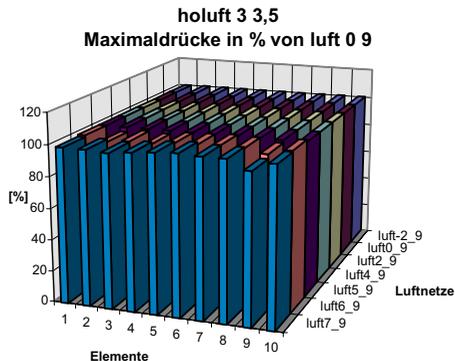


Bild 5.5: Balkendiagramm *holuft 3 3,5*

Bei einem Vergleich der Druck-Zeit-Verläufe aller 497 untersuchten Elemente zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der verschiedenen EHG-Netze derselben Netzfeinheit bezüglich des qualitativen Kurvenverlaufs. Stellvertretend zeigt **Bild 5.6** einen Vergleich der Druckkurven für die schlechteste Übereinstimmung der Studie: *holuft 3 1,5 luft 0 9* und *holuft 3 1,5 luft 5 9*, am Element 2, siehe Bild 5.2 (Fehler: -22,50 % für den Maximaldruck; -19,63 % für den Minimaldruck).

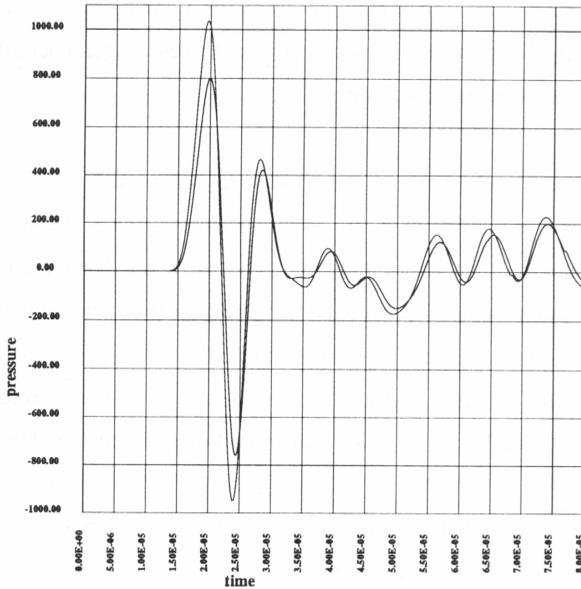


Bild 5.6: Vergleich der Druck-Zeit-Verläufe am Element 2, siehe Bild 5.2 aus: *holuft 3 1,5_luft 0 9* und *holuft 3 1,5_luft 5 9*

Das Diagramm macht deutlich, daß trotz der großen Abweichungen der Maximal- und Minimaldrücke die beiden Kurven sehr ähnlich sind. Die Zeitpunkte der Peaks unterscheiden sich hier maximal um ca. 0,37 μs . Für Elemente mit kleinen Abweichungen der Maximaldrücke kann aus den Druck-Zeit-Diagrammen kein Zeitunterschied der Peaks abgelesen werden. Allgemein kann festgehalten werden, daß eine Übereinstimmung der Maximal- und Minimaldrücke bei dieser Studie immer gleichbedeutend mit einer Übereinstimmung des gesamten Druck-Zeit-

Verlaufs ist. Hieraus folgt, daß der Impuls als Integral des Drucks über der Zeit dann eine ebensolche Übereinstimmung aufweist. Somit stellt der quantitative Vergleich der Maximaldrücke ein sinnvolles und sensibles Beurteilungskriterium für die Konvergenz der EHG-Netze dar.

Zusammenfassung und Interpretation der Ergebnisse

- Für E/L-Verhältnisse von 2 : 1 liegt eine gute Übereinstimmung nur bis *luft* 2 9 vor; bei weiterer Reduzierung des EHG-Netzes treten deutliche Abweichungen über 20 % auf, deren Höhe von Element zu Element jedoch stark schwankt.
- Für E/L-Verhältnisse von 1 : 1 oder kleiner zeigt sich eine hervorragende Übereinstimmung bis *luft* 5 9 (Fehler < 0,34 %, meistens sogar < 0,1 %). Element 9 in *holuft* 4 4 wird hier bei der Beurteilung nicht beachtet, da der stark unregelmäßig 'gezackte' Druck-Zeit-Verlauf auf einen Rechenfehler am Ende der Rechnung schließen läßt. Bei einer weiteren Reduzierung des EHG-Netzes bis *luft* 7 9 zeigt sich für die Maximaldrücke von wenigen 'Ausreißern' abgesehen noch immer eine gute Übereinstimmung, für die Minimaldrücke jedoch nur noch eine mäßige Übereinstimmung mit *luft* 0 9. Die Netze *holuft* 3 3,5 und *holuft* 3 4,5 mit feinerem *Lagrange*-Netz als *Euler*-Netz weisen die beste Übereinstimmung aller untersuchten Netze auf.
- Bei allen untersuchten E/L-Verhältnissen sind die Abweichungen für die Minimaldrücke deutlich höher als für die Maximaldrücke. Ein möglicher Grund hierfür könnte in der ungenügenden Materialbeschreibung ohne Versagenskriterium liegen; ein anderer bedeutender Faktor ist die grundsätzlich mit der Zeit zunehmende Instabilität der Rechnung aufgrund sich mehrfach überlagernder Wellen.
- Bei allen sieben Untersuchungen mit unterschiedlichen Netzfeinheiten gibt es jeweils mindestens ein Element, das eine deutlich schlechtere Übereinstimmung aufweist als der Durchschnitt. Ebenso zeigt aber auch immer mindestens ein Element eine gute bis hervorragende Übereinstimmung aller verwendeten EHG-Netze.

- In einem Vergleich der Elemente mit schlechter Übereinstimmung lassen sich keine Regionen in der Platte ermitteln, in denen diese Elemente bevorzugt auftreten. Als grobe Tendenz läßt sich allenfalls eine etwas höhere Gefährdung auf der Plattenoberseite in mittlerem bis großem Abstand zum Plattenzentrum vermuten.
- Bei einer Reduzierung der EHG-Netzgröße weichen die Maximaldrücke vom Referenz-EHG-Netz *luft 0 9* mit nahezu gleicher Häufigkeit nach oben wie nach unten ab. Dieses Verhalten kann nicht nach bestimmten Bereichen in der Platte geordnet werden. (z.B. Zunahme der Drücke im Plattenzentrum und Abnahme der Drücke am Plattenrand). Dies ist insofern erstaunlich, als daß eine Reduzierung des EHG-Netzes – bei fehlenden Randbedingungen – aufgrund eines höheren Energieverlustes des Gesamtsystems eine Verringerung der Drücke zumindest am Rand erwarten ließe.

Das Ergebnis der Studie zur erforderlichen Höhe des EHG-Netzes legt nahe, bei einer Verwendung eines E/L-Verhältnisses von höchstens 1 : 1 die Höhe des zur Kopplung erforderlichen EHG-Netzes auf einen relativ schmalen Bereich zu reduzieren. Mit großer Sicherheit wird der Fehler, der damit begangen wird, im Verhältnis zur eingesparten Rechenkapazität klein sein. Ein feineres Vernetzen der interessanten Beton-Bereiche ist somit möglich.

Aus diesem Grunde wird in Abschnitt 5.2 der Studie zum Einfluß der *Euler*-Netz-Randbedingungen und der Größe der Kopplungsfläche im EHG-Netz das EHG-Netz der Variante *luft 5 9* für die Modellierung gewählt. Für die Netzfeinheitsstudie des darauffolgenden Abschnitts 5.3 kommt diese Möglichkeit jedoch nicht in Betracht, da zum einen E/L-Verhältnisse verschiedener Größen verwendet werden und zum anderen für eine Studie zum Konvergenzverhalten Fehlerquellen, auch wenn sie klein sein mögen, bereits im Vorfeld vermieden werden sollten. Deshalb wird im Abschnitt 5.3 der Studie zur Netzfeinheit für ausgewählte *Euler-Lagrange*-Kopplungen das EHG-Netz der Variante *luft 2 9* zur Modellierung verwendet.

5.2 Studie zum Einfluß der *Euler-Netz*-Randbedingungen und der Größe der Kopplungsfläche im EHG-Netz

In dieser Studie wird aufbauend aus den Erkenntnissen des Abschnitts 5.1 der Studie zur Größe des EHG-Netzes einerseits der Einfluß der Randbedingungen des *Euler-Netzes* und andererseits die Größe der Kopplungsfläche im EHG-Netz genauer untersucht. Dazu wird das in Bild 5.1 dargestellte Ersatz-Modell mit einem E/L-Verhältnis von etwas kleiner als 1 : 1 in den Varianten *holuft 3 3,5* und *holuft 3 4,5* jeweils mit dem EHG-Netz *luft 5 9* modelliert. Untersucht werden die Einflüsse verschiedener Rand- resp. Kopplungsbedingungen auf die Maximaldrücke der in den jeweiligen Elementskizzen dargestellten Positionen der Kontrollelemente im Beton.

In den Bildern zu den Untersuchungen dieses Abschnittes werden wieder die im Abschnitt 5.1 genannten Abkürzungen und Konventionen verwendet, die zusätzlich mit unterschiedlichen Endungen differenziert und im folgenden erläutert werden:

- **orb**: Modellierung eines großen EHG-Netzes gemäß der Vereinbarung *luft 5 9*, das die komplette Betonoberfläche beinhaltet (Durchmesser = 17 cm), **ohne Randbedingungen** auf der Sprengstoff- und der EHG-Netz-Mantelfläche.
- **mrbb**: Modellierung eines großen EHG-Netzes gemäß der Vereinbarung *luft 5 9* mit einem Durchmesser von 17 cm, **mit Randbedingungen xyz fest** nur auf der Sprengstoffmantelfläche.
- **mrbb_nulluft**: Modellierung eines großen EHG-Netzes gemäß der Vereinbarung *luft 5 9* mit einem Durchmesser von 17 cm, **mit Randbedingungen xyz fest** nur auf der Sprengstoffmantelfläche. Die Anfangsdichte des EHG-Netzes wird auf den Wert von $\rho_0 = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ g/cm}^3$ reduziert.

- **mrb_kk**: Modellierung eines großen EHG-Netzes gemäß der Vereinbarung *luft 5 9* mit einem Durchmesser von 17 cm, mit **Randbedingungen xyz fest** nur auf der Sprengstoffmantelfläche. Zur Übertragung der Detonationsdrücke in die Betonelemente wird eine **kleine Kopplungsfläche** gewählt, die sich auf den Bereich zwischen den Materialien Sprengstoff und Beton beschränkt (Durchmesser = 4 cm).
- **mrb_kk_kl**: Modellierung eines **kleinen** EHG-Netzes gemäß der Vereinbarung *luft 5 9* mit einem Durchmesser von 8 cm und den **Randbedingungen xyz fest** auf der Sprengstoff- und der EHG-Netz-Mantelfläche. Zur Übertragung der Detonationsdrücke in die Betonelemente wird eine **kleine Kopplungsfläche** gewählt, die sich auf den Bereich zwischen den Materialien Sprengstoff und Beton beschränkt (Durchmesser = 4 cm).
- **mrb_kk_kl_nulluft**: Modellierung eines **kleinen** EHG-Netzes gemäß der Vereinbarung *luft 5 9* mit einem Durchmesser von 8 cm und den **Randbedingungen xyz fest** auf der Sprengstoff- und der EHG-Netz-Mantelfläche. Zur Übertragung der Detonationsdrücke in die Betonelemente wird eine **kleine Kopplungsfläche** gewählt, die sich auf den Bereich zwischen den Materialien Sprengstoff und Beton beschränkt (Durchmesser = 4 cm). Die Anfangsdichte des EHG-Netzes wird auf den Wert von $\rho_o = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ g/cm}^3$ reduziert.

Auf den nächsten Seiten werden die Ergebnisse der Studie zum Einfluß der *Euler*-Netz-Randbedingungen und der Größe der Kopplungsfläche im EHG-Netz in tabellarischer Form zusammengefaßt und für die ausgewählten Varianten *holuft 3 3,5_luft 5 9* und *holuft 3 4,5_luft 5 9* jeweils dargestellt.

holuft 3 3,5_luft 5 9

Maximaldruck der Elemente in MN/m² // Verhältnis in % zu mrb (=100%)

Elemente	orb		mrb		mrb_nullluft		mrb_kk_kl		mrb_kk_kl_nullluft	
1	5099	83.24	6126	100.00	6138	100.20	5530	90.27	5964	97.36
2	2101	77.27	3731	100.00	3562	95.47	3460	92.74	3318	88.93
3	392	56.33	550	100.00	463	84.18	518	94.18	428	77.82
4	4769	56.31	6150	100.00	6195	100.73	5852	95.15	6036	98.15
5	1873	77.54	3325	100.00	3216	96.72	3093	93.02	2998	90.17
6	577	57.35	1006	100.00	1025	101.89	971	96.52	1032	102.58
7	80	86.96	92	100.00	30		130		80	
8	166	61.48	270	100.00	251	92.96	270	100.00	236	87.41
9	165	46.09	358	100.00	324	90.50	350	97.77	312	87.15
10	3	75.00	4	100.00	0		12		8	
11	38	63.33	60	100.00	48	80.00	61	101.67	48	80.00

Tabelle 5.3: Tabelle holuft 3 3,5_luft 5 9

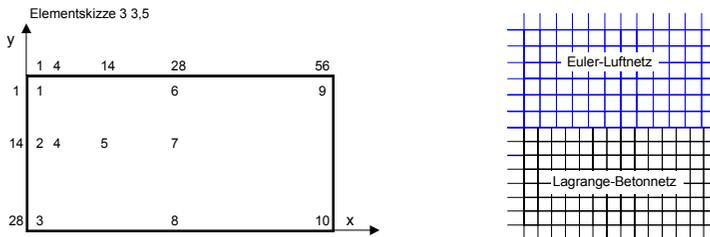


Bild 5.7: Elementskizze holuft 3 3,5_luft 5 9 mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

holuft 3 3,5_luft 5 9
Maximaldrücke in % von mrb

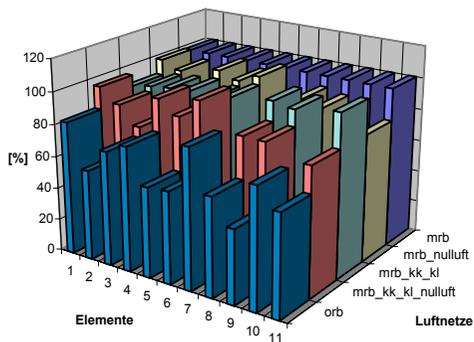


Bild 5.8: Balkendiagramm holuft 3 3,5_luft 5 9

holuft 3 4,5_luft 5 9

Maximaldruck der Elemente in MN/m² // Verhältnis in % zu mrb (=100%)

Elemente	orb	mrb	mrb_nulluft	mrb_kk	mrb_kk_kl	mrb_kk_kl_nulluft
1	5287 84.95	6224 100.00	6220 99.94	6210 99.78	6130 98.49	6078 97.65
2	2400 58.61	4095 100.00	3994 97.53	4095 100.00	3780 92.31	3810 93.04
3	310 52.01	596 100.00	510 85.57	596 100.00	546 91.61	481 80.70
4	5094 80.47	6330 100.00	4412 69.70	6322 99.87	6083 96.10	6233 98.47
5	2164 60.11	3600 100.00	3565 99.03	3600 100.00	3359 93.31	3400 94.44
6	606 57.82	1048 100.00	1062 101.34	1048 100.00	1009 96.28	1052 100.38
7	85 94.44	90 100.00	30	130	130	100
8	178 64.26	277 100.00	248 89.53	278 100.36	276 99.64	256 92.42
9	184 49.46	372 100.00	344 92.47	372 100.00	383 102.96	342 91.94
10	3 75.00	4 100.00	2	12	12	8
11	42 66.67	63 100.00	51 80.95	64 101.59	64 101.59	55 87.30

Tabelle 5.4: Tabelle *holuft 3 4,5_luft 5 9*

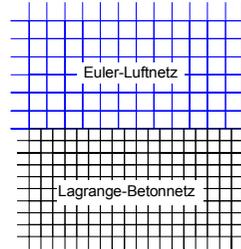
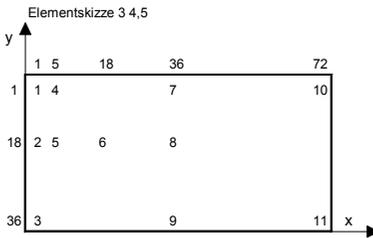


Bild 5.9: Elementskizze *holuft 3 4,5_luft 5 9* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

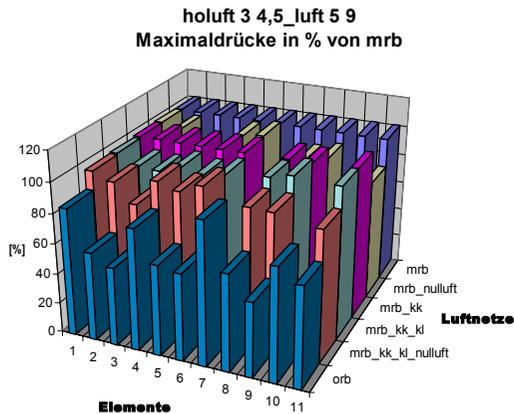


Bild 5.10: Balkendiagramm *holuft 3 4,5_luft 5 9*

Zusammenfassung und Interpretation der Ergebnisse

- Bei einem E/L-Verhältnis von etwas kleiner als 1 : 1 ergeben sich für die ausgewählten Varianten mit festen Randbedingungen nur auf der Sprengstoffmantelfläche (*mrb*) die Maximalwerte in den jeweiligen Kontrollelementen im Beton. Die Minimalwerte werden mit der Variante ohne Randbedingungen (*orb*) auf der Sprengstoffmantelfläche und dem EHG-Netz erreicht. Durch die Variation der Randbedingungen am Sprengstoffmantel von der *mrb*- zu der *orb*-Modellmodifikation wird die Ausbreitung der Detonationsschwaden im EHG-Netz zugelassen. Dies führt zu einem verminderten Detonationsdruck in den Sprengstoffelementen und dementsprechend zu geringeren Maximaldrücken in den Beton-Kontrollelementen. Ein bevorzugter Bereich im Beton kann nicht festgestellt werden, da die Druckabnahme für alle Betonelemente gleichmäßig ausfällt. Lediglich die Kontrollelemente direkt unter dem Kontaktbereich der Materialien Sprengstoff und Beton weisen mit ca. 18 % eine geringere relative Druckabnahme auf als dies bei den übrigen Beton-Kontrollelementen mit ca. 35 % der Fall ist.
- Durch den Vergleich der Modellmodifikationen *mrb* und *mrb_nullluft* wird ersichtlich, daß eine Reduzierung der Dichte auf einen Anfangswert von $\rho_0 = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ g/cm}^3$ keinen großen Einfluß auf eine Druckänderung der Maximalwerte in den Beton-Kontrollelementen für beide *holuft*-Varianten hervorruft. Somit spielt der Wert der Anfangsdichte im EHG-Netz des einer Sprengung umgebenden Luftraumes eine untergeordnete Rolle innerhalb der numerischen Simulation einer Kontaktdetonation. Aus diesen Gründen und der Einsparung weiterer Rechenkapazitäten ist es daher sinnvoll, das EHG-Netz ebenfalls auf ein Minimum in der Betonoberfläche zu reduzieren. Daher wird in den nächsten Vergleichen jeweils die für eine *Euler-Lagrange*-Kopplung notwendige minimale Kopplungsfläche gewählt, das EHG-Netz verkleinert und mit *xyz festen* Randbedingungen versehen.
- Die Vergleiche der Modellmodifikationen *mrb* mit *mrb_kk* und *mrb_kk_kl* zeigen, daß der Einfluß der Größe der Kopplungsfläche bis auf wenige Ausnahmen auf die Maximaldrücke in den Beton-Kontroll-

elementen recht gering ist. Bei der Variante *holuft 3 4,5_luft 5 9* werden gegenüber der Variante *holuft 3 3,5_luft 5 9* etwas geringere Abweichungen festgestellt. Lediglich das Beton-Kontrollelement 1 in der Variante *holuft 3 3,5_luft 5 9* fällt im Vergleich der Maximaldrücke zu den anderen Beton-Kontrollelementen etwas stärker ab, siehe **Bild 5.9**.

- Der Einfluß einer sehr geringen Anfangsdichte mit dem Wert $\rho_0 = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ g/cm}^3$ im EHG-Netz (*mrb_kk_kl_nulluft*) erweist sich wiederum für beide *holuft*-Varianten bezogen auf die Maximaldrücke in den Beton-Kontrollelementen (*mrb*) als gering.

Somit wird festgestellt, daß eine Reduzierung des EHG-Netzes mit entsprechend gewählten Randbedingungen auf ein für die *Euler-Lagrange-Kopplung* notwendiges Minimum keinen großen Unterschied der Maximaldrücke in den Beton-Kontrollelementen bezüglich einer *mrb*-Modellierung hervorruft. Dies bedeutet, daß innerhalb einer numerischen Simulation einer Sprengung der Druck aus den Detonationsschwaden auf den Beton als Kraftübertragung vernachlässigt werden kann. Ein weiterer Vorteil besteht bei derartiger Minimal-Modellierung des EHG-Netzes in der eingesparten Rechenkapazität, die somit für eine feinere Vernetzung der interessierenden Beton-Bereiche verwendet werden kann. Wird zusätzlich in der *mrb*-Modellmodifikation der maximale Detonationsdruck in der Materialbeschreibung des Sprengstoffes (EOS-JWL), siehe Gleichung (6.1) auf die Größenordnung innerhalb des *orb*-Modells reduziert, so wird mit der Minimal-Modellierung des EHG-Netzes die in der Realität als unendlich groß angenommene Luftumgebung numerisch recht genau abgebildet.

5.3 Studie zur Netzfeinheit für ausgewählte *Euler-Lagrange-Verhältnisse*

Die wohl am häufigsten auftretende Problemstellung beim Arbeiten mit Finite-Element-Netzen ist die Frage nach der erforderlichen Netzfeinheit.

Gerade bei der numerischen Simulation komplexer Vorgänge wie z.B. bei Kontaktdetonation kann in der Regel eine Antwort auf diese Frage theoretisch nicht hergeleitet werden, so daß der Anwender auf Erfahrungswerte und Ergebnisse aus Vergleichsrechnungen mit verschiedenen Netzfeinheiten angewiesen ist. Im Idealfall konvergieren die Ergebnisse bei zunehmender Netzfeinheit gegen einen Grenzwert; ist dieser Grenzwert bekannt, so ist eine Fehlerabschätzung für gröbere Netze möglich. Dieses Konvergenzverhalten soll für eine Folge von *Euler-Lagrange-Verhältnissen* in diesem Abschnitt untersucht werden, um Anhaltspunkte für die Modellierung der späteren numerischen Simulationsrechnungen an Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen zu erhalten.

5.3.1 Vorüberlegungen

Bei einer Konvergenzstudie müssen die Meßgrößen (Druck, Spannungen, Dehnungen, Geschwindigkeiten etc.) für alle Netzverhältnisse in jeweils exakt denselben Punkten verglichen werden. In manchen Rechen-codes wie beispielsweise AUTODYN, siehe *Century Dynamics* [1997], können diese Punkte unabhängig von der Netzgeometrie direkt über eine Eingabe der x-y-z-Koordinaten angesprochen werden. Bei LS-DYNA, siehe *Hallquist* [1998], ist dies so nicht möglich. Die Meßgrößen können nur für die einzelnen Elemente ausgegeben werden und beziehen sich bei dem in dieser Arbeit verwendeten Elementtyp mit reduzierter Integration auf die Koordinaten des Integrationspunktes, der im Schwerpunkt des jeweiligen Elements liegt. Dies bedeutet, daß die Verfeinerung der Netze nicht beliebig erfolgen kann; es muß immer darauf geachtet werden, daß Elemente vorhanden sind, deren Integrationspunkte die gewünschten Koordinaten besitzen. Sollen auch noch alle Elemente eines Netzes die gleiche Größe haben, so ist dieses Problem nur zu lösen, indem die Ausgangselemente des Netzes mit der größten Diskretisierung in jeder Achsenrichtung in eine ungerade Anzahl gleich großer Teile zerlegt werden. Für den zweidimensionalen Fall wird diese Vorgehensweise in **Bild 5.11** veranschaulicht.

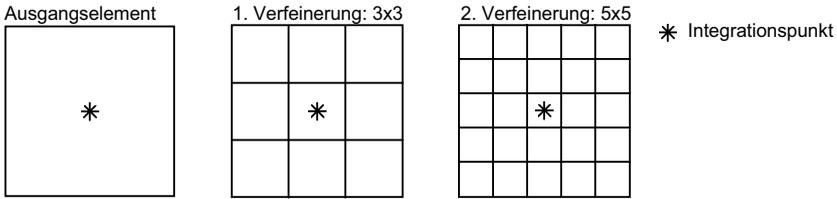


Bild 5.11: Schema zur Netzverfeinerung für den zweidimensionalen Fall

Die Netzverfeinerung in ungeraden Schritten bringt den Nachteil mit sich, daß das E/L-Verhältnis nur für das Ausgangsmodell frei wählbar ist. Für alle Folgemodelle wird das Verhältnis von *Euler-* zu *Lagrange*-Netzen einzig von den Verfeinerungsstufen bestimmt, wodurch Aussagen über günstige oder ungünstige Netzverhältnisse nur näherungsweise gemacht werden können.

Das Schema in Bild 5.11 verdeutlicht, daß die erste Verfeinerungsstufe den prozentual größten Zuwachs an Elementen mit sich bringt und in den Folgestufen in immer kleineren Schritten verfeinert werden kann. Im dreidimensionalen Fall nimmt die Anzahl der Elemente im ersten Schritt um das 27-fache zu, im zweiten und dritten Schritt dann nur noch um das 4,63- resp. 2,74-fache. Die Elementgröße des Ausgangsmodells sollte folglich relativ groß gewählt werden, um eine größere Anzahl möglicher Verfeinerungsstufen zu erhalten.

In der folgenden Konvergenzstudie wird die maximale Größe des *Euler*-Netzes von der Geometrie des Sprengstoffzylinders bestimmt. Bei einem Radius von 2 cm, wird die Elementkantenlänge des Ausgangsmodells auf 1 cm festgelegt.

Für das *Lagrange*-Netz wird eine maximale Elementkantenlänge von 2 cm gewählt, die aus der Grenze der Rechenkapazität von ca. 120.000 Elementen bis 130.000 Elementen folgt. Hierdurch ist eine Netzverfeinerung in vier Stufen möglich; bei einer Ausgangsgröße der *Lagrange*-Elemente von 1 cm wäre die Verfeinerung auf zwei Stufen beschränkt, umgekehrt soll das E/L-Verhältnis einen Wert von 2 : 1 nicht überschreiten.

5.3.2 Konvergenzstudie

Mit der Modellierung des Sprengstoffs und des Betons gemäß der Ausgangsgeometrie aus Bild 5.1 und der Variante *luft 2 9* für die Größe des EHG-Netzes unter Beachtung der Bemerkungen am Ende des Abschnitts 5.1 ergibt sich folgende Elementverteilung für das Ausgangsmodell:

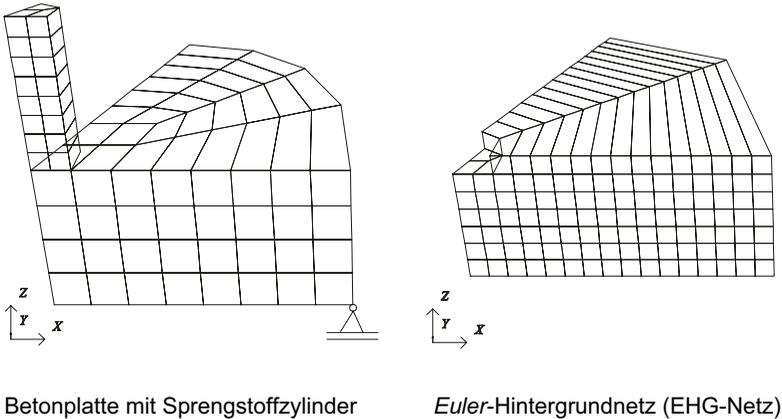


Bild 5.12: Elementverteilung des Ausgangsmodell zur Netzfeinheitsstudie: *verplatte 1 0,5*

Als Auflagerbedingung am unteren Außenrand der Betonplatte werden Verschiebungen in x - und y -Richtung zugelassen, in z -Richtung verhindert.

Insgesamt werden 19 Vergleichsrechnungen durchgeführt, deren Ergebnisse bezüglich des Drucks in 13 Beton-Kontrollpunkten verglichen werden. Die Koordinaten dieser Punkte ergeben sich aus den Integrationspunkten der Elemente des Ausgangsmodells, deren Lage aus **Bild 5.13** hervorgeht. Die untersuchten Netzverhältnisse sind in **Tabelle 5.5** mit der jeweiligen Anzahl an 3D-Solid-Elementen aufgeführt. Wie in Abschnitt 5.1 werden auch hier die Netzfeinheiten aus Gründen der besseren Übersicht mit dem Kehrwert der Elementkantenlänge [Elemente/cm] beschrieben.

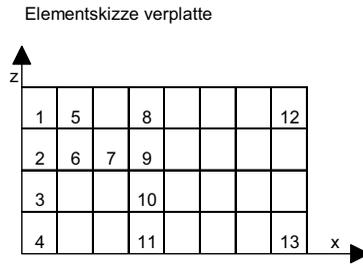


Bild 5.13: Lage der Beton-Kontrollelemente im Ausgangsmodell *verplatte 1 0,5*

Anzahl der Elemente der Netzkombinationen

[Elem./cm]	Lagrange				
Euler	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5
1	350	3262	14238	38654	81886
3	! 6538	9450	20426	44842	88074
5	29862	! 32774	43750	68166	111166
7	81746	84658	! 95634	120050	*****

***** zu viele Elemente

Tabelle 5.5: Übersicht über die untersuchten Netzverhältnisse mit Angabe der Gesamtzahl der Elemente

Das Detonationsverhalten wird für den Zeitraum von 0 μ s bis 67 μ s simuliert. Soviel Zeit wird für das Durchlaufen der ersten Druckwelle mit anschließender Zugwelle durch die Betonplatte benötigt. Bei drei Netzverhältnissen bricht allerdings das Programm aufgrund zu starker Elementverformungen vorzeitig ab; diese Netzverhältnisse sind in der Tabelle 5.5 mit einem Ausrufezeichen (!) markiert. Für die Betrachtung der ersten Druckwelle hat dies jedoch nur auf die am weitesten vom Detonationszentrum entfernt liegenden Punkte 12 und 13 einen Einfluß, die als einzige bei den numerischen Rechnungen *verplatte 3 0,5* und *verplatte 5 1,5* von der Schockwelle nicht mehr erreicht werden.

In **Anhang C.2** findet sich eine tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse. In der dortigen Tabelle *verplatte Maximalwerte* sind die abso-

luten Maximal- und Minimaldrücke des gesamten Berechnungszeitraumes dargestellt; die im Anhang C.2 zu findende Tabelle *verplattete Vergleichswerte* enthält die Maximal- und Minimaldrücke der ersten die Platte durchlaufenden Schockwelle, die Grundlage für die Beurteilung des Konvergenzverhaltens und aller Darstellungen dieses Abschnittes ist. Ein Vergleich der Druck-Zeit-Diagramme zeigt, daß sechs der dreizehn Beton-Kontrollpunkte (1, 3, 4, 8, 10, 12) ihre absoluten Maximal- und Minimaldrücke für verschiedene Netzfeinheiten mit verschiedenen Druckwellen erreichen. Beispielsweise erreicht der Beton-Kontrollpunkt 4 unabhängig vom *Euler*-Netz für die *Lagrange*-Netze 0,5 und 1,5 den größten Druck bei der zweiten Druckwelle, für die *Lagrange*-Netze 2,5; 3,5 und 4,5 jedoch bei der ersten Druckwelle. Ein sinnvoller Vergleich der absoluten Maxima ist folglich nicht möglich.

Für die untersuchten Beton-Kontrollpunkte kann ein sehr homogenes Verhalten bezüglich der Konvergenz festgestellt werden. Deshalb genügt es, dieses Verhalten exemplarisch an drei Punkten zu veranschaulichen, siehe **Bild 5.14** bis **Bild 5.16**. In Anhang C.2 sind die Balkendiagramme für alle 13 Punkte dargestellt.

Ein Vergleich aller Diagramme liefert folgende Ergebnisse

- Der maximale Druck (p_{\max}) wird bei dem Verhältnis von *Euler* (E) zu *Lagrange* (L) von 5 : 4,5 erreicht.
- *Lagrange*-Netze mit einer Netzfeinheit von 0,5 oder 1,5 liefern in den meisten Beton-Kontrollpunkten deutlich zu kleine Maximaldrücke.
- Bei einer Feinheit des *Lagrange*-Netzes von 4,5 (kurz $L = 4,5$) treten die höchsten Maximaldrücke mit einer *Euler*-Netzfeinheit von $E = 5$ auf; $E = 3$ liefert größtenteils nahezu gleich hohe Werte.
- Für eine *Lagrange*-Netzfeinheit von 3,5 wird p_{\max} mit $E = 5$ erreicht, für $E = 3$ sind die Drücke jedoch fast gleich hoch.
- Für $L = 2,5$ liefert $E = 3$ den Maximaldruck (mit Ausnahme der Beton-Kontrollpunkte 8 und 12).
- Für $L = 1,5$ tritt p_{\max} entweder mit $E = 1$ oder $E = 5$ auf, für beide *Euler*-Netze sind die Ergebnisse jedoch stets ähnlich.
- Für $L = 0,5$ wird p_{\max} mit $E = 1$ erreicht.

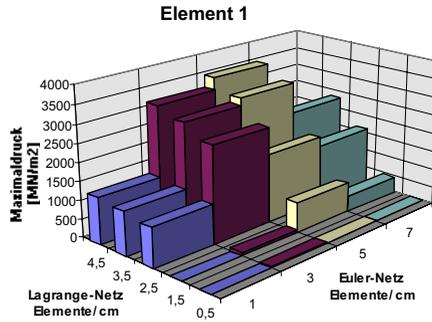


Bild 5.14: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 1 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

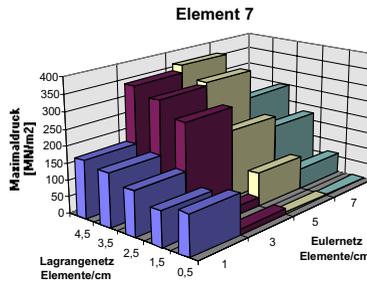


Bild 5.15: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 7 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

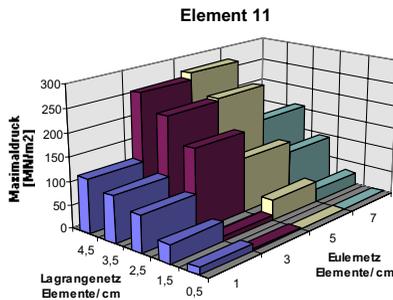


Bild 5.16: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 11 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

Fazit: Mit Ausnahme des *Lagrange*-Netzes $L = 1,5$ werden bei fester Wahl einer *Lagrange*-Netzfeinheit mit demjenigen *Euler*-Netz die höchsten Drücke erreicht, dessen Größe ungefähr der des *Lagrange*-Netzes entspricht. (Bei einem Vergleich mit Abschnitt 5.1 zeigt sich, daß auch dort das Netz mit $L = 1,5$ – *holuft 3 1,5* – die größten Abweichungen aufweist.) Ob dieses Verhältnis das 'richtige' ist, bleibt jedoch unklar.

Für den umgekehrten Fall fester *Euler*-Netze und sich ändernder *Lagrange*-Netze zeigt sich:

- Für $E = 7$, $E = 5$ und $E = 3$ bringt eine Verfeinerung des *Lagrange*-Netzes stets einen Anstieg des Maximaldrucks mit sich.
- Für $E = 1$ gilt dies nur von einer Mindestfeinheit von $L = 2,5$ an für alle Beton-Kontrollpunkte.

Bei den *Euler*-Netzen 3, 5 und 7 kann für feiner werdende *Lagrange*-Netze ein zuerst starker, dann schwächer werdender Druckanstieg abgelesen werden. Da jedoch die *Lagrange*-Elementkantenlänge in dieser Darstellung ebenfalls in immer kleiner werdenden Schritten abnimmt, kann eine Aussage zur Existenz eines oberen Grenzwerts aus den Balkendiagrammen nicht abgeleitet werden. Für die Beton-Kontrollpunkte 1 und 7 wird deshalb eine zweidimensionale Darstellung gewählt, in der der Maximaldruck in $[\text{MN}/\text{m}^2]$ berechnet in den jeweiligen Integrationspunkten der Beton-Kontrollelemente über die *Lagrange*-Netzfeinheit in der Einheit Elementkantenlänge $[\text{cm}]$ für die vier verwendeten *Euler*-Netze ($E = 1, 3, 5$ und 7) aufgetragen wird.

Die Bilder **Bild 5.17** und **Bild 5.18** lassen vermuten, daß zu jedem *Euler*-Netz ein oberer Grenzwert des Maximaldrucks existiert. Allerdings sind Untersuchungen mit noch feineren *Lagrange*-Netzen erforderlich, um diese Vermutung mit hoher Sicherheit bestätigen zu können. Die wesentliche Frage, ob es einen für **alle** Netzkombinationen gültigen oberen Grenzwert gibt, kann anhand dieser Studie leider nicht eindeutig positiv beantwortet werden. Vielmehr drängt sich der Verdacht auf, daß bei gleichzeitiger Verfeinerung von *Euler*- und *Lagrange*-Netz im Verhältnis

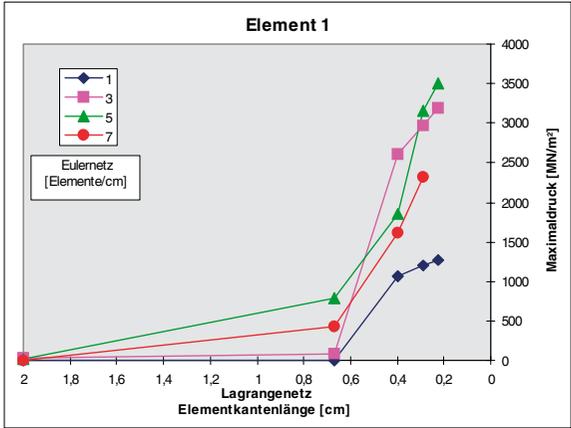


Bild 5.17: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 1 als Funktion der Netzfeinheit (zweidimensionale Darstellung)

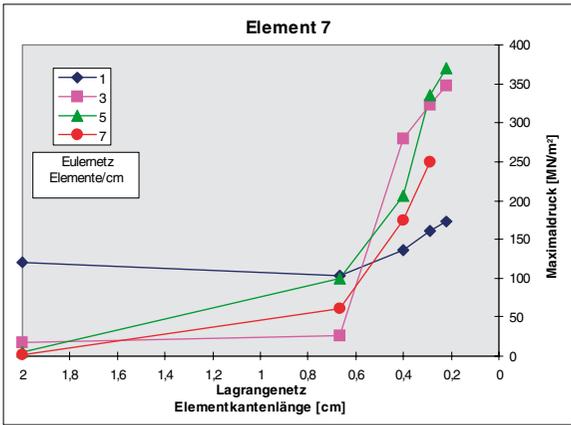


Bild 5.18: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 7 als Funktion der Netzfeinheit (zweidimensionale Darstellung)

von etwa 1 : 1 die Maximaldrücke weiter zunehmen. Eine Aussage darüber, welches die 'richtige' Netzkombination ist, kann mit dieser Studie ebenfalls nicht eindeutig gemacht werden. Jedoch weisen die Untersu-

chungsergebnisse von *Euler-Lagrange-Verhältnissen* von etwas kleiner als 1 : 1, d.h. eine etwas feinere Vernetzung im *Lagrange*-Bereich gegenüber der des *Euler*-Bereichs, (z.B. E/L = 3 3,5) die besten Konvergenztendenzen auf. Zuverlässige Ergebnisse der Maximaldrücke in den Betonelementen können in erster Linie durch Vergleiche mit experimentell gemessenen Werten überprüft werden.

5.4 Studie zum Einfluß weiterer Parameter

In diesem Abschnitt soll der Einfluß des Zeitschritts, der Netzgeometrie sowie der *Lagrange*-Randbedingungen untersucht werden. Grundlage für die Vergleichsstudien ist jeweils das aus Abschnitt 5.1 bekannte Modell *holuft 3 3 luft 5 9*. Dieses Modell wird ausgewählt, weil es zum einen in der Studie zur Höhe des EHG-Netzes mit verringerter EHG-Netzhöhe die gleichen Ergebnisse für alle Elemente liefert wie das Modell mit großem EHG-Netz, und zum anderen das Modell mit der geringsten Elementanzahl aus der Gruppe der *Euler-Lagrange-Verhältnisse* 1 : 1 ist. Entsprechend des Abschnittes 5.3 wird die Problemzeit auf 67 μ s begrenzt, die Konventionen zur Namengebung werden aus Abschnitt 5.1 übernommen.

In den folgenden Untersuchungen sollen nur grundsätzliche Tendenzen und Größenordnungen aufgezeigt werden, um einen Einblick in die Problematik zu geben. Die gewonnenen Erkenntnisse sind mit ausreichender Sicherheit nur für E/L-Verhältnisse von 1 : 1 bei mindestens gleicher Netzfeinheit übertragbar; für allgemeingültige Aussagen sollten Vergleichsstudien mit verschiedenen Netzverhältnissen durchgeführt werden.

Die numerischen Berechnungen zeigen allesamt eine hervorragende Übereinstimmung im qualitativen Verlauf der Druck-Zeit-Diagramme, die Zeitpunkte der Druckpeaks sind in der Regel identisch. Auf die wenigen Ausnahmen hierzu wird im Text ausdrücklich hingewiesen. Die Beurteilung der numerischen Berechnungen erfolgt deshalb ausschließlich über einen Vergleich der Maximaldrücke.

5.4.1 Einfluß des Zeitschritts

Die Länge des aus der Stabilitätsbedingung, siehe Gleichung (4.52), berechneten Zeitschritts bei der Zeitintegration in LS-DYNA kann zusätzlich mit einem Sicherheitsbeiwert (*scale factor, SF*) multipliziert werden. Standardmäßig sieht LS-DYNA hierfür einen Wert von 0,9 vor. Bei der numerischen Berechnung von Sprengstoffen wird dieser Wert automatisch auf 0,667 verringert, ist prinzipiell jedoch frei wählbar. Im folgenden Vergleich wird dieser Sicherheitsfaktor in den Schritten 0,1 - 0,3 - 0,5 - 0,667 - 0,9 erhöht und die Ergebnisse werden in acht Elementen verglichen.

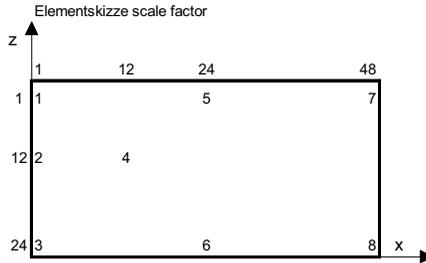


Bild 5.19: Elementskizze *scale factor*

Vergleich des scale factors

Maximaldruck der Elemente in MN/m² // Werte in % von SF=0,667

Elemente	scale factor									
	0.1		0.3		0.5		0.667		0.9	
1	5427.2	102.84	5370.9	101.78	5306.5	100.56	5277.2	100	5254	99.56
2	1794.9	94.53	1830	96.38	1877.3	98.87	1898.8	100	1908.9	100.53
3	345.9	95.81	375.58	104.04	370.94	102.75	361.01	100	357.23	98.95
4	521.71	96.14	533.57	98.32	538.02	99.14	542.66	100	549.41	101.24
5	114.47	65.29	144.11	82.20	165.41	94.35	175.32	100	171.68	97.92
6	135.07	89.11	144.87	95.57	148.75	98.13	151.58	100	154.69	102.05
7	16.596	78.82	15.945	75.73	19.459	92.42	21.056	100	25.327	120.28
8	24.764	72.25	30.497	88.98	32.779	95.64	34.275	100	35.895	104.73

Tabelle 5.6: Tabelle *scale factor*

In **Bild 5.20** werden die Ergebnisse der Maximaldrücke aus der Variation des Sicherheitsfaktors (SF) für die ausgewählten Elemente in Form eines Balkendiagrammes dargestellt. Während das Element 1, das sich

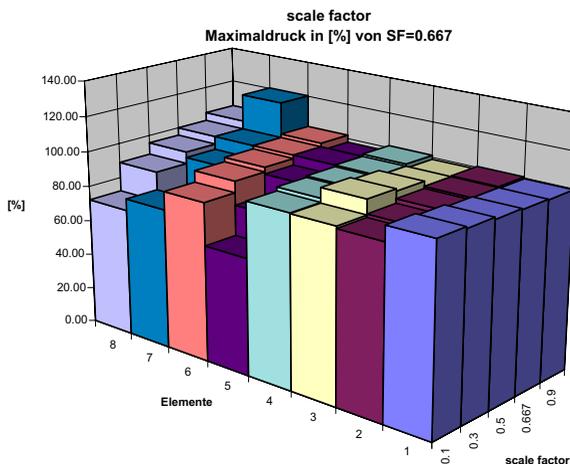


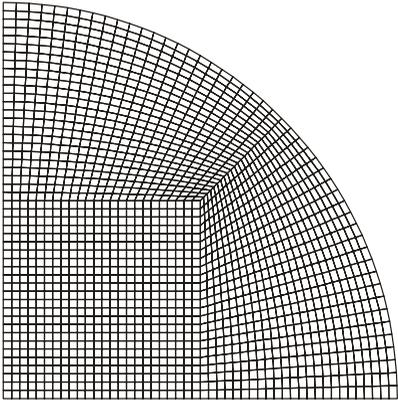
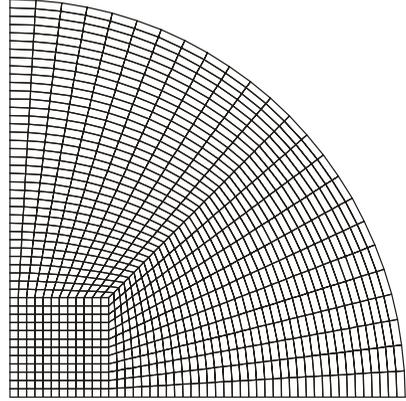
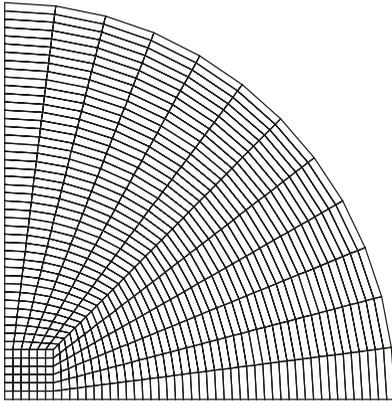
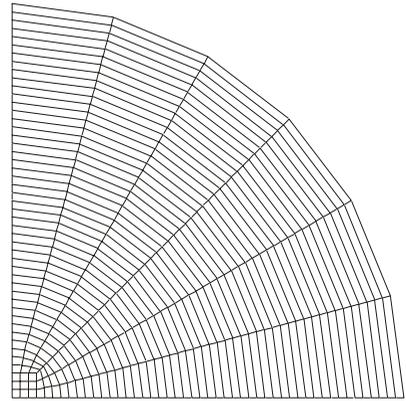
Bild 5.20: Balkendiagramm *scale factor*

direkt unterhalb des Sprengstoffzylinders befindet, den höchsten Maximaldruck bei $SF = 0,1$ aufweist, wird in den vom Sprengstoffzylinder entfernt liegenden Elementen (6, 7, 8) der Maximaldruck bei $SF = 0,9$ erreicht. Allgemein zeigt sich in den Druckkurven für $SF = 0,9$ bei fast allen Elementen ein stellenweise leicht unregelmäßiger Kurvenverlauf, besonders bei den Elementen 5 und 7. Eine weitere Ausnahme beim qualitativen Verhalten der Druckkurven bildet Element 7 für $SF = 0,1$: Hier wird der Maximalpeak um über $4 \mu s$ später erreicht als bei den anderen Sicherheitsfaktoren. Tendenziell zeigt sich ein Anstieg der Maximaldrücke mit größer werdendem Zeitschritt, die Ergebnisse streuen jedoch sehr stark von Element zu Element. Die Spannweite von bis zu 25 % Differenz zwischen Minimal- und Maximalwert macht deutlich, wie kritisch mit den Ergebnissen aus den numerischen Berechnungen umgegangen werden sollte, zumal der 'richtige' scale factor nicht definiert werden kann. Die Grundeinstellung für numerische Sprengstoffberechnungen von $SF = 0,667$ scheint jedoch vernünftige Ergebnisse bei gleichzeitig geringem Rechenaufwand zu liefern und kann somit für die späteren Betonstrukturechnungen empfohlen werden.

In **Anhang C.3** sind die Druck-Zeit-Diagramme der Elemente 1 und 7 für $SF = 0,1$; $SF = 0,667$ und $SF = 0,9$ aufgeführt.

5.4.2 Einfluß der *Lagrange-Netzgeometrie*

Für das vorliegende Modell *holuft 3 3 luft 5 9* werden drei verschiedene Möglichkeiten verglichen, die Betonplatte zu diskretisieren. Die drei verwendeten Netzgeometrien unterscheiden sich nur in der x-y-Ebene voneinander und sind in **Bild 5.21** in dieser Ansicht zusammen mit dem in allen drei Varianten verwendeten EHG-Netz dargestellt.

Betongeometrie *geom 1*Betongeometrie *geom 2*Betongeometrie *geom 3*

Euler-Hintergrundnetz (EHG-Netz)

Bild 5.21: Netzvarianten *geom 1*, *geom 2*, *geom 3* und EHG-Netz

In dieser Arbeit wird in allen Untersuchungen die Variante *geom 2* in unterschiedlichen Feinheiten verwendet, *geom 1* und *geom 3* stellen die Alternativen mit doppelt resp. halb so großem 'Zentrumsquadrat' dar.

Die drei Geometrien werden im folgenden anhand des Maximaldrucks in 10 Elementen verglichen. Hierbei werden die Elemente 1 bis 6 zentrumsnah unterhalb des Sprengstoffzylinders gewählt. Diese Elemente sind in allen drei Varianten in Form und Lage des Integrationspunktes völlig identisch. In den Elementen 7 bis 10 ergeben sich geometriebedingt geringe Abweichungen in der Lage des Integrationspunktes in y-Richtung, die jedoch aufgrund der Kreisgeometrie des Ausgangsmodells, siehe Bild 5.1, von geringer Bedeutung sind.

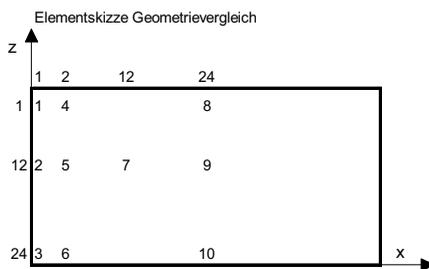


Bild 5.22: Elementskizze *Geometrievergleich*

Geometrievergleich

Maximaldruck der Elemente in MN/m² // Werte in % von Geometrie 2

Elemente	Geometrie 1		Geometrie 2		Geometrie 3	
1	5267,4	99,81	5277,2	100,00	5134,6	97,30
2	1897,6	99,94	1898,8	100,00	1778,3	93,65
3	368,55	102,09	361,01	100,00	347,15	96,16
4	5189,6	99,82	5199,1	100,00	5113,5	98,35
5	1850,7	99,94	1851,8	100,00	1736,1	93,75
6	355,88	101,93	349,15	100,00	335,56	96,11
7	541,18	99,73	542,66	100,00	516,85	95,24
8	159,56	91,01	175,32	100,00	175,56	100,14
9	153,59	98,92	155,26	100,00	149,16	96,07
10	149,45	98,59	151,58	100,00	143,46	94,64

Tabelle 5.7: Tabelle *Geometrievergleich*

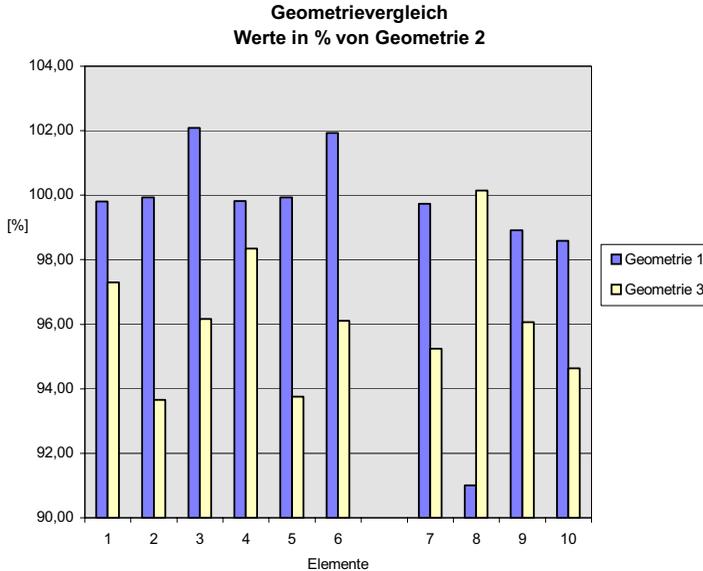


Bild 5.23: Balkendiagramm *Geometrievergleich*

Bild 5.23 verdeutlicht, daß selbst bei identischer Lage und Form der Elemente (Elemente 1-6) aus unterschiedlichen Netzgeometrien verschiedene Ergebnisse resultieren können. Hierbei treten in Geometrie 1 deutlich geringere Abweichungen (ca. 0 bis 2 %, abgesehen von Element 8) von der Vergleichsgeometrie *geom 2* auf als dies bei Geometrie 3 der Fall ist (ca. 2 bis 6 %). Im Mittel resultieren für *geom 2* die höchsten Maximaldrücke, was für einen guten Mittelweg dieser Geometrieform spricht.

Obwohl der Einfluß der gewählten Netzgeometrie bei den hier verwendeten Varianten eher gering ist, läßt das Ergebnis auf unerfreuliche Folgen bezüglich einer beliebigen Modellierungsart schließen: Da in den drei Netzvarianten aus identischen Elementen verschiedene Ergebnisse resultieren, muß der weiter entfernt liegende, sich unterscheidende Netzbereich einen Einfluß auf die Ergebnisse haben und dies, obwohl dieser Bereich von der Schockwelle noch gar nicht durchlaufen werden konnte. Die gängige Praxis, die jeweils interessierenden kritischen Bereiche fein

zu diskretisieren und mit zunehmendem Abstand größere Elementabmessungen zu wählen um Rechenzeit zu sparen, kann folglich zu Fehlern führen und sollte mit Vorsicht verwendet werden.

5.4.3 Einfluß der *Lagrange*-Randbedingungen

Die in der vorliegenden Arbeit durchgängig verwendete Randbedingung *Auflager z fest*, siehe Bild 5.1 wird in diesem Unterpunkt mit den beiden Alternativen *Auflager x,y,z fest* und *Seitenrand fest* verglichen. Während es sich in Alternative *Auflager x,y,z fest* um eine feste gelenkige Lagerung der unteren Außenkante handelt, wird in Alternative *Seitenrand fest* die gesamte Mantelfläche der Betonplatte über die volle Höhe von 8 cm eingespannt, siehe **Bild 5.25**. Für die Elemente 7 bis 10 sind deutliche Unterschiede im qualitativen Verlauf der Druckkurven vorhanden, auf die deshalb später näher eingegangen wird.

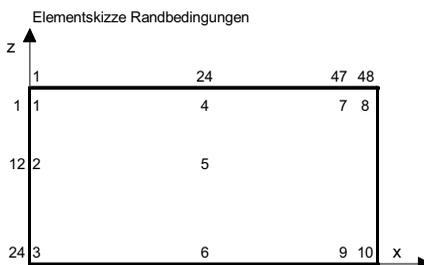


Bild 5.24: Elementskizze *Lagrange*-Randbedingungen

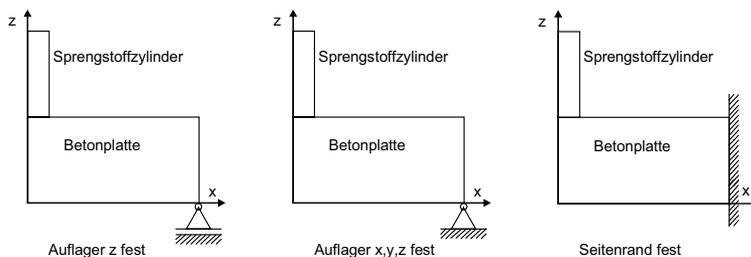


Bild 5.25: Skizze der untersuchten *Lagrange*-Randbedingungen

Randbedingungen

Maximaldruck der Elemente in MN/m² // Werte in % von *Auflager z fest*

Elemente	Auflager z fest		Auflager x,y,z fest		Seitenrand x,y,z fest	
1	5277,2	100,00	5277,2	100,00	5277,2	100,00
2	1898,8	100,00	1898,8	100,00	1898,8	100,00
3	361,01	100,00	361,01	100,00	361,01	100,00
4	175,32	100,00	175,32	100,00	175,34	100,01
5	155,26	100,00	155,26	100,00	155,26	100,00
6	151,58	100,00	151,58	100,00	151,58	100,00
7	50,117	100,00	50,117	100,00	60,693	121,10
8	21,056	100,00	21,056	100,00	90,878	431,60
9	40,113	100,00	93,747	233,71	151,58	377,88
10	34,275	100,00	322,68	941,44	236,3	689,42

Tabelle 5.8: Tabelle *Lagrange*-Randbedingungen

Tabelle 5.8 zeigt, daß die Wahl der *Lagrange*’schen Randbedingungen auf die Rechenergebnisse in einigem Abstand zum Rand keinerlei Einfluß haben (Elemente 1 bis 6). Die Elemente 7 und 8 am oberen Außenrand weisen dementsprechend keine Unterschiede für die Randbedingungen *Auflager z fest* und *Auflager x,y,z fest* auf. Bei fest eingespanntem Seitenrand zeigen diese Elemente jedoch ein deutlich anderes Verhalten. In dem folgenden **Bild 5.26** werden die Ergebnisse der Elemente 7 bis 10 veranschaulicht.

Vergleich der Randbedingungen

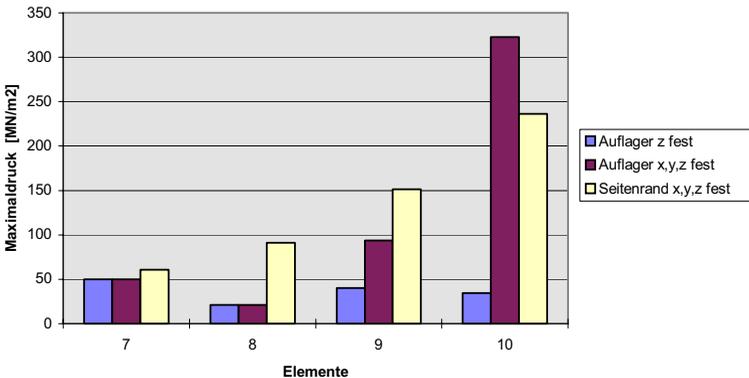


Bild 5.26: Balkendiagramm *Lagrange*-Randbedingungen Elemente 7 bis 10

Die in der Tabelle 5.8 und dem Bild 5.26 dargestellten Maximaldrücke treten teilweise beim ersten und teilweise beim zweiten Druckpeak auf. Auch die Zeitpunkte, zu denen diese Peaks ihr Maximum erreichen, unterscheiden sich um mehrere μs . Aus diesem Grund sind alle relevanten Werte der Elemente 7 bis 10 in **Tabelle 5.9** gesondert dargestellt. Die Druck-Zeit-Diagramme dieser Elemente sind im **Anhang C.3** zu finden.

Elemente		Auflager z fest		Auflager x,y,z fest		Seitenrand x,y,z fest	
		p_{\max} [MN/m ²]	t [μs]	p_{\max} [MN/m ²]	t [μs]	p_{\max} [MN/m ²]	t [μs]
7	1. Peak	16,93	49	16,93	49	60,693	51,5
	2. Peak	50,117	63,5	50,117	63,5	-16,57	61,5
8	1. Peak	3,326	48	3,326	48	90,878	52
	2. Peak	21,056	63,5	21,056	63,5	-7,431	67
9	1. Peak	40,113	57,5	93,747	54,5	151,58	57
10	1. Peak	34,275	58,5	322,68	55,5	236,3	58

Tabelle 5.9: Tabelle *Lagrange*-Randbedingungen Elemente 7 bis 10

Bei Vorhandensein eines 'freien Endes', d.h. eines Außenrandes ohne einschränkende Randbedingungen wird der Maximaldruck erst mit der zweiten Druckwelle erreicht. Sind Randbedingungen am Außenrand vorhanden, so liegen die maximalen Werte des ersten Druckpeaks deutlich über denen des zweiten.

Bild 5.26 zeigt deutlich die Unterschiede zwischen freiem und festgehaltenem Rand. Während beim freien Rand der Druck zur Außenseite hin abfällt (Vergleich der Elemente 7 und 8 resp. der Elemente 9 und 10), nimmt er beim festgehaltenen Rand nach außen hin zu. Ursache hierfür ist im ersten Fall der Energieverlust über die Außenfläche und im zweiten Fall die Reflexion der Welle mit anschließender Überlagerung. Da die Druckausbreitung am Außenrand hauptsächlich in x-Richtung erfolgt, verhält sich Element 10 mit der Randbedingung *Auflager z fest* tendenziell eher wie ein Element mit freiem Rand.

Die Untersuchungen machen deutlich, daß der Einfluß der Randbedingungen zwar lokal eng begrenzt, ihr Einfluß in unmittelbarer Umgebung jedoch von dominierender Bedeutung für die Ergebnisse ist.

Für die folgenden numerischen Simulationen von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen in den Abschnitten 6.4 bis 6.6 wird bei der Modellierung ein *Euler-Lagrange*-Verhältnis von 3 zu 3,5 [Elm/cm] angestrebt, da mit diesem *Euler-Lagrange*-Verhältnis ein guter Kompromiß hinsichtlich der Rechengeschwindigkeit und der Ergebnisgenauigkeit mithilfe der zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten erzielt wird.

6 Numerische Untersuchungen

Innerhalb dieses Kapitels wird ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen anhand der in Kapitel 3 beschriebenen Verifikationsversuche vorgestellt. Es betrifft somit die numerische Simulation zu dem Platten-, Balken- und Stützenversuch. Zunächst wird auf die Vorgehensweise bei der Modellierung einer Abbruchsprengung eingegangen. Anschließend werden im Abschnitt 6.3 – Materialzuweisung – die Stoffgesetze für die verwendeten Materialien (Sprengstoff, Luft und Beton) ausführlich erläutert. Es folgen einige Verifikationsrechnungen zu Standardversuchen für das in LS-DYNA implementierte mehraxiale dynamische Betonstoffgesetz.

Das vorgestellte Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen wird nun auf Bauteilebene auf die Betonstrukturen der Platte, des Balkens und der Stütze angewendet. Innerhalb der Abschnitte zu den jeweiligen Bauteilberechnungen werden zuerst die bauteilspezifischen Modellierungsaspekte beschrieben und anschließend die erzielten Rechenergebnisse für die Positionen der Meßaufnehmer grafisch dargestellt und erläutert.

6.1 Allgemeines

Die numerische Untersuchung ist mit dem expliziten Finite-Element-Programm LS-DYNA der Version 950c_userdef durchgeführt worden. Es enthält einen dreidimensionalen *Euler-Lagrange*-Code und bietet die Möglichkeit, selbstformulierte Stoffgesetze für die in den numerischen Simulationen verwendeten Materialien zu implementieren. Dieser Rechencode eignet sich somit für die Analyse von dynamischen Kurzzeit-Ereignissen und für die Untersuchung von Gas-Festkörper-Interaktionsproblemen, wie sie bei Abbruchsprengungen vorherrschen. Physikalische Nichtlinearitäten können hierbei berücksichtigt werden.

Sowohl die Geometrie als auch die Belastung der einzelnen Versuchskörper unterscheiden sich sehr voneinander, so daß dies in der jeweiligen numerischen Simulation bereits bei der Modellierung berücksichtigt wird. Für den Platten- und Balkenversuch wird ein schwacher Bewehrungsgrad gewählt, während der Stützenversuch mit einem starken Bewehrungsgrad durchgeführt wird. In den drei numerischen Untersuchungen zu den Verifikationsversuchen wird jeweils der Druck im Beton unter Sprengstoffbelastung an den Positionen der Meßaufnehmer berechnet. Zusätzlich wird in der numerischen Simulation des Stützenversuches die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch die über die Luft übertragenen Druckstöße bei einer Sprengung ermittelt.

Das Ziel dieser jeweiligen numerischen Untersuchungen besteht darin, mittels eines Finite-Element-Codes sowohl den Zerstörungsgrad ausgewählter Bauteile im Sprengstoff-Beton-Kontaktbereich richtig abzubilden als auch die errechneten Druckwerte im Beton und in der umgebenden Luft mithilfe von Verifikationsversuchen zu überprüfen.

6.2 Modellierung

Innerhalb der Modellierung der Betonstrukturen der Platte, des Balken und der Stütze für die folgenden numerischen Simulationen wird aufgrund der in Kapitel 5 gewonnenen Erkenntnisse aus den Konvergenzstudien zur Modellierung von *Euler-Lagrange*-Kopplungen die Elementkantenlänge der *Euler-Lagrange*-Netze im Verhältnis von 3 zu 3,5 [Elemente/cm] gewählt. Die Größe des *Euler*-Hintergrundnetzes (EHG-Netz) wird mit entsprechenden Randbedingungen auf ein Minimum reduziert. Diese Annahmen führen zu einer effizienten numerischen Berechnung der Betonstrukturen und erlauben unter Ausnutzung der vorhandenen Rechenkapazität eine feine Vernetzung der interessierenden Bereiche, wie z.B. des Kontaktbereiches zwischen dem Sprengstoff und dem Beton und des Betonbereichs unterhalb des Sprengstoffes, in dem die Meßaufnehmer positioniert sind.

6.2.1 Geometrie und Randbedingungen

Trotz der unterschiedlichen Geometrien der Versuchskörper kann durch den symmetrischen Aufbau jedes Versuchskörpers und der symmetrischen Anordnung der Sprengstoffladungen jeweils eine Reduktion des numerischen Modells erreicht werden. Somit wird in der numerischen Simulation des Platten- und Balkenversuches jeweils mit einem viertel Modell und in der numerischen Simulation des Stützenversuches mit einem halben Modell gerechnet. Durch die Ausnutzung der vorhandenen Symmetrien ist es möglich, mit der zur Verfügung stehenden Rechenkapazität eine sehr feine Vernetzung für den Kontaktbereich Sprengstoff - Beton innerhalb der Rechenmodelle zu erhalten.

Neben den Symmetriebedingungen sollten in der Modellierungsphase die Randbedingungen besondere Beachtung finden, da hier zum einen die Modellrandbedingungen des Gesamtsystems dem Versuch angepaßt und zum anderen die Freiheitsgrade in den Auflagern entsprechend eingeschränkt werden müssen. Dies betrifft sowohl die *Lagrange*-Netzmodellierung für den Beton als auch die *Euler*-Netzmodellierung für den Sprengstoff und die dem Versuchskörper umgebende Luft.

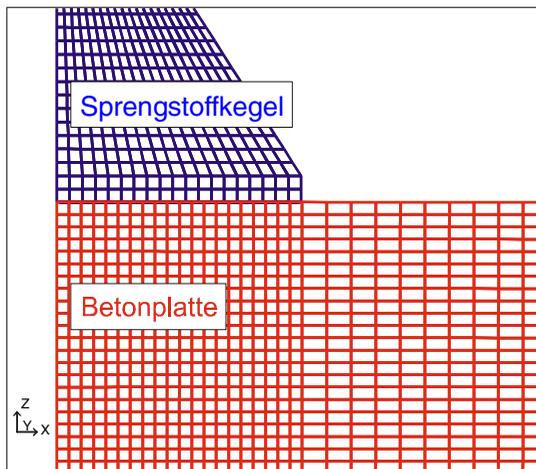


Bild 6.1: Kontaktbereich zwischen dem Sprengstoffkegel und der Betonplatte im Plattenmodell

Beispielhaft hierfür sei für die numerische Simulation des Plattenversuches in **Bild 6.1** der Kontaktbereich zwischen dem Sprengstoffkegel und der Betonplatte mit Elementkantenlängen im Beton von ca. 3 mm dargestellt. Bei gleichzeitigen Plattenkantenabmessungen von 500 mm beläuft sich die Anzahl der Betonelemente im numerischen Modell trotz Vergrößerung der Elementkantenlängen in Richtung der Randbereiche für die Betonplatte auf 186.624 Elemente.

6.2.2 Finite-Element-Netzzuweisung

Um das Verhalten von Festkörpern bei Kontaktdetonationen oder Bohrlochsprengungen wirklichkeitsnah zu simulieren, ist es im allgemeinen sinnvoll, bei der Formulierung sowohl *Euler*- als auch *Lagrange*-Netze zu verwenden, siehe Abschnitt 4.5. In den jeweiligen numerischen Simulationen liegt dem Finite-Element-Netz der Betonstruktur eine *Lagrange*-Formulierung zugrunde, die es ermöglicht, die materialabhängigen Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen des Werkstoffes zu ermitteln. Für die Berechnung der Vorgänge des als Kontakt- oder Bohrlochladung aufgebracht Sprengstoffes und der umgebenden Luft sind Finite-Element-Netze auf Basis einer *Euler*-Formulierung erforderlich. Hiermit kann die Überprüfung des Massenstromes, des Impulses und der Energie der Luft infolge der Wellenfortpflanzung verfolgt werden. Um in den *Euler*-Elementen den hydrodynamischen Massenstrom und das Vermischen von Sprengstoff und Luft abbilden zu können, müssen diese in LS-DYNA zusätzlich als 'Multi-Material-Zellen' definiert werden, siehe *Hallquist* [1999]. Für die Modellierung der FE-Netze der verwendeten Materialien Beton, Sprengstoff und Luft werden dreidimensionale Hexaederelemente mit 8 Knoten und einem Integrationspunkt in der Mitte verwendet.

6.2.3 Gewählte *Euler-Lagrange*-Kopplung

Um die Interaktion von *Euler*- und *Lagrange*-Netz zu ermöglichen, muß eine Kopplung der beteiligten Netzoberflächenelemente des Sprengstoffs und des Betons im Modell berücksichtigt werden. Diese Kopplung

zwischen den Sprengstoff- und den Betonelementen geschieht über die sich an der Kopplungsfläche befindenden Betonknoten des *Lagrange*-Netzes.

Der gewählte in Abschnitt 4.6.2 ausführlich beschriebene Kopplungsmechanismus auf der Basis einer Master-Slave-Formulierung beruht auf folgendem Prinzip in zwei Schritten: Mit dem Befehl *constrained Lagrange in solid* werden zuerst die *Lagrange*-Betonkopplungsknoten als Slave-Part dem *Euler*-Luftnetz als Master-Part untergeordnet und über einen internen Kopplungsalgorithmus die Übertragung des Impulses auf die Betonkopplungsknoten berechnet. Somit können sich diese *Lagrange*-Betonkopplungsknoten gemäß des übertragenen Impulses innerhalb des *Euler*-Netzes bewegen. Dies funktioniert jedoch nur, wenn das *Euler*-Netz mindestens so groß modelliert wird, daß die gesamte Kopplungsfläche des *Lagrange*-Netzes zu jedem Zeitpunkt der Rechnung vollständig darin enthalten ist.

Im zweiten Schritt wirken nun die Kräfte resp. Verschiebungen der Betonkopplungsknoten, die zu den Oberflächenelementen des *Lagrange*-Netzes gehören, auf die benachbarten Knoten der *Lagrange*-Elemente der Betonstruktur und rufen gemäß der *Lagrange*'schen Zeitschrittformulierung, gekennzeichnet in Bild 4.6 durch die gestrichelte Linie, die Deformationen resp. Spannungen im gesamten Betonbauteil hervor. Wird durch diese Deformationen das belastete *Lagrange*-Netz in Teilbereichen sehr stark verformt, so findet für das gesamte *Lagrange*-Netz ein 'mesh smoothing' mit anschließendem 'advection step' statt. Ausführliche Erläuterungen hierzu sind in Abschnitt 4.6.2 – Kopplungsalgorithmen – zu finden.

Mithilfe der oben beschriebenen *Euler-Lagrange*-Kopplung kann die Belastung der Betonbauteile nun sowohl durch Kontaktdetonation als auch durch Bohrlochsprengungen rechnerisch abgebildet werden und somit die Interaktion zwischen den Materialien Sprengstoff und Beton numerisch simuliert werden.

6.3 Materialzuweisung

In diesem Abschnitt folgt der Einbau der materialspezifischen Daten von Sprengstoff, Luft und Beton in die *Euler-* resp. *Lagrange-*Netze. Dazu werden jeweils die Gleichungen der konstitutiven Beziehungen für die verwendeten Materialien angegeben und deren Zusammenhang erläutert.

6.3.1 Sprengstoff

Entsprechend den Ausführungen des Abschnittes 2.2 – Sprengstoffe und Detonation – wird gemäß der Detonationstheorie für die Druckwellenausbreitung des Sprengstoffes die Zustandsgleichung nach *Jones, Wilkins* und *Lee* gewählt (EOS-JWL). Es gilt:

$$p(V, e) = A \cdot \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V}\right) \cdot e^{-R_1 \cdot V} + B \cdot \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V}\right) \cdot e^{-R_2 \cdot V} + \frac{\omega \cdot e}{V} \quad (6.1)$$

Die Gründe hierfür sind:

- Für Festsprengstoffe kann die deviatorische Komponente des Stoffgesetzes im Vergleich zu den hohen hydrostatischen Drücken vernachlässigt werden. In den Verifikationsversuchen zur Abbruchsprengung des Abschnittes 3.3 bis 3.5 wurden die Festsprengstoffe TNT/COMP B und Seismoplast 1 verwendet.
- Der Sprengstoff geht unmittelbar nach der Zündung in einen gasförmigen Zustand über und liegt danach nur noch in Form von Explosionschwaden vor.

Die von der jeweiligen Sprengstoffart abhängigen Materialdaten der EOS-JWL (6.1) können zusammen mit weiteren notwendigen Materialparametern, wie der Anfangsdichte ρ_0 , der Detonationsgeschwindigkeit v_D , dem *Chapman-Jouguet-Druck* p_{CJ} und der im Sprengstoff enthaltenen chemischen Anfangsenergie e_0 aus Handbüchern wie z.B. dem *Dobratz & Crawford* [1985] entnommen werden. Somit stehen die für die numerischen Simulationen benötigten Sprengstoffmaterialdaten zur Verfügung:

- In der Plattenberechnung werden für die TNT/COMP B – Zusammensetzung des Plane-Wave-Generators folgende Materialdaten verwendet:

Sprengstoff	Mat High Explosive Burn		EOS-JWL-Parameter	
TNT	ρ_0	1,63 g/cm ³	A	373.800 MPa
	v_D	6.930 m/s	B	3.747 MPa
	p_{CJ}	21.000 MPa	R ₁	4,15
			R ₂	0,9
			ω	0,35
		e_0	6.000 MPa·m ³ /m ³	

Tabelle 6.1: Materialdaten des Sprengstoffes TNT

Sprengstoff	Mat High Explosive Burn		EOS JWL-Parameter	
COMP B	ρ_0	1,717 g/cm ³	A	524.200 MPa
	v_D	7.980 m/s	B	7.678 MPa
	p_{CJ}	29.500 MPa	R ₁	4,20
			R ₂	1,10
			ω	0,34
		e_0	8.500 MPa·m ³ /m ³	

Tabelle 6.2: Materialdaten des Sprengstoffes COMP B

- In der Balken- und Stützenberechnung werden dem Sprengstoff Seismoplast 1 die folgenden Materialparameter zugewiesen:

Sprengstoff	Mat High Explosive Burn		EOS JWL-Parameter	
Seismoplast 1	ρ_0	1,588 g/cm ³	A	620.600 MPa
	v_D	7.200 m/s	B	23.270 MPa
	p_{CJ}	20.500 MPa	R ₁	5,399
			R ₂	1,651
			ω	0,282
		e_0	7.000 MPa·m ³ /m ³	

Tabelle 6.3: Materialdaten des Sprengstoffes Seismoplast 1

Mit der Detonationsgeschwindigkeit v_D wird die Ankunft der Schockwellenfront an den einzelnen *Euler*-Elementen berechnet. Der *Chapman-Jouguet*-Druck p_{CJ} stellt den maximal erreichbaren Druck unmittelbar hinter der Reaktionszone dar. Die Freisetzung der chemischen Anfangsenergie e_0 zur Detonation erfolgt durch die Ankunft der Schockwellenfront am Element. Diese wird aus numerischen Gründen nicht auf einen Schlag freigesetzt, sondern über sogenannte 'burn models', siehe *Hallquist* [1998].

Dazu wird zunächst der Beiwert F_B berechnet:

$$F_B = \frac{1 - V}{1 - V_{CJ}} \quad (6.2)$$

mit: V = aktuelles spezifisches Volumen
 V_{CJ} = spezifisches Volumen am *Chapman-Jouguet*-Punkt

Dann ergibt sich der Druck p des 'burn models' zu:

$$p = F_B \cdot p_{EOS}(V, e) \quad (6.3)$$

mit: $p_{EOS}(V, e)$ = resultierender Druck aus der EOS-JWL (6.1)
 V = aktuelles spezifisches Volumen
 e = spez. innere Energie (bezogen auf das Ausgangsvolumen)

Durch das Festlegen eines einzelnen Detonationspunktes als Zündquelle in den jeweiligen numerischen Simulationen wird die Zündung des Sprengstoffes als eine punktförmige Zündung erreicht.

6.3.2 Luft

In den numerischen Untersuchungen zur Abbruchsprengung wird die den Versuchskörper umgebende Luft mithilfe der idealen Gas-Zustandsgleichung simuliert. Es gilt:

$$p = (\kappa - 1) \frac{\rho}{\rho_0} e \quad (6.4)$$

Die hierbei verwendeten Materialdaten lauten:

Luft	Mat Null		EOS Linear Polynomial	
	ρ_0	$1,2929 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$	κ e_0	1,4 0,25 MN/m ²

Tabelle 6.4: Materialdaten der Luft

6.3.3 Beton

Gemäß den Erläuterungen in Abschnitt 2.3 wird das Materialverhalten von Beton unter hochdynamischer Belastung mithilfe des an unserem Institut für Massivbau entwickelten dynamischen mehraxialen kontinuumsmechanischen Schädigungs-Plastizitätsmodell beschrieben. Theoretische Grundlagen zur Stoffgesetzerleitung können z.B. den Artikeln von *Hansen & Schreyer* [1992], *Stevens & Liu* [1992] und *Carol & Rizzi & Willam* [1994] entnommen werden. Darauf aufbauend wird von *Schmidt-Hurtienne* [2000] eine ausführliche Herleitung eines Betonstoffgesetzes mit dem Schwerpunkt auf der Beschreibung des Dehnrateneffekts von Beton unter dynamischer Belastung angegeben.

Für die Berechnung von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen wurde dieses kombinierte Schädigungs-Plastizitätsmodell in einigen Punkten vereinfacht und als Materialroutine in LS-DYNA implementiert. Es unterteilt sich in einen zeitunabhängigen und in einen dynamischen Anteil.

Zeitunabhängiger Anteil

Für den zeitunabhängigen Anteil gibt Bild 2.25 das kombinierte Schädigungs-Plastizitäts-Stoffgesetzformat wieder. Es zeigt schematisch eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton als ein Material mit signifikanter Entfestigung und inelastischen Verformungen. Weiterhin wird erkenntlich, daß lediglich durch den elastischen Anteil des Dehnungstensors die Gestalt der nichtlinearen Kurve bestimmt wird, wäh-

rend der plastische Anteil nur bei der Ent- und Wiederbelastung zum Tragen kommt. Das Stoffgesetz wird auf der Basis von Dehnungen formuliert, um rechenintensive numerische Integrationen im Entfestigungsbereich zu vermeiden. Die Belastungskriterien für die Schädigung und die Plastizität werden zunächst entkoppelt eingeführt. Das Belastungskriterium für neue Schädigung wird im elastischen Dehnungsraum definiert

$$F_d = F_d [\boldsymbol{\varepsilon}_e, \kappa_d], \quad (6.5)$$

während die plastische Formulierung sich auf die totale Dehnung bezieht:

$$F_p = F_p [\boldsymbol{\varepsilon}, \kappa_p] \quad (6.6)$$

- Kontinuumsschädigungsmechanik

Kontinuumsschädigungsmodelle mit einer einzelnen Schädigungsfläche transformieren den dreidimensionalen (elastischen) Dehnungszustand $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ auf ein skalares, äquivalentes Dehnungsmaß κ_d . Mithilfe von κ_d wird dann im selben Zeitschritt die Schädigungsevolution im Druck- und Zugbereich bestimmt, die an Ergebnissen aus einaxialen Druck- und Zugversuchen geeicht wird.

In dem verwendeten Betonstoffgesetz wird sowohl die Druck- als auch die Zugschädigung, jeweils nach Beanspruchungsfall getrennt, durch ein isotropes Werkstoffverhalten abgebildet.

$$F_{D \leftrightarrow Z} = \text{ZUG} \quad \forall \quad \left\{ \boldsymbol{\varepsilon}_e \mid \max \boldsymbol{\varepsilon}_e^{(\alpha)} > \left| \min \boldsymbol{\varepsilon}_e^{(\alpha)} \right| \right\} \quad (6.7)$$

Dazu schaltet ein 'Druck-Zug-Flag' nach Gleichung (6.7) auf den Zugzustand um, wenn die maximale elastische Zugdehnung betragsmäßig größer ist als die kleinste elastische Druckdehnung, so daß alle Beanspruchungen, bei denen positive Zugspannungen dominieren, mithilfe des Schädigungskriteriums für den Zugbeanspruchungsfall (6.8b) berechnet werden. Zu jedem Zeitpunkt gibt es somit zwei getrennte Zustände des Schädigungskriteriums (6.8). Diese sind die Ausdehnung der Schädigungsfläche F_d im isotropen Druckschädigungszustand ($F_{d,c}$) und

die Ausdehnung der Schädigungsfläche F_d im isotropen Zugschädigungszustand ($F_{d,t}$). Für die isotrope Druck- und Zugschädigung wird im Stoffgesetz die *Hsieh-Ting-Chen* Invariantendarstellung [1982] im Dehnungsraum gewählt. Es gilt somit

- im Druckbeanspruchungsfall:

$$F_{d,c} = c_1 J_2^e + \kappa_{d,c} \left[c_2 \sqrt{J_2^e} + c_3 \varepsilon_{e,\max}^{(\alpha)} + c_4 I_1^e \right] - \kappa_{d,c}^2 = 0 \quad (6.8a)$$

- im Zugbeanspruchungsfall:

$$F_{d,t} = c_1 J_2^e + \kappa_{d,t} \left[c_2 \sqrt{J_2^e} + c_3 \varepsilon_{e,\max}^{(\alpha)} + c_4 I_1^e \right] - \kappa_{d,t}^2 = 0 \quad (6.8b)$$

mit: c_1, \dots, c_4 = Parameter der Schädigungsfläche

I_1^e, J_2^e = erste Invariante des elastischen Dehnungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}_e$
und zweite Invariante des Deviators von $\boldsymbol{\varepsilon}_e$

$\varepsilon_{e,\max}^{(\alpha)}$ = größter (α -ter) Eigenwert von $\boldsymbol{\varepsilon}_e$

$\kappa_{d,c}, \kappa_{d,t}$ = äquivalente Druck- resp. Zugschädigungsdehnung

Die Formulierung im Dehnungsraum hat den Vorteil, daß die Belastungsfläche nach Bild 2.21a sowohl im Verfestigungs- als auch im Entfestigungsbereich expandiert. Somit ist eine Belastung eindeutig von einer Entlastung zu unterscheiden, da eine Entlastung immer in die Belastungsfläche hineinzeigt. Die Normale auf die Schädigungsfläche ist gemäß Gleichung (2.54) und der durch das Schädigungs-Plastizitäts-Stoffgesetzformat getroffenen Vorgabe, daß neue Schädigung nur aus dem elastischen Anteil des Dehnungstensors entstehen kann, die Ableitung von $F_{d,c}$ resp. $F_{d,t}$ nach dem elastischen Dehnungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}_e$. Es gilt

- im Druckbeanspruchungsfall:

$$\mathbf{n}_{d,c} = \left(c_1 + \frac{\kappa_{d,c} c_2}{2\sqrt{J_2^e}} \right) \text{dev } \boldsymbol{\varepsilon}_e + \kappa_{d,c} \left(c_3 \mathbf{d}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{d}^{(\alpha)} + c_4 \mathbf{1} \right) \quad (6.9a)$$

- im Zugbeanspruchungsfall:

$$\mathbf{n}_{d,t} = \left(c_1 + \frac{\kappa_{d,t} c_2}{2\sqrt{J_2}} \right) \text{dev } \boldsymbol{\varepsilon}_e + \kappa_{d,t} \left(c_3 \mathbf{d}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{d}^{(\alpha)} + c_4 \mathbf{I} \right) \quad (6.9b)$$

mit: $\mathbf{d}^{(\alpha)}$ = (α -ter) Eigenvektor des elastischen Dehnungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}_e$

Die Normale wird zur Berechnung der Tangentensteifigkeit benötigt und ist aufgrund der Isotropieannahme für den Druck- und Zugbeanspruchungsfall ähnlich formuliert. Um eine Aussage über die Größe der Schädigung zu treffen, wird mithilfe der Schädigungsevolution ein Zusammenhang zwischen den äquivalenten Dehnungsmaßen $\kappa_{d,c}$ resp. $\kappa_{d,t}$ und der internen Variablen, der generalisierten Schädigungsvariablen \hat{D} , hergestellt. Die Schädigungsentwicklung ist auf die Bildung von Mikrorissen zurückzuführen. Deshalb wird ihr als äquivalente Beziehung das einaxiale Zugverhalten bei der Steifigkeitsabnahme zugrunde gelegt. Als Funktion für die Schädigungsentwicklung wird eine leicht modifizierte Weibull-Funktion gewählt. Es gilt:

$$\hat{D}(\kappa_d) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{\kappa_d - e_0}{e_d}\right)^{g_d}} & \forall \kappa_d \geq e_0 \\ 0 & \forall \kappa_d < e_0 \end{cases} \quad (6.10)$$

mit: \hat{D} = generalisierte Schädigung
 κ_d = äquivalentes schädigungserzeugendes Dehnungsmaß
 e_0 = Dehnungsschwellwert
 e_d = Modalwert der Weibullverteilung
 g_d = Weibull-Exponent

Die generalisierte Schädigungsevolution mit dem Einfluß ihrer Parameter wird in **Bild 6.2** dargestellt. Erst nach Überschreiten des Dehnungsschwellwertes e_0 setzt die Schädigungsevolution ein, da die Mikrodefekte des Betons aus dem Herstellungsprozeß bereits im Anfangselastizitäts-

modul berücksichtigt werden. Durch den Parameter e_d wird die Breite der Funktion bestimmt, während der Parameter g_d die Form verzerrt. Somit lautet die äquivalente einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung folgendermaßen:

$$\hat{\sigma}(\kappa_d) = (1 - \hat{D}) E_0 \kappa_d \quad (6.11)$$

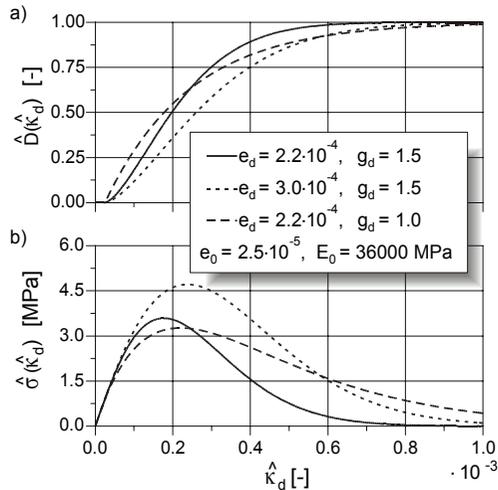


Bild 6.2: generalisierte Schädigungsevolution: a) Schädigungsfunktion, b) äquivalente Spannungs-Dehnungs-Beziehung, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000]

Aufgrund der Annahme einer isotropen Schädigung entspricht der Richtungstensor der Schädigung \mathbf{M}_D einem Kugeltensor oder kann noch einfacher gleich eins gesetzt werden. Somit gilt im Schädigungsraum für isotrope Schädigungsmodelle:

$$\mathbf{M}_D = 1 \quad (6.12)$$

Laut Gleichung (2.43) wird der Schädigungsparameter so definiert, daß $0 \leq D < 1$ den kontinuierlichen Übergang von einem ungeschädigten Beton bis hin zum vollkommen geschädigten Beton ohne Restfestigkeit beschreibt. Die Sekantensteifigkeit und die Ableitung nach der isotropen Schädigungsvariablen D gemäß der Vorschrift aus Gleichung (2.61) lauten dann:

$$\mathbf{E}(\mathbf{E}_0, D) = (1-D) \mathbf{E}_0, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial D} = -\mathbf{E}_0 \quad (6.13)$$

Mit den Gleichungen (6.12), (6.13) und der allgemeinen Definition der Schädigungsregel im Schädigungsraum (2.63) ergibt sich für den Schädigungsfaktor $\dot{\lambda}_d$ und den Richtungstensor \mathbf{M} :

$$\dot{\lambda}_d = \dot{D}, \quad \mathbf{M} = -\mathbf{E}_0 \quad (6.14)$$

Die Ver- resp. Entfestigungsvariable H_d aus Gleichung (2.54) lautet somit:

$$H_d = -\frac{\partial F_d}{\partial \lambda_d} = -\frac{\partial F_d}{\partial D} = -\frac{\partial F_d}{\partial \kappa_d} \cdot \frac{\partial \kappa_d}{\partial D} \quad (6.15)$$

- Druckschädigungsevolution

Isotrope Druckschädigung entsteht vor allem unter Druckbeanspruchung. Hier bestimmt D_c die Sekantensteifigkeit. Zu einem wesentlich geringeren Maß findet eine isotrope Druckschädigung auch unter Zugbeanspruchung statt, die sich allerdings erst bei Belastungsumkehr zeigt. Die Schädigungsentwicklung für die skalare Druckschädigungsvariable D_c zum Zeitschritt t^{n+1} lautet mit Gleichung (6.11):

$$D_c^{n+1} = \max\{\hat{D}(\kappa_{d,c}), D_c^n\}, \quad \text{im Druckbeanspruchungsfall} \quad (6.16a)$$

$$D_c^{n+1} = \max\{\hat{D}(\kappa_{d,t}/r_c), D_c^n\}, \quad \text{im Zugbeanspruchungsfall} \quad (6.16b)$$

Der Reduktionsfaktor r_c mindert die äquivalente schädigungserzeugende Zugdehnung $\kappa_{d,t}$ ab, so daß sich die Abnahme der Druckfestigkeit erst bei sehr großen Zugdehnungen einstellt ($r_c \cong 100$), wenn bereits ein Diskontinuum entstanden ist.

Mit den Gleichungen (6.12) und (6.14) ergibt sich in der Druckschädigungsevolution folgende Schädigungsregel

$$\dot{\lambda}_d = \dot{D}_c, \quad \mathbf{M}_D = 1 \quad (6.17)$$

und mit Gleichung (6.15) die Ver- und Entfestigungsvariable H_d zu:

$$H_d = -\frac{\partial F_{d,c}}{\partial \kappa_{d,c}} \cdot \frac{\partial \kappa_{d,c}}{\partial D_c} \quad (6.18)$$

- Zugschädigungsevolution

Die isotrope Zugschädigungsevolution D_t zum Zeitschritt t^{n+1} erfolgt analog zur Evolution der Druckschädigung. Es gilt somit:

$$D_t^{n+1} = \max \left\{ \hat{D}(\kappa_{d,t}), D_t^n \right\}, \quad \text{im Zugbeanspruchungsfall} \quad (6.19a)$$

$$D_t^{n+1} = \max \left\{ \hat{D}(\kappa_{d,c}/r_t), D_t^n \right\}, \quad \text{im Druckbeanspruchungsfall} \quad (6.19b)$$

Im Gegensatz zur **anisotropen** Zugschädigung, bei der beispielsweise bei einer einaxialen Druckbeanspruchung durch die Querkontraktion gleichzeitig die Zugschädigung auch unter Druckbelastung einen Einfluß besitzt, zeigt sich bei der **isotropen** Zugschädigung der Abfall der Zugfestigkeit erst bei der Belastungsumkehr. Anders als bei der Druckschädigung wird der Reduktionsfaktor r_t recht klein belassen ($r_t \cong 2$), d.h. schon bei kleinen Druckschädigungen im Beton wird die Zugfestigkeit herabgesetzt. Bei sehr großen Druckbeanspruchungen, wie sie z.B. bei Sprengungen von Betonstrukturen entstehen, verliert der Werkstoff jegliche Zugfestigkeit.

Mit den Gleichungen (6.12) und (6.14) ergibt sich in der Zugschädigungsevolution folgende Schädigungsregel

$$\dot{\lambda}_d = \dot{D}_t, \quad \mathbf{M}_D = 1 \quad (6.20)$$

und mit Gleichung (6.15) die Ver- und Entfestigungsvariable H_d zu:

$$H_d = -\frac{\partial F_{d,t}}{\partial \kappa_{d,t}} \cdot \frac{\partial \kappa_{d,t}}{\partial D_t} \quad (6.21)$$

- Plastizität

Beim Werkstoff Beton entstehen inelastische Verformungen durch die Bildung von Mikrorissen und die Verschiebung der Rißufer infolge deviatorischer Spannungen. Da sich die Mikrorisse vor allem senkrecht zur Richtung der positiven elastischen Zugdehnungen ausbreiten, bestimmt die positive Projektion des elastischen Dehnungstensors maßgeblich die Plastizitätsfläche. Die Entwicklung von irreversiblen Verzerrungen in Druckrichtung wird über den Druckanteil des elastischen Dehnungstensors multipliziert mit einer 'cross-Effekt'-Konstanten c_c berücksichtigt, siehe Ortiz [1985]. Die physikalische Bedeutung dieser Konstanten c_c ist in der Verschiebung der Mikrorißufer unter Mode II/III-Beanspruchung (siehe Bild 2.14) begründet. Als Belastungskriterium für die plastischen Dehnungen mit dem äquivalenten plastischen Ausdehnungsmaß κ_p gilt somit:

$$F_p = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon}_e^+ : \boldsymbol{\varepsilon}_e^+ + c_c \boldsymbol{\varepsilon}_e^- : \boldsymbol{\varepsilon}_e^-) - \frac{1}{2} \kappa_p^2 = 0 \quad (6.22a)$$

mit: $\boldsymbol{\varepsilon}_e^+ = \mathbf{P}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}_e$, $\boldsymbol{\varepsilon}_e^- = \mathbf{P}^- : \boldsymbol{\varepsilon}_e$, $\mathbf{P}^- = \mathbf{I} - \mathbf{P}^+$ (6.22b)

$$\mathbf{P}^+ = \sum_{\alpha} H_V \left(\varepsilon_e^{(\alpha)} \right) \mathbf{d}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{d}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{d}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{d}^{(\alpha)} \quad (6.22c)$$

mit: $\boldsymbol{\varepsilon}_e^+$, $\boldsymbol{\varepsilon}_e^-$ = positiver resp. negativer elastischer Dehnungstensor
 c_c = Cross-Effekt Koeffizient
 \mathbf{P}^+ , \mathbf{P}^- , \mathbf{I} = positiver resp. negativer Projektionstensor von $\boldsymbol{\varepsilon}_e$,
 Einheitstensor
 H_V = Heaviside-Sprungfunktion
 $\varepsilon_e^{(\alpha)}$, $\mathbf{d}^{(\alpha)}$ = Eigenwerte, Eigenvektoren von $\boldsymbol{\varepsilon}_e$

Die Normale zur Plastizitätsfläche wird gemäß Gleichung (2.37) durch die Ableitung von F_p nach dem Dehnungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ gewonnen.

$$\mathbf{n}_p = \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e^+} : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e^+}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial F_p}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e^-} : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e^-}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (6.23a)$$

Somit gilt:
$$\mathbf{n}_p = \boldsymbol{\varepsilon}_e^+ + c_c \boldsymbol{\varepsilon}_e^- \quad (6.23b)$$

Eine ausführlichere Herleitung liefert *Schmidt-Hurtienne* [2000]. Es sei noch angemerkt, daß in der Plastizitätsformulierung eine assoziierte Fließregel gewählt wird, d.h. $\mathbf{m}_p = \mathbf{n}_p$. Dies bedeutet, daß die plastischen Dehnungsinkremente normal zur Belastungsfläche F_p stehen. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Betonstoffgesetz handelt es sich jedoch um ein kombiniertes Schädigungs-Plastizitätsmodell mit zwei unabhängigen Belastungsflächen. Somit ergibt sich im Bezug auf die plastischen Dehnungsinkremente für das Gesamtmodell keineswegs eine Assoziiertheit im Dehnungsraum.

Um eine Aussage über die Entstehung und Größe der plastischen Verzerrung zu treffen, wird in ähnlicher Vorgehensweise zur Schädigungsevolution ein Zusammenhang zwischen dem äquivalenten plastischen Dehnungsmaß κ_p und einer internen plastischen Variablen q_p hergestellt. Die interne plastische Variable q_p kann z.B. nach *Chen & Saleb* [1994] und *Schmidt-Hurtienne* [2000] als Integral der Euklidnorm des plastischen Verzerrungstensors definiert werden

$$q_p = \int_t \sqrt{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p} dt \quad (6.24)$$

und mithilfe der im Stoffgesetz gewählten Fließregel in der Plastizitätsformulierung

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda}_p \mathbf{m}_p \quad (6.25)$$

in Beziehung zum Fließfaktor $\dot{\lambda}_p$ gesetzt werden, so daß gilt:

$$\frac{\partial q_p}{\partial \lambda_p} = \sqrt{\mathbf{m}_p : \mathbf{m}_p} \quad (6.26)$$

Über diese Beziehung (6.26) wird bestimmt, in welchem Verhältnis zum aktuellen Dehnungszustand die inelastischen Verzerrungen zunehmen. Von *Schmidt-Hurtienne* [2000] wird eine empirische Evolutionsgleichung angegeben, die eine plastische Dehnungsentwicklung erst zulässt, wenn die äquivalente plastische Dehnung κ_p größer ist als der Schädigungsparameter e_d . Dieser entspricht näherungsweise der Schädigungsdehnung, bei der die Zugfestigkeit in der äquivalenten Spannungs-Dehnungs-Beziehung erreicht wird. Somit wird implizit die physikalische Bedingung erfüllt, nach der erst das Öffnen von Zugrisen plastische Verformungen verursacht. Die weiteren Parameter bestimmen das maximale Verhältnis zur äquivalenten plastischen Dehnung ($c_p < 1$), das Aufklingen (e_{p1}) und bei sehr großen Verzerrungen das Abklingen (e_{p2}) der internen plastischen Variablen, siehe **Bild 6.3**. Es gilt:

$$q_p(\kappa_p) = \begin{cases} c_p (\kappa_p - e_d) \left(1 - e^{-\frac{\kappa_p - e_d}{e_{p1}}} \right) \cdot e^{-\frac{\kappa_p}{e_{p2}}} & \forall \kappa_p \geq e_d \\ 0 & \forall \kappa_p < e_d \end{cases} \quad (6.27)$$

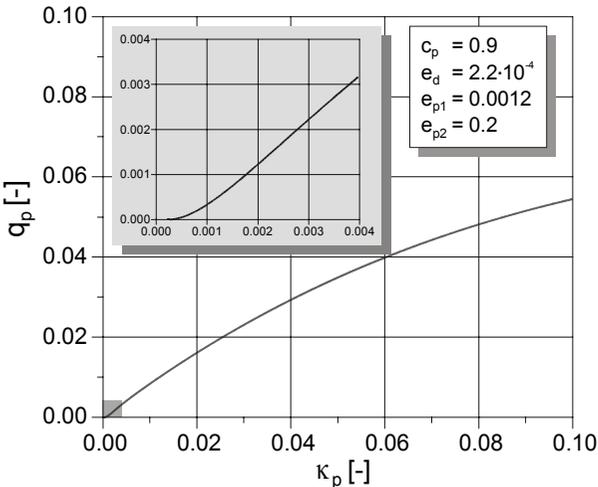


Bild 6.3: Evolution der internen plastischen Variablen q_p nach *Schmidt-Hurtienne* [2000]

Aus Gleichung (2.37) wird die Ver- und Entfestigungsvariable H_p mithilfe der Gleichungen (6.26) und (6.27) bestimmt zu:

$$H_p = -\frac{\partial F_p}{\partial \lambda_p} = -\frac{\partial F_p}{\partial \kappa_p} \cdot \frac{\partial \kappa_p}{\partial q_p} \cdot \frac{\partial q_p}{\partial \lambda_p} \quad (6.28a)$$

$$= \kappa_p \cdot \frac{\partial \kappa_p}{\partial q_p} \cdot \sqrt{(\boldsymbol{\epsilon}_e^+ + c_c \boldsymbol{\epsilon}_e^+) : (\boldsymbol{\epsilon}_e^- + c_c \boldsymbol{\epsilon}_e^-)} \quad (6.28b)$$

- Ent- und Wiederbelastung

Während von *Schmidt-Hurtienne* [2000] eine innere Reibung der Mikrorißzonen bei der Ent- und Wiederbelastung berücksichtigt wird, findet in dem verwendeten Betonstoffgesetz die Ent- und Wiederbelastung vereinfacht auf dem selben Pfad statt.

- Beton-Hugoniot

Wie bereits im Abschnitt 2.5.2 erwähnt, besteht der Werkstoff Beton aus einer heterogenen Struktur mit vielen Poren. Unter hohen hydrostatischen Drücken erfährt er eine volumetrische isotrope Schädigung, die auf das Zusammenfallen der Poren zurückzuführen ist. In der *Hsieh-Ting-Chen* [1982] Schädigungsfläche wird ein derartiger Schädigungsmechanismus allerdings nicht berücksichtigt, da sich die Schädigungsfläche (6.8) in Richtung der negativen hydrostatischen Dehnungsachse öffnet. Um jedoch den Effekt des Porenzusammendrückens innerhalb der Betonsteifigkeit zu berücksichtigen, wird ein hyperelastischer, von der volumetrischen, elastischen Dehnung abhängiger Steifigkeitsfaktor $\gamma(\text{tr } \boldsymbol{\epsilon}_e)$ nach einem Vorschlag von *Schmidt-Hurtienne* [2000] eingeführt, so daß gilt:

$$\mathbf{E}_{\text{total}} = \gamma(\text{tr } \boldsymbol{\epsilon}_e) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{D}) \quad (6.29)$$

Dieser Faktor entspricht der Anpassung des Kompressionsmoduls an die gewählte Zustandsgleichung, z.B. die aus Versuchen bestimmte Beton-Hugoniot-EOS in Bild 2.32b unter Vernachlässigung des Temperatureinflusses. Die Funktion des Steifigkeitsfaktors lautet dann:

$$\gamma = \begin{cases} \left[1 - a_v \cdot \left(1 - e^{-\frac{|\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}_e| - e_{v,\text{th}}}{e_v}} \right) \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{|\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}_e| - e_{v,\text{th}}}{b_v e_v} \right)^2 \right] & \forall \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}_e < -e_{v,\text{th}} \\ 1 & \forall \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}_e \geq -e_{v,\text{th}} \end{cases} \quad (6.30)$$

Sie wird in **Bild 6.4** mit der Parameterwahl wiedergegeben. Die Abnahme von γ auf Werte bis nahe 0,5 ist während der Phase der Porenzerstörung deutlich zu erkennen. Anschließend setzt die Kompaktierung mit einem starken Anstieg des Faktors ein.

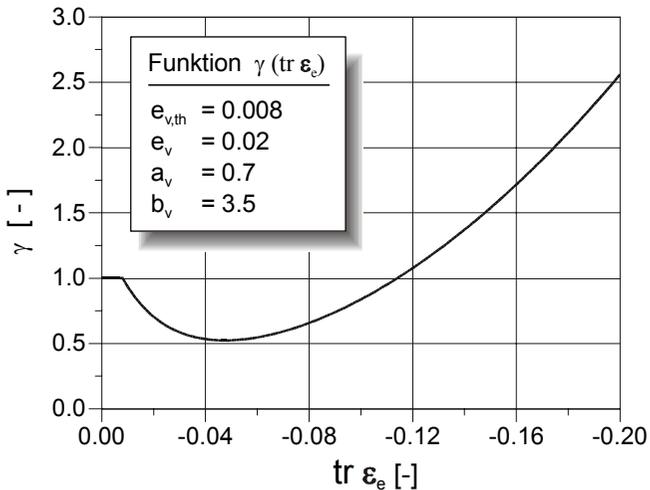


Bild 6.4: Volumenfunktion zur Berücksichtigung der Beton-Hugoniot nach *Schmidt-Hurtienne* [2000]

- Tangentensteifigkeit

Das vorliegende Betonstoffgesetz wird als Sekantenformulierung in der Materialroutine verwendet. Jedoch kann die Sekantensteifigkeit mithilfe der Gleichung (6.31) in eine Tangentensteifigkeit umformuliert werden. Es gilt dann:

$$\mathbf{E}_t = (\mathbf{E} + \mathbf{T}_d) : (\mathbf{I} + \mathbf{T}_p) \quad (6.31)$$

mit den beiden Tensoren \mathbf{T}_d und \mathbf{T}_p :

$$\mathbf{T}_d = \frac{\mathbf{m}_d \otimes \mathbf{n}_d}{H_d} \quad (6.32)$$

$$\mathbf{T}_p = -\frac{\mathbf{m}_p \otimes \mathbf{n}_p}{H_p} \quad (6.33)$$

Der neue Spannungstensor könnte somit auch inkrementell aktualisiert werden. Es gilt dann:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E}_t : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (6.34)$$

Dynamischer Anteil

In Abschnitt 2.4 werden Ansätze für eine physikalisch begründete Formulierung eines dynamischen Anteils in Betonstoffgesetzen beschrieben. Eine Möglichkeit ist die Berücksichtigung der Dehngeschichte, in der die aktuelle Schädigung in Abhängigkeit der vorangegangenen Beanspruchung sukzessive zunimmt. Dafür ist die Formulierung einer Geschichtsfunktion $h(t - \tau)$ notwendig. In dem verwendeten Betonstoffgesetz wird hierfür eine Maxwell-Relaxation eingesetzt, mit der die Belastungsgeschichte bei der Festigkeitssteigerung berücksichtigt wird. Mit diesem dynamischen Schädigungsmodell für Beton wird somit ein Werkzeug für eine realitätsnahe numerische Simulation von Wellenausbreitungsvorgängen im Beton bereitgestellt, das den Dehnrateneffekt als dynamisches Erinnerungsvermögen auf kontinuumsmechanischer Ebene enthält, siehe *Schmidt-Hurtienne* [2000]. Eine einfache Approximation des Relaxationsverhaltens kann mit einer exponentiellen Verfallsfunktion definiert werden. Es gilt:

$$h(t - \tau) = e^{-\frac{t-\tau}{\vartheta}} \quad (6.35)$$

Für die generalisierte dynamische Schädigung \hat{D}_{dyn} ergibt sich dann:

$$\hat{D}_{\text{dyn}}(t) = \int_{\tau=0}^t \frac{\partial \hat{D}(\kappa_d)}{\partial \tau} \cdot h(t - \tau) \, d\tau = \int_{\tau=0}^t \frac{\partial \hat{D}(\kappa_d)}{\partial \tau} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{\vartheta}} \, d\tau \quad (6.36)$$

Die Relaxationszeit ϑ bestimmt den Zeitraum des Abklingvorganges. Rheologisch entspricht die exponentielle Relaxationsfunktion der Antwortfunktion eines Maxwell-Elementes, das zum Rißzeitpunkt τ durch eine Dehnung $\kappa_d(\tau)$ belastet wird. Durch die Verwendung einer 'Ein-Parameter-Funktion' kann das Faltungsintegral in Gleichung (6.36) analytisch in eine inkrementelle Form überführt werden. Es gilt:

$$\hat{D}_{\text{dyn}}^{n+1} = \hat{D}_{\text{dyn}}^n \cdot e^{-\frac{\Delta t}{\vartheta}} + \vartheta \cdot \frac{\Delta \hat{D}}{\Delta t} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\vartheta}} \right) \quad (6.37)$$

Der Nachteil der Verwendung dieser 'Ein-Parameter-Funktion' besteht darin, daß nur bestimmte Dehnrateneinflüsse realitätsnah abgebildet werden können. Ist der Zeitmaßstab der Belastung wesentlich kleiner als die Relaxationszeit ϑ wird die dynamische Festigkeitssteigerung überschätzt. Für die Approximation der Festigkeitssteigerung von Beton in einem breiten Dehnratenspektrum sollte die Relaxationszeit ϑ in Abhängigkeit der äquivalenten Dehnrate zum Zeitpunkt der Mikroschädigung $\dot{\kappa}_d(\tau)$ definiert und zusätzlich der Formexponent g_h eingeführt werden. Die Geschichtsfunktion lautet somit:

$$h(t - \tau) = e^{-\left(\frac{t - \tau}{\vartheta(\dot{\kappa}_d(\tau))} \right)^{g_h}} \quad (6.38)$$

Die in Abschnitt 2.4 erläuterten physikalischen Mechanismen der Homogenisierung und der Verzögerung werden vereinfacht durch die Abhängigkeit der Viskosität des Maxwelldämpfers von der Dehnrate bei der Entstehung der Schädigung beschreiben. Die Relaxationszeit $\vartheta(\dot{\kappa}_d(\tau))$ wird dann als Funktion der bezogenen äquivalenten Dehnrate $\dot{\kappa}_d^*$ mit den Parametern ϑ_0 , c_{t1} , c_{t2} folgendermaßen definiert:

$$\vartheta(\dot{\kappa}_d^*) = \vartheta_0 \cdot \dot{\kappa}_d^{*c_{t1} \ln \dot{\kappa}_d^* - c_{t2}} \quad \wedge \quad \dot{\kappa}_d^* = \frac{\dot{\kappa}_d(\tau)}{\dot{\kappa}_0}, \quad \dot{\kappa}_0 = 1\text{s}^{-1} \quad (6.39)$$

Der Vorteil dieser verallgemeinerten Maxwellrelaxation ist die realitätsnahe Approximation der Festigkeitssteigerung von Beton in einem brei-

ten Dehnratespektrum. Jedoch kann das Faltungsintegral in Gleichung (6.36) nicht mehr analytisch gelöst werden. Deshalb wird die Schädigung in eine Anzahl von 'ndam' Schädigungsinkremente aufgeteilt, die jeweils für sich entwickelt werden. Da für jedes Betonelement der Reißzeitpunkt τ und zusätzlich in jedem Schädigungsinkrement die Relaxationszeit ϑ und der aktuelle Schädigungsanteil ΔD abgespeichert werden müssen, erhöht sich der Speicherplatzbedarf drastisch. Mithilfe der dynamischen Datenverwaltung wird dieses Problem jedoch recht gut gelöst, da vor allem im Lasteinleitungsbereich die Schädigung innerhalb weniger Zeitschritte den Wert $D = 1$ erlangt und der Zeitpunkt der Reißbildung der verschiedenen Betonelemente stark voneinander abweicht. Für die Betonelemente, die eine Schädigung von $D = 1$ nie oder sehr langsam erreichen, gibt die Anzahl der Schädigungsinkremente 'ndam' den Grad der numerischen Genauigkeit vor. In **Bild 6.5** werden die Geschichtsfunktionen $h(t-\tau)$ für verschiedene äquivalente Dehnraten $\dot{\kappa}_d^*$ angegeben. Für die Berechnungen der Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen, siehe Abschnitte 6.4 bis 6.6, wurde der Parameter 'ndam = 50' gewählt.

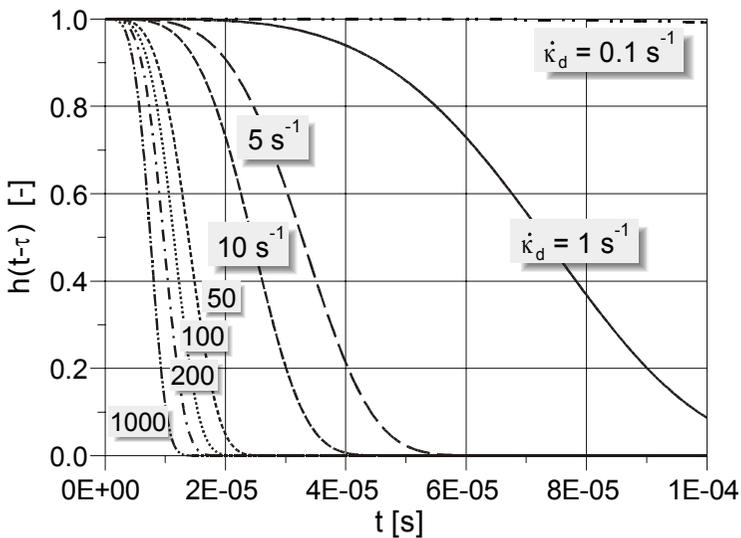


Bild 6.5: Geschichtsfunktion $h(t-\tau)$ für verschiedene äquivalente Dehnraten $\dot{\kappa}_d^*$

Das Format des dynamischen kombinierten Schädigungs-Plastizitäts-Stoffgesetzes ist in Bild 2.25 dargestellt. Es lautet mit der irreversiblen Schädigung D und dem inaktiven dynamischen Schädigungsanteil D_{dyn} allgemein für Druck- und Zugbeanspruchung folgendermaßen:

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[1 - (D(\kappa_d) - D_{\text{dyn}}) \right] \gamma (\text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}_e) \mathbf{E}_0 : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \quad (6.40)$$

Die für die numerische Simulation der Betonstrukturen in den Abschnitten 6.4 bis 6.6 verwendeten Materialdaten des modellierten Betons B 35 werden in der **Tabelle 6.5** zusammengefaßt angegeben.

Beton	Mat User Defined Material Models			
B 35	Anfangselastizität		Reduktionsfaktoren	
	ρ_0	2,5 g/cm ³	r_t	1,2
	E_0	36.000 MPa	r_c	20,0
	ν	0,22		
	Plastizität		Beton-Hugoniot	
	c_c	0,08	a_v	0,7
	c_p	0,9	b_v	3,5
	e_{p1}	$1,1 \cdot 10^{-3}$	e_v	0,02
	e_{p2}	0,4	$e_{v,th}$	0,008
	Kontinuumsschädigung		dynamischer Anteil	
c_1	0,01232	ϑ_0	80,0 μs	
c_2	0,02517	c_{t1}	0,032	
c_3	0,78206	c_{t2}	0,55	
c_4	0,34648	g_h	4,0	
e_0	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$ndam$	50,0	
e_d	$2,2 \cdot 10^{-4}$			
g_d	1,5			

Tabelle 6.5: Materialdaten des Betons B 35

In **Bild 6.6** wird die numerische Umsetzung der Gleichung (6.40) für das verwendete Betonstoffgesetz anhand eines vereinfachten Flußdiagrammes dargestellt.

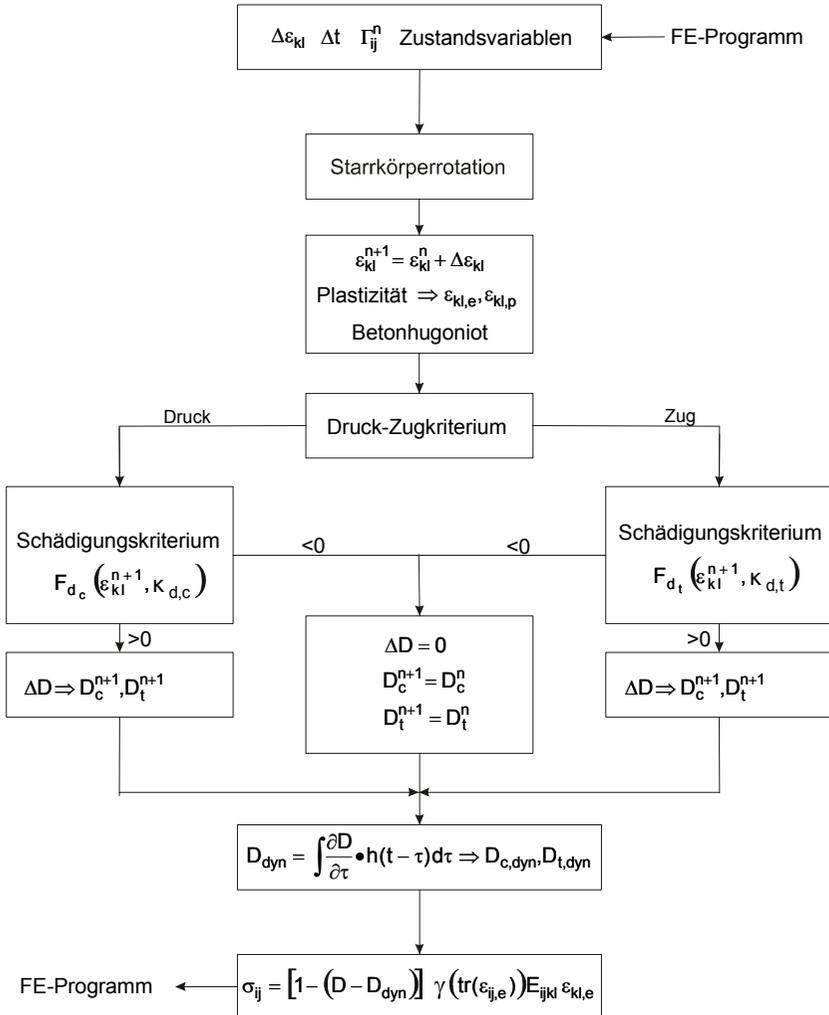


Bild 6.6: vereinfachtes Flußdiagramm des dynamischen kombinierten Schädigungs-Plastizitäts-Stoffgesetzes für Beton

6.3.4 Verifikation des Betonstoffgesetzes an Standardversuchen

Bevor das im Abschnitt 6.3.3 beschriebene Betonstoffgesetz mit den Parametern aus Tabelle 6.5 in der numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen angewendet wird, soll in diesem Abschnitt anhand von 'Ein-Element-Tests' die Leistungsfähigkeit des verwendeten Betonstoffgesetzes für einen Beton B 35 mithilfe der bekannten Standardversuche wie dem einaxialen Druck- oder Zugversuch gezeigt werden. In den Testrechnungen wird dem finiten 'Ein-Element' als Belastung ein lineares Geschwindigkeitsfeld auferlegt. Mit den gewählten Parametern aus Tabelle 6.5 gibt das **Bild 6.7** den Verlauf der einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für einen Beton B 35 unter einer quasistatischen Belastung wieder. Es stellt sich das aus den Druck- und Zugversuchen bekannte Festigkeitsverhältnis von $f'_c \sim 10 f'_t$ ein. Die exakten im 'Ein-Element-Test' berechneten Druck- resp. Zugfestigkeiten betragen 47,5 MPa resp. 3,6 MPa. Nach dem Erreichen dieser Festigkeiten wird je Beanspruchungsrichtung mit zunehmender Dehnung eine Entfestigung registriert. Ein qualitativ ähnliches Verhalten zeigen die aus Versuchen gewonnenen Kurven in Bild 2.12a und Bild 2.15a resp. Bild 2.15b.

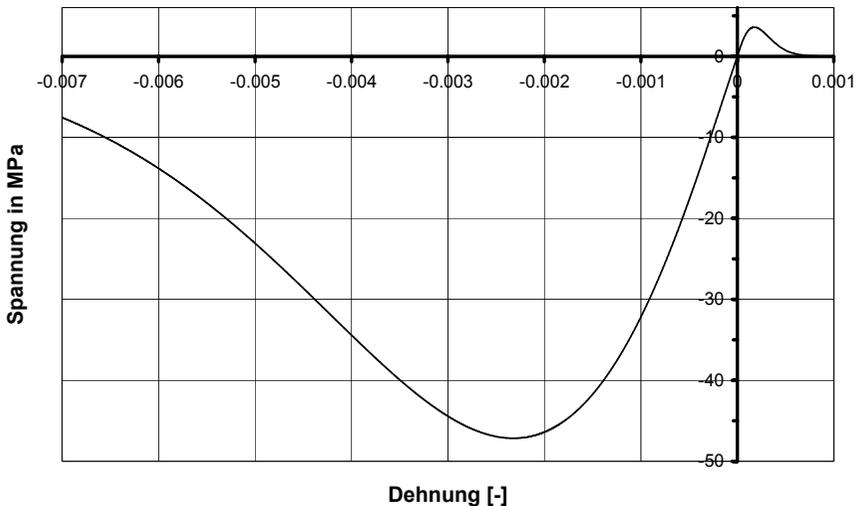


Bild 6.7: einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons B 35

In **Bild 6.8** wird das Materialverhalten des Betons B 35 im Druckbereich während eines 'Ein-Element-Tests' unter zyklischer Beanspruchung wiedergegeben. In diesem Bild ist das gewählte Format des kombinierten Schädigungs-Plastizitäts-Stoffgesetzes nach Bild 2.25 gut zu erkennen. Bei einer Entlastung behalten die Dehnungen einen plastischen Anteil bei und gehen nicht, wie beim Format der reinen Kontinuumschädigungsmechanik nach Bild 2.24, auf den Ursprung zurück. Bild 6.8 verdeutlicht gleichzeitig die im Betonstoffgesetz verwendete variable Sekantensteifigkeit. Ein qualitativ ähnliches Betonverhalten wird in Bild 2.16b mit den aus zyklischen Druckversuchen von *Sinha et al.* [1964] gewonnenen Kurven wiedergegeben. Aufgrund der Vernachlässigung der inneren Reibung der Mikrorißzonen bei der Ent- und Wiederbelastung werden für das verwendete Betonstoffgesetz in Bild 6.8 keine Hysteresen abgebildet.

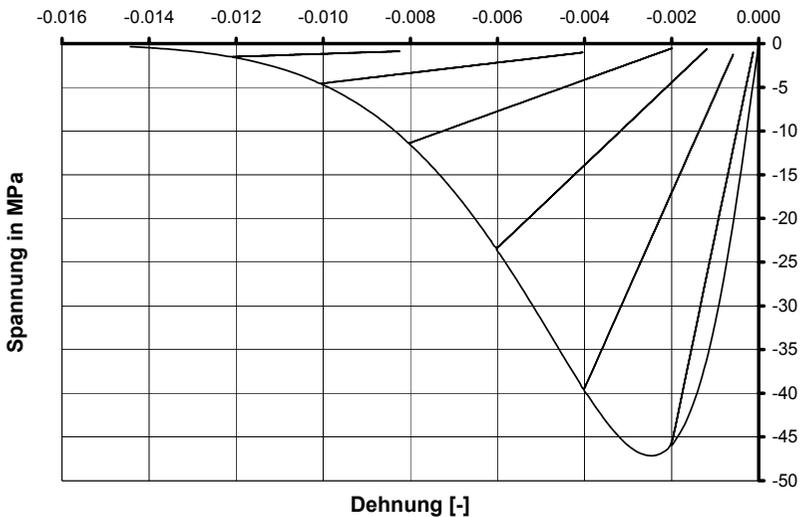


Bild 6.8: zyklische Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons B 35

In den folgenden Bildern wird der Einfluß des dynamischen Anteils des verwendeten Betonstoffgesetzes mithilfe einer einfachen Maxwell-Relaxation, der 'Ein-Parameter-Funktion' aus Gleichung (6.35), gezeigt.

Bei einer konstanten Abklingzeit von $\vartheta = 70 \mu\text{s}$ werden in **Bild 6.9** resp. in **Bild 6.10** die jeweiligen Druckspannungs-Dehnungs-Beziehungen resp. die jeweiligen Zugspannungs-Dehnungs-Beziehungen des Betons B 35 mit verschiedenen konstanten Dehnraten angegeben. Die Kurven in diesen Bildern verdeutlichen sowohl das Anwachsen der Festigkeiten als auch die Erhöhung der Bruchdehnungen bei zunehmenden Belastungsgeschwindigkeiten, die im Zugbeanspruchungsfall stärker vorherrschen als im Druckbeanspruchungsfall.

Dies wird erstens durch den Vergleich der Kurven in Bild 6.9 und in Bild 6.10 ersichtlich und zweitens in einer weiteren Auftragung der Festigkeitssteigerung über der Dehnrate für verschiedene konstante Abklingzeiten ϑ in **Bild 6.11** resp. **Bild 6.12** für den Druck- resp. Zugbeanspruchungsfall verdeutlicht dargestellt. Die im 'Ein-Element-Test' ermittelte und in Bild 6.11 resp. Bild 6.12 dargestellte geringere Abhängigkeit der Betondruckfestigkeitssteigerung von der Dehnrate im Vergleich zur Betonzugfestigkeitssteigerung stimmt sowohl mit den aus den Versuchen gewonnenen Ergebnissen in Bild 2.29a resp. Bild 2.29b als auch mit den Erkenntnissen, die aus den in Kapitel 3 beschriebenen Versuchen stammen, qualitativ gut überein.

Jedoch wird die Festigkeitssteigerung bei Verwendung der 'Ein-Parameter-Funktion' mit einer konstanten Abklingzeit von $\vartheta = 70 \mu\text{s}$ für Belastungszeiten von etwa $5 \mu\text{s}$ bis $10 \mu\text{s}$ überschätzt. Deshalb wird in den folgenden numerischen Simulationen der Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen die verallgemeinerte Maxwell-Formulierung aus Gleichung (6.38) verwendet.

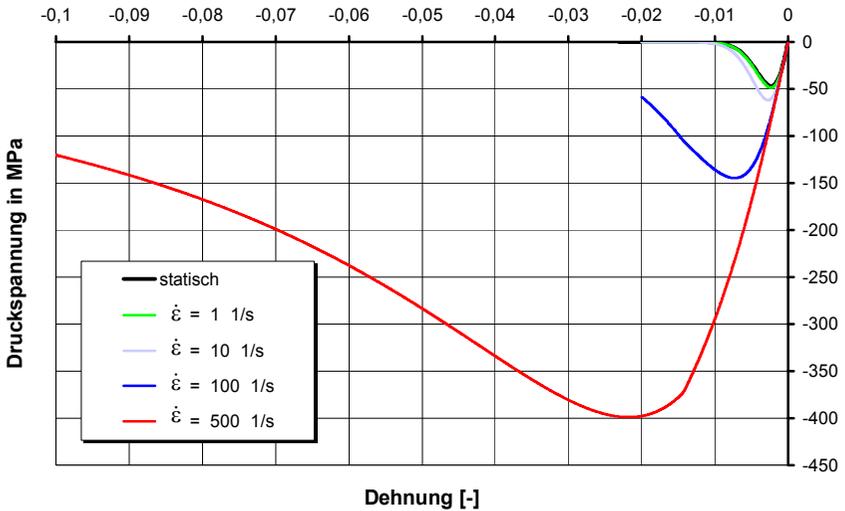


Bild 6.9: Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons B 35 bei unterschiedlichen Dehnraten mit einer konstanten Relaxationszeit von $\vartheta = 70 \mu s$

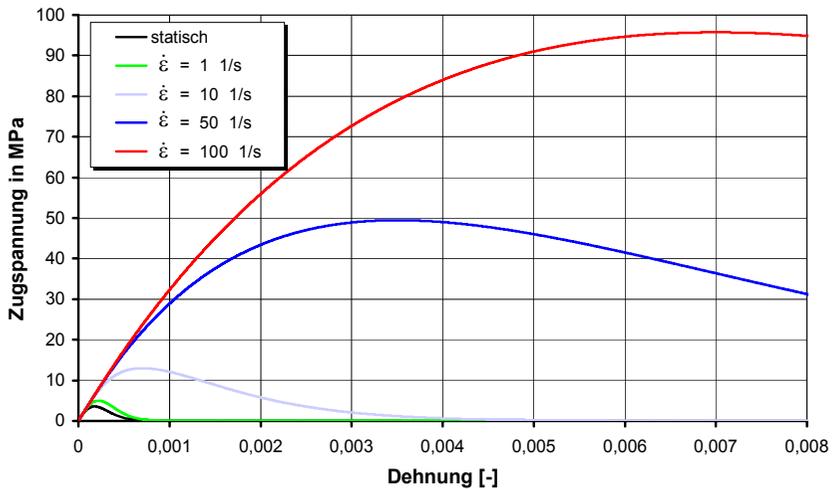


Bild 6.10: Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons B 35 bei unterschiedlichen Dehnraten mit einer konstanten Relaxationszeit von $\vartheta = 70 \mu s$

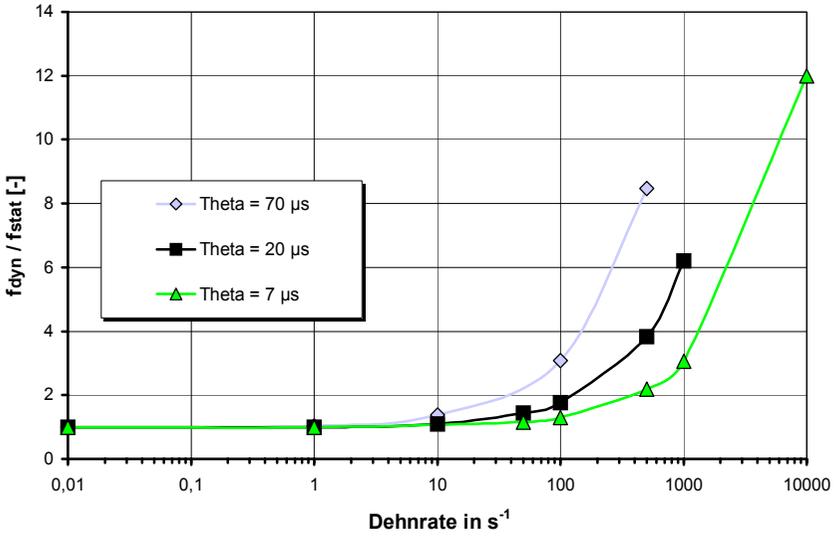


Bild 6.11: Druckfestigkeitssteigerung des Beton B 35

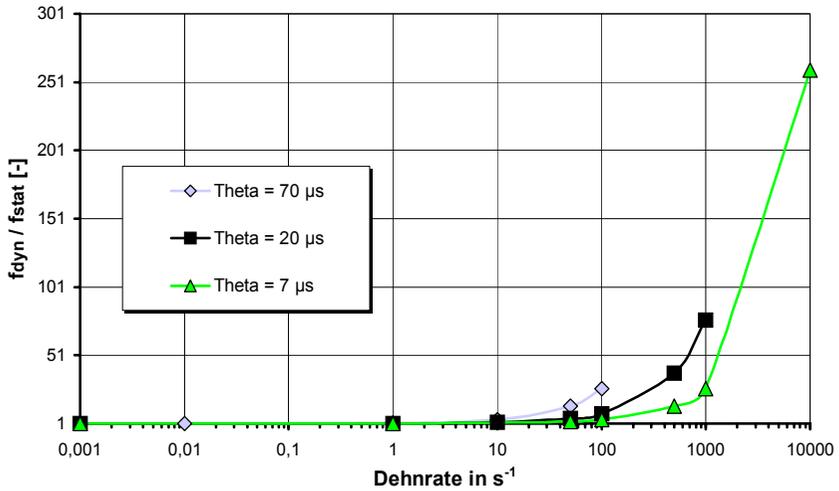


Bild 6.12: Zugfestigkeitssteigerung des Betons B 35

6.4 Plattenberechnung

Der Verlauf der Detonationsfront im Sprengstoff spielt eine wesentliche Rolle für die Schockwellenausbreitung und die Höhe des Drucks im Beton. Um eine ebene Belastung im Versuchskörper zu erhalten, muß die Detonationsfront im Sprengstoff die Oberfläche der Betonplatte überall zur selben Zeit erreichen, was bei einer punktförmigen Zündung aufgrund der konstanten Detonationsgeschwindigkeit und der daraus resultierenden kugelförmigen Detonationsfront nicht gegeben ist. Aus diesem Grund wurde der bei dem Plattenversuch in Abschnitt 3.3 beschriebene Plane-Wave-Generator verwendet, siehe *Ockert* [1997: 58, 59]. Durch die Verwendung von zwei verschiedenen schnell detonierenden Sprengstoffen (hier TNT und Composite B) kann der längere Weg auf der Außenseite des Sprengstoffkegels kompensiert werden, siehe **Bild 6.13**.

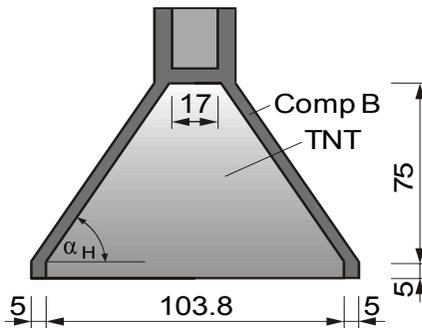


Bild 6.13: Prinzipskizze des Plane-Wave-Generators, Maße in mm

Eine weitere Möglichkeit mithilfe einer fast ebenen Detonationswelle die Betonplatte zu belasten, wäre die Verwendung eines schlanken Zylinders anstelle des verwendeten Kegels. Bei ausreichender Schlankheit spielt die Krümmung der Detonationsfront auf der Unterseite des Sprengstoffzylinders eine untergeordnete Rolle. Eine nahezu ebene Welle ist die Folge. Ein kurzer Ausblick zu den real ablaufenden Prozessen im Sprengstoff zeigt folgendes:

Nach Cooper [1997: 275-297] ist die Detonationsgeschwindigkeit tatsächlich keine Konstante, sondern abhängig von der Geometrie des Sprengstoffs. Bei zylindrischen Formen nimmt sie mit größer werdendem Durchmesser zu und konvergiert für unendliche Durchmesser gegen einen Maximalwert (= ideale Detonationsgeschwindigkeit). Umgekehrt kann die Detonationsgeschwindigkeit nicht beliebig stark abnehmen. Wird der Durchmesser des Zylinders zu klein, so schlägt die Detonation fehl, da die Energieverluste über die Mantelfläche höher sind als die Energieproduktion in der Reaktionszone. Der kritische Durchmesser ist stark abhängig von der Dichte, der Partikelgröße, der Umgebungstemperatur und der Art der Umhüllung des Sprengstoffs.

Der Krümmungsradius R_{Det} der Detonationsfront bei Sprengstoffzylindern mit Punktzündung wächst entgegen der oben gemachten Behauptung nicht beliebig mit dem Fortschreiten der Detonationswelle, sondern stagniert nach Erreichen einer bestimmten Größe, die in Abhängigkeit von der Schlankheit und dem Durchmesser (L/d) des Zylinders dargestellt werden kann. Dieser Punkt wird um so früher erreicht, je kleiner das Verhältnis von der Länge zu dem Durchmesser L/d ist. Für TNT erreicht R_{Det}/d bereits für $L/d = 3$ den Maximalwert von ca. 1,8 - siehe **Bild 6.14**.

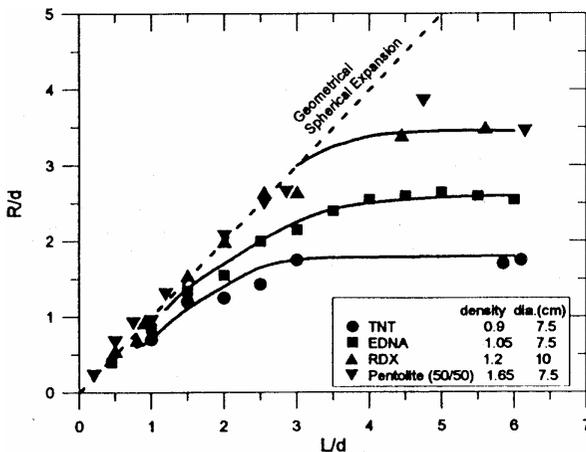


Bild 6.14: Krümmungsradius (R/d) der Detonationsfront in Abhängigkeit der Schlankheit (L/d) für zylindrische Sprengstoffgeometrien, siehe Cooper [1997]

Somit hätte dieser Sprengstoffzylinder aus TNT bei einem Verhältnis von $L/d = 3$ und dem gleichen Durchmesser des Plane-Wave-Generators von $d = 113,8$ mm eine Masse von etwa 5,66 kg. Dies entspräche fast der neunfachen Masse des verwendeten Plane-Wave-Generators und würde somit zu einer viel zu großen Sprengstoffbelastung der Betonplatte führen. Deshalb wurde sowohl im Versuch als auch in der zugehörigen Rechnung die Betonplatte mithilfe des in Bild 6.13 dargestellten Plane-Wave-Generators als aufgelegte Ladung eben beansprucht.

6.4.1 Modellierung

Der numerischen Untersuchung der Betonplatte liegen die Geometrieabmessung und die Positionen der Sensoren aus dem Bild 3.5 sowie dem Bild 3.6 zugrunde, so daß sich nach der Modellierungsphase das in **Bild 6.15** als Prinzipskizze dargestellte viertel Simulationsmodell der Betonplatte mit Sprengstoffkegel ergibt. In diesem Bild wird sowohl die Materialzuweisung der Elemente als auch die Position der den Sensoren entsprechenden Rechenelemente gezeigt. Im grau unterlegten Bereich wird den *Lagrange*-Elementen die Materialeigenschaft des Betons zugewiesen, während der rot unterlegte Bereich den *Euler*-Elementen die Materialeigenschaft der Sprengstoffzusammensetzung TNT/COMP B zuordnet. Mit blauer Farbe sind die Positionen mit den Bezeichnungen der Sensoren angegeben. So steht z.B. '1' für den Allen-Bradly Sensor 1, der sich in 2 cm Tiefe direkt unter der Kontaktladung in Plattenmitte befindet.

In der numerischen Simulation befindet sich der Zündpunkt in dem auf der Symmetrieachse liegenden obersten Sprengstoffelement der Kontaktladung, in Bild 6.15 durch einen schwarzen Punkt angedeutet. Das entsprechende Finite-Element-Netz dieser Plattenberechnung im unverformten Zustand wird in **Bild 6.16** gezeigt.

Das Finite-Element-Netz setzt sich aus 7.280 Elementen für den Sprengstoff, 186.624 Elementen für den Beton und weiteren 45.500 Elementen für ein *Euler*-Hintergrundnetz zusammen, das hier aus Gründen der Übersichtlichkeit in Bild 6.16 nicht dargestellt ist. Für den Sprengstoff und den Beton im höchstbelasteten Bereich müssen relativ kleine Elementabmessungen gewählt werden, da sonst die Schockwellenfront

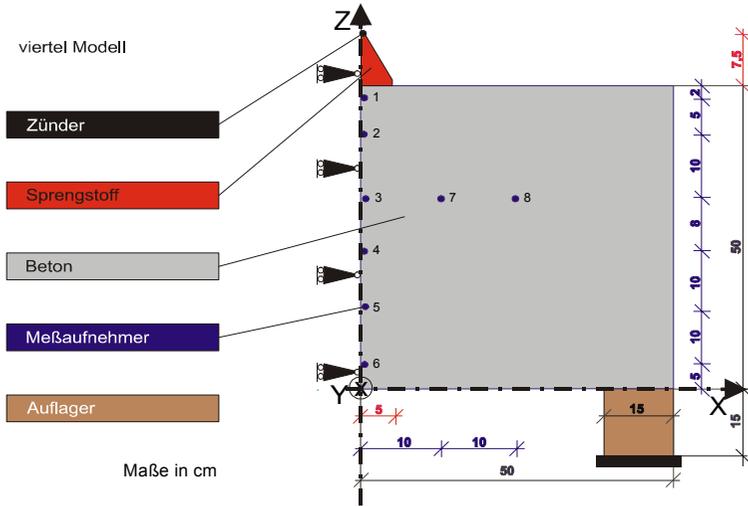


Bild 6.15: Prinzipskizze zur Plattenberechnung entlang der Symmetrielinie (siehe Schnitt A-A in Bild 3.5)

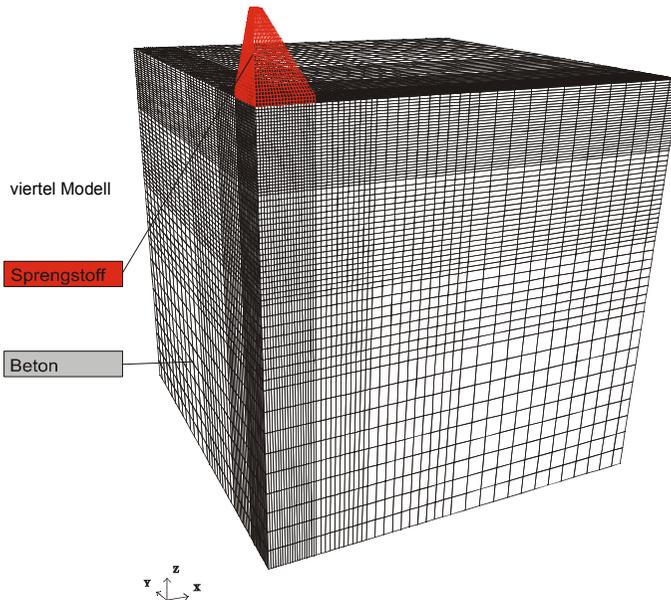


Bild 6.16: Unverformtes FE-Netz zur Plattenberechnung; das *Euler*-Hintergrundnetz ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit dargestellt.

infolge der 'bulk viscosity' auf einen zu großen Bereich verteilt wird, siehe Bild 6.1. Infolge dessen wird für die numerische Simulation der Betonplatte eine Elementkantenlänge von etwa 3 mm gewählt, die im Vergleich mit dem im Versuch verwendeten Größtkorn von 16 mm deutlich kleiner ist.

6.4.2 Ergebnisse

Nach der Zündung der Kontaktladung wandert zunächst eine Detonationswelle durch den Sprengstoff. Nach etwa 12 μs erreicht die Detonationsfront die Betonoberfläche und erzeugt dort die maximale Beanspruchung. Dies ist nahezu unabhängig von den sonst dominierenden Betoneigenschaften, wie dem E-Modul, der Druck- und Zugfestigkeit und wird hauptsächlich durch das Kompressionsverhalten und somit überwiegend durch die Rohdichte und die Porosität des Betons bestimmt. Erst zu einem späteren Zeitpunkt, wenn die Druckspannungswerte zurückgegangen sind, spielen die oben genannten Eigenschaften wieder eine Rolle. Die numerische Simulation zeigt, daß sich die höchsten Betondrücke in den Oberflächenelementen der Betonplatte direkt unter dem Plane-Wave-Generator ergeben. So wird für das sich etwa 2 cm unter der Ladung befindliche Rechenelement 77581, das der Position des Sensors AB 1 entspricht, ein Maximaldruck von rund 19.179 MPa nach ca. 15 μs nach der Zündung berechnet.

In **Bild 6.17a - c** sind für die ausgewählten Rechenelemente, die mit den Positionen der Sensoren AB 1 bis AB 8 übereinstimmen, alle berechneten Druck-Zeit-Verläufe der Schockwellenfront im Beton dargestellt. Aus diesen Bildern wird ersichtlich, daß der Maximaldruck der Schockwellenfront in den Betonelementen mit zunehmender Wellenfortpflanzung schnell abnimmt, so daß sich für die Betonelemente, die sich in der Mitte und im unteren Teil der Platte befinden, viel geringere Drücke für die Schockwellenfront ergeben. So erfährt z.B. das Rechenelement 67581 des Sensors AB 2, das sich in etwa 7 cm Tiefe unterhalb der Kontaktladung befindet, noch einen Maximalwert von etwa 1.848 MPa nach ca. 31 μs nach der Zündung. Die weitere Verringerung der maximalen Drücke für die tiefer in der Betonplatte liegenden Rechenelemente und deren zeit-

lich verspäteter Anstieg ist Bild 6.17b resp. Bild 6.17c gut zu entnehmen. Für alle Rechenelemente der Sensoren AB 1 bis AB 8 werden in **Tabelle 6.6** die maximalen Druckwerte mit den zugehörigen Zeitpunkten nach der Zündung angegeben.

Rechenelement - zugehöriger Sensor	Maximaler Druck in MPa	Zeit nach Zündung in μs
Rechenelement 77581 - AB 1	19.179	15
Rechenelement 67581 - AB 2	1.848	31
Rechenelement 60781 - AB 3	99,0	55
Rechenelement 126308 - AB 7	22,2	58
Rechenelement 163924 - AB 8	7,1	76
Rechenelement 57181 - AB 4	43,0	76
Rechenelement 55181 - AB 5	18,5	100
Rechenelement 53581 - AB 6	10,2	125

Tabelle 6.6: Ergebnisse der Plattenberechnung für die den Sensoren AB 1 bis AB 8 entsprechenden Rechenelemente im Beton

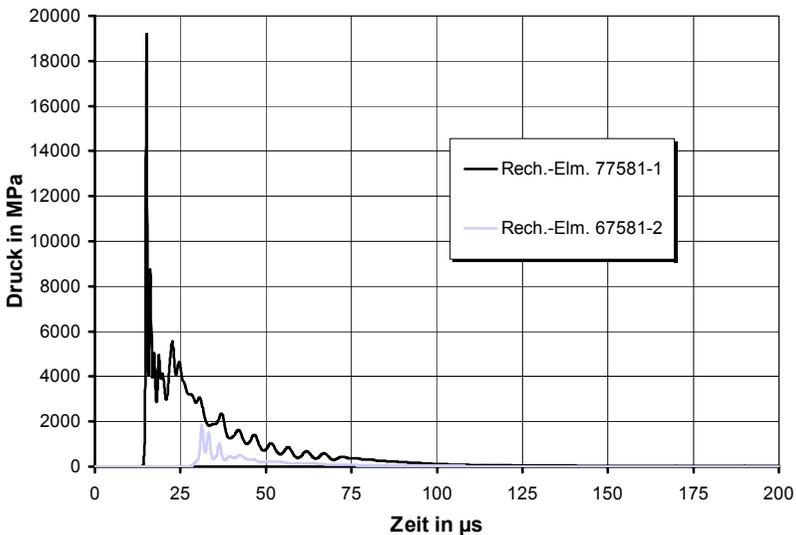


Bild 6.17a: Druck-Zeit-Verläufe der Rechenelemente für die Sensoren AB 1 und AB 2 in der Betonplatte

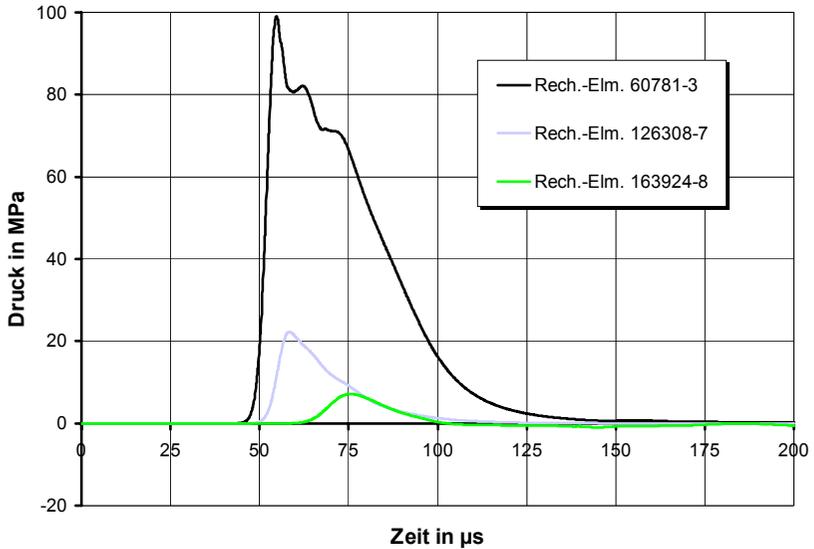


Bild 6.17b: Druck-Zeit-Verläufe der Rechelemente für die Sensoren AB 3, AB 7 und AB 8 in der Betonplatte

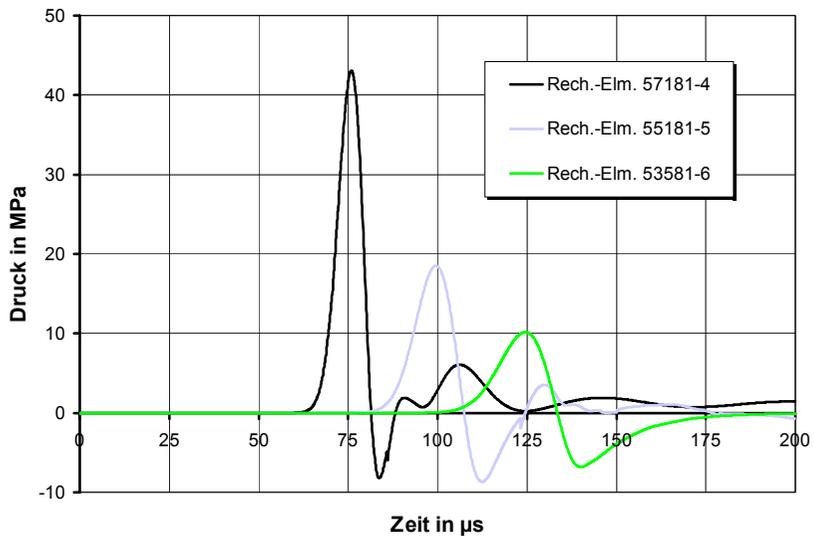


Bild 6.17c: Druck-Zeit-Verläufe der Rechelemente für die Sensoren AB 4, AB 5 und AB 6 in der Betonplatte

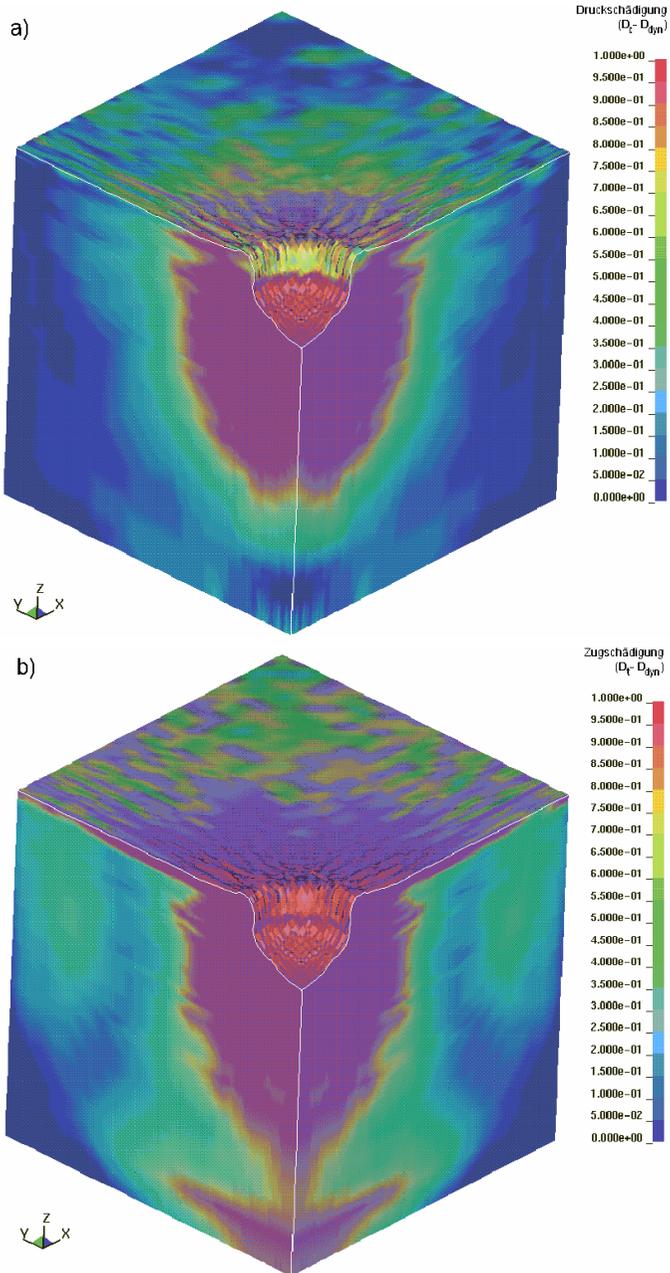


Bild 6.18: a) druck- resp. b) zuggeschädigte Platte zum Zeitpunkt von etwa 185 μ s nach der Zündung mit Krater an der Betonplattenoberfläche

Nach einer Rechenzeit von etwa $140 \mu\text{s}$ erreicht die Wellenfront der Druckwelle die Betonplattenunterseite und wird dort als Zugwelle reflektiert.

In **Bild 6.18a** wird die Druckschädigung ($D_c - D_{\text{dyn}}$) und in **Bild 6.18b** die Zugschädigung ($D_t - D_{\text{dyn}}$) der Betonplatte zum Zeitpunkt von etwa $185 \mu\text{s}$ nach der Zündung des Sprengstoffkegels dargestellt. Die berechneten Kraterabmessungen an der Plattenoberseite unterteilen sich in einen Bereich ausbildender Elementdeformationen mit einem Durchmesser von etwa 20 cm und einer Tiefe von ungefähr 9 cm und in einen Bereich größter berechneter Schädigung mit einem Durchmesser von etwa 57 cm und einer Tiefe von ca. 28 cm. Diese Betonschädigung geht alleine aus der durch den Plane-Wave-Generator erzeugten Schockwelle hervor, die das Betonmaterial an der Plattenoberfläche stark komprimiert resp. zur Seite verdrängt. Die reflektierte Zugwellenfront, die meist für die Betonzerstörung verantwortlich ist, befindet sich zu diesem Zeitpunkt noch im unteren Teil der Betonplatte.

Die grafische Darstellung der Ergebnisse der numerischen Simulation in Bild 6.18a resp. Bild 6.18b weist auf den Unterschied zwischen der Druck- und Zugschädigung hin. Dieser besteht zum einen im zuggeschädigten Bereich an der Plattenunterseite und zum anderen zeigt bei der Druckschädigung der Kraterand einen geringeren Schädigungsgrad im Vergleich zum darunter angrenzenden Bereich an. Dies ist auf den im verwendeten Betonstoffgesetz implementierten Dehnrateneffekt zurückzuführen. Direkt unterhalb der Kontaktladung beeinflusst der Dehnrateneffekt die Druckschädigung am stärksten.

6.5 Balkenberechnung

Die numerische Untersuchung der Betonbalken bezieht sich hauptsächlich auf den Versuchskörper VK 4, der durch 6 Bohrlochladungen mit einem Bohrlochabstand von jeweils 30 cm belastet wird. In Bild 3.13 ist die Geometrie des Balkens mit den Positionen der Sensoren angegeben. Da

im Versuch bei diesem Versuchskörper sowohl die meisten Signale registriert wurden als auch die größte Betonschädigung auftrat, ist er für die Vergleichsrechnung ausgewählt worden.

6.5.1 Modellierung

Auch bei dieser Modellierung kann wegen der symmetrischen Anordnung der Bohrlochladungen und der Sensoren die vorhandene Symmetrie ausgenutzt werden, so daß entsprechend der Prinzipskizze aus **Bild 6.19** lediglich ein viertel Modell des Betonbalkens mit drei Bohrlochladungen modelliert werden muß. Somit zeigt die Prinzipskizze in Bild 6.19 die Hälfte des Balkenlängsschnittes entlang der Symmetrielinie.

Die Materialzuweisung der Elemente geht aus Bild 6.19 ebenfalls hervor. Im grau unterlegten Bereich wird den *Lagrange*-Elementen die Materialeigenschaft des Betons zugewiesen, während im rot unterlegten Bereich den *Euler*-Elementen die Materialeigenschaft der Bohrlochladung Seismoplast 1 zugeordnet wird. Der hell unterlegte Bereich kennzeichnet *Lagrange*-Elemente mit Dämmeigenschaften, die vornehmlich in den Bohrlöchern die Druckwellenausbreitung des Sprengstoffes nach oben behindern sollen, um eine stärkere Belastung des sich in Ladungsnähe befindenden Betons zu erzielen. Mit blauer Farbe sind die Positionen mit den Bezeichnungen der Sensoren angegeben. Gezündet wurde in allen Bohrlöchern gleichzeitig. Daher befindet sich in der numerischen Simulation der Zündpunkt je Bohrloch in den obersten mittleren Sprengstoffelementen, in Bild 6.19 durch einen schwarzen Punkt angedeutet.

Bild 6.20 zeigt das unverformte Finite-Element-Netz der Balkenberechnung. Es setzt sich aus 960 Elementen für den Sprengstoff, 31.380 Elementen für den Beton und weiteren 5.952 Elementen für ein *Euler*-Hintergrundnetz zusammen, das hier wiederum aus Gründen der Übersichtlichkeit in Bild 6.20 nicht dargestellt ist. Bezüglich der Elementabmessungen und der 'bulk viscosity' wird auf die Bemerkungen im Abschnitt 6.4 – Plattenberechnung – verwiesen.

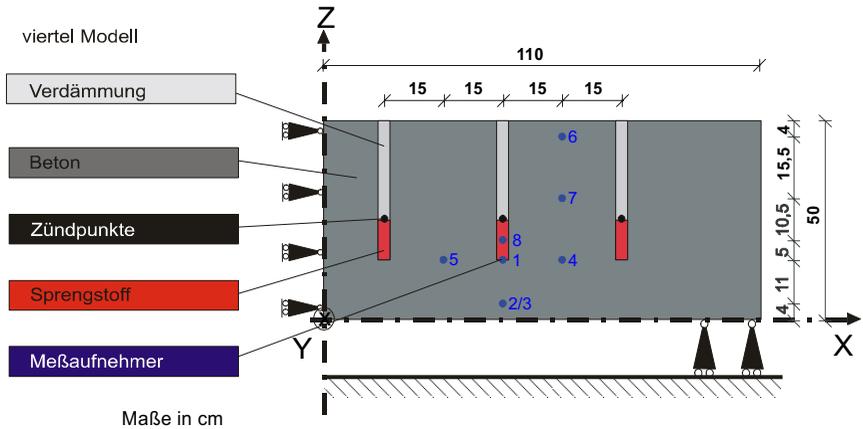


Bild 6.19: Prinzipische Skizze zur Balkenberechnung entlang der Symmetrielinie des Balkenlängsschnittes

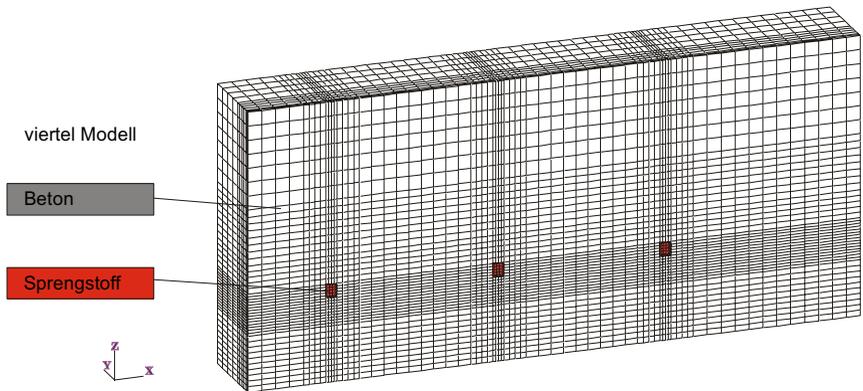


Bild 6.20: Unverformtes Finite-Element-Netz zur Balkenberechnung; das *Euler*-Hintergrundnetz ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit dargestellt.

6.5.2 Ergebnisse

Nach der synchronen Zündung der relativ kleinen, kompakten Bohrlochladungen baut sich gemäß des in Abschnitt 2.2 beschriebenen Detonationsablaufes in den Sprengstoffelementen der Druck auf, und die Deto-

nationsfront erreicht nach etwa $4 \mu\text{s}$ die Betonoberfläche und erzeugt dort je Bohrloch die maximale Beanspruchung. In der numerischen Simulation wird für das Rechelement des Sensors 1, der sich in 1 cm Tiefe direkt unter der Bohrlochladung befindet, ein maximaler Druck im Beton von etwa 660 MPa nach ungefähr $7 \mu\text{s}$ nach der Zündung berechnet. In der nachfolgenden Zeit breiten sich die Schockwellenfronten im Beton kugelförmig um die Bohrlöcher aus, siehe **Bild 6.21a**. So wird der maximale Druck der Wellenfront des dem Sensor 2 entsprechenden Rechelementes, das sich im Abstand von 11 cm unter dem Bohrloch an

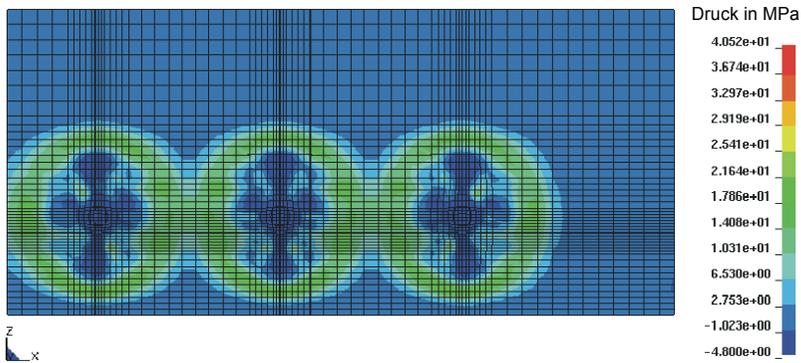


Bild 6.21a: Überlagerung zweier entgegengesetzt laufender Druckwellenfronten zum Zeitpunkt $35 \mu\text{s}$ nach der Zündung

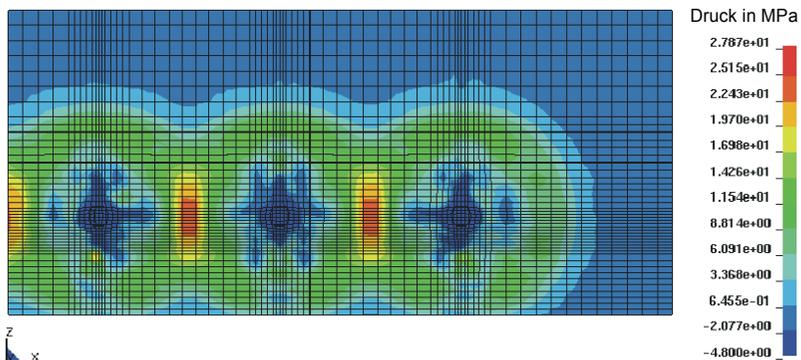


Bild 6.21b: Überlagerung zweier entgegengesetzt laufender Druckwellenfronten zum Zeitpunkt $45 \mu\text{s}$ nach der Zündung

der Balkenunterseite befindet, nach etwa 39 μs nach der Zündung auf ca. 20 MPa berechnet.

Kurze Zeit später, bei etwa 44 μs nach der Zündung, stoßen die Druckwellenfronten benachbarter, sich gegenseitig beeinflussender Bohrlöcher aufeinander und überlagern sich, siehe **Bild 6.21b**. Somit ergibt sich zu dieser Zeit für das Rechelement des vergleichbaren Sensors 4 ein maximaler Druck von etwa 26 MPa.

In der Vergleichsrechnung für den Versuchskörper VK 2, einem Betonbalken mit derselben Geometrieabmessung, der jedoch nur durch 2 Bohrlochladungen belastet wird, siehe Bild 3.11, ergibt sich für das nur durch eine Bohrlochladung belastete Rechelement des (hier !) Sensors 5 zur gleichen Zeit ($t = 44 \mu\text{s}$) ein maximaler Druck von ungefähr 13 MPa. Dies belegt, daß in der Mitte zweier benachbarter Bohrlöcher eine Druckwellenüberlagerung im Beton stattfindet, die den Beton zusätzlich schädigt und somit das globale Versagen des Balkens einleitet. Dieses globale Versagen ergibt sich aus dem Versagen in der Bohrlochebene aufgrund großer Ringdehnungen um das Bohrloch.

Die Ergebnisse der numerischen Simulation zur Balkenberechnung VK 4 sind in **Tabelle 6.7** für die ausgewählten Rechelemente der entsprechenden Sensoren zusammengefaßt. Es ist jeweils der im Element berechnete maximale Druck zusammen mit der Zeit nach der Zündung der Bohrlochladungen angegeben.

Rechelement – zugehöriger Sensor	Maximaler Druck in MPa	Zeit nach Zündung in μs
Rechelement 20068 – AB 1	660	7
Rechelement 21404 – AB 8	18,3	33
Rechelement 19948 – AB 2	20,0	39
Rechelement 21036 – AB 3	8,1	43
Rechelement 23829 – AB 4	26,0	44
Rechelement 14419 – AB 5	26,5	44
Rechelement 24135 – AB 7	12,3	57

Tabelle 6.7: Ergebnisse der Balkenberechnung zu VK 4 für die den Sensoren AB 1 bis AB 8 entsprechenden Rechelemente im Beton

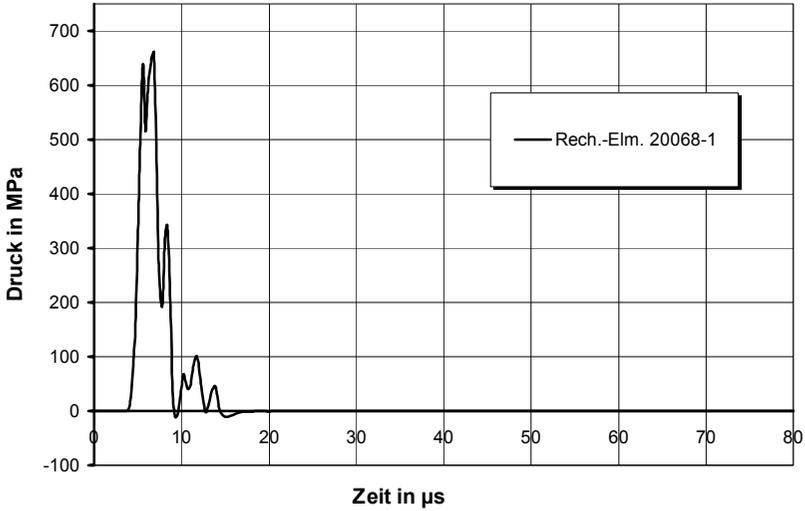


Bild 6.22a: Druck-Zeit-Verlauf des Rechelementes für den Sensor AB 1 im Betonbalken VK 4

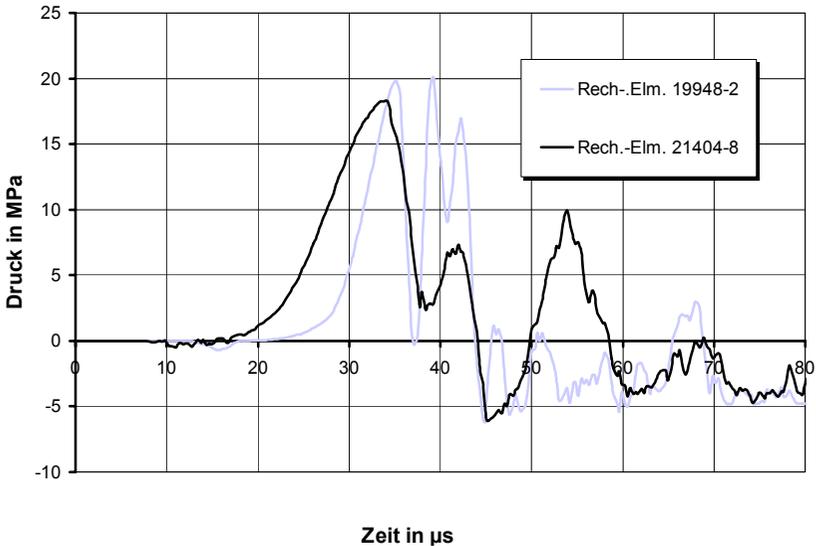


Bild 6.22b: Druck-Zeit-Verläufe der Rechelemente für die Sensoren AB 2 und AB 8 im Betonbalken VK 4

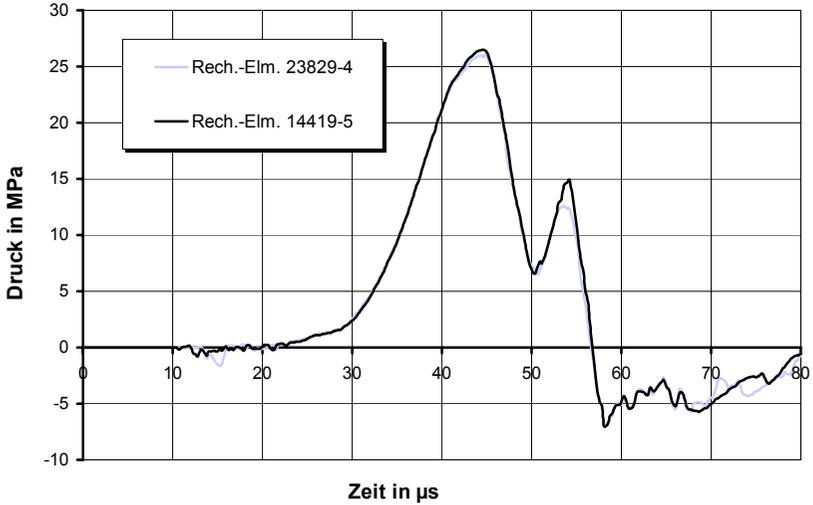


Bild 6.22c: Druck-Zeit-Verläufe der Rechelemente für die Sensoren AB 4 und AB 5 im Betonbalken VK 4

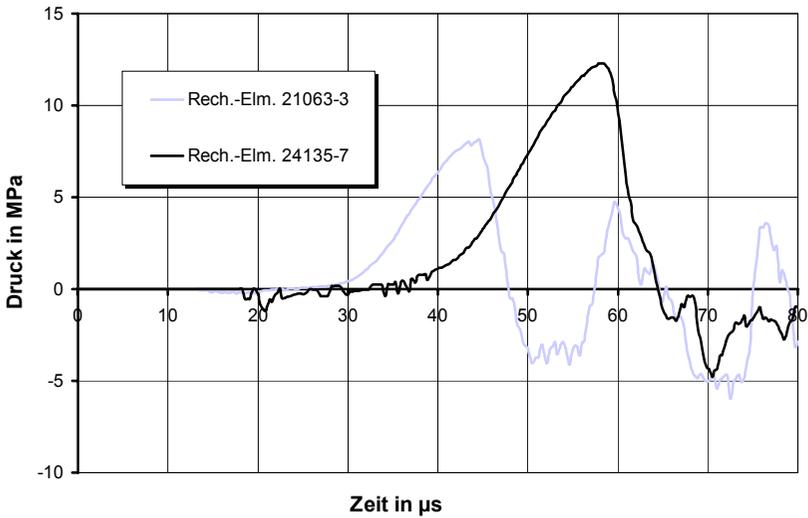


Bild 6.22d: Druck-Zeit-Verläufe der Rechelemente für die Sensoren AB 3 und AB 7 im Betonbalken VK 4

Die Druck-Zeit-Verläufe zu den in Tabelle 6.7 angegebenen Ergebnissen aus der Balkenberechnung sind in dem **Bild 6.22a - d** dargestellt. Deutlich erkennbar ist die starke Abnahme der Maximaldrücke der Kompressionswellenfront in den Betonrechenenelementen, die sich mit zunehmendem Abstand von der Ladung befinden.

6.6 Stützenberechnung

Im Gegensatz zu der Platten- und Balkenberechnung unterscheidet sich die numerische Untersuchung der Stahlbetonstütze durch die Berücksichtigung der Bewehrung in der Stütze, siehe Bild 3.22, und die zusätzliche Berechnung des Luftdrucks in unmittelbarer Stützenumgebung. Mit der numerischen Simulation des Luftdrucks wird die Belastung der durch die Luft übertragenen Druckstöße auf die nahe Umgebung einer Abbruchsprengung bestimmt. Dies interessiert in der Praxis, da bei fast allen Abbruchsprengungen versucht wird, den Trümmerflug zu verhindern, als auch die Belastung auf die unmittelbare Umgebung zu verringern. Hierfür werden in der Praxis um den zu sprengenden Bereich häufig schwere Gummimatten befestigt, wenn große Trümmer zurückgehalten werden müssen, oder mehrfache Lagen von Vlies mit Maschendraht verwendet, um kleinere Trümmer zurückzuhalten. Eine ausführliche Beschreibung der in der Praxis bei Abbruchsprengungen angewendeten Vorgehensweise zur Verringerung der Belastung der unmittelbaren Umgebung wird unter anderem in Kapitel 7 des DAfStb-Berichtes, siehe *Eibl, Plotzitza & Herrmann* [2000], anhand von zahlreichen Bildern erläutert.

6.6.1 Modellierung

Für die Stützenberechnung sind die Geometrieabmessungen und die Positionen der Sensoren in der Stahlbetonstütze resp. für die Luftdruckmessung in der umgebenden vorgespannten Betonzylinderschale dem Bild 3.21 resp. dem Bild 3.20 zu entnehmen. Gezündet wird die ringför-

mige Kontaktladung direkt über dem Sensor AB 3, so daß unter Ausnutzung der vorhandenen Symmetrie das in der Prinzipskizze **Bild 6.23** dargestellte halbe Modell der Stützenberechnung zugrunde liegt.

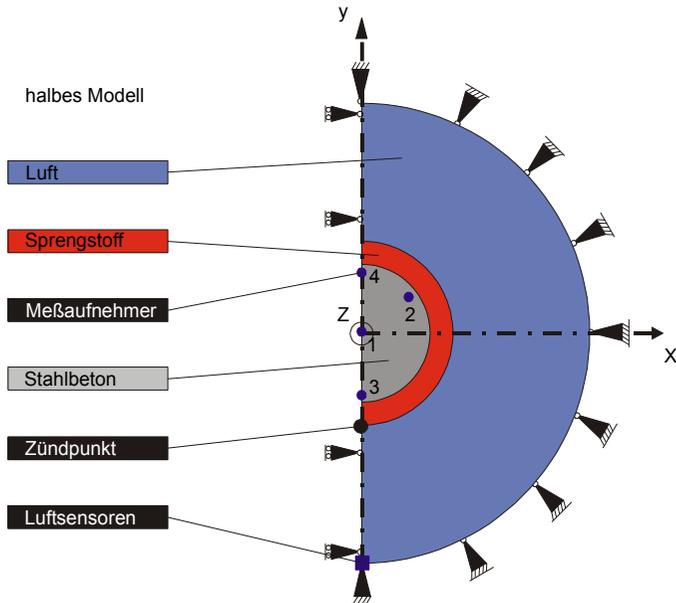


Bild 6.23: Prinzipskizze zur Stützenberechnung entlang des Horizontalschnitts in der Sprengstoffebene

Die Materialzuweisung der Elemente geht aus diesem Bild ebenfalls hervor. Der grau unterlegte Bereich kennzeichnet *Lagrange*-Elemente mit der Materialeigenschaft des Stahlbetons. Dabei wird der im Versuch verwendete Stahl BSt 500S in der numerischen Untersuchung verschmiert in den *Lagrange*-Elementen berücksichtigt und zusammen mit dem Beton B 35 dargestellt. Im rot unterlegten Bereich wird den *Euler*-Elementen die Materialeigenschaft der aus Seismoplast 1 bestehenden Kontaktladung zugewiesen, während für den blau unterlegten Bereich den *Euler*-Elementen die Materialeigenschaft der Luft zugewiesen wird. Die Positionen der AB-Sensoren mit ihren Bezeichnungen werden durch schwarze Punkte in der Stahlbetonstütze und durch schwarze Quadrate für die Luftdrucksensoren in der vorgespannten Betonzylinderschale angedeutet.

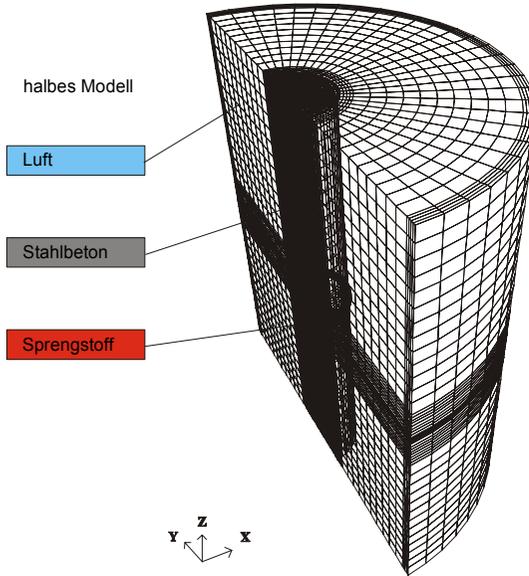


Bild 6.24: unverformtes Finite-Element-Netz zur Stützenberechnung mit *Euler*-Hintergrundnetz

In **Bild 6.24** wird das Finite-Element-Netz der Stützenberechnung im unverformten Zustand gezeigt. Es besteht aus 1.344 Elementen für den Sprengstoff, 27.702 Elementen für den Stahlbeton und 49.056 Elementen für ein *Euler*-Hintergrundnetz, in dem die Belastung der 60 cm von der Stütze entfernten Stahlbetonzylinderschale durch die über die Luft übertragenen Druckstöße berechnet wird. Bezüglich der Elementabmessungen und der 'bulk viscosity' wird auf die Bemerkungen im Abschnitt 6.4 – Plattenberechnung – verwiesen.

6.6.2 Ergebnisse

Nach der Zündung der Kontaktladung läuft in der numerischen Simulation die Detonationswellenfront durch die ringförmig angeordneten Sprengstoffelemente mit einer Detonationsgeschwindigkeit von 7200 m/s und belastet die Oberfläche der Stahlbetonstütze somit zu unterschiedli-

chen Zeiten. Die Zeitdifferenz beträgt etwa $58 \mu\text{s}$ und ist in **Bild 6.25a** durch die Zeitpunkte der Maximaldrücke der diametral gegenüberliegenden Rechenelemente der Sensoren AB 3 und AB 4 gut zu erkennen.

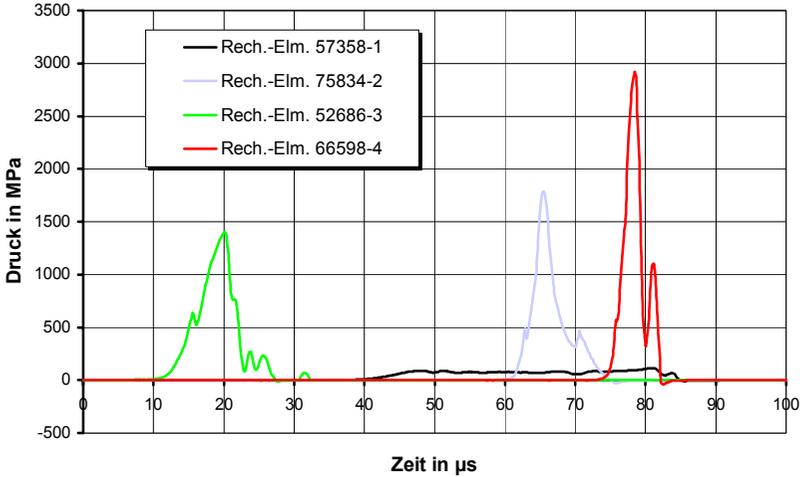


Bild 6.25a: Druck-Zeit-Verläufe aller Rechenelemente der Sensoren AB 1 bis AB 4 in der Stahlbetonstütze

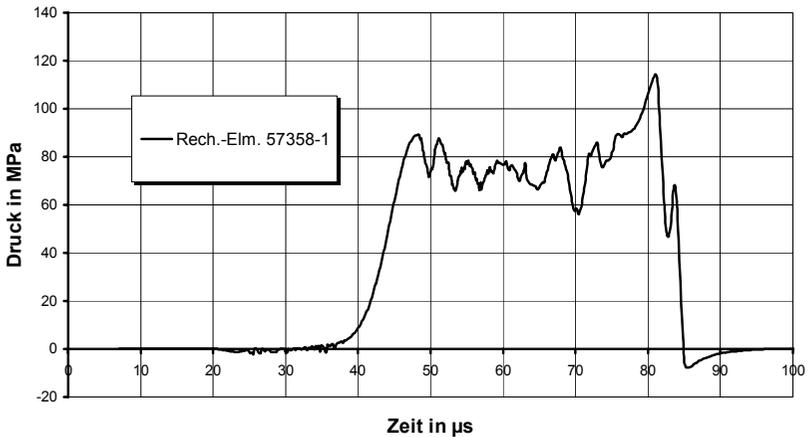


Bild 6.25b: genauere Darstellung des Druck-Zeit-Verlaufes des Rechenelementes für den Sensor AB 1, der sich im Zentrum der Stahlbetonstütze befindet

Gleichzeitig laufen im Stahlbeton die Schockwellen von jedem Punkt der belasteten Stützenmantelfläche in das Zentrum der Stahlbetonstütze. Ihre Wellenausbreitungsgeschwindigkeit ist materialabhängig und nicht konstant. Sie liegt für den hier verwendeten Stahlbeton in der Größenordnung der halben Detonationsgeschwindigkeit. Für das Rechelement des Sensors AB 1, das sich genau im Stützenzentrum befindet, wird deshalb über einen Zeitraum von etwa $36 \mu\text{s}$ ein durchschnittlicher Maximaldruck von ungefähr 76 MPa berechnet, siehe **Bild 6.25b**.

Wie in Bild 6.25a ersichtlich, weist der Maximaldruck des dem Sensor AB 4 entsprechenden Rechelementes einen etwa doppelt so großen Wert im Vergleich zum Rechelement des Sensors AB 3 auf, der sich direkt unter dem Zünder befindet. Der Grund hierfür ist die Überlagerung der aufeinander stoßenden Detonationswellenfronten und der daraus resultierenden doppelten Belastung der Stützenoberfläche des Stahlbetons über der Position des Sensors AB 4.

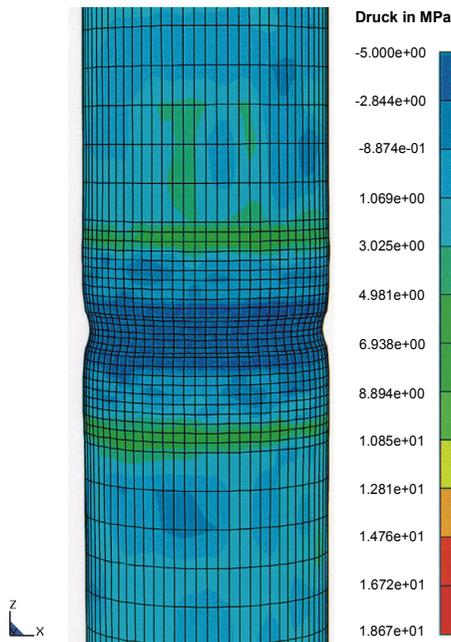


Bild 6.26: berechnete Drücke mit Schädigung der Betonoberfläche der vorgespannten Stütze nach etwa $300 \mu\text{s}$ nach der Zündung

Bild 6.26 zeigt die berechneten Drücke mit der Schädigung der Betonoberfläche an der Stahlbetonstütze zum Zeitpunkt von etwa 300 μs nach der Zündung der Kontaktladung. Das Abplatzen der Betondeckung im Ladungsbereich auf eine Länge von 20 cm bis 34 cm ist gut zu erkennen. In Bild 6.26 wird dies durch den dunklen Bereich gekennzeichnet, der sich zwischen den grünen Ringen befindet.

Rechenelement – zugehöriger Sensor im Stahlbeton	Maximaler Druck in MPa	Zeit nach Zündung in μs
Rechenelement 52686 – AB 3	1.401	20
Rechenelement 75834 – AB 2	1.788	65
Rechenelement 66598 – AB 4	2.919	78
Rechenelement 57358 – AB 1 ^{a)}	76	46 - 82
Rechenelement – zugehöriger Sensor in der Luft	Maximaler Luftdruck in bar	Zeit nach Zündung in μs
Rechenelement 30088 – K 3	72	295
Rechenelement 53581 – K 5	31	492
Rechenelement 35078 – K 2	35	499

^{a)} Bestimmung des mittleren maximalen Druckwertes, der über die Zeitdauer Δt diesen Druckwert beibehält.

Tabelle 6.8: Ergebnisse der Stützenberechnung für die den Sensoren AB 1 bis AB 4 resp. K 2, K 3 und K 5 entsprechenden Rechenelemente im Stahlbeton resp. in der Luft.

Tabelle 6.8 gibt die Ergebnisse der numerischen Simulation zur Stützenberechnung für die ausgewählten Rechenelemente der entsprechenden Sensoren im Stahlbeton und in der Luft wieder. Es ist jeweils der im Element berechnete maximale Druck zusammen mit der verstrichenen Zeit nach der Zündung der Ladung angegeben. Lediglich für den Sensor AB 1 wird für den späteren Vergleich von Versuch und Rechnung als sinnvolles Rechenergebnis der gemittelte maximale Druckwert mit der Zeitdauer Δt , für die der Druckwert gilt, genannt.

Die numerische Untersuchung der Stützenberechnung zeigt, daß parallel zu den Vorgängen K im Sprengstoff und im Stahlbeton sich die Druckwel-

len radial im umgebenden Luftraum ausbreiten und etwa 295 μs nach der Zündung das Rechelement des entsprechenden Luftdrucksensors K 3 erreichen, das sich in der vorgespannten Betonzylinderschale auf Höhe der Ladung befindet. Ein Maximalwert von etwa 72 bar wird berechnet. Weiterhin wird in **Bild 6.27** deutlich, daß fast zeitgleich die Rechelemente der Luftdrucksensoren K 2 resp. K 5 im unteren Bereich der Zylinderschale resp. im Stahlkreuz ihre Maximaldrücke erreichen. Der Luftraum in der Zylinderschale ist aufgrund des fehlenden Deckels für Gasströmungen nach oben nicht geschlossen. Aufgrund dieser Randbedingung ergeben sich somit für das obere Rechelement des Sensors K 5 etwas geringere Maximaldrücke als für das untere Rechelement des Sensors K 2. Die Bewegung der Luft wird somit in der numerischen Simulation als ausströmendes Gas richtig erfaßt.

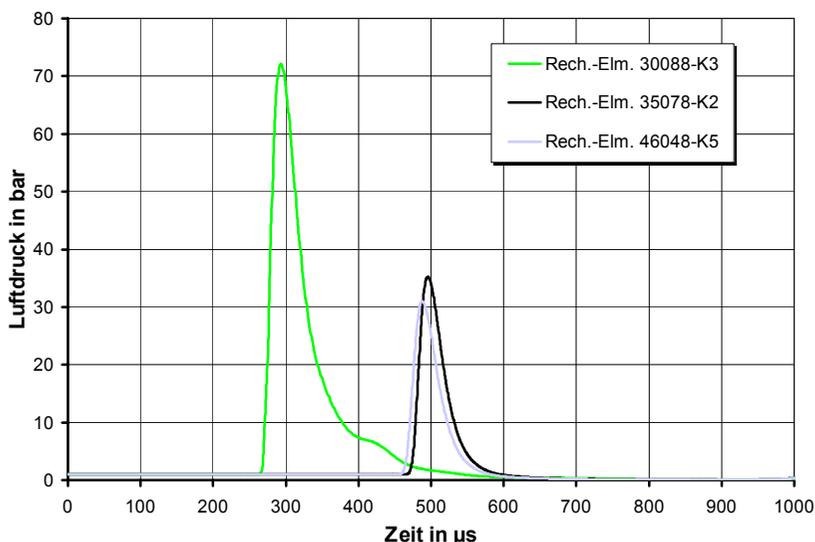


Bild 6.27: Druck-Zeit-Verläufe der Rechelemente für die Luftdrucksensoren K 2, K 3 und K 5 aus der Stützenberechnung

7 Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der jeweiligen Rechnungen mit den Ergebnissen aus den zugehörigen Verifikationsversuchen verglichen. Dies geschieht, um das Verhalten der Beton- resp. Stahlbetonstruktur unter Kontaktexplosion und Bohrlochsprengung zu überprüfen und die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch über die Luft übertragene Druckstöße zu bestimmen. Weiterhin soll dadurch das vorgestellte Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen inklusive des implementierten Betonstoffgesetzes verifiziert werden.

Aufgrund der stark abweichenden Geometrie und der unterschiedlichen Belastung der Versuchskörper wird der Vergleich zwischen den Meßwerten und den Rechenergebnissen für jeden Versuchskörper einzeln durchgeführt und kurz diskutiert. Zunächst werden die jeweiligen Schädigungsbereiche innerhalb des Betons resp. Stahlbetons für die einzelnen Versuchskörper miteinander verglichen und anschließend jeweils eine Abhängigkeit der erzielten Druckmaxima bezüglich der Einbautiefe der Sensoren angegeben. Da bei allen Versuchen aufgrund der verwendeten Meßtechnik der hydrostatische Druck im Beton mithilfe von Kohle-Masse-Widerständen der Firma Allen-Bradley (AB) ermittelt wurde, ist es sinnvoll, diese Meßgröße mit den berechneten Werten zu vergleichen. Deshalb werden in der zeitabhängigen Betrachtung von jedem Versuchskörper zwei bis vier signifikante Sensoren im Beton ausgewählt und anhand von Druck-Zeit-Verläufen der Vergleich zwischen Messung und Rechnung vollzogen. Für die Stütze im Abschnitt 7.3 wird zusätzlich der Vergleich des gemessenen und berechneten Luftdrucks in unmittelbarer Umgebung der Kontaktladung mithilfe eines Druck-Zeit-Verlaufes angegeben. In allen folgenden Diagrammen kennzeichnet jeweils die helle Kurve den Druck-Zeit-Verlauf des Meßsignals, während die dunkle Kurve in den jeweiligen Diagrammen den berechneten Druck-Zeit-Verlauf widerspiegelt. Beim Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung ist

zu beachten, daß die in den Versuchen gemessenen Werte aufgrund der heterogenen Betonstruktur mit einer Materialstreuung behaftet sind. Diese liegt bei statischer Belastung im Bereich von ca. 10 % bis 15 % und beträgt bei dynamischer Beanspruchung etwa 25%. Somit weist eine maximale Abweichung der gemessenen und berechneten Druckwerte im Beton von etwa 25 % unter hochdynamischer Beanspruchung noch eine gute Übereinstimmung auf.

7.1 Ergebnisvergleich der Platte

Der Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung für die Betonplatte wird mit der Bestimmung des sich ausbildenden Kraters an der Plattenoberseite und der Schädigungsbereiche begonnen, siehe Bild 3.9 resp. Bild 6.18. Der entlang der Symmetrielinie vertikal aufgeschnittene Versuchskörper in Bild 3.9 zeigt an der Plattenunterseite keine Deformationen, jedoch sind Risse infolge der an der Plattenunterseite reflektierten Zugwelle gut zu erkennen. Diese Risse werden in der Rechnung als geschädigte Bereiche qualitativ ermittelt, siehe Bild 6.18b. An der Plattenoberseite erzeugte der Plane-Wave-Generator durch die Detonation einen Krater im Beton mit einem mittleren Durchmesser von ungefähr 56 cm und einer Tiefe von etwa 11 cm. Die Vergleichswerte bezüglich der Kraterabmessungen in der numerischen Simulation werden nach einer Zeit von ca. 185 μ s nach der Zündung des Sprengstoffkegels bestimmt. Als qualitative Kraterabmessungen auf der Plattenoberseite ergeben sich in der Rechnung die in **Tabelle 7.1** angegebenen Werte für die sich ausbildenden Elementdeformationen und für den Bereich größter berechneter Schädigung.

Hierbei zeigt der Vergleich der Kraterabmessungen, daß die berechneten Elementdeformationen gegenüber den aus dem Versuch erhaltenen Kraterabmessungen eine untere Schranke bilden, während der Bereich größter berechneter Schädigung eine obere Schranke angibt. Es sei noch angemerkt, daß bei der Bestimmung der Kraterabmessungen im Versuch, insbesondere bei der Ermittlung der Kratertiefe, nur der Materialbereich erfaßt wurde, der während der Sprengung aus dem Krater ge-

schleudert worden war. Bild 3.9 läßt jedoch im Beton einen stark komprimierten Bereich direkt unterhalb des Kraterkegels erkennen, der ebenfalls als vollkommen geschädigt angesehen werden muß und somit die gemessene Kratertiefe des Versuchskörpers auf ca. 19 cm vergrößert. Die große Anzahl von Rissen im Plattenquerschnitt des Versuchskörpers weist ebenfalls auf eine starke Schädigung des Betons im zentralen Bereich der Betonplatte hin.

Vergleich Kraterabmessungen für die Platte		'spalling' an der Plattenoberseite	
		mittlerer Kraterdurchmesser in cm	maximale Kratertiefe in cm
Versuch		56	11 (resp.19)
Rechnung	Elementdeformation	20	9
	Schädigung	57	28
	Elementflag	45	18

Tabelle 7.1: Platte: Vergleich der Kraterabmessungen zwischen Versuch und Rechnung anhand von vertikalen Schnitten durch die Platte

Für eine sinnvolle Gegenüberstellung der gemessenen mit den berechneten Kraterabmessungen ist daher in der Materialroutine der numerischen Simulation ein 'Elementflag' eingebaut worden, der den Wert Eins annimmt, wenn im Element vollkommene Druck- und Zugschädigung vorliegt. Somit gilt für jedes Element:

$$\text{Elementflag} = \begin{cases} 1 & \text{,wenn } D_c = 1 \wedge D_t = 1 \\ 0 & \text{,sonst} \end{cases} \quad (7.1)$$

Bild 7.1 stellt die Umsetzung der Bedingung aus Gleichung (7.1) für die Plattenberechnung grafisch dar. Der rot unterlegte Bereich kennzeichnet vollkommene Druck- und Zugschädigung und entspricht somit unter Beachtung der Bedingung (7.1) den berechneten Kraterabmessungen mit einem Durchmesser von etwa 45 cm und einer Tiefe von ungefähr 18 cm. Die unter der Bedingung (7.1) berechneten Kraterabmessungen liegen innerhalb der berechneten Schrankenlösung und stimmen mit den

Versuchsergebnissen der Platte recht gut überein, siehe Tabelle 7.1. Der Vergleich der Betonplattenquerschnitte aus Versuch (Bild 3.9) und Rechnung (Bild 7.1) bezüglich der Kraterabmessungen bestätigt diese gute Übereinstimmung, siehe auch **Bild A.1** im Anhang A.

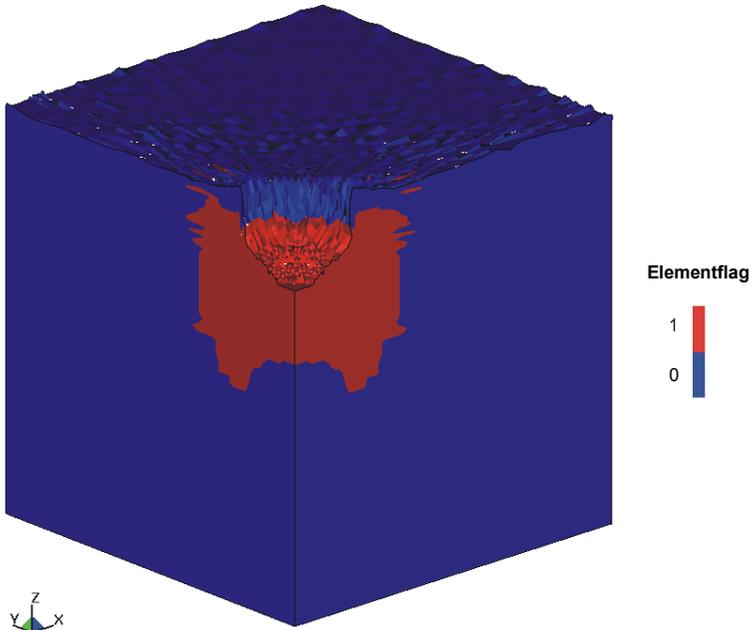


Bild 7.1: berechneter Krater der Platte zum Zeitpunkt von etwa 185 μ s nach der Zündung mithilfe der Bedingung aus Gleichung (7.1)

Die zweite Vergleichsgröße ist der maximal gemessene und berechnete hydrostatische Druck mit der zugehörigen Zeit nach der Zündung des Plane-Wave-Generators bezogen auf die Lage der Sensoren resp. der zugehörigen Rechenelemente in der Betonplatte, siehe Bild 6.15. Deshalb werden für die grafische Darstellung in **Bild 7.2** auf der Abszisse die Einbautiefe der jeweiligen Sensoren resp. Rechenelemente von der belasteten Plattenoberfläche in cm und auf der Ordinate die gemessenen resp. berechneten maximalen Druckpeaks in MPa aufgetragen.

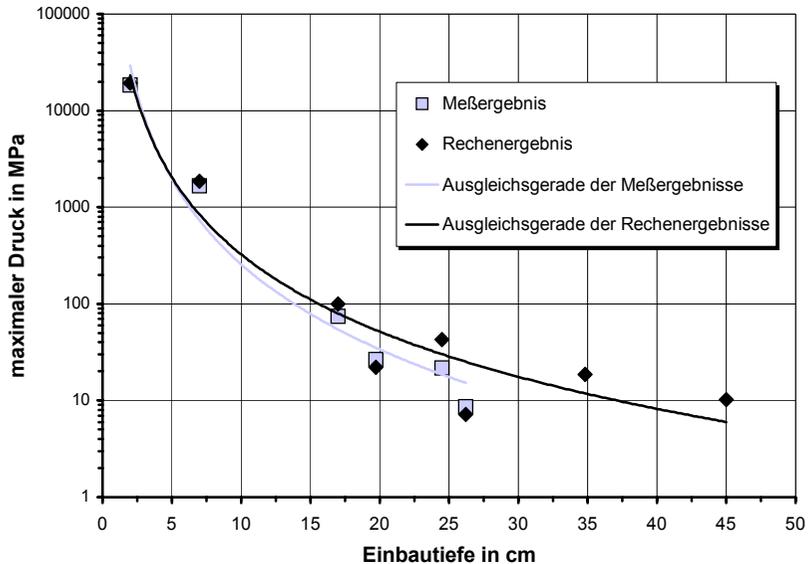


Bild 7.2: Platte: Vergleich der Druckmaxima von Messung und Rechnung über die Einbautiefe der Sensoren

Für die zwei seitlichen Sensoren AB 7 und AB 8 resp. die zugehörigen Rechenelemente, siehe Bild 6.15, werden die Druckmaxima über deren mittleren Abstand zur Kontaktladung bestimmt. Somit betragen die Abstände für den Sensor AB 7 = 19,7 cm und für den Sensor AB 8 = 26,2 cm. Das Bild 7.2 zeigt eine gute Übereinstimmung der gemessenen Druckmaxima (Quadrate, helle Kurve) mit den berechneten maximalen Druckpeaks (Karas, dunkle Kurve). Mit zunehmendem Abstand von der belasteten Plattenoberfläche weist der Vergleich zwischen Messung und Rechnung eine nur leicht zunehmende Differenz der maximalen hydrostatischen Drücke an den Positionen der Sensoren auf. Die genauen Werte der gemessenen und berechneten Druckmaxima zusammen mit den zugehörigen Zeitpunkten nach der Zündung werden in **Tabelle 7.2** für den Plattenvergleich gegenübergestellt. Die Zeitpunkte, zu denen die Druckpeaks auftreten, sind im Versuch und in der Rechnung genau identisch. Die maximalen Drücke in der gesamten Betonplatte werden durch die numerische Simulation gut ermittelt. So stimmt beispielsweise für den Sensor AB 1 der berechnete Druckpeak von 19.179 MPa zu 96,5 % mit

dem gemessenen maximalen Druckwert von 18.516 MPa überein. Der Ergebnisvergleich der Druckmaxima für die restlichen Sensoren liegt innerhalb der Materialstreuung des Betons von ca. 25 %. Lediglich für den Sensor AB 4 wird ein größerer Unterschied zwischen dem gemessenen Druckmaxima von 21,8 MPa und dem berechneten von 43,0 MPa registriert, der auf einen Meßfehler hindeutet.

Meßaufnehmer Platte		AB 1	AB 2	AB 3	AB 7	AB 8	AB 4	AB 5	AB 6
Einbautiefe in cm		2	7	17	17+10	17+20	24,5	34,8	45
Versuch	Druckpeak in MPa	18.516	1.674	74,4	26,6	8,6	21,8	a)	a)
	Zeit nach Zündung in μ s	15	32	55	60	75	76	b)	b)
Rechnung	Druckpeak in MPa	19.179	1.848	99,0	22,2	7,1	43,0	18,5	10,2
	Rechenzeit nach Zündung in μ s	15	31	55	58	76	76	100	125

a) kein adäquater Mittelwert aus der Druckmessung bestimmbar

b) keine zugehörige Zeit bestimmbar

Tabelle 7.2: Platte: Vergleich der Druckmaxima mit zugehörigen Zeitpunkten zwischen Versuch und Rechnung an allen Sensorpositionen

Eine weitere Vergleichsmöglichkeit besteht in der zeitabhängigen Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten hydrostatischen Drücke an den Sensorpositionen. Für den Ergebnisvergleich der Betonplatte werden die Sensoren AB 1 und AB 2 ausgewählt, da an diesen Sensoren resp. Rechenelementen die höchsten Drücke registriert worden sind. Somit kann innerhalb der numerischen Simulation mithilfe der gewählten Formulierung des dynamischen Anteils im Stoffgesetz die korrekte Erfassung der Betonfestigkeitssteigerung überprüft werden. Die Sensoren befinden sich im Beton laut Bild 6.15 in einem Abstand von etwa 2 cm resp. 7 cm direkt unter der Kontaktladung in Plattenmitte und erfahren durch den Plane-Wave-Generator eine extrem hohe Belastung, die weit jenseits der im Versuchskörper vorherrschenden statischen Betondruckfestigkeit von $f'_c = 48$ MPa liegt. Somit spielt für die anfängliche lokale Antwort der Plattenstruktur ein möglicher Einfluß aus der Plattengeometrie, der Lagerungsbedingung und der statischen Betondruckfestigkeit eine untergeordnete Rolle.

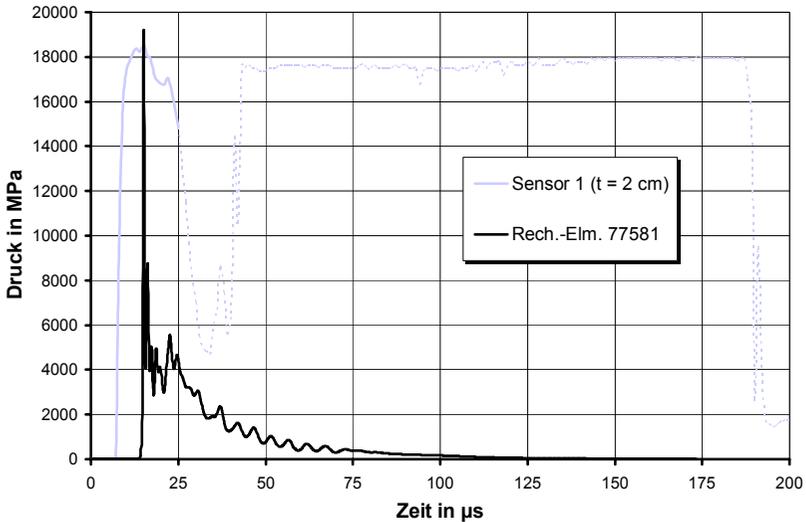


Bild 7.3: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechenelement für die Platte an der Position AB 1

In **Bild 7.3** wird in einem Druck-Zeit-Diagramm der Vergleich zwischen Sensor AB 1 und dem entsprechenden Rechenelement 77581 dargestellt. Die helle Kurve kennzeichnet dabei die Meßwerte, während die dunkle Kurve die berechneten Druckwerte angibt. In der Rechnung wird der maximale Druckwert von etwa 19.179 MPa nach einer Zeit von ca. 15 µs nach der Zündung erreicht, während im Versuch der Druckpeak bei etwa 18.516 MPa zur selben Zeit ($t = 15 \mu\text{s}$) gemessen wird. Im Betonrechenelement liegt dieser Druckwert nur über eine sehr kurze Zeit von wenigen Mikrosekunden vor und zeigt bereits nach weiteren 8 µs nur noch einen Druckwert von etwa 5.000 MPa an. Der Sensor AB 1 hingegen reagiert aufgrund der Kapselung träge und fällt erst nach einer Zeitdauer von etwa 23 µs nach dem Anstieg auf den vergleichbaren Druckwert von ca. 5.000 MPa zurück.

Diese Ursache ist zum Teil numerisch bedingt und läßt sich mit der sehr feinen Vernetzung der Betonplatte unter der Kontaktladung und der rasant über die Rechenelemente mit sehr kleinen Elementkantenlängen hinweg laufenden Schockwellenfront begründen. Somit liegt der maxima-

le Druck im Rechelement nur über eine sehr kurze Zeit vor. Ein weiterer Einfluß liegt in der Trägheit der Sensoren aufgrund der notwendigen Kapselung der Meßaufnehmer mit Epoxidharz. Der genaue Zeitpunkt der Zerstörung des Sensors ist aus dem Verlauf des Meßsignals in Bild 7.3 nicht exakt bestimmbar. Erfahrungen im Umgang mit der Meßtechnik lassen jedoch einen aussagekräftigen Druck-Zeit-Verlauf der Messung bis zu einem Zeitpunkt von etwa $25 \mu\text{s}$ nach der Zündung bei einem gleichzeitigen Druckwert von ungefähr 15.000 MPa vermuten. Somit wird ab dem Zeitpunkt von ca. $25 \mu\text{s}$ nach der Zündung der Sensor AB 1 als versagt angenommen. Der weitere Verlauf des Druck-Zeit-Meßsignals in Bild 7.3 ist daher eher mit Vorsicht zu betrachten und wird deshalb nur gestrichelt angegeben.

Der Vergleich zwischen Versuch und Rechnung zeigt für den maximalen Druckwert eine gute Übereinstimmung, jedoch nicht für den abfallenden Ast der Druck-Zeit-Kurve im Beton. Dies ist neben den oben genannten Gründen unter anderem darauf zurückzuführen, daß der Werkstoff Beton nach Erreichen seiner Materialfestigkeit große Streuungen im Last-Verformungsverhalten aufweist. Zusätzlich addieren sich bei zunehmender Rechendauer die numerischen Fehler in einem expliziten FE-Code.

Beim Vergleich von Sensor AB 2 (helle Kurve) mit dem Rechelement 67581 (dunkle Kurve) fällt der Trägheitseffekt aus der Kapselung des Sensors nicht so stark ins Gewicht, da sich dieser Sensor mit 7 cm Abstand zur Kontaktladung bereits in einem anderen Druckniveau im Beton befindet, siehe **Bild 7.4**. In der numerischen Simulation wird der maximale Druckwert von etwa 1.848 MPa nach einer Zeit von ungefähr $31 \mu\text{s}$ nach der Zündung erreicht. Im Versuchskörper wird zur fast selben Zeit ($t = 32 \mu\text{s}$) lediglich ein Maximalwert von 1.674 MPa gemessen. Die Rechnung überschätzt den maximalen Druckwert um lediglich 10% und liegt somit gut in der Materialstreuung des Betons von etwa 25% . Auch für diesen Sensor läßt sich der genaue Versagenszeitpunkt nicht exakt angeben, nur erfahrungsgemäß für den Zeitpunkt von ungefähr $50 \mu\text{s}$ nach der Zündung vermuten. Die gute tendenzielle Übereinstimmung des Druck-Zeit-Verlaufes aus Versuch und Rechnung inklusive des abfallenden Astes bis zum Versagenszeitpunkt des Sensors von et-

wa 50 μs nach der Zündung bestätigt den gewählten dynamischen Ansatz im Betonstoffgesetz, siehe Abschnitt 6.3.3 – dynamischer Anteil –.

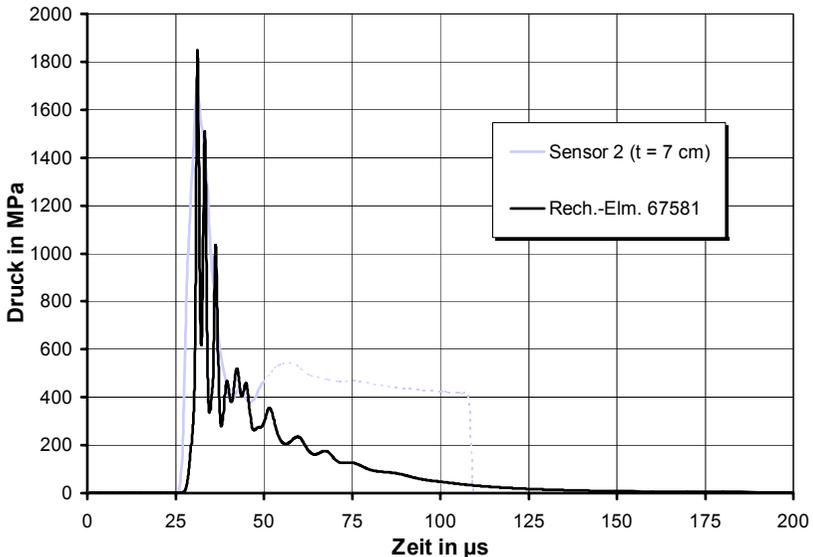


Bild 7.4: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechelement für die Platte an der Position AB 2

Fazit: Im Hinblick auf eine Dimensionierung für einen sprengtechnischen Abbruch stimmen die numerisch ermittelten Schädigungsbereiche mit dem gemessenen Kraterdurchmesser und der Kratertiefe gut überein. Die Abweichung der gemessenen und berechneten Druckpeaks ist gering, während die zu den einzelnen Sensoren resp. Rechelementen zugehörigen Zeitpunkte identisch sind. Der direkte Vergleich der Druck-Zeit-Verläufe aus Versuch und Rechnung anhand der Sensoren AB 1 und AB 2 zeigt eine tendenziell gute Übereinstimmung, da auch der Vergleich des abfallenden Astes des Druck-Zeit-Verlaufes bis zum jeweiligen Versagenszeitpunkt des Sensors im Materialstreubereich des Betons von etwa 25 % liegt.

Die Verifizierung des vorgestellten Verfahrens zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen wird durch zwei weitere Ergebnisvergleiche verschiedener Rechnungsvarianten für die Betonplatte vervollständigt. Zunächst wird gezeigt, daß es sich bei der numerischen Behandlung von Abbruchsprengungen um ein gekoppeltes Problem handelt und somit der Einfluß der Betonplatte auf den Sprengstoffkegel bei der Lasteinleitung nicht vernachlässigt werden darf. Desweiteren wird an der Position des Sensors AB 3 in der Betonplatte der Einfluß unterschiedlicher *Euler-Lagrange*-Kopplungsmöglichkeiten, die im Abschnitt 4.6 beschrieben werden, dem Einfluß geringfügig variiertes Relaxationszeiten bei der Verwendung der einfachen Maxwell-Relaxation in der Formulierung des dynamischen Anteils im Stoffgesetz gegenübergestellt, die im Abschnitt 6.3.3 – dynamischer Anteil – ausführlich erläutert werden.

Bei einer numerischen Simulation einer Kontaktdetonation, wie z.B. bei der Plattenberechnung aus Abschnitt 6.4, ist die gegenseitige Interaktion von Sprengstoff und Beton in der Kontaktfläche, siehe Bild 6.1, bei der Druckwellenausbreitung zu berücksichtigen. Es handelt sich somit um ein gekoppeltes Problem. Um den Einfluß der Betonplatte bei der Lasteinleitung des Plane-Wave-Generators grafisch darzustellen, werden anhand von zwei sich im Zentrum des Kontaktbereichs befindlichen Sprengstoffelementen die Druck-Zeit-Verläufe aus zwei verschiedenen Rechnungsvarianten gegenübergestellt. Die eine Rechnungsvariante berücksichtigt eine Modellierung **mit** Betonplatte (rote resp. schwarze Kurve) gemäß der Beschreibung des Abschnittes 6.4.1 und Bild 6.15, während die andere Rechnungsvariante **ohne** Betonplatte (baue resp. grüne Kurve) modelliert worden ist. Das gewählte Vergleichsrechenelement 11223 im Sprengstoffkegel (fette gestrichelte Linien) befindet sich im Zentrum direkt an der Kontaktfläche zwischen Sprengstoff und Beton, während das Vergleichsprengstoffrechenelement 3 (dünne durchgezogene Linien) mit einem Abstand von 10 cm zur Kontaktfläche zwei Elementreihen darüber liegt.

Der Vergleich der Druck-Zeit-Verläufe der gewählten Sprengstoffelemente in **Bild 7.5** für die Varianten mit und ohne Modellierung der Betonplatte zeigt deutlich den Einfluß der Interaktion der Betonplatte auf die

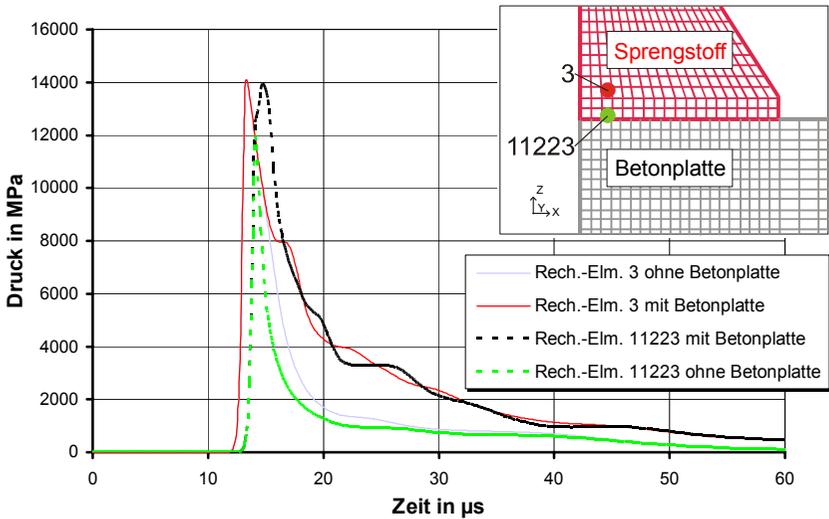


Bild 7.5: Einfluß der Interaktion der Betonplatte auf die zeitliche Entwicklung des Drucks in ausgewählten Sprengstoffelementen während der Lasteinleitung

zeitliche Entwicklung des Drucks in den Sprengstoffelementen. Während für das obere Sprengstoffelement (3, dünne durchgezogene Linien) der maximale Sprengstoffdruck von ungefähr 14.081 MPa für beide Rechnungsvarianten identisch ist, wird für das untere Sprengstoffelement (11223, fette gestrichelte Linien) für die Rechnungsvariante ohne Betonplatte (grüne Kurve) ein wesentlich geringerer Druckpeak von etwa 11.950 MPa bestimmt, da sich bei dieser Variante die Schwaden im angrenzenden Luftraum ungehindert ausbreiten können. Dies hat zur Folge, daß der jeweilige Druckwert der Variante ohne Betonplatte in den ausgewählten Sprengstoffelementen über die Zeit betrachtet sehr schnell abfällt, während für die Rechnungsvariante mit Betonplatte über einen wesentlich längeren Zeitraum von etwa 13 µs der jeweilige Referenzdruckwert von ungefähr 2000 MPa registriert wird. Somit ist für die numerische Simulation einer Kontaktdetonation oder Bohrlochsprengung eine gegenseitige Interaktion zwischen Sprengstoffladung und Betonstruktur zu berücksichtigen. Die Berücksichtigung dieser Interaktion ist bereits in den im Abschnitt 4.6.2 vorgestellten *Euler-Lagrange*-Kopplungsvarianten enthalten.

In einem weiteren Rechnungsvergleich wird der numerische Einfluß von drei verschiedenen Varianten einer *Euler-Lagrange*-Kopplung dem Einfluß von drei unterschiedlichen Abklingzeiten bei einer einfachen Maxwell-Relaxation innerhalb der dynamischen Formulierung im Betonstoffgesetz gegenübergestellt. Dazu wird die Betonplatte gemäß der Beschreibung des Abschnittes 6.4.1 modelliert und für die Position des Sensors AB 3 mit einem Abstand von etwa 17 cm von der Betonplattenoberfläche, siehe Bild 6.15, der jeweilige Druck-Zeit-Verlauf je Variante berechnet. Die drei Varianten der *Euler-Lagrange*-Kopplung bestehen aus einer Kopplung der Knotengeschwindigkeiten in der Kontaktfläche (vel.), der Verwendung des 'Donor-Cell' plus HIS-Advection-Algorithmus mit einer Genauigkeit 1. Ordnung (D.Cell+HIS) und der Verwendung des 'van Leer MUSCL' plus HIS-Algorithmus mit einer Genauigkeit 2. Ordnung (v.Leer+HIS). Die jeweilige interne Vorgehensweise der einzelnen Algorithmen ist in Abschnitt 4.6.2 – Kopplungsalgorithmen – nachzulesen. Für die drei Varianten zur Beschreibung des dynamischen Anteils im Betonstoffgesetz liegt die Formulierung der einfachen Maxwell-Relaxation aus Gleichung (6.36) zugrunde, in der jeweils nur die Relaxationszeit ϑ von 7 μs über 10 μs auf 13 μs verändert wird.

In **Bild 7.6** werden alle berechneten Druck-Zeit-Verläufe an der Position des Sensors AB 3 für die Plattenberechnung gemeinsam dargestellt. Alle Rechnungsvarianten zeigen einen identischen Druckanstieg und erreichen exakt zu demselben Zeitpunkt von etwa 55 μs nach der Zündung ihren Druckpeak. Jedoch unterscheiden sich die Rechnungsvarianten im Wert des maximalen Drucks und im Bereich des abfallenden Astes der Druck-Zeit-Verläufe. Hierbei wird deutlich, daß die Druck-Zeit-Verläufe der drei Varianten der *Euler-Lagrange*-Kopplung (die drei mittleren Kurven) sehr ähnlich verlaufen und somit der numerische Einfluß aus der gewählten Kopplung für die Berechnung des Drucks im Betonelement sehr gering ist. Dementgegen verdeutlicht Bild 7.6, daß eine geringfügige Variation der Relaxationszeit ϑ jedoch für die Berechnung des Druck-Zeit-Verlaufes einen großen Einfluß besitzt. Dieses Verhalten entspricht den aus Versuchen gewonnenen Beobachtungen und der im dynamischen Anteil des Stoffgesetzes umgesetzten Formulierung, nach der der Dehnrateneffekt als dynamisches Erinnerungsvermögen auf kontinuumsmechanischer Ebene betrachtet wird. Mit größer werdender Relaxationszeit ϑ

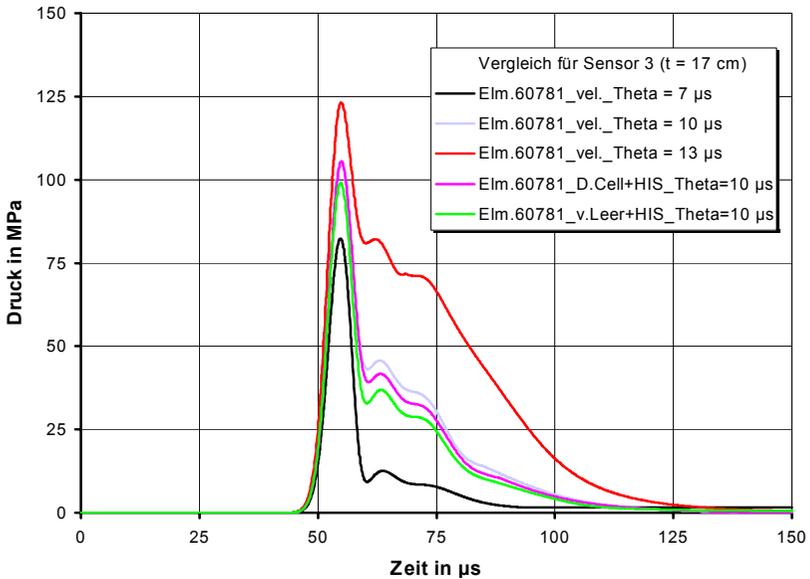


Bild 7.6: Für die Position des Sensors AB 3 in der Plattenberechnung, siehe Bild 6.15, wird eine Gegenüberstellung des Einflusses aus der *Euler-Lagrange*-Kopplung (die drei mittleren Kurven mit Theta = 10 µs) und aus dem dynamischen Anteil des Betonstoffgesetzes (Variation von Theta mit 7 µs, 10 µs und 13 µs) angegeben.

erhöht sich der Einfluß der Geschichtsfunktion $h(t-\tau)$ aus Gleichung (6.35) und somit ebenfalls der Einfluß des dynamischen Schädigungsanteils D_{dyn} aus Gleichung (6.36). Dieser ist in der Formulierung (6.36) für die dynamische Festigkeitssteigerung im Beton in Abhängigkeit von der Belastungsgeschichte verantwortlich. Physikalisch bedeutet dies, daß mit zunehmender Relaxationszeit ϑ der aktuelle Schädigungsgrad im Betonelement aufgrund der Massenträgheit mehr verzögert wird. Die Folgerung aus dem Ergebnisvergleich in Bild 7.6 besagt, daß in einer numerischen Simulation einer Abbruchsprengung der an Versuchen geeichte Materialparameter Relaxationszeit ϑ nur für einen bestimmten Dehnratenbereich gilt und nur für diesen Dehnratenbereich sinnvolle Rechenergebnisse liefert. Für eine Approximation der Festigkeitssteigerung von Beton in einem breiten Dehnratenpektrum sollte daher die Relaxationszeit ϑ in Abhängigkeit der äquivalenten Dehnrates zum Zeitpunkt der Mikroschädigung $\dot{\kappa}_d(\tau)$ definiert werden. Die Geschichtsfunktion wird dann

durch die verallgemeinerte Maxwellrelaxation aus Gleichung (6.38) approximiert, mit der auch die in Kapitel 6 beschriebenen numerischen Untersuchungen der Betonstrukturen (Platte, Balken und Stütze) berechnet wurden.

7.2 Ergebnisvergleich des Balkens

Der Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung für den Betonbalken wird exemplarisch anhand des Versuchskörpers VK 4 durchgeführt. Bei diesem Versuchsaufbau ist eine Bohrlochsprengung mit sechs Bohrlochladungen und einem Bohrlochabstand von 30 cm realisiert worden. Die Geometrie des Versuchskörpers und die Positionen der Sensoren sind dem Bild 6.19 zu entnehmen. Alle Bohrlochladungen sind synchron gezündet worden. Für die erste Vergleichsgröße wird der maximal gemessene und berechnete hydrostatische Druck mit der zugehörigen Zeit nach der Zündung der Ladungen bezogen auf die Lage der Sensoren resp. der zugehörigen Rechenelemente im Betonbalken VK 4 gewählt. Deshalb werden für die grafische Darstellung in **Bild 7.7** auf der Abszisse der kürzeste Abstand der jeweiligen Sensoren resp. Rechenelemente vom Schwerpunkt der Referenzbohrlochladung in cm und auf der Ordinate die gemessenen resp. berechneten maximalen Druckpeaks in MPa aufgetragen.

Das Bild 7.7 zeigt eine gute Übereinstimmung der gemessenen Druckmaxima (Quadrate, helle Kurve) mit den berechneten maximalen Druckpeaks (Karus, dunkle Kurve). Die geringfügige Abweichung der Sensoren resp. Rechenelemente von der jeweiligen Ausgleichsgerade (für die Abstände 16 cm und 15 cm) ist auf die spezielle Lage der Sensoren zurückzuführen. Der Sensor AB 3 befindet sich vom Referenzbohrloch betrachtet im entfernten Randbereich der Balkenstruktur (Abstand ca. 16 cm) und registriert aufgrund vorhergehender Wellenreflexionen einen etwas geringeren Druckpeak, während die Sensoren AB 4 und AB 5 (Abstand jeweils etwa 15 cm) durch die Überlagerung zweier diametral laufender Kompressionswellen ein leicht höheres Druckmaxima anzeigen.

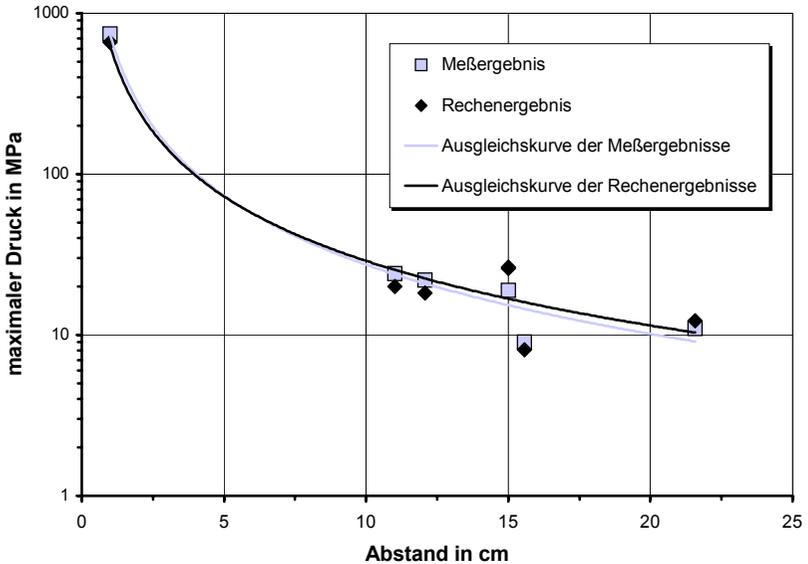


Bild 7.7: Balken VK 4: Vergleich der Druckmaxima von Messung und Rechnung bezüglich des kürzesten Abstandes der Sensoren vom Schwerpunkt der Referenzbohrlochladung

Die genauen Werte der gemessenen und berechneten Druckmaxima zusammen mit den zugehörigen Zeitpunkten nach der Zündung werden in **Tabelle 7.3** für den Balkenvergleich des Versuchskörpers VK 4 gegenübergestellt. Die Zeitpunkte, zu denen die Druckpeaks auftreten, sind im

Meßaufnehmer Balken VK 4		AB 1	AB 8	AB 2	AB 3	AB 4	AB 5	AB 7
Abstand in cm		1	12	11	16	15	15	22
Versuch	Druckpeak in MPa	746	22	24	8,4	13 ^{a)}	19	11
	Zeit nach Zündung in μ s	7	32	39	44	44	44	56
Rechnung	Druckpeak in MPa	660	18,3	20,0	8,1	26,0	26,5	12,3
	Rechenzeit nach Zündung in μ s	7	33	39	43	44	44	57

^{a)} Meßfehler bei der Druckbestimmung

Tabelle 7.3: Balken VK 4: Vergleich der Druckmaxima mit zugehörigen Zeitpunkten zwischen Versuch und Rechnung an allen Sensorpositionen

Versuch und in der Rechnung quasi identisch. Die maximalen Drücke im gesamten Betonbalken werden durch die numerische Simulation gut ermittelt. So stimmt beispielsweise für den Sensor AB 1 der berechnete Druckpeak von 660 MPa zu 88,5 % mit dem gemessenen maximalen Druckwert von 746 MPa überein. Der Ergebnisvergleich der Druckmaxima für die restlichen Sensoren weist eine maximale Abweichung von etwa 20 % auf und ist somit kleiner als die Materialstrebweite des Betons von ca. 25 %. Lediglich für den Sensor AB 5, der die Drucküberlagerung von diametral aufeinander stoßenden Kompressionswellen registriert, wird eine größere Abweichung zwischen dem gemessenen Druckmaxima von 19 MPa und dem berechneten von 26,5 MPa festgestellt.

Die zweite Vergleichsmöglichkeit besteht in der zeitabhängigen Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten hydrostatischen Drücke an den Sensorpositionen. Für den Ergebnisvergleich des Betonbalkens VK 4 werden die Sensoren AB 1, AB 3, AB 8 und AB 5 ausgewählt, deren Positionen dem Bild 6.19 zu entnehmen sind. Der Sensor AB 1 befindet sich direkt unter der Referenzbohrlochladung mit einem Abstand von etwa 1 cm, während die Sensoren AB 3 und AB 8 im Randbereich des Versuchskörpers VK 4 angeordnet sind. Sensor AB 3 ist in der Nähe einer Kante der Balkenunterseite positioniert, während Sensor AB 8 in Höhe der Bohrlochladung im Seitenlängsbereich des Betonbalkens eingebaut worden ist. Sensor AB 5 befindet sich genau in der Mitte zwischen zwei Bohrlochladungen.

Das **Bild 7.8** gibt in einem Druck-Zeit-Diagramm den Vergleich zwischen Sensor AB 1 (helle Kurve) und dem entsprechenden Rechenelement 20068 (dunkle Kurve) wieder. Durch die Nähe des Sensors AB 1 zur Referenzbohrlochladung werden die maximal in den Beton eingeleiteten Drücke an diesem Sensor zu dem Zeitpunkt t nach der Zündung registriert. In der Rechnung wird somit der maximale Druckwert von etwa 660 MPa nach einer Zeit von ungefähr 7 μ s nach der Zündung erreicht. Zu demselben Zeitpunkt wird im Versuch der Druckpeak von etwa 746 MPa gemessen. Im Vergleich zum Sensor erfährt das Rechenelement einen etwas steileren Druckanstieg und benötigt lediglich eine Zeitspanne von ungefähr 1 μ s, um wieder auf einen Druckwert von ca. 400 MPa abzufallen.

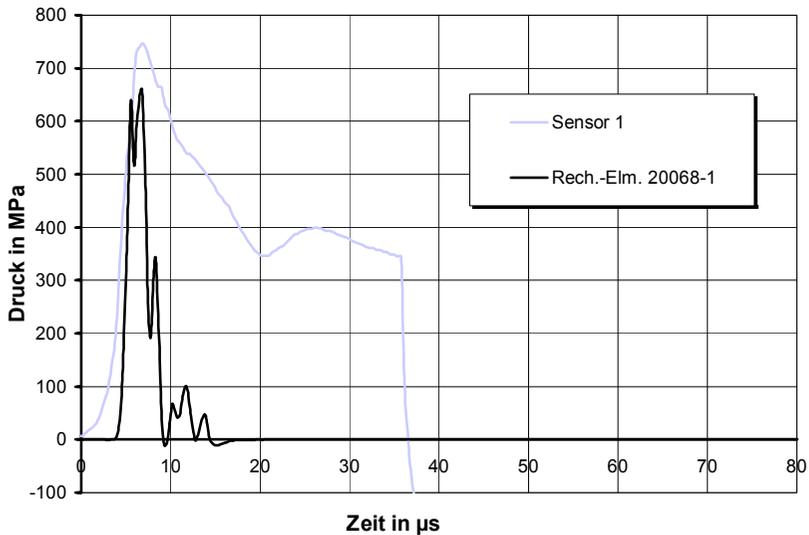


Bild 7.8: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechenelement für den Balken VK 4 an der Position AB 1

Diese Zeitspanne beträgt für den Sensor AB 1 jedoch etwa $10 \mu\text{s}$. Die Zeitdifferenz ist zum Teil numerisch bedingt und lässt sich wiederum mit der sehr feinen Vernetzung des Balkenbereiches in unmittelbarer Umgebung der Bohrlochladungen und der rasant über die Rechenelemente mit kleinen Elementkantenlängen hinweg laufende Schockwellenfront begründen. Der Einfluß der Sensorträgheit aufgrund der notwendigen Kapselung der Meßaufnehmer mit Epoxidharz im Betonbalken ist in diesem Druckbereich ebenfalls vorhanden. Jedoch ist die Stärke dieses Einflusses im Vergleich zur Plattenberechnung geringer.

Der Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung wird für die sich im Randbereich der Balkenstruktur befindenden Sensoren AB 3 resp. AB 8 (helle Kurven) mit den entsprechenden Rechenelementen 21036 resp. 21404 (dunkle Kurven) fortgeführt und in **Bild 7.9** resp. **Bild 7.10** jeweils in einem Druck-Zeit-Diagramm dargestellt. Für den Ergebnisvergleich an der Sensorposition AB 3 gibt die Rechnung den maximalen Druckwert von ca. $8,1 \text{ MPa}$ nach ungefähr $43 \mu\text{s}$ nach der Zündung an. Im Versuch wird der Druckpeak von etwa $8,4 \text{ MPa}$ zur fast

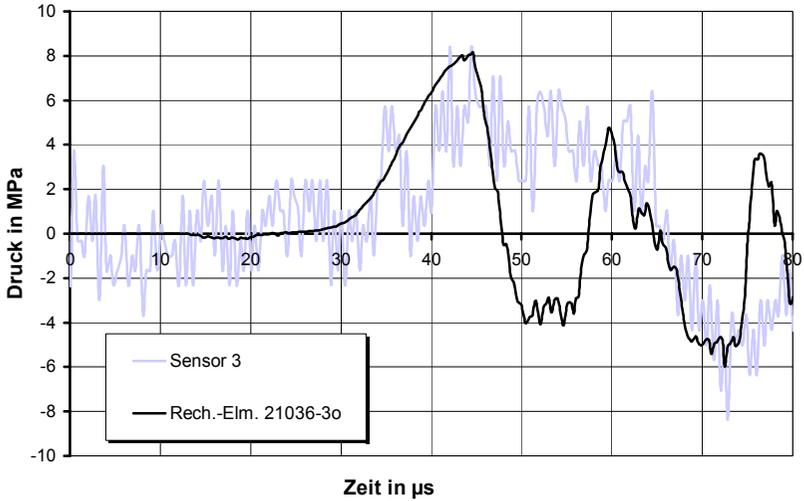


Bild 7.9: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechenelement für den Balken VK 4 an der Position AB 3

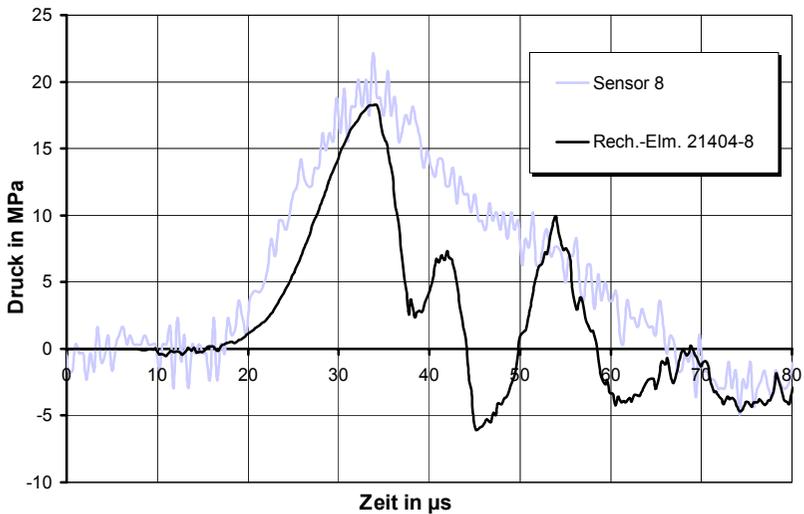


Bild 7.10: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechenelement für den Balken VK 4 an der Position AB 8

selben Zeit ($t = 44 \mu\text{s}$) gemessen. An der Sensorposition AB 8 wird in der numerischen Simulation das Druckmaximum von ca. 18,3 MPa nach ungefähr $33 \mu\text{s}$ nach der Zündung berechnet, während im Versuch zum quasi selben Zeitpunkt ($t = 32 \mu\text{s}$) ein maximaler Druckwert von etwa 22 MPa registriert wird. Aufgrund des Vorteils der Anordnung auf derselben Ladungshöhe und des etwas kürzeren Abstandes zur Referenzbohrlochladung (etwa 12 cm) werden für den Randbereich an der Position des Sensors AB 8 im Vergleich zur Sensorposition AB 3 (Abstand ca. 16 cm) ungefähr doppelt so hohe maximale Druckwerte registriert. Jedoch zeigt der Druck-Zeit-Verlauf für beide Sensorpositionen ein ähnliches Aussehen. Der Druckanstieg wie auch der Druckabfall der Sensoren werden im Versuch und in der Rechnung gleichermaßen erfaßt. Aufgrund der feinen Vernetzung registriert das Rechelement mit kleiner Elementkantenlänge viel sensibler die Verdünnungswelle zwischen zwei nacheinander folgenden Kompressionswellen.

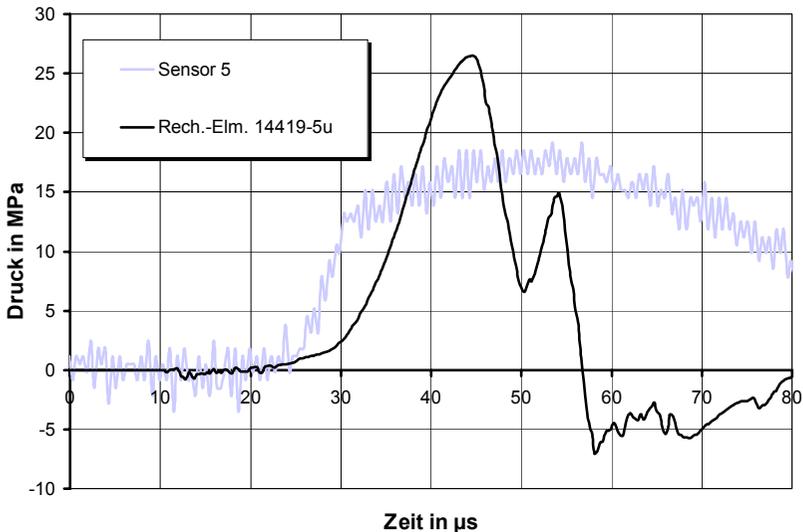


Bild 7.11: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechelement für den Balken VK 4 an der Position AB 5

Als letzter Sensor für den Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung zum Betonbalken VK 4 wird der Sensor ausgewählt, der sich auf Ladungshöhe exakt in der Mitte zwischen zwei benachbarten Bohrlöchern befindet, da an dieser Position die Überlagerung diametral laufender Kompressionswellen deutlich wird. Dies ist der Sensor AB 5 (helle Kurve) mit dem entsprechenden Rechenelement 14419 (dunkle Kurve). **Bild 7.11** zeigt den Vergleich zwischen Sensor und Rechenelement in einem Druck-Zeit-Diagramm. Die Rechnung weist einen maximalen Druckwert von etwa 26,5 MPa nach einer Zeit von ungefähr 44 μ s nach der Zündung auf, während im Versuch der Druckpeak von etwa 19 MPa zum selben Zeitpunkt ($t = 44 \mu$ s) gemessen wird. Die Druckdifferenz zwischen Rechnung und Versuch von etwa 7,5 MPa bei diesem Sensor ist auf die nicht exakte Position des Sensors im Beton zwischen den zwei benachbarten Bohrlöchern zurückzuführen. Bezüglich der Verdeutlichung der Überlagerung zweier entgegengesetzt laufender Kompressionswellen wird auf die Erläuterungen im Abschnitt 6.5.2 mit Bild 6.21 verwiesen.

Fazit: Die Anwendbarkeit des vorgestellten Verfahrens zur numerischen Simulation von Abbruchsprengungen wird für eine dreidimensionale Betonstruktur dargestellt. Dazu wird die in der Praxis beim Abbruch durch Sprengen häufig gebräuchliche Vorgehensweise, d.h. die Verwendung von Bohrlochladungen, an einem Betonbalken betrachtet. Der Ergebnisvergleich der gemessenen und berechneten Druckpeaks an den Sensorpositionen des Betonbalkens mit den zugehörigen Zeitpunkten nach der Zündung stimmt gut überein. Die Abweichungen der Vergleichswerte liegen mit maximal 20 % bei weitem im Materialstreubereich des Betons von etwa 25 %. Der direkte Vergleich der Druck-Zeit-Verläufe aus Versuch und Rechnung anhand der Sensoren AB 1, AB 3, AB 8 und AB 5 zeigt ebenfalls eine tendentiell gute Übereinstimmung. Die Wellenausbreitung und Wellenüberlagerung werden von der numerischen Simulation richtig wiedergegeben.

7.3 Ergebnisvergleich der Stütze

7.3.1 Einfluß im Stahlbeton

Der Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung für die Stahlbetonstütze wird mit der Bestimmung des Schädigungsbereichs um den Kontaktladungsring begonnen, siehe Bild 3.24 resp. Bild 6.26. Im Versuch wird die Wendelbewehrung der Stahlbetonstütze, die nur an einer Stelle gerissen ist, aufgrund der punktförmigen Zündung des Kontaktladungsringes auf einer Länge von ungefähr 25 cm bis 40 cm asymmetrisch von der Betondeckung frei gelegt, während der Innenbereich der Stahlbetonstütze lediglich Risse aufweist. In der numerischen Simulation wird der Schädigungsbereich nach einer Zeit von etwa 300 μs nach der Zündung des Kontaktladungsringes bestimmt. Als qualitative Schädigungsabmessung der Betondeckung der Stahlbetonstütze wird ein Bereich von ca. 20 cm bis 34 cm berechnet. Der Vergleich der Schädigungsbereiche aus Versuch und Rechnung weist somit eine zufriedenstellende Übereinstimmung auf.

Die zweite Vergleichsgröße ist der maximal gemessene und berechnete hydrostatische Druck mit der zugehörigen Zeit nach der Zündung des Kontaktladungsringes direkt oberhalb des Sensors AB 3 an den Positionen der Sensoren resp. der zugehörigen Rechenelemente in der Stahlbetonstütze, siehe Bild 6.23. Lediglich für den Sensor AB 1 wird der gemittelte maximale Druckwert mit der Zeitdauer Δt angegeben, für die dieser Druckwert gilt. Aufgrund der Verwendung einer ringförmigen Kontaktladung mit einer Punktzündung und der Ausbreitung der Detonationswellenfront innerhalb des Kontaktladungsringes mit der anschließenden Belastung der Sensoren zu verschiedenen Startzeiten wird auf eine grafische Darstellung des maximalen Drucks über den Abstand zur Kontaktladung verzichtet. Stattdessen werden in **Tabelle 7.4** die Werte der gemessenen und berechneten Druckmaxima zusammen mit den zugehörigen Zeitpunkten nach der Zündung für den Ergebnisvergleich der Stütze gegenübergestellt. Die Zeitpunkte, zu denen die Druckpeaks auftreten, sind im Versuch und in der Rechnung identisch. Die maximalen Drücke in der Stahlbetonstütze werden durch die numerische Simulation gut er-

mittelt. So stimmt beispielsweise für den am stärksten belasteten Sensor AB 4 der berechnete Druckpeak von 2.919 MPa zu 99,8 % mit dem gemessenen maximalen Druckwert von 2.923 MPa überein. Der Ergebnisvergleich der Druckmaxima für die restlichen Sensoren liegt mit einer Abweichung von maximal 4 % gut innerhalb der Materialstreuung des Betons von ca. 25 %. Die hervorragende Übereinstimmung der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung ist zum Teil auf den geringen Abstand der Sensoren von etwa 2,5 cm zur Kontaktladung begründet. Somit gewinnt der Ablauf des Detonationsvorgangs im Sprengstoffring für die Ermittlung der Druckbelastung im Stahlbeton an den Sensorpositionen an Bedeutung. Nebenbei wird durch die gute Ergebnisübereinstimmung bestätigt, daß der Detonationsvorgang im Sprengstoff durch die Verwendung der EOS-JWL aus Gleichung (6.1) und den Materialdaten aus Tabelle 6.3 in der numerischen Simulation richtig erfaßt wird.

Meßaufnehmer in der Stahlbetonstütze		AB 3	AB 2	AB 4	AB 1 ^{a)}
Versuch	Druckpeak in MPa	1.420	1.775	2.923	73
	Zeit nach Zündung in μs	18	65	78	30
Rechnung	Druckpeak in MPa	1.401	1.788	2.919	76
	Rechenzeit nach Zündung in μs	20	65	78	36

^{a)} Bestimmung des mittleren maximalen Druckwertes, der über die Zeitdauer Δt diesen Druckwert beibehält.

Tabelle 7.4: Stütze: Vergleich der Druckmaxima mit zugehörigen Zeitpunkten zwischen Versuch und Rechnung an allen Sensorpositionen im Stahlbeton

Eine weitere detailliertere Vergleichsmöglichkeit besteht in der zeitabhängigen Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten hydrostatischen Drücke an den Sensorpositionen. Für den Ergebnisvergleich der Stütze werden die Sensoren AB 3, AB 4 und AB 1 im Stahlbeton ausgewählt, deren Positionen dem Bild 6.23 zu entnehmen sind. Der Sensor AB 1 befindet sich im Zentrum der Stahlbetonstütze, während die Sensoren AB 3 und AB 4 etwa jeweils 2,5 cm unterhalb der Stützenoberfläche positioniert sind. Der Sensor AB 3 ist direkt unterhalb des Zünders

eingebaut, während sich der Sensor AB 4 auf der diametral gegenüberliegenden Seite des Zünders befindet. Dieses ist gerade der Ort, an dem sich die beiden umlaufenden Detonationswellen maximal überlagern.

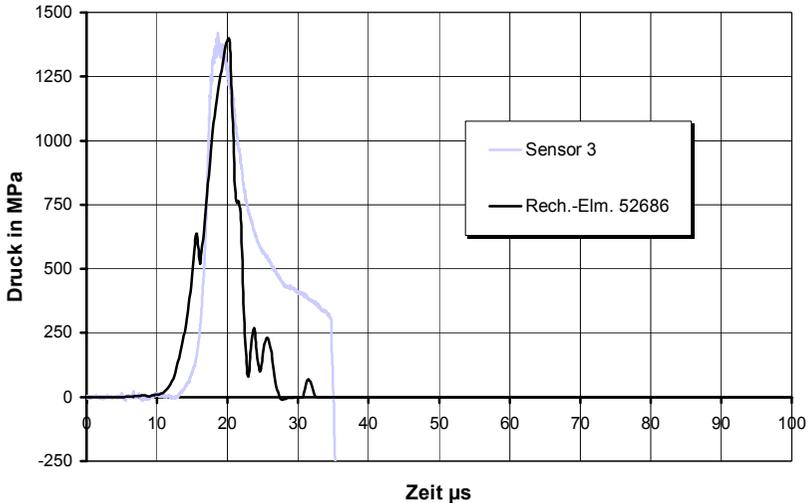


Bild 7.12: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechenelement für die Stütze an der Position AB 3

In **Bild 7.12** wird in einem Druck-Zeit-Diagramm der Vergleich zwischen Sensor AB 3 und dem entsprechenden Rechenelement 52686 dargestellt. Die helle Kurve kennzeichnet dabei die Meßwerte, während die dunkle Kurve die berechneten Druckwerte angibt. In der Rechnung wird der maximale Druckwert von etwa 1.401 MPa nach einer Zeit von ca. 20 µs nach der Zündung erreicht, während im Versuch der Druckpeak bei etwa 1.420 MPa zum fast selben Zeitpunkt ($t = 18 \mu\text{s}$) gemessen wird. Sowohl im Stahlbetonrechenelement als auch für den Sensor liegt über eine fast gleiche Zeitspanne von ungefähr 6 µs derselbe Druckwert vor. Erst nach etwa 22 µs nach der Zündung bei einem Druckwert von ca. 750 MPa fällt der Rechenwert im Vergleich zum Meßwert steiler ab. Aufgrund der notwendigen Kapselung des Sensors mit Epoxidharz im Stahlbeton reagiert der Meßaufnehmer im 'softening'-Bereich zu träge und fällt anschließend der endgültigen Zerstörung zum Opfer.

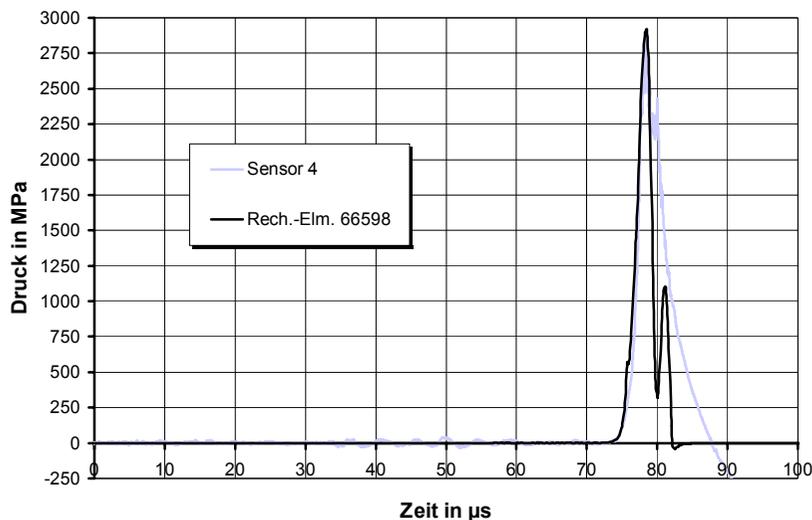


Bild 7.13: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechenelement für die Stütze an der Position AB 4

Der Vergleich zwischen dem Sensor AB 4 und dem entsprechenden Rechenelement 66598 wird in **Bild 7.13** mithilfe des Druck-Zeit-Diagramms fortgeführt. Sowohl in der Rechnung (dunkle Kurve) als auch im Versuch (helle Kurve) werden die nur geringfügig abweichenden maximalen Druckwerte von etwa 2.919 MPa in der Rechnung resp. 2.923 MPa im Versuch zur selben Zeit von ungefähr 78 µs nach der Zündung registriert. Dieser maximale Druckwert des Sensors AB 4 weist ungefähr den doppelten Wert des Sensors AB 3 auf, der sich direkt am Zünder 2,5 cm unter der Oberfläche der Stahlbetonstütze befindet, siehe Tabelle 7.4. Nach einer Laufzeit der Detonationswellenfront im Sprengstoff von etwa 58 µs nach dem Erreichen des Sensordruckpeaks AB 3 (zur Zeit von etwa $t = 20 \mu\text{s}$ nach der Zündung) wird der Druckpeak des Sensor AB 4 (zur Zeit von ca. $t = 78 \mu\text{s}$ nach der Zündung) erreicht. Die ringförmige Kontaktladung des Sprengstoffes Seismoplast 1 belastet somit am Sensor AB 4 die Oberfläche der Stahlbetonstütze nach einer Zeit von ungefähr 78 µs nach der Zündung am stärksten. Dies bestätigen sowohl die Rechnung als auch der Versuch.

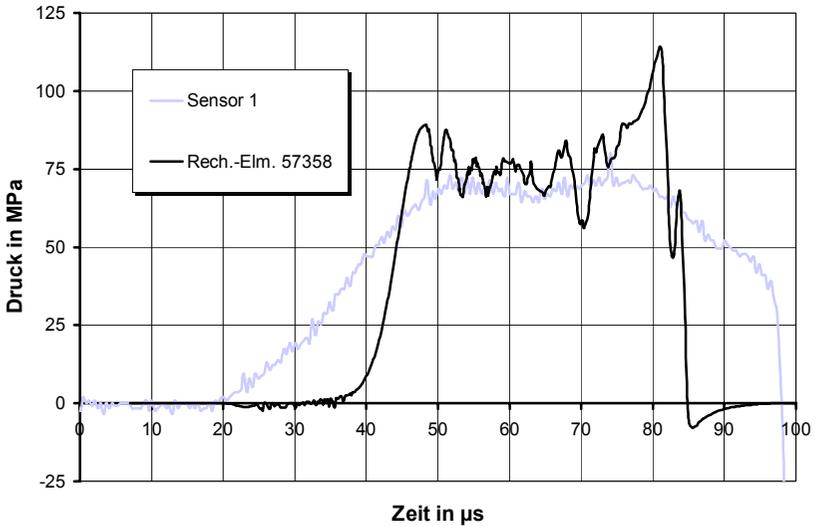


Bild 7.14: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Sensor und Rechelement für die Stütze an der Position AB 1

Der abschließende Stahlbetonvergleich mit dem Sensor AB 1 und dem entsprechenden Rechelement 57358 wird in **Bild 7.14** mithilfe des Druck-Zeit-Diagramms für den sich im Zentrum der Stütze befindenden Aufnehmer geführt. In der numerischen Simulation (dunkle Kurve) wird ein gemittelter Wert des Maximaldrucks von etwa 76 MPa über eine Zeitspanne von ungefähr 36 µs berechnet, während im Versuch (helle Kurve) der durchschnittliche Wert des Maximaldrucks von etwa 73 MPa über eine Zeitdauer von ungefähr 30 µs gemessen wird. Sowohl in der Rechnung als auch im Versuch wird der absolute Maximalwert am Ende dieser Zeitspanne erreicht. Die Ursache hierfür ist, daß am Sensor AB 4 nach Überlagerung der Detonationswellenfronten im Sprengstoff die größte Belastung in den Stahlbeton eingeleitet wird, und diese anschließend ins Zentrum der Stütze zum Sensor AB 1 gelangt.

7.3.2 Einfluß auf die unmittelbare Umgebung

Ein weiterer in der Praxis des sprengtechnischen Abbruchs wichtiger Gesichtspunkt ist die Auswirkung einer Sprengung auf die unmittelbare Umgebung. Deshalb wird für den Stützenversuch ebenfalls die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch über die Luft übertragene Druckstöße untersucht. Der Ergebnisvergleich aus Versuch und Rechnung wird für die Auswirkung auf die unmittelbare Umgebung zunächst mit der Gegenüberstellung der maximal gemessenen und berechneten hydrostatischen Luftdrücke mit den zugehörigen Zeiten nach der Zündung des Kontaktladungsringes geführt. Die jeweiligen Vergleichswerte aus Versuch und Rechnung werden in **Tabelle 7.5** angegeben. Die gemessenen und berechneten Zeitpunkte, zu denen die Druckpeaks auftreten, sind quasi identisch, während die maximalen Luftdrücke aus Versuch und Rechnung nur geringfügig voneinander abweichen. So stimmt beispielsweise für den sich im Stahlkreuz befindlichen Sensor K 5, siehe Bild 3.20, der berechnete Druckpeak von 31 bar zu 96,9 % mit dem gemessenen maximalen Druckwert von 32 bar gut überein und weist gleichzeitig die maximale Abweichung des Ergebnisvergleichs bei der Bestimmung des Luftdrucks in der unmittelbaren Umgebung auf. Dies bedeutet, daß mit der idealen Zustandsgleichung (6.4) und den Materialdaten aus Tabelle 6.4 in der numerischen Simulation der Stahlbetonstütze die Druckwellenausbreitung in der Luft, ausgelöst durch den Detonationsvorgang im Sprengstoff, korrekt wiedergegeben wird.

Luftdruck- Meßaufnehmer in der unmittelbaren Stützenumgebung		K 3	K 5	K 2
Versuch	Druckpeak in bar	73	32	34
	Zeit nach Zündung in μs	295	491	498
Rechnung	Druckpeak in bar	72	31	35
	Rechenzeit nach Zündung in μs	295	492	499

Tabelle 7.5: unmittelbare Stützenumgebung: Vergleich der Druckmaxima mit zugehörigen Zeitpunkten zwischen Versuch und Rechnung an allen Luft-Sensorpositionen

Eine weitere Vergleichsmöglichkeit besteht in der zeitabhängigen Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten hydrostatischen Drücke an den Luft-Sensorpositionen. Der Ergebnisvergleich der Belastung der unmittelbaren Umgebung durch über die Luft übertragene Druckstöße innerhalb des Stützenversuchs wird anhand des am stärksten beanspruchten Luftdrucksensors K 3 gezeigt, der in der vorgespannten Betonzylinderschale auf Ladungshöhe positioniert ist, siehe Bild 3.20. Der Luftdrucksensor K 3 befindet sich somit an der Oberfläche der den Luftraum umspannenden Zylinderschale auf Höhe der Ladung im direkten Abstand von etwa 60 cm vom Zünder.

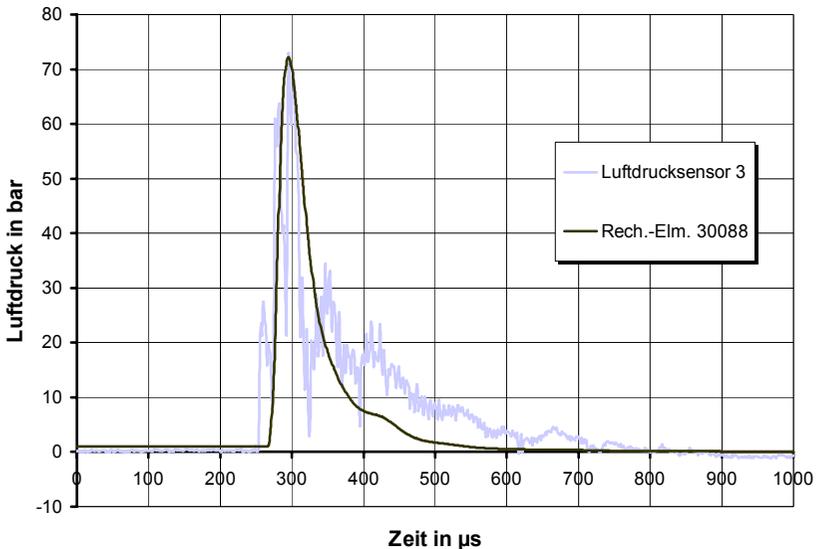


Bild 7.15: Vergleich des Druck-Zeit-Verlaufes zwischen Luftdrucksensor und Rechelement für die Stütze an der Position K 3

Das **Bild 7.15** zeigt in einem Druck-Zeit-Diagramm den Vergleich zwischen dem Luftdrucksensor K 3 (helle Kurve) und dem entsprechenden Rechelement 30088 (dunkle Kurve). In der Rechnung wird der maximale Druckwert in der Luft von etwa 72 bar nach einer Zeit von ungefähr 295 μs nach der Zündung erreicht. Zur selben Zeit wird im Versuch der Druckpeak von etwa 73 bar gemessen. In der Rechnung fällt der Druckwert im Vergleich zum Versuch etwas schneller ab. So erreicht der Luft-

druck im Rechenelement einen Wert von 10 bar bereits nach einer Zeit von ca. 380 μs nach der Zündung, während im Versuch der 10 bar-Druckwert erst nach einer Zeit von ungefähr 470 μs nach der Zündung gemessen wird. Jedoch wird sowohl in der Rechnung als auch im Versuch derselbe Druckwert der Luft nach einer Zeit von etwa 800 μs nach der Zündung registriert.

Fazit: Das vorgestellte Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen wird anhand des Versuchsaufbaus der Stütze auf eine Kontaktdetonation an einer Stahlbetonstruktur angewendet. Zusätzlich interessiert die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch über die Luft übertragene Druckstöße. Der Vergleich der asymmetrischen Schädigungsgebiete der Stahlbetonstütze um den Kontaktladungsring aus Versuch und Rechnung weist eine zufriedenstellende Übereinstimmung auf. Der Ergebnisvergleich der gemessenen und berechneten Druckpeaks an den Sensorpositionen im Stahlbeton resp. an den Luft-Sensorpositionen mit den jeweiligen zugehörigen Zeitpunkten nach der Zündung stimmt gut überein. Die Abweichungen der Vergleichswerte liegen mit maximal 4 % im Stahlbeton sehr gut im Materialstreibereich des vorgespannten Betons und weisen für den Luftdruck lediglich einen Maximalwert von 3,1 % auf. Der direkte Vergleich der Druck-Zeit-Verläufe aus Versuch und Rechnung anhand der Sensoren AB 3, AB 4, AB 1 und K 3 zeigt ebenfalls eine tendentiell gute Übereinstimmung. Die Druckwellenausbreitung in der Luft wird für die unmittelbare Umgebung einer Sprengung von der numerischen Simulation richtig wiedergegeben.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Der sprengtechnische Abbruch großer Tragwerkstrukturen geschieht in der Praxis meist durch eine Kombination aus Sprengen und hydraulischem Nachzerkleinern. Somit gliedern sich die Aufgaben des sprengtechnischen Abbruchs im wesentlichen nach den zwei Verfahrensarten des Totalabbruchs und des Teilabbruchs.

- Beim Totalabbruch bestehen die Aufgaben im Niederbringen von Hochbauten durch eine Kippsprengung resp. Kollapssprengung, um eine Vorzerlegung der Bauwerkstruktur zu erreichen und eine Zugänglichkeit für die hydraulische Nachzerkleinerung zu ermöglichen.
- Beim Teilabbruch bestehen die Aufgaben im Lockern und Zerrütten dickwandiger Betonmassen. In diesen werden durch Lockerungsprengungen Risse erzeugt, um anschließend mit nachfolgender Hydraulikmeißelbeanspruchung die Betonstrukturen problemlos zerkleinern zu können.

Daher interessieren neben der energetisch betrachtet günstigen, möglichst kleinstückigen Zerlegung von Bauteilen mittels eines sprengtechnischen Abbruchs auch die dabei entstehende Beeinflussung der Umgebung durch die schwer zu kontrollierenden Nebenwirkungen.

Aus diesem Grunde wurde in der vorliegenden Arbeit ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen entwickelt und vorgestellt, mit dem sowohl das Verhalten von Betonstrukturen unter Kontakteinwirkung von Sprengstoffen als auch die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch die über die Luft übertragenen Druckstöße berechnet werden kann.

Zunächst werden die für dieses Verfahren benötigten stoffgesetzlichen Grundlagen zusammengestellt. Diese sind im wesentlichen die Schockwellentheorie, die Bestimmung der Hugoniot-Kurve für Beton, die Detonationstheorie mit der Beschreibung der Sprengstoffeigenschaften und die kontinuumsmechanischen Grundlagen zur Beschreibung des Material-

verhaltens von Beton mit dem Schwerpunkt der Berücksichtigung des Betonverhaltens unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten und hohen hydrostatischen Drücken.

Für die Anwendung eines sprengtechnischen Abbruchs wurden als tragende Bauteilstrukturen aus dem Hochbau deshalb Verifikationsversuche mit einer Platten-, Balken- und Stützegeometrie ausgewählt, die durch Kontakt- resp. Bohrlochladungen schlagartig belastet wurden. Beim Plattenversuch wurden mithilfe eines Plane-Wave-Generators ebene Wellen in den Betonversuchskörper eingeleitet, um unterhalb der Kontaktfläche von Sprengstoffkegel und Betonplatte sehr hohe hydrostatische Drücke im Beton zu erreichen. Beim Balkenversuch wurden mehrere Bohrlochladungen verwendet, um die Wellenausbreitung im Beton bei sich gegenseitig beeinflussenden Bohrlochladungen zu berücksichtigen. Somit wurde eine dreidimensionale Problembetrachtung innerhalb der numerischen Simulation zwingend erforderlich. Beim Stützenversuch wurde vor allem der Einfluß auf die unmittelbare Umgebung durch die Druckwellenfortpflanzung in der Luft verfolgt, um Nebenwirkungen eines sprengtechnischen Abbruchs zu erfassen. Der Stahl in der Stütze wurde in den Berechnungen zusammen mit den Betoneigenschaften nur verschmiert berücksichtigt.

Für die Analyse von dynamischen Kurzzeit-Ereignissen und der Untersuchung von Gas-Festkörper-Interaktionsproblemen, die sowohl beim sprengtechnischen Abbruch als auch bei den Verifikationsversuchen vorliegen, wurde das explizite FE-Programm LS-DYNA, siehe *Hallquist* [1999], mit den zur Verfügung stehenden numerischen Routinen ausgewählt. Es bietet verschiedene *Euler-Lagrange*-Kopplungsvarianten und bildet für die Diskretisierung der Betonstrukturen (Platte, Balken, Stütze) den kontinuumsmechanischen Rahmen. Somit wurde in den jeweiligen numerischen Simulationen die durch den Detonationsvorgang ausgelöste Wellenausbreitung im Sprengstoff als eine Druckwellenfortpflanzung in der umgebenden Luft und als eine Schockwellenausbreitung im belasteten Beton, der ein nichtlineares Materialverhalten aufweist, korrekt wiedergegeben.

Innerhalb der numerischen Simulationen eignen sich hierfür die Verwendung einer *Euler-Lagrange*-Kopplung und die Anwendung der unter-

schiedlichen Betrachtungsweisen zur Beschreibung des jeweiligen Materialverhaltens von Sprengstoff, Luft und Beton. Dabei wurden den *Euler*-Elementen die Materialeigenschaften des Sprengstoffes und der Luft zugeordnet, um die Übertragung des Massenstromes, des Impulses und der Energie der Luft infolge der Wellenfortpflanzung zu ermitteln. Hingegen wurden die Materialeigenschaften des Betons mithilfe der *Lagrange*-Elemente abgebildet, um die materialabhängigen Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen des Werkstoffes zu berechnen. Die Druckwellenausbreitung in den Materialien Sprengstoff resp. Luft wurde mittels der Zustandsgleichung nach Jones, Wilkins und Lee (EOS-JWL, siehe Gleichung (6.1)) resp. der idealen Gasgleichung (6.4) beschrieben, während das Materialverhalten des Betons durch ein dynamisches mehraxiales kombiniertes Schädigungs-Plastizitätsmodell abgebildet wurde siehe Gleichung (6.40), das am hiesigen Institut für Massivbau und Baustofftechnologie entwickelt und in den LS-DYNA-Code implementiert worden ist. Das Betonstoffgesetz eignet sich für die numerische Simulation von Abbruchsprengungen, da es das Materialverhalten von Beton unter statischer und dynamischer Belastung berücksichtigt. Es bildet sowohl die dynamische Festigkeitssteigerung des Betons unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten unter Beachtung der gesamten Belastungsgeschichte als auch das Betonverhalten unter hohen hydrostatischen Drücken realitätsnah ab.

Der Ergebnisvergleich der Schädigungsbereiche aus Versuch und Rechnung der jeweiligen Betonstrukturen (Platte, Balken, Stütze) weist weitgehende Übereinstimmungen auf. Beispielhaft hierfür sei für den Plattenversuch der experimentelle Schädigungsbereich in **Bild A.1** (Anhang A) dem nach Bedingung (7.1) berechneten Schädigungsbereich gegenübergestellt. Mithilfe der in den numerischen Simulationen gesondert entwickelten Schädigungsvariablen für den Zug- und Druckbereich bieten die Rechnungen für die untersuchten Bauteilstrukturen sogar eine differenzierte Betrachtung der Schädigungsevolution an und erlauben Prognosen zur Bestimmung der Versagenszonen im Bauteil. So ist festzustellen, daß die Schädigungsevolution in den jeweiligen Rechnungen nach dem Durchlaufen von maximal zwei Druck- und Zugwellen abgeschlossen und eine anschließende Schädigungsevolution nur noch auf numerische Ursachen zurückzuführen ist.

Der Vergleich der gemessenen und berechneten Druckmaxima bezüglich der Abstände der Sensoren von der Sprengstoffladung in den jeweiligen Betonstrukturen deutet auf eine gute Übereinstimmung hin. Die genauen Werte der gemessenen und berechneten Druckpeaks zusammen mit den zugehörigen Zeitpunkten nach der Zündung werden in einer Tabelle für die jeweilige Betonstruktur wiedergegeben. Dabei zeigt sich, daß die maximalen Drücke in den Betonstrukturen durch die numerische Simulation gut ermittelt werden und innerhalb der Materialstrebweite des dynamisch belasteten Betons von ca. 25 % liegen. Die Zeitpunkte, zu denen die Druckpeaks im Beton auftreten, sind im Versuch und in der Rechnung für alle Betonstrukturen fast identisch.

Eine weitere detailliertere Vergleichsmöglichkeit besteht in der zeitabhängigen Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten hydrostatischen Drücke an den Sensorpositionen im Beton. Auch für diesen direkten Vergleich wurde eine weitgehende Übereinstimmung an den untersuchten Betonstrukturen festgestellt. Die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch die über die Luft übertragenen Druckstöße während eines sprengtechnischen Abbruchs wurde beim Stützenversuch untersucht. Die gemessenen und berechneten Druckwerte mit den Zeitpunkten nach der Zündung an den Luft-Sensorpositionen werden in einer Tabelle angegeben und stimmen hervorragend überein. Der beispielsweise gezeigte Druck-Zeit-Verlauf des Sensors K 3 bestätigt, daß in der numerischen Simulation der Stütze die Luftströmung korrekt erfaßt wurde. Durch die gute Übereinstimmung des Ergebnisvergleichs sowohl an den Positionen der Betonsensoren als auch an den Positionen der Luftdrucksensoren konnte das vorgestellte Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen verifiziert und validiert werden.

Mithilfe der Plattenberechnung wurde zusätzlich gezeigt, daß es sich bei der numerischen Behandlung von Abbruchsprengungen um ein gekoppeltes Problem handelt und daher der Einfluß der Betonstruktur auf die Sprengstoffladung bei der Lasteinleitung nicht vernachlässigt werden darf. Soll in den numerischen Simulationen die Interaktion zwischen der Sprengstoffladung und der Betonstruktur korrekt erfaßt werden, so führt dies zu einer Kopplung von *Euler-Lagrange*-Netzen. Mittels der Anwen-

dung der 'Operator split'-Technik wird numerisch eine Aufteilung der Erhaltungsgleichungen in zwei getrennte Gleichungen erreicht. Die eine wird als *Lagrange*-Gleichung bezeichnet, enthält die Quellenstärke des Volumenstromes und berechnet daher in der FE-Technik mittels der in Bild 4.6 dargestellten Zeitschrittschleife die 'history-Variablen' bezüglich des verformten Netzes, während die andere *Euler*-Gleichung genannt wird, den konvektiven Anteil enthält und somit in der FEM einem 'mesh smoothing' mit anschließendem 'advection step' der Elementfeldgrößen gleichkommt.

Für das 'Updaten' der neuen Elementfeldgrößen können verschiedene 'advection'-Algorithmen verwendet werden, deren wesentlicher Unterschied in der Ordnung der Genauigkeit liegt. Der '*Donor Cell*'-Algorithmus weist eine konstante Verteilung der Feldgröße in einer Zelle auf und besitzt somit eine Genauigkeit erster Ordnung, während der '*van Leer MUSCL*'-Algorithmus mit einer linearen Verteilung in einer Zelle eine Genauigkeit zweiter Ordnung erreicht. Eine weitere Kopplungsmöglichkeit besteht in der Kopplung der Geschwindigkeitsknoten der Kontaktfläche des Sprengstoff- und Beton-Netzes. Die Anwendung der verschiedenen 'advection'-Algorithmen innerhalb der numerischen Untersuchung anhand der Plattenstruktur führte bei der Verwendung von reduziert integrierten dreidimensionalen Kontinuumselementen zu ähnlichen Druck-Zeit-Verläufen an allen Sensorpositionen im Beton. In allen Rechenungsvarianten war ein identischer Druckanstieg mit einem Druckpeak zum exakt selben Zeitpunkt festzustellen. Lediglich für den Wert des maximalen Drucks als auch für die Werte im Bereich des abfallenden Astes der Druck-Zeit-Verläufe gab es geringfügige Abweichungen. Somit ist der numerische Einfluß aus der gewählten *Euler-Lagrange*-Kopplung für die Berechnung des Drucks im Betonelement sehr gering, siehe hierzu Bild 7.6.

Wird z.B. für den dynamischen Anteil im Betonstoffgesetz die in Gleichung (6.36) angegebene einfache Maxwell-Relaxation gewählt, so hat eine geringfügige Variation des Materialparameters Relaxationszeit im Stoffgesetz einen wesentlich stärkeren Einfluß auf den Druckpeak und den zeitlichen Verlauf des abfallenden Astes. Dies hat physikalische Gründe, denn mit zunehmender Relaxationszeit wird der aktuelle Schä-

digungsgrad im Betonelement aufgrund der Massenträgheit stärker verzögert. Die dadurch erreichte dynamische Festigkeitssteigerung im Beton, im Falle einer einfachen Maxwell-Relaxation, gilt jedoch nur für einen bestimmten Dehnratenbereich, für den der Materialparameter Relaxationszeit an Versuchen geeicht wurde und liefert somit nur für diesen Dehnratenbereich sinnvolle Rechenergebnisse. Für eine numerische Simulation einer Abbruchsprengung, in der die Festigkeitssteigerung von Beton in einem breiten Dehnratenspektrum approximiert werden muß, sollte daher die Relaxationszeit in Abhängigkeit der äquivalenten Dehnrate zum Zeitpunkt der Mikroschädigung $\dot{\kappa}_d(\tau)$ definiert werden. Für die Geschichtsfunktion ergibt sich somit die in Gleichung (6.38) angegebene verallgemeinerte Maxwell-Relaxation.

Mit Abschluß dieser Arbeit wird ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen zur Verfügung gestellt, mit dem eine Dimensionierung eines sprengtechnischen Abbruchs auf Bauteilebene durchgeführt werden kann. Dafür ist sowohl die Anwendung einer *Euler-Lagrange*-Kopplungsvariante als auch die Verwendung der vorgestellten Zustandsgleichungen für die Beschreibung der Druckwellenausbreitung im Sprengstoff und in der Luft sowie die Einbindung des dargestellten Betonstoffgesetzes zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten und hohen hydrostatischen Drücken zwingend erforderlich. Die gestellten Ziele, sowohl das Materialverhalten von Betonstrukturen unter Kontaktdetonationen und Bohrlochsprengungen zu beschreiben als auch die Belastung der unmittelbaren Umgebung durch die über die Luft übertragenen Druckstöße zu bestimmen, werden somit erfüllt.

Um eine zukünftig stärkere Anwendbarkeit des vorgestellten numerischen Verfahrens in der Praxis zu erreichen, wäre für die Beschreibung des Materialverhaltens von Stahlbeton eine diskrete Modellierung der Verbundkomponenten Stahl und Beton wünschenswert. Dies könnte mittels einer zusätzlichen Modellierung von 'truss'-Elementen mit einem elasto-plastischen Materialverhalten für die Stahl-Komponente und dem Einbau eines dynamischen Verbundgesetzes geschehen, um örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen zu berücksichtigen.

9 Literatur

- Akkermann, J.* [2000]: Rotationsverhalten von Stahlbeton-Rahmenecken. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 2000.
- Alex, R.* [2000]: Zeitabhängiges Plastizitäts- und Schädigungsmodell von Beton zur statischen und dynamischen Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen. Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Dissertation. TU Berlin, 2000.
- Altenbach, J.; Altenbach, H.* [1994]: Einführung in die Kontinuumsmechanik. Stuttgart: Teubner Studienbücher, 1994.
- Anderson, C.E.Jr.* [1987]: An Overview of the Theory of Hydrocodes. Int. J. Impact Engng., Vol. 5, 1987, S. 33-59.
- Asay, J.R.; Shahinpoor, M.* [1993]: High-Pressure Shock Compression of Solids. New York: Springer, 1993.
- Bachmann, H.* [1993]: Die Massenträgheit in einem Pseudo-Stoffgesetz für Beton bei schneller Zugbeanspruchung. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 1993.
- Backhaus, G.* [1983]: Deformationsgesetze. Berlin: Akademie-Verlag, 1983.
- Bathe, K.J.* [1996]: Finite Element Procedures. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.
- Bazant, Z.P.; Kim, S.-S.* [1979]: Plastic-Fracturing Theory for Concrete. J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 105, EM3, 1979, S. 407-428.
- Belytschko, T.* [1977]: Computing in Applied Mechanics. Ed. *Hartung, R.F.*, AMD-18, ASME, New York, 1977.
- Belytschko, T.; Ong, S.J.; Lin, W.K.; Kennedy, J.M.* [1984]: Hourglass Control in Linear and Nonlinear Problems. Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., Vol. 43, 1984, S. 251-276.
- Benson, D.J.* [1989]: An Efficient, Accurate, Simple ALE Method for Nonlinear Finite Element Programs. Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., Vol. 72, 1989, S. 305-350.
- Benson, D.J.* [1992]: Computational Methods in Lagrangian and Eulerian Hydrocodes. Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., Vol. 99, 1992, S. 235-394.
- Benson, D.J.* [1992-2]: Momentum Advection on a Staggered Mesh. J. Comput. Phys. 100, 1992.

- Betten, J.* [1986]: Elastizitäts- und Plastizitätslehre. 2. überarb. u. erw. Aufl. Braunschweig: Vieweg, 1986.
- Bischoff, P.H.; Perry, S.H.* [1991]: Compressive Behaviour of Concrete at High Strain Rates. *Materials and Structures*, Vol. 24, 1991, S. 425-450.
- Bischoff, P.H.; Perry, S.H.* [1995]: Impact Behaviour of Plain Concrete Loaded in Uniaxial Compression. *J. Eng. Mech. ASCE*, Vol. 121, No. 6, 1995, S. 685-693.
- Bischoff, P.H.* [1996]: High Strain-Rate Testing of Concrete: What are we really measuring? Aus dem Massivbau und seinem Umfeld, Festschrift Prof. Dr.-Ing. J.Eibl zu seinem sechzigsten Geburtstag, Karlsruhe, März 1996, S. 351-360.
- Brandtzaeg, A.* [1927]: Failure of Material Composed of Non-Isotropic Elements: An Analytical Study with Special Application to Concrete. *Det Kongelige Norske Videnskabers Selskabs Skrifter*, No. 2, 1927, S. 1-68.
- Broadhouse, B.J.* [1995]: The Winfrith Concrete Model in LS-DYNA3D. Atomic Energy Agency, AEA Technology. SPD/D(95)363. Dochester, UK, 1995.
- Carol, I.; Rizzi, E.; Willam, K.* [1994]: A Unified Theory of Elastic Degradation and Damage Based on a Loading Surface. *Int. J. Solids Structures*, Vol. 31, 1994, S. 2835-2865.
- Carol, I.; Rizzi, E.; Willam, K.* [1998]: On the formulation of isotropic and anisotropic damage. *Proc. of the EURO-C 1998, Conference on computational modeling of concrete structures*, S. 183-192.
- CEB Bulletin d'Information No. 187* [1988]: Concrete Structures under Impact and Impulsive Loading. Lausanne, 1988.
- Century D.L.* [1997]: AUTODYN Users Manual. Century Dynamics Inc., San Ramon, CA 94583, USA, Rev. 3.0, 1997.
- Chapman, L.E.* [1899]: On the Rate of Explosions in Gases. *Philos. Mag.*, Vol. 47, 1899, S. 99-104.
- Chaudhary, A.B.; Bathe, K.J.* [1985]: A Lagrange Multiplier Segment Procedure for Solution of Three Dimensional Contact Problems. U.S. Army Ballistic Research Laboratory. BRL-CR-544, 1985.
- Chen, W.F.* [1982]: *Plasticity in Reinforced Concrete*. New York: Mc Graw Hill, 1982.
- Chen, W.F.; Han, D.J.* [1988]: *Plasticity for Structural Engineers*. New York: Springer, 1988.
- Chen, W.F.; Saleeb, A.F.* [1994]: Constitutive equations for engineering materials. – Vol. 1: Elasticity and modeling. Vol. 2: Plasticity and modeling. Amsterdam: Elsevier, 1994.

- Chorin, A.J.; Hughes, T.J.R.; McCracken, M.F.; Marsden, J.E.* [1978]: Product Formulas and Numerical Algorithms. *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 31, 1978, S. 205-256.
- Chorin, A.J.* [1980]: Flame Advection and Propagation Algorithms. *J. Comput. Phys.*, Vol. 35, 1980, S. 1-11.
- Christensen, R.* [1989]: Personal communication to Benson, D.J. [1992] at Lawrence Livermore National Laboratory, 1989.
- Coleman, B.D.; Gurtin, M.E.* [1967]: Thermodynamics with Internal State Variables. *J. Chemical Physics*, Vol. 47, 1967, S.597-613.
- Cook, M.A.* [1965]: Lehrbuch über brisante Sprengstoffe – dt. Übersetzung von: The Science of High Explosives. New York: Reinhold Publishing Corporation, 1965.
- Cooper, P.W.* [1997]: Explosives Engineering. New York: Wiley-VCH, 1997.
- Cosserat, E.; Cosserat, F.* [1909]: Theorie des corps deformables. Paris: Herman, 1909.
- Courant, R.; Friedrichs, K.O.; Lewy, H.* [1928]: Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, Vol. 100, 1928, S. 32-74.
- Curbach, M.* [1987]: Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 1987.
- Debye, P.* [1912]: Zur Theorie der spezifischen Wärme. *Annalen der Physik*, Vol. 39, 1912, S. 789-839.
- Dobratz, B.M.; Crawford, P.C.* [1985]: LLNL Explosives Handbook: Properties of Chemical Explosives and Explosive Simulants. University of California, Lawrence Livermore National Laboratory, Rept. UCRL-52997, Rev. 2, 1985.
- Döring, W.* [1943]: On Detonation Processes in Gases. *Ann. Phys.*, Vol. 43, 1943, S. 421-436.
- Dragon, A.; Mroz, Z.* [1979]: A Continuum Model for Plastic-Brittle Behaviour of Rock and Concrete. *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 17, 1979, S. 121-137.
- Eibl, J.; Ivanyi, G.* [1976]: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. DAFStb Heft 260. Berlin: Ernst & Sohn, 1976.
- Eibl, J.* [1979]: Stahlbetonkonstruktionen unter Stoßbeanspruchung. Der Sicherheitsnachweis für mechanische Strukturen unter transientser Belastung, Kolloquium Darmstadt 1979, VDI-Berichte 355, S. 21-26.

- Eibl, J.* [1980]: Ein Strukturmodell zur dynamischen Betonfestigkeit. Interner Bericht, Universität Dortmund, 1980.
- Eibl, J.; Curbach, M.* [1989]: An Attempt to Explain Strength Increase Due to High Loading Rates. Nuclear Engineering and Design, Vol. 112, 1989, S. 45-50.
- Eibl, J.; Klein, E.; Kobler, G.* [1994]: Verhalten von Betonkonstruktionen bei harten Stößen- Teil 1: Betonverhalten bei hoher hydrodynamischer Beanspruchung. Forschungsbericht zum DFG Vorhaben Ei- 114/13, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Dezember 1994.
- Eibl, J.; Ebner, M.* [1995]: Untersuchungen zum Verhalten von Betonstrukturen beim Auftreffen von Bruchstücken. Schlußbericht zum Forschungsvorhaben BMBF 150 0930, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1995.
- Eibl, J.; Ockert, J.* [1995]: Ein Stoffgesetz für die Schockwellenbeanspruchung von Beton. Bauingenieur, Vol. 70, 1995, S. 307-311.
- Eibl, J.* [1996]: Ein neuer Ansatz für ein Stoffgesetz zur Berücksichtigung großer Dehngeschwindigkeiten bei zugbeanspruchtem Beton. Waubke-Festschrift, BMI 9/96, Schriftreihe des Instituts für Baustofflehre und Materialprüfung der Universität Innsbruck, 1996, S. 31-39.
- Eibl, J.; Gerlach, L.* [1999]: Forschungsverbund Baustoffkreislauf im Massivbau, Schlußbericht in Vorbereitung zum Teilprojekt A01: Standsicherheit beim Abbruch von Stahlbetonbauwerken, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1999.
- Eibl, J.; Schmidt-Hurtienne, B.* [1999]: Betonstoffgesetze für hochdynamische Beanspruchungen. Beton- und Stahlbetonbau, Vol. 94, 1999, S. 278-288.
- Eibl, J.; Plotzitza, A.; Herrmann, N.* [2000]: Nachweise zur Sicherheit beim Abbruch von Stahlbetonbauwerken durch Sprengen. In: Forschungsverbund Baustoffkreislauf im Massivbau, Schlußbericht zum Teilprojekt B02. DAFStb Heft 530. Berlin: Beuth-Verlag, 2000.
- Eibl, J.* [2001]: Ein Stoffgesetz für Beton unter extrem schneller Beanspruchung. D-A-CH-Tagung für Erdbebeningenieurwesen und Baudynamik, 19.-21. Sept. 2001, Universität Innsbruck, Austria, S. 42-49.
- Eibl, S.J.* [1995]: Schockwellenbeanspruchung von Stahlbetonwänden durch Kontakt-Detonationen. Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Nr. 1/95, Dissertation. TU München.
- Flanagan, D.P.; Taylor, L.M.* [1987]: An accurate numerical algorithm for stress integration with finite rotations. Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., Vol. 62, 1987, S. 305-320.

- Fenichel, M.* [1998]: Konvergenzuntersuchungen zu Finite-Element-Berechnungen an Betonplatten unter Kontaktdetonation. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Vertiefearbeit, Betreuer: A. Plotzitza. Universität Karlsruhe, 1998.
- Germershausen, R.* [1973]: Explosivstoffe. In: Waffentechnisches Handbuch. Rheinmetall GmbH, Düsseldorf, 1973.
- Glücklich, J.* [1965]: The Effect of Microcracking on Time Dependent Deformations and the Longterm Strength of Concrete. Proceedings of the International Conference on the Structure of Concrete, Sept. 1965, London – Cement and Concrete Association, London, S. 176-189.
- Gödde, P.* [1986]: Rechnerische Untersuchungen zur Betonzugfestigkeit unter hoher Belastungsgeschwindigkeit. Dissertation. Universität Dortmund, 1986.
- Grady, D.E.* [1993]: Impact Compression Properties of Concrete, Sixth International Symposium on Interaction of Nonnuclear Munitions with Structures, Panama City Beach, Florida, 1993, S. 172-175.
- Gregson, V.R. Jr.* [1971]: A Shock Wave Study of Fondu-Fyre WA-1 and Concrete, General Motors Materials and Structures Laboratory, Report MSL-70-30, 1971.
- Grüneisen, E.* [1926]: Zustand des festen Körpers. Handbuch der Physik, Bd. 10. Berlin: Springer, 1926, S. 1-59.
- Gruschka, H.D.; Wecken, F.* [1971]: Gasdynamic Theory of Detonation. Ed. *Glassmann, I.*, Combustion Science and Technology, Vol. 1., Gordon and Breach Science Publishers, 1971.
- Guo, Z.; Wang, C.* [1990]: Experimentelle Untersuchung der Bruchkriterien von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung. Fakultät für Bauingenieurwesen, Tsinghua Universität, 1990.
- Hallquist, J.O.; Goudreau, G.L.; Beson, D.J.* [1985]: Sliding Interface with Contact-Impact in Lagrangian Computations. *Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng.*, Vol. 51, 1985, S. 107-137.
- Hallquist, J.O.; Schweizerhof, K.; Stillmann, D.* [1992]: Efficiency Refinements of Contact Strategies and Algorithms in Explizit FE Programming. Ed. *Owen, D.R.J.; Onate, E.; Hinton, E.*, Computational Plasticity, Fundamentals and Applications, Proceedings of the Third International Conference, Barcelona, Spain, 1992.
- Hallquist, J.O.* [1998]: LS-DYNA Theoretical Manual. LSTC Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA 94550, USA, Rev. 2, 1998.
- Hallquist, J.O.* [1999]: LS-DYNA Keyword Manual. LSTC Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA 94550, USA, Rev. 2, 1999.

- Han, D.J.; Chen, W.F.* [1986]: Strain-Space Plasticity for Hardening-Softening Materials with Elastoplastic Coupling. *Int. J. Solids Structures*, Vol. 22, No. 8, 1986, S. 935-950.
- Hansen, N.R.; Schreyer, H.L.* [1992]: Thermodynamically Consistent Theories for Elastoplasticity Coupled with Damage. Ed. *Ju, J.W.; Valanis, K.C.*, *Damage Mechanics and Localization*. AMD, Vol. 142/MD, No. 34, ASME 1992, S. 53-67.
- Harbord, R.; Alex, R.* [1997]: Zeitabhängiges Plastizitäts- und Schädigungsmodell zur Untersuchung von Tragwerken aus Stahlbeton. Ed. *Blaschke, F.; Günther, G.; Kollegger, J.*, *Materialmodelle und Methoden zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen*, Festschrift Prof. Dr.-Ing. G. MEHLHORN. Kassel: Gesamthochschulbibliothek, 1997, S. 156-181.
- Harten, A.* [1983]: High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *J. Comput. Phys.* 49, 1983, S. 357-393.
- Harten, A.* [1989]: ENO Schemes with Subcell Resolution. *J. Comput. Phys.* 83, 1989.
- Hartmann, D.; Stangenberg, F.; Melzer, R.; Blum, R.* [1994]: Einsatz der Computersimulation zur Vorbereitung der Sprengung von Stahlbetonschornsteinen und Aufbau eines sprengtechnischen wissenschaftlichen Beratungssystems. *Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 94-6*, Inst. für Konstr. Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1994.
- Hartmann, D.; Breidt, M.* [1997]: Computerbasierte Projektierung von Bauwerk-Sprengungen. Teil 1: Sprengung turmartiger Bauwerke. *Bautechnik* 74, Heft 10, 1997, S. 684-697.
- Heinze, H.* [1993]: Sprengtechnik – Anwendungsgebiete und Verfahren. 2., überarb. Aufl. Leipzig: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1993.
- Herrmann, W.* [1993]: Inelastic Constitutive Relations. Ed. *Asay, R.J.; Shahinpoor, M.*, *High-Pressure Shock Compression of Solids*. New York: Springer, 1993, S. 115-185.
- Herrmann, N.* [2002]: Experimentelle Verifizierung von Prognosen zur Sprengtechnik. *Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie*, Dissertation in Vorbereitung. Universität Karlsruhe, 2002.
- Hibbitt; Karlsson; Sorensen* [1998]: ABAQUS Theory-Manual 5.8. Inc., Pawtucket, RI 02860-4847, USA, 1998.
- Hiermaier, S.* [1996]: Numerische Simulation von Impaktvorgängen mit einer netzfreien Lagrange-Methode (Smooth Particle Hydrodynamics). *Mitteilung des Instituts für Mechanik und Statik*, Heft 8, Dissertation. Universität der Bundeswehr München, 1996.

- Hofstetter, G.; Mang, H.A.* [1995] Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures. Braunschweig: Vieweg, 1995.
- Holmquist, T.J.; Johnson, G.R.; Cook, W.H.* [1993]: A Computational Constitutive Model for Concrete Subjected to Large Strains, High Strain Rates, and High Pressures. 14th Int. Symp. on Ballistics Quebec, Canada, 26.-29. Sept. 1993, S. 591-600.
- Hsieh, S.S.; Ting, E.C.; Chen, W.F.* [1982]: A Plastic-Fracture Model for Concrete. Int. J. Solids Structures, Vol. 18, No. 3. 1982, S. 181-197.
- Hughes, T.J.R.* [1987]: The Finite Element Method. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1987.
- Hult, J.* [1987]: Introduction and General Overview. Ed. *Krajcinovic, D.; Lemaitre, J.*, Continuum Damage Mechanics. Wien: Springer, 1987, S. 1-36.
- Jouguet, E.* [1906]: On the Propagation of chemical Reactions in Gases. J. de Math. Pures et Appl., Vol. 85, 1906, S. 347-425.
- Kachanov, L.M.* [1958]: On the Time to Failure under Creep Conditions. Izv. Akad. Nauk. SSR, Otd. Tekhn. No. 8, 1958, S. 26-31.
- Kikuchi, N.; Oden, J.T.* [1986]: Contact Problems in Elasticity: A Study of Variational Inequalities and Finite Element Methods for Class Contact Problems in Elasticity. SIAM Stud. 8, 1986.
- Kistler* [1998]: Luftdruckaufnehmer. Type 603B SN 477253. Kistler Instrumente AG Winterthur, Eulachstr. 22, CH-8408 Winterthur, Schweiz.
- Knothe, K.; Wessels, H.* [1991]: Finite Elemente. Eine Einführung für Ingenieure. Berlin: Springer, 1991.
- Körmeling, H.A.; Zielinski, A.J.; Reinhardt, H.W.* [1980]: Experiments on Concrete under Single and Repeated Uniaxial Impact Tensile Loading. Stevin Report 5-80-3. Delft University of Technology, 1980.
- Krajcinovic, D.; Lemaitre, J.* [1987]: Continuum Damage Mechanics. Wien: Springer, 1987.
- Launay, D.H.; Gachon, H.* [1971]: Strain and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Stress. Pap. H1/3. Proc. 1st Int. Conf. Struct. Mech. Reactor Technol., Berlin, 1971.
- Leer, B. van* [1977]: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. IV. A New Approach to Numerical Convection. J. Comput. Phys. Vol. 23, 1977, S. 276-299.
- Leer, B. van* [1979]: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method. J. Comput. Phys. Vol. 32, 1979.

- Lemaitre, J.* [1996]: A Course on Damage Mechanics. 2. Aufl. Berlin: Springer, 1996.
- Leonhardt, F.; Mönning, E.* [1973]: Vorlesungen über Massivbau. Teil 1, 2. Aufl. Berlin: Springer, 1973.
- Le Veque, B.J.; Goodman, J.N.* [1985]: TVD Schemes in the One and Two Space Dimensions. Lectures in Applied Mathematics, Vol. 22, 1985.
- Lindner, H.*: [1993]: Physik für Ingenieure. Leipzig: Fachbuchverlag, 1993.
- Liu, W.K.; Chang, H.; Chen, J.-S.; Belytschko, T.* [1988]: Arbitrary Lagrangian Eulerian Petrov-Galerkin Finite Elements for Nonlinear Continua. Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., Vol. 68, 1988, S. 259-310.
- Lohrmann, G.* [1998]: Faserbeton unter hoher Dehngeschwindigkeit. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 1998.
- Lubarda, V.A.; Mastilovic, S.; Knap, J.* [1996]: Brittle-Ductile Transition in Porous Rocks by Cap Model. J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 122, No. 7, 1996, S. 633-642.
- Lublinter, J.* [1972]: On the thermodynamic foundations of non-linear solid mechanics. Int. J. of Non-Linear Mech., Vol. 7, 1972, S. 237-254.
- Maenchen, G.; Sack, S.* [1964]: The TENSOR Code. Ed. Alder, B. et al., Methods in Computational Physics, Vol. 3, Fundamental Methods in Hydrodynamics. New York: Academic Press, 1964, S. 181-210.
- Malvern, L.E.* [1969]: Introduction to Continuum Mechanics of a Continuous Medium. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1969.
- Mark, P.* [1997]: Ein Beitrag zur Modellierung und numerischen Simulation von Strukturveränderungen in stoßartig beanspruchten Beton. Technisch-wissenschaftliche Mitteilung Nr. 97-5, Inst. f. Konstr. Ingenieurbau, Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, 1997.
- Mazars, J.; Pijaudier-Cabot, G.* [1989]: Continuum Damage Theory – Application to Concrete. J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 115, No. 2, 1989, S. 345-365.
- Mc Glaun, J.M.; Yarrington, P.* [1993]: Large Deformation Wave Codes. Ed. Asay, R.J., Shahinpoor, M., High-Pressure Shock Compression of Solids. New York: Springer, 1993, S. 323-353.
- Meyers, M.A.* [1994]: Dynamic Behavior of Materials. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994.
- Mie, G.* [1912]: Grundlagen einer Theorie der Materie (Zweite Mitteilung). Annalen der Physik, Vol. 39, No. 11, 1912, S. 1-40.
- Mier, J.G.M. van* [1986]: Fracture of Concrete under Complex Stress. Heron, Vol. 31, No. 3, 1986.

- Müller, F.P.; Keintzel, E., Charlier, H. [1983]: Dynamische Probleme im Stahlbetonbau I. DAfStb Heft 342. Berlin: Ernst & Sohn, 1983.
- Neumann, J. von [1942]: Theory of Detonation Waves. In: J. von Neumann, Collected Works, Vol. 6, Macmillan, New York, 1942, S. 232-237.
- Neumann, J. von; Richtmeyer, R.D. [1950]: A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks. J. Appl. Phys., Vol. 21 No. 3, 1950, S. 232-237.
- Noh, W.F. [1964]: CEL: A Time-Dependent, Two-Space-Dimensional, Coupled Eulerian-Lagrange Code. Ed. Alder, B. et al., Methods in Computational Physics, Vol. 3, Fundamental Methods in Hydrodynamics. New York: Academic Press, 1964, S. 117-179.
- Ockert, J. [1997]: Ein Stoffgesetz für die Schockwellenausbreitung in Beton. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 1997.
- Ortiz, M. [1985]: A Constitutive Theory for the Inelastic Behaviour of Concrete. Mech. Mater., Vol. 4, 1985, S. 67-93.
- Perzyna, P. [1966]: Fundamental problems in viscoplasticity. Recent Advances in Applied Mechanics. New York: Academic Press, Vol. 9, 1966, S. 243-377.
- Rabczuk, T. [2002]: Numerische Untersuchungen zum Fragmentierungsverhalten von Beton mit Hilfe der SPH-Methode. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 2002.
- Reinhardt, H.W. [1982]: Concrete under Impact Loading, Tensile Strength and Bond. Heron, Vol. 27, No. 3, 1982.
- Reinhardt, H.W.; Cornelissen, H.A.W. [1984]: Post-peak cyclic behavior of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. Cement and Concrete Res., Vol. 14, 1984, S.263-270.
- Reinhardt, H.W.; Meyer, C. [1998]: Material Modelling. Ed. Meyer, C., Modelling and Analysis of Reinforced Concrete Structures for Dynamical Loading. Wien: Springer, 1998, S. 1-64.
- Riedel, W., Hiermaier, S. [1998]: Ein makroskopisches, modulares Betonmodell für Hydrocodes. Bericht 7/98, Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik - EMI -, Freiburg i. Br., 1998.
- Riedel, W. [2000]: Beton unter dynamischen Lasten. Meso- und makromechanische Modelle und ihre Parameter. Bericht 6/00, Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik - EMI -, Dissertation. Freiburg i. Br., 2000.
- Rinehart, J.S. [1975]: Stress transients in solids. Hyper Dynamics. Santa Fe, New Mexiko:1975.

- Rötzer, J.* [1997]: Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetontragwerken unter hohen Dehnungsgeschwindigkeiten und hohen Drücken. Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau Nr. 97-1, Dissertation. Universität der Bundeswehr München, 1997.
- Rohr, H.; Hopfe, M.* [1993]: BLADE, eine flexible Schneidladung. Mitteilungsblatt des Deutschen Sprengverbandes e.V., Heft 2, 1993.
- Roschlau, H.* [1992]: Sprengen: Theorie und Praxis. Leipzig. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1992.
- Ruppert, M.* [2000]: Zur numerischen Simulation von hochdynamisch beanspruchten Betonstrukturen. Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau Nr. 00-4, Dissertation. Universität der Bundeswehr München, 2000.
- Saravanja, A.* [2001]: Numerische Untersuchungen an Betonplatten beim Abbruch durch Sprengen. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Diplomarbeit, Betreuer: A. Plotzitza. Universität Karlsruhe, 2001.
- Schlüter, F.-H.* [1987]: Dicke Stahlbetonplatten unter stoßartiger Belastung – Flugzeugabsturz. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 1987.
- Schmidt-Hurtienne, B.* [2000]: Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluß des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 2000.
- Schneider, T.* [1979]: Lokale Schadenswirkung auf armierte Betonplatten bei der Explosion von Sprengladungen und Granaten. FMB 79-13, Forschungsinstitut für militärische Bautechnik, Zürich, 1979.
- Simo, J.C.; Ju, J.W.* [1987]: Strain- and stress-based continuum damage models – I. Formulation. Int. J. Solids Structures, Vol. 23, No. 7, 1987, S. 821-840.
- Sinha, B.P.; Gerstle, K.H.; Tulin, L.G.* [1964]: Stress-Strain Relations for Concrete under Cyclic Loading. ACI Journal, Vol. 61, 1964, S.195-211.
- Sod, G.A.* [1978]: A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Non-linear Hyperbolic Conservation Laws. J. Comput. Phys. 27, 1978, S. 1-31.
- Stevens, D.J.; Liu, D.* [1992]: Strain-based constitutive model with mixed evolution rules for concrete. J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 118, 1992, S. 1184-1200.
- Suanno, R.L.M.* [1995]: Ein dreidimensionales Simulationsmodell für Stahlbeton mit Plastizität und Schädigung. Dissertation. Bericht Nr. 18, Institut für Baustatik der Universität Stuttgart, 1995.
- Sweby, P.K.* [1985]: High Resolution TVD Schemes Using Flux Limiters. Lectures in Applied Mathematics, Vol. 22, 1985.

- Thum, W.* [1978]: Sprengtechnik im Steinbruch- und Baubetrieb. Wiesbaden: Bau-Verlag, 1978.
- Walsh, J.M.; Rice, M.H. et al.* [1957]: Shock-Wave Compression of Twenty-Seven Metals. Equations of State of Metals. Phys. Rev., Vol. 108, No. 2, 1957, S. 196-216.
- Wegener, K.* [1991]: Zur Berechnung großer plastischer Deformationen mit einem Stoffgesetz vom Überspannungstyp. Dissertation. Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr. 2-1991. Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre. TU Braunschweig, 1991.
- Weickert, C.A.* [1998]: Demolitions. Ed. *Zukas, J.A.; Walters, P.W.*, Explosive Effects and Applications. New York: Springer, 1998, S.381-423.
- Whirley, R.G.; Engelman, B.E.; Hallquist, J.O.* [1992]: User's Manual for DYNA2D-A Nonlinear, Explicit, Two- Dimensional Finite Element Code for Solid Mechanics. University of California, Lawrence Livermore National Laboratory, UCRL-Ma-110630, April 1992.
- Wilkins, M.L.* [1964]: Calculation of Elastic-Plastic Flow. Methods in Computational Physics, Vol. 3, Fundamental Methods in Hydrodynamics. New York: Academic Press, 1964, S. 211-263.
- Wilkins, M.L.* [1980]: Use of Artificial Viscosity in Multidimensional Fluid Dynamic Calculations. J. Comput. Phys., Vol. 36, 1980, S. 381-403.
- Willam, K.* [1989]: Stoffgesetze und numerische Ansätze für Versagensvorgänge in Beton. Ed. *Stein, E.*, Nichtlineare Berechnungen im Konstruktiven Ingenieurbau. Heidelberg: Springer, 1989, S. 324-342.
- Woodward, P.R.; Colella, P.* [1982]: The Numerical Simulation of Two-Dimensional Fluid Flow with Strong Shocks. Lawrence Livermore National Laboratory, UCRL-86952, 1982.
- Yazdani, S.; Schreyer, H.L.* [1990]: Combined Plasticity and Damage Mechanics Model for Plain Concrete. J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 116, No. 7, 1990, S. 1435-1450.
- Zel'dovich, Ya.B.* [1940]: On the Theory of the Propagation of Detonation in Gaseous Systems. Zhurnal eksperimentalnoi i teoreticheskoi fiziki, Vol. 10, 1940, S. 542-568; English Translation in Technical memorandum / National Advisory Comitee for Aeronautics 1261, 1960.
- Zerres, E.* [1999]: Leichte Fälle. MM Report. Maschinenmarkt, Würzburg 105, Nr. 26, 1999, S. 47-52.
- Zharkow, V.N.; Kalinin, V.A.* [1971]: Equations of State for Solids at High Pressures and Temperatures. Transl. from Russian by *Tybulewicz, A.*, New York: Consultants Bureau, 1971.

- Zheng, S.* [1996]: Beton bei variierender Dehngeschwindigkeit, untersucht mit einer neuen modifizierten Split-Hopkinson-Bar-Technik. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Dissertation. Universität Karlsruhe, 1996.
- Zhuo, Y.* [1995]: Über das Festigkeitsverhalten verschiedener Werkstoffe. Dissertation. Berichte aus dem Bauwesen. TU München, 1995.
- Zielinski, A.J.* [1982]: Fracture of Concrete and Mortar under Uniaxial Impact Tensile Loading. Dissertation. Delft: University Press, 1982.
- Zienkiewicz, O.C.* [1984]: Methode der Finiten Elemente. 2. erw. u. völlig neubearb. Aufl. München: Hanser, 1984.
- Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.* [2000]: The Finite Element Method. Vol. 1. 5th Edition. Oxford u.a.: Butterworth-Heinemann, 2000.
- Zukas, J.A.; Nicholas, T.; Swift, H.B.; Curran, D.R.* [1982]: Impact Dynamics. New York: Wiley, 1982.
- Zukas, J.A.; Walters, P.W.* [1998]: Explosive Effects and Applications. New York: Springer, 1998.

Anhang A Betonparameter

Gewählte Betonparameter innerhalb der numerischen Simulation, die aus Versuchen abgeleitet wurden.

Beton	Mat User Defined Material Models			
B 35	Anfangselastizität		Reduktionsfaktoren	
	ρ_0 E_0 ν	2,5 g/cm ³ 36.000 MPa 0,22	r_t r_c	1,2 20,0
	Plastizität		Beton-Hugoniot	
	c_c c_p e_{p1} e_{p2}	0,08 0,9 $1,1 \cdot 10^{-3}$ 0,4	a_v b_v e_v $e_{v,th}$	0,7 3,5 0,02 0,008
	Kontinuumsschädigung		dynamischer Anteil	
	c_1 c_2 c_3 c_4 e_0 e_d g_d	0,01232 0,02517 0,78206 0,34648 $2,5 \cdot 10^{-5}$ $2,2 \cdot 10^{-4}$ 1,5	g_0 c_{t1} c_{t2} g_h ndam	80,0 μ s 0,032 0,55 4,0 50,0

Tabelle A.1: Materialdaten des Betons B 35

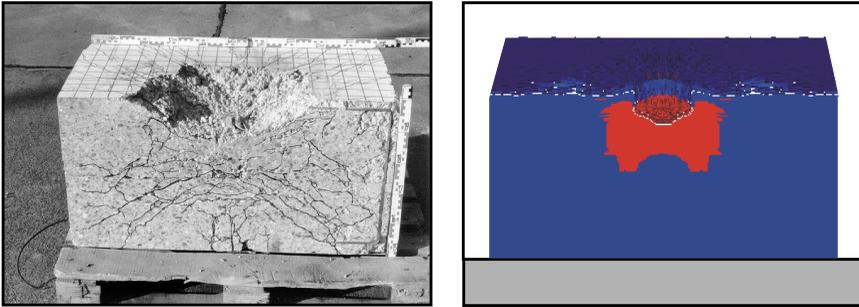


Bild A.1: Ergebnisvergleich der Kraterabmessungen aus Versuch und Rechnung am Schnitt A-A der Platte, siehe hierzu Bild 3.5

Anhang B Meßkurven zu den Versuchen

• Kalibrierung der Luftdruckaufnehmer

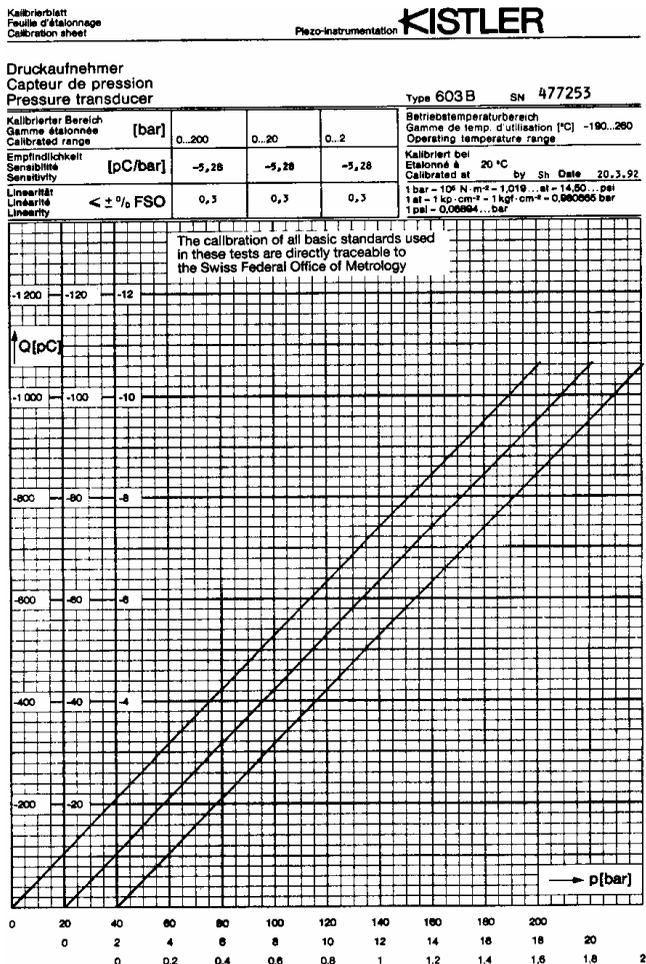


Bild B.1: Kalibrierungsblatt für die Luftdrucksensoren des Typs 603B der Firma Kistler [1998]

- **Erläuterungen zu den Meßergebnissen der jeweiligen Versuche**
 - einzelne Meßkurven der Sensoren AB 1 bis AB 8 zum Plattenversuch , Abschnitt 3.3
 - einzelne Meßkurven der Sensoren AB 1 bis AB 8 zum Balkenversuch VK4 , Abschnitt 3.4
 - einzelne Meßkurven der Sensoren AB 1 bis AB 4 und K 1 bis K 5 zum Stützenversuch sind bereits im Abschnitt 3.5 enthalten.
-
- **Plattenversuch**, siehe Abschnitt 3.3

Schnitt A - A

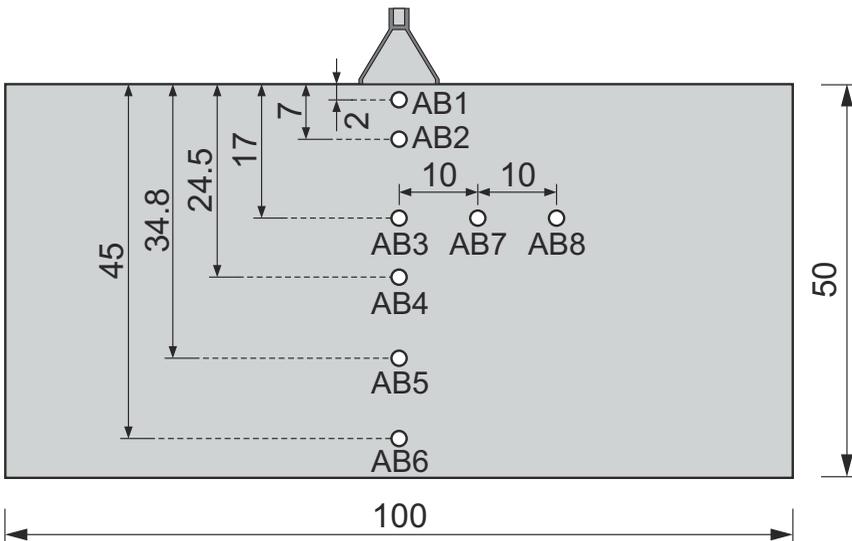


Bild B.2: Anordnung der Aufnahme in der Platte (AB -Allen-Bradley-Aufnehmer), Maße in cm

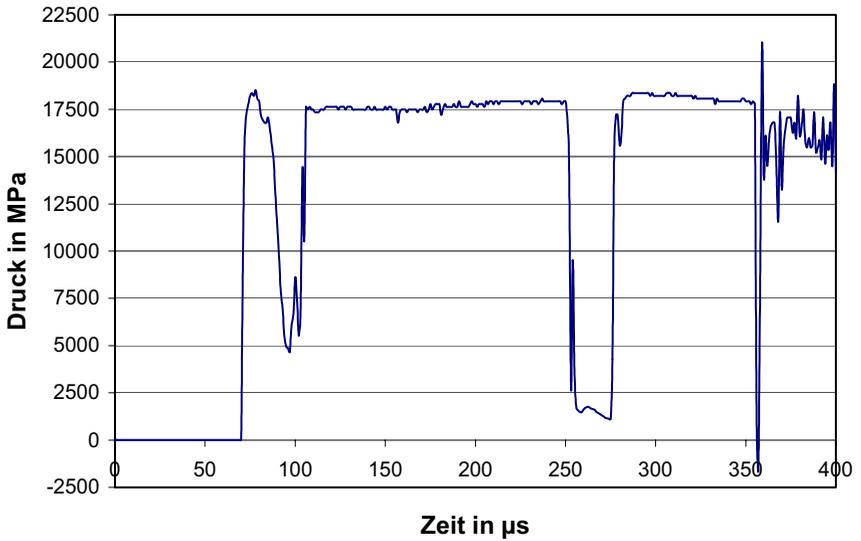


Bild B.3: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 1, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 2 cm

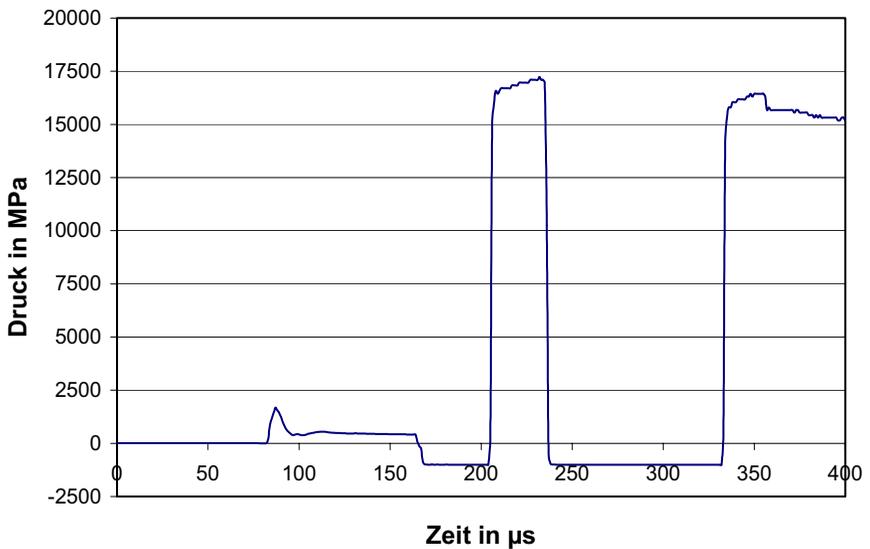


Bild B.4: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 2, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 7 cm

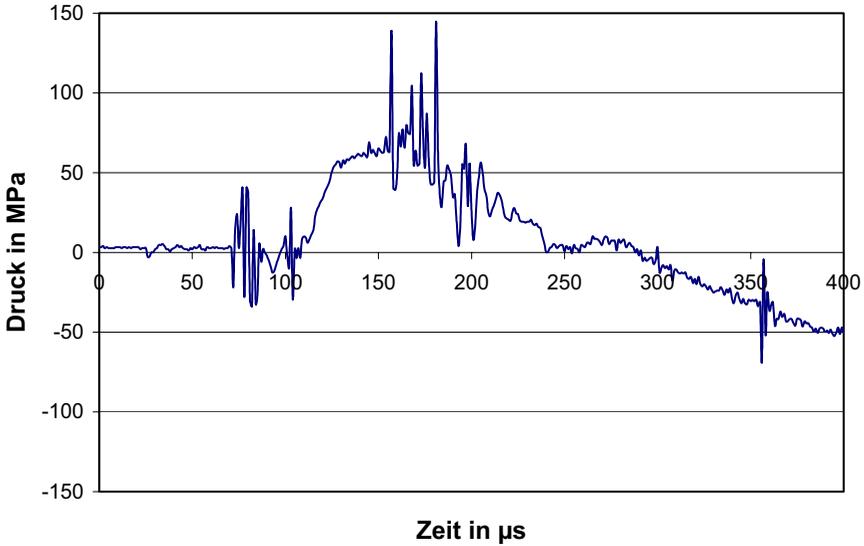


Bild B.5: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 3, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 17 cm

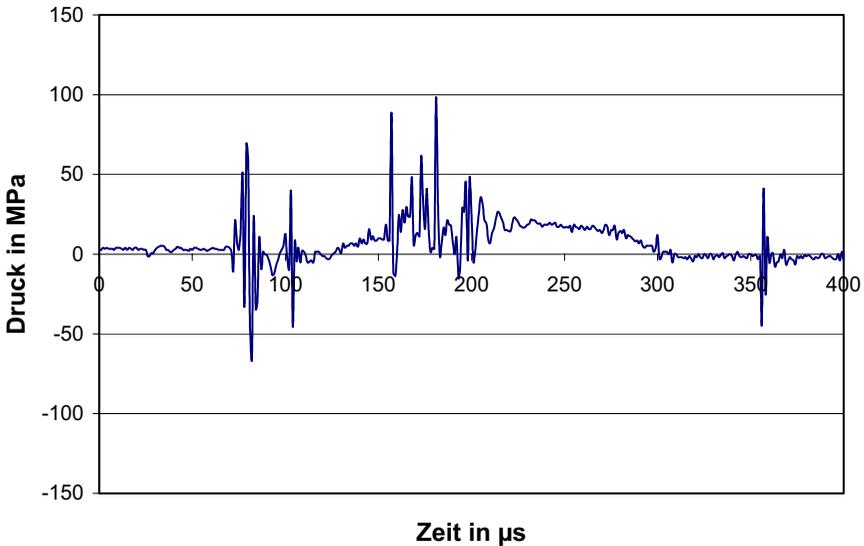


Bild B.6: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 4, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 24,5 cm

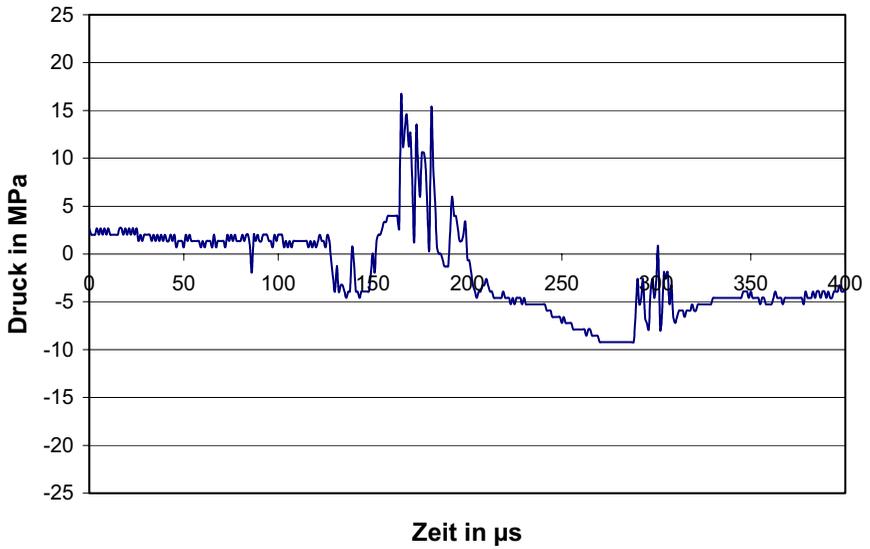


Bild B.7: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 5, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 34,8 cm

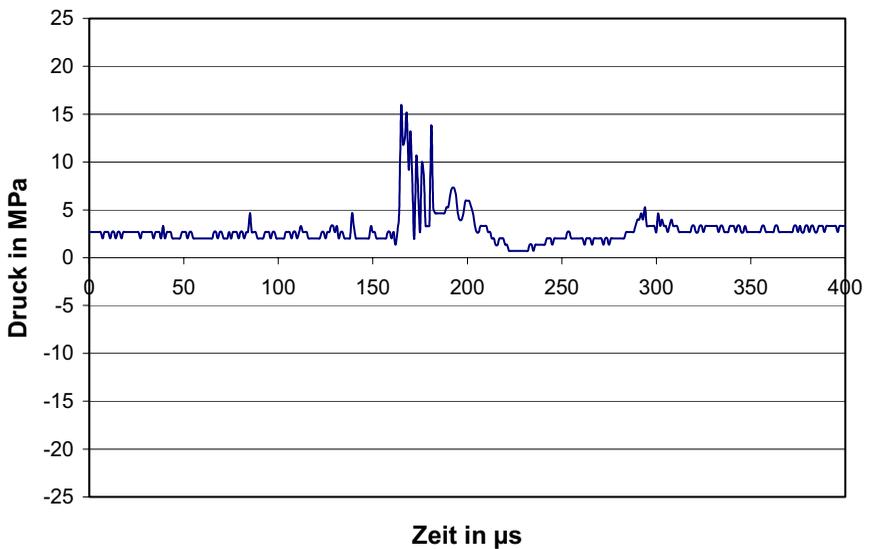


Bild B.8: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 6, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 45 cm

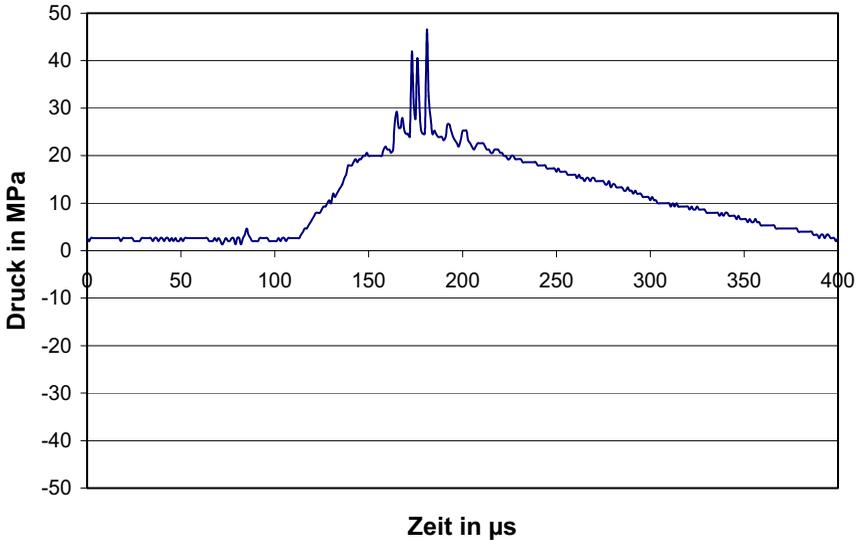


Bild B.9: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 7, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 17 cm und um 10 cm seitlich versetzt

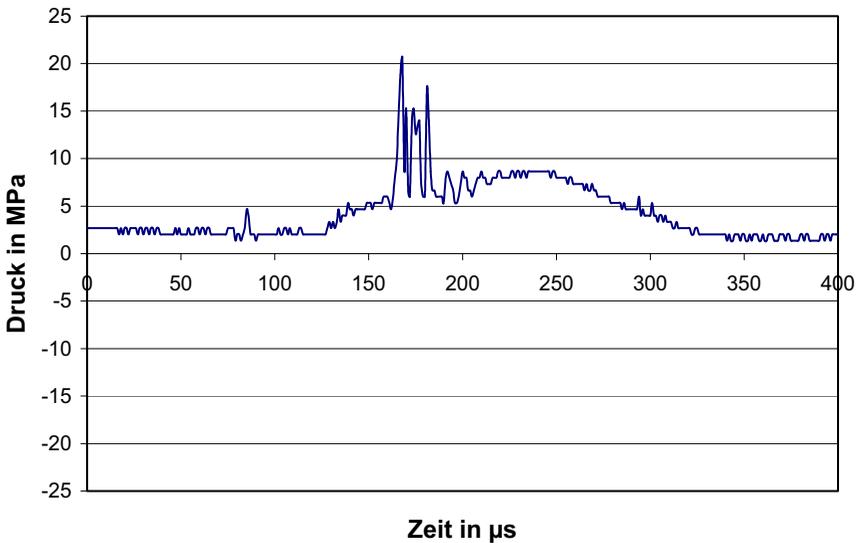


Bild B.10: Druck-Zeit-Verlauf am Aufnehmer AB 8, gemessen in der Betonplatte in einer Einbautiefe von 17 cm und um 20 cm seitlich versetzt

• **Balkenversuch VK4**, siehe Abschnitt 3.4

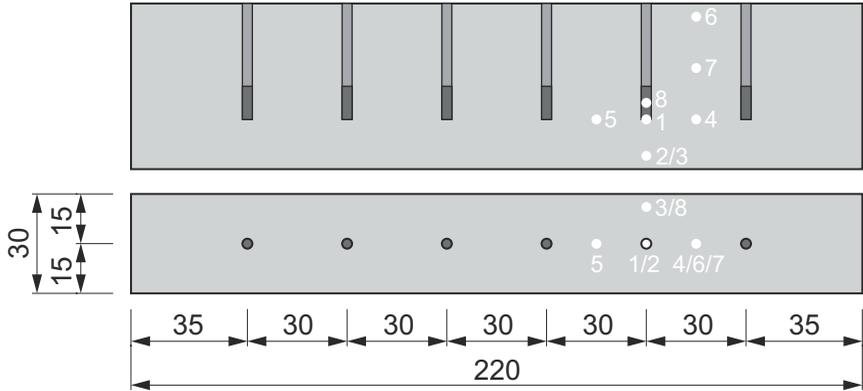


Bild B.11: Ansicht, Grundriß und Aufnahmepositionen des Betonbalkens VK 4, Maße in cm

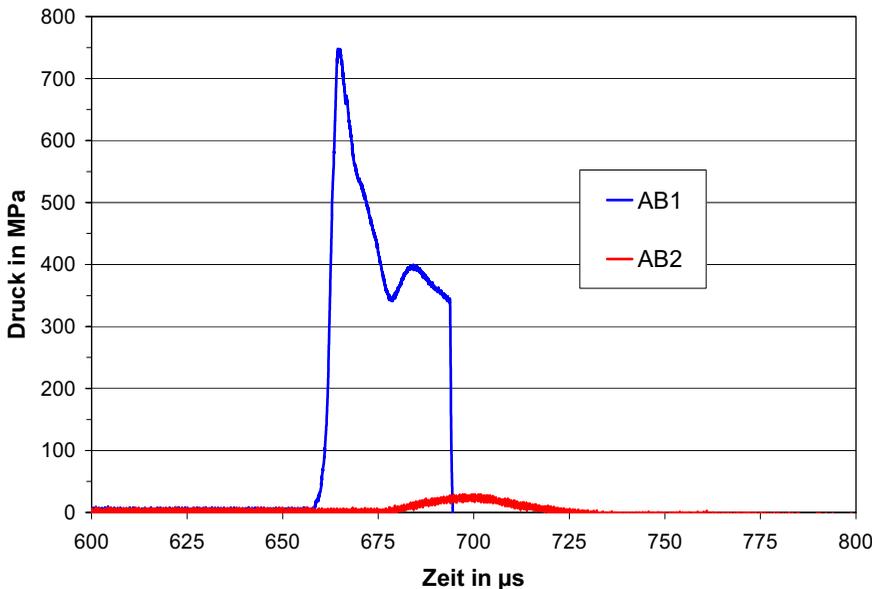


Bild B.12: Druck-Zeit-Verlauf an den Aufnehmern AB 1 und AB 2, gemessen im Betonbalken VK 4

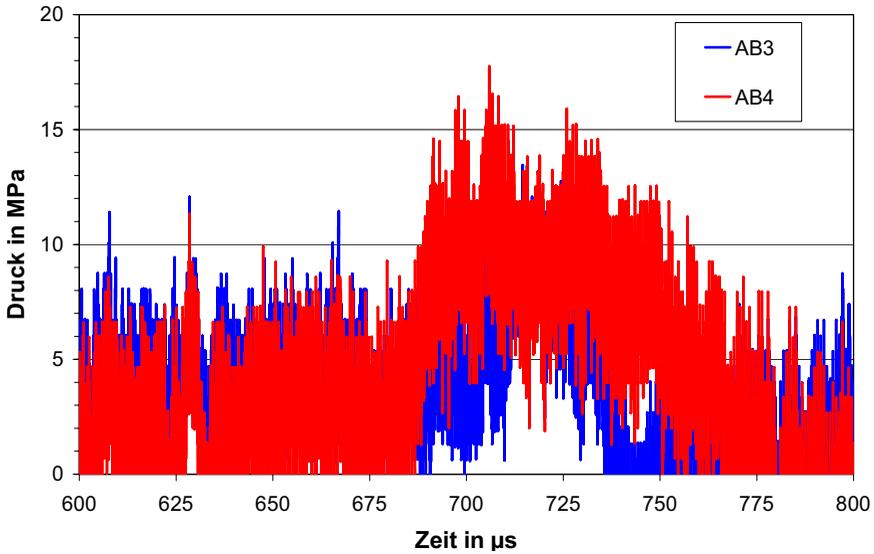


Bild B.13: Druck-Zeit-Verlauf an den Aufnehmern AB 3 und AB 4, gemessen im Betonbalken VK 4

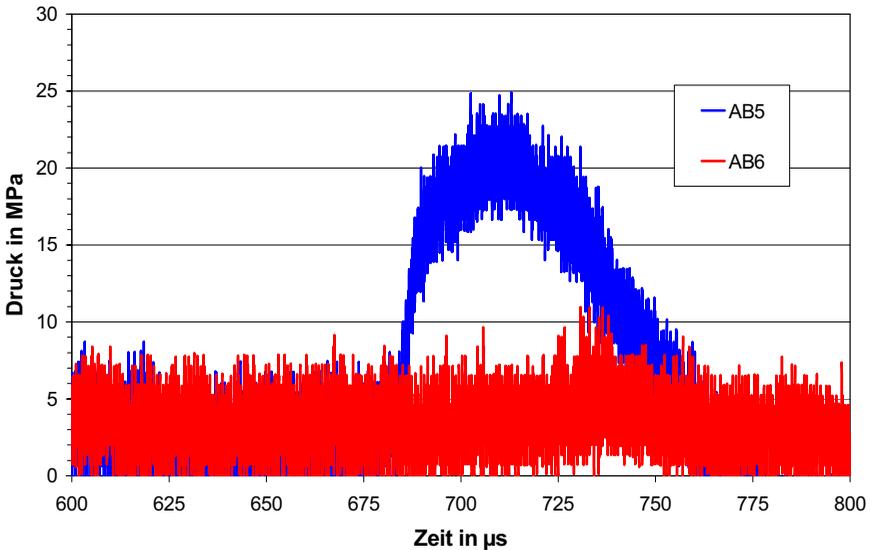


Bild B.14: Druck-Zeit-Verlauf an den Aufnehmern AB 5 und AB 6, gemessen im Betonbalken VK 4

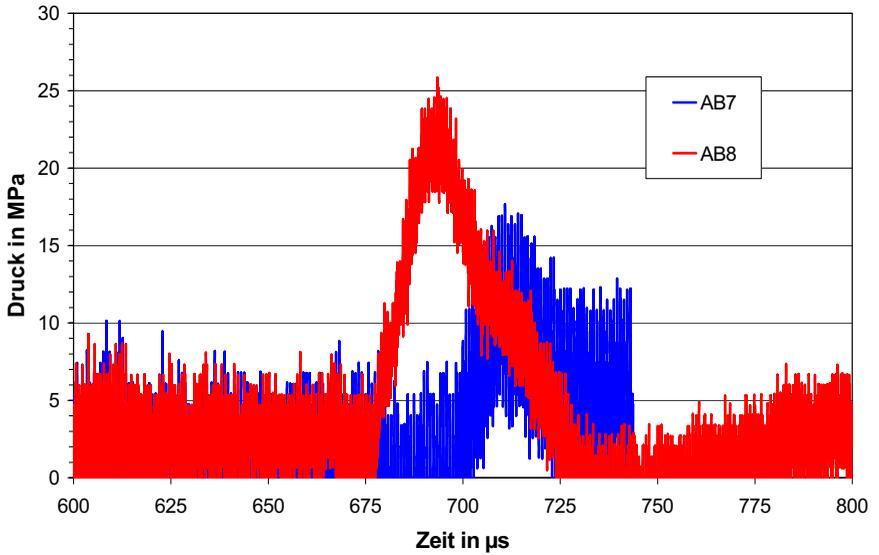


Bild B.15: Druck-Zeit-Verlauf an den Aufnehmern AB 7 und AB 8, gemessen im Betonbalken VK 4

Anhang C Ergebnisse der Konvergenzstudien zur Modellierung einer Euler-Lagrange-Kopplung

• Anhang C.1

Holuft-Untersuchungsergebnisse zum Einfluß der Größe des *Euler*-Hintergrundnetzes (EHG), siehe Abschnitt 5.1

Abkürzungen

- **holuft 3 1,5**: Untersuchung zur **Höhe** des **Luftnetzes** (EHG-Netzes) mit einem Euler-Lagrange-Verhältnis (E/L) von **3** Euler-Elementen pro cm zu **1,5** Lagrange-Elementen pro cm (=Kehrwert der Elementkantenlänge in [1/cm]).
- **luft 7 9**: Größe des **Luftnetzes** beschrieben durch die z-Koordinaten der Unter- und Oberkante in [cm], hier **7** cm und **9** cm, siehe Bild 5.1.
- **Elementskizze 1 0,5**: Skizze zur Lage der Kontrollelemente für E/L = **1/0,5**; die Zahlen oben und seitlich bezeichnen die Spalten- bzw. Zeilennummern, die Zahlen im Inneren die Elementnummern.
- **Tabelle**: Maximal- und Minimaldruck der Kontrollelemente für die einzelnen Luftnetze; an zweiter Stelle steht jeweils die Abweichung vom Referenzluftnetz *luft 0 9* in [%]. Fehlende Angaben bedeuten identische Werte mit *luft 0 9*!
- **Kontrollelemente**: Da nur die Luftnetze derselben Netzfeinheit miteinander verglichen werden, haben Elemente mit gleicher Nummer aber aus Untersuchungen mit verschiedener Netzfeinheit in der Regel verschiedene Koordinaten. Beispielsweise liegt Element 1 aus *holuft 1 0,5* nicht exakt an derselben Stelle wie Element 1 aus *holuft 3 1,5*. Auch die Anzahl der Kontrollelemente variiert teilweise.

- **Balkendiagramm:** Um die Abweichungen für die verschiedenen Luftnetze deutlich zu machen, erfolgt die Darstellung des Maximaldrucks der Kontrollelemente jeweils bezogen auf die Werte für das Referenzluftnetz *luft 0 9*, das immer 100 % darstellt. Es gilt:
Balkenhöhe = $100 p / p_{\text{luft } 0 \ 9}$ in [%].

Die Darstellung der weiteren Untersuchungsergebnisse für die Varianten *holuft 1 0,5*; *holuft 4 2*; *holuft 3 3*; *holuft 4 4* und *holuft 3 4,5*. Hierbei sind zuerst die *Euler-Lagrange*-Verhältnisse von 2 : 1 aufgeführt, danach die Verhältnisse $E/L = 1 : 1$ oder kleiner.

Auf den nächsten Seiten werden die Ergebnisse der Untersuchungen in tabellarischer Form zusammengestellt und veranschaulicht.

holuft 1 0,5

Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m² // Abweichung in % von luft 0 9

Elemente	luft -2 9		luft 0 9		luft 2 9		luft 4 9		luft 5 9		luft 6 9		luft 7 9	
1	68,344	3.00	66,354		67,73	2.07	64,88	-2.22	65,112	-1.87	69,442	4.65	71,042	7.07
	-332,38	0.08	-332,12		-325,21	-2.08	-332,04	-0.02	-332,5	0.11	-337,24	1.54	-320,14	-3.61
2	144,44	-0.49	145,15		146,2	0.72	145,2	0.03	145,16	0.01	144,59	-0.39	143,46	-1.16
	-153,77	-0.06	-153,86		-152,75	-0.72	-154,12	0.17	-154,66	0.52	-159,69	3.79	-154,48	0.40
3	46,332	0.38	46,157		46,209	0.11	44,745	-3.06	44,968	-2.58	48,635	5.37	45,395	-1.65
	-136,41	-0.43	-137		-136,22	-0.57	-137,18	0.13	-137,26	0.19	-137,86	0.63	-134,96	-1.49
4	326,24	-0.38	327,47		327,39	-0.02	327,52	0.02	327,52	0.02	327,46	0.00	324,68	-0.85
	-216,93	0.00	-216,92		-214,23	-1.24	-217,02	0.05	-217,45	0.24	-222,91	2.76	-229,23	5.67
5	72,669	-0.68	73,167		71,557	-2.20	73,195	0.04	73,193	0.04	73,139	-0.04	72,143	-1.40
	-135,26	-0.16	-135,47		-133,74	-1.28	-135,68	0.16	-135,96	0.36	-138,75	2.42	-132,52	-2.18
6	38,787	-15.83	46,084		45,652	-0.94	38,929	-15.53	38,924	-15.54	38,87	-15.65	43,344	-5.95
	-72,514	-0.61	-72,961		-72,282	-0.93	-73,221	0.36	-72,264	-0.96	-73,745	1.07	-72,828	-0.18
7	29,324	0.23	29,258		28,925	-1.14	29,329	0.24	29,327	0.24	29,288	0.10	28,984	-0.94
	-44,881	-0.42	-45,072		-44,522	-1.22	-45,379	0.68	-45,415	0.76	-45,767	1.54	-44,686	-0.86
8	14,829	-0.45	14,896		14,702	-1.30	14,895	-0.01	14,894	-0.01	14,873	-0.15	14,693	-1.36
	-39,808	-0.09	-39,842		-39,501	-0.86	-39,864	0.06	-39,915	0.18	-40,42	1.45	-39,413	-1.08
9	23,424	1.87	22,994		23,272	1.21	22,746	-1.08	22,76	-1.02	22,884	-0.48	22,355	-2.78
	-12,369	-1.61	-12,572		-12,263	-2.46	-12,487	-0.68	-12,538	-0.27	-13,141	4.53	-12,318	-2.02
10	14,966	-1.57	15,204		14,5	-4.63	15,464	1.71	15,521	2.08	16,141	6.16	14,935	-1.77
	-23,084	-0.20	-23,131		-22,876	-1.10	-23,221	0.39	-23,229	0.42	-23,302	0.74	-22,679	-1.95

Bild C.1: Tabelle *holuft 1 0,5*

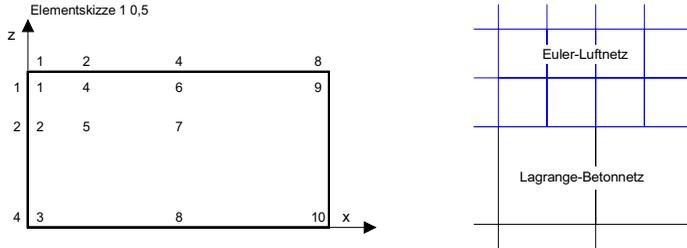


Bild C.2: Elementskizze *holuft 1 0,5* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

holuft 1 0,5
Maximaldrücke in % von luft 0 9

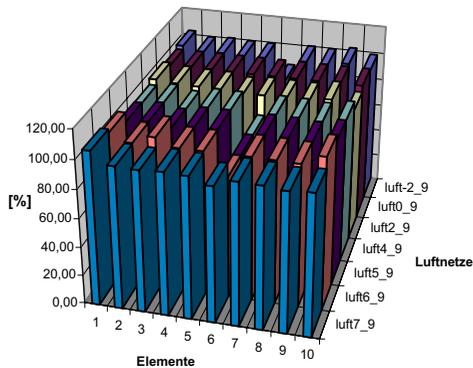


Bild C.3: Balkendiagramm *holuft 1 0,5*

holuft 4 2

Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m² // Abweichung in % von luft 0 9

Elemente	luft -2 9	luft 0 9	luft 2 9	luft 4 9	luft 5 9	luft 6 9	luft 7 9
1		2394 -1104		2393.2 -0.03 -1149.8 4.15	2463.7 2.91 -1180.8 6.96	2428.4 1.44 -1124.7 1.88	2362.5 -1.32 -1138.3 3.11
2	792.26 -0.19 -885.75 -0.07	793.8 -887.4	793.76 -0.01 -887.55 0.02	787.69 -0.77 -881.99 -0.61	814.85 2.65 -916.18 3.24	800.41 0.83 -897.39 1.13	766.21 -3.48 -860.25 -3.06
3	227.49 0.06 -602.58 0.07	227.35 -602.18	231.95 2.02 -602.01 -0.03	225.97 -0.61 -598.8 -0.56	230.98 1.60 -617.28 2.51	231.32 1.75 -606.34 0.69	232.62 2.43 -583.19 -3.15
4	124.8 0.08 -124.94 -0.23	124.7 -125.23	124.69 -0.01 -125.22 -0.01	124.9 0.16 -126.81 1.26	126.58 1.51 -128.7 2.77	125.68 0.79 -126.74 1.21	123.39 -1.05 -127.05 1.45
5	31.159 6.28 -32.249 -0.48	29.317 -32.405	28.495 -2.80 -32.408 0.01	31.509 7.48 -32.515 0.34	35.531 21.20 -32.909 1.56	28.245 -3.66 -32.76 1.10	29.395 0.27 -31.783 -1.92
6	17.973 -0.17 -68.497 -0.14	18.003 -68.59	18.005 0.01 -68.554 -0.05	18.187 1.02 -68.626 0.05	18.317 1.74 -69.873 1.87	18.288 1.58 -70.726 3.11	18.061 0.32 -69.03 0.64

Bild C.4: Tabelle *holuft 4 2*

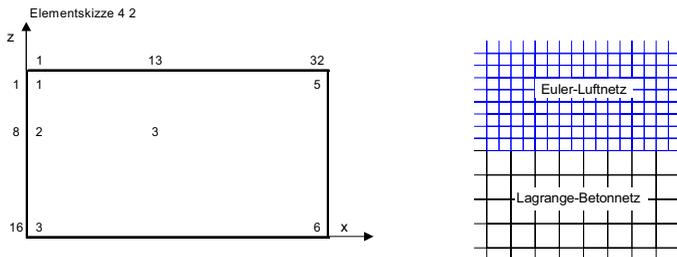


Bild C.5: Elementskizze *holuft 4 2* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

holuft 4 2
Maximaldrücke in % von luft 0 9

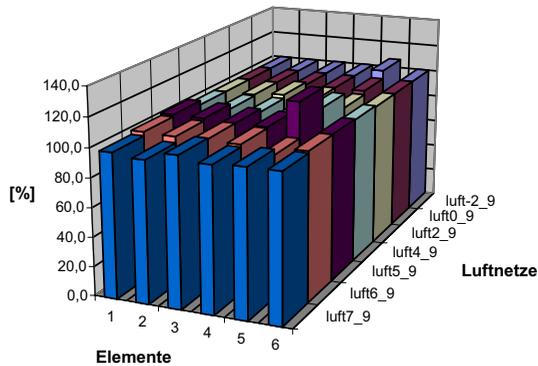


Bild C.6: Balkendiagramm *holuft 4 2*

holuft 3 3

Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m² // Abweichung in % von Luft 0 9

Elemente	luft -2 9	luft 0 9	luft 2 9	luft 4 9	luft 5 9	luft 6 9	luft 7 9
1		5277.2 -303.12	-303.11 0.00	-303.11 0.00	-303.11 0.00	5201.1 -1.44 -268.93 -11.28	5167.7 -2.07 -286.71 -5.41
2		1898.7 -1638.5			1898.8 0.01 -1638 -0.03	1801.3 -5.13 -1529.7 -6.64	1838.8 -3.15 -1555.1 -5.09
3		360.96 -1138.8	360.97 0.00		361.01 0.01	353.59 -2.04 -1089.3 -4.35	356.53 -1.23 -1107.2 -2.77
4		5199.1 -267.9			-267.88 -0.01	5119.9 -1.52 -355.7 32.77	5035.7 -3.14 -358.81 33.93
5		1851.7 -1586.4		-1586.5 0.01	1851.8 0.01 -1586.1 -0.02	1764.1 -4.73 -1492.8 -5.90	1800.5 -2.77 -1511.3 -4.73
6		349.16 -1119.3		349.17 0.00	349.15 0.00 -1119.4 0.01	342.93 -1.78 -1072.3 -4.20	344.63 -1.30 -1087.8 -2.81
7		542.62 -329.14	542.63 0.00		542.66 0.01 -329.12 -0.01	552.51 1.82 -333.59 1.35	543.96 0.25 -318.23 -3.31
8		175.33 -183.15			175.32 -0.01 -183.14 -0.01	181.17 3.33 -190.95 4.26	158.41 -9.65 -154.99 -15.38
9		155.26 -125.55				158.05 1.80 -162.97 29.80	159.13 2.49 -147.6 17.56
10		151.58 -191.94				153.26 1.11 -193.02 0.56	151 -0.38 -195.47 1.84
11		98.34 -64.965	98.341 0.00	98.337 0.00 -64.967 0.00	98.348 0.01 -64.937 0.01	95.209 -3.18 -70.258 8.15	89.383 -9.11 -61.794 -4.88
12		159.88 -154.73			159.87 -0.01 -145.75 0.01	157.75 -1.33 -168.38 8.82	152.56 -4.58 -160.38 3.65
13		57.303 -30.756		-30.755 0.00	57.3 -0.01 -30.761 0.02	56.717 -1.02 -32.408 5.37	55.493 -3.16 -29.421 -4.34
14		34.274 -116.11			34.275 0.00	34.96 2.00 -114.48 -1.40	34.681 1.19 -115.07 -0.90

Bild C.7: Tabelle *holuft 3 3*

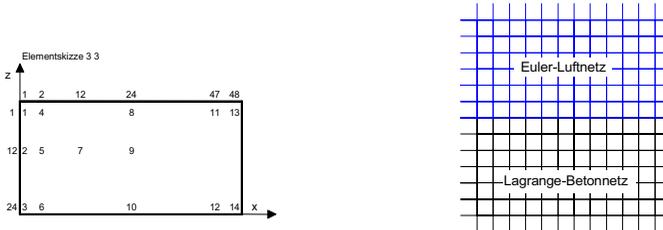


Bild C.8: Elementskizze *holuft 3 3* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

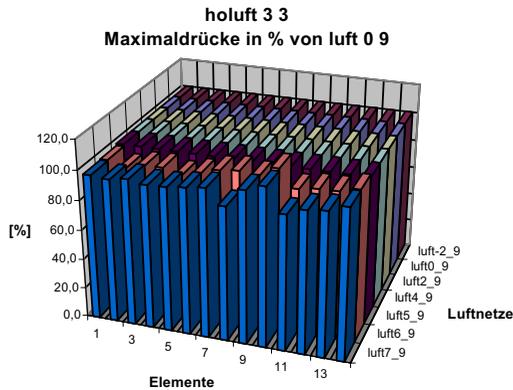


Bild C.9: Balkendiagramm *holuft 3 3*

holuft 4 4

Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m² // Abweichung in % von luft 0 9

Elemente	luft -2 9	luft 0 9	luft 2 9	luft 4 9	luft 5 9	luft 6 9	luft 7 9
1	-502,77 0,00	5787,3 -502,78		-494,98 -1,55	-502,85 0,01	5738,4 -0,84 -406,11 -19,23	5628,3 -2,75 -450,09 -10,48
2		2389,6 -1603,4		2382,8 -0,28 -1607 0,22	2389,4 -0,01 -1601,8 -0,10	2310,9 -3,29 -1538,3 -4,06	2324,4 -2,73 -1567,2 -2,26
3		427,74 -1208,9		420,52 -1,69 -1208,4 -0,04	426,28 -0,34 -1209,1 0,02	425,5 -0,32 -1178,7 -2,50	434,49 1,58 -1182,8 -2,16
4		2174,7 -1374,5		2171,5 -0,15 -1385,8 0,82	2173,2 -0,07 -1376,6 0,11	2131,3 -2,00 -1370,1 -0,32	2145,3 -1,35 -1372,1 -0,17
5		617,67 -411,07	-411,08 0,00	616,56 -0,18 -410,3 -0,19	617,69 0,00 -411,25 0,04	613,41 -0,69 -403,83 -1,76	617,95 0,05 -403,22 -1,91
6	194,19 -0,01 -188,47 -0,02	194,2 -188,5	194,19 -0,01 -188,47 -0,02	195,42 0,63 -189,71 0,64	193,92 -0,14 -188,46 -0,02	201,23 3,62 -179,11 -4,98	196,93 1,41 -178,61 -5,25
7		176,88 -149,8		176,36 -0,29 -150,16 0,24	176,87 -0,01	175,31 -0,89 -128,28 -14,37	178,39 0,85 -129,69 -13,42
8	-215,38 -0,06	181,63 -215,52	-215,59 0,03	181,35 -0,15 -209,69 -2,71	181,67 0,02 -215,28 -0,11	182,06 0,24 -213,44 -0,97	183,48 1,02 -221,31 2,69
9	18,393 6,24 -36,496 0,61	17,312 -36,276	17,182 -0,75 -36,389 0,31	18,633 7,63 -29,02 -20,00	18,205 5,16 -36,675 1,10	22,847 31,97 -28,385 -21,75	20,33 17,43 -38,767 6,87
10	40,803 0,13 -156,98 0,35	40,75 -156,43	40,794 0,11 -155,45 -0,63	41,078 0,80 -155,87 -0,36	40,844 0,23 -156,83 0,26	40,728 -0,05 -152,98 -2,21	41,435 1,68 -154,41 -1,29

Bild C.10: Tabelle *holuft 4 4*

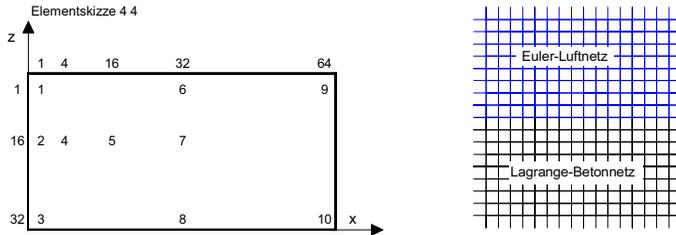


Bild C.11: Elementskizze *holuft 4 4* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

holuft 4 4
Maximaldrücke in % von luft 0 9

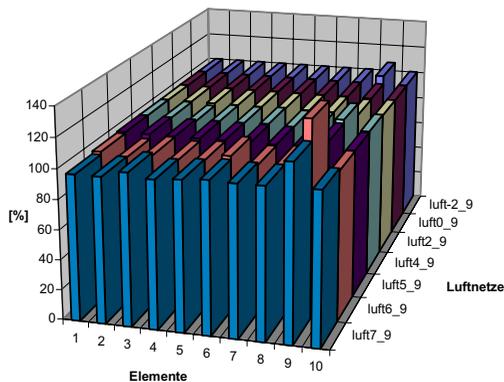
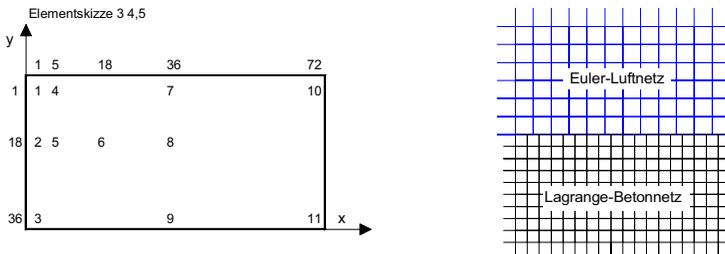


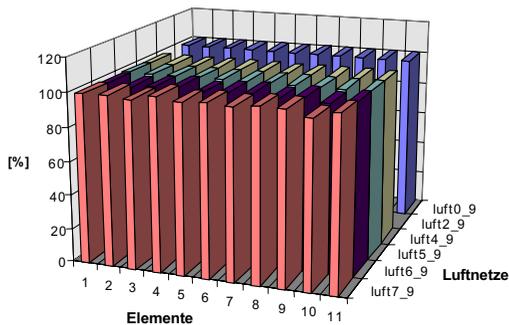
Bild C.12: Balkendiagramm *holuft 4 4*

holuft 3 4,5absoluter Maximaldruck der Elemente in MN/m² // Abweichung in % von luft0_9

Elemente	luft0_9	luft2_9	luft4_9	luft5_9	luft6_9	luft7_9
1	5287,1				5264,9 -0,42	5280,5 -0,12
2	2434,3		2434,3	2434,6 0,01	2394,8 -1,62	2438,4 0,17
3	423,11		422,44 -0,16	423,07 -0,01	421,75 -0,32	418,91 -0,99
4	5087,9				5124,2 0,71	5197,3 2,15
5	2163,9			2163,8 0,00	2141,2 -1,05	2165,6 0,08
6	628,08		628,09 0,00	628,05 0,00	626,99 -0,17	633,85 0,92
7	175,31		174,96 -0,20		176,41 0,63	175,51 0,11
8	175,97		175,95 -0,01	175,98 0,01	174,06 -1,09	178,74 1,57
9	184,16		184,18 0,01	184,17 0,01	185,34 0,64	186,5 1,27
10	85,583		85,607 0,03		84,501 -1,26	83,545 -2,38
11	41,254		41,217 -0,09	41,255 0,00	41,502 0,60	41,947 1,68

Bild C.13: Tabelle Maximaldrücke *holuft 3 4,5***Bild C.14:** Elementskizze *holuft 3 4,5* mit Detaildarstellung E/L-Verhältnis

holuft 3 4,5
absolute Maximaldrücke in [%] von luft 0 9

**Bild C.15:** Balkendiagramm *holuft 3 4,5*

• Anhang C.2

Ergebnisse der Konvergenzstudie zur Netzfeinheit für ausgewählte Euler-Lagrange-Verhältnisse, siehe Abschnitt 5.3.2

verplattete Maximalwerte													Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m ²												
Netze	Elemente																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13												
p1_0.5	51,922	146,2	73,898	42,199	327,39	71,557	121,37	45,652	28,925	47,926	14,702	1,112	5,1921												
	-325,21	-152,75	-174,16	-136,22	-214,23	-133,74	-77,476	-72,282	-44,522	-55,089	-39,501	-11,172	-22,876												
p1_1.5	86,476	136,11	108,21	91,167	370,07	137,95	103,25	65,717	65,624	58,859	39,819	27,07	16,205												
	-199,07	-149,41	-101,56	-175,01	-183,29	-84,732	-54,678	-64,414	-56,917	-62,349	-74,904	-53,715	-38,336												
p1_2.5	1067,7	736,46	530,41	383,59	402,42	407,6	135,54	127,34	70,091	91,536	78,591	13,866	20,693												
	-235,63	-410,64	-425,28	-697,87	-153,07	-194,36	-127,55	-54,946	-74,825	-95,47	-109,35	-30,956	-55,677												
p1_3.5	1200	886,55	656,48	495,97	392,69	438,71	161,54	149,52	81,351	106,48	99,386	14,265	26,177												
	-292,68	-366,01	-434,78	-658,21	-206,79	-242,95	-152,11	-67,491	-83,272	-100,71	-135,64	-36,593	-61,765												
p1_4.5	1274,8	986,24	749,76	579,26	382,63	451,29	173,61	162,94	88,904	117,53	115,7	16,592	30,187												
	-337,4	-361	-407,47	-630,53	-244,74	-280,34	-172,42	-76,63	-92,1	-106,42	-149,11	-41,972	-66,616												
p3_0.5	35,599	25,985	14,054	4,9788	53,499	15,979	17,616	14,543	10,992	7,6459	3,0843	*****	*****												
t=4.3172e-05	-59,797	-44,835	-33,13	*****	-63,867	-23,374	-18,922	-21,858	*****	*****	*****	*****	*****												
p3_1.5	79,486	62,396	39,892	35,862	109,62	42,497	25,372	29,959	20,664	16,163	10,609	12,112	5,2333												
	-78,533	-90,352	-64,444	-78,005	-116,63	-43,188	-29,928	-29,376	-24,016	-22,751	-23,83	-24,448	-14,711												
p3_2.5	2605,7	1620,1	1057,2	717,58	485,1	678,18	278,65	205,37	151,57	183,36	174,94	53,926	54,037												
	-699,89	-1189,2	-1050	-1309,4	-283,31	-308,72	-196,43	-178,5	-151,55	-175,23	-254,04	-100,37	-116,87												
p3_3.5	2965,2	1976,4	1361,6	972,89	559,47	784,95	322,86	252,94	175,51	218,02	226,99	55,584	67,416												
	-421,89	-1071,4	-1113,9	-1243,5	-362	-402,46	-244,4	-186,34	-148,22	-136,76	-275,26	-99,595	-107,91												
p3_4.5	3187,8	2228,4	1590	1165,7	599,33	853	347,08	264,5	187,4	238,27	261,08	58,026	75,059												
	-498,34	-18,373	-1059	-1110,7	-433,61	-477,97	-289,39	-190,08	-155,31	-163,37	-253,95	-99,144	-106,51												
p5_0.5	12,113	7,9766	5,843	6,9395	16,647	4,9251	5,4605	7,4429	4,7524	2,6902	1,0024	0,50369	0,56649												
	-20,536	-18,373	-11,736	-9,3426	-24,576	-8,5442	-7,1844	-9,1188	-5,0754	-3,806	-3,4389	-3,2373	-1,6601												
p5_1.5	795,62	412,07	247,1	219,44	228,47	209,16	99,319	66,407	61,83	58,979	44,386	14,67	*****												
t=5.3435e-05	-709,13	-479,61	-354,73	-441,05	-160,19	-138,95	-109,04	-120,31	-84,899	-83,416	-84,408	*****	*****												
p5_2.5	1854,3	1052,1	688,04	467,26	385,81	461,38	206,65	144,29	120,66	129,28	117,66	32,416	39,158												
	-631,12	-784,02	-709,43	-882,34	-206,04	-203,74	-136,12	-129,27	-110,41	-115,84	-172,54	-87,164	-78,298												
p5_3.5	3155,2	2057,8	1416,3	999,52	564,22	795,01	334,67	258,23	187,87	226,21	232,96	58,624	72,444												
	-428,72	-962,24	-1109,5	-1273,3	-366,49	-417,29	-248,11	-188,95	-151,4	-143,12	-281,5	-100,44	-109,66												
p5_4.5	3505,7	2377,4	1703,2	1236,5	619,99	893,57	371,09	268,36	208,26	255,03	276,17	54,312	82,131												
	-491,39	-758,26	-1021,8	-1145,7	-448,2	-507,08	-299,86	-193,69	-163,63	-172,07	-264,06	-105,88	-105,94												
p7_0.5	5,4408	3,6931	3,197	3,7946	7,8384	2,2811	2,6067	4,5653	2,3537	1,3827	0,48852	0,31874	0,31092												
	-10,743	-9,4904	-6,1362	-4,5767	-12,493	-4,7602	-3,2743	-4,7094	-2,5041	-2,1024	-1,8671	-1,8458	-0,81457												
p7_1.5	434,07	228,86	136,09	139,47	140,31	115,94	60,494	49,652	40,345	36,093	26,358	18,955	10,298												
	-446,98	-294	-213,5	-251,78	-87,486	-80,974	-63,19	-70,705	-50,747	-49,625	-50,627	-41,928	-27,922												
p7_2.5	1607,5	870,35	550,67	366,83	341,95	378,67	174,78	105,73	103,05	107,91	96,217	28,134	32,268												
t=6.332e-05	-766,35	-851,09	-689,32	-770,48	-204,21	-203,24	-144,86	-117,65	-109,32	-116,14	-160,95	-78,302	-71,378												
p7_3.5	2323,4	1349,1	925,98	659,74	491,8	557,43	249,87	182,67	144,94	158,5	155,55	40,059	49,926												
	-412,06	-686,03	-772,11	-892,68	-244,51	-277,34	-162,04	-117,37	-93,946	-89,96	-178,66	-75,081	-69,402												

***** Werte nicht mehr im zeitlichen Rahmen

Bild C.16: absolute Maximal- und Minimaldrücke der Beton-Kontrollelemente

verplattete Vergleichswerte		Maximal- und Minimaldruck der Elemente in MN/m2												
		Elemente												
Netze	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
p1_0.5	Zug	146,2	73,898	26,567	327,39	71,557	121,37	37,809	28,925	47,926	14,702	1,1367	5,1921	
		-325,21	-152,75	-174,16	-136,22	-214,23	-133,74	-77,476	-72,282	-44,522	-55,089	-39,501	-11,172	-22,876
p1_1.5	Zug	136,11	108,21	75,625	370,07	137,95	103,25	65,717	65,624	58,859	39,819	15,053	16,205	
		-199,07	-149,41	-101,56	-175,01	-183,29	-84,732	-54,678	-64,414	-56,917	-62,349	-74,904	-53,715	-38,336
p1_2.5		1067,7	736,46	530,41	383,59	402,42	407,6	135,54	38,039	70,091	91,536	78,591	3,718	20,693
		-235,63	-410,64	-425,28	-697,87	-153,07	-194,36	-127,55	-54,946	-74,825	-95,47	-109,35	-30,956	-55,677
p1_3.5		1200	886,55	656,48	495,97	392,69	438,71	161,54	42,549	81,351	106,48	99,386	5,784	26,177
		-292,68	-356,01	-434,78	-658,21	-206,79	-242,95	-152,11	-67,491	-83,272	-100,71	-135,64	-36,593	-61,765
p1_4.5		1274,8	986,24	749,76	579,26	382,63	451,29	173,61	47,379	88,904	117,53	115,7	7,712	30,187
		-337,4	-361	-407,47	-630,53	-244,74	-280,34	-172,42	-76,63	-92,1	-106,42	-149,11	-41,972	-66,616
p3_0.5		35,599	25,985	14,054	4,9788	53,499	15,979	17,616	14,543	10,992	7,6459	3,0843	*****	*****
t=4.3172e-05		-59,797	-44,835	-33,13	*****	-63,867	-23,374	-18,922	-21,858	*****	*****	*****	*****	*****
p3_1.5		79,486	62,396	39,892	25,909	109,62	42,497	25,372	27,959	20,664	16,163	10,609	6,433	5,2733
		-78,533	-90,352	-64,444	-78,005	-116,63	-43,188	-29,928	-29,376	-24,616	-22,751	-23,83	-24,448	-14,11
p3_2.5		2605,7	1620,1	1057,2	717,58	485,1	678,18	278,65	103,76	151,57	183,36	174,94	31,875	54,037
		-699,89	-1189,2	-1050	-1309,4	-283,31	-308,72	-196,43	-178,5	-151,55	-175,23	-254,04	-100,37	-116,87
p3_3.5		2965,2	1976,4	1361,6	972,89	559,47	784,95	322,86	121,54	175,51	218,02	226,99	40,203	67,416
		-421,89	-1071,4	-1113,9	-1243,5	-362	-402,46	-244,4	-186,34	-148,22	-136,76	-275,26	-99,595	-107,91
p3_4.5		3187,8	2228,4	1590	1165,7	599,33	853	347,08	129,45	187,4	238,27	261,08	43,358	75,059
		-498,34	-18,373	-1059	-1110,7	-433,61	-477,97	-289,39	-190,08	-155,31	-163,37	-253,95	-99,144	-106,51
p5_0.5		12,113	7,9766	4,203	1,513	16,647	4,9251	5,4605	7,4429	4,7524	2,447	1,0024	0,50369	0,56649
		-20,536	-18,373	-11,736	-9,3426	-24,576	-8,5442	-7,1844	-9,1188	-5,0754	-3,806	-3,4389	-3,2373	-1,6601
p5_1.5		795,62	412,07	247,1	148,387	228,47	209,16	99,319	66,407	61,83	58,979	44,386	*****	*****
t=5.3435e-05		-709,13	-479,61	-354,73	-441,05	-160,19	-138,95	-109,04	-120,31	-84,899	-83,416	-84,408	*****	*****
p5_2.5		1854,3	1052,1	688,04	467,26	385,81	461,38	206,65	109,83	120,66	129,28	117,66	32,416	39,158
		-631,12	-784,02	-709,43	-882,34	-206,04	-203,74	-136,12	-129,27	-110,41	-115,84	-172,54	-87,164	-78,298
p5_3.5		3155,2	2057,8	1416,3	999,52	564,22	795,01	334,67	142,5	187,87	226,21	232,96	47,722	72,444
		-428,72	-962,24	-1109,5	-1273,3	-366,49	-417,29	-248,11	-188,95	-151,4	-143,12	-281,5	-100,44	-109,66
p5_4.5		3505,7	2377,4	1703,2	1236,5	619,99	893,57	371,09	156,98	208,26	255,03	276,17	53,128	82,131
		-491,39	-758,26	-1021,8	-1145,7	-448,2	-507,08	-299,86	-193,69	-163,63	-172,07	-264,06	-105,88	-105,94
p7_0.5		5,4408	3,6931	1,9463	0,708	7,8384	2,2811	2,6067	4,5653	2,3537	1,203	0,48852	0,31874	0,31092
		-10,743	-9,4904	-6,1362	-4,5767	-12,493	-4,7602	-3,2743	-4,7094	-2,5041	-2,1024	-1,8671	-1,8458	-0,81457
p7_1.5		434,07	228,86	136,09	81,142	140,31	115,94	60,494	49,652	40,345	36,093	26,358	11,121	10,298
		-446,98	-294	-213,5	-251,78	-87,486	-80,974	-63,19	-70,705	-50,747	-49,625	-50,627	-41,928	-27,922
p7_2.5		1607,5	870,35	550,67	366,83	341,95	378,67	174,78	99,108	103,05	107,91	96,217	28,134	32,268
t=6.332e-05		-786,35	-851,09	-689,32	-770,48	-204,21	-203,24	-144,86	-117,65	-109,32	-116,14	-160,95	-78,302	-71,378
p7_3.5		2323,4	1349,1	925,98	659,74	491,8	557,43	249,87	127,85	144,94	158,5	155,55	40,059	49,926
		-412,06	-686,03	-772,11	-892,68	-244,51	-277,34	-162,04	-117,37	-93,946	-89,96	-178,66	-75,081	-69,402

***** Werte nicht mehr im zeitlichen Rahmen

Bild C.17: Maximal- und Minimaldrücke der Beton-Kontrollelemente bei der ersten Schockwelle

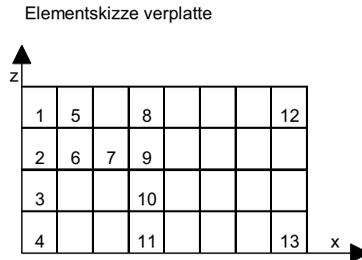


Bild C.18: Skizze zur Lage der Beton-Kontrollelemente im Ausgangsmodell verplattete

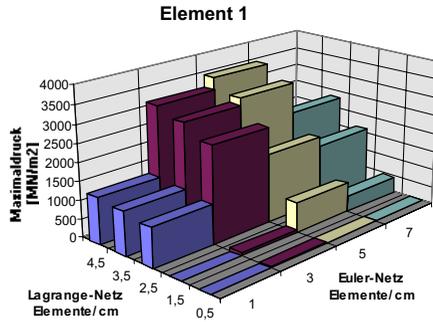


Bild C.19: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 1 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

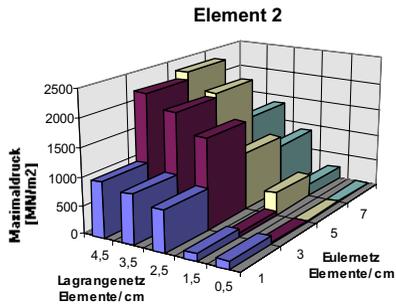


Bild C.20: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 2 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

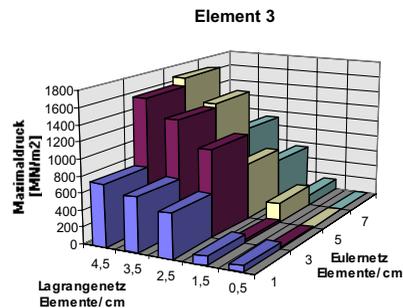


Bild C.21: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 3 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

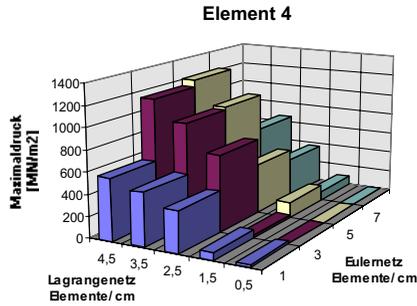


Bild C.22: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 4 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

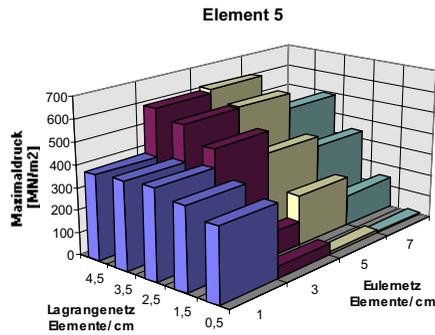


Bild C.23: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 5 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

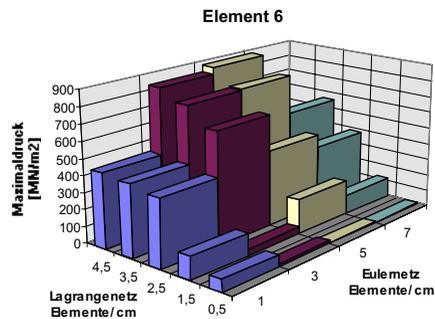


Bild C.24: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 6 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

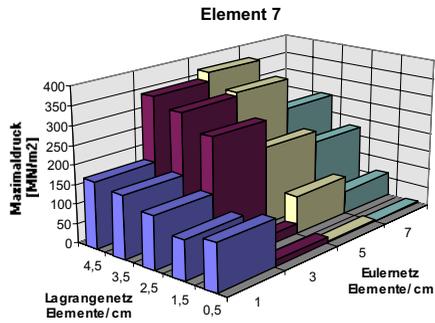


Bild C.25: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 7 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

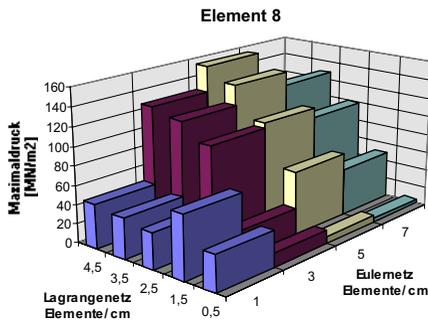


Bild C.26: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 8 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

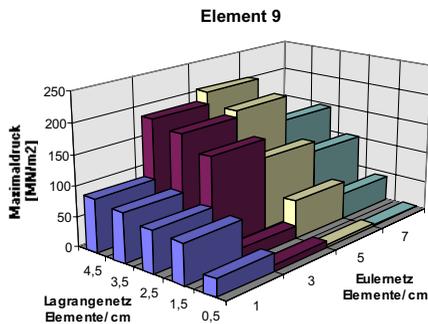


Bild C.27: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 9 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

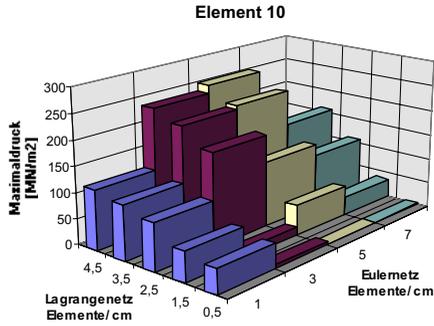


Bild C.28: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 10 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

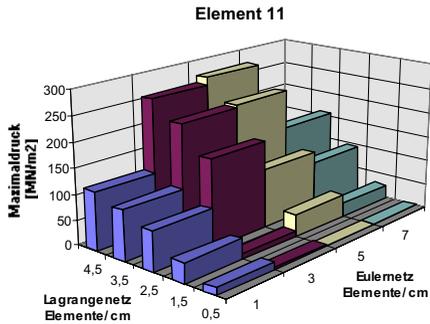


Bild C.29: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 11 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

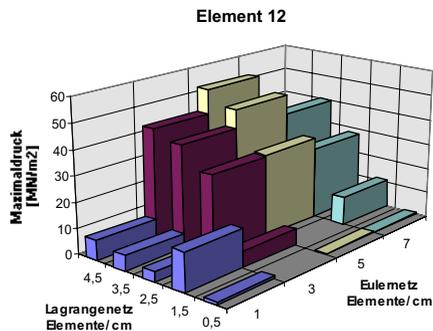


Bild C.30: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 12 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

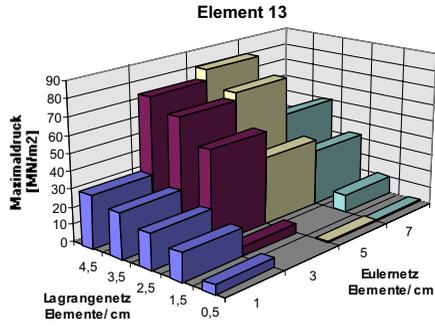


Bild C.31: Maximaldruck im Beton-Kontrollelement 13 in Abhängigkeit der Netzfeinheit

• Anhang C.3

Ergebnisse der Studie zum Einfluß weiterer Parameter, siehe Abschnitt 5.4

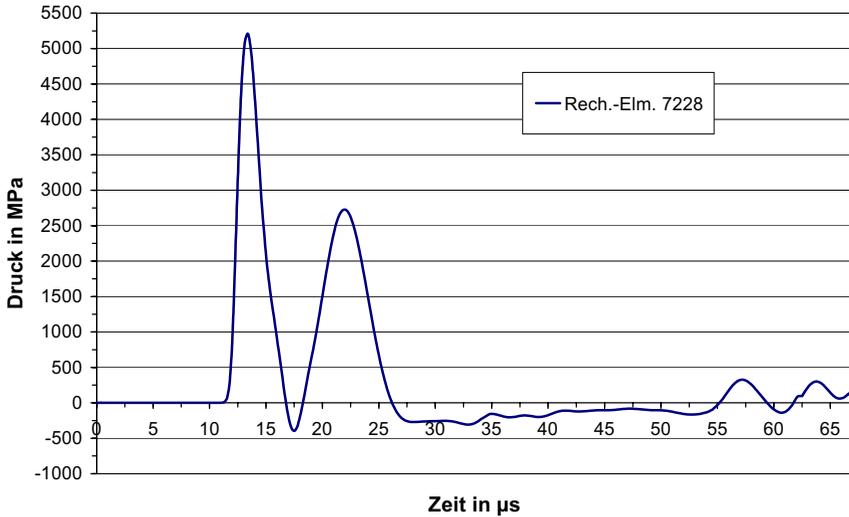


Bild C.32: p-t-Verlauf im Element 1 für SF = 0,9

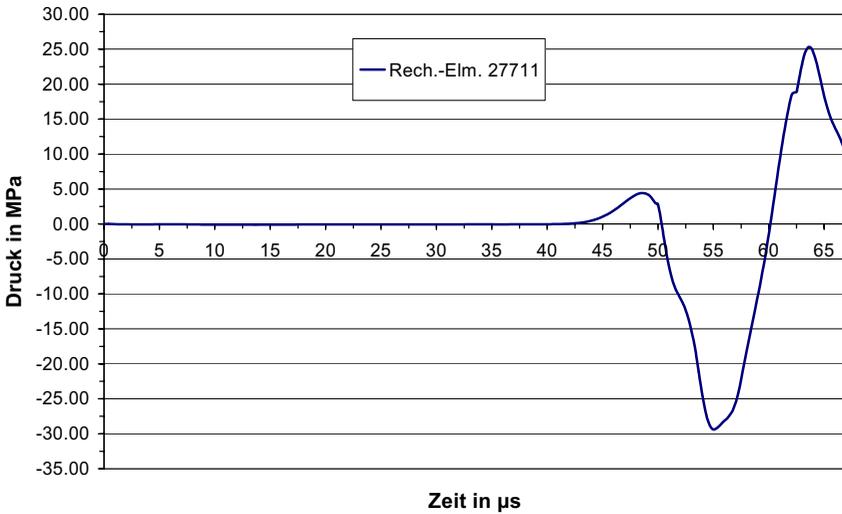


Bild C.33: p-t-Verlauf im Element 7 für SF = 0,9

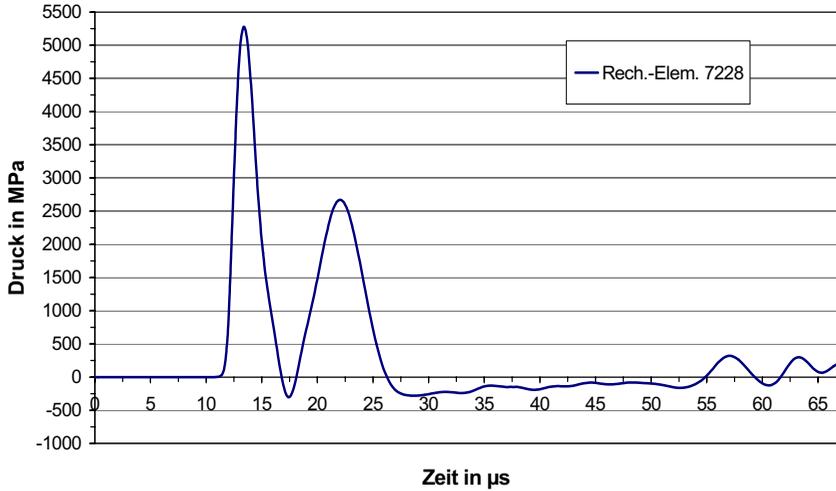


Bild C.34: p-t-Verlauf im Element 1 für SF = 0,667

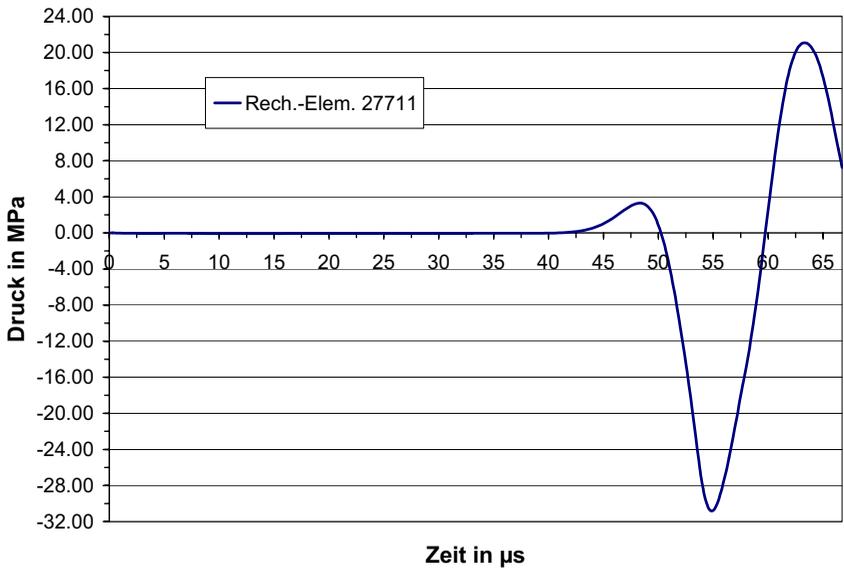


Bild C.35: p-t-Verlauf im Element 7 für SF = 0,667

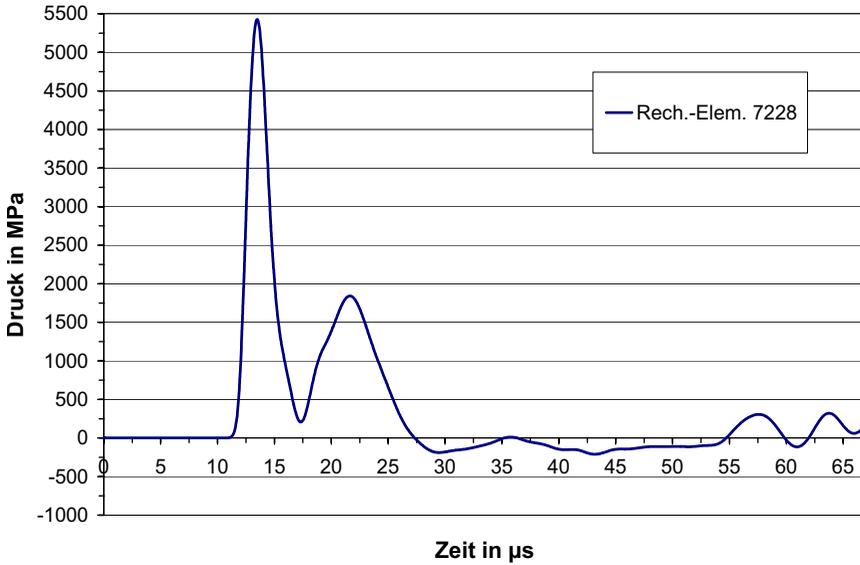


Bild C.36: p-t-Verlauf im Element 1 für SF = 0,1

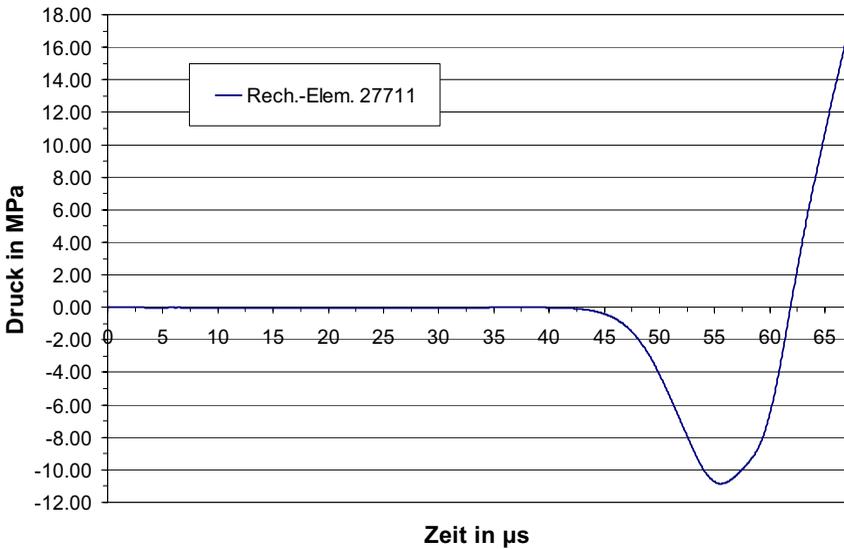


Bild C.37: p-t-Verlauf im Element 7 für SF = 0,1

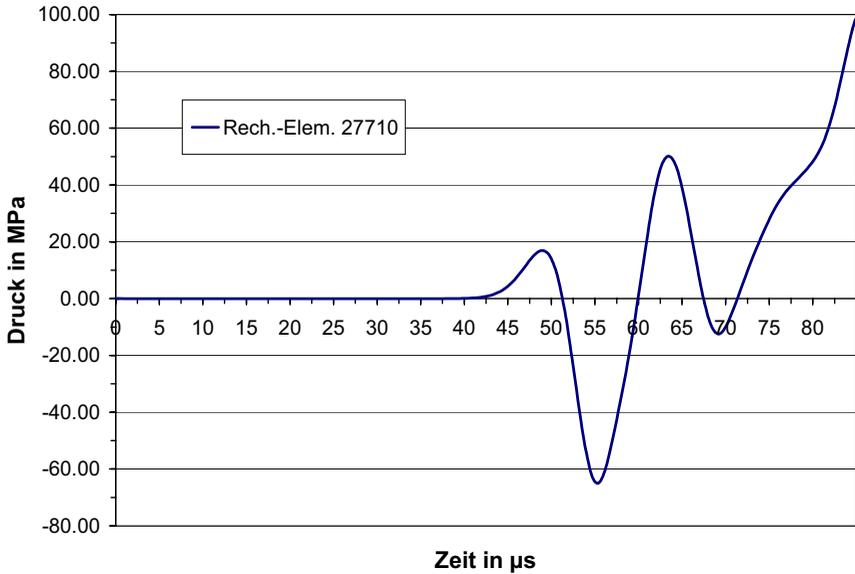


Bild C.38: p-t-Verlauf im Element 7 für RB Auflager z fest

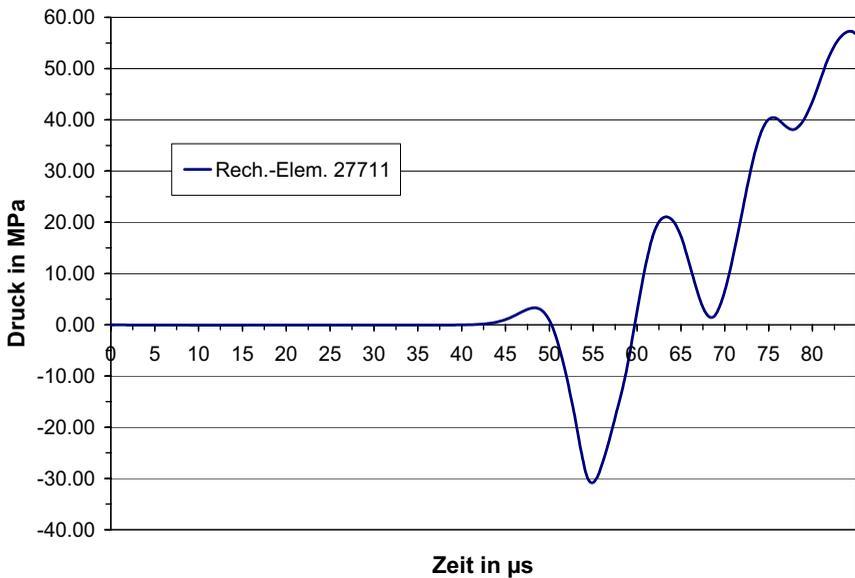


Bild C.39: p-t-Verlauf im Element 8 für RB Auflager z fest

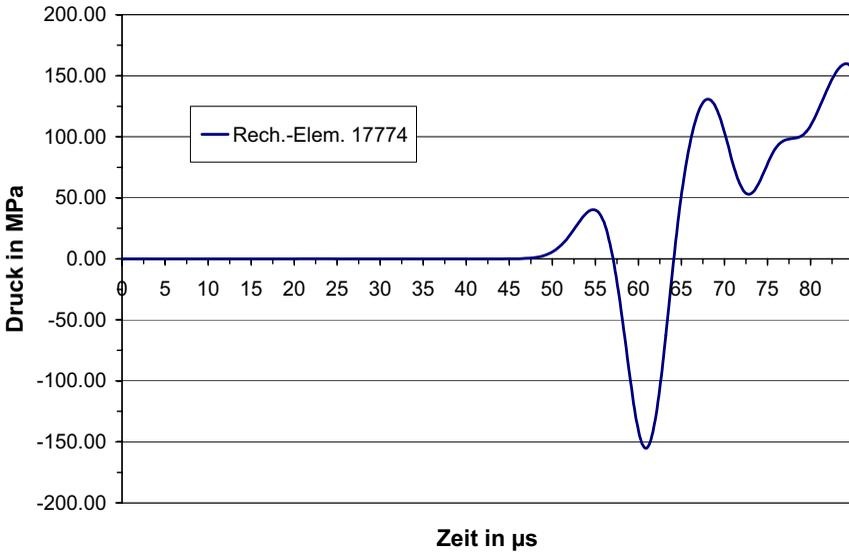


Bild C.40: p-t-Verlauf im Element 9 für RB Auflager z fest

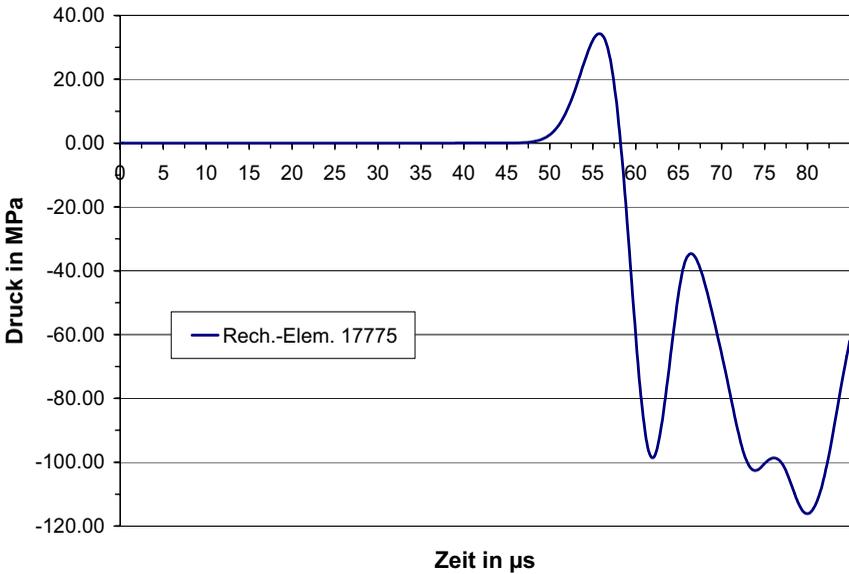


Bild C.41: p-t-Verlauf im Element 10 für RB Auflager z fest

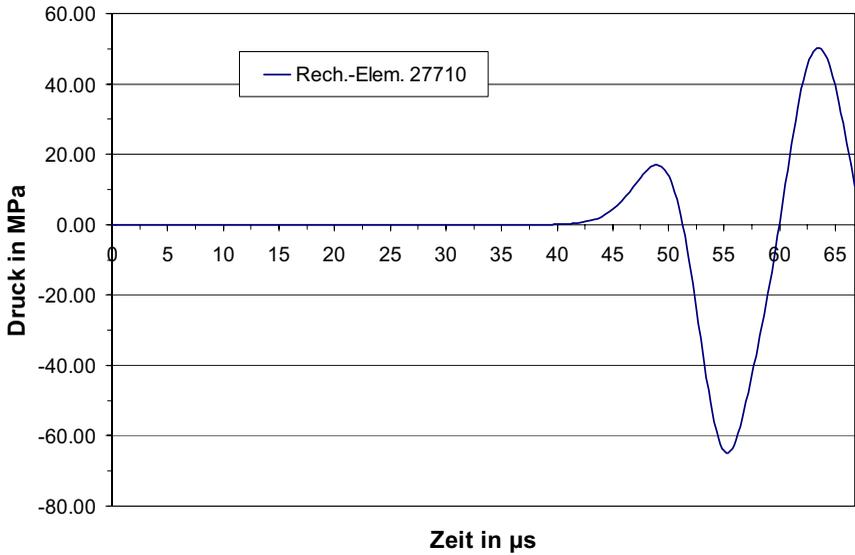


Bild C.42: p-t-Verlauf im Element 7 für RB Auflager x,y,z fest

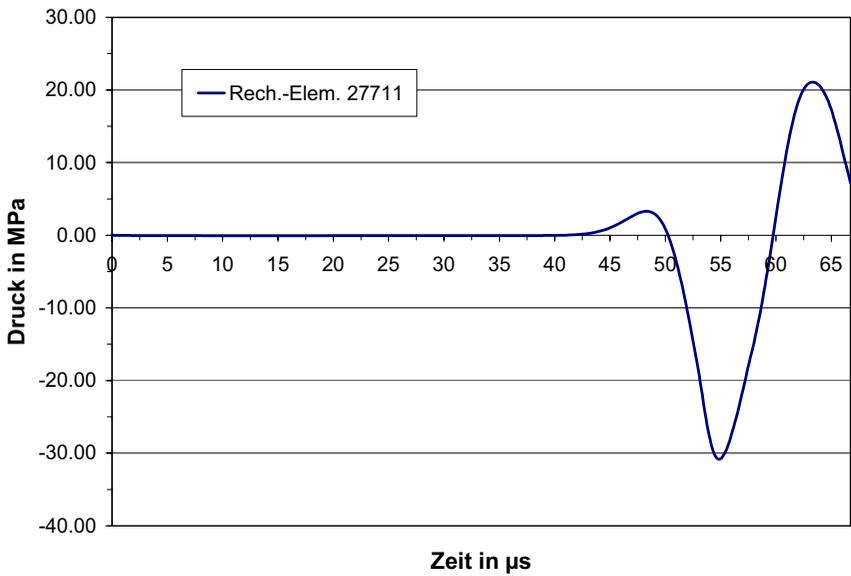


Bild C.43: p-t-Verlauf im Element 8 für RB Auflager x,y,z fest

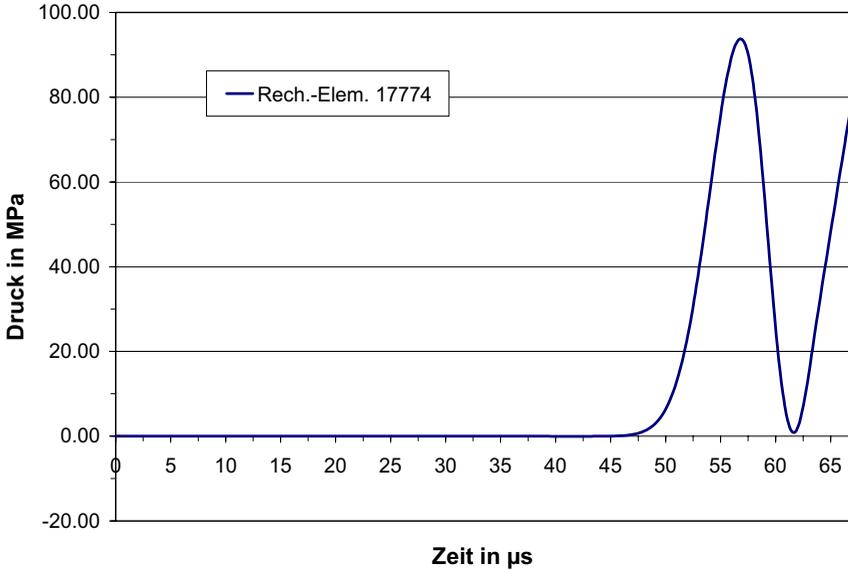


Bild C.44: p-t-Verlauf im Element 9 für RB Auflager x,y,z fest

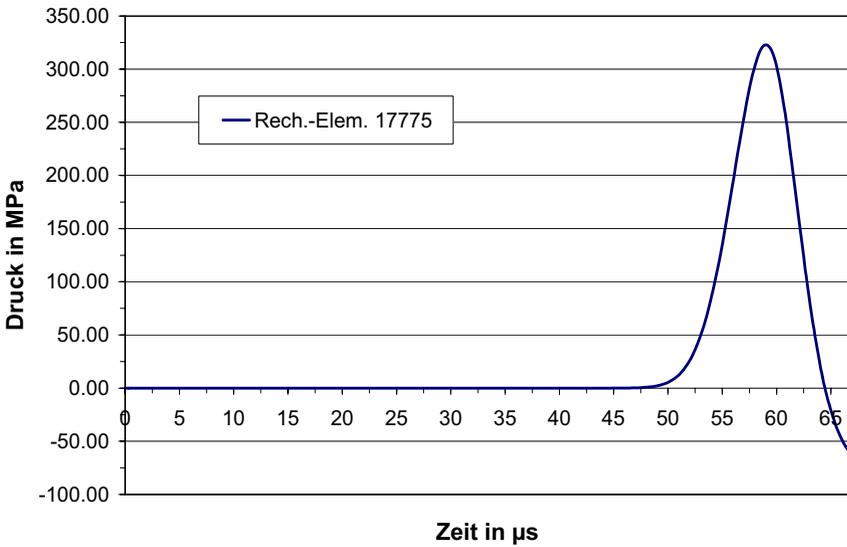


Bild C.45: p-t-Verlauf im Element 10 für RB Auflager x,y,z fest

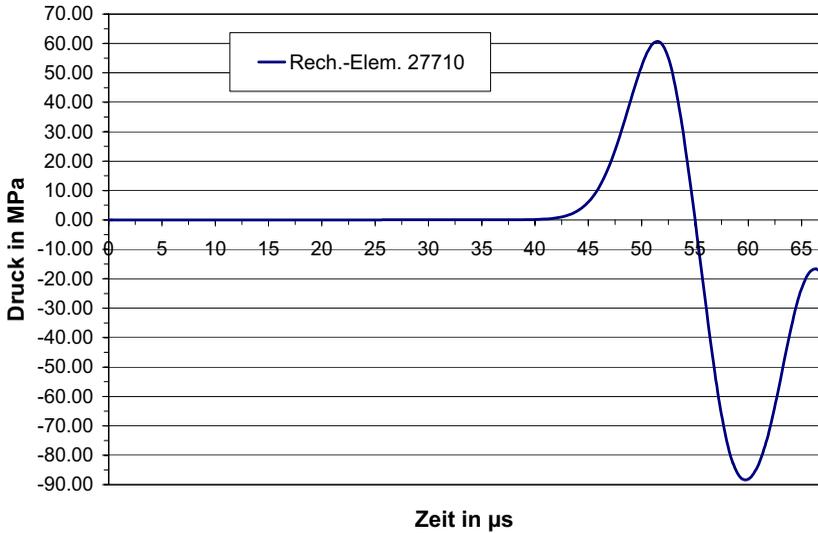


Bild C.46: p-t-Verlauf im Element 7 für RB Seitenrand fest

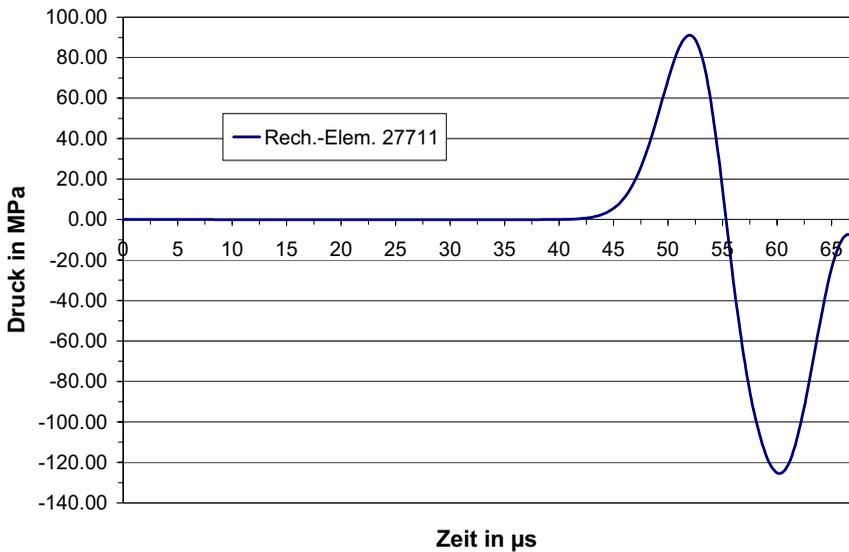


Bild C.47: p-t-Verlauf im Element 8 für RB Seitenrand fest

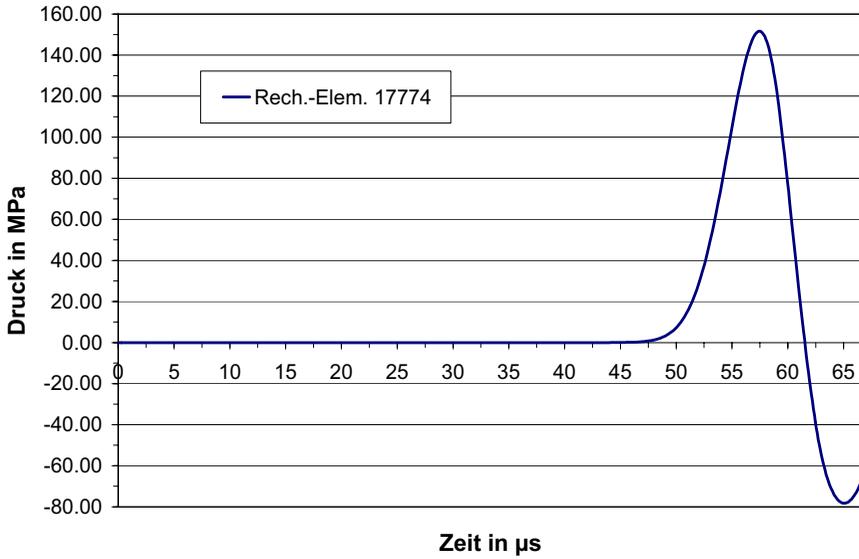


Bild C.48: p-t-Verlauf im Element 9 für RB Seitenrand fest

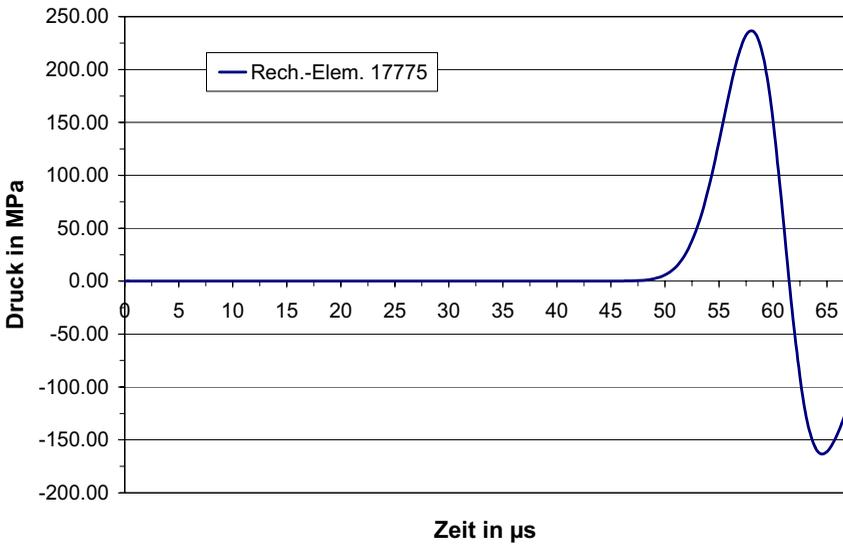


Bild C.49: p-t-Verlauf im Element 10 für RB Seitenrand fest

Lebenslauf

Persönliche Daten

Andreas Plotzitza
geb. am 13.06.1967
in Bremen

Schulausbildung

1974 - 1978 Grundschule in Bremen
1978 - 1987 Gymnasium in Bremen, Abschluß: Abitur

Bundeswehr

1987 - 1989 Bundeswehrdienst in der Nachschubkompanie,
Schwanewede

Hochschulausbildung

Okt.1989-Nov.1995 Maschinenbaustudium an der TU Braunschweig,
Studienrichtung: Mechanik, Abschluß: Dipl.-Ing.
Apr.1993-Sep.1993 wissenschaftliche Hilfskraft in der Mechaniklehre,
am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre,
TU Braunschweig
Okt.1993-Apr.1994 konstruktiver Entwurf bei Ansaldo Ricerche,
innerhalb des Auslandssemesters in Genua, Italien

Berufstätigkeit

Feb.1996-Juli 1996 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für
Konstruktion und Fertigung, BTU Cottbus
Sep.1996-Dez.2001 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau
und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe (TH),
Abteilung Massivbau
Jan.2002 Promotion, Abschluß: Dr.-Ing.
seit Feb.2002 Mitarbeiter in der Forschung bei der Robert Bosch GmbH,
Stuttgart

**Schriftenreihe des
Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie**

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller und Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski

ISSN 0933-0461

- Heft 1** Manfred Curbach: *Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten*. 1987
- Heft 2** Franz-Hermann Schlüter: *Dicke Stahlbetonplatten unter stoßartiger Belastung - Flugzeugabsturz*. 1987
- Heft 3** Marlies Schieferstein: *Der Zugflansch von Stahlbetonplattenbalken unter Längsschub und Querbiegung bei kritischer Druckbeanspruchung von Beton*. 1988
- Heft 4** Thomas Bier: *Karbonatisierung und Realkalisierung von Zementstein und Beton*. 1988
- Heft 5** Wolfgang Brameshuber: *Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton*. 1988
- Heft 6** Bericht DFG-Forschungsschwerpunkt: *Durability of Non-Metallic Inanorganic Building Materials*. 1988
- Heft 7** Manfred Feyerabend: *Der harte Querstoß auf Stützen aus Stahl und Stahlbeton*. 1988
- Heft 8** Klaus F. Schönlin: *Permeabilität als Kennwert der Dauerhaftigkeit von Beton*. 1989
- Heft 9** Lothar Stempniewski: *Flüssigkeitsgefüllte Stahlbetonbehälter unter Erdbebeneinwirkung*. 1990
- Heft 10** Jörg Weidner: *Vergleich von Stoffgesetzen granularer Schüttgüter zur Silodruckermittlung*. 1990
- Heft 11** Pingli Yi: *Explosionseinwirkungen auf Stahlbetonplatten*. 1991
- Heft 12** Rainer Kunterding: *Beanspruchung der Oberfläche von Stahlbetonsilos durch Schüttgüter*. 1991

- Heft 13** Peter Haardt: *Zementgebundene und kunststoffvergütete Beschichtungen auf Beton*. 1991
- Heft 14** Günter Rombach: *Schüttguteinwirkungen auf Silozellen – Exzentrische Entleerung*. 1991
- Heft 15** Harald Garrecht: *Porenstrukturmodelle für den Feuchtehaushalt von Baustoffen mit und ohne Salzbefrachtung und rechnerische Anwendung auf Mauerwerk*. 1992
- Heft 16** Violandi Vratsanou: *Das nichtlineare Verhalten unbewehrter Mauerwerksscheiben unter Erdbebenbeanspruchung - Hilfsmittel zur Bestimmung der q-Faktoren*. 1992
- Heft 17** Carlos Rebelo: *Stochastische Modellierung menschengenerierter Schwingungen*. 1992
- Heft 18** Seminar 29./30. März 1993: *Erdbebenauslegung von Massivbauten unter Berücksichtigung des Eurocode 8*. 1993
- Heft 19** Hubert Bachmann: *Die Massenträgheit in einem Pseudo-Stoffgesetz für Beton bei schneller Zugbeanspruchung*. 1993
- Heft 20** DBV/AiF-Forschungsbericht: H. Emrich: *Zum Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen unter Querkraft- und Längszugbeanspruchung*. 1993
- Heft 21** Robert Stolze: *Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit von den Bruchlinien abweichender Bewehrungsrichtung – Bruchlinien-Rotationskapazität*. 1993
- Heft 22** Jie Huang: *Extern vorgespannte Segmentbrücken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion*. 1994
- Heft 23** Rolf Wörner: *Verstärkung von Stahlbetonbauteilen mit Spritzbeton*. 1994
- Heft 24** Ioannis Retzepis: *Schiefe Betonplatten im gerissenen Zustand*. 1995
- Heft 25** Frank Dahlhaus: *Stochastische Untersuchungen von Silobeanspruchungen*. 1995
- Heft 26** Cornelius Ruckenbrod: *Statische und dynamische Phänomene bei der Entleerung von Silozellen*. 1995

- Heft 27** Shishan Zheng: *Beton bei variierender Dehngeschwindigkeit, untersucht mit einer neuen modifizierten Split-Hopkinson-Bar-Technik.* 1996
- Heft 28** Yong-zhi Lin: *Tragverhalten von Stahlfaserbeton.* 1996
- Heft 29** DFG: *Korrosion nichtmetallischer anorganischer Werkstoffe im Bauwesen.* 1996
- Heft 30** Jürgen Ockert: *Ein Stoffgesetz für die Schockwellenausbreitung in Beton.* 1997
- Heft 31** Andreas Braun: *Schüttgutbeanspruchungen von Silozellen unter Erdbebeneinwirkung.* 1997
- Heft 32** Martin Günter: *Beanspruchung und Beanspruchbarkeit des Verbundes zwischen Polymerbeschichtungen und Beton.* 1997
- Heft 33** Gerhard Lohrmann: *Faserbeton unter hoher Dehngeschwindigkeit.* 1998
- Heft 34** Klaus Idda: *Verbundverhalten von Betonrippenstäben bei Querkzug.* 1999
- Heft 35** Stephan Kranz: *Lokale Schwind- und Temperaturgradienten in bewehrten, oberflächennahen Zonen von Betonstrukturen.* 1999
- Heft 36** Gunther Herold: *Korrosion zementgebundener Werkstoffe in mine-
ralsauren Wässern.* 1999
- Heft 37** Mostafa Mehrafza: *Entleerungsdrücke in Massefluss-Silos – Ein-
flüsse der Geometrie und Randbedingungen.* 2000
- Heft 38** Tarek Nasr: *Druckentlastung bei Staubexplosionen in Siloanlagen.* 2000
- Heft 39** Jan Akkermann: *Rotationsverhalten von Stahlbeton-Rahmenecken.* 2000
- Heft 40** Viktor Mechtcherine: *Bruchmechanische und fraktologische Un-
tersuchungen zur Rißausbreitung in Beton.* 2001
- Heft 41** Ulrich Häußler-Combe: *Elementfreie Galerkin-Verfahren – Grund-
lagen und Einsatzmöglichkeiten zur Berechnung von Stahlbeton-
tragwerken.* 2001

- Heft 42** Björn Schmidt-Hurtienne: *Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluß des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung.* 2001
- Heft 43** Nazir Abdou: *Ein stochastisches nichtlineares Berechnungsverfahren für Stahlbeton mit finiten Elementen.* 2002
- Heft 44** Andreas Plotzitz: *Ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen.* 2002
- Heft 45** Timon Rabczuk: *Numerische Untersuchungen zum Fragmentierungsverhalten von Beton mit Hilfe der SPH-Methode.* 2002

Frühere Berichte des
Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

Ulrich Häußler: *Geschwindigkeits- und Spannungsfelder beim Entleeren
von Silozellen.* 1984

Wilfried Gladen: *Numerische Untersuchungen der Lasten in Silozellen
beim exzentrischen Entleeren.* 1985

Bezug der Hefte: Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Universität Karlsruhe
Postfach 6980, **D - 76128 Karlsruhe**
Tel. 0721/608-2263; Fax 0721/608-2265

Druckkostenzuschuss incl. Porto: je Heft DM 30,-

Außerdem noch erhältlich:

Festschrift
Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr.techn. h.c. Josef Eibl

Aus dem Massivbau und seinem Umfeld

788 Seiten, Preis incl. Versand: DM 50,-

Druck: medialogik gmbh
Im Husarenlager 6a
76187 Karlsruhe

Tel. 07 21 / 5 31 29 92, Fax - 5 31 92 93
www.medialogik.tv
Email: info@medialogik-gmbh.de