

# Anwendung der Bruchmechanik auf Verbindungen mit Holz

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTOR-INGENIEURS  
von der Fakultät für  
Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften

genehmigte  
DISSERTATION

von  
Dipl.-Ing. Martin Schmid  
aus Konstanz

Tag der mündlichen Prüfung: 08.11.2002  
Hauptreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. J. Blaß  
Korreferent: Professor Dr.rer.nat. D. Munz

Karlsruhe 2002



## Kurzfassung

Die Tragfähigkeit von Verbindungen des Holzbaus mit mechanischen Verbindungsmitteln wird oft durch Ausbildung eines spröden Bruchs bestimmt. Vor Auftreten des Sprödbrechens kann häufig ein stabiles Risswachstum beobachtet werden. Aufgrund dieser makroskopischen Beobachtungen wurde ein bruchmechanisches Modell entwickelt, mit dessen Hilfe die Bedingungen für das Auftreten eines Sprödbrechens in Abhängigkeit von den Materialeigenschaften, der Geometrie der Verbindung und der Beanspruchung abgeschätzt werden können.

Dieses mechanische Modell wird durch empirisch entwickelte Ergebnisse anderer Untersuchungen bestätigt. Demnach ist für das Auftreten eines Sprödbrechens insbesondere die Verformungsfigur des stiftförmigen Verbindungsmittels maßgebend.

Die Bruchmechanik verwendet Beanspruchungs- und Widerstandsgrößen, die bei den klassischen Versagenshypothesen nicht benötigt werden. Aufgrund der Struktur des Holzes, seines ausgeprägten orthotropen Materialverhaltens und seiner Inhomogenität ist die Verwendung von Energiefreisetzungsraten günstiger, als das bei anderen Werkstoffen häufiger angewandte Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren. Ebenfalls bedingt durch die Struktur des Werkstoffes kann die mechanische Abbildung der Prozesszone in Anlehnung an Dugdales Modell erfolgen.

Die kritische Energiefreisetzungsraten als Widerstandsgröße wurde für elf Holzarten und einen Holzwerkstoff mit Hilfe des Teilentlastungsverfahrens ermittelt. Es zeigten sich signifikante Unterschiede, die auf den mikroskopischen Aufbau der verschiedenen Gattungen und die verschiedene Struktur des Holzwerkstoffes zurückzuführen sind.

Versuche mit Verbindungen bestätigen den Einfluss der ermittelten Energiefreisetzungsraten auf die Tragfähigkeit bei Auftreten eines Sprödbrechens.

Das entwickelte Verfahren zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten und die bruchmechanischen Modelle können auf weitere Holzarten und Holzwerkstoffe angewendet werden. Eine Optimierung des Anschlussbereiches von Holzarten und Holzwerkstoffen mit hoher Energiefreisetzungsraten ist möglich.

## Abstract

The load-carrying capacity of mechanical timber joints is often governed by a brittle failure of the joint. Stable crack growth starting from the fastener can often be observed in advance of the brittle failure. Because of this macroscopically observed behaviour a model was developed, based on a fracture mechanics approach. Using this model the probability of a brittle failure mode depends on the material properties, the geometry of the joint and of the loading.

The model is confirmed by empirically developed results of other projects, using numerous tests with joints. The behaviour mode of the joint, brittle or ductile, is basically determined by the shape of deformation of the fastener.

Fracture mechanics does not use stresses and strains for design but new properties of action and resistance. Because of the structure of wood, its strong orthotropic cylindrical anisotropy and inhomogeneity, the use of the concept of energy release rates is advantageously compared to the concept of stress intensity factors. Additionally the structure of wood enables to model the process zone using basically Dugdale's assumptions.

The critical energy release rate as a value of resistance of eleven species and laminated veneer lumber (LVL) was determined using the compliance method. The species and the LVL revealed significant differences, caused by the microscopic structure and the macroscopic configuration of the LVL.

Tests with joints confirmed the influence of the critical energy release rate on the load-carrying capacity of the joint, if brittle failure takes place.

The developed method for determining the energy release rates and the models based on fracture mechanics can be applied on further species and further wood-based materials. An improvement of the joint area of species or wood-based materials with high energy release rates is possible.

## Vorwort

Diese Dissertation beruht zum Teil auf Untersuchungen, die ich im Rahmen der Arbeit an einem von der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung mit Mitteln des Deutschen Instituts für Bautechnik geförderten Forschungsvorhaben durchgeführt habe. Die Arbeiten an dem Forschungsvorhaben „Spaltgefahr an Nadelhölzern“ und an dieser Dissertation habe ich als Beschäftigter der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, durchgeführt.

Mein Dank gilt meinem Hauptreferenten Herrn Professor Blaß, der mir diese Untersuchungen ermöglicht hat. Die Einrichtungen der Versuchsanstalt unbeschränkt zu nutzen, war ein Privileg, das nur wenigen Forschern zugute kommt.

In diesem Zusammenhang gilt mein besonderer Dank Dr.-Ing. R. Görlacher und den Labormitarbeitern A. Klein, B. Czurda, M. Huber und M. Deeg, die mich bei der Vorbereitung und Durchführung der Versuche mit Einfallsreichtum und Gewissenhaftigkeit unterstützten. Bei der Auswertung und den theoretischen Untersuchungen haben die Studenten cand. ing. K. Thumm, cand. ing. T. Schweikert, cand. ing. T. Koller und cand. ing. R. Frasson tatkräftig mitgewirkt. Dipl.-Ing. (FH) G. Buschkamp hat mir als wissenschaftliche Hilfskraft insbesondere bei den mikroskopischen Untersuchungen sehr geholfen.

Wertvolle Anregungen sind die Folge von zahlreichen Gesprächen mit meinem Hauptreferenten Herrn Professor Blaß und meinem Korreferenten Herrn Professor Munz. Herr Professor Munz hat sich außergewöhnlich viel Zeit für mich genommen und großes Interesse an meiner Arbeit gezeigt.

Diese Dissertation zeigt, dass trotz der Inhomogenität und der Streuungen der Materialeigenschaften des Werkstoffes Holz die Anwendung einer anspruchsvolleren Elastizitätstheorie und Bruchmechanik sinnvoll ist. Die Grundlagen der Mechanik, die ich während meines Studiums erlernte, haben sich hierfür als Basis bewährt.

Ich danke meiner lieben Frau Bettina Beigelbeck für Ihre Unterstützung und Geduld in anstrengenden Zeiten.

Karlsruhe, im November 2002

Martin Schmid



---

## Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Anwendung der Bruchmechanik auf den Werkstoff Holz	4
2.1 Orthotropie des Holzes	4
2.2 Anwendung der Bruchmechanik im Holzbau	8
2.3 Beanspruchung im Nahbereich des Verbindungsmittels	19
2.4 Anwendung der Bruchmechanik auf Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln	30
3. Die untersuchten Holzarten	37
4. Bruchmechanisches Modell für stiftförmige Verbindungsmittel	40
4.1 Bemessungsverfahren	40
4.2 Energiefreisetzungsrate im Modus I	48
4.3 Verstärkung von Verbindungen mit selbstbohrenden Holzschrauben	79
4.4 Energiefreisetzungsrate im Modus II	88
4.5 Zusammenfassung der mechanischen Untersuchungen	94
5. Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsraten	96
5.1 Kenntnisstand und Prüfverfahren	96
5.2 Angewandtes Verfahren zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate	106
5.3 Energiefreisetzungsraten	127
5.4 Dugdales Modell	149
6. Zugscherversuche mit Stabdübeln	163
6.1 Versuchsaufbau und Versuchsauswertung	163
6.2 Versuchsergebnisse	170
7. Nageleinschlagversuche	188
7.1 Versuchsdurchführung	188
7.2 Ergebnisse	194

8. Zugscherversuche mit Nagelverbindungen	204
8.1 Versuchsdurchführung	204
8.2 Ergebnisse	211
9. Zusammenfassung	228
Literatur	232

### Anhänge

A Bettungsmoduln des elastisch gebetteten Balkens	Anhang 1
B Verschiebungsansatz unter Berücksichtigung der Schubdeformation	Anhang 4
C Statistische Größen, der für das Modell nach Abschnitt 4.3 verwendeten Parameter	Anhang 13
D Anhang zu Abschnitt 5	Anhang 20
E Anhang zu Abschnitt 6	Anhang 39
F Anhang zu Abschnitt 8	Anhang 42
G Anhang zu Abschnitt 3, Mikrofotografie	Anhang 45

Lebenslauf

## Bezeichnungen

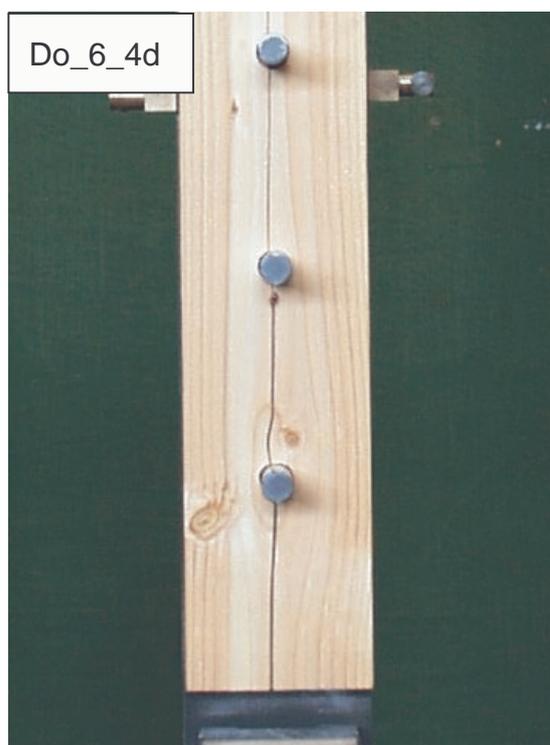
A	Arbeit der äußeren Kräfte [Nmm]
$a_1$	Abstand zwischen zwei Verbindungsmitteln parallel zur Faserrichtung
$a_2$	Abstand zwischen zwei Verbindungsmitteln rechtwinklig zur Faserrichtung
$a_3$	Randabstand des Verbindungsmittels parallel zur Faserrichtung
$a_4$	Randabstand des Verbindungsmittels rechtwinklig zur Faserrichtung
$a_{ij}$	Elastizitätszahlen, Nachgiebigkeiten [ $\text{mm}^2/\text{N}$ ]
$A_{ij}$	Elastizitätsmoduln, Steifigkeiten [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]
C	Nachgiebigkeit [ $\text{mm}/\text{N}$ ]
d	Durchmesser des Verbindungsmittels
$D_s$	statische Duktilität
$E_o$	Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]
$E_{90}$	Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]
$f'_t$	Zugfestigkeit des Betons [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]
$f_h$	Lochleibungsfestigkeit [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]
$f_{t,90}$	Zugfestigkeit des Holzes [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]
$G_{\dots}$	Energiefreisetzungsrate [ $\text{Nmm}/\text{mm}^2$ ]
$G_c$	kritische Energiefreisetzungsrate [ $\text{Nmm}/\text{mm}^2$ ]
$G_{ij}$	Schubmoduln [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]
K	Steifigkeit [ $\text{N}/\text{mm}$ ]
$k_i$	Anfangsverschiebungsmodul [ $\text{kN}/\text{mm}$ ]
$K_I$	Spannungsintensitätsfaktor [ $\text{Nmm}^{0.5}/\text{mm}^2$ ]
$K_{Ic}$	kritischer Spannungsintensitätsfaktor [ $\text{Nmm}^{0.5}/\text{mm}^2$ ]
M	Biegemomente [ $\text{kNm}$ ], Schnittlast eines Balkens
N	Normalkräfte [ $\text{kN}$ ], Schnittlast eines Balkens
t, B	Bauteildicke [ $\text{mm}$ ]
V	Querkräfte [ $\text{kN}$ ], Schnittlast eines Balkens
W	elastische Formänderungsarbeit [ $\text{Nmm}$ ]
$\Pi$	elastisches Potential [ $\text{Nmm}$ ]
$\kappa$	Faktor zur Berücksichtigung der Schubspannungsverteilung über die Querschnittshöhe bei Anwendung des Prinzips der virtuellen Arbeiten
$\lambda$	Schlankheit eines Verbindungsmittels
$\rho$	Rohdichte [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\mu$	Gleitreibungskoeffizient



## 1 Einleitung

Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln sind im Ingenieurholzbau sehr gebräuchlich. Als stiftförmige Verbindungsmittel werden Nägel, Klammern, Schrauben, Stabdübel und Bolzen verwendet. Die Tragfähigkeit dieser Verbindungsmittel wird mit Hilfe der Theorie von Johansen (1949) unter Berücksichtigung der Erweiterungen von Meyer (1957) berechnet. Bei diesem Modell wird die Lochleibungsfestigkeit des Holzes und der Biegezugfestigkeit des Verbindungsmittels berücksichtigt und für verschiedene Verformungsfiguren des belasteten Verbindungsmittels die Tragfähigkeit unter der Annahme ideal-plastischen Verhaltens beider Eigenschaften berechnet (Hilson (1995)).

Im Labor untersuchte Verbindungen versagen häufig infolge Spaltens oder Ausschereins eines Blockes (siehe Bild 1.1).



**Bild 1.1:** Gespaltener Prüfkörper



Ausschereins eines Blockes

Beide Versagensarten werden im weiteren als spröde Versagensarten bezeichnet.

Die in Bild 1.1 gezeigten Versagensmechanismen des Spaltens und des Ausschereins eines Blockes sind häufig bei sehr geringen Verformungen des Anschlusses zu beobachten. Dies kann dann zu ungleichförmigen Lastverteilungen in Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln in einer Reihe führen, da bei den geringen Lochleibungsverformungen nicht davon ausgegangen werden kann, dass jeder Stabdübel

den plastischen Bereich des das Lochleibungsverhalten beschreibenden Last-Verformungsverlaufs erreicht hat.

Die in Bild 1.1 gezeigten Versagensformen sind auch aufgrund des spröden Verhaltens für eine Konstruktion ungünstig. Verbindungen, die auf diese Art versagen, weisen nur noch eine sehr geringe Resttragfähigkeit auf.

Die spröden Versagensmechanismen werden in Johansens Modellbildung nicht berücksichtigt. Durch Mindestabstände beim Entwurf der Verbindung sollen diese Versagensarten vermieden werden. Diese Mindestabstände beruhen auf Erfahrungen des Zimmererhandwerkes und auf in den letzten Jahrzehnten durchgeführten Untersuchungen in Forschungseinrichtungen.

Der überwiegende Teil dieser Untersuchungen beschränkt sich auf die Holzarten Fichte und Kiefer. Zunehmend Verwendung finden heute auch die Holzarten Lärche und Douglasie, deren Kernholz eine höhere Dauerhaftigkeit verglichen mit Fichtenholz aufweist. Diese Eigenschaften besitzt auch das Kernholz der Kiefer.

In der DIN 1052 (Ausgabe 1988) und in dem Entwurf zur DIN 1052 vom Mai 2000 werden lediglich bei Nagelverbindungen in Douglasienholz besondere Regelungen im Hinblick auf die Spaltgefahr des Holzes getroffen.

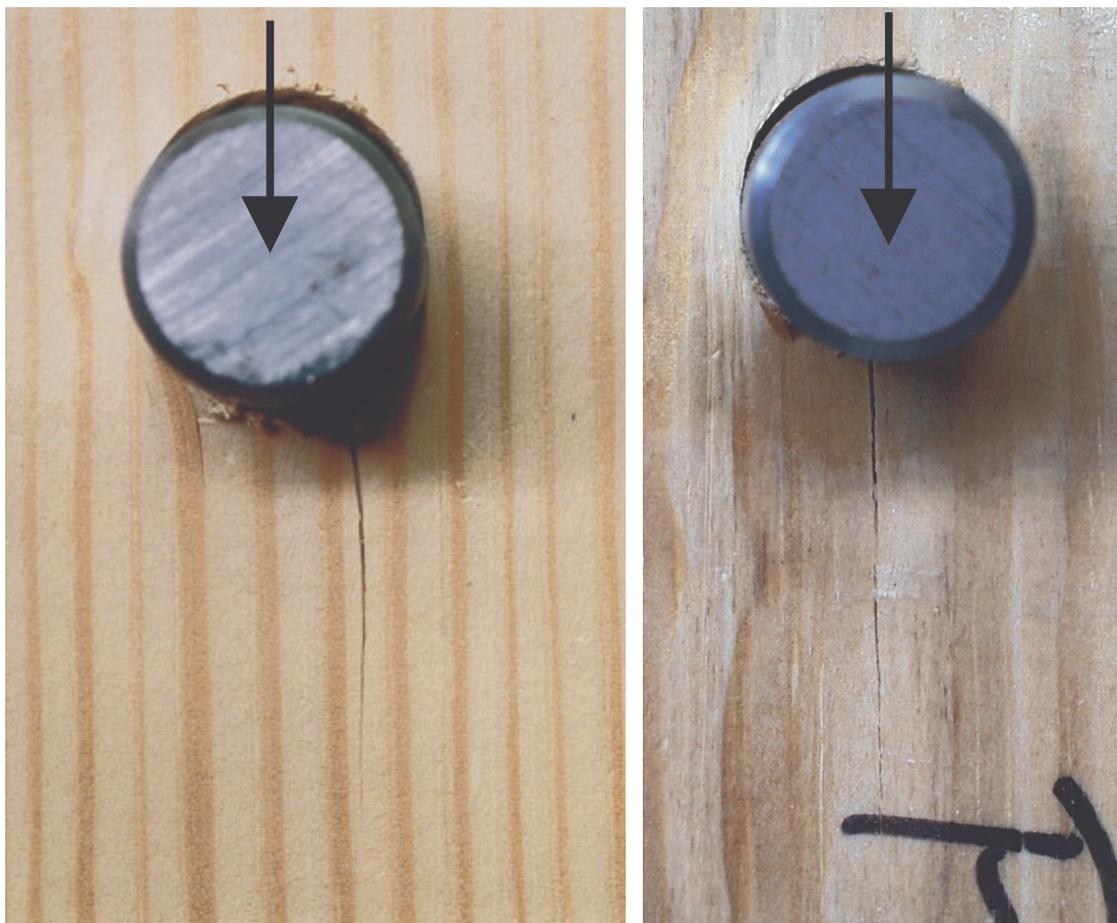
Holz wird zunehmend auch international gehandelt. Die Zuordnung von im Ausland eingeschlagenem und sortiertem Holz zu den Festigkeitsklassen, die im Holzbau verwendet werden, ist mit Hilfe der europäischen Norm DIN EN 1912 möglich. Für Hölzer ausländischen Ursprunges fehlen zumeist wissenschaftliche Untersuchungen über die in Bild 1.1 gezeigten spröden Versagensformen, insbesondere für die in Deutschland üblichen Verbindungsmittel.

Aufgrund der Vielzahl der im Holzbau einsetzbaren mechanischen Verbindungsmittel und der möglichen Entwurfsarten von Anschlüssen kann das Spaltverhalten mit vertretbarem Aufwand nicht durch systematische experimentelle Untersuchungen an Verbindungen erforscht werden. Deshalb war ein mechanisches Modell zu finden, mit dessen Hilfe die Neigung der unterschiedlichen Holzarten zu sprödem Versagen definiert werden kann.

Vor dem plötzlichen, instabilen Spalten oder Ausscheren eines Blockes ist häufig ein stabiles, d.h. unter quasistatischen Verhältnissen stattfindendes Risswachstum zu beobachten (Bild 1.2).

Deshalb lag es nahe, die beiden o.g. Versagensfälle mit Hilfe der Bruchmechanik zu untersuchen, die die Bedingungen für Risswachstum zum Gegenstand hat. Zahlreiche theoretische und experimentelle Untersuchungen sind zur Anwendung der Bruchmechanik im Holzbau in der Literatur dokumentiert. In Abschnitt 2 ist ein Überblick über

bruchmechanische Untersuchungen und Anwendungen mit Bezug auf den Ingenieurholzbau gegeben.



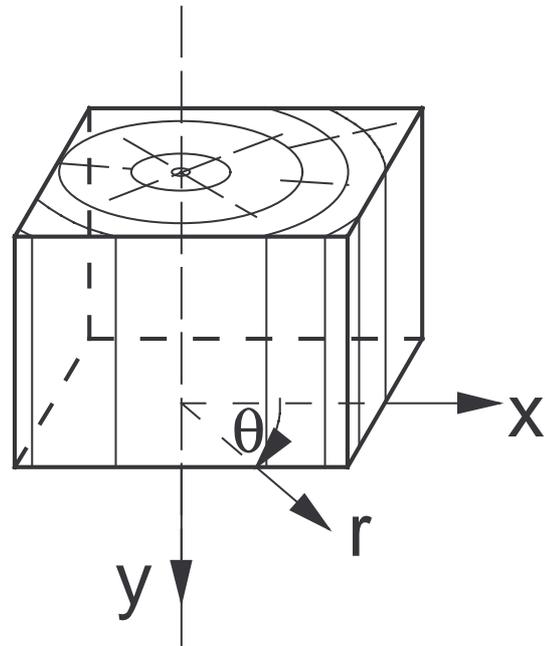
**Bild 1.2:** Risswachstum an zwei Prüfkörpern nach Abschnitt 6

## 2 Anwendung der Bruchmechanik auf den Werkstoff Holz

### 2.1 Orthotropie des Holzes

Nach Lechnickij (1963) kann Holz als orthotropes Material mit zylindrischer Anisotropie beschrieben werden.

Die Vorzugsrichtungen sind die radiale, die tangentielle und die longitudinale oder faserparallele Richtung. Mit den Bezeichnungen der Holztechnologie verläuft die longitudinale Achse parallel zur Faser, die radiale Richtung liegt parallel zu den Holzstrahlen und die tangentielle Richtung verläuft konzentrisch zu den Jahrringen.



**Bild 2.1.1:** Holz als Werkstoff mit zylindrischer Anisotropie

Im Gültigkeitsbereich des verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes kann der Zusammenhang zwischen den Verzerrungen und Spannungen für orthotrope Werkstoffe folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.1.1)$$

bzw.:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.1.2).$$

Die Matrix  $[a_{ij}]$  ist die inverse Matrix von  $[A_{ij}]$ , d.h. es gilt  $[a_{ij}]^{-1} = [A_{ij}]$ , bzw.  $[a_{ij}] = [A_{ij}]^{-1}$ .

In der Literatur werden unterschiedliche Angaben zu den verschiedenen Elastizitätskonstanten  $a_{ij}$  für dieselbe Holzart gegeben (Hörig (1931), Valentin und Adjanohoun (1992), Neuhaus(1981), Wood Handbook (1987)). In Tabelle 2.1.1 sind die Elastizitätskonstanten aus verschiedenen Literaturquellen zusammengestellt. Dabei bedeutet der Index 1 im folgenden die tangentielle, 2 die longitudinale und 3 die radiale Richtung.

Hörig (1931) kommentiert die von ihm betrachtete Matrix  $[a_{ij}]$ : „Die außerordentliche Verschiedenheit des  $a_{22}$  von  $a_{11}$  und  $a_{33}$  einerseits und die des  $a_{55}$  von  $a_{44}$  und  $a_{66}$  andererseits ist die besondere Eigentümlichkeit des Holzes“.

Existiert ein spezifisches inneres Potential (Vielsack (1996)) - dies kann nach Lechnickij (1963) angenommen werden, solange die Deformation isotherm erfolgt - kann gezeigt werden, dass  $A_{ij} = A_{ji}$  und folglich auch  $a_{ij} = a_{ji}$  gilt.

Tabelle 2.1.1: Elastizitätskonstanten

Literaturquelle	$a_{66} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{55} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{44} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{32} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{31} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{21} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{33} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{22} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{11} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	Holzart
Neuhaus(1981) Mittelwerte für $a_{ij}$ und $i \neq j$	1,345	23,60	1,604	-0,051	-0,737	-0,065	1,223	0,083	2,383	Fichte, u =12% (Picea abies)
Valentin, Adjano- houn (1992)	1,471	14,3	0,562	-0,028	-0,540	-0,027	0,893	0,060	1,724	Pine, u= 9,7 %
Valentin, Adjano- houn (1992)	1,342	12,0	1,16	-0,032	-0,490	-0,032	1,000	0,076	1,572	Standard soft- wood u = 12 %
Valentin, Adjano- houn (1992)	-	-	0,833	-0,023	-0,452	-0,023	0,758	0,060	1,087	Douglas-fir u = 9,5 %
	$a_{22} / a_{66}$	$a_{22} / a_{55}$	$a_{22} / a_{44}$	$V_{LR} =$ $- a_{32} / a_{22}$	$V_{RT} =$ $- a_{31} / a_{11}$	$V_{TL} =$ $- a_{21} / a_{11}$		$a_{22} / a_{33}$	$a_{22} / a_{11}$	
Wood Handbook (1987)	0,078	0,007	0,064	0,29	0,39	0,03		0,068	0,050	Douglas-fir u = 12 %
Wood Handbook (1987)	0,061	0,003	0,064	0,37	0,44	0,02		0,078	0,043	Sitka Spruce u = 12 %
	$a_{66} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{55} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{44} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{32} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{31} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{21} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{33} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{22}$ gewählt [mm <sup>2</sup> /N]	$a_{11} / 10^{-3}$ [mm <sup>2</sup> /N]	
Wood Handbook (1987)	1,068	11,9	1,302	-0,024	-0,650	-0,050	1,225	1 / 12000	1,667	Douglas-fir u = 12 %
Wood Handbook (1987)	1,821	37,0	1,736	-0,041	-1,137	-0,051	1,425	1 / 9000	2,584	Sitka Spruce u = 12 %
Wood Handbook (1987)	1,366	27,8	1,302	-0,030	-0,853	-0,039	1,068	1 / 12000	1,938	Sitka Spruce u = 12 %
Wood Handbook (1987)	1,093	22,2	1,042	-0,025	-0,682	-0,031	0,855	1 / 15000	1,550	Sitka Spruce u = 12 %

Zur Lösung von Problemen der Elastizitätstheorie im ebenen Fall (Scheibentheorie) wird häufig eine sogenannte Airysche Spannungsfunktion gesucht, mit deren Hilfe durch Ableitungen die Spannungen berechnet werden zu (Szabó (1964)):

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \cdot \partial y} \quad (2.1.3).$$

Aus den Kompatibilitätsbedingungen ergibt sich für einen isotropen Werkstoff die sogenannte Bipotentialgleichung, die die Spannungsfunktion erfüllen muss:

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (2.1.4).$$

Bei einem orthotropen Werkstoff mit dem verallgemeinerten Hookeschen Gesetz nach (2.1.1) oder (2.1.2) ergibt sich anstelle von (2.1.4) die Differentialgleichung nach Lechnickij (1963) zu:

$$a_{22} \cdot \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + (2 \cdot a_{12} + a_{66}) \cdot \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + a_{11} \cdot \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (2.1.5).$$

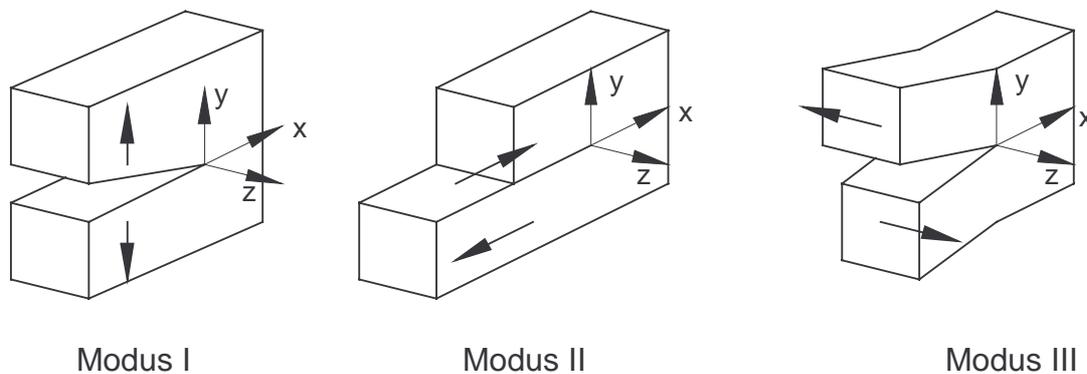
Gleichung (2.1.5) gilt für Untersuchungen im ebenen Spannungszustand in der 1-2-Ebene. Durch Wahl anderer Elastizitätskonstanten in (2.1.5) können andere Ebenen untersucht werden. Eine Erweiterung auf den ebenen Verzerrungszustand ist nach Lechnickij (1963) und Saouma und Sikiotis (1986) ebenfalls möglich.

Das grundlegende Problem bei Anwendung der höheren Elastizitätstheorie und der Bruchmechanik auf einen Werkstoff mit orthotropen Eigenschaften ist in Gleichung (2.1.5) gezeigt: Die Airysche Spannungsfunktion muss die Elastizitätskonstanten enthalten. Die mathematischen Schwierigkeiten sind größer, gegebene Lösungen für isotropes Werkstoffverhalten können nicht übernommen werden.

## 2.2 Anwendungen der Bruchmechanik im Holzbau

In der Bruchmechanik wird die Untersuchung, ob ein Riss wächst oder nicht, mit Hilfe neuer Widerstandsgrößen geführt, die bei den klassischen Versagenshypthesen nicht verwendet werden. In der linear elastischen Bruchmechanik sind zwei Widerstandsgrößen bekannt: beim Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren ist die Widerstandsgröße die Bruchzähigkeit des Werkstoffes, beim Konzept der Energiebilanzen die kritische Energiefreisetzungsrate, sie wird anschaulicher auch als Risswiderstandskraft bezeichnet.

Die o.g. Widerstandsgrößen der Bruchmechanik beziehen sich auf unterschiedliche Rissöffnungsarten. Nach der Bewegungsrichtung der Rissoberflächen unterscheidet die Bruchmechanik drei mögliche Rissöffnungsarten, wie in Bild 2.2.1 dargestellt.



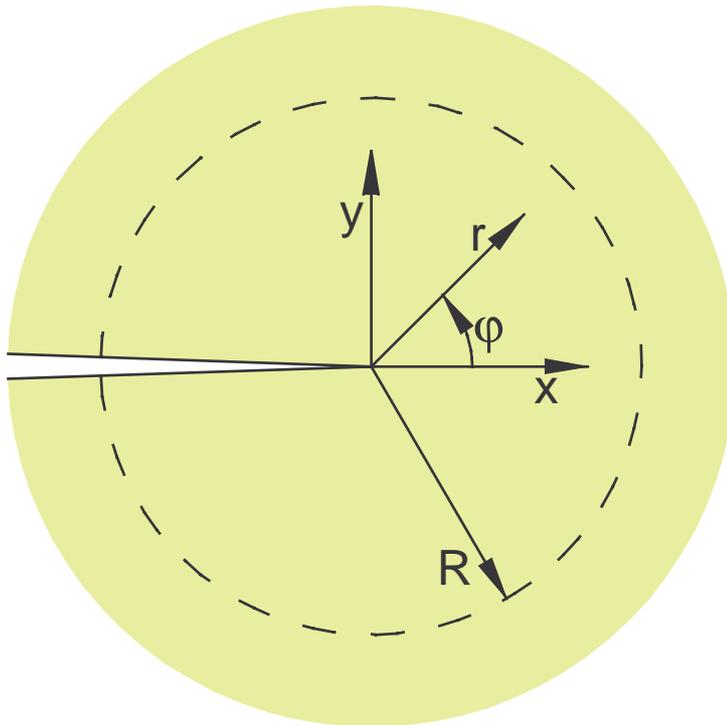
**Bild 2.2.1:** Rissöffnungsarten

Das Spannungsfeld im Nahbereich einer Risspitze wird durch die Wahl einer geeigneten Spannungsfunktion bestimmt, die für einen isotropen Werkstoff Gleichung (2.1.4) und für einen orthotropen Werkstoff Gleichung (2.1.5) erfüllen muss.

Für eine Rissöffnung entsprechend dem Modus I nach Bild 2.2.1 und einen Werkstoff mit isotropem Materialverhalten ergibt sich (Gross (1996)):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cos(\varphi/2) \cdot \begin{Bmatrix} 1 - \sin(\varphi/2) \cdot \sin(3\varphi/2) \\ 1 + \sin(\varphi/2) \cdot \sin(3\varphi/2) \\ \sin(\varphi/2) \cdot \cos(3\varphi/2) \end{Bmatrix} \quad (2.2.1).$$

Dabei wird nur der im Nahbereich ( $r \rightarrow 0$ ) der Risspitze dominierende Term der Lösung der Spannungsfunktion berücksichtigt, der zu der in Gleichung (2.2.1) dargestellten Singularität vom Typ  $1/\sqrt{r}$  führt (Bild 2.2.2). Die Geometrie des Prüfkörpers und die Beanspruchung werden durch den Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  beschrieben.



**Bild 2.2.2:** Bezeichnungen im Bereich der Rissspitze

Das Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren geht von einem Risswachstum aus, wenn gilt:

$$K_I > K_{Ic} \quad (2.2.2).$$

$K_{Ic}$  in Gleichung (2.2.2) ist eine materialspezifische Widerstandsgröße.

Im Falle eines orthotropen Werkstoffverhaltens und einer Rissfläche parallel zur x-Richtung stellt sich Gleichung (2.2.1) nach Sih et al. (1965) dar als:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2 \cdot r}} \cdot \begin{Bmatrix} \text{Re} \left[ \frac{s_1 \cdot s_2}{s_1 - s_2} \cdot \left( \frac{s_2}{\sqrt{\cos(\varphi) + s_2 \cdot \sin(\varphi)}} - \frac{s_1}{\sqrt{\cos(\varphi) + s_1 \cdot \sin(\varphi)}} \right) \right] \\ \text{Re} \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \cdot \left( \frac{s_1}{\sqrt{\cos(\varphi) + s_2 \cdot \sin(\varphi)}} - \frac{s_2}{\sqrt{\cos(\varphi) + s_1 \cdot \sin(\varphi)}} \right) \right] \\ \text{Re} \left[ \frac{s_1 \cdot s_2}{s_1 - s_2} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{\cos(\varphi) + s_1 \cdot \sin(\varphi)}} - \frac{1}{\sqrt{\cos(\varphi) + s_2 \cdot \sin(\varphi)}} \right) \right] \end{Bmatrix} \quad (2.2.3).$$

In (2.2.3) bedeutet der Ausdruck  $\text{Re}(\dots)$ , dass lediglich der Realteil des komplexen Ausdrucks in der Klammer berücksichtigt wird.

Die Konstanten  $s_1$  und  $s_2$  sind in der Regel komplex und ergeben sich für einen orthotropen Werkstoff aus der Beziehung (Lechnickij (1963)):

$$a_{11} \cdot s^4 + (2 \cdot a_{12} + a_{66}) \cdot s^2 + a_{22} = 0 \quad (2.2.4).$$

Aus Gleichung (2.2.4) folgen vier komplexe Lösungen die paarweise konjugiert sind:

$$\begin{aligned} s_1 &= i\beta_1 & s_2 &= i\beta_2 \\ s_3 &= \bar{s}_1 = -i\beta_1 & s_4 &= \bar{s}_2 = -i\beta_2 \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

mit  $\beta_1 > 0$  und  $\beta_2 > 0$ . Mathematisch sind  $i$  und  $-i$  als Lösung der definierenden Gleichung

$$x^2 = -1 \quad (2.2.6)$$

gleichwertig (Nickel et al. (1991)). Diese Gleichwertigkeit zwischen  $s_1$  und  $s_3$  einerseits und  $s_2$  und  $s_4$  andererseits zeigt sich auch bei Einsetzen der Ergebnisse nach (2.2.5) in Gleichung (2.2.3).

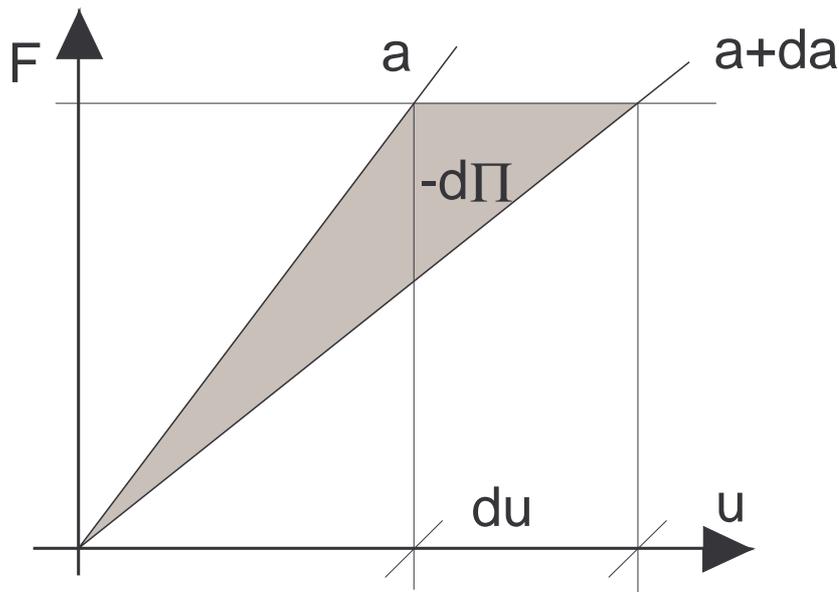
In Gleichung (2.2.3) sind unter Berücksichtigung von (2.2.4) die Elastizitätskonstanten des Materials enthalten.

Das zweite in der linearen Bruchmechanik verwendete Konzept ist das Konzept der Energiebilanzen. Dabei wird die Änderung des Gesamtpotentials in Abhängigkeit vom Rissfortschritt mit der für diesen Rissfortschritt benötigten Bruchenergie verglichen. Die Bruchenergie ist diejenige Arbeit, die erforderlich ist, um bei Risswachstum das Material zu trennen.

Bild 2.2.3 zeigt für eine durch eine konstante Kraft  $F$  belastete Konstruktion die Berechnung der Änderung des Gesamtpotentials  $d\Pi$  in Abhängigkeit vom Risswachstum  $da$ . Durch das Wachsen des Risses wird die Konstruktion in der Regel weicher, der Lastangriffspunkt verschiebt sich um einen Betrag  $du$  und das Gesamtpotential nimmt um  $d\Pi$  ab.

Es ergibt sich:

$$d\Pi = -\frac{1}{2} \cdot F \cdot du \quad (2.2.7).$$



**Bild 2.2.3:** Zur Berechnung von  $d\Pi$  in Abhängigkeit von  $da$  für eine konstante Belastung  $F$

Bei Annahme eines linearen Zusammenhanges zwischen der Verschiebung des Lastangriffspunktes  $u$  und der Nachgiebigkeit der Probe  $C$  gilt:

$$u = C \cdot F \quad (2.2.8).$$

Die etwas ungewohnte Formulierung des Federgesetzes in (2.2.8) kommt aus dem angelsächsischen Sprachraum mit der Compliance  $C$  als dem Kehrwert der Federkonstanten  $K$ :

$$C = 1/K \quad (2.2.9).$$

Mit (2.2.8) kann nach Munz (1988) auch für veränderliche Lasten und Verschiebungen der Zusammenhang zwischen Nachgiebigkeit  $C$ , Risswachstum  $da$ , Beanspruchung  $F$  und Energiefreisetzungsrate  $G$  hergeleitet werden.

Die im Bauteil gespeicherte Formänderungsarbeit  $W$  ist:

$$W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot u = \frac{1}{2} \cdot F^2 \cdot C \quad (2.2.10).$$

Die von den äußeren Kräften geleistete Arbeit  $A$  beträgt:

$$A = \int_0^u F \, du \quad (2.2.11).$$

Wächst der Riss um  $da$  bzw. die Rissfläche um  $dA = B \cdot da$ , können sich  $A$ ,  $W$ ,  $F$  und  $u$  ändern. Es folgt:

$$\frac{dW}{da} = F \cdot C \cdot \frac{dF}{da} + \frac{1}{2} \cdot F^2 \cdot \frac{dC}{da} \quad (2.2.12)$$

und

$$\frac{dA}{da} = \frac{d}{da} \left[ \int F du \right] = \frac{d}{du} \left[ \int F du \right] \frac{du}{da} = F \frac{d(C F)}{da} = F^2 \cdot \frac{dC}{da} + F \cdot C \cdot \frac{dF}{da} \quad (2.2.13).$$

Es folgt mit (2.2.12) und (2.2.13) die für die Erzeugung der neuen Oberflächen benötigte Energie, bezogen auf die Rissverlängerung  $da$ , aus:

$$\frac{d\Pi}{da} = \frac{dW}{da} - \frac{dA}{da} = F \cdot C \cdot \frac{dF}{da} + \frac{1}{2} \cdot F^2 \cdot \frac{dC}{da} - F^2 \cdot \frac{dC}{da} - F \cdot C \cdot \frac{dF}{da} = -\frac{1}{2} \cdot F^2 \cdot \frac{dC}{da} \quad (2.2.14),$$

mit dem elastischen Potential

$$\Pi = W - A \quad (2.2.15).$$

Die Änderung des Gesamtpotentials in Abhängigkeit vom Rissflächenwachstum  $dA$  wird Energiefreisetzungsrates  $G$  genannt:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} = \frac{1}{B} \cdot \frac{d(A - W)}{da} = \frac{F^2}{2 \cdot B} \cdot \frac{dC}{da} \quad (2.2.16).$$

Gleichung (2.2.16) gilt bei ebenen Problemen, d.h. unter der Annahme eines gleichmäßigen Risswachstums  $da$  der Rissfront über die Bauteildicke  $B$ .

Die Einheit der Energiefreisetzungsrates ist  $\frac{\text{N mm}}{\text{mm}^2} = \frac{\text{N}}{\text{mm}}$ .

Von einem Risswachstum wird ausgegangen bei

$$G \geq G_c \quad (2.2.17).$$

Beide Widerstandsgrößen der Bruchmechanik  $K_{Ic}$  nach (2.2.2) und  $G_c$  nach (2.2.17) müssen in Versuchen bestimmt werden.

Eine Umrechnung zwischen  $G$  und  $K_I$ , bzw.  $K_{Ic}$  und  $G_c$  ist bei isotropen Werkstoffen und Vorliegen des ebenen Spannungszustandes möglich (s. Gross (1996)):

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad (2.2.18).$$

Für orthotropes Werkstoffverhalten und den ebenen Spannungszustand gilt nach Sih et al. (1965):

$$G_I = K_I^2 \sqrt{\frac{a_{11} a_{22}}{2}} \sqrt{\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}}}} \quad (2.2.19).$$

Ähnliche Gleichungen für den ebenen Verzerrungszustand und die anderen Rissöffnungsmodi können o.g. Veröffentlichungen entnommen werden.

Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Konzepten liegt im betrachteten Bereich einer Konstruktion. Das Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren untersucht lediglich den Nahbereich der Risspitze. Dieses Konzept hat Vorteile bei komplizierten Konstruktionen, bei denen die Änderung des Gesamtpotentials in Abhängigkeit vom Risswachstum schwierig zu berechnen ist. Es wird im Maschinenbau häufiger verwendet als der energetische Ansatz.

Bei dem energetischen Bruchkriterium nach (2.2.17) muss die Änderung des Potentials der gesamten Konstruktion in Abhängigkeit vom Risswachstum ermittelt werden. Im Bauwesen liegen oft weniger komplizierte Beanspruchungen von Bauteilen vor, für die zudem vereinfachende Annahmen getroffen werden. Als Beispiel sei die Theorie der Balkenbiegung unter Berücksichtigung von Jacob Bernoullis Hypothese genannt. Aus diesen Gründen wird das energetische Bruchkriterium hier häufiger angewendet.

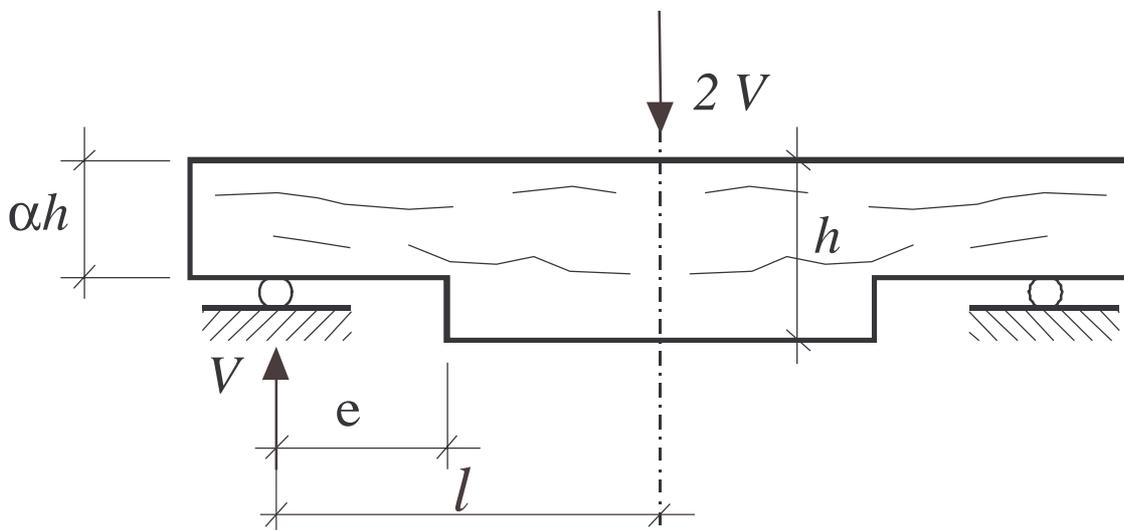
Beide Ansätze sollen am Beispiel des Biegebalkens mit einer Ausklinkung am Auflager erläutert werden.



**Bild 2.2.4:** Ausklinkung mit Riss an einem Brettschichtholzträger

Lum und Foschi (1988) untersuchen das in Bild 2.2.4 dargestellte Problem mit Hilfe des Konzeptes der Spannungsintensitätsfaktoren. Dazu entwickeln sie ein Element für ein FE-Programm, das die Singularität der Verzerrungen im Bereich der Kerbspitze in seinen Verschiebungsansätzen berücksichtigt. Im Gegensatz zu den in kommerziellen Programmen enthaltenen Elementen, kann das von Lum und Foschi entwickelte Element unterschiedliche Arten von Singularitäten berücksichtigen.

Nach Leicester (1971) weicht der Typ der Singularität im Nahbereich der Kerbe etwas vom in (2.2.3) dargestellten Wert von  $1/\sqrt{r}$  für einen Riss ab. Diese Änderung des Typs der Singularität ist auch bei isotropen Werkstoffen zu beobachten, wird aber bei diesen nur durch den Winkel der Kerbe beeinflusst (Gross (1996)). Bei orthotropen Werkstoffen wird der Grad der Singularität zusätzlich durch die Werte der Elastizitätskonstanten des verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes bestimmt.



**Bild 2.2.5:** Biegebalken mit Ausklinkung

Werden für die geometrischen Größen nach Bild 2.2.5

$$\frac{e}{l} = 0,2 \quad \text{und} \quad \frac{(1-\alpha) \cdot h}{h} = 0,5 \quad (2.2.20)$$

und

$$E_1 = 12400 \text{ N/mm}^2; \quad E_1/E_2 = 20; \quad E_2/G_{12} = 0,9; \quad \nu_{21} = 0,02 \quad (2.2.21)$$

$$V = 1 \text{ kN}; \quad t = 2 \text{ in} = 50,8 \text{ mm}; \quad h = 8 \text{ in} = 203,2 \text{ mm}$$

eingesetzt, ergeben sich nach Lum und Foschi (1988) folgende dominierenden Spannungsintensitätsfaktoren:

$$K_I = 10,1 \frac{\text{N mm}^{0,45}}{\text{mm}^2} \quad (2.2.22).$$

$$K_{II} = 10,8 \frac{\text{N mm}^{0,45}}{\text{mm}^2}$$

Es liegt eine gemischte Beanspruchung aus Modus I und II vor. Die Einheit der Spannungsintensitätsfaktoren bei einem Riss ist:

$$[K] = \frac{\text{N mm}^{0,5}}{\text{mm}^2} \quad (2.2.23).$$

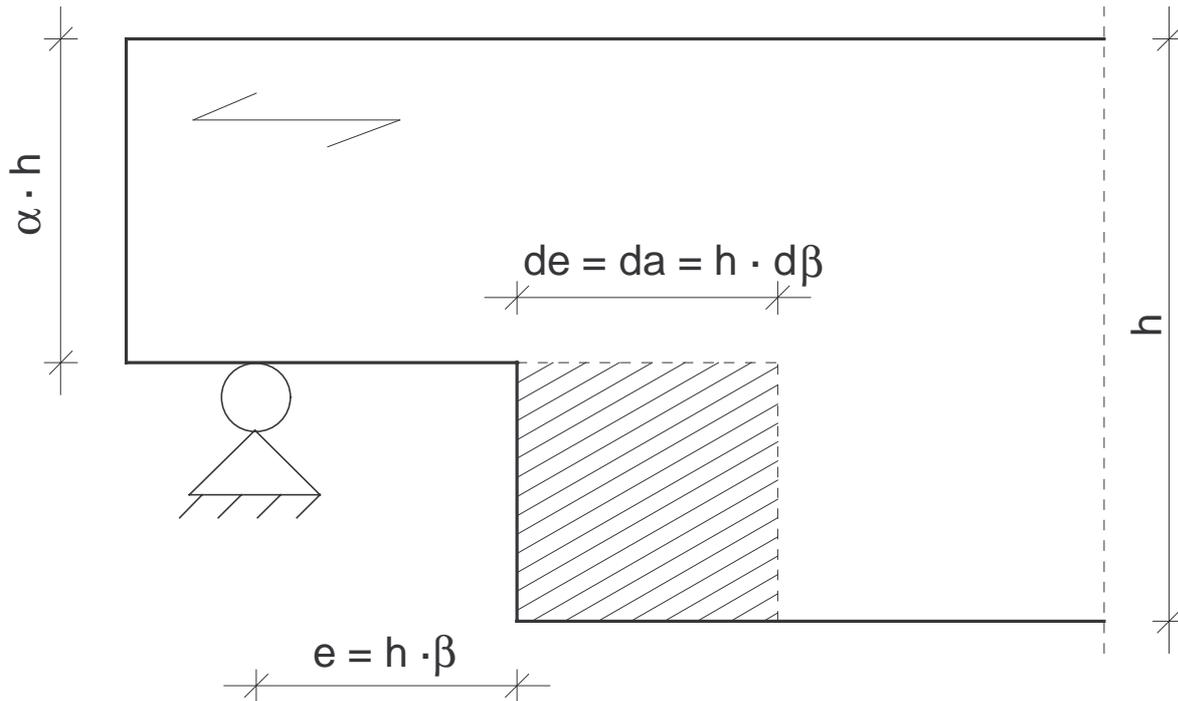
Die Abweichung des Exponenten im Zähler zwischen (2.2.22) und (2.2.23) beruht auf dem geänderten Typ der Singularität.

Bei Anwendung des energetischen Konzeptes nach (2.2.16) ist die Änderung des Potentials der äußeren Last  $2 \cdot V$  in Abhängigkeit vom Risswachstum da zu bestimmen. Gustafsson (1988) berücksichtigt das Risswachstum über eine Vergrößerung des Ausklinkungsbereiches  $d\beta \cdot h$ :

$$da = de = h \cdot d\beta \quad (2.2.24).$$

Im Gegensatz zu Lum und Foschi bezieht Gustafsson die Ausklinkungslänge auf die Höhe  $h$  und nicht auf die Länge  $l$  des Trägers:

$$e = \beta \cdot h \quad (2.2.25) .$$



**Bild 2.2.6:** Beziehungen nach Gustafsson

Unter Berücksichtigung von (2.2.16) folgt:

$$G = - \frac{d\Pi}{t \cdot da} = \frac{1/2 \cdot (2 \cdot V)^2}{2 \cdot h} \cdot \frac{dC}{d\beta} \quad (2.2.26).$$

Zur Ermittlung der Nachgiebigkeit  $C$  des Lastangriffspunktes in Feldmitte ist dessen vertikale Verschiebung in Abhängigkeit vom Risswachstum zu bestimmen  $v(\beta)$ . Mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeiten kann diese Durchbiegung ermittelt werden. Dabei wird der in Bild 2.2.6 schraffierte Bereich unterhalb des Risses bei der Berechnung der Biegesteifigkeit nicht berücksichtigt. Die elastische Arbeit der Biegebeanspruchung ist:

$$W = \frac{2}{2 \cdot E_1} \left( \int_0^{\beta \cdot h} (M(x))^2 / ((\alpha \cdot h)^3 \cdot b / 12) dx + \int_{\beta \cdot h}^l (M(x))^2 / (h^3 \cdot b / 12) dx \right) \quad (2.2.27)$$

und da

$$M(x) = V \cdot x \quad (2.2.28)$$

ist, folgt

$$v(\beta) = \frac{\partial W}{\partial (2 \cdot V)} = \frac{4 \cdot V \cdot (l^3 \cdot \alpha^3 - h^3 \cdot \beta^3 \cdot (\alpha^3 - 1))}{t \cdot (\alpha \cdot h)^3 \cdot E_1} \quad (2.2.29).$$

Ebenfalls mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeiten kann die Durchbiegung infolge der Schubbeanspruchung ermittelt werden. Zu diesen beiden Verschiebungen des Lastangriffspunktes addiert Gustafsson noch eine Verschiebung, die aus dem Spannungsverlauf im Bereich der Ausklinkung, der von den bei der Theorie der Balkenbiegung üblichen Annahmen abweicht, herrührt. Mit Hilfe der Summe dieser Verschiebungen des Lastangriffspunktes  $v_{\text{ges}}(\beta)$  ergibt sich für die Nachgiebigkeit:

$$C(\beta) = v_{\text{ges}}(\beta) / (2 \cdot V) \quad (2.2.30).$$

Mit (2.2.26) ergibt sich die Energiefreisetzungsrates nach Gustafsson (1988) zu:

$$G = \left( \frac{V \cdot \left( \sqrt{0,6 \cdot (\alpha - \alpha^2) / G_{12}} + \beta \cdot \sqrt{6 \cdot (1 / \alpha - \alpha^2) / E_1} \right)}{t \cdot \alpha \cdot h} \right)^2 \cdot h \quad (2.2.31).$$

Der wesentliche Unterschied zwischen dem Ergebnis nach Lum und Foschi (1988) und Gustafssons Untersuchungen die zu (2.2.31) führten, besteht in der Berücksichtigung der Trägerlänge in Bezug zur Ausklinkungslänge. Gustafsson bezieht die Ausklinkungslänge auf die Trägerhöhe, in Gleichung (2.2.31) hat demnach die Trägerlänge auf die Energiefreisetzungsrates keinen Einfluss mehr, während sie bei Lum und Foschi einen signifikanten Einfluss auf die Spannungsintensitätsfaktoren über das Verhältnis  $e / l$  aufweist. Ein Vergleich von (2.2.31) und (2.2.22) ist nicht möglich, da  $\beta$  nach Gleichung (2.2.25) nur bei konkreter Wahl von  $l$  in Abhängigkeit von dem von Lum und Foschi verwendeten Wert  $e / l$  ausgedrückt werden kann.

Dies ist ein Beispiel wie bei der Verwendung des Konzeptes der Energiefreisetzungsrates vereinfachende Annahmen bei der Berechnung der Änderung des Gesamtpotentials das Ergebnis beeinflussen.

Beim Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren muss das Spannungs- und Verzerrungsfeld im Nahbereich der Risspitze berechnet werden. Bei orthotropen Werkstoffen wie Holz benötigt man für diese Berechnung, die in der Regel nur mit Hilfe der Finiten Elemente Methode durchzuführen ist, die Elastizitätskonstanten des verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes nach (2.1.2).

Während der Elastizitätsmodul parallel zur Faser recht gut erforscht ist, gilt dies in deutlich geringerem Umfang für die Elastizitätsmoduln quer zur Faser, die Schubmoduln und in noch viel geringerem Umfang für die Poissonschen Zahlen oder den sogenannten Rollschubmodul.

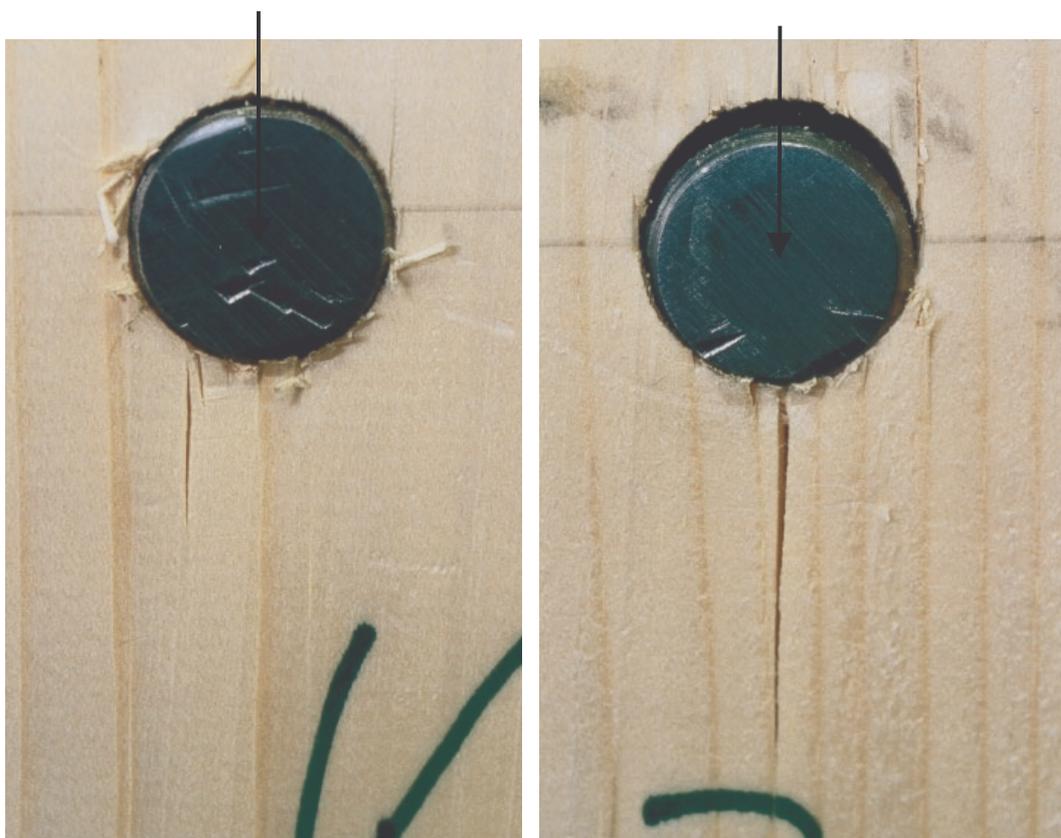
Beim Konzept der Energiebilanzen wird die Änderung des Gesamtpotentials des ganzen Bauteils in Abhängigkeit vom Risswachstum betrachtet. Mit Hilfe von im Bauwesen üblichen, vereinfachenden Annahmen ist dies mit einer einfacheren Elastizitätstheorie möglich. Aus diesem Grund findet dieses Konzept bei Untersuchungen im Holzbau meist Anwendung. Die Abweichung der Spannungstrajektorien von dem in der elementaren Theorie der Balkenbiegung üblicherweise zugrundegelegten Verlauf, beispielsweise im Bereich der Ausklinkung, kann mit diesem Verfahren nur berücksichtigt werden, wenn ergänzende Untersuchungen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente oder der höheren Elastizitätstheorie durchgeführt werden.

### 2.3 Beanspruchungen im Nahbereich des Verbindungsmittels

Die Bilder 2.3.1 bis 2.3.3 zeigen Risse, deren stabiles Wachstum vor den spröden Versagensformen nach Bild 1.1 mit bloßem Auge zu beobachten war.



**Bild 2.3.1:** Stabdübelgruppe, der rechte Dübel mit sichtbarem Anriss



**Bild 2.3.2:** Risswachstum an zwei Stabdübeln mit  $d = 24$  mm in Fichtenholz



**Bild 2.3.3:** Zwei Risse an einem Prüfkörper nach Abschnitt 6

Das Versagen durch Wachsen eines einzigen, annähernd in der Symmetrielinie des Verbindungsmittels liegenden Risses, wie in Bild 1.2, Bild 2.3.1 und Bild 2.3.2 gezeigt, entspricht Modus I nach Bild 2.2.1, während das Ausscheren eines Blockes oder ein seitlich versetzt wachsender Riss als Kombination von Modus I und II beschrieben werden kann.

Einen Einfluss von Störungen wie Schwindrissen oder Ästen auf das Risswachstum und somit auf das Tragverhalten von Stabdübelverbindungen verdeutlicht Bild 2.3.4.



**Bild 2.3.4:** Einfluss von Störungen

Bei den in Abschnitt 7 dargestellten Einschlagversuchen mit Drahtstiften 34 x 80 war oft ein Spalten durch das Einschlagen mit dem Pressluftnagler zu beobachten (Bild 2.3.5).



**Bild 2.3.5:** Spalten durch Einschlagen von Drahtstiften

Die Orthotropie des Holzes, die teilweise Plastizierung im Bereich der Lasteinleitung, der hier vorliegende mehrachsige Spannungszustand, die Inhomogenität und die streuenden Materialkennwerte führen bei einer mechanischen Abbildung der Rissinitiierung und des Risswachstums im Nahbereich der Lasteinleitung zu großen mathematischen und mechanischen Schwierigkeiten.

Die Bilder 2.3.7 bis 2.3.9 zeigen die Spannungsverteilungen nach einer Modellierung und Berechnung mit einem Finite Elemente Programm. Dabei wurde der Reibungsbeiwert  $\mu$  zwischen Stabdübel und Holz variiert.

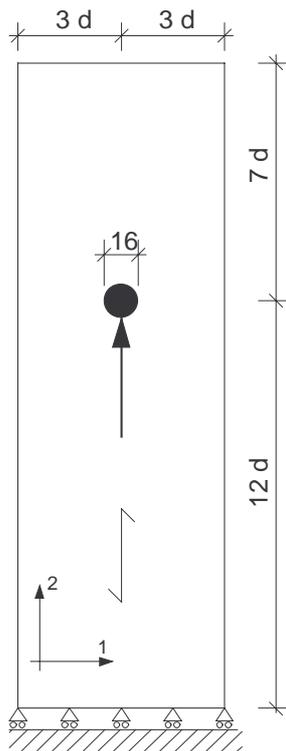
Die Berechnung erfolgte im ebenen Spannungszustand für eine Holzdicke von 1 mm. Für das orthotrope Material wurde das verallgemeinerte Hookesche Werkstoffgesetz angenommen, mit Elastizitätszahlen nach Neuhaus (1981) (Tabelle 2.1.1):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,383 \cdot 10^{-3} & -0,065 \cdot 10^{-3} & -0,737 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ -0,065 \cdot 10^{-3} & 0,083 \cdot 10^{-3} & -0,051 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ -0,737 \cdot 10^{-3} & -0,051 \cdot 10^{-3} & 1,223 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,604 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 23,60 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,345 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.3.1).$$

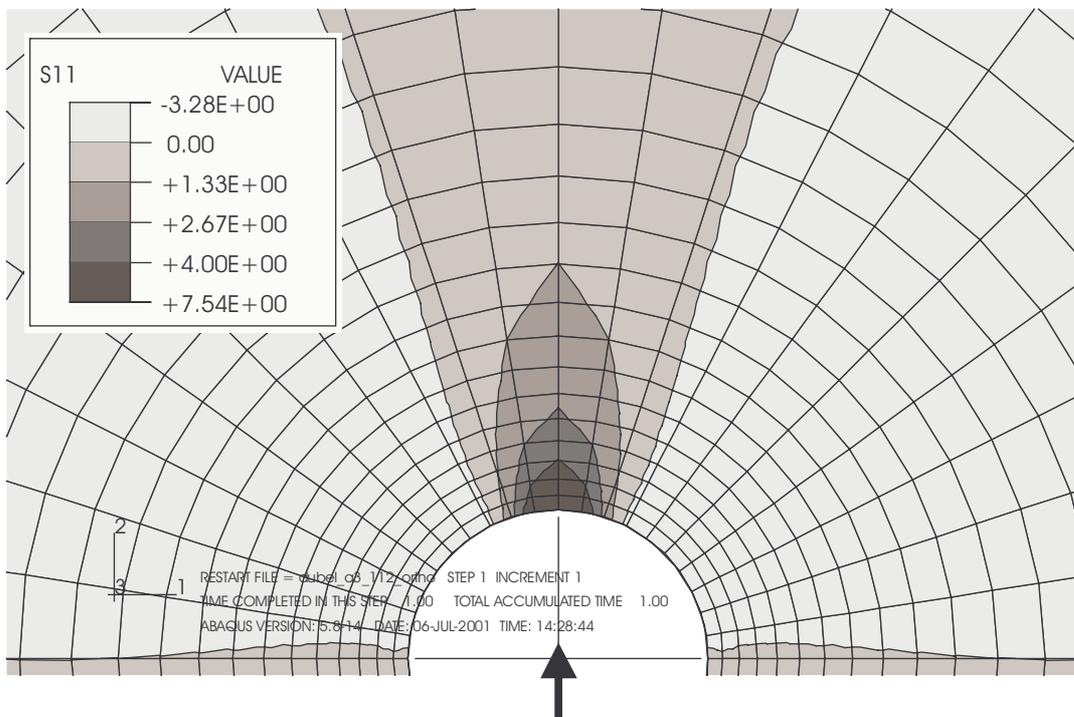
Der Durchmesser des als nichtdeformierbar definierten Stabdübels betrug 16 mm. Die Belastung des Dübels wurde nach Werner (1993) gewählt zu:

$$F = f_h \cdot d \cdot t = 0,082 \cdot (1 - 0,010 \cdot d) \cdot \rho \cdot d \cdot t = 0,082(1 - 0,010 \cdot 16 \text{ mm}) \cdot 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 16 \cdot 1 = 441 \text{ N}.$$

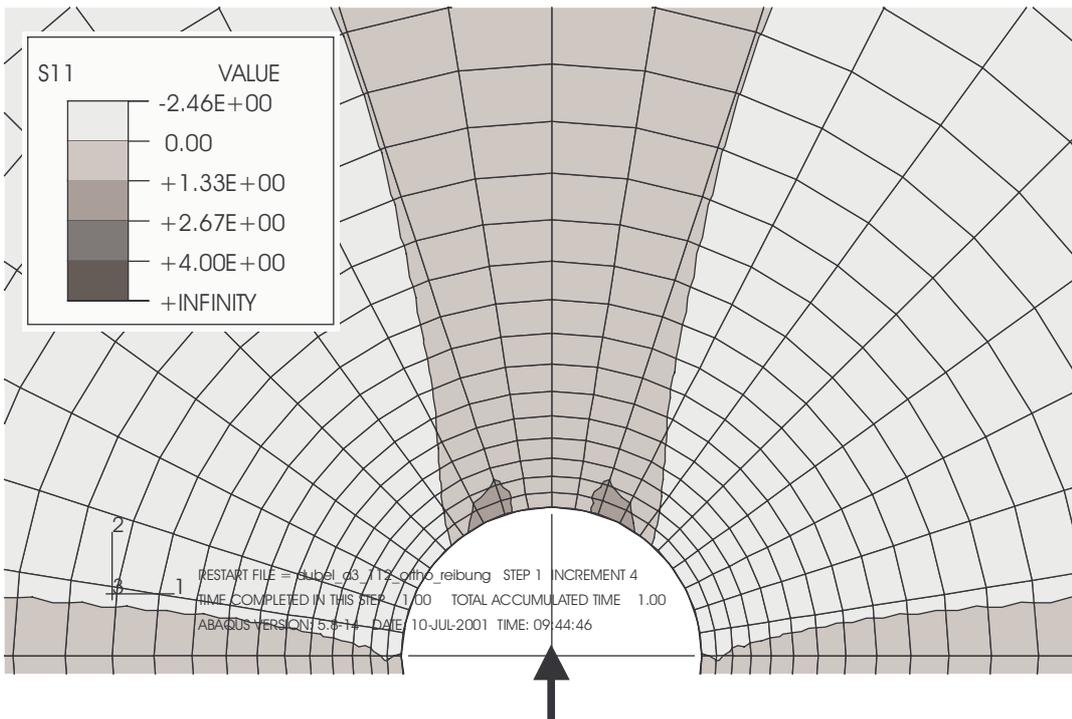
Die Abmessungen des Modells können Bild 2.3.6 entnommen werden.



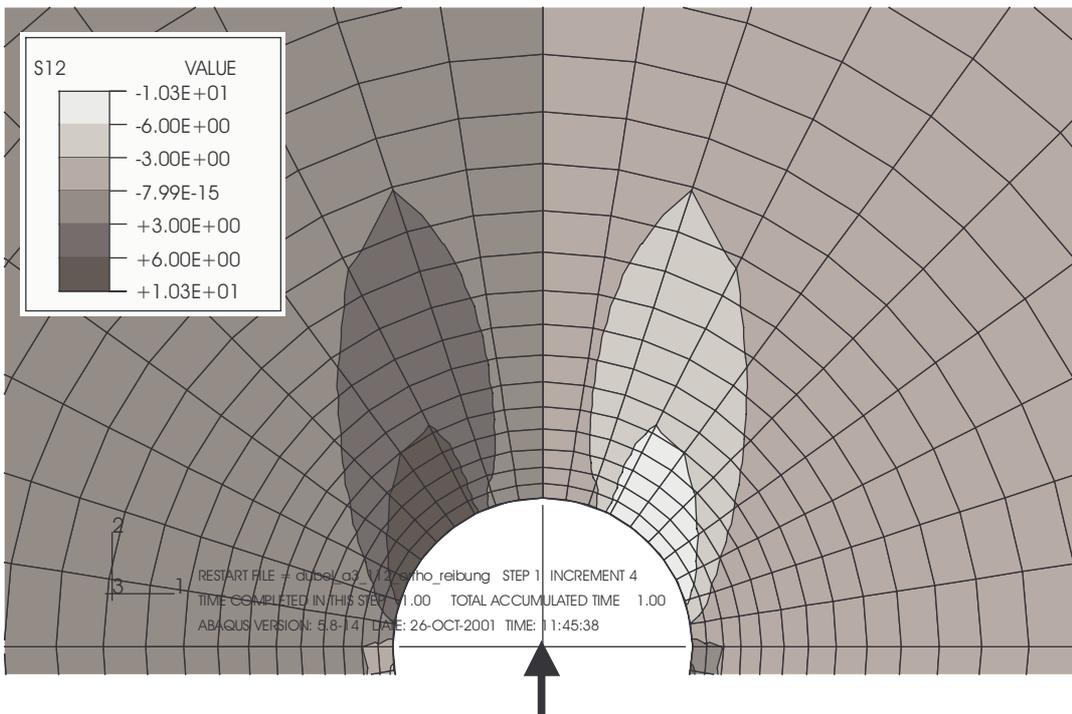
**Bild 2.3.6:** Geometrie des FE-Modells



**Bild 2.3.7:** Querzugspannungen im Nahbereich eines Stabdübels,  
Reibungsbeiwert  $\mu = 0,0$



**Bild 2.3.8:** Querzugspannungen im Nahbereich eines Stabdübels, Reibungsbeiwert  $\mu = 0,339$

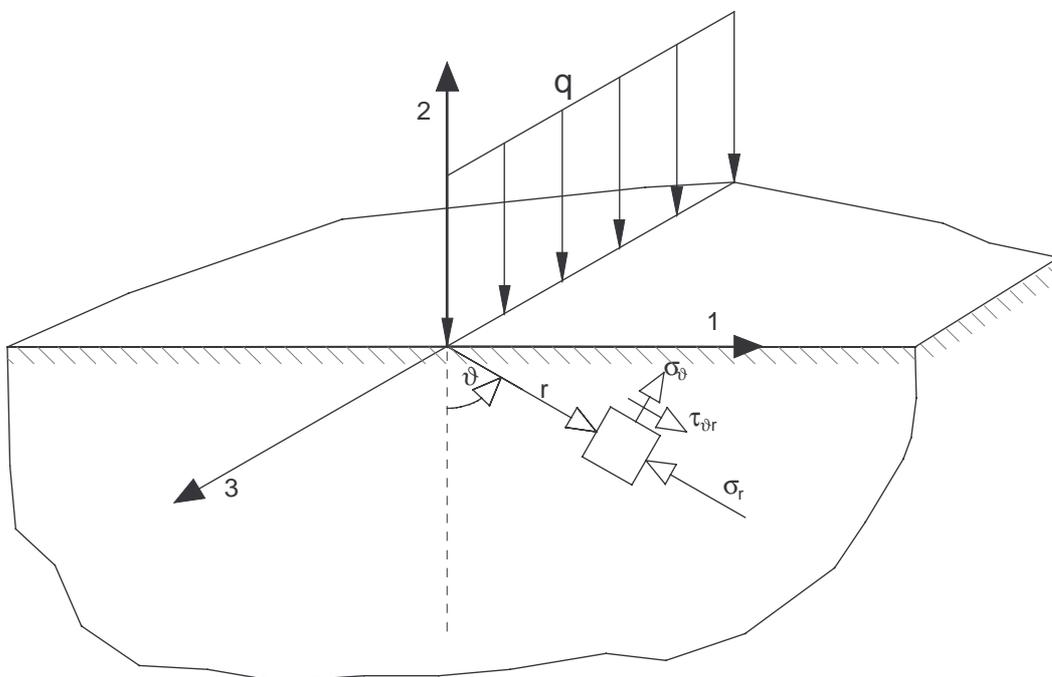


**Bild 2.3.9:** Schubspannungen im Nahbereich eines Stabdübels, Reibungsbeiwert  $\mu = 0,339$

Um den Einfluss der Orthotropie zu zeigen, soll im folgenden die Lösung nach Lechnickij (1963) für den durch eine Linienkraft belasteten elastischen Halbraum dargestellt werden. In Bild 2.3.10 ist das rechtwinklige Koordinatensystem auf das sich die Materialeigenschaften beziehen und das für die Lösung vorteilhaftere Polarkoordinatensystem eingezeichnet. Lechnickij nimmt für diese Beanspruchung den ebenen Verzerungszustand an. Anstelle der Elastizitätskonstanten  $a_{ij}$  nach (2.1.2) verwendet er, die von ihm „coefficients of deformation“ genannten Werte  $\beta_{ij}$  nach:

$$\beta_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3} \cdot a_{j3}}{a_{33}} \quad (2.3.2).$$

(i, j = 1, 2, 4, 5, 6)



**Bild 2.3.10:** Elastischer Halbraum durch Linienlast belastet

Die Radialspannungen ergeben sich nach Lechnickij zu:

$$\sigma_r = -\frac{q}{\pi} \cdot (u_1 + u_2) \cdot \sqrt{\beta_{11} \cdot \beta_{22}} \cdot \frac{\cos(\theta)}{r \cdot L(\theta)} \quad (2.3.3)$$

mit

$$L(\theta) = \beta_{11} \cdot \sin^4(\theta) + (2 \cdot \beta_{12} + \beta_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + \beta_{22} \cdot \cos^4(\theta) \quad (2.3.4)$$

und

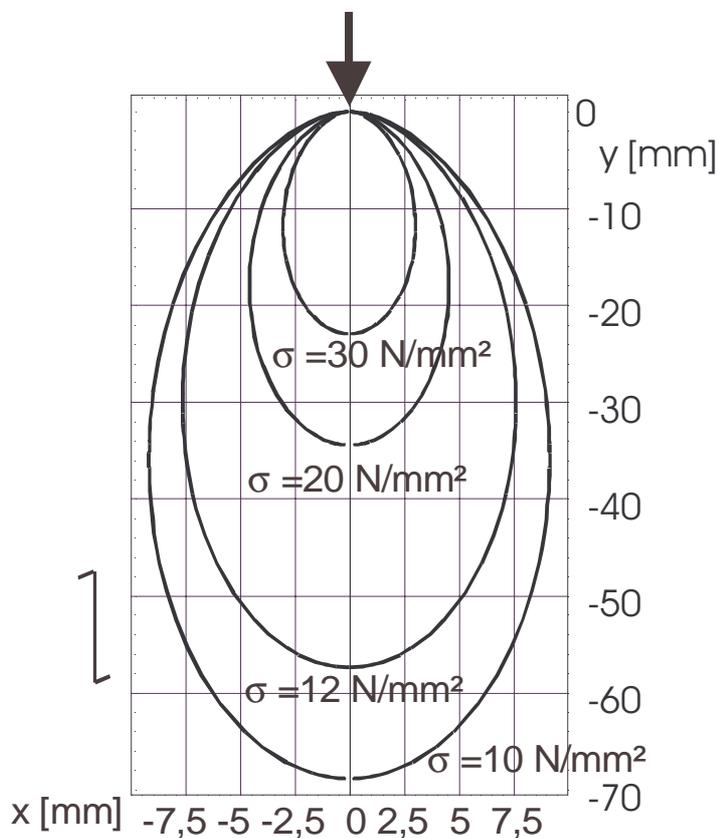
$$\beta_{11} \cdot u^4 - (2 \cdot \beta_{12} + \beta_{66}) \cdot u^2 + \beta_{22} = 0 \quad (2.3.5)$$

mit

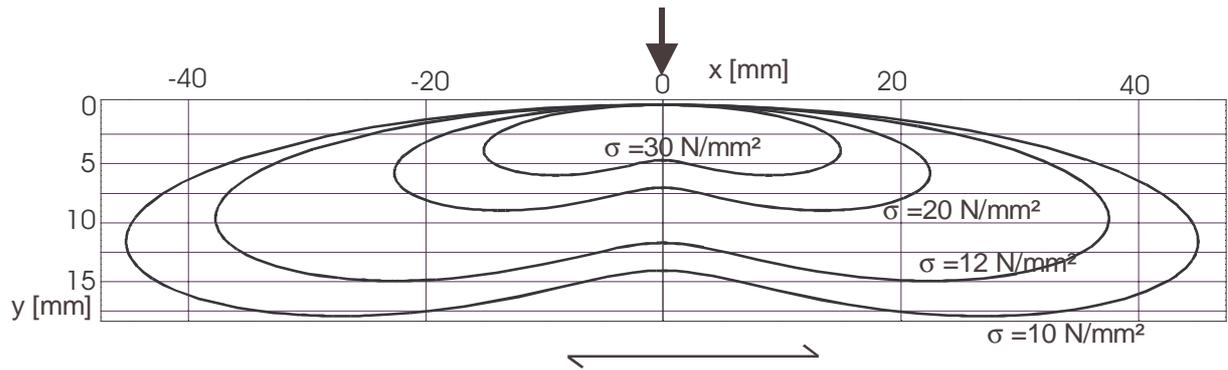
$$u_1 = -i \cdot \beta_1 \quad \text{und} \quad u_2 = -i \cdot \beta_2 \quad (2.3.4)$$

nach (2.2.4) und (2.2.5).

Die Bilder 2.3.11 und 2.3.12 zeigen Kurven konstanter Radialspannungen. Die Konstanten  $\beta_{ij}$  wurden mit den Werten  $a_{ij}$  nach (2.3.1) berechnet. In Bild 2.3.11 greift die Linienlast parallel zur Faser, in Bild 2.3.12 quer zur Faser an. Für ein isotropes Material sind diese Kurven kreisförmig. Die Lastausbreitung bei faserparalleler Beanspruchung erfolgt demnach in einem schmäleren, diejenige bei Beanspruchung quer zur Faser in einem breiteren Bereich, verglichen mit einem isotropen Material. Die Beanspruchung betrug  $q = 441 \text{ N/mm}$ .



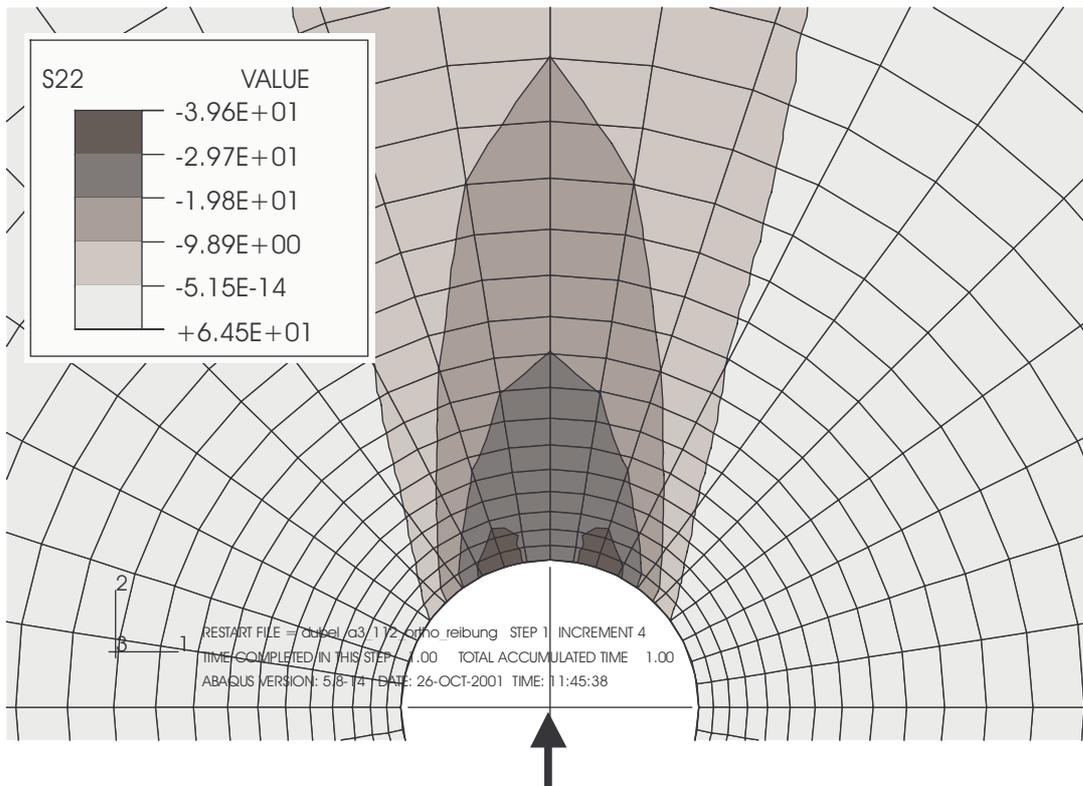
**Bild 2.3.11:** Kurven konstanter Radialspannung  $\sigma_r$  bei faserparalleler Beanspruchung



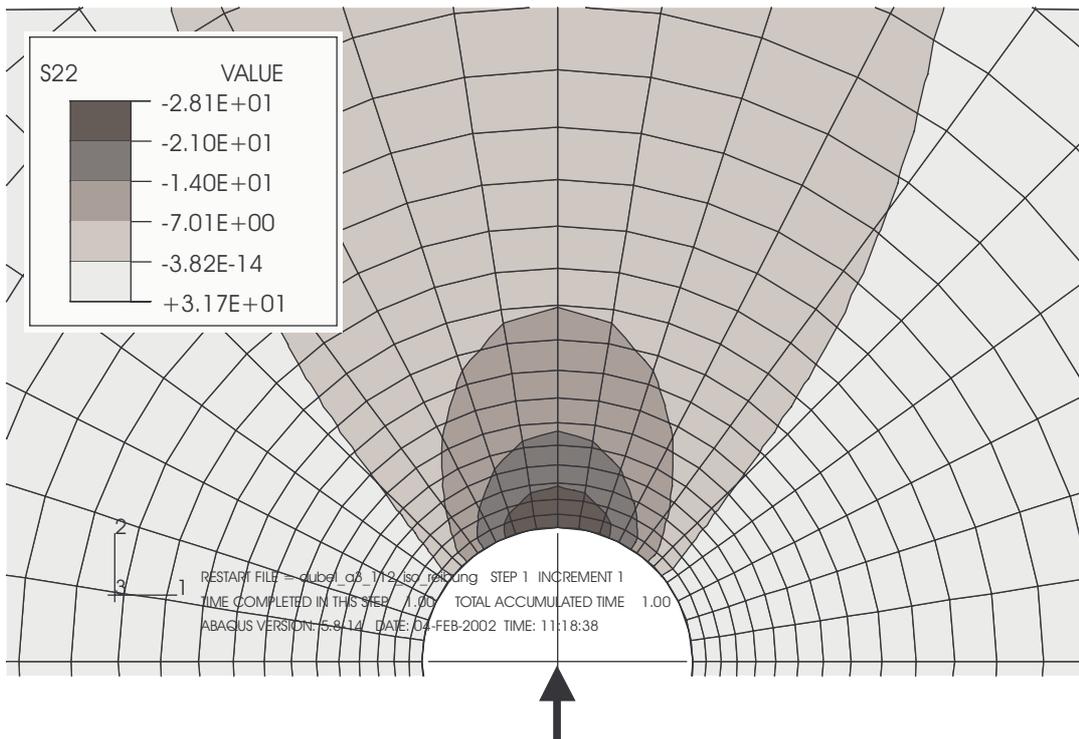
**Bild 2.3.12:** Kurven konstanter Radialspannung  $\sigma_r$  bei Beanspruchung quer zur Faser

Die Bilder 2.3.13 und 2.3.14 zeigen die Spannungen parallel zur Faser bzw. in  $y$ -Richtung im Nahbereich eines stiftförmigen Verbindungsmittels für ein Material mit orthotropen bzw. isotropen Materialverhalten. Die Belastung und Geometrie können Bild 2.3.6 entnommen werden.

Auch hier erfolgt die Lastausbreitung bei dem isotropen Material in einem breiteren Bereich, gekennzeichnet durch den Übergang zwischen Druck- und Zugspannungen.



**Bild 2.3.13:** Spannungen parallel zur Faser (2-Richtung) im Nahbereich eines Stabdübels, Reibungsbeiwert  $\mu = 0,339$



**Bild 2.3.14:** Spannungen in 2-Richtung im Nahbereich eines Stabdübels, Reibungsbeiwert  $\mu = 0,339$ , isotropes Materialverhalten ( $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ ,  $G = 81000 \text{ N/mm}^2$ )

Masuda (2001) wendet ein „Finite Small Area Fracture Criterion“ an, um die Rissinitiierung zu untersuchen. Ähnlich zu Schädigungsuntersuchungen werden die Mittelwerte von Spannungen oder Verzerrungen auf ein „repräsentatives Volumenelement bezogen, in welchem sich der Schädigungsprozess abspielt“ (nach Gross (1996)). Als Versagenskriterium für dieses repräsentative Volumenelement verwendet Masuda folgende Gleichung:

$$f_A^2 = \zeta_{\parallel} \left( \frac{\bar{\sigma}_{\parallel}}{\sigma_{\parallel,cr}} \right)^2 + \zeta_{\perp} \left( \frac{\bar{\sigma}_{\perp}}{\sigma_{\perp,cr}} \right)^2 + \left( \frac{\bar{\tau}_{\parallel\perp}}{\tau_{\parallel\perp,cr}} \right)^2 \geq 1 \quad (2.3.6)$$

mit

$\bar{\sigma}_{\parallel}, \bar{\sigma}_{\perp}$ : Mittelwerte der Spannungen parallel bzw. rechtwinklig zur Faserrichtung im repräsentativen Volumenelement,

$\bar{\tau}_{\parallel\perp}$ : Mittelwert der Schubspannung im repräsentativen Volumenelement,

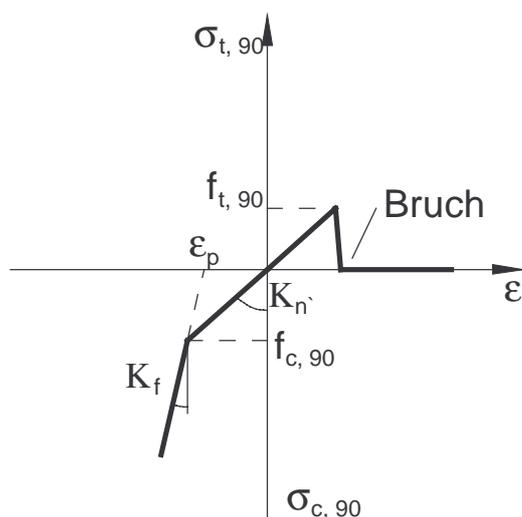
$\sigma_{\parallel,cr}, \sigma_{\perp,cr}, \tau_{\parallel\perp,cr}$ : Festigkeiten,

$\zeta_{\parallel} = 0$  wenn  $\bar{\sigma}_{\parallel} < 0$  und  $\zeta_{\parallel} = 1$  wenn  $\bar{\sigma}_{\parallel} \geq 0$  und

$\zeta_{\perp} = 0$  wenn  $\bar{\sigma}_{\perp} < 0$  und  $\zeta_{\perp} = 1$  wenn  $\bar{\sigma}_{\perp} \geq 0$ .

Jorissen (1998) bezieht ebenfalls die Höchstwerte der Spannungen quer zur Faser auf charakteristische Flächen und benutzt zur Berechnung der Traglast  $F_c$  eines Verbindungsmittels nach Gleichung (4.1.9) dann die einfache Versagenshypothese der maximalen Spannung.

Bocquet (1997) untersucht das Last-Verschiebungsverhalten von Bolzenverbindungen mit Hilfe der Finiten Elemente Methode. Dabei überlagert er im Nahbereich des Verbindungsmittels zwei Elementtypen. Einfache Federelemente werden mit isoparametrischen Elementen verbunden. Die isoparametrischen Elemente dienen im wesentlichen dazu, das mechanische Verhalten des Holzes quer zur Faser zu simulieren. Sie können ein Spannungs-Dehnungsverhalten, wie in Bild 2.3.15 für Querkzug- und Querdrukbeanspruchung gezeigt, modellieren. Diese Elemente können des weiteren das Verhalten bei Schubbeanspruchung abbilden.



Die Federelemente berücksichtigen die Steifigkeit parallel zur Faser. Nach Ausfall der isoparametrischen Elemente durch Erreichen der Querkzugfestigkeit können durch die Federelemente noch Kräfte in Faserichtung übertragen werden. Stabilität erreicht Bocquet durch die Anordnung von Elementen mit linearem Verhalten rund um diesen nichtlinear modellierten Nahbereich.

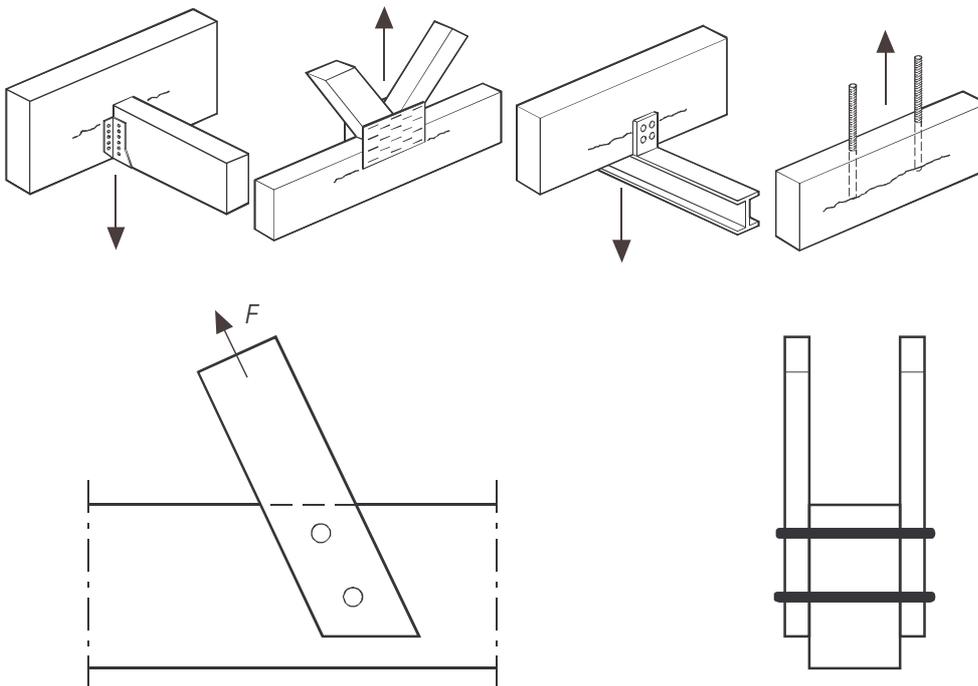
**Bild 2.3.15:** Nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehungen

Durch diese Art der Modellierung erübrigt sich, die bei der Modellierung eines Risswachstums ansonsten erforderliche, neue Netzgenerierung in Abhängigkeit von der Risslänge.

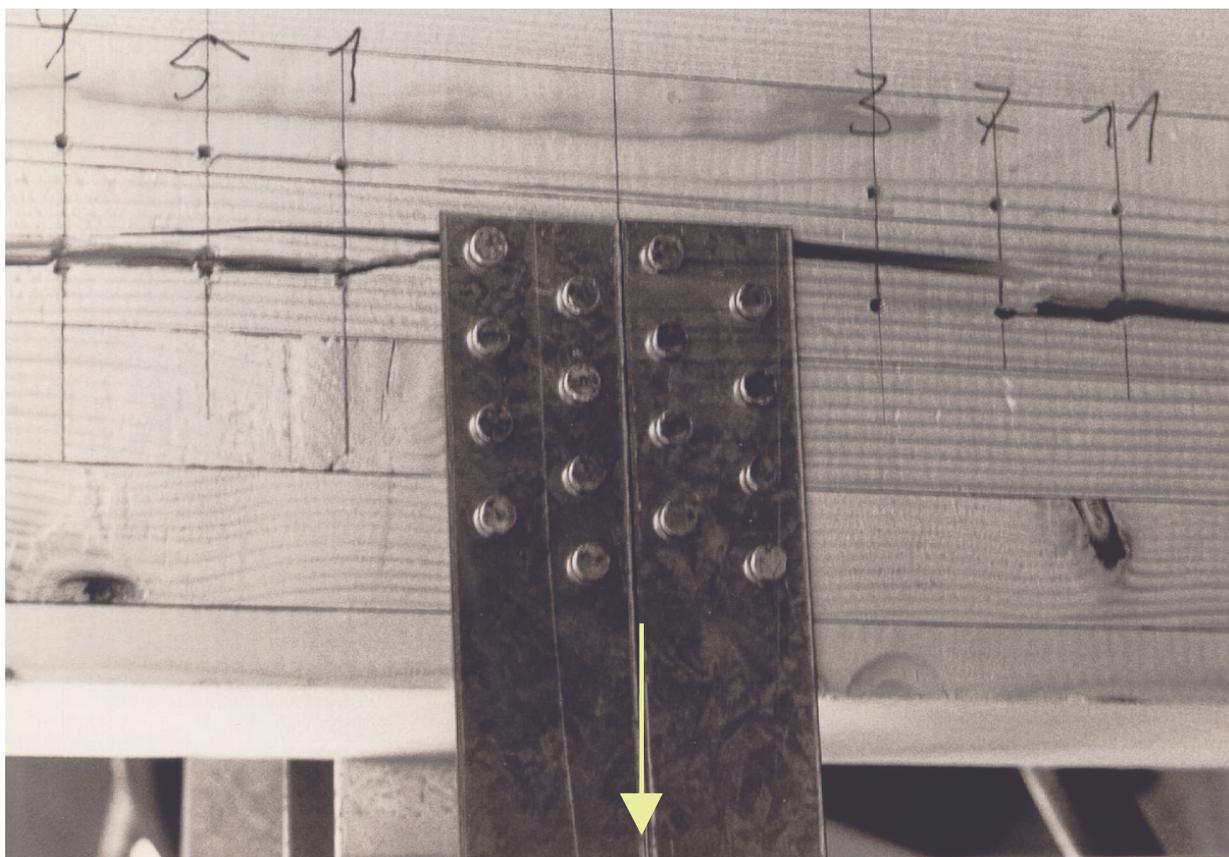
Allerdings kann Bocquet ein Reißen über diesen Nahbereich hinaus nicht untersuchen. Er kann somit die spröden Versagensformen nach Abschnitt 1 nicht modellieren, dagegen kann er das nichtlineare Last-Verschiebungsverhalten des Verbindungsmittels gut erfassen.

## 2.4 Anwendung der Bruchmechanik auf Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln

Der überwiegende Teil der dokumentierten Untersuchungen, bei denen die Bruchmechanik auf das Risswachstum infolge Beanspruchung durch die Lasteinleitung von Verbindungsmitteln angewendet wird, behandelt die sogenannten querzugbeanspruchten Anschlüsse. Bei diesen Anschlüssen erfolgt über die Verbindungsmittel eine Lasteinleitung quer oder unter einem Winkel zur Faserrichtung (Bilder 2.4.1 und 2.4.2).



**Bild 2.4.1:** Querzugbeanspruchte Anschlüsse

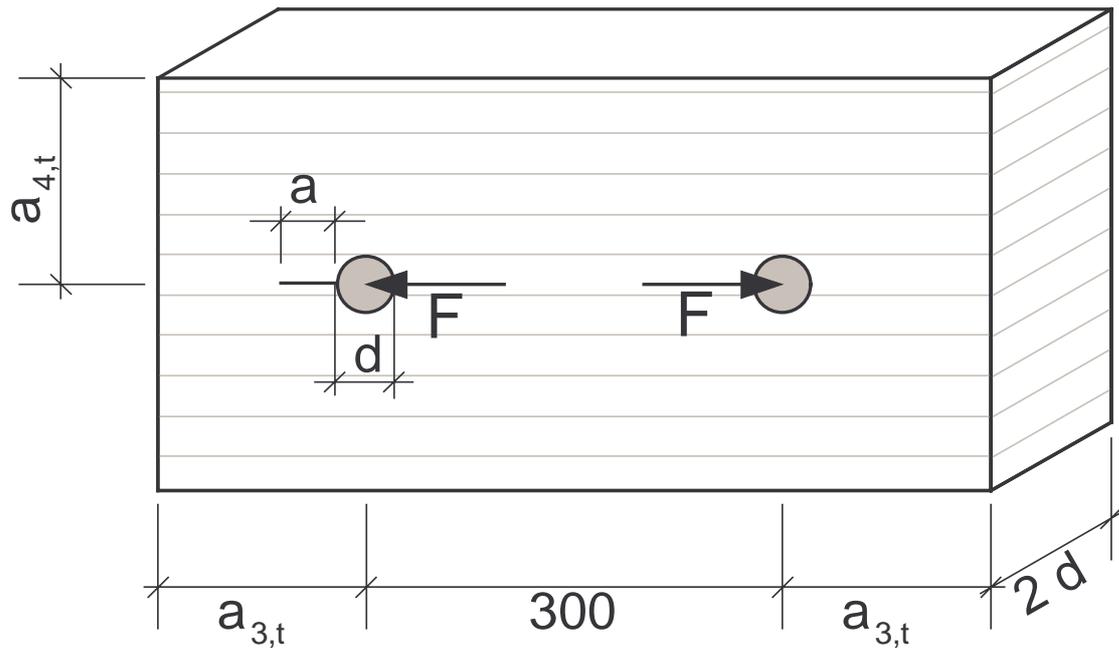


**Bild 2.4.2:** Querzugbeanspruchter Anschluss  
(Bild aus Ehlbeck und Görlacher (1983))

Die Untersuchungen benutzen meist das Konzept der Energiefreisetzungsraten.

Leijten und Jorissen (2001) und Larsen und Gustafsson (2001) benutzen das Konzept der Energiebilanzen, indem sie die Verschiebung der Last in Abhängigkeit vom Risswachstum, mit Hilfe vereinfachender Annahmen in einem mechanischen Modell abbilden.

Daudeville et al. (1997) bilden das in Versuchen beobachtete spröde Versagen von Anschlüssen, die zu einer faserparallelen Beanspruchung des Holzes führen, mit Hilfe eines Finite Elemente Modells ab. Die Geometrie der Prüfkörper kann Bild 2.4.3 entnommen werden.



**Bild 2.4.3:** Von Daudeville et al. untersuchte Prüfkörper

Die meisten Prüfkörper versagten infolge Spaltens. Diesen Versagensmechanismus modellieren Daudeville et al., indem für jede untersuchte Risslänge  $a$  ein neues Finite Elemente Modell untersucht wird. Der Differentialquotient in Gleichung (2.2.16) wird durch den Differenzenquotienten ersetzt:

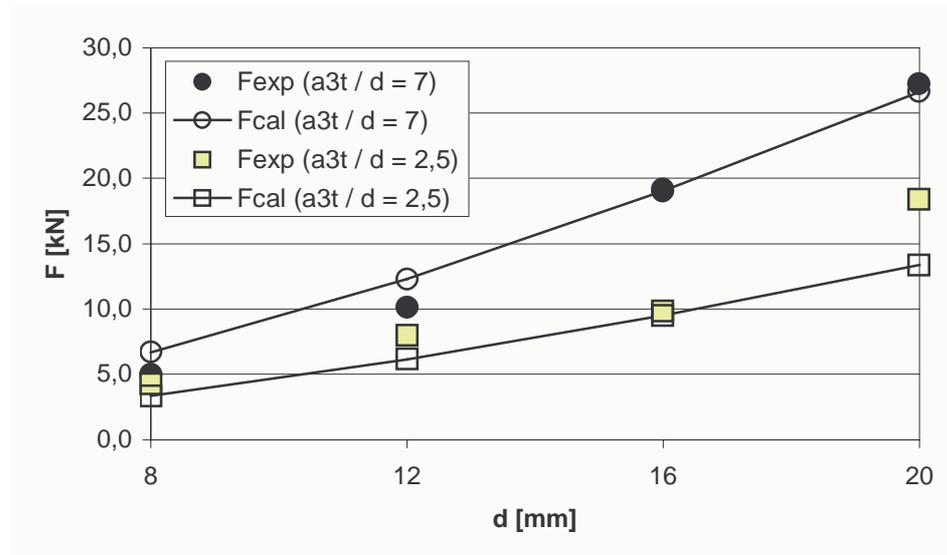
$$G = - \frac{\Delta \Pi}{t \cdot \Delta a} \quad (2.4.1).$$

Für unterschiedliche Risslängen ist die Abnahme des elastischen Potentials  $\Delta \Pi$  aus der Verschiebungsdifferenz  $\Delta u$  des Lastangriffspunktes nach (2.2.7) einfach zu berechnen:

$$\Delta \Pi = - \frac{1}{2} \cdot F \cdot \Delta u \quad (2.4.2).$$

Bei einer angenommenen kritischen Energiefreisetzungsrate  $G_c$  als baustoffspezifische Widerstandsgröße kann mit (2.4.1) und (2.4.2) die zu erwartende Tragfähigkeit der Verbindung aus den Finite Elemente Berechnungen ermittelt werden.

Bild 2.4.4 zeigt für verschiedene Stabdübeldurchmesser die Mittelwerte der Versuchsergebnisse ( $F_{exp}$ ) und die zu erwartende Tragfähigkeit nach der Finite Elemente Berechnung ( $F_{cal}$ ). Der Abstand  $a_{4,t}$  nach Bild 2.4.3 betrug  $a_{4,t} = 3 \cdot d$ . Das diesen Ergebnissen zugrundeliegende Risswachstum  $\Delta a$  und dessen Ort werden von Daudeville et al. leider nicht angegeben.



**Bild 2.4.4:** Ergebnisse nach Daudeville et al. (1997)

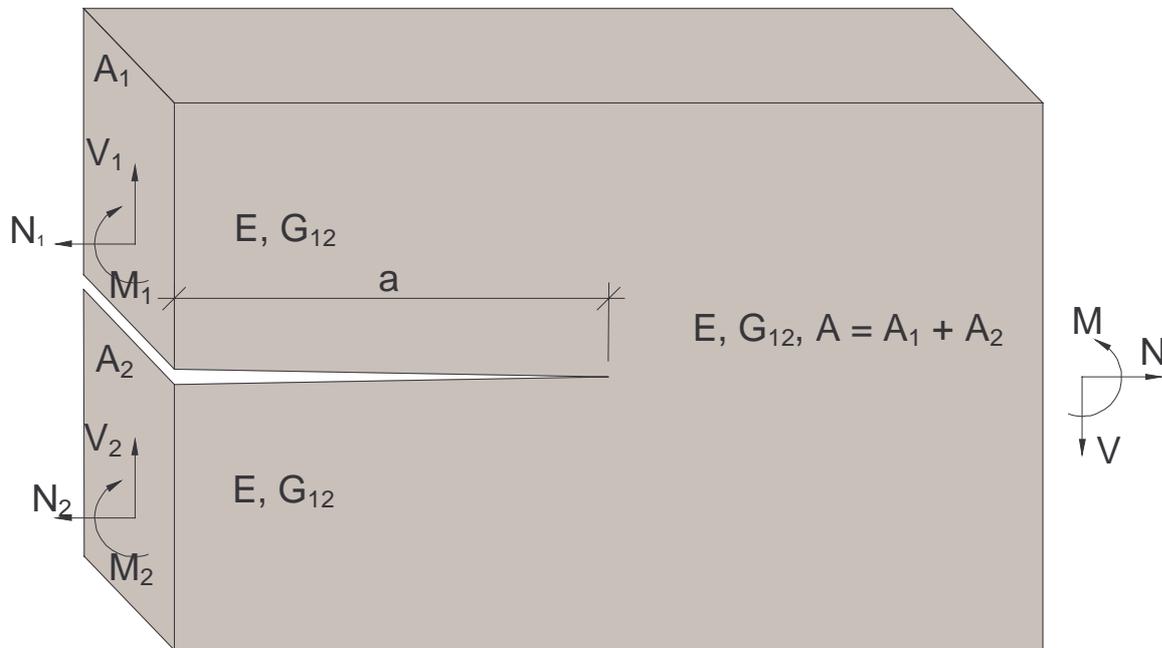
Um die recht gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Finite Elemente Berechnung und den Mittelwerten der Höchstlasten der Versuche nach Bild 2.4.4 zu erreichen, wählten Daudeville et al. eine sehr niedrige kritische Energiefreisetzungsrate von  $G_c = 0,1 \text{ Nmm} / \text{mm}^2$  (siehe dazu die Ergebnisse und Literaturzusammenstellung des Abschnittes 5). Bei den Stabdübelverbindungen mit  $a_{3t} = 7 \cdot d$  und  $d = 8 \text{ mm}$  wird die zu erwartende Tragfähigkeit dennoch um 34 %, bei denjenigen mit  $d = 12 \text{ mm}$  um 22 % überschätzt. Bei dem geringen Hirnholzabstand von  $a_{3t} = 2,5 \cdot d$  werden die zu erwartenden Traglasten unterschätzt.

Bei der Finite Elemente Modellierung wurde ein linear elastisches Werkstoffgesetz verwendet. Bei dem großen Hirnholzabstand von  $a_{3t} = 7 \cdot d$  kann davon ausgegangen werden, dass sich ein Bereich mit nichtlinearem Verhalten in der Nähe des Verbindungsmittels ausbildet. Bei dem Abstand von  $a_{3t} = 2,5 \cdot d$  dürfte dieser Bereich aufgrund der geringeren Höchstlasten kleiner gewesen sein. Daher wirkt sich bei diesem kleinen Abstand die eher zu niedrig angesetzte kritische Energiefreisetzungsrate in einer Unterschätzung der zu erwartenden Tragfähigkeit aus.

Dieses nichtlineare Lochleibungsverhalten ist bei einer Modellierung mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente das Kernproblem. Bocquets (1997) Ansatz (siehe Abschnitt 2.3), kombiniert mit einer bruchmechanischen Untersuchung, könnte eine Lösung dieses Problems bieten. Es bleiben aber die Probleme der streuenden Eigenschaften und der Inhomogenität des Materials Holz und der Aufwand zur Bestimmung der das nichtlineare Verhalten beschreibenden Kenngrößen bei diesem orthotropen Material.

Einen einfacheren Ansatz verwendet Werner (1993) aufbauend auf Untersuchungen von Petersson (1992).

Petersson betrachtet bei seiner Modellbildung nur Einzellasten. In Bild 2.4.5 ist der Bereich eines Risses dargestellt und die von Petersson berücksichtigten Schnittgrößen, die von der Risslänge  $a$  abhängig sein können.



**Bild 2.4.5:** Modellbildung nach Petersson

Wiederum unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Arbeiten und (2.2.16) ergibt sich nach Petersson für das in Bild 2.4.5 dargestellte System folgender Ausdruck für die Energiefreisetzungsrate:

$$G = \frac{\frac{\kappa \cdot V_1^2}{G \cdot A_1} + \frac{\kappa \cdot V_2^2}{G \cdot A_2} - \frac{\kappa \cdot V^2}{G \cdot A} + \frac{M_1^2}{E \cdot I_1} + \frac{M_2^2}{E \cdot I_2} - \frac{M^2}{E \cdot I} + \frac{N_1^2}{E \cdot A_1} + \frac{N_2^2}{E \cdot A_2} - \frac{N^2}{E \cdot a}}{2 \cdot t} \quad (2.4.3),$$

dabei berücksichtigt  $\kappa$  die Verteilung der Schubspannungen über die Querschnittshöhe infolge der Querkräfte  $V_i$ .

Beispielsweise ist die Nachgiebigkeit für das Moment  $M_1$ :

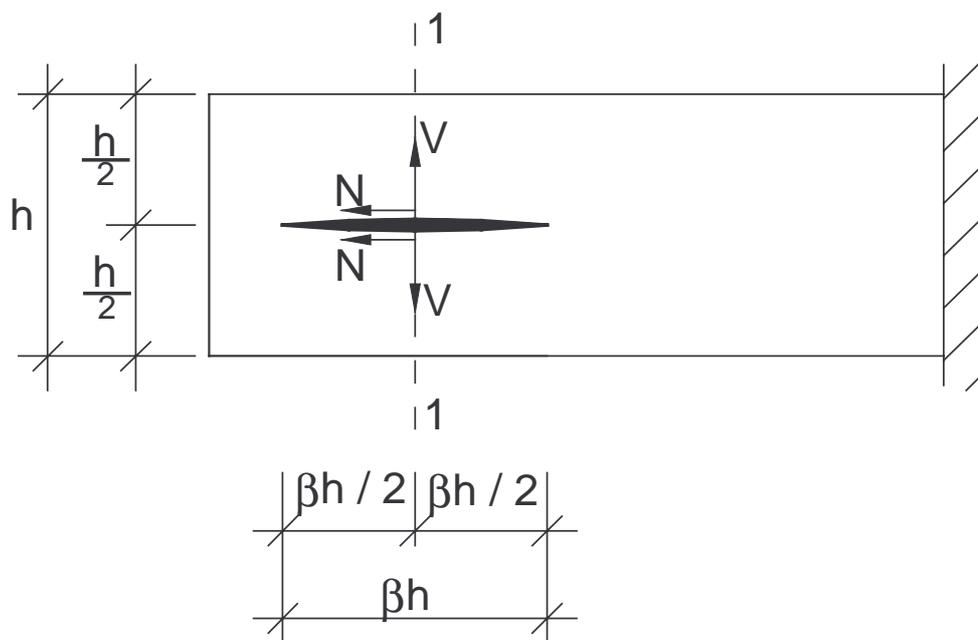
$$C_{M1} = \frac{a}{E \cdot I_1} \quad (2.4.4)$$

und damit

$$\frac{dC_{M1}}{da} = \frac{1}{E \cdot I_1} \quad (2.4.5).$$

Ähnlich können die Nachgiebigkeiten für die anderen Einwirkungen in Abhängigkeit vom Risswachstum ermittelt werden. Eingesetzt in (2.2.16) folgt (2.4.3).

Werner (1993) wendet das Modell nach Bild 2.4.6 auf Spaltuntersuchungen bei stiftförmigen Verbindungsmitteln an.



**Bild 2.4.6:** Modell nach Werner zur Spaltuntersuchung.

$2 \cdot N$  entspricht der durch das Verbindungsmittel eingeleiteten Kraft parallel zur Faser, die Querkraft  $V$  resultiert aus der Lochleibungsverformung im Nahbereich des Verbindungsmittels.

Die Momente können als Funktion von  $N$ ,  $V$  und der Geometrie angegeben werden. Es ergibt sich in Anlehnung an Werner (1993):

$$G = \frac{V^2 \cdot \left[ \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{N}{V} \right)^2 + \frac{2}{3} \cdot \beta \cdot \left( \frac{N}{V} \right) + \frac{2}{3} \cdot \beta^2 + 0,6 \cdot \frac{E}{G} \right]}{t^2 \cdot E \cdot h/2} \quad (2.4.6).$$

Neben den vereinfachenden Annahmen von Petersson geht Werner bei diesem Modell davon aus, dass ein Risswachstum vom Verbindungsmittel ausgehend in beide Richtungen erfolgt. Dies widerspricht der Beobachtung im Labor. Hier ist ein Risswachstum nur in die Wirkungsrichtung von  $N$  zu beobachten, wie in Bild 1.2 und den Bildern des Abschnittes 2.3 gezeigt.

Weiterhin ist kritisch anzumerken, dass ein Ebenbleiben der Querschnitte nach Bild 2.4.5 angenommen wird, da sonst die Kontinuität am Schnitt 1 –1 nach Bild 2.4.6 nicht gegeben ist. Dieses Ebenbleiben widerspricht aber offensichtlich der Modellierung nach Bild 2.4.5.

In Abschnitt 4 wird ein Modell zur bruchmechanischen Untersuchung der spröden Versagensformen entwickelt, welches als Grundlage den elastisch gebetteten Balken verwendet. Der mechanische Aufwand liegt zwischen Peterssons Ansätzen und einer Modellierung als Volumen, die nur mit Hilfe aufwendiger, nichtlinearer Untersuchungen durchzuführen wäre.

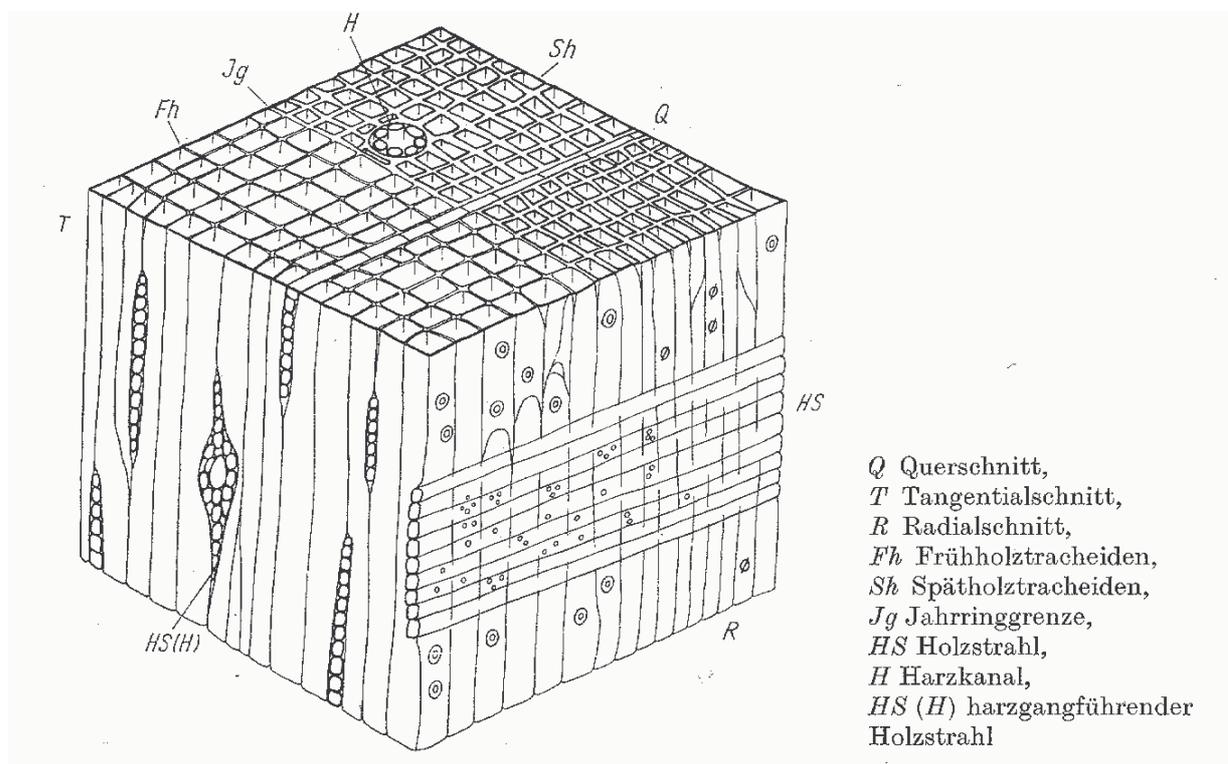
In Abschnitt 5 wird die Energiefreisetzungsrate im Modus I der verschiedenen Nadelhölzer bestimmt, um die unterschiedlichen Spaltneigungen zu vergleichen. Es wird davon ausgegangen, dass das Risswachstum nach Modus I auch bei einer gemischten Beanspruchung im Falle des Ausschereins eines Blockes dominierend ist. Näheres hierzu kann Abschnitt 4 entnommen werden.

Die Beschreibung der Spaltneigung mit Hilfe der kritischen Energiefreisetzungsrate wird durch Zugscherversuche, bei Nägeln zusätzlich noch durch Einschlagversuche, überprüft. Der Umfang und die Ergebnisse der durchgeführten Zugscher- und Einschlagversuche sind in den Abschnitten 6 bis 8 dokumentiert.

### 3 Die untersuchten Holzarten

Zur Bestimmung der Nadelholzarten wurden Fotografien der drei Schnittrichtungen nach Bild 3.1 erstellt. In Anhang G ist ein Teil der zur Bestimmung verwendeten Aufnahmen gezeigt. Das Material zur Herstellung der Schnitte wurde jeweils einem Prüfkörper der in Abschnitt 5 beschriebenen CT-Proben entnommen. Von den Holzarten Tanne und Fichte wurden Dünnschnitte aller zur Herstellung der CT-Proben verwendeten Balken angefertigt, da bei Fichte im Gegensatz zur Tanne im Tangential- und Querschnitt deutlich Harzkanäle zu erkennen sind, jedoch sind beide Holzarten mit bloßem Auge schlecht zu unterscheiden.

Die Bestimmung erfolgte mit Hilfe von Beschreibungen und Mikrofotografien nach Wagenführ (1988) und Schweingruber (1990). In Tabelle 3.1 sind die botanischen Namen der Holzarten zusammengestellt. Der botanische Name besteht in der von Linné 1735 eingeführten binären Nomenklatur aus einem lateinischen Doppelnamen. Der erste Name bezeichnet die Gattung, der zweite die Art. Falls nötig, wird noch ein dritter Name für die Unterart hinzugefügt.



**Bild 3.1:** Die drei Schnittrichtungen (Bild aus Wagenführ (1989))

Die Zuordnung der botanischen Namen der Buche, Eiche und des Sortimentes southern pine, erfolgte nach DIN EN 1912 und dem Entwurf zur DIN 1052 (2000). Bei diesen Namen ist teilweise als weitere Ergänzung zu Linnés System die Abkürzung des Namens des den botanischen Namen gebenden Forschers hinzugefügt.

**Tabelle 3.1:** Botanische Namen nach DIN EN 1912 der untersuchten Holzarten

Handelsname	Botanischer Name
Douglasie	<i>Pseudotsuga menziesii</i>
Fichte	<i>Picea abies</i>
Kiefer	<i>Pinus sylvestris</i>
Lärche	<i>Larix decidua</i>
red cedar	<i>Thuja plicata</i>
southern pine	<i>Pinus echinata</i> , <i>Pinus elliottii</i> , <i>Pinus palustris</i> , <i>Pinus taeda</i>
Tanne	<i>Abies alba</i>
western hemlock	<i>Tsuga heterophylla</i>
Buche	<i>Fagus sylvatica</i> L. (Rotbuche)
Eiche	<i>Quercus robur</i> L. (Stieleiche), <i>Quercus petraea</i> Liebl. (Traubeneiche)

Nach „Informationsdienst Holz, Merkblattreihe Holzarten“ (1996) besteht das Sortiment Western Hemlock mittlerweile nicht nur aus der Hemlocktanne (*Tsuga heterophylla*), sondern es werden die am gleichen Standort vorkommenden Tannenarten *Abies amabilis* und *Abies grandis* beigemischt.

Die untersuchten Hölzer wurden zu Beginn des Jahres 2000 eingekauft. Die deutschen Hölzer Fichte, Tanne, Douglasie, Lärche und Kiefer wurden jeweils von zwei Sägewerken im Nordschwarzwald beschafft. Ein Sägewerk lieferte technisch getrocknetes Holz.

Die amerikanischen Hölzer Southern Pine und Western Hemlock wurden von jeweils zwei Holzhändlern gekauft. Beide Holzarten waren nur in einer Dicke von 78 mm lieferbar, Southern Pine zudem nur als Blockware. Western Hemlock war auf dem deutschen Markt nur mit einem Querschnitt von 78 mm x 205 mm zu bekommen. Eine

besondere Einschnittweise (Riftschnitt) führt dazu, dass die Balken dieser Holzart nahezu ausschließlich Jahrringe parallel zur 78 mm langen Seite aufweisen. Beide Hölzer sind nur in sehr guter, nahezu astfreier Qualität erhältlich, da sie in Deutschland hauptsächlich für den Fensterbau oder den Innenausbau verwendet werden.

Weitere Versuche wurden zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten der Holzarten Afzelia, Buche, Eiche, red cedar und des Holzwerkstoffes Furnierschichtholz (FSH) durchgeführt. Aufgrund des geringen Versuchsumfanges sind diese Versuche jedoch statistisch wenig abgesichert. Die ebenfalls in DIN 1052 genannte Holzart Yellow Cedar war in Deutschland, in für den Holzbau notwendigen Querschnittsmaßen, zum Zeitpunkt des Einkaufs nicht erhältlich.

## 4 Bruchmechanisches Modell für stiftförmige Verbindungsmittel

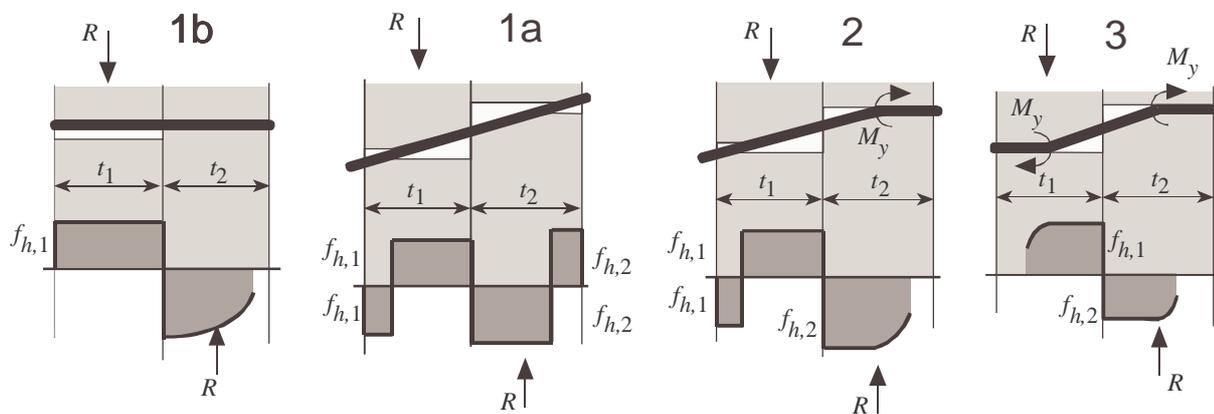
### 4.1 Bemessungsverfahren

Obwohl stiftförmige Verbindungsmittel die im Holzbau vorrangig eingesetzten und ältesten mechanischen Verbindungsmittel sind, wurden die in Bild 1.1 gezeigten, spröden Versagensarten bisher nur in geringem Umfang gezielt untersucht.

Die Regelungen der DIN 1052 (1988) berücksichtigen bei der Bemessung von stiftförmigen Verbindungsmitteln den Biege­widerstand des Verbindungsmittels und die Lochleibungs­festigkeit des Holzes oder des Holzwerkstoffes. Angaben über die zu wählenden Mindestholzdicken und Abstände sollen dazu führen, dass kein sprödes Versagen auftritt.

Bei der Bemessung einer Verbindung nach Johansens Modell (Bild 4.1.1) hat die Schlankheit  $\lambda$  einen Einfluss auf die rechnerische Tragfähigkeit, da sie den maßgebenden Einfluss auf den zu erwartenden Versagensfall hat. Die Schlankheit  $\lambda$  wird definiert als Verhältnis zwischen der Holzdicke  $t$  und dem Verbindungsmitteldurchmesser  $d$ :

$$\lambda_i = \frac{t_i}{d} \quad (4.1.1).$$



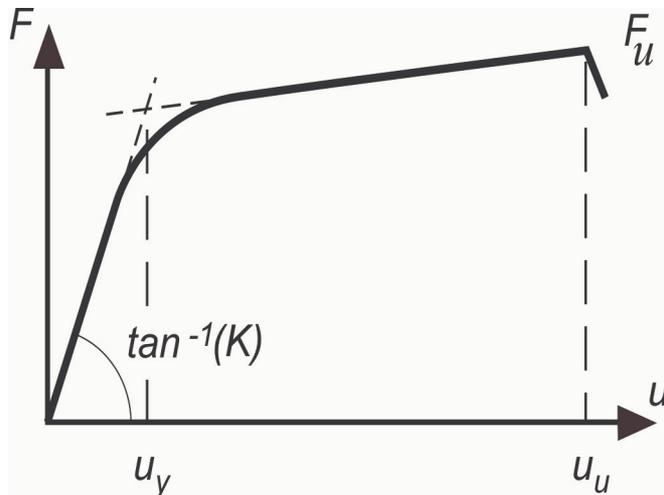
**Bild 4.1.1:** Grundlegende Versagensmechanismen nach Johansens Theorie;  $f_{h,1}$  Lochleibungs­festigkeit des Bauteils 1,  $f_{h,2}$  Lochleibungs­festigkeit des Bauteils 2,  $M_y$  Fließmoment des Verbindungsmittels

Die Schlankheit  $\lambda$  hat nach Racher (1995) aber auch einen Einfluss auf die Duktilität einer Verbindung mit stiftförmigen Verbindungsmitteln.

Dabei wird die statische Duktilität  $D_s$  definiert als:

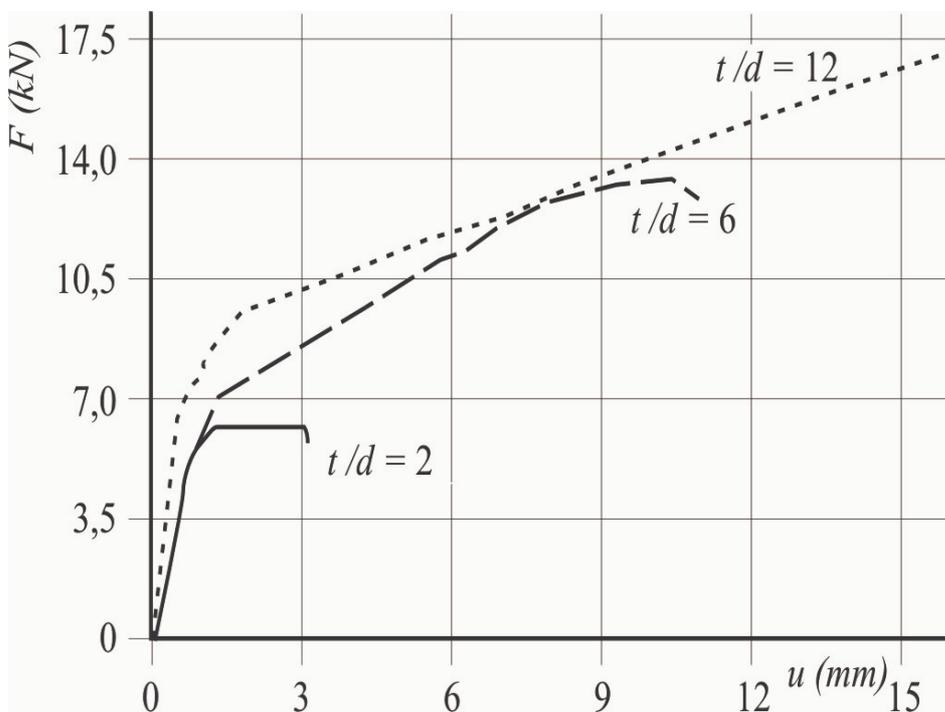
$$D_s = \frac{u_u}{u_y} \quad (4.1.2)$$

mit den Verformungen  $u_y$  und  $u_u$  nach Bild 4.1.2.



**Bild 4.1.2:** Zur Definition der Duktilität einer Verbindung

Bild 4.1.3 zeigt den Einfluss der Schlankheit auf die Duktilität und die Tragfähigkeit einer Verbindung (Racher (1995)).

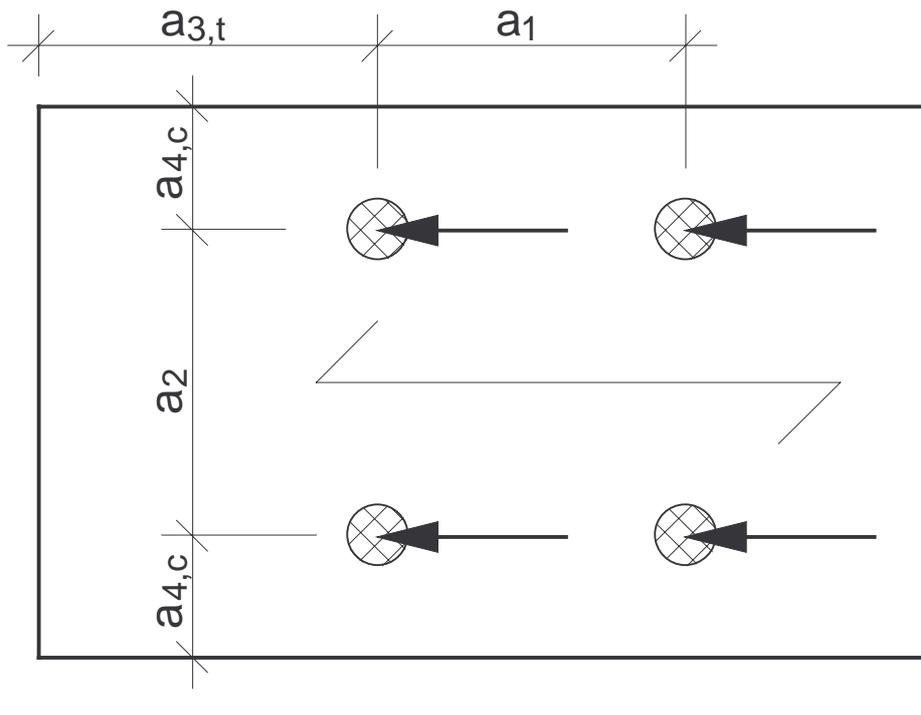


**Bild 4.1.3:** Einfluss der Schlankheit auf die Tragfähigkeit und Endverformung

Die verringerte Duktilität einer Verbindung führt oft zu einem spröden Versagen und damit zu einem in Johansens Modell nicht berücksichtigten Versagensmechanismus.

Neuere Ansätze in den Bemessungsnormen reduzieren die nach Johansens Modell berechneten Tragfähigkeiten für den Fall, dass die Geometrie der Verbindung ein sprödes Versagen wahrscheinlich macht.

Im folgenden werden einige der Regelungen für parallel zur Faser beanspruchte Verbindungsmittel dargestellt. Dabei wird oft davon ausgegangen, dass neben der Schlankheit die Abstände einen Einfluss auf die Duktilität haben. Bild 4.1.4 zeigt die hier verwendeten Bezeichnungen der verschiedenen Rand- und Zwischenabstände.



**Bild 4.1.4:** Definition der Abstandsbezeichnungen

Die US-amerikanische NDS (1997) gibt Faktoren  $C_{\Delta}$  für Bolzenverbindungen in Abhängigkeit von den Abständen an, mit denen die rechnerische Tragfähigkeit der Verbindung abgemindert werden soll:

$$\text{Einfluss des Endabstandes } a_{3,t}: \quad C_{\Delta} = \frac{a_{3,t}}{7 \cdot d} \quad (4.1.3)$$

$$\text{Einfluss des Abstandes } a_1: \quad C_{\Delta} = \frac{a_1}{4 \cdot d} \quad (4.1.4)$$

Der Eurocode 5 (DIN V ENV 1995 Teil 1-1) und der Entwurf zur DIN 1052 (2000) sieht für Verbindungen mit Stabdübeln bei vermindertem Zwischenabstand  $a_1$  eine Reduzierung der Lochleibungsfestigkeit  $f_{h,0,k}$  vor:

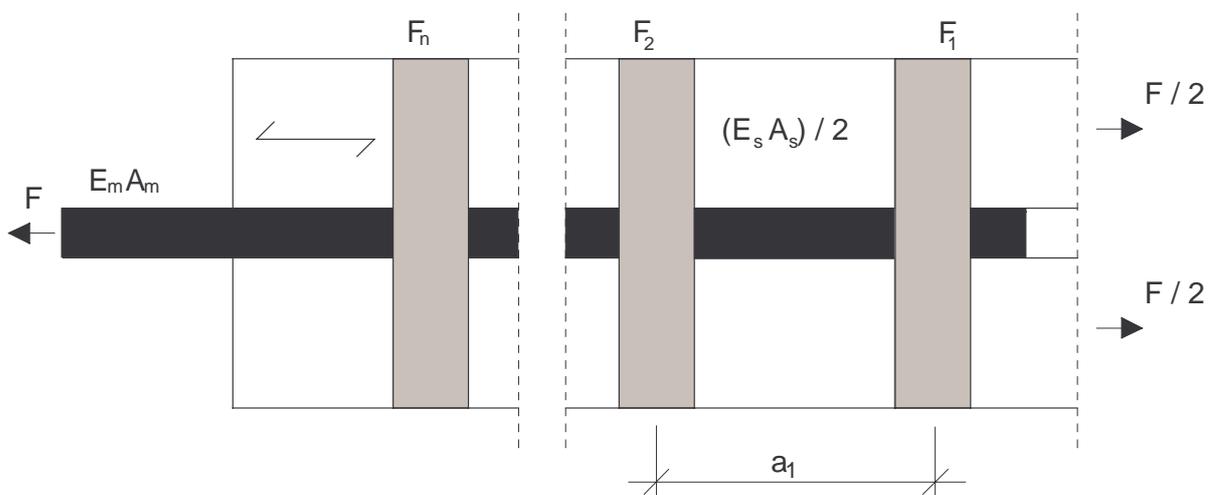
$$\text{Einfluss des Abstandes } a_1: \sqrt{\frac{a_1}{7 \cdot d}} \cdot f_{h,0,k} \quad (4.1.5).$$

Der Entwurf zur DIN 1052 (2000) bevorzugt Verbindungen die derart entworfen sind, dass sich der Versagensmechanismus mit zwei Fließgelenken je Scherfuge, wie er in Bild 4.1.1 Fall 3 dargestellt ist, einstellt. Stellt sich ein anderer Versagensmechanismus ein, werden die zu erwartenden Tragfähigkeiten dieser Versagensmechanismen nicht voll angesetzt (Blaß, Ehlbeck (1998)).

Neben diesen Abminderungen, die die Geometrie der Verbindung berücksichtigen, gibt es in den Normen oft einen weiteren Beiwert, der den Einfluss der Anzahl der Verbindungsmittel in einer Reihe berücksichtigt. Wesentlicher Grund für diese Abminderung ist die Annahme einer ungleichförmigen Lastverteilung innerhalb der Verbindungsmittelgruppe.

Die NDS (1997) gibt einen „Group Action Factor“  $C_g$  an, mit dem die rechnerische Tragfähigkeit des Anschlusses multipliziert werden soll. Die Gleichungen beruhen im wesentlichen auf der Arbeit von Lantos (1969). Lantos nimmt ein linear-elastisches Verhalten der Verbindungsmittel und der zu verbindenden Bauteile an.

In Bild 4.1.5 sind die Bezeichnungen für Lantos' Gleichungen gegeben.  $E_s$  und  $A_s / 2$  sind der Elastizitätsmodul und die Querschnittsfläche eines Seitenholzes,  $E_m$  und  $A_m$  die entsprechenden Werte der Mittellasche, hier als Stahllasche eingezeichnet. Die Verbindung wird durch die Last  $F$  beansprucht, die anteilige Last jedes Verbindungsmittels ist mit  $F_1, F_2 \dots F_n$  bezeichnet.

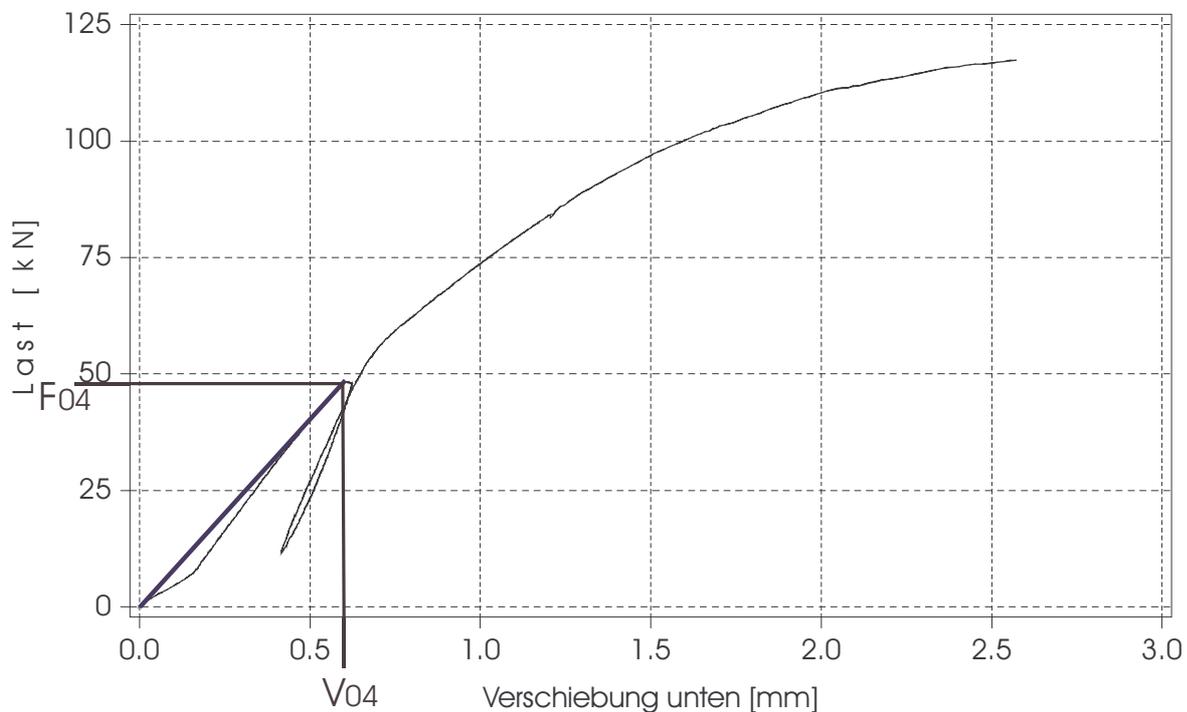


**Bild 4.1.5:** Bezeichnungen für Lantos Modell

Neben den in Bild 4.1.5 beschriebenen Werten wird für die Anwendung von Lantos' Gleichungen noch der Verschiebungsmodul der Verbindungsmittel benötigt. Dabei setzt Lantos für alle Verbindungsmittel den gleichen Wert an. Um der Annahme des linear elastischen Verhaltens zu genügen, definiert Lantos den von ihm verwendeten Verschiebungsmodul als Verschiebungsmodul unter Gebrauchslast ohne Berücksichtigung des Anfangsschlupfes. Dieser Wert entspricht somit ungefähr dem Anfangsverschiebungsmodul

$$k_i = \frac{F_{04}}{V_{04}} \quad (4.1.6)$$

nach DIN EN 26891, wie er in Bild 4.1.6 dargestellt ist.



**Bild 4.1.6:** Definition des Anfangsverschiebungsmoduls  $k_i$

Im folgenden sind die Gleichungen von Lantos (1969) angegeben. Die Last im Verbindungsmittel  $i$  kann berechnet werden zu

$$F_i = F \cdot \left[ -\mu + m_1^i \cdot (1 + \mu) - (m_1^i - m_2^i) \cdot \frac{m_1^n \cdot (1 + \mu) - \mu}{m_1^n - m_2^n} \right] \quad (4.1.7)$$

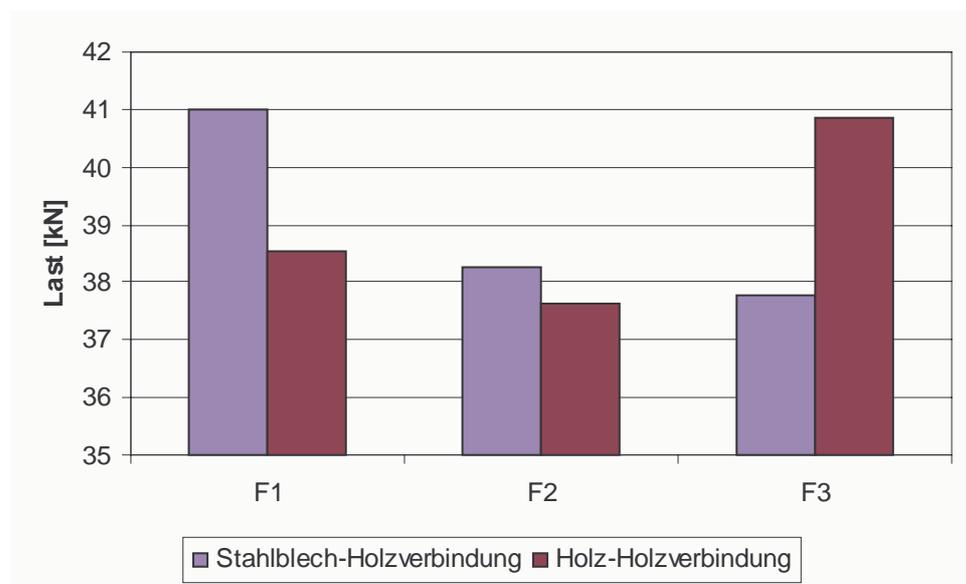
mit  $F$  als Beanspruchung des Anschlusses und

$$m_1 = \frac{\omega + \sqrt{\omega^2 - 4}}{2}, \quad m_2 = \frac{\omega - \sqrt{\omega^2 - 4}}{2}$$

$$\omega = 2 + k_i \cdot a_1 \left[ \frac{1}{E_m \cdot A_m} + \frac{1}{E_s \cdot A_s} \right], \quad \mu = - \frac{1}{1 + \frac{E_m \cdot A_m}{E_s \cdot A_s}} \quad (4.1.8).$$

Bild 4.1.7 zeigt die Verteilung der Lastabtragung für eine Stahlblech-Holzverbindung wie sie in Abschnitt 6 beschrieben ist und für eine Holz-Holzverbindung, bei der die Querschnittsfläche des Mittelholzes zwei Drittel der Gesamtfläche der Seitenhölzer beträgt. Als Beanspruchung der Verbindung  $F$  wurde der Mittelwert der Tragfähigkeit der Versuche mit Douglasienholz nach Abschnitt 6 eingesetzt, als Anfangsverschiebungsmodul  $k_i$  ein Drittel des Mittelwertes des entsprechenden, an dem ganzen Anschluss ermittelten Wertes:

$$F = 117 \text{ kN}; \quad k_i = \frac{81,6 \text{ kN/mm}}{3} = 27,2 \text{ kN/mm}.$$



**Bild 4.1.7:** Lastverteilung nach Lantos

Während Lantos für alle Verbindungsmittel linear elastisches Verhalten und den gleichen Verschiebungsmodul annimmt, variieren Jorissen (1998) und Blaß (1990 und 1991) die Verschiebungsmoduln innerhalb der Anschlussgruppe und berücksichtigen das nichtlineare Last-Verschiebungsverhalten des Verbindungsmittels.

Jorissen (1998) führte eine Vielzahl von Versuchen an Holz-Holzverbindungen mit Stabdübeln durch. Den Ergebnissen der Tragfähigkeit passt er mit statistischen Regressionsuntersuchungen folgende Gleichungen an:

$$F_n = 0,37 \cdot n^{0,9} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{0,30} \cdot (\lambda)^{0,20} \cdot F_b \quad (4.1.9)$$

$$F_n = 0,43 \cdot n^{0,9} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{0,30} \cdot (\lambda)^{0,10} \cdot F_c \quad (4.1.10).$$

Neben den bisher verwendeten Symbolen bedeuten hier:

$F_n$  Tragfähigkeit des ganzen Anschlusses,

$F_b$  Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels nach der Theorie von Johansen, als Rohdichte wird  $\rho = 450 \text{ kg/m}^3$  angenommen,

$F_c$  Kleinstwert der Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels nach der Theorie von Johansen ( $\rho = 450 \text{ kg/m}^3$ ) oder der Tragfähigkeit, die durch Querkzug- oder Schubspannungen im Bereich des Verbindungsmittels bestimmt wird,

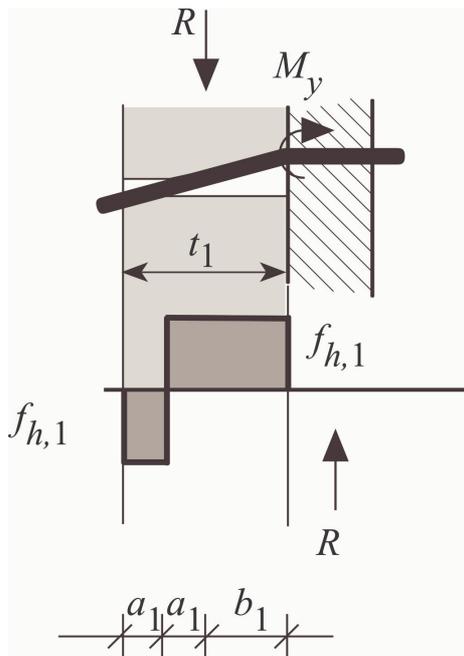
$$\lambda = \min \begin{cases} t_m/d & t_m : \text{Dicke des Mittelholzes} \\ 2 \cdot t_s/d & t_s : \text{Dicke des Seitenholzes.} \end{cases}$$

Aufbauend auf Jorissens Gleichungen ist in dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) folgende Regelung zur Berechnung der wirksamen Anzahl  $n_{\text{ef}}$  bei Stabdübelverbindungen mit mehreren, in Kraftrichtung hintereinanderliegenden Verbindungsmitteln angegeben:

$$n_{\text{ef}} = \min \begin{cases} n \\ n^{0,9} \cdot 4 \sqrt{\frac{a_1}{10 \cdot d}} \end{cases} \quad (4.1.11).$$

ENV 1995–2 (Eurocode 5 – Teil 2) gibt nach Untersuchungen von Mischler (1997) zur Berechnung der wirksamen Anzahl  $n_{\text{ef}}$  bei einer Stabdübelverbindung folgende Regelung:

$$n_{\text{ef}} = 2 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^{0,8 \cdot \lambda_r} \quad (4.1.12).$$



$\lambda_r$  ist ein relativer Schlankheitsgrad kleiner als eins. Die vorhandene Schlankheit  $\lambda$  wird auf eine Grenzschlankheit  $\lambda_y$  bezogen, bei der die Lochleibungsfestigkeit des Holzes und der Biege widerstand des Verbindungsmittels optimal ausgenutzt sind. Bei zweischnittigen Verbindungen mit innenliegenden Stahlblechen ist  $\lambda_y$  beispielsweise diejenige Schlankheit, bei der sich gerade ein Versagensmechanismus nach Bild 4.1.8 erwarten lässt und nicht mehr der Fall 1b nach Bild 4.1.1.

**Bild 4.1.8:** Zur Definition der Schlankheit  $\lambda_y$



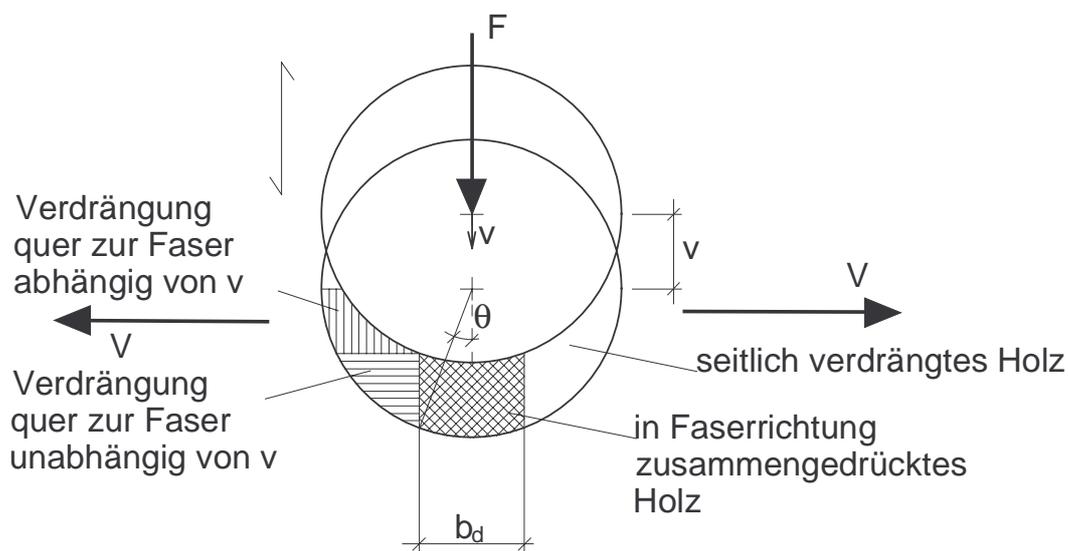
**Tabelle 4.2.1:** Gleitreibungsbeiwerte von runden Verbindungsmitteln nach Rodd (1988)

	Gleitreibungs- koeffizient $\mu$	Reibungswinkel $\varphi = \arctg(\mu)$
Verbindungsmittel aus Stahl mit aufgerauter Oberfläche	0,585	30°
Verbindungsmittel aus Stahl mit blanker Oberfläche	0,339	19°
Verbindungsmittel aus Stahl mit einer Kunststoffumhüllung	0,123	7°

Mit  $\varphi = 19^\circ$  ergibt sich nach Gleichung (4.2.3):

$$V = 0,143 \cdot F \cong \frac{1}{7} \cdot F \quad (4.2.4)$$

Werner (1993) berechnet in Anlehnung an Rodd (1988) aus den ihm vorliegenden Lastverformungskurven von Lochleibungsversuchen parallel zur Faser die Bereiche mit rechtwinklig zur Faser verdrängtem Holz nach Bild 4.2.2. Mit Hilfe von Lastverformungskurven von Lochleibungsversuchen rechtwinklig zur Faserrichtung kann er hieraus die Last  $V$  berechnen.



**Bild 4.2.2:** Annahmen von Werner (1993) zur Berechnung von  $V$

Nach Werner ergeben sich folgende Verhältnisse zwischen der Höchstlast  $F_{\max}$  der Lochleibungsversuche parallel zur Faser und der von ihm errechneten Querkraft  $V$ .

**Tabelle 4.2.2:** Verhältnis zwischen Spaltkraft  $V$  und Höchstlast der Lochleibungsversuche parallel zur Faserrichtung nach Werner (1993)

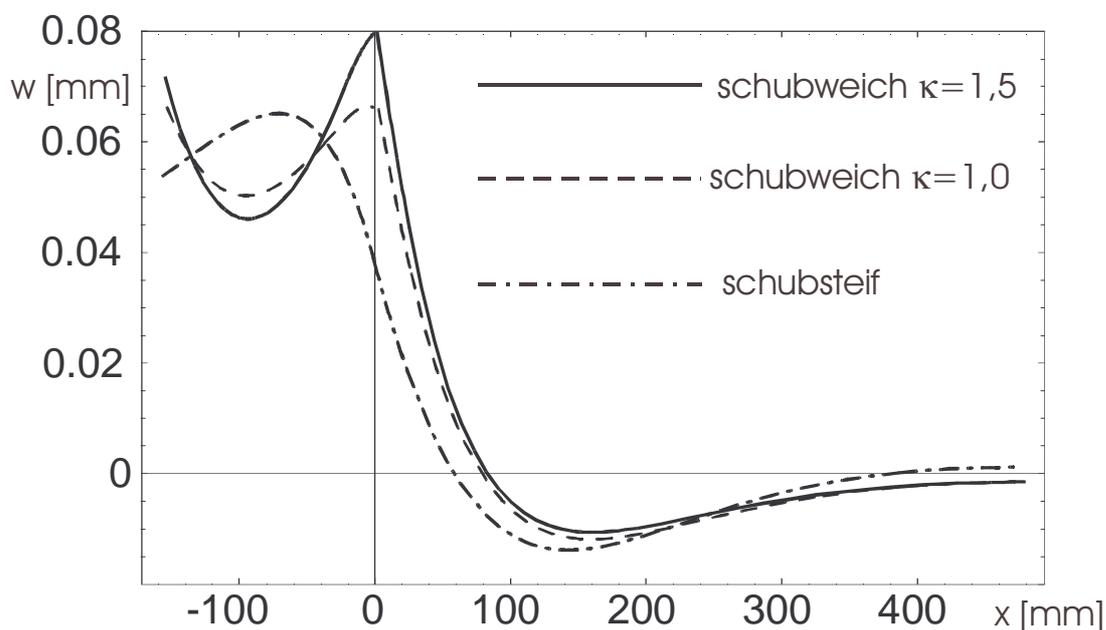
Holzart	Verbindungsmitteldurchmesser [mm]	Verhältnis $F_{\max} / V$
Fichte	8	6,3
	12	6,3
	16	5,1
	20	6,8
Kiefer	8	7,8
	12	7,4
	16	7,7
	20	6,9
Canadian Spruce, Pine, Fir	12	6,3
	20	6,3

Die Biegelinie des elastisch gebetteten Balkens kann nun für verschiedene Risslängen  $a = x_1$  nach Bild 4.2.1 und als Funktion weiterer Variablen, die die Geometrie, die Materialeigenschaften und die Belastung berücksichtigen, berechnet werden. Da in diesen Modellen Balken angenommen werden, die im Vergleich zu ihrer Länge eine große Höhe  $h$  aufweisen, muss die Verformung infolge der Schubspannungen zumindest näherungsweise z.B. nach Timoshenko (1958) berücksichtigt werden. Die Herleitungen der Verschiebungsansätze bei Berücksichtigung der Schubweichheit für die Balkenabschnitte des Modells nach Bild 4.2.1 sind in Anhang B gegeben. Die Querdehnungen des Balkens infolge von Spannungen parallel zur Faser bleiben dagegen unberücksichtigt.

Die unbekanntenen Konstanten der Verschiebungsansätze können aus den Rand- und Übergangsbedingungen bestimmt werden. Für jeden Berührungspunkt zweier Balkenabschnitte des Modells können jeweils zwei geometrische und zwei statische Übergangsbedingungen angesetzt werden.

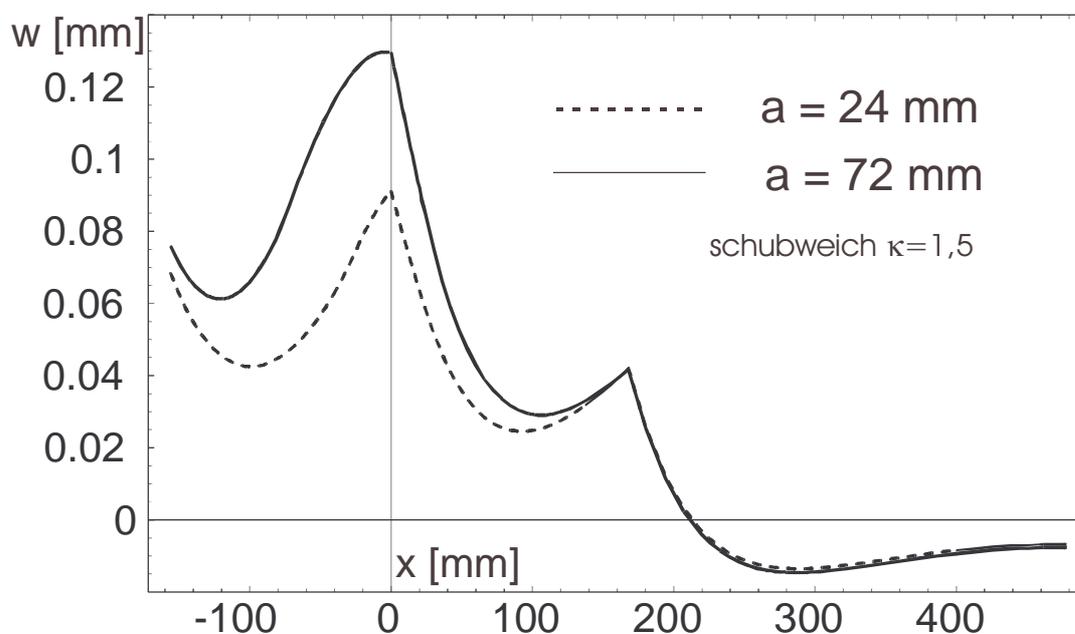
Mit Hilfe eines Computeralgebrasystems (mathematica 4) kann das resultierende Gleichungssystem zur Bestimmung der unbekanntenen Konstanten gelöst werden. Aufgrund der komplizierten Verschiebungsansätze kann das Programm nur für gegebene Werte der Variablen diese Unbekannten berechnen.

Bild 4.2.3 zeigt die elastischen Linien (Biegelinien)  $w(x)$  der Balkenachse eines Modells mit einem Stabdübel.



**Bild 4.2.3:** Elastische Linien des Modells nach Bild 4.2.1

Das Modell kann um weitere Abschnitte für die Modellierung einer Verbindung mit mehreren Verbindungsmitteln erweitert werden. Bild 4.2.4 zeigt die elastischen Linien eines Modells mit zwei Stabdübeln für zwei unterschiedliche Risslängen  $a = x_1$  von 24 und 72 mm.

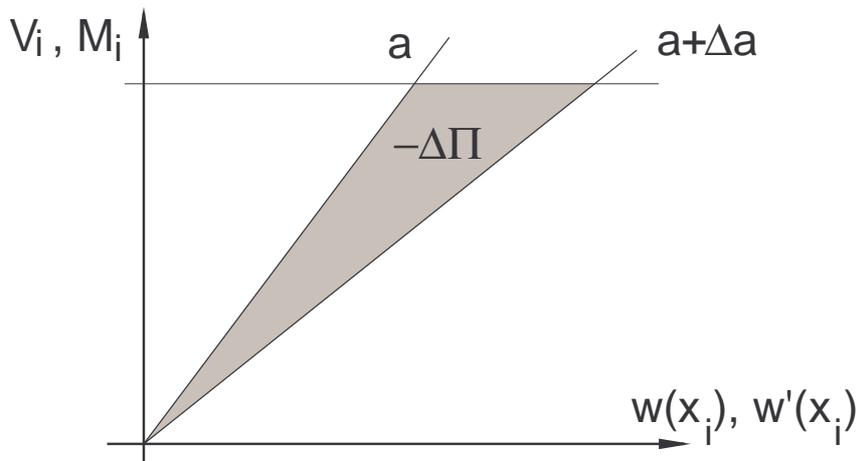


**Bild 4.2.4:** Elastische Linien eines Modells mit zwei Stabdübeln für zwei Risslängen  $a$

Die Verschiebungen  $w(x_i)$  und die Neigungen der Tangente an die Biegelinie  $w'(x_i)$  an den Stellen der Angriffspunkte  $x_i$  von  $M_i$  und  $V_i$  der einzelnen Stabdübel können zur Berechnung der Energiefreisetzungsraten verwendet werden.

In dem Modell nach Bild 4.2.1 wird ein Rissfortschritt um  $\Delta a$  simuliert, in dem zwischen der Lasteinleitung ( $x = 0$ ) und dem freien Ende ( $x = x_0$ ) der Balkenabschnitt mit elastischer Bettung um  $\Delta a$  verkürzt, derjenige ohne elastische Bettung um  $\Delta a$  verlängert wird. Dadurch wird das Gesamtsystem weicher und die Verschiebungen und Verdrehungen der Lastangriffspunkte nehmen zu.

Die Energiefreisetzungsrates wird in der Bruchmechanik definiert als die Verminderung des elastischen Potentials in Abhängigkeit vom Risswachstum, bezogen auf das Risswachstum (Gross (1996)). Bei einem Risswachstum um  $\Delta a$  verschiebt sich der Lastangriffspunkt der Kraft  $V_i$  um  $\Delta w(x_i)$  und das Potential nimmt um  $\Delta \Pi_{V,i}$  ab. Desweiteren nimmt die Neigung des Lastangriffspunktes ab, d.h. die Verdrehung im Drehsinn des Momentes  $M$  nimmt um  $\Delta \varphi(x_i) = -\Delta w'(x_i)$  zu, das Potential nimmt um  $\Delta \Pi_{M,i}$  ab. Das mit dem Modell nach Bild 4.2.1 simulierte Risswachstum entspricht dabei dem Mode I nach Bild 2.2.



**Bild 4.2.5:** Zur Berechnung der Potentialänderung für das energetische Konzept der Bruchmechanik

Die Energiefreisetzungsrates  $G$  für eine Verbindung mit  $n$  Verbindungsmitteln lässt sich berechnen zu

$$G_I = -\frac{\Delta \Pi}{y_a \cdot \Delta a} = -\frac{\Delta \Pi_V + \Delta \Pi_M}{y_a \cdot \Delta a} \cdot 2 = \sum_{i=1}^n \frac{V_i \cdot \Delta w(x_i) / 2 + M_i \cdot \Delta \varphi(x_i) / 2}{y_a \cdot \Delta a} \cdot 2 \quad (4.2.5).$$

Der Faktor 2 in (4.2.5) rührt aus der Modellbildung nach Bild 4.2.1 her; da nur eine Hälfte der Verbindung für die Berechnung der elastischen Linie verwendet wurde, die

Kräfte  $V_i$  und  $M_i$  an der anderen Hälfte des Anschlusses bei Risswachstum jedoch die gleiche Arbeit verrichten.

Bei Verbindungen, die nach dem Versagensmechanismus 1b nach Johansen (Bild 4.1.1) versagen, kann davon ausgegangen werden, dass sich eine Rissfront über die ganze Bauteildicke einstellt. Stellen sich die Versagensmechanismen 1a, 2 oder 3 nach Johansen ein, bei denen sich Fließbereiche im Verbindungsmittel oder Eindrückungen in positiver und negativer x-Richtung nach Bild 4.2.1 einstellen, wird sich die Rissfront zunächst nur über einen Teil der Dicke ( $y_a$  nach Jorissen (1998)) des Holzes ausbilden.

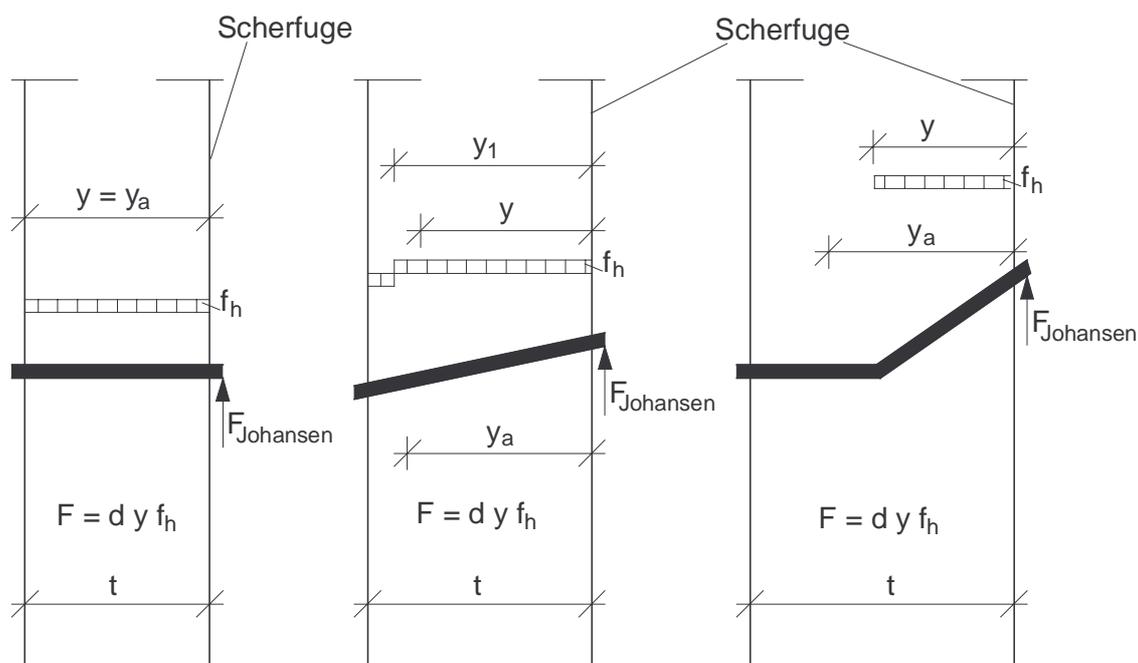
Jorissen gibt für diese Breite der Rissfront folgende Beziehung an, die durch Anpassung der Gleichung 4.1.10 an die ihm vorliegenden Versuchsergebnisse gewonnen wurde:

$$y_a = \left(1 + 0,3 \cdot \frac{a_1}{7 \cdot d} \cdot \frac{t - y}{t}\right) \cdot y \quad (4.2.6).$$

Hier ist

$$y = \frac{F_{\text{Johansen}}}{d \cdot f_h} \quad (4.2.7)$$

mit  $f_h$  der Lochleibungsfestigkeit,  $d$  dem Verbindungsmitteldurchmesser und  $F_{\text{Johansen}}$  der zu erwartenden Tragfähigkeit nach Johansens Modell.



**Bild 4.2.6:** Zur Definition von  $y$  und  $y_a$

Bei größeren Risslängen und damit einem größeren Abstand der Rissfront von der Lasteinleitung wird sich nach dem Prinzip von de Saint-Venant eine Rissfront über die ganze Bauteildicke ausbilden.

Die Last  $F_i$ , mit der das Verbindungsmittel im Modell nach Bild 4.2.1 parallel zur Faser belastet wird und die somit die Beanspruchungen  $V_i$  und  $M_i$  des Modells maßgebend bestimmt, wurde angenommen zu:

$$F = f_h \cdot d \cdot t = 0,082 \cdot (1 - 0,010 \cdot d) \cdot \rho \cdot d \cdot 1 \text{ mm} \quad (4.2.8).$$

Es wurde also der ungünstigste Versagensmechanismus 1b nach Johansen berücksichtigt. Stellen sich in einer Verbindung vor dem spröden Versagen andere Versagensmechanismen ein, ist das Verhältnis von Beanspruchung zum Flächenträgheitsmoment  $I$  bzw. zur Fläche  $A$  günstiger.

Nach Gleichung (4.2.4) und Tabelle 4.2.2 wurde für die Querkraft  $V$  ein Siebtel der Kraft  $F$  nach (4.2.8) angenommen:

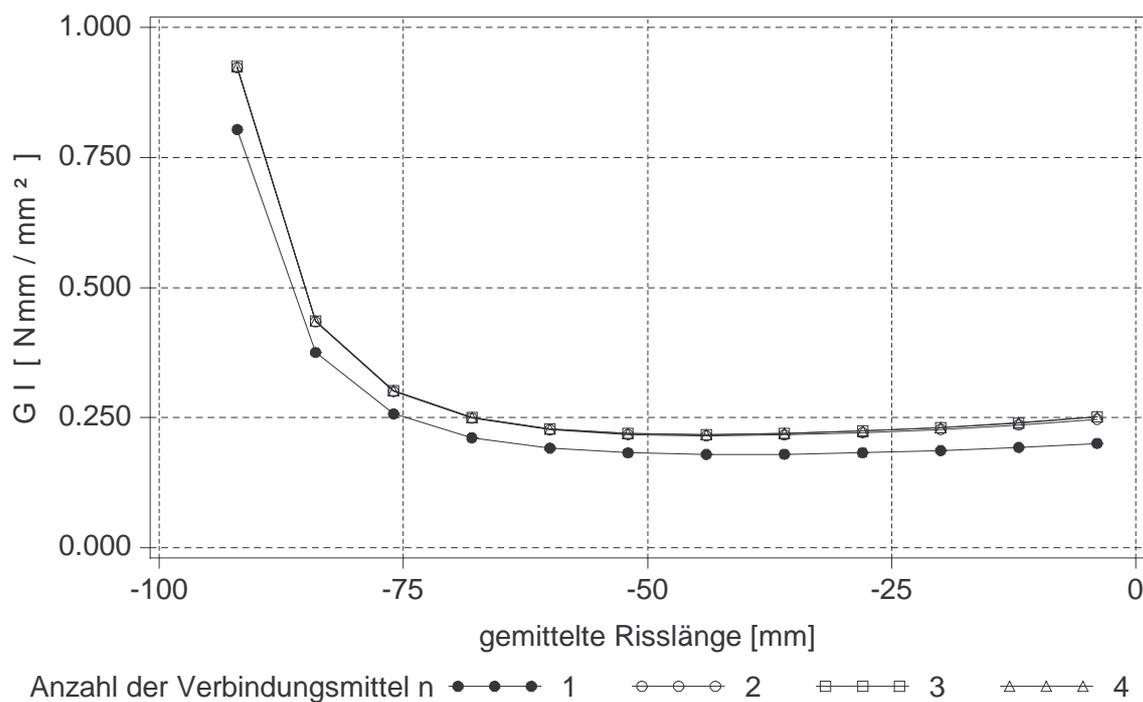
$$V = F / 7 \quad (4.2.9).$$

Für das beschriebene Modell wurde von Frasson (2001) eine Programmroutine zur Berechnung der Energiefreisetzungsraten für ein Risswachstum bis zum freien Ende ( $x = x_0$ ) programmiert. Thumm (2001) hat mit diesem Programm die Auswirkungen einer Variation der geometrischen und elastischen Eigenschaften auf die sich ergebenden Energiefreisetzungsraten untersucht.

In den folgenden Bildern ist der Wert der Energiefreisetzungsraten über dem Mittelwert zweier Risslängen aufgetragen. Für große Risslängen kurz vor dem völligen Durchreißen ( $x_1 = x_0 = a_{3,t} - d / 2$ ) steigen die Energiefreisetzungsraten deutlich an. Diese Werte sind in den Diagrammen nicht enthalten.

In Bild 4.2.7 ist der Verlauf der Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von der Anzahl der Verbindungsmittel  $n$  dargestellt. Für die Modelle der Bilder 4.2.7 bis 4.2.10 wurden folgende Werte angenommen:

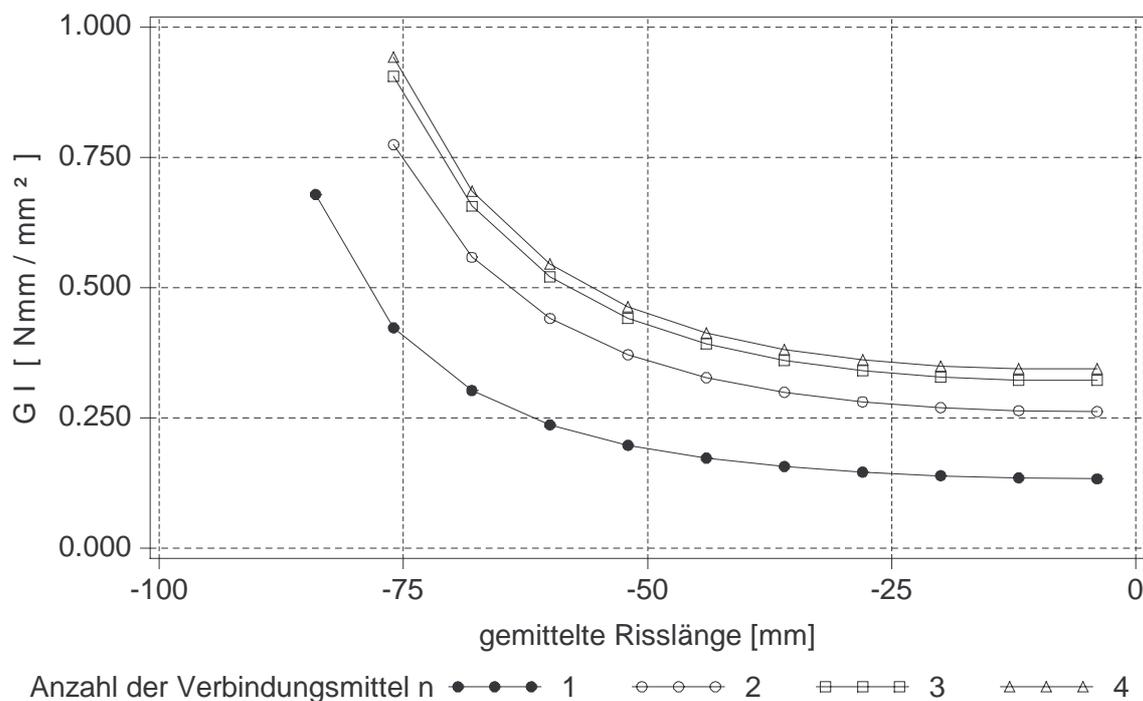
$n = 1, 2, 3, 4$	$\rho = 450 \text{ kg/m}^3$
$d = 16 \text{ mm}$	$E_0 = 12000 \text{ N/mm}^2$
$x_0 = 7d - d/2$	$E_{90} = 400 \text{ N/mm}^2$
$a_1 = 7d$	$G = 750 \text{ N/mm}^2$
$x_{100} = 2000 \text{ mm}$	$\kappa = 1,5$
$h = 3d = a_{4,c}$	$F \text{ nach (4.2.8)}$



**Bild 4.2.7:** Energiefreisetzungsraten über der Risslänge in Abhängigkeit von  $n$

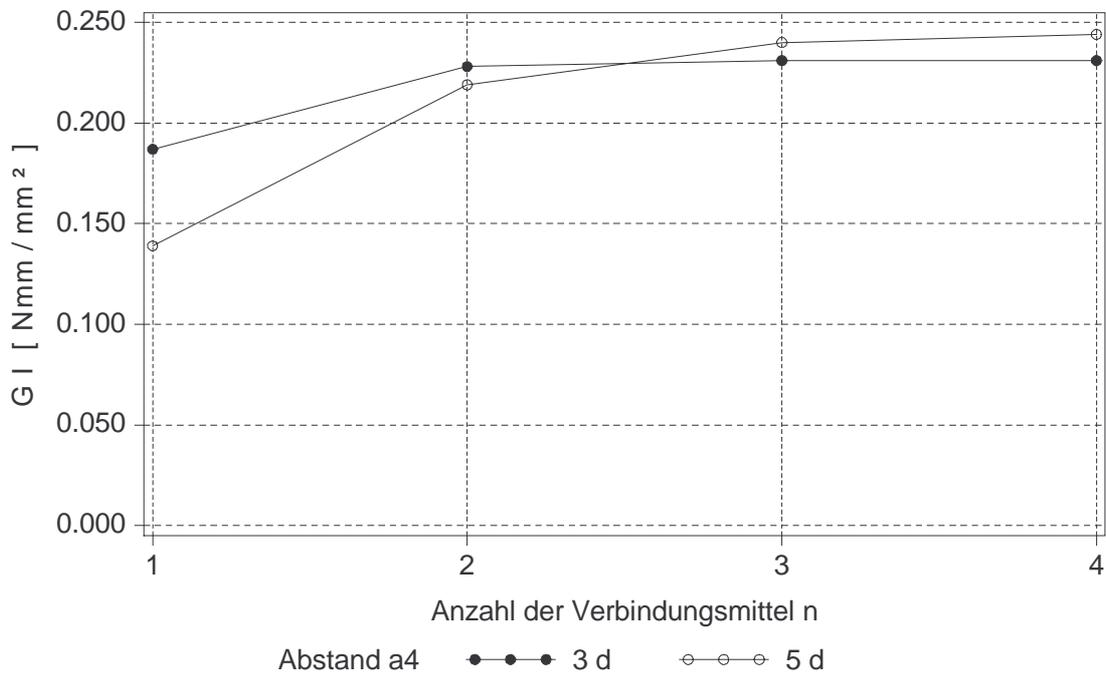
Für die Berechnung der Energiefreisetzungsraten nach Bild 4.2.8 wurden die gleichen Werte angenommen außer:

$$a_1 = 5d \quad a_{4,c} = h = 5d.$$

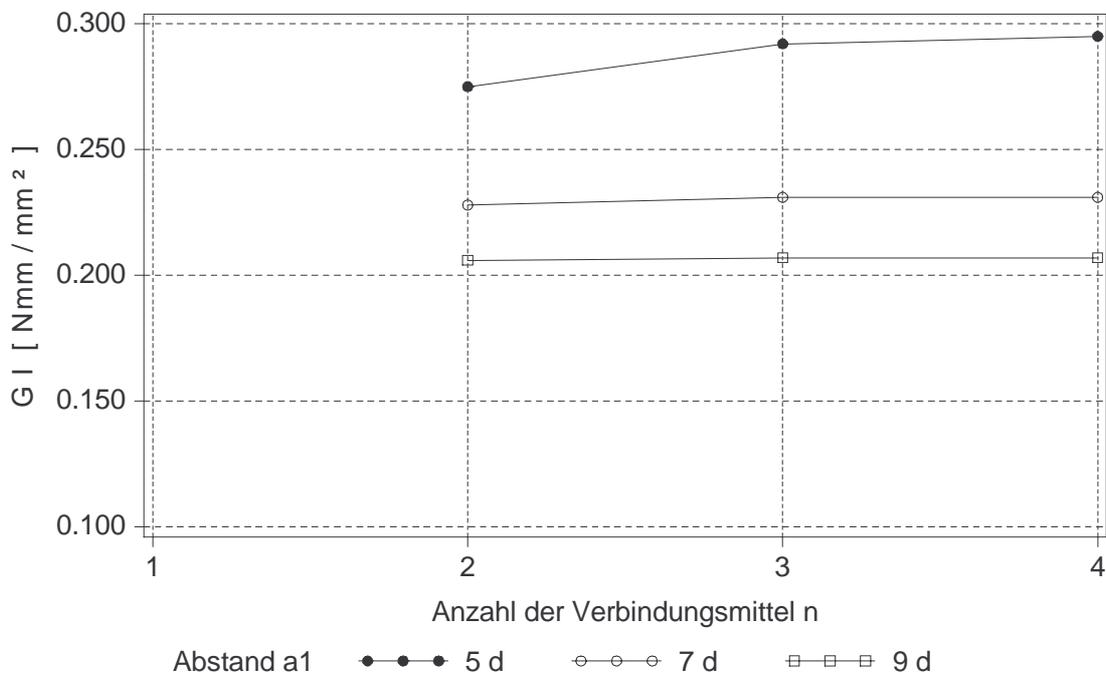


**Bild 4.2.8:** Energiefreisetzungsraten über der Risslänge in Abhängigkeit von  $n$

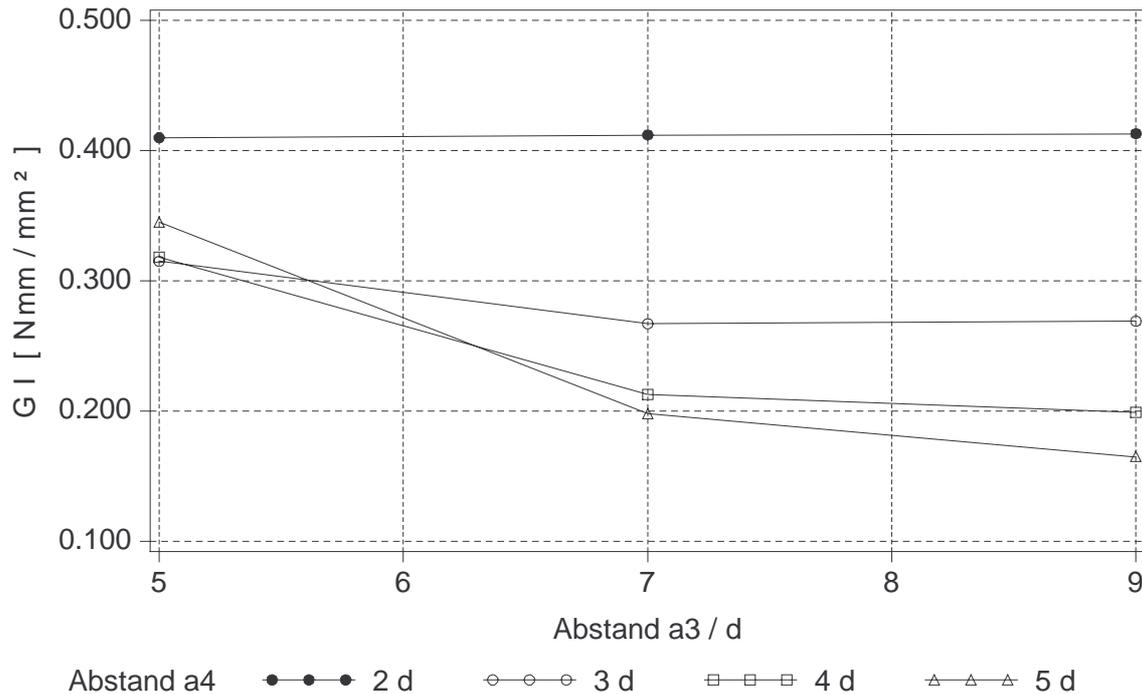
In den Bildern 4.2.9 bis 4.2.11 sind jeweils die Energiefreisetzungsraten für ein Risswachstum von  $x_1 = -d$  bis  $x_1 = -3/2 d$  aufgetragen, um den Einfluss verschiedener Variablen zu zeigen.



**Bild 4.2.9:** Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von  $a_{4,c} = h$



**Bild 4.2.10:** Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von  $a_1$



**Bild 4.2.11:** Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit von  $a_{3,t}$

Für die Berechnungen, die zu den Ergebnissen des Bild 4.2.11 führten, wurden folgende Annahmen getroffen:

$$\begin{aligned}
 n &= 1 & \rho &= 380 \text{ kg/m}^3 \\
 d &= 24 \text{ mm} & E_0 &= 7400 \text{ N/mm}^2 \\
 x_0 &= 7d - d/2 & E_{90} &= 250 \text{ N/mm}^2 \\
 G &= 460 \text{ N/mm}^2 & x_{100} &= 2000 \text{ mm} \\
 \kappa &= 1,5.
 \end{aligned}$$

Wird eine nichtlineare Gleichung an die Ergebnisse der Energiefreisetzungsrate für ein Risswachstum von  $x_1 = -d$  bis  $x_1 = -3/2 d$  unter Berücksichtigung der geometrischen Größen und der Rohdichte für die Modelle mit  $n > 1$  durchgeführt, ergibt sich:

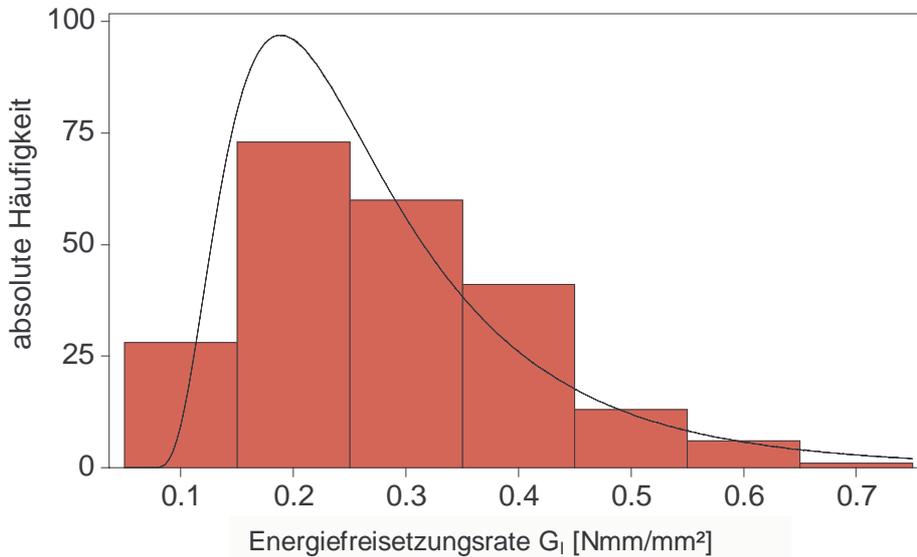
$$G_I = 1,275 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,155} \cdot d^{0,639} \cdot \rho^{2,00} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{-0,710} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,302} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,074} \quad / [\text{Nmm} / \text{mm}^2]$$

(4.2.10).

Dieser Gleichung liegen 222 verschiedene Modelle zugrunde. In Anhang C sind die Mittel-, Kleinst- und Größtwerte sowie die Standardabweichungen der in Gleichung (4.2.10) berücksichtigten Variablen gegeben.

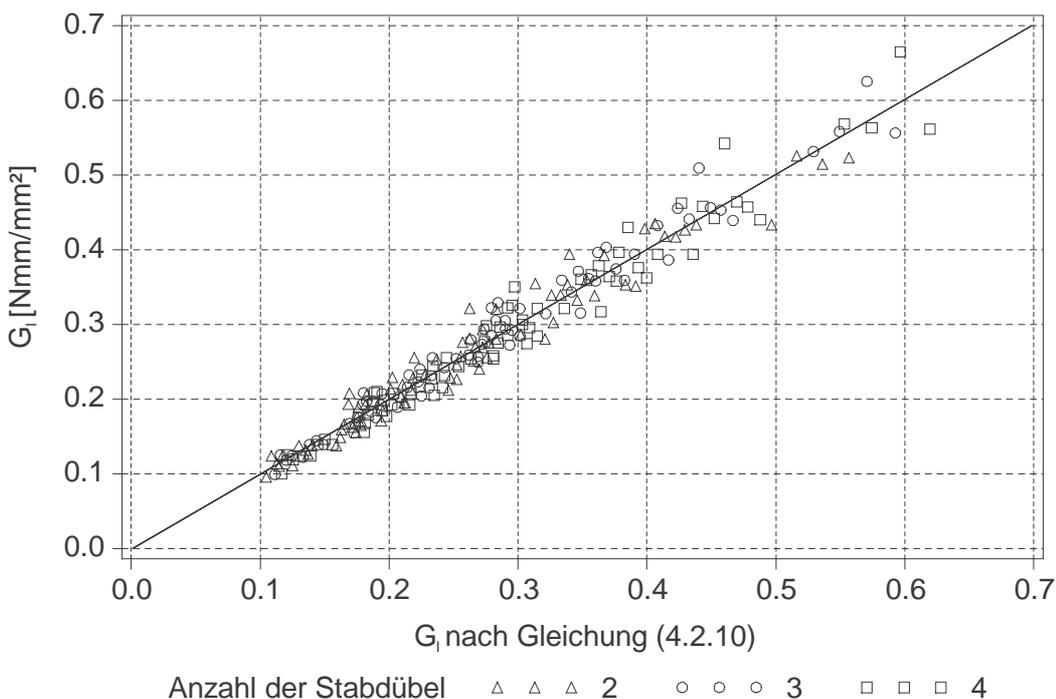
Bild 4.2.12 zeigt die Häufigkeitsverteilung der berücksichtigten Energiefreisetzungs-raten, sowie den Verlauf der Dichte  $f(x)$  einer angepassten logarithmischen Normalverteilung mit der Funktion:

$$f(G_I) = \frac{1}{0,627 \cdot (G_I - 0,069) \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(G_I - 0,069) + 1,73)^2}{2 \cdot 0,627^2}} \quad (4.2.11).$$



**Bild 4.2.12:** Häufigkeitsverteilung von  $G_I$

In Bild 4.2.13 sind die mit Hilfe der Modelle berechneten Energiefreisetzungs-raten über denjenigen nach Gleichung (4.2.10) aufgetragen. Es ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von  $r = 0,98$ .



**Bild 4.2.13:**  $G_I$  nach dem Modell über  $G_I$  nach (4.2.10)

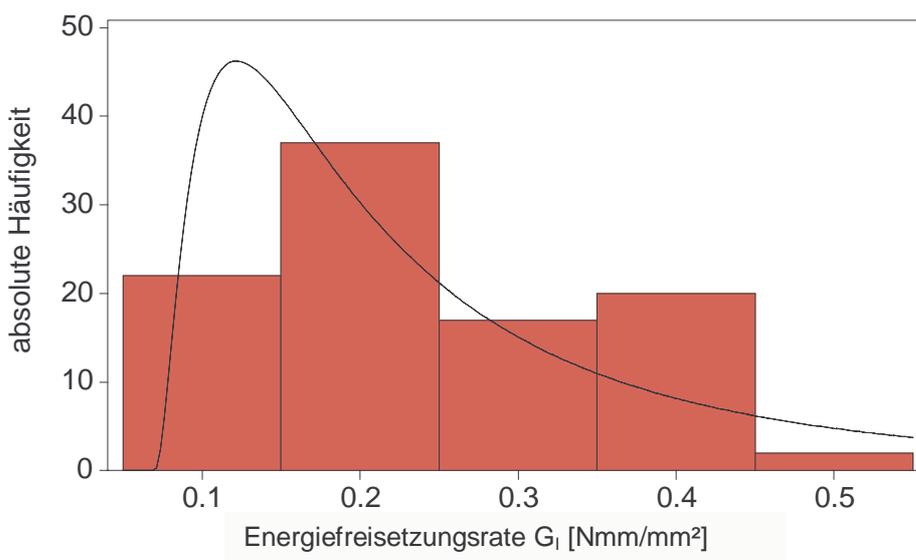
Die Anpassung einer nichtlinearen Gleichung an die Ergebnisse der Energiefreisetzungsrate für ein Risswachstum von  $x_1 = -d$  bis  $x_1 = -3/2 d$  unter Berücksichtigung der geometrischen Größen und der Rohdichte für die Modelle mit  $n \geq 1$  ergibt:

$$G_1 = 0,331 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,248} \cdot d^{0,634} \cdot \rho^{2,00} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,290} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,210} \quad / \text{ [Nmm/mm}^2\text{]} \quad (4.2.12).$$

Dieser Gleichung liegen 98 verschiedene Modelle zugrunde. In Anhang C sind die Mittel-, Kleinst- und Größtwerte sowie die Standardabweichungen der in Gleichung (4.2.12) berücksichtigten Variablen gegeben.

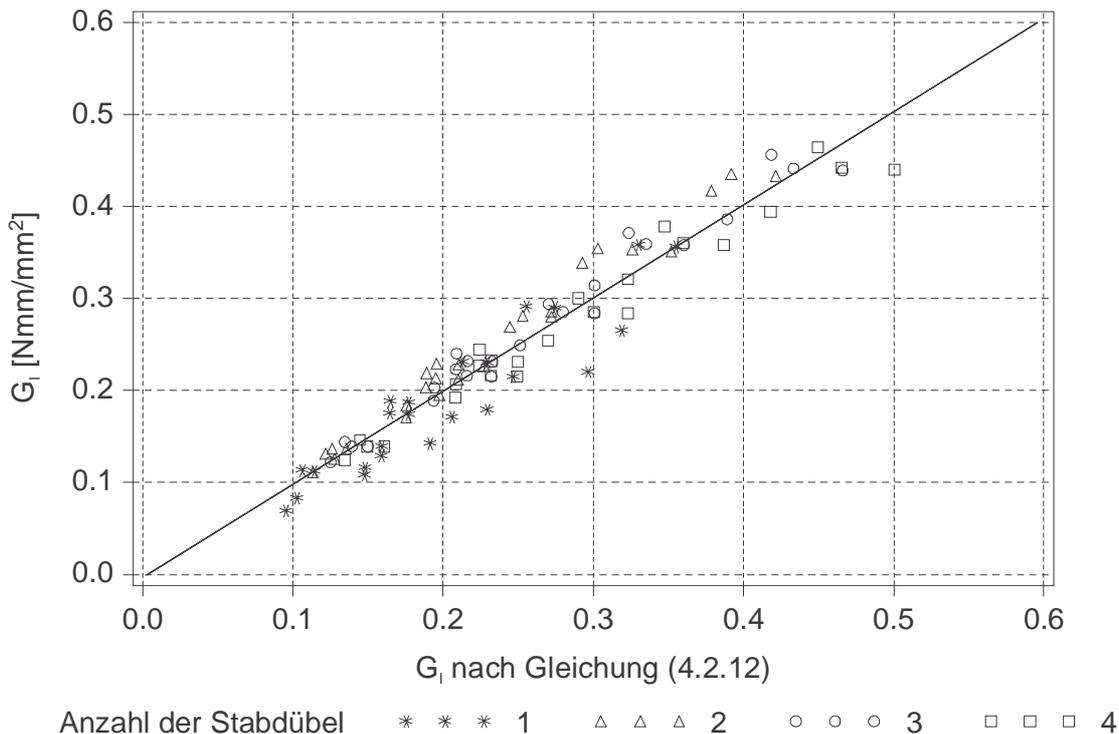
Bild 4.2.14 zeigt die Häufigkeitsverteilung der berücksichtigten Energiefreisetzungsrate, sowie den Verlauf der Dichte  $f(x)$  einer angepassten logarithmischen Normalverteilung mit der Funktion:

$$f(G_1) = \frac{1}{0,983 \cdot (G_1 - 0,069) \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(G_1 - 0,069) + 1,97)^2}{2 \cdot 0,983^2}} \quad (4.2.13).$$



**Bild 4.2.14:** Häufigkeitsverteilung von  $G_1$  für Gleichung (4.2.12)

In Bild 4.2.15 sind die mit Hilfe der Modelle berechneten Energiefreisetzungsrate über denjenigen nach Gleichung (4.2.12) aufgetragen. Es ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von  $r = 0,97$ .



**Bild 4.2.15:**  $G_I$  nach dem Modell über  $G_I$  nach (4.2.12)

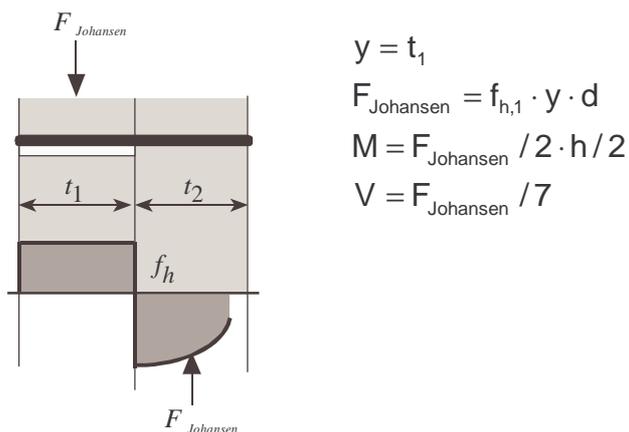
Um einen Vergleich der Gleichungen (4.2.10) und (4.2.12) mit Jorissens empirisch bestimmten Gleichungen (4.1.9) und (4.1.10) zu ermöglichen, sind die Gleichungen (4.2.10) und (4.2.12) auf alle Verformungsfälle nach Johansen (Bild 4.1.1) zu erweitern. Die bislang berechneten Werte der Energiefreisetzungsraten beruhen auf der Annahme der Verformungsfigur 1b nach Johansen, d.h. einer reinen Lochleibungsbeanspruchung, ohne Biegung oder Schrägstellung des Verbindungsmittels. Die Beanspruchungen  $V$  und  $M$  des Modells nach Bild 4.2.1 sind nach (4.2.1) und (4.2.9) linear abhängig von der Beanspruchung parallel zur Faser, die nach (4.2.8) von der Rohdichte und dem Durchmesser des Verbindungsmittels abhängt.

Gleichung (4.2.5), die zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten mit Hilfe des Modells nach Bild 4.2.1 verwendet wurde, stellt sich unter Berücksichtigung von (2.2.16) dar zu:

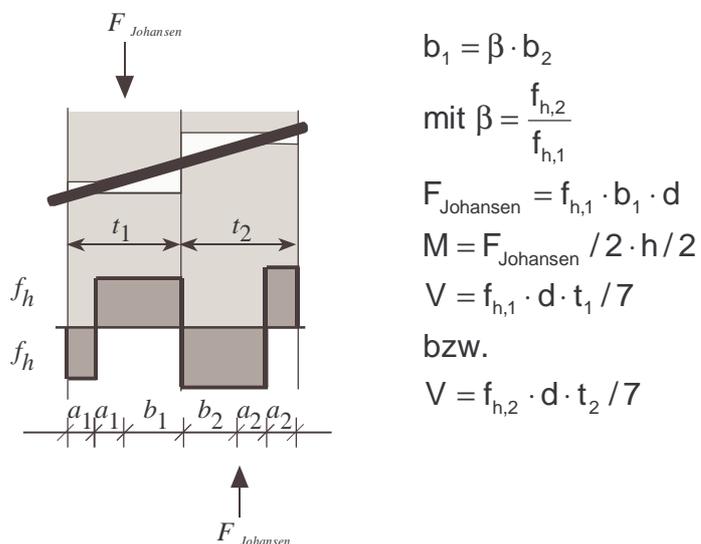
$$G_I = -\frac{\Delta\Pi}{t \cdot \Delta a} = -\frac{\Delta\Pi_V + \Delta\Pi_M}{t \cdot \Delta a} \cdot 2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left( (V_i/2)^2 \cdot \Delta C_{V,i} + (M_i/2)^2 \cdot \Delta C_{M,i} \right)}{2 \cdot t \cdot \Delta a} \cdot 2 \quad (4.2.14).$$

In Gleichung (4.2.14) wurde ein Risswachstum über die ganze Dicke  $t$  angenommen,  $\Delta C_V$  ist die Änderung der Nachgiebigkeit (compliance) in Abhängigkeit vom Risswachstum  $\Delta a$  für die Beanspruchung durch die Querkraft  $V$ ,  $\Delta C_M$  ist die Änderung der Nachgiebigkeit für die Beanspruchung durch das Moment  $M = F/2 \cdot h/2$  nach (4.2.1).

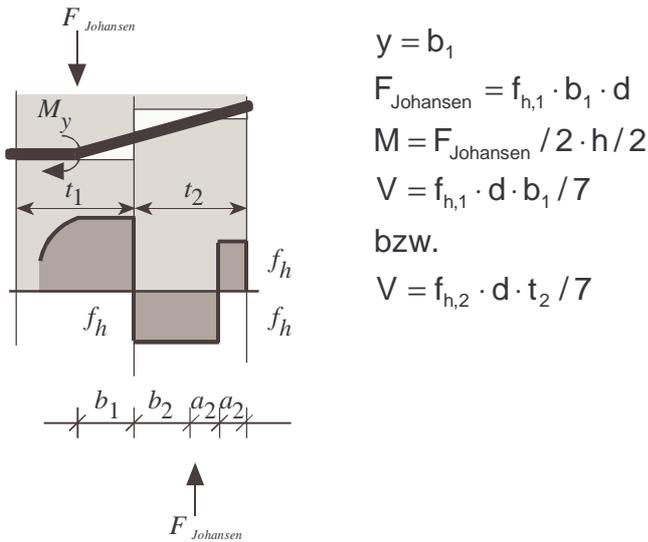
Die Querkraft  $V$  wurde nach (4.2.9) zu einem Siebtel der faserparallel wirkenden Verbindungsmittelbelastung  $F$  angenommen. Dieser Annahme liegt die Verformungsfigur 1b nach Bild 4.1.1 zugrunde. Für alle Verformungsfiguren können die im Modell anzusetzenden Werte den Bildern 4.2.16 bis 4.2.19 entnommen werden. Bei zweischnittigen Verbindungen erhöhen sich die Beanspruchungen des Mittelholzes, bei symmetrischen Verbindungen sind diese doppelt so groß wie diejenigen bei einschnittigen Verbindungen.



**Bild 4.2.16:** Versagensmechanismus 1b in Bauteil 1



**Bild 4.2.17:** Versagensmechanismus 1a



$$y = b_1$$

$$F_{Johansen} = f_{h,1} \cdot b_1 \cdot d$$

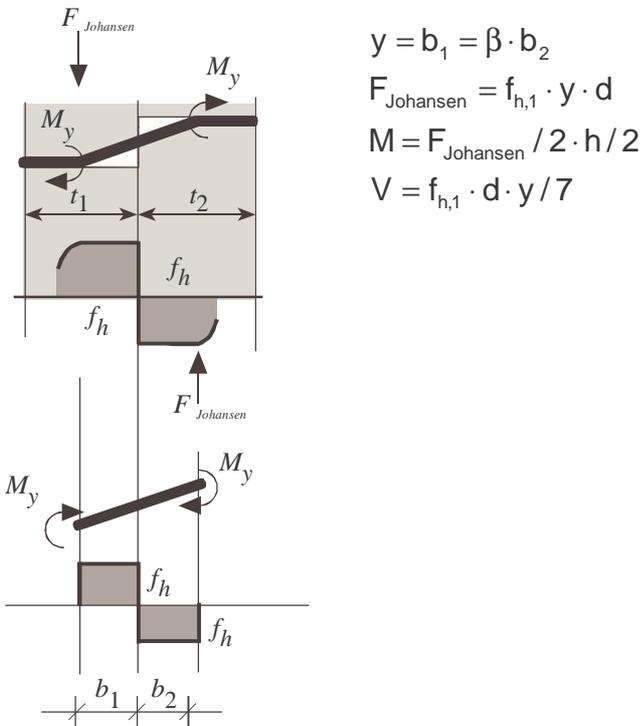
$$M = F_{Johansen} / 2 \cdot h / 2$$

$$V = f_{h,1} \cdot d \cdot b_1 / 7$$

bzw.

$$V = f_{h,2} \cdot d \cdot t_2 / 7$$

**Bild 4.2.18:** Versagensmechanismus 2b



$$y = b_1 = \beta \cdot b_2$$

$$F_{Johansen} = f_{h,1} \cdot y \cdot d$$

$$M = F_{Johansen} / 2 \cdot h / 2$$

$$V = f_{h,1} \cdot d \cdot y / 7$$

**Bild 4.2.19:** Versagensmechanismus 3

Die Gleichungen zur Bestimmung von  $b_1$  und  $b_2$  können Hilson (1995) entnommen werden.

Die Energiefreisetzungsraten nach Gleichung (4.2.14) sind bei Vorliegen der Verformungsfiguren 1b, 3 und bei 2b (für das Bauteil 1) proportional zu:

$$G \sim (y/t)^2 \tag{4.2.15},$$

da für die Nachgiebigkeiten (compliances)  $C_V$  und  $C_M$  gilt

$$C \sim 1/t \quad (4.2.16)$$

und da in (4.2.14) in diesen Fällen die Querkraft  $V$  und das Moment  $M$  linear abhängig von  $y$  sind und bei der Berechnung der Energiefreisetzungsrate die Quadrate der Lasten verwendet werden.

Die Gleichungen (4.2.10) und (4.2.12) können für die Verformungsfiguren der Fälle 1b, 2b (Bauteil 1) und 3 mit dem Term  $(y/t)^2$  multipliziert werden. Ergibt sich beispielsweise in den Fällen 2b (Bauteil 1) oder 3 ein Wert  $y = t/2$  beträgt die Energiefreisetzungsrate nur noch ein Viertel verglichen mit dem Fall 1b für den  $y = t$  gilt. Die Spaltgefahr ist bei diesen Verformungsfiguren somit deutlich geringer einzustufen.

Für den Fall 1a und 2b (rechtes Bauteil) ist die Umrechnung nicht möglich, da die Querkraft  $V$  von der Holzdicke, das Moment  $M$  aber von  $y$  abhängt. Für diesen Fall müssten neue Berechnungen durchgeführt werden.

Gleichung (4.2.10) lautet mit dieser Ergänzung:

$$G_I = 1,275 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,155} \cdot d^{0,639} \cdot \rho^{2,00} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{-0,710} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,302} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,074} \cdot \frac{y^2}{t^2} \quad / \text{ [Nmm / mm}^2\text{]} \quad (4.2.17).$$

Mit

$$F_{\text{Johansen}} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho \cdot d \cdot y \quad (4.2.18)$$

ergibt sich:

$$G_c \geq \frac{F_{\text{Johansen}}^2 \cdot 1,275 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,155} \cdot d^{0,639} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{-0,710} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,302} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,074}}{(0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot d)^2 \cdot t^2} \quad / \text{ [Nmm / mm}^2\text{]} \quad (4.2.19).$$

Für den bruchmechanischen Nachweis wird dabei die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  verwendet. Ist die Ungleichung (4.2.19) nicht erfüllt, muss  $F_{\text{Johansen}}$  nach Gleichung (4.2.18) reduziert werden:

$$F_{\text{Jo\_red\_1}} = \sqrt{\frac{G_c \cdot (0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot d)^2 \cdot t^2}{1,275 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,155} \cdot d^{0,639} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{-0,710} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,302} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,074}}} \quad / \text{ [N]} \quad (4.2.20).$$

Aufgrund der (4.2.17) und (4.2.18) zugrunde liegenden Herleitung mit Hilfe von statistischen Anpassungen sind die Einheiten wie folgt einzusetzen:

$G_c$  : materialabhängige kritische Energiefreisetzungsrate [Nmm/mm<sup>2</sup>]

$d$  : Verbindungsmitteldurchmesser [mm]

$t$  : Dicke des angeschlossenen Holzes [mm].

Entsprechend ergibt sich für Gleichung (4.2.12)

$$G_I = 0,331 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,248} \cdot d^{0,634} \cdot \rho^{2,00} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,290} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,210} \cdot \frac{y^2}{t^2} / [\text{Nmm/mm}^2] \quad (4.2.21),$$

$$G_c \geq \frac{F_{\text{Johansen}}^2 \cdot 0,331 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,248} \cdot d^{0,634} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,290} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,210}}{(0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot d)^2 \cdot t^2} / [\text{Nmm/mm}^2] \quad (4.2.22)$$

und

$$F_{\text{Jo\_red\_2}} = \sqrt{\frac{G_c \cdot (0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot d)^2 \cdot t^2}{0,331 \cdot 10^{-6} \cdot n^{0,248} \cdot d^{0,634} \cdot \left(\frac{a_3}{d}\right)^{-0,290} \cdot \left(\frac{a_4}{d}\right)^{-0,210}}} / [\text{N}] \quad (4.2.23)$$

für  $n \geq 1$ .

Die Gleichungen (4.2.20) und (4.2.23) können mit der von Jorissen (1998) empirisch bestimmten Gleichung (4.1.9) verglichen werden:

$$F_n = 0,37 \cdot n^{0,9} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{0,30} \cdot (\lambda)^{0,20} \cdot F_{\text{Johansen}} \quad (4.2.24)$$

$n > 1$ .

Gleichung (4.2.24) kann wie (4.2.20) und (4.2.23) auf die Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels unter der Annahme gleichförmiger Lastverteilung in der Verbindungsmittelgruppe umgerechnet werden:

$$F_n = n \cdot F_{\text{Jorissen\_1}} = 0,37 \cdot n^{0,9} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{0,30} \cdot (\lambda)^{0,20} \cdot F_{\text{Johansen}} \quad (4.2.25),$$

es folgt:

$$F_{\text{Jorissen\_1}} = 0,37 \cdot n^{-0,1} \cdot \left(\frac{a_1}{d}\right)^{0,30} \cdot (\lambda)^{0,20} \cdot F_{\text{Johansen}} \quad (4.2.26),$$

mit

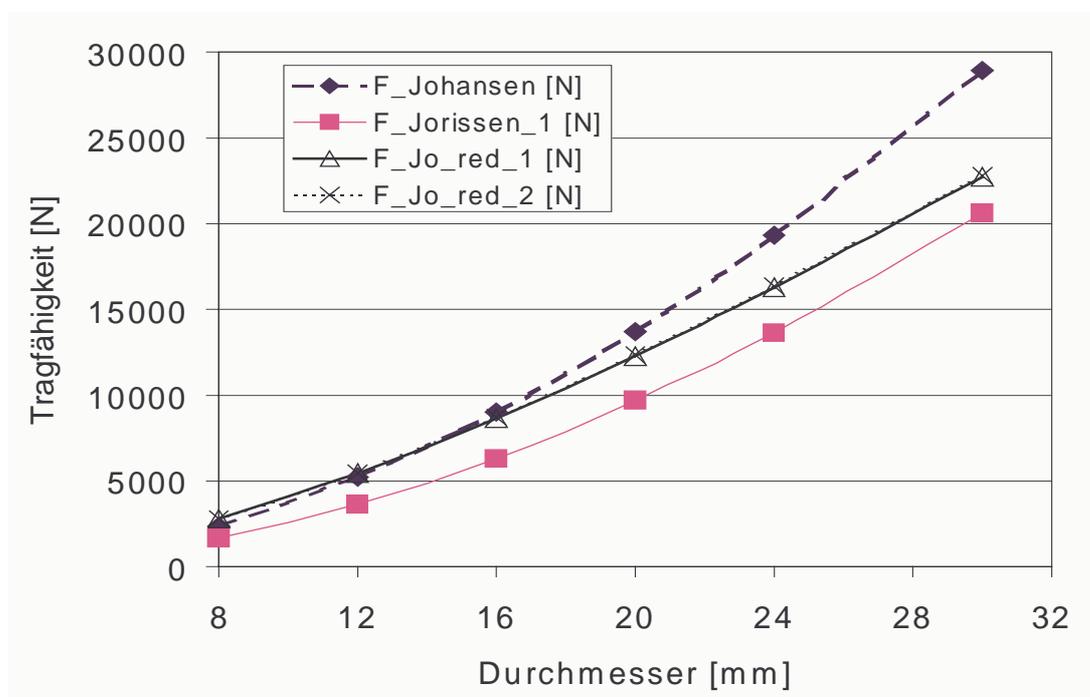
$$\lambda = \min \begin{cases} t_m/d & t_m : \text{Dicke des Mittelholzes} \\ 2 \cdot t_s/d & t_s : \text{Dicke des Seitenholzes} \end{cases} \quad (4.2.27).$$

Dabei beruht Jorissens Gleichung (4.1.9) auf der statistischen Auswertung von zweischnittigen Zug- oder Druckscherversuchen, bei denen die Dicke des Mittelholzes immer kleiner oder gleich groß der doppelten Seitenholzdicke war. In Gleichung (4.2.24) beziehen sich die Kräfte auf eine Scherfuge. Die Schlankheit  $\lambda$  wird in den folgenden Beispielrechnungen nach Gleichung (4.2.27) berücksichtigt.

Die Ergebnisse einer Auswertung der Gleichungen (4.2.20), (4.2.23), (4.2.26) und der auf Johansens Modell beruhenden Gleichung nach Bild 4.2.16 sind für verschiedene Verbindungsmitteldurchmesser in Bild 4.2.20 dargestellt. Es wurde die gleiche Rohdichte für die zu verbindenden Bauteile angesetzt, so dass die Lochleibungsfestigkeiten nach Gleichung (4.2.8) für beide Bauteile gleich sind. Die Holzdicken wurden in Abhängigkeit vom Durchmesser so gewählt, dass sich gerade noch die Verformungsfigur nach Bild 4.2.16 einstellt. Die zu erwartenden Tragfähigkeiten nach Johansens Modell, entsprechend den Verformungsfiguren der Bilder 4.2.16 (Fall 1b) und 4.2.17 (Fall 1a), sind also gleich groß.

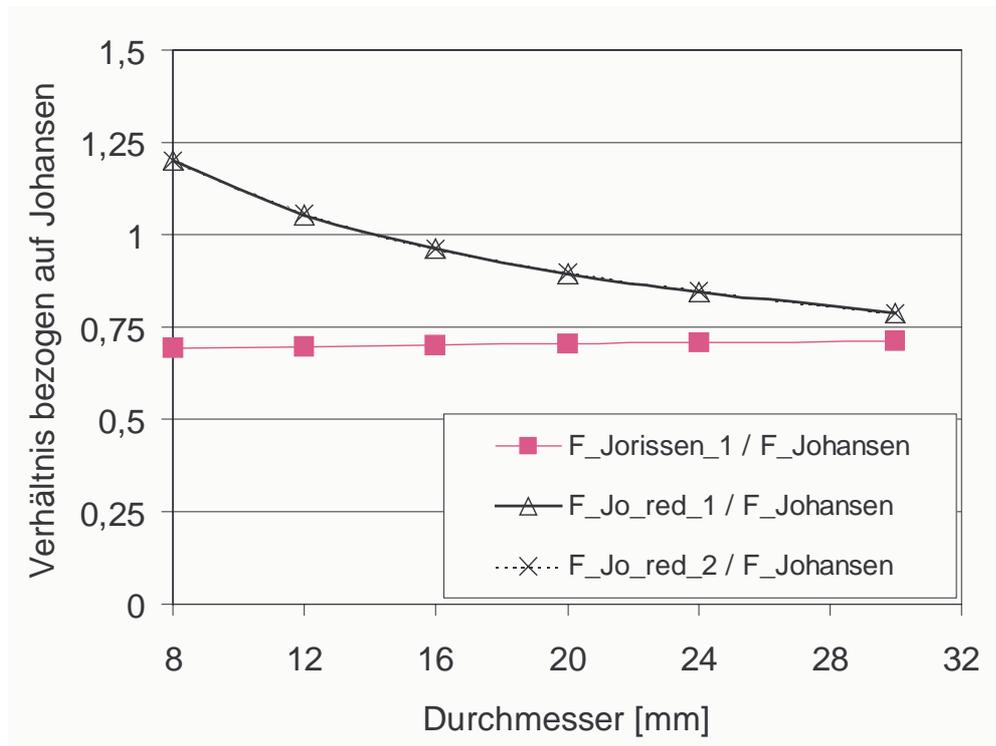
Folgende Eingangsgrößen wurden verwendet:

$$\begin{array}{llll} \rho = 450 \text{ kg/m}^3 & f_y = 240 \text{ N/mm}^2 & M_y = \frac{f_y \cdot d^3}{6} & t_1 = \frac{d}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{f_h}} \\ t_2 = 3 \cdot t_1 & n = 3 & a_1 = 7 \cdot d & a_3 = 7 \cdot d \\ a_4 = 3 \cdot d & G_c = 0,214 \text{ Nmm/mm}^2 & \beta = 1 & \lambda = \frac{2 \cdot t_1}{d} \end{array}$$



**Bild 4.2.20:** Einfluss des Durchmessers auf die zu erwartende Tragfähigkeit (Grenzschlankheit zwischen Fall 1b und 1a nach Johansen)

Bild 4.2.21 zeigt die in Bild 4.2.20 dargestellten zu erwartenden Traglasten bezogen auf diejenigen Werte nach Johansens Modell.



**Bild 4.2.21:** Zu erwartende Tragfähigkeiten bezogen auf die zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansens Modell (Grenzsclankheit zwischen Fall 1b und 1a nach Johansen)

Die zu erwartenden Tragfähigkeiten auf der Grundlage der bruchmechanischen Modelle nach (4.2.20) und (4.2.23) unterscheiden sich nur geringfügig. Unter Berücksichtigung der angenommenen Eingangswerte, könnte für die Verbindungsmitteldurchmesser  $d = 8 \text{ mm}$  und  $d = 12 \text{ mm}$  die Tragfähigkeit nach Johansens Modell angenommen werden, für die größeren Durchmesser ist ein Spalten zu erwarten und die Beanspruchbarkeit müsste nach dem bruchmechanischen Modell abgemindert werden.

Die auf Jorissens Gleichung beruhenden zu erwartenden Tragfähigkeiten, bezogen auf ein Verbindungsmittel und eine Scherfuge nach (4.2.26) sind geringer, als diejenigen nach den drei anderen Modellen. Neben der ungleichförmigen Lastverteilung innerhalb der in einer Reihe angeordneten Verbindungsmittel infolge von Herstellungstoleranzen, kann für die Abweichung insbesondere die niedrige Korrelation zwischen der zugrunde gelegten Gleichung zur Bestimmung der Lochleibungsfestigkeit und der vorhandenen Lochleibungsfestigkeit vermutet werden.

Nach Werner (1993) wurde die Lochleibungsfestigkeit für die Berechnung nach Johansen und die bruchmechanischen Nachweise angenommen zu:

$$f_h = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho \quad (4.2.28).$$

Diese Gleichung beruht auf einer Regressionsuntersuchung von 360 Lochleibungsversuchen. Der Korrelationskoeffizient zwischen den auf die Rohdichte bezogenen Lochleibungsfestigkeiten der Versuche und den nach

$$\frac{f_h}{\rho} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \quad (4.2.29)$$

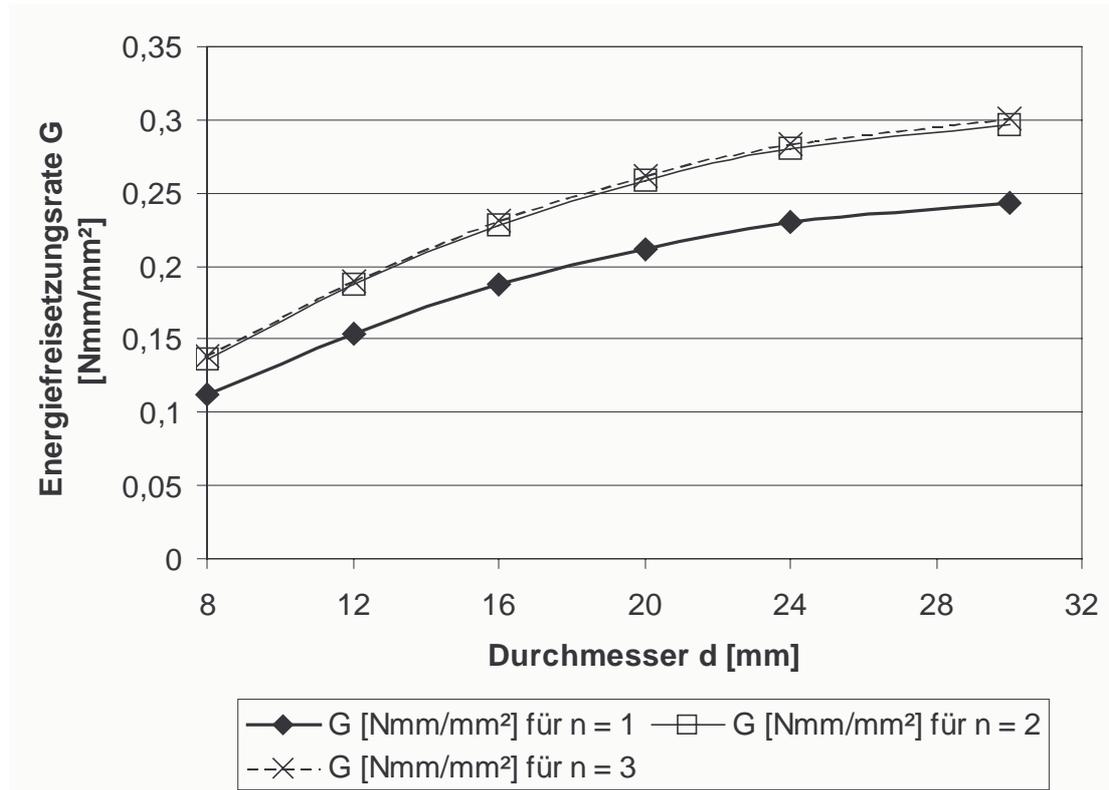
berechneten Werten beträgt nach Werner lediglich  $r = 0,49$ .

Durch die statistische Anpassung an die von ihm durchgeführten Versuche mit Verbindungen ist Jorissen auf diese unsichere Annahme nicht angewiesen.

Nach Gleichung (4.2.20) und (4.2.23) hat der Durchmesser einen signifikanten Einfluss auf das Auftreten des Versagensfalles Spalten. Bei Jorissens Gleichung (4.2.25) und demnach auch bei der, auf ein Verbindungsmittel umgerechneten, zu erwartenden Tragfähigkeit nach (4.2.26) wird der Verbindungsmitteldurchmesser nur über die Schlankheit und über die zu erwartende Tragfähigkeit  $F_{\text{Johansen}}$  nach Johansens Theorie und nach (4.2.28) berücksichtigt. Da sich die Schlankheit für die in den Bildern 4.2.20 und 4.2.21 dargestellten Berechnungen, wegen der in (4.2.28) gezeigten Abhängigkeit der Lochleibungsfestigkeit  $f_h$  von  $d$  mit zunehmendem Durchmesser nur geringfügig ändert, ist das Verhältnis  $F_{\text{Jorissen}_1} / F_{\text{Johansen}}$  nahezu konstant.

In Bild 4.2.22 ist der Einfluss des Verbindungsmitteldurchmessers auf die Energiefreisetzungsrates für ein Risswachstum von  $x_1 = -d$  nach  $x_1 = -3/2 d$  nach Bild 4.2.1 dargestellt. Folgende Eingangsgrößen liegen den Berechnungen zugrunde:

$$\begin{aligned} n &= 1, 2, 3 & \rho &= 450 \text{ kg/m}^3 \\ d &= 8, 12, 16, 20, 24, 30 \text{ mm} & E_0 &= 12000 \text{ N/mm}^2 \\ x_0 &= a_{3,1} = 7d - d/2 & E_{90} &= 400 \text{ N/mm}^2 \\ a_1 &= 7d & G &= 750 \text{ N/mm}^2 \\ x_{100} &= 2000 \text{ mm} & \kappa &= 1,5 \\ h &= 3d \end{aligned}$$



**Bild 4.2.22:** Energiefreisetzungsrate für ein Risswachstum von  $d$  bis  $3/2 \cdot d$  in Abhängigkeit von  $d$

Anzumerken ist, dass bei den von Jorissen durchgeführten 958 Versuchen lediglich jeweils bei zehn Prüfkörpern Verbindungsmittel mit Nenndurchmessern von 16 mm und 20 mm verwendet wurden, alle anderen Versuche wurden mit Verbindungsmitteln mit einem Nenndurchmesser von 12 mm durchgeführt. Jorissen fehlte somit die Grundlage für eine Berücksichtigung des Durchmessers bei seiner statistischen Auswertung.

Für die in Bild 4.2.23 dargestellten Ergebnisse wurden die Holzdicken so gewählt, dass die zu erwartenden Traglasten nach Johansens Modell und den Verformungsfiguren 2b (Bild 4.2.18) und 3 (Bild 4.2.19) gleich sind.

Folgende Eingangsgrößen wurden verwendet:

$$\rho = 450 \text{ kg/m}^3 \quad f_y = 240 \text{ N/mm}^2$$

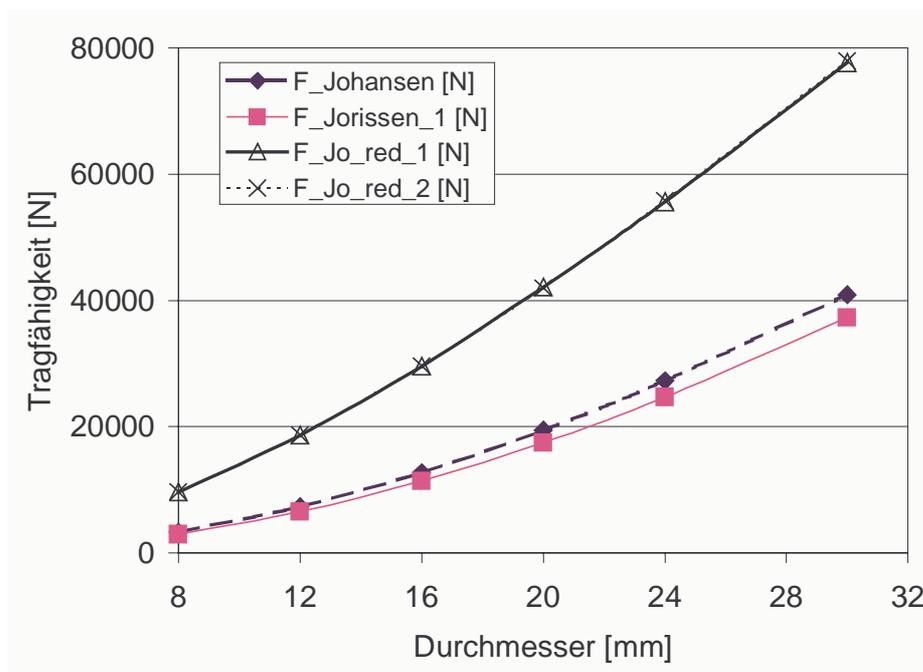
$$M_y = \frac{f_y \cdot d^3}{6} \quad t_1 = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{6}} \cdot d \cdot \sqrt{\frac{f_y}{f_h}}$$

$$t_2 = t_1 \quad n = 3$$

$$a_1 = 7 \cdot d \quad a_3 = 7 \cdot d$$

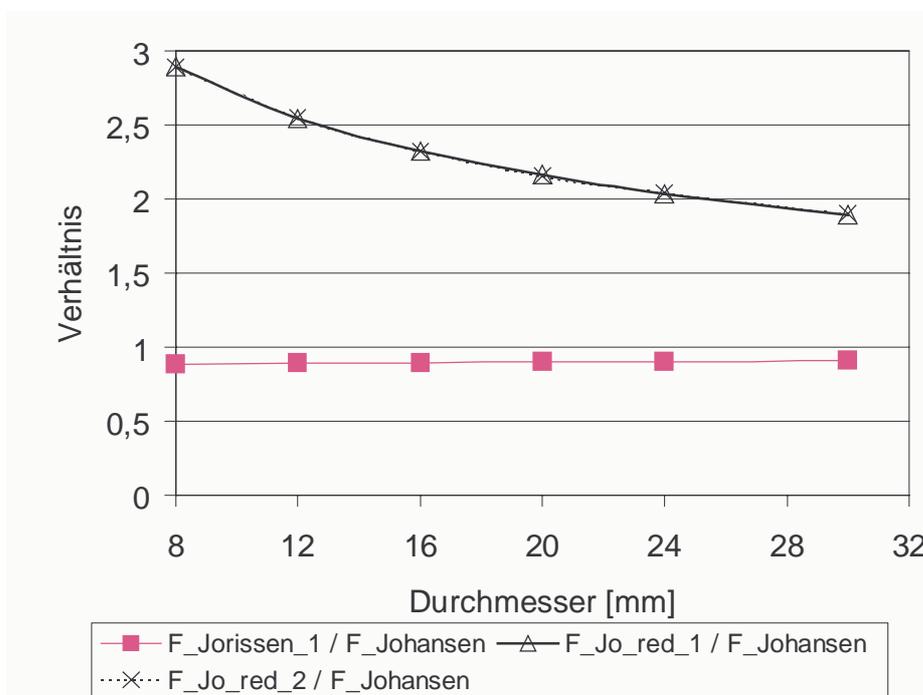
$$a_4 = 3 \cdot d \quad G_c = 0,214 \text{ Nmm/mm}^2$$

$$\beta = 1 \quad \lambda = \frac{2 \cdot t_1}{d}$$



**Bild 4.2.23:** Einfluss des Durchmessers auf die zu erwartende Tragfähigkeit (Grenزشlankheit zwischen Fall 2a und 3 nach Johansen)

Bild 4.2.24 zeigt wiederum die auf die zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansens Modell bezogenen Werte.



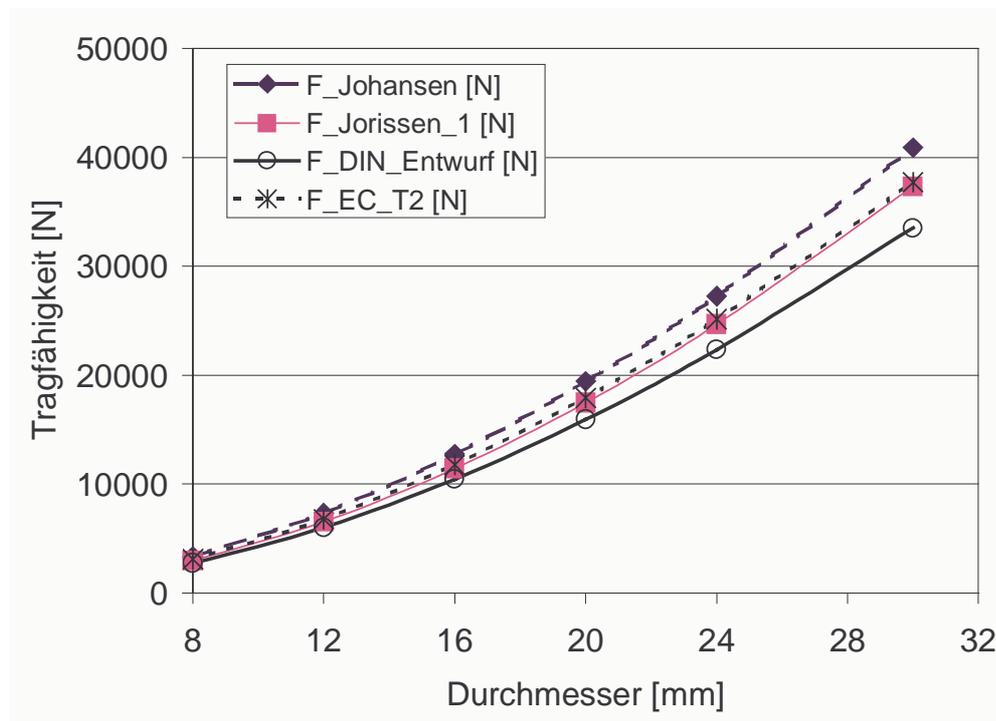
**Bild 4.2.24:** Zu erwartende Tragfähigkeiten bezogen auf die zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansens Modell (Grenزشlankheit zwischen Fall 2a und 3 nach Johansen)

Nach den Bildern 4.2.23 und 4.2.24 ist unter Berücksichtigung der verwendeten Eingangsgrößen ein Spalten bei Eintreten des Versagensmechanismus 3 nach Johansens Modell (Bild 4.2.19) nicht zu erwarten.

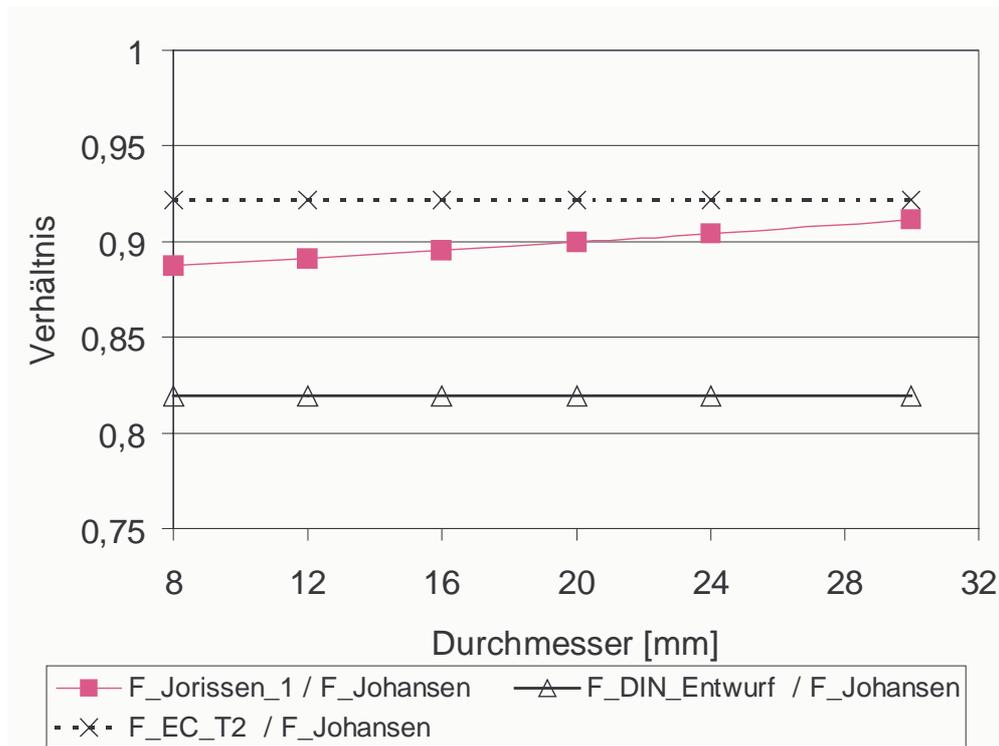
In Bild 4.2.25 sind zusätzlich zu den in Bild 4.2.23 gezeigten zu erwartenden Traglasten nach Johansens und Jorissens Modellen, diejenigen nach dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) (Gleichung (4.1.11)) und dem Eurocode 5 –Teil 2 (1997) (Gleichung (4.1.12)) dargestellt. Es wurden die gleichen Annahmen getroffen, wie für die Berechnungen der in Bild 4.2.23 dargestellten Ergebnisse. Die Schlankheiten wurden also wiederum so gewählt, dass sich gerade die Verformungsfigur nach Bild 4.2.19 (Fall 3 nach Johansen) einstellt. Die Ergebnisse zeigen wiederum die zu erwartende Traglast unter Annahme einer Gleichverteilung in der Verbindungsmittelgruppe. Unter Verwendung der wirksamen Anzahl  $n_{ef}$  nach den Gleichungen (4.1.11) und (4.1.12) ergibt sich diese zu:

$$F = \frac{n_{ef}}{n} \cdot F_{\text{Johansen}} \quad (4.2.30).$$

Bild 4.2.26 zeigt die auf die zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansens Modell bezogenen Werte.



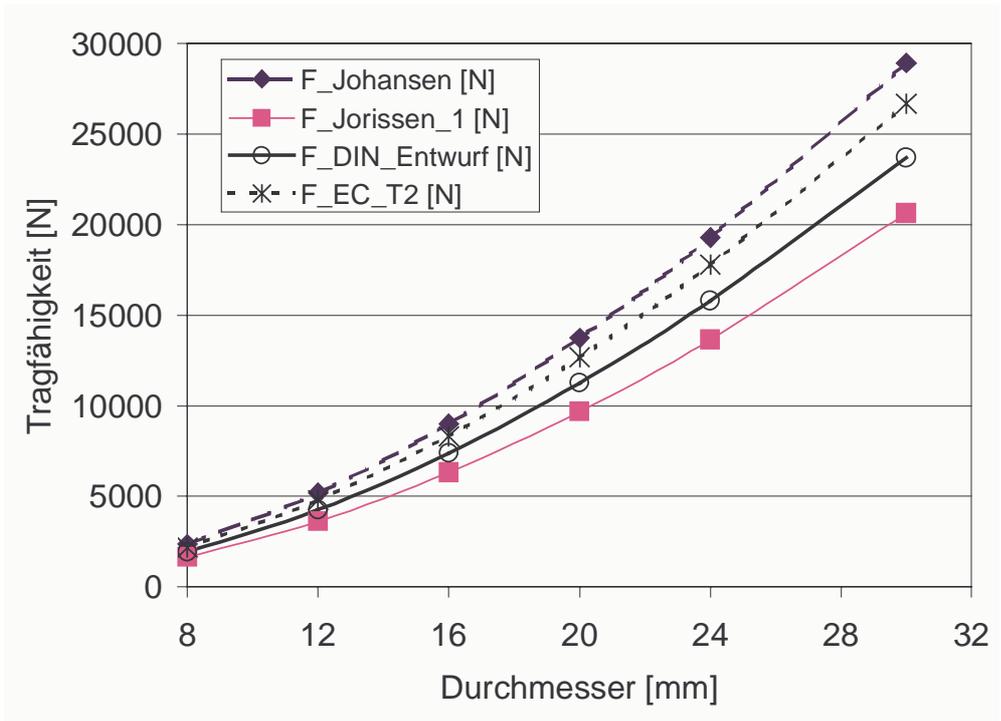
**Bild 4.2.25:** Einfluss des Durchmessers auf die zu erwartende Tragfähigkeit (Grenzschlankheit zwischen Fall 2a und 3 nach Johansen,  $n = 3$ )



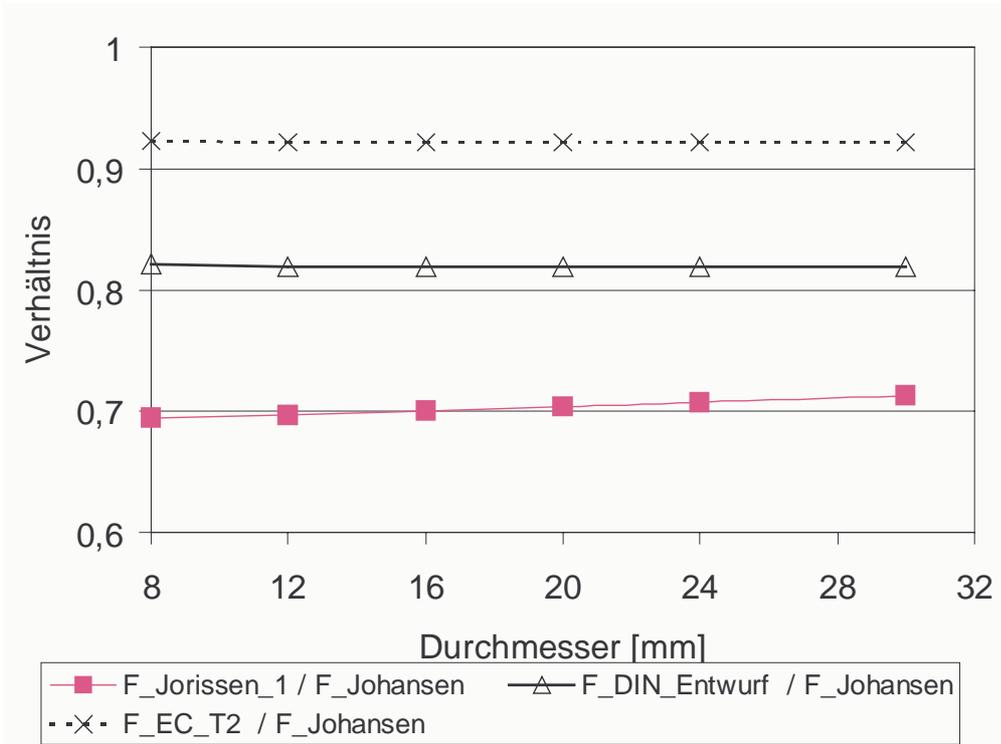
**Bild 4.2.26:** Zu erwartende Tragfähigkeiten, bezogen auf die zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansens Modell (Grenzschlankheit zwischen Fall 2a und 3 nach Johansen)

Die zu erwartenden Tragfähigkeiten nach dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) ergeben um ca. 10 % geringere Werte als nach Jorissens Modell. Dies ist auf die Vernachlässigung des Einflusses der Schlankheit in (4.1.11) zurückzuführen.

Bei geringen Schlankheiten, die zu einer Verformungsfigur nach Bild 4.2.16 (Fall 1b nach Johansen) führen, hat diese Vernachlässigung der Schlankheit die umgekehrte Wirkung, so dass die zu erwartenden Tragfähigkeiten nach dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) über denjenigen nach Jorissens Modell liegen. Für die Berechnungen, die zu den zu erwartenden Tragfähigkeiten des Bildes 4.2.27 führten, wurden dieselben Eingangswerte, wie für die Berechnungen, die zu den in Bild 4.2.20 dargestellten Ergebnissen führten, verwendet.



**Bild 4.2.27:** Einfluss des Durchmessers auf die zu erwartende Tragfähigkeit (Grenzsclankheit zwischen Fall 1b und 1a nach Johansen)



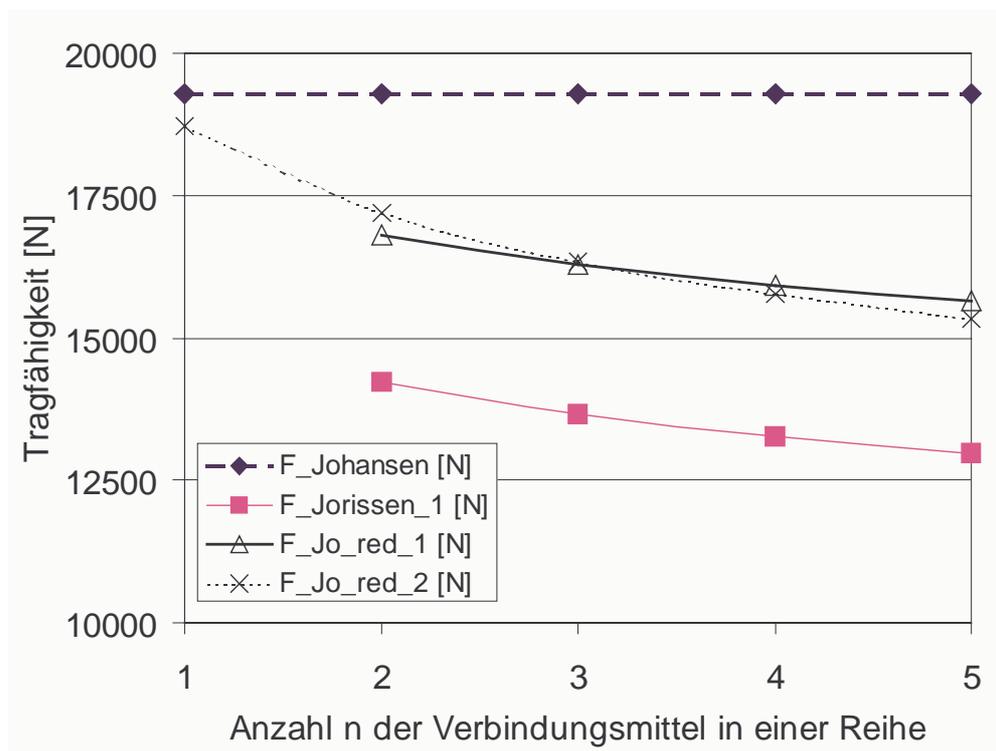
**Bild 4.2.28:** Zu erwartende Tragfähigkeiten, bezogen auf die zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansen Modell (Grenzsclankheit zwischen Fall 1b und 1a nach Johansen)

Bild 4.2.29 zeigt den Einfluss der Anzahl der Verbindungsmittel auf die zu erwartende Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels, unter der Annahme gleichförmiger Lastverteilung in der Verbindungsmittelgruppe.

Folgende Eingangsgrößen wurden verwendet:

$$\begin{aligned} \rho &= 450 \text{ kg/m}^3 & f_y &= 240 \text{ N/mm}^2 \\ M_y &= \frac{f_y \cdot d^3}{6} & t_1 &= \frac{d}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{f_h}} \\ t_2 &= 3 \cdot t_1 & d &= 24 \\ a_1 &= 7 \cdot d & a_3 &= 7 \cdot d \\ a_4 &= 3 \cdot d & G_c &= 0,214 \text{ Nmm/mm}^2 \\ \beta &= 1 & \lambda &= \frac{2 \cdot t_1}{d} \end{aligned}$$

Die Holzdicken wurden also wiederum so gewählt, dass die zu erwartenden Tragfähigkeiten nach den Verformungsfiguren 1b und 1a nach Johansens Modell gleich groß sind.

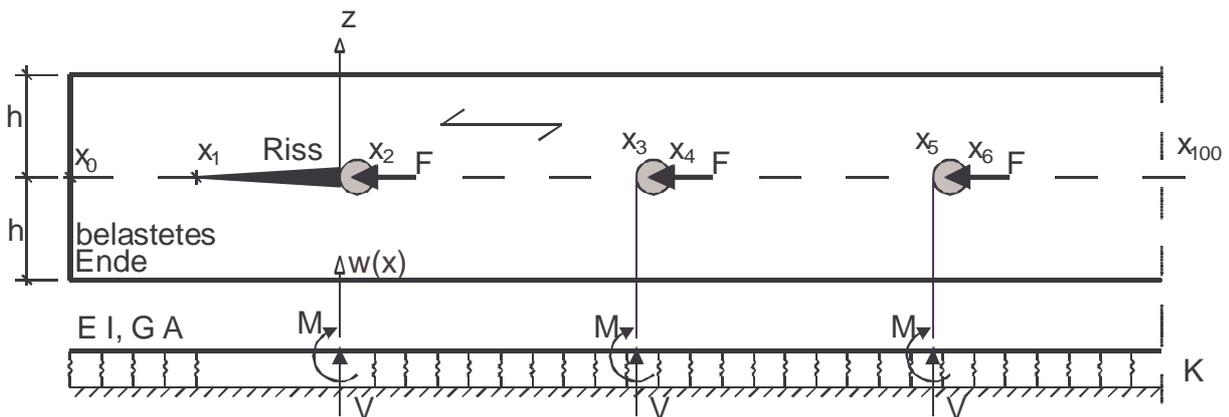


**Bild 4.2.29:** Einfluss der Anzahl der Verbindungsmittel auf die zu erwartende Tragfähigkeit

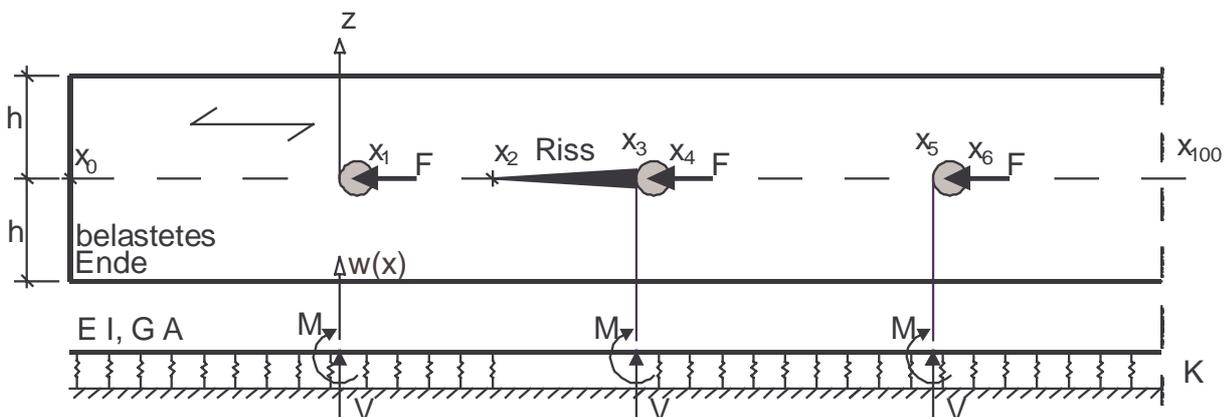
Die Verhältnisse zwischen den zu erwartenden Tragfähigkeiten nach dem bruchmechanischen Modell nach Gleichung (4.2.20), das zu den Werten F\_Jo\_red\_1 führte, und Jorissens Gleichung (4.2.26) sind nahezu konstant. Die bruchmechanischen Modelle scheinen demnach den Einfluss der Anzahl der Verbindungsmittel in einer

Reihe gut zu erfassen. Die Werte unterscheiden sich allerdings in ihrem Betrag, was auf die bereits oben genannten Gründe zurückzuführen ist.

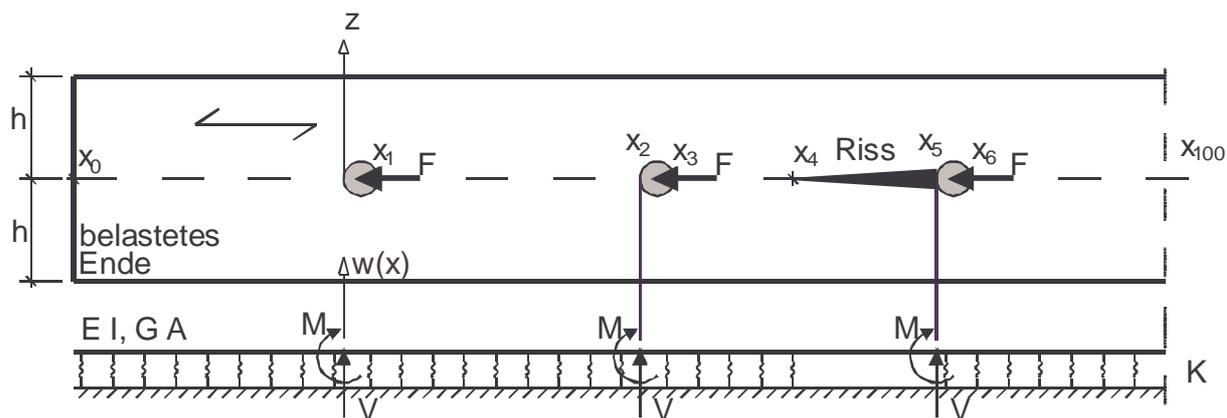
Bei den bruchmechanischen Untersuchungen wurde bislang immer ein Risswachstum ausgehend von dem zum freien Rand nächstgelegenen Verbindungsmittel angenommen. Um diese Annahme zu überprüfen, wurden für eine Verbindung mit drei in einer Reihe liegenden Verbindungsmitteln zusätzlich zu dem Modell nach Bild 4.2.30, das bislang verwendet wurde, zwei weitere Modelle mit Risswachstum, ausgehend vom zweiten und dritten Verbindungsmittel untersucht (Bilder 4.2.31 und 4.2.32).



**Bild 4.2.30:** Modell für eine Verbindung mit Risswachstum ausgehend vom ersten Verbindungsmittel



**Bild 4.2.31:** Modell für eine Verbindung mit Risswachstum ausgehend vom zweiten Verbindungsmittel



**Bild 4.2.32:** Modell für eine Verbindung mit Risswachstum ausgehend vom dritten Verbindungsmittel

Bild 4.2.33 zeigt die bei folgenden Eingangsgrößen ermittelten Energiefreisetzungs-raten:

$$\rho = 450 \text{ kg/m}^3 \quad f_h = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho \quad [\text{N/mm}^2]$$

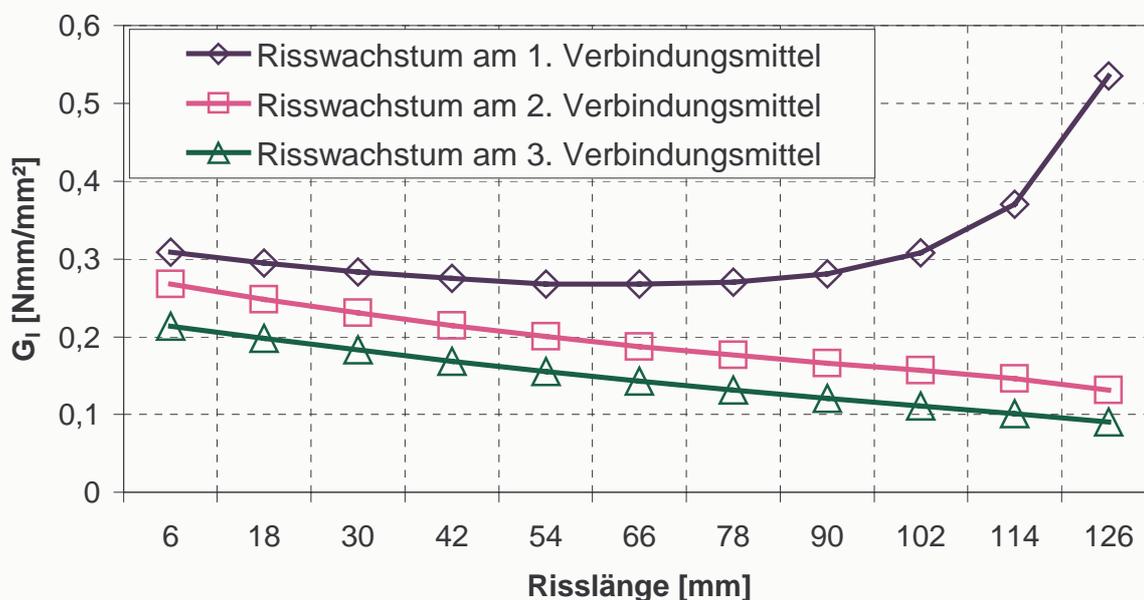
$$d = 24 \text{ mm} \quad t = 1 \text{ mm}$$

$$F = f_h \cdot d \cdot t \quad n = 3$$

$$a_1 = 7 \cdot d \quad a_3 = 7 \cdot d$$

$$a_4 = 3 \cdot d \quad E_0 = 12000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{90} = 400 \text{ N/mm}^2 \quad G = 750 \text{ N/mm}^2$$



**Bild 4.2.33:** Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit von der Risslänge für die drei Modelle nach den Bildern 4.2.30 bis 4.2.32

Bei der Betrachtung des Verlaufs der Energiefreisetzungsraten fällt eine Abnahme der Energiefreisetzungsraten bei beginnendem Risswachstum auf. Bei Anwendung des Konzeptes der Energiebilanzen, wird von einem Risswachstum ausgegangen, wenn

$$G \geq G_c \quad (4.2.31)$$

erfüllt ist. Nimmt die Energiefreisetzungsrate bei einer Rissverlängerung ab, findet kein weiteres Risswachstum mehr statt. Die Beanspruchung kann erhöht werden bis Gleichung (4.2.31) wieder erfüllt ist. Diese Erhöhung der Beanspruchung findet in den weggesteuerten Versuchen des Abschnittes 6 unter quasistatischen Bedingungen statt, es kann demnach von einem stabilen Risswachstum ausgegangen werden. Dabei wird stabiles Risswachstum nach Gross (1996) definiert als eine Rissvergrößerung, für die eine Erhöhung der äußeren Beanspruchung erforderlich ist. Als instabiles Risswachstum wird eine spontane Rissverlängerung bezeichnet, ohne dass für diese Rissverlängerung eine Erhöhung der Beanspruchung nötig ist.

Instabiles Risswachstum sollte nach den in Bild 4.2.33 dargestellten Ergebnissen somit erst ab einer Risslänge von  $a \approx 3 \cdot d = 72 \text{ mm}$ , ausgehend vom ersten Verbindungsmittel, erfolgen. Diese Beobachtung kann durch die in Abschnitt 6 beschriebenen Zugscherversuche bestätigt werden.

Der Zusammenhang zwischen der Energiefreisetzungsrate  $G_c$ , die für ein Risswachstum erforderlich ist, und der zugehörigen Beanspruchung  $F_c$  jedes Verbindungsmittels ergibt sich unter Berücksichtigung von (2.2.16), (4.2.14) und (4.2.31) zu:

$$G(a) = \frac{F^2}{2 \cdot t} \cdot \frac{dC}{da} \quad (4.2.32),$$

da bei einer linear elastischen Berechnung  $\frac{dC}{da}$  unabhängig von der Beanspruchung  $F$  ist, folgt:

$$G_c = \frac{F_c^2(a)}{2 \cdot t} \cdot \frac{dC}{da} \quad (4.2.33)$$

und hieraus

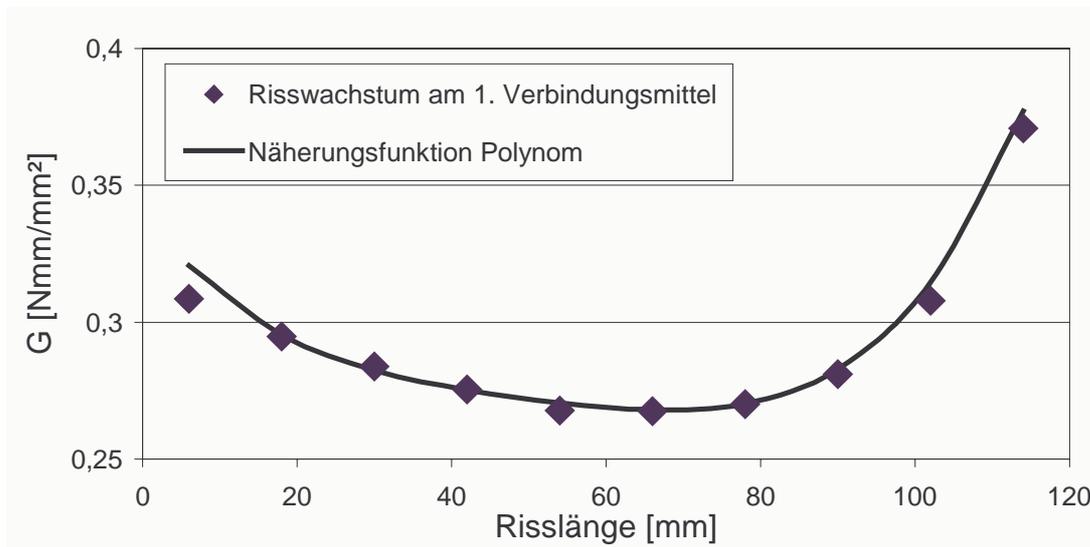
$$F_c(a) = \sqrt{\frac{G_c \cdot 2 \cdot t}{\frac{dC}{da}}} \quad (4.2.34).$$

Zur Erläuterung der Gleichungen (4.2.32) bis (4.2.34) wird an den Verlauf der Energiefreisetzungsrate für ein Risswachstum, ausgehend vom ersten Dübel nach Bild 4.2.31, eine Funktion  $g(a)$  nach

$$G(a) = F^2 \cdot g(a) \quad (4.2.35)$$

mit :  $F = f_h \cdot d \cdot t = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot 450 \text{ kg/m}^3 \cdot 24 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm} = 673,1 \text{ N}$

angepasst. Die Funktion  $g(a)$  wird dabei mit der Methode der kleinsten Abstandsquadrate unter Ansatz eines Polynoms vierter Ordnung ermittelt (SAS 1996).

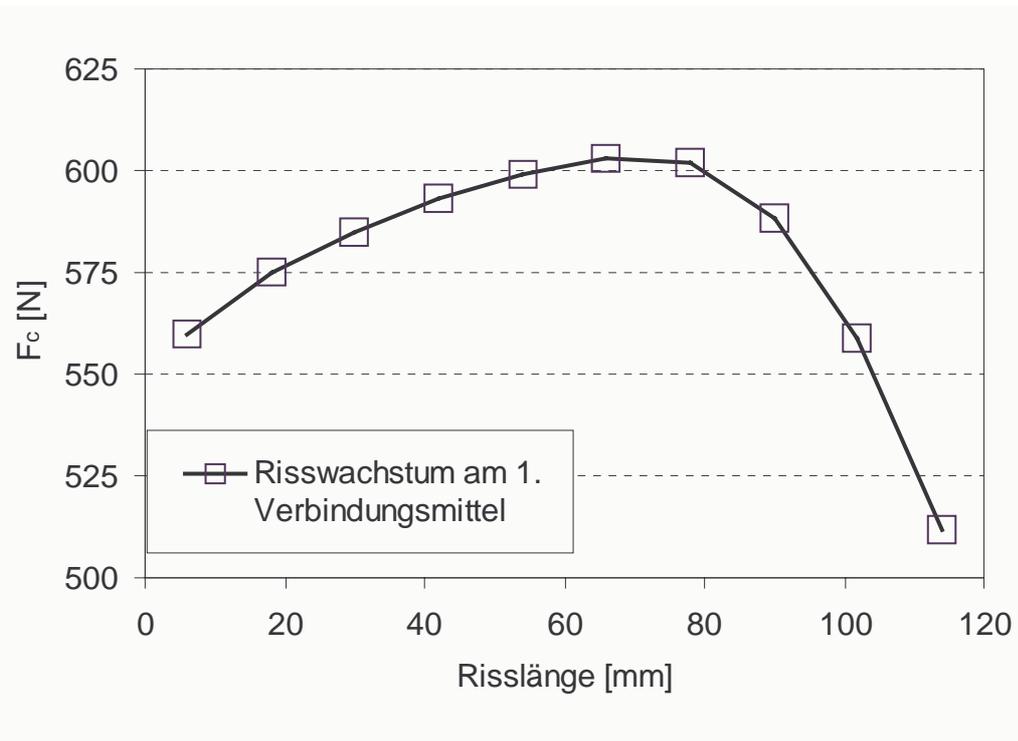


**Bild 4.2.34:** Verlauf der Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit von der Risslänge und Näherungsfunktion

In Anlehnung an (4.2.33) und (4.2.34) folgt:

$$F_c(a) = \sqrt{\frac{G_c}{g(a)}} \quad (4.2.36).$$

Es folgt der in Bild 4.2.35 dargestellte Verlauf der Beanspruchung  $F_c$ , um ein stabiles Risswachstum bei einer kritischen Energiefreisetzungsrate von  $G_c = 0,214 \text{ Nmm/mm}^2$  zu erreichen.

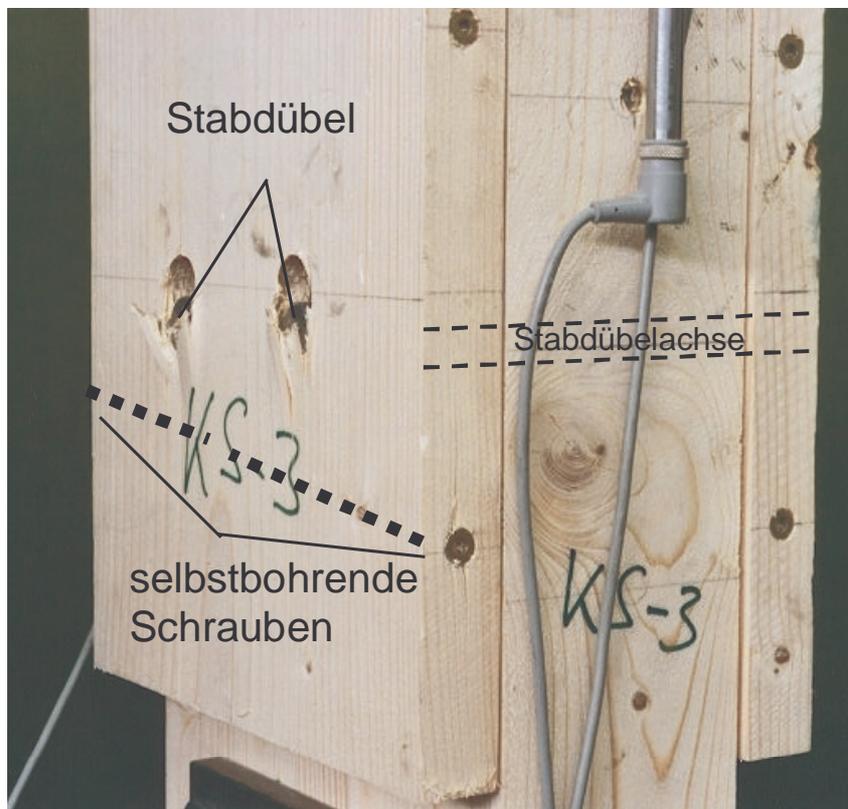


**Bild 4.2.35:** Verlauf der Beanspruchung  $F_c$  in Abhängigkeit von der Risslänge

### 4.3 Verstärkung von Verbindungen mit selbstbohrenden Schrauben

Um die bislang genannten Probleme bei Auftreten der spröden Versagensformen bei Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln zu vermeiden, werden zunehmend Möglichkeiten zur Verstärkung des Anschlussbereiches untersucht. In Prion et al. (2001) wird ein Überblick über zur Zeit mögliche Maßnahmen gegeben. Eine Methode der Verstärkung ist das Aufkleben von glasfaserverstärkten Kunststoffen oder Sperrholz oder das Einpressen von Nagelplatten in die Oberflächen der zu verbindenden Bauteile. Diese Verstärkungsmaßnahmen verhindern ein sprödes Verhalten der Verbindung. Abhängig von den Lochleibungsfestigkeiten der zur Verstärkung verwendeten Materialien kann zudem die Tragfähigkeit der Verbindung erhöht werden (Blaß, Schmid (2001)).

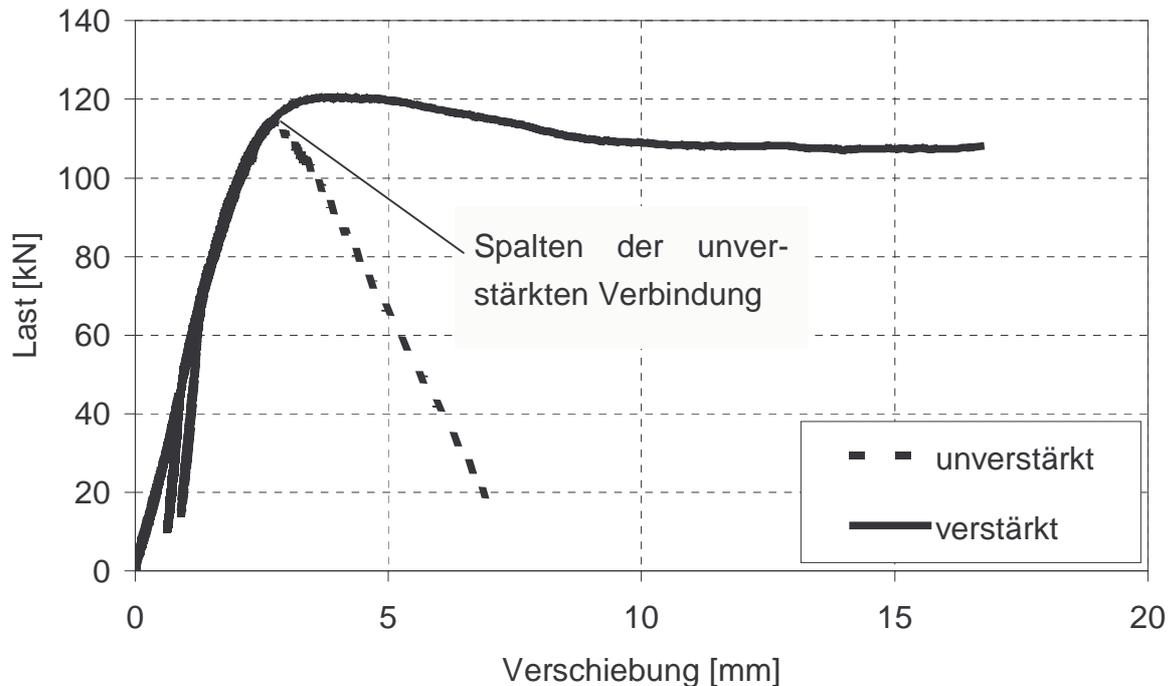
Eine zweite Methode der Verstärkung besteht im Einkleben oder Einschrauben von Gewindestangen, Schrauben oder selbstbohrenden Holzschrauben in die zu verbindenden Bauteile. Blaß und Schmid (2001) zeigen Versuchsergebnisse und aufbauend auf der Modellierung des Anschlussbereiches als elastisch gebetteter Balken einen Ansatz, die Beanspruchung der zur Verstärkung verwendeten Schraube zu berechnen. Bild 4.3.1 zeigt einen Anschlussbereich, der durch Einbringen von selbstbohrenden Holzschrauben quer zur Faserrichtung und quer zur Achse der Verbindungsmittel verstärkt wurde.



**Bild 4.3.1:** Verstärkung mit selbstbohrenden Schrauben

Die Last-Verschiebungskurven eines verstärkten und eines unverstärkten Anschlussbereichs gleicher Geometrie sind in Bild 4.3.2 gezeigt.

Der Prüfkörper mit verstärktem Anschluss erreicht eine etwas größere Höchstlast und eine deutlich höhere Duktilität.

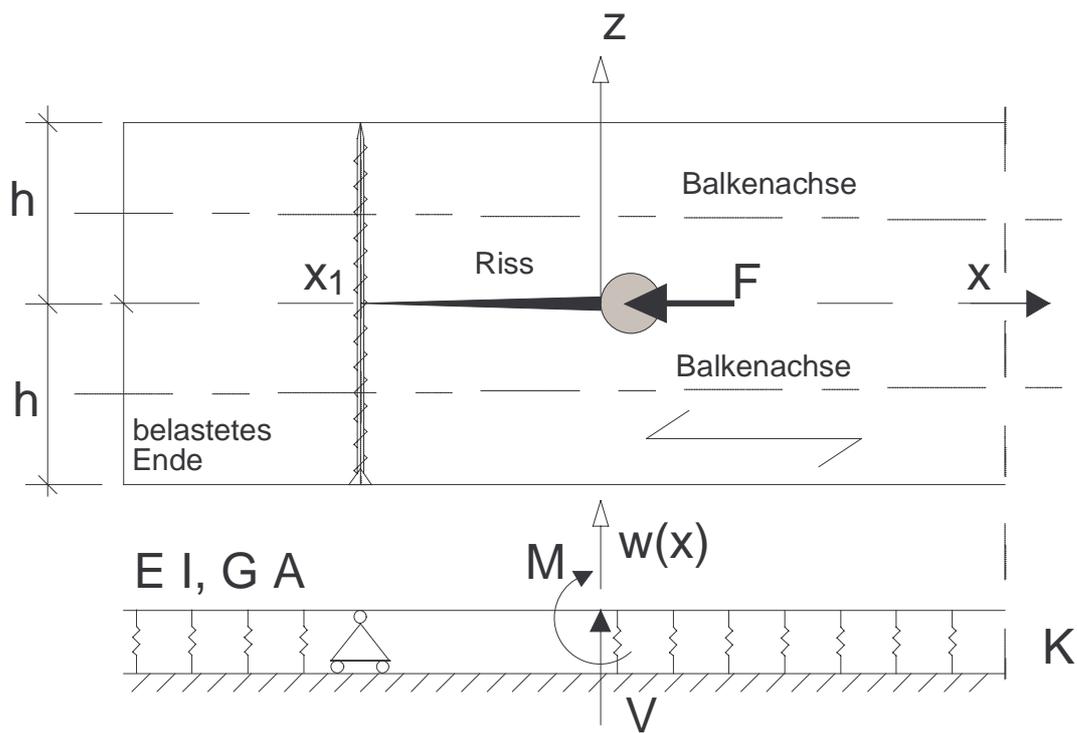


**Bild 4.3.2:** Last-Verschiebungskurven eines verstärkten und eines unverstärkten Anschlussbereichs

Bei der Modellierung von derart verstärkten Anschlussbereichen wird davon ausgegangen, dass ein Risswachstum ausgehend vom Verbindungsmittel bis zur Achse der Holzschraube erfolgt (Bild 4.3.3). An der Stelle  $x_1$  an der verstärkenden Schraube ist eine Verschiebung  $w(x)$  in  $z$ -Richtung nicht möglich. Die Übergangsbedingung für die beiden Verschiebungsansätze lautet  $w_1(x) = w_2(x) = 0$ , mit  $w_1(x)$  dem Verschiebungsansatz für  $x \leq x_1$  und  $w_2(x)$  dem Verschiebungsansatz für  $x \geq x_1$ . Die Zugkraft in der Schraube kann aus der Differenz der Querkräfte berechnet werden zu

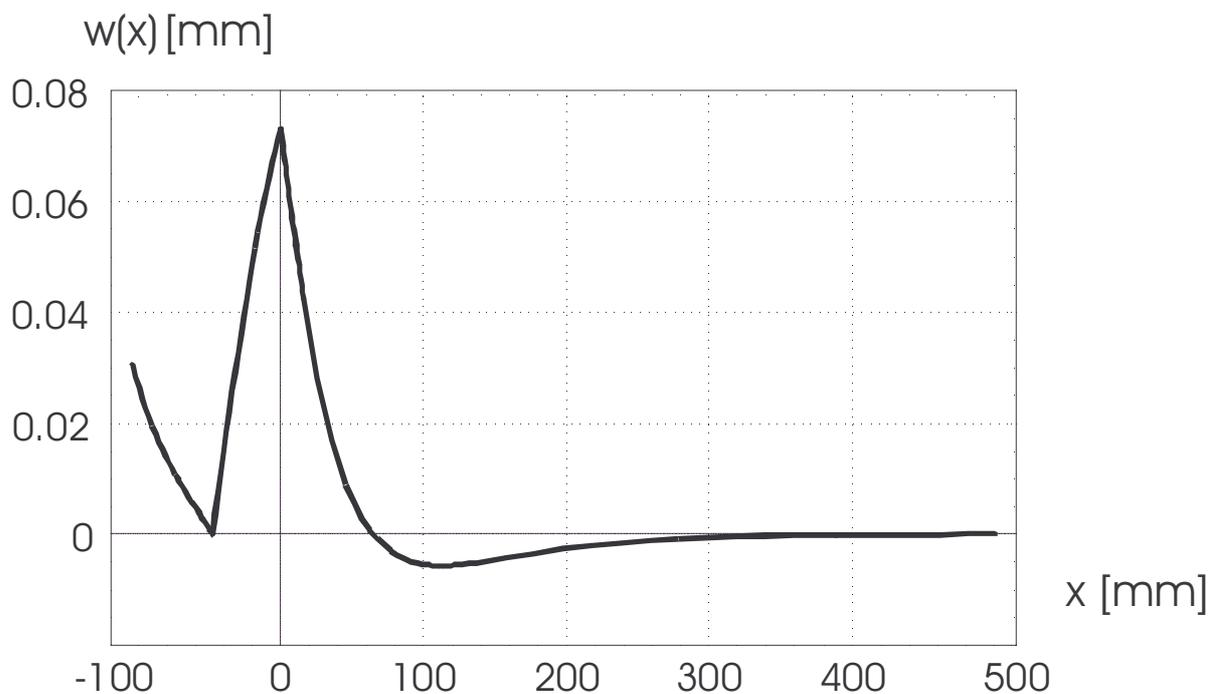
$$F_z = V_1(x_1) - V_2(x_1) = \left[ \frac{d^3 w_1}{dx^3} - \frac{\kappa \cdot K}{G \cdot A} \cdot \frac{dw_1}{dx} - \frac{d^3 w_2}{dx^3} \right] \cdot EI \quad (4.3.1).$$

Dabei ist der etwas ungewohnte mittlere Term in der Klammer auf die Berücksichtigung der Schubweichheit des elastisch gebetteten Abschnittes mit dem Verschiebungsansatz  $w_1(x)$  zurückzuführen (s. Anhang B).



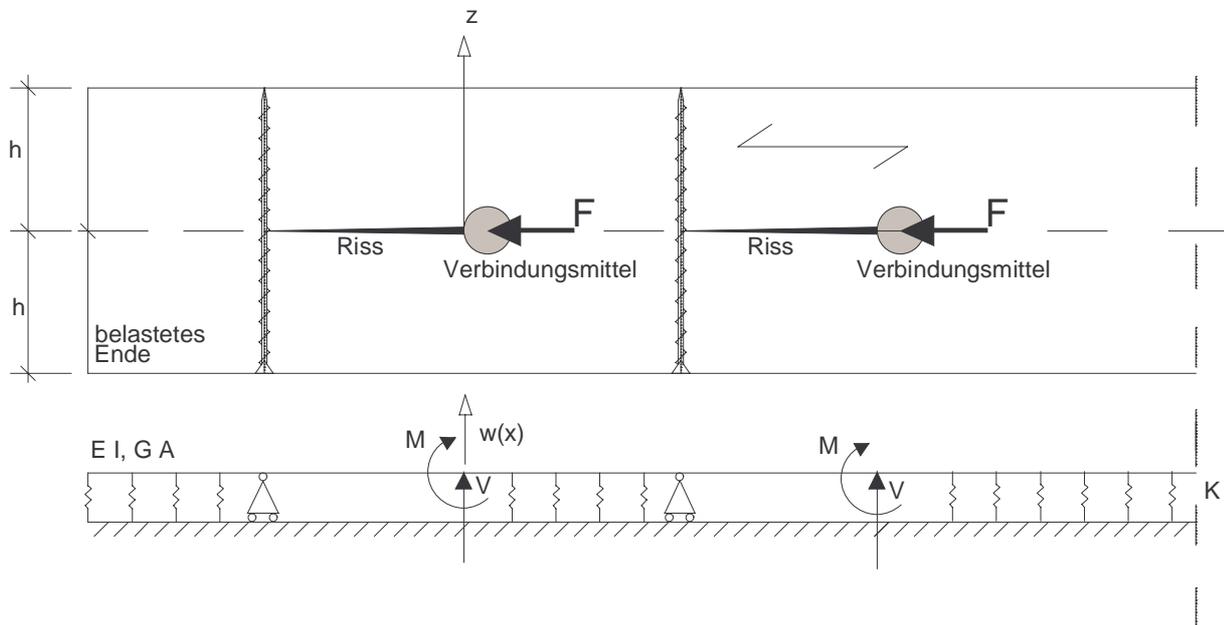
**Bild 4.3.3:** Modellbildung einer verstärkten Verbindung

Bild 4.3.4 zeigt eine typische Biegelinie eines nach Bild 4.3.3 modellierten Anschlussbereiches.

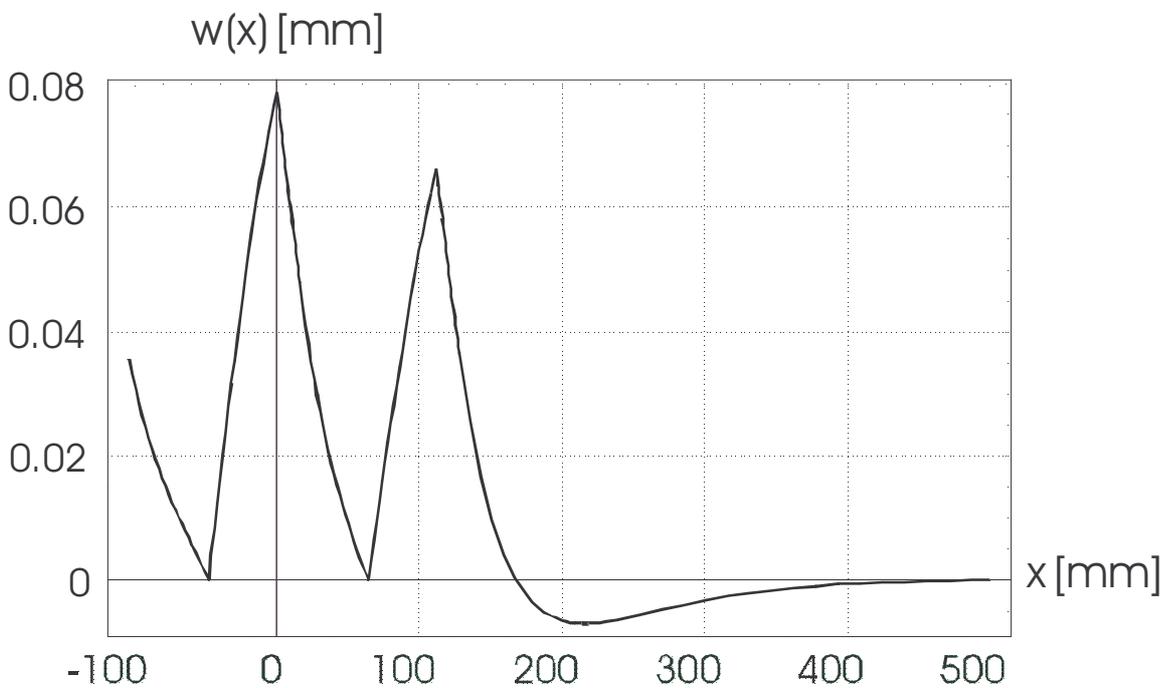


**Bild 4.3.4:** Elastische Linie des Balkens nach Bild 4.3.3

Bild 4.3.5 zeigt einen Anschluss mit zwei Verbindungsmitteln und zwei verstärkenden Schrauben, in Bild 4.3.6 ist die zugehörige Biegelinie dargestellt.

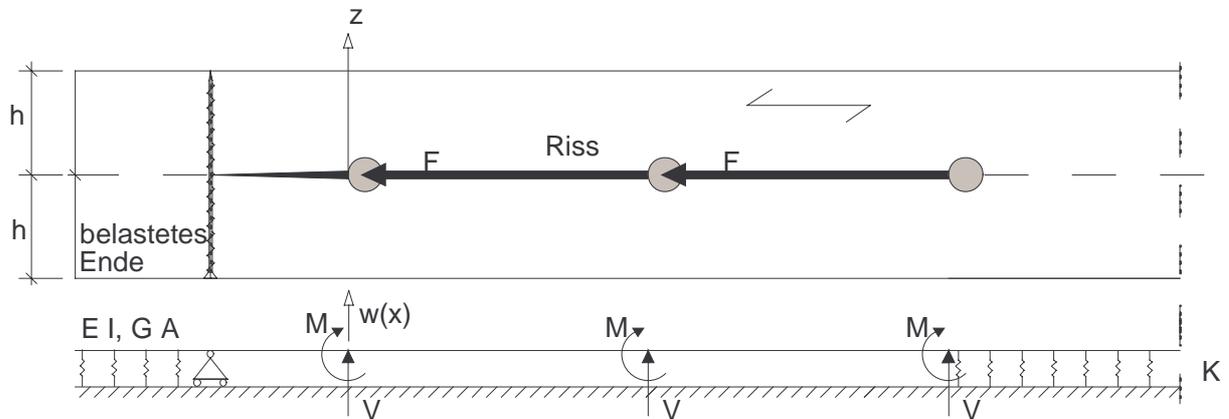


**Bild 4.3.5:** Modell einer verstärkten Verbindung mit zwei selbstbohrenden Holzschrauben

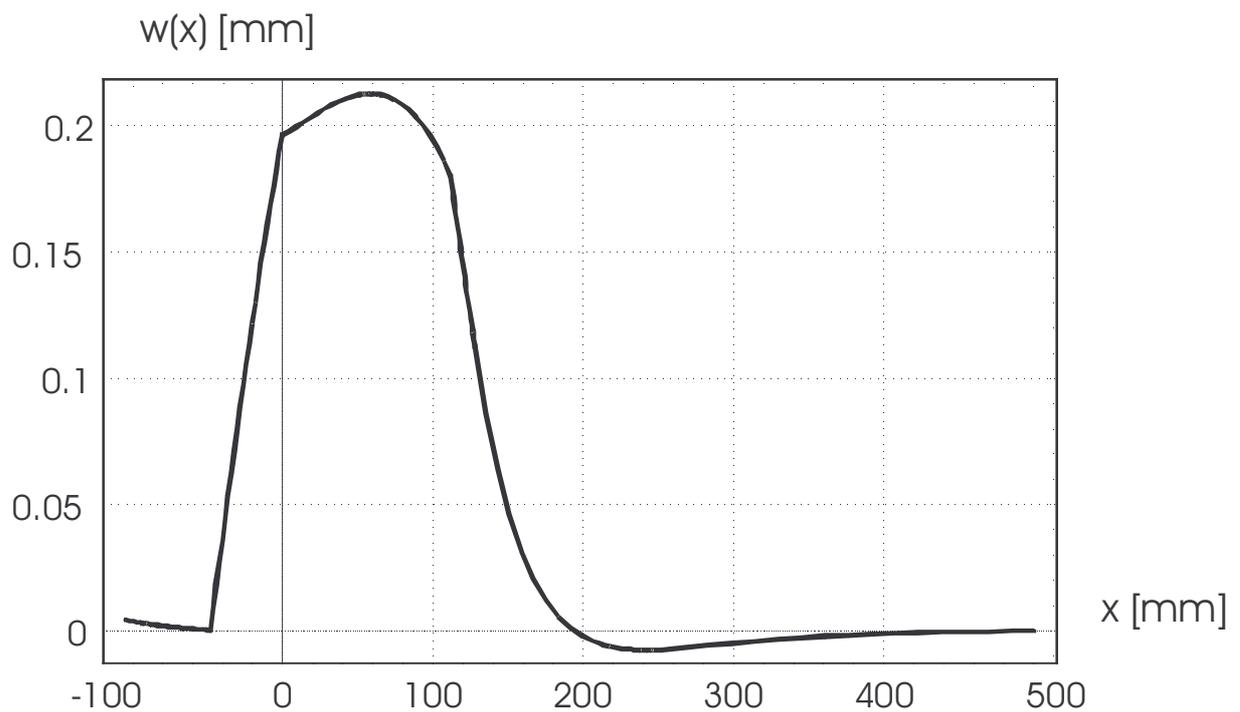


**Bild 4.3.6:** Biegelinie des Modells nach Bild 4.3.5

Bild 4.3.7 zeigt das Modell eines mit nur einer Schraube verstärkten Anschlussbereichs. Es wurde eine Rissbildung von der Lasteinleitung des dritten Verbindungsmittels bis zur Schraube angenommen.



**Bild 4.3.7:** Modell einer verstärkten Verbindung mit einer selbstbohrenden Holzschraube



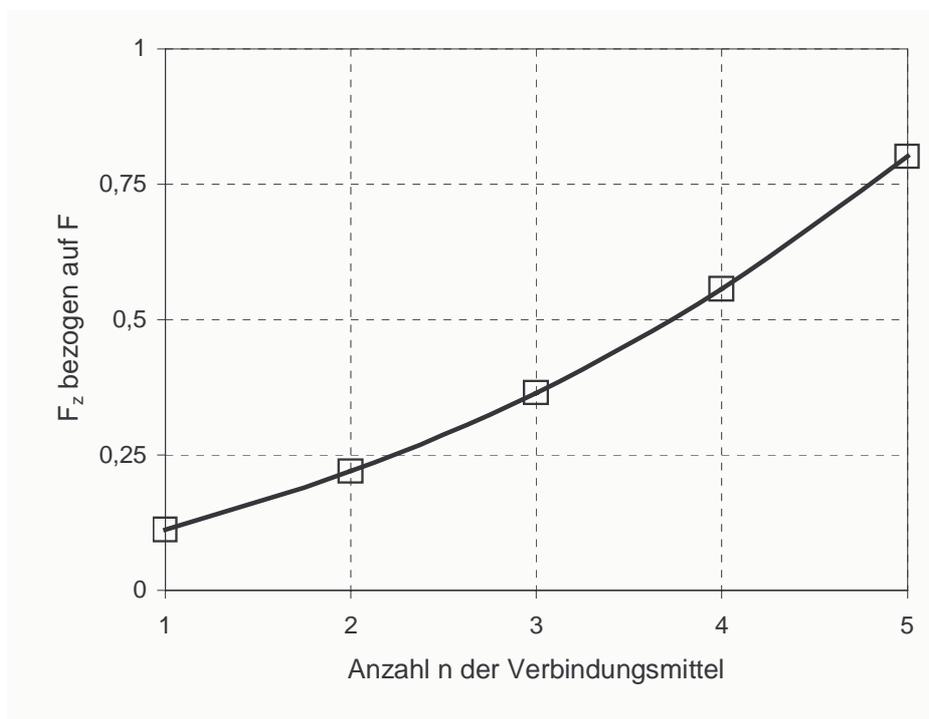
**Bild 4.3.8:** Biegelinie des Modells nach Bild 4.3.7

Für die Berechnungen, die zu den in den Bildern 4.3.4, 4.3.6 und 4.3.8 dargestellten Biegelinien und den in den verstärkenden Schrauben wirkenden Zugkräften führten, wurden folgende Eingangsgrößen verwendet:

$$\begin{aligned}
 \rho &= 450 \text{ kg/m}^3 & f_h &= 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho \quad [\text{N/mm}^2] \\
 d &= 16 \text{ mm} & t &= 1 \text{ mm} \\
 F &= f_h \cdot d \cdot t & V &= F/7 \\
 a_1 &= 7 \cdot d & a_4 = h &= 3 \cdot d \\
 M &= F/2 \cdot h/2 & E_0 &= 12000 \text{ N/mm}^2 \\
 E_{90} &= 400 \text{ N/mm}^2 & G &= 750 \text{ N/mm}^2 \\
 x_1 &= -3 \cdot d
 \end{aligned} \tag{4.3.2}.$$

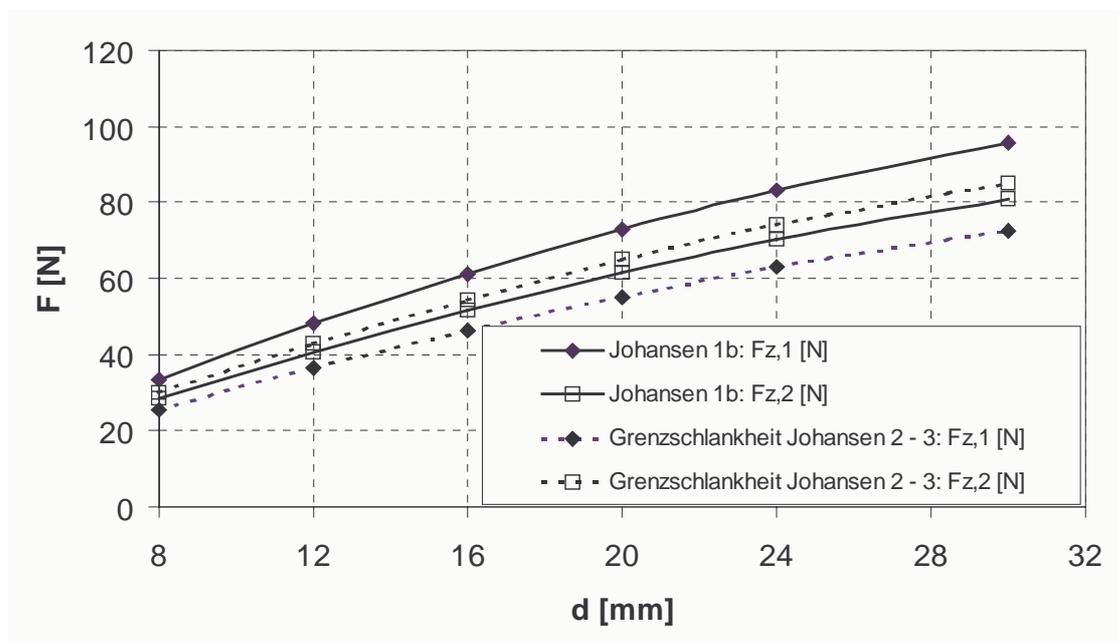
Es wurde das Auftreten des Versagensmechanismus 1b (Bild 4.2.16) nach Johansen angenommen.

Bild 4.3.9 zeigt das Verhältnis zwischen der Zugkraft  $F_z$  der verstärkenden Schraube und der durch jedes Verbindungsmittel faserparallel übertragenen Kraft  $F$  nach (4.3.2), bei einer Modellierung entsprechend Bild 4.3.7, d.h. mit nur einer verstärkenden Schraube zwischen dem ersten Verbindungsmittel und dem beanspruchten Hirnholzende. Dieses Verhältnis ist unabhängig vom Verbindungsmitteldurchmesser.



**Bild 4.3.9:** Verhältnis zwischen  $F_z$  und  $F$  bei einer Verstärkung mit nur einer Schraube zwischen dem ersten Verbindungsmittel und dem beanspruchten Hirnholzende

Bild 4.3.10 zeigt die Zugkraft  $F_{z,1}$  in der ersten Schraube und  $F_{z,2}$  in der zweiten Schraube einer mit zwei Schrauben verstärkten Verbindung nach Bild 4.3.5. Für die Berechnungen, die zu den Ergebnissen mit der Bezeichnung „Johansen 1b“ führten, wurden außer dem variierten Durchmesser die Werte nach (4.3.2) verwendet. Bei den Berechnungen, die zu den mit „Grenzschlankheit Johansen 2 – 3“ bezeichneten Ergebnissen führten, wurde für den Wert der Querkraft  $V$  und die zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansens Modell von (4.3.2) abgewichen.



**Bild 4.3.10:** Zugkräfte in den Schrauben nach Bild 4.3.5

Um für die Anwendung Bemessungsregeln für die Verstärkung geben zu können, ist es sinnvoll, die in den Schrauben wirkenden Zugkräfte auf die je Verbindungsmittel und Scherfuge zu erwartende Tragfähigkeit nach Johansens Modell zu beziehen. Für dieses Verhältnis ist jedoch nicht mehr der Fall 1b (Bild 4.2.16) nach Johansens Modell maßgebend. Die Zugkräfte in den Schrauben sind nach Bild 4.3.10 bei gleicher Holzdicke zwar höher, als diejenigen für die anderen Verformungsfiguren des Verbindungsmittels nach Johansens Modell, gleichzeitig sind aber die nach diesem Modell zu erwartenden Tragfähigkeiten der Verbindungsmittel niedriger.

Die ungünstigsten Verhältnisse ergeben sich für die zu den Fällen 2, 3 und 1a, 3 nach Johansens Modell gehörenden Grenzschlankheiten bei Holz–Holz-Verbindungen und für die Grenzschlankheit der Fälle 1a, 2 bei einer einschnittigen Verbindung mit einem dünnen Stahlblech und Holz. Für die genannten Grenzschlankheiten folgt nach den Bildern 4.2.16 bis 4.2.19:

$$F = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \cdot t \cdot f_h \cdot d$$

$$M = \frac{h}{2} \cdot \frac{F}{2} \quad (4.3.3)$$

$$V = \frac{t \cdot f_h \cdot d}{7} = \frac{F \cdot (1 + \sqrt{2})}{7}$$

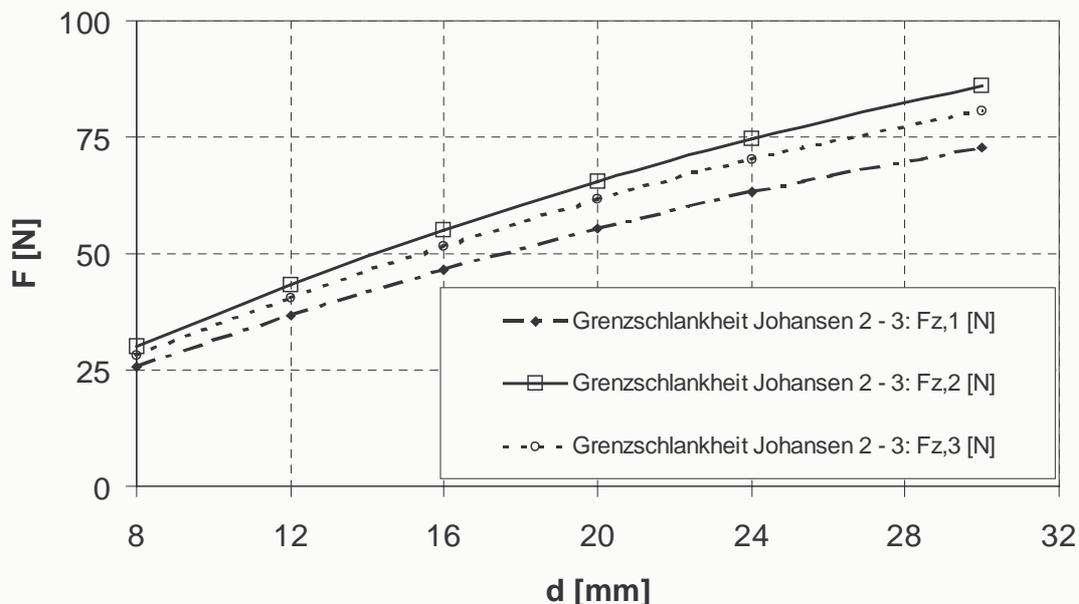
Nach Bild 4.3.10 ist bei Berücksichtigung von (4.3.3) die zweite Schraube zwischen dem ersten und dem zweiten Verbindungsmittel höher beansprucht als die erste Schraube.

Wird die Zugkraft in der zweiten Schraube  $F_{z,2}$  nach Bild 4.3.10 (Modell nach Bild 4.3.5) bezogen auf  $F$  nach (4.3.3) ergibt sich ein vom Durchmesser unabhängiger Wert von

$$F_{z,2}/F = 0,265 \quad (4.3.4).$$

Bild 4.3.11 zeigt die Zugkräfte in den Schrauben für ein Modell mit drei Verbindungsmitteln und, in Anlehnung an Bild 4.3.5, einer verstärkenden Schraube zwischen jedem Verbindungsmittel und dem ersten Verbindungsmittel und dem beanspruchten Hirnholzende. Die zweite verstärkende Schraube, zwischen dem ersten und zweiten Verbindungsmittel angeordnet, ist demnach am stärksten beansprucht. Es ergibt sich wiederum ein vom Durchmesser unabhängiger Wert von

$$F_{z,2}/F = 0,268 \quad (4.3.5).$$



**Bild 4.3.11:** Zugkräfte in den Schrauben bei einem Modell mit drei Verbindungsmitteln in einer Reihe

Bei einer Verbindung mit einem Verbindungsmittel und einer verstärkenden Schraube zwischen dem beanspruchten Hirnholzende und dem Verbindungsmittel nach Bild 4.3.3 ergibt sich

$$F_{z,1}/F = 0,249 \quad (4.3.6).$$

Bei den Berechnungen, die zu den in den Bildern 4.3.10 und 4.3.11 dargestellten Ergebnissen und zu den Gleichungen (4.3.4), (4.3.5) und (4.3.6) führten, wurden die verstärkenden Schrauben in der Mitte zwischen den Verbindungsmitteln und in der Mitte zwischen dem ersten Verbindungsmittel und dem beanspruchten Hirnholzende angeordnet.

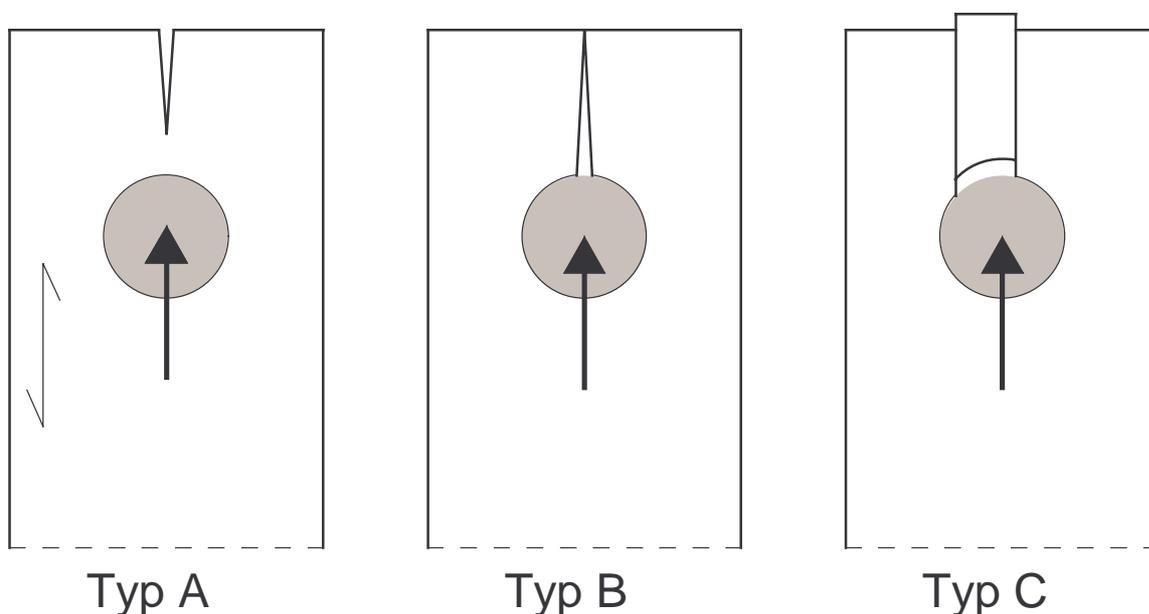
Die verstärkenden Schrauben von Anschlüssen sollten demnach für eine Zugkraft von 30% der zu erwartenden Tragfähigkeit je Verbindungsmittel und Scherfuge bemessen werden. Bei dieser Annahme kann der Versagensmechanismus des Verbindungsmittels nach Johansens Modell unberücksichtigt bleiben.

#### 4.4 Energiefreisetzungsrate im Modus II

Bei der Modellbildung der Abschnitte 4.2 und 4.3 wurde das Wachstum eines Risses entlang der Symmetrieachse und ausgehend vom Verbindungsmittel untersucht. Es lag damit ein Risswachstum entsprechend Modus I (Bild 2.2.1) vor.

Masuda (1998) beobachtet in seinen Versuchen die drei in Bild 4.4.1 dargestellten Arten des Risswachstums. Typ A wurde nur bei sehr kleinen Endabständen  $a_{3,t} \leq 1,5 \cdot d$  beobachtet. Wilkinson und Rowlands (1981) finden bei ihren Untersuchungen eine starke Abhängigkeit der Querkzugspannungen am freien Rand vom Endabstand  $a_{3,t}$ , die Masudas Beobachtungen erklären. Der von Masuda gefundene Abstand  $a_{3,t} \leq 1,5 \cdot d$  liegt weit unter den in den Regelungen für den Holzbau angegebenen Werten. Deshalb wurde auf eine Untersuchung des Risswachstums nach Typ A verzichtet.

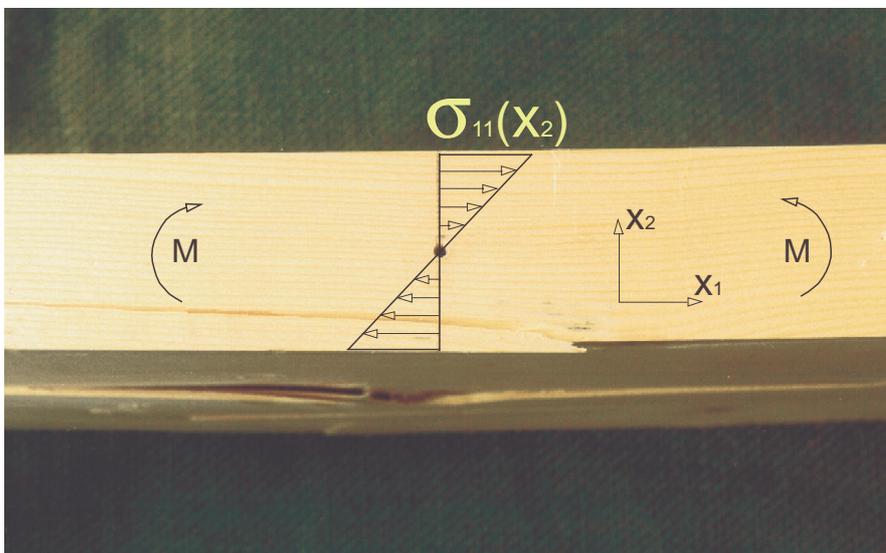
Das Ausscheren eines Blockes nach Typ C des Bildes 4.4.1 (siehe auch Bild 1.1) ist dagegen häufiger zu beobachten. Bei den Versuchen, die in Abschnitt 6 dargestellt sind, war diese Art des Risswachstums ebenfalls zu beobachten. Die von Masuda (1998) durchgeführten Versuche, die nach Typ C versagten, erreichten allerdings signifikant größere Traglasten, als diejenigen Prüfkörper, die ein Risswachstum nach Typ B zeigten.



**Bild 4.4.1:** Mögliche Typen des Risswachstums

Das Ausscheren eines Blockes entsprechend Typ C des Bildes 4.4.1 wird in der Bruchmechanik als gemischte Beanspruchung bezeichnet; es tritt Risswachstum nach Modus II (siehe Bild 2.2.1) zusammen mit einem Risswachstum nach Modus I auf.

Die gemischte Beanspruchung führt bei isotropen Materialien häufig zu einer Ablenkung des Risswachstums von der ursprünglichen Richtung. Diese Erscheinung ist im Holzbau nicht zu beobachten, Risse deren Oberflächen parallel zur Faser angeordnet sind, behalten diese Orientierung bei weiterem Rissfortschritt. Andererseits wachsen Risse ausgehend von Ausklinkungen (Bild 2.2.4) oder Durchbrüchen in der Regel in faserparalleler Richtung. Selbst die Bruchbilder von Balken, deren Biegebeanspruchung nur zu Spannungen in Faserrichtung führen, zeigen ein überwiegend in faserparalleler Richtung verlaufendes Risswachstum.



**Bild 4.4.2:** Risswachstum bei faserparalleler Beanspruchung

Das einfachste Kriterium für Risswachstum bei gemischter Beanspruchung lautet nach Jernkvist (2001) und Gross (1996) unter Verwendung des Konzeptes der Energiefreisetzungsraten:

$$G = G_I + G_{II} \geq G_c \quad (4.4.1).$$

Dabei setzt Gleichung (4.4.1) voraus, dass die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  als materialspezifische Widerstandsgröße unabhängig vom Modus des Risswachstums ist. Jernkvist (2001) bestätigt diese Annahme nicht. Nach seinen Untersuchungen und Ergebnissen von Mansfield-Williams (1995) beträgt der Wert der kritischen Energiefreisetzungsrate im Modus II  $G_{c,II}$  ein mehrfaches des entsprechenden Wertes bei Risswachstum nach Modus I.

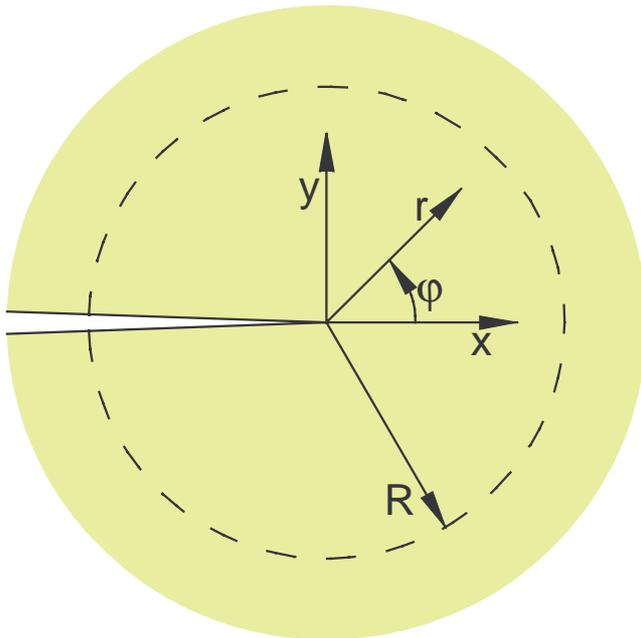
Jernkvist erreicht mit den Gleichungen

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} + \left| \frac{K_{II}}{K_{IIc}} \right|^n - 1 = 0 \quad (4.4.2)$$

oder

$$\frac{1}{(\beta_3 + \sqrt{\beta_4})} \left[ \beta_3 \cdot K_I + \sqrt{\beta_4 K_I^2 + K_{II}^2} \right] - K_{Ic} = 0 \quad (4.4.3)$$

die beste Anpassung an die von ihm durchgeführten Versuche bei Vorliegen gemischter Beanspruchung. Dabei sind  $\beta_3$  und  $\beta_4$  abhängig von den Elastizitätskonstanten. Während der Exponent  $n$  in (4.4.2) empirisch an die Versuchsergebnisse angepasst wird, beruht Gleichung (4.4.3) auf der Annahme, dass ein Risswachstum eintritt, wenn die Hauptnormalspannung in einem Schnitt entlang der  $x$ -Ebene, d.h. für  $\varphi = 0^\circ$  nach Bild 4.4.3, in einem bestimmten Abstand  $\delta$  von der Risspitze einen kritischen Wert erreicht. Die Hauptnormalspannung kann mit Hilfe der Spannungsintensitätsfaktoren berechnet werden.



**Bild 4.4.3:** polares und kartesisches Koordinatensystem mit Ursprung an der Rissfront

Um weiterhin das Konzept der Energiefreisetzungsraten zu verwenden, soll im folgenden wiederum mit einem vereinfachten Modell der Wert der Energiefreisetzungsrate  $G_{II}$  beim Ausscheren eines Blockes berechnet werden.

Die Energiefreisetzungsrates im Modus II wird mit Hilfe eines Modells berechnet, das die Deformation infolge der Schubspannungen im Volumen  $L_1 \cdot h_3$  berücksichtigt (Bild 4.4.4). Nach Volkensens (1938) Ansatz gibt Jorissen (1998) für die Schubverzerrung entlang  $L_1$  Gleichung (4.4.4) an:

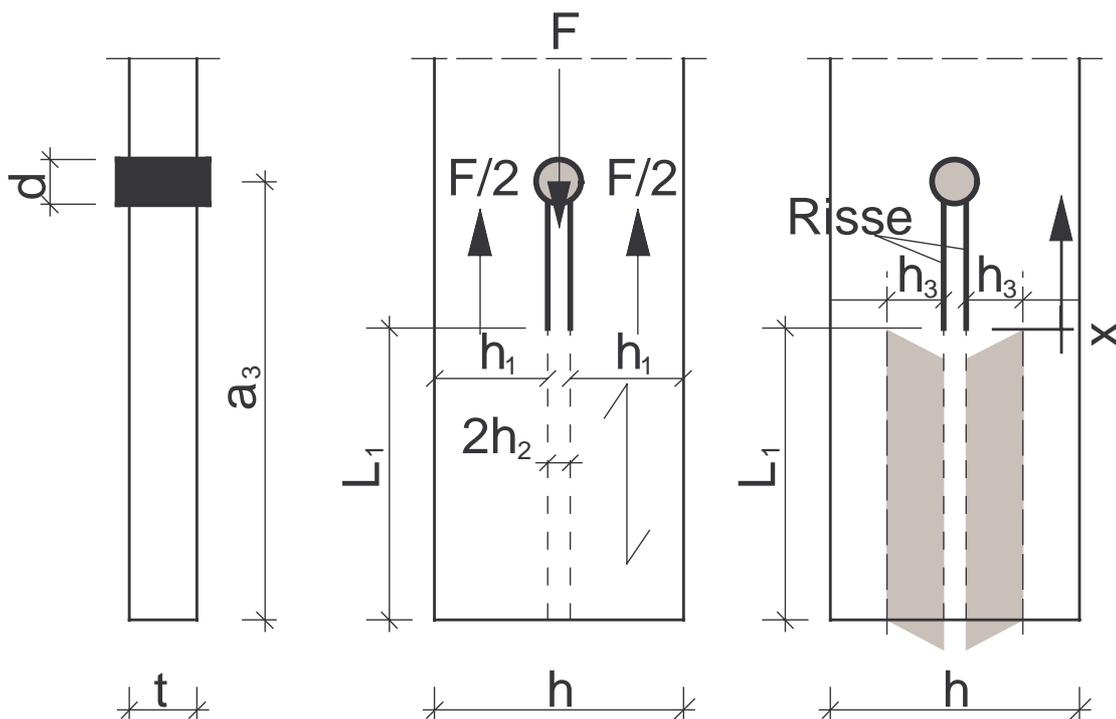
$$\gamma(x) = \frac{(h_1 + h_2) \cdot F}{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3 \cdot t \cdot E_0 \cdot \omega} \left[ \frac{\cosh(\omega \cdot L_1)}{\sinh(\omega \cdot L_1)} \cdot \cosh(\omega \cdot x) + \sinh(\omega \cdot x) \right] \quad (4.4.4),$$

mit

$$\omega = \sqrt{\frac{(h_1 + h_2) \cdot G}{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3 \cdot E_0}} \quad (4.4.5).$$

Die Schubspannungen ergeben sich zu:

$$\tau(x) = G \cdot \gamma(x) \quad (4.4.6).$$



**Bild 4.4.4:** Zur Berechnung der Schubspannungen

Bild 4.4.5 zeigt den Schubspannungsverlauf entlang  $L_1 = 6,5 \cdot d$ , d.h. mit einer Risslänge  $a = 0$  mm. Die geometrischen und mechanischen Konstanten betragen für diese Berechnung:

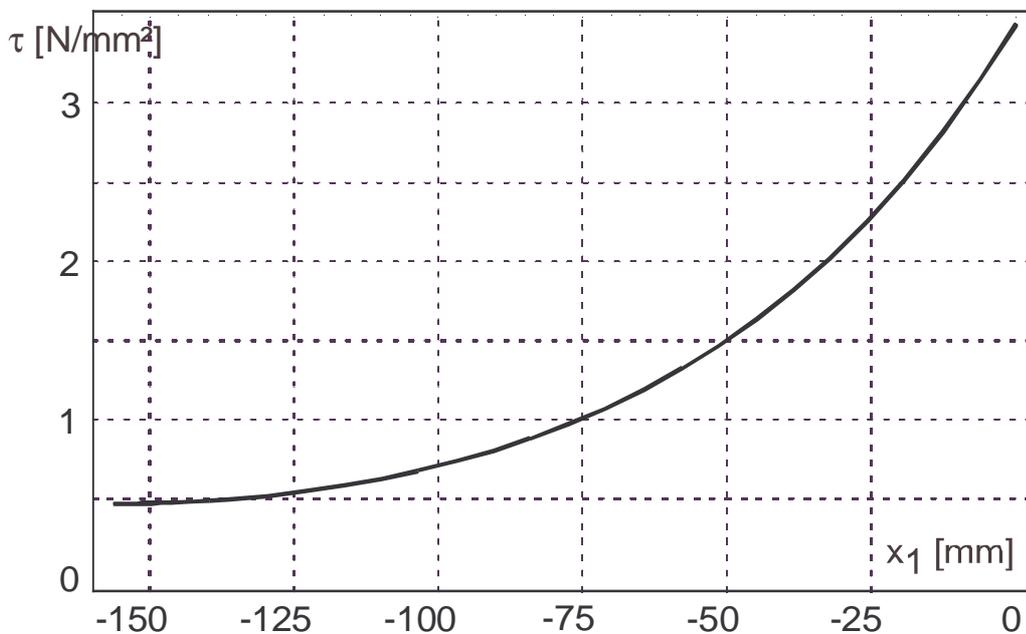
$$\begin{aligned} \rho &= 450 \text{ kg/m}^3, & d &= 24 \text{ mm}, & E_0 &= 12000 \text{ N/mm}^2, & L_1 &= 7d - d/2, \\ a_3 &= 7d, & G &= 750 \text{ N/mm}^2, & h_1 + h_2 &= a_{4,c} = 3 \cdot d. \end{aligned}$$

Abweichend von Jorissen wurden für  $h_2$  nach Rodd (1988) (Bild 4.2.2) und  $h_3$  folgende Annahmen getroffen:

$$h_2 = b_d / 2 = c_w \cdot d / 2 = 0,595 \cdot d / 2 \quad (4.4.7).$$

Die Kraft  $F$  wurde angesetzt zu:

$$F = f_h \cdot c_w \cdot d \cdot t = 0,082 \cdot (1 - 0,010 \cdot d) \cdot \rho \cdot 0,595 \cdot d \cdot 1 \quad (4.4.8).$$



**Bild 4.4.5:** Schubspannungsverlauf entlang  $L_1$

Die Verschiebung  $u(a)$  der Kraft  $F$  in Abhängigkeit von der Risslänge

$$\Delta a = a_3 - d/2 - L_1 \quad (4.4.9),$$

kann berechnet werden zu

$$u(\Delta a) = \frac{F}{2 \cdot h_2 \cdot t \cdot E_0} \cdot \Delta a + h_3 \cdot \gamma(x=0) \quad (4.4.10).$$

Dabei berücksichtigt der erste Term die Längsdehnung des von den Rissflächen begrenzten Blockes.

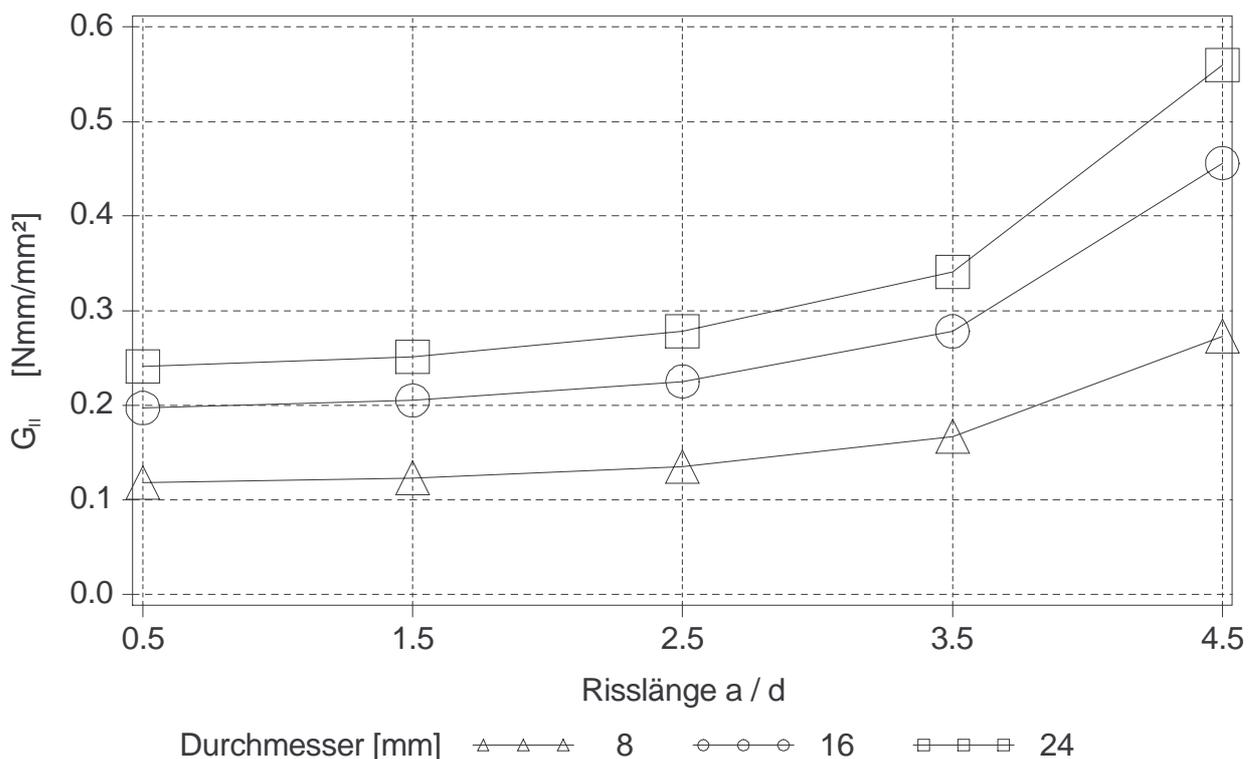
Für ein Risswachstum  $\Delta a$  ergibt sich eine Verschiebung  $\Delta u$  der Kraft  $F$ , so dass die Energiefreisetzungsrate im Modus II schließlich berechnet werden kann zu:

$$G_{II} = -\frac{\Delta\Pi}{2 \cdot t \cdot \Delta a} = \frac{F \cdot \Delta u}{2 \cdot 2 \cdot t \cdot \Delta a} \quad (4.4.11).$$

Da nach diesem Modell zwei Rissflächen entstehen, ist das Potential in Gleichung (4.4.11) zusätzlich zu halbieren.

Bild 4.4.6 zeigt die Energiefreisetzungsraten im Modus II nach diesem Modell für unterschiedliche Durchmesser  $d$ . Die Energiefreisetzungsraten sind über der gemittelten Risslänge zwischen zwei Berechnungsschritten, bei denen ein Risswachstum um  $\Delta a$  angesetzt wurde, aufgetragen. Als Konstanten wurden angenommen:

$$\begin{aligned} \rho &= 450 \text{ kg/m}^3, & d &= 8, 16, 24 \text{ mm}, & E_0 &= 12000 \text{ N/mm}^2, \\ a_3 &= 7d, & G &= 750 \text{ N/mm}^2, & h_1 + h_2 &= a_{4,c} = 3 \cdot d. \end{aligned}$$



**Bild 4.4.6:**  $G_{II}$  über  $a/d$

## 4.5 Zusammenfassung der mechanischen Untersuchungen

Mit Hilfe der in den Abschnitten 4.2 und 4.4 dargestellten Modelle können die Energiefreisetzungsraten für Rissöffnungsarten nach Modus I und Modus II berechnet werden. Dabei liegen die Energiefreisetzungsraten für beide Modi, bei Annahme realistischer Materialeigenschaften und Abmessungen, in der gleichen Größenordnung. Bei dem spröden Versagen infolge Ausscheren eines Blockes liegt eine gemischte Beanspruchung vor, d.h. das Risswachstum erfolgt nach Modus I und II.

Unter der für Holz wegen seines Zellaufbaus durchaus zu rechtfertigenden Annahme, dass das Risswachstum auch bei dieser gemischten Beanspruchung in faserparalleler Richtung verläuft, stellen sich die energetischen Kriterien für ein Risswachstum folgendermaßen dar:

Risswachstum nach Modus I:

$$G_I > G_c \quad (4.5.1),$$

gemischte Beanspruchung, Risswachstum nach Modus I und II:

$$G_I + G_{II} > G_c \quad (4.5.2).$$

Gleichung (4.5.2) nimmt im Sinne Griffiths an, dass die Energiefreisetzungsraten unabhängig vom Modus des Risswachstums ist. Für die hochkomplizierte Mikrostruktur des Holzes scheint diese Annahme allerdings nicht gerechtfertigt zu sein.

Larsen und Gustafsson (1990) geben als kritische Energiefreisetzungsraten im Modus I an:

$$G_{I,c} = (-364 + 1,54 \cdot \rho \cdot \text{m}^3 / \text{kg}) / 1000 \text{ [N mm} / \text{mm}^2] \quad (4.5.3).$$

Für eine Rohdichte von  $\rho = 420 \text{ kg/m}^3$  ergibt sich aus Gleichung (4.5.3)  $G_{I,c} = 0,283 \text{ Nmm/mm}^2$ . Der größte Teil des von Larsen und Gustafsson untersuchten Holzes war sogenanntes redwood, zumeist die Kiefernart *pinus sylvestris* mit entsprechend hoher Rohdichte.

Mansfield-Williams (1995) ermittelte für Fichte (*Picea abies*) eine kritische Energiefreisetzungsraten von  $G_{II,c} = 0,757 \text{ Nmm/mm}^2$ , die bei einem Korrelationskoeffizient  $r < 0,5$  unabhängig von der Rohdichte zu sein scheint. Dieser Wert liegt deutlich über demjenigen nach Gleichung (4.5.3), die mittlere Rohdichte betrug ungefähr  $420 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

Neuere Ansätze (Jernkvist 2001) wenden bei gemischten Beanspruchungen Modelle an, die Spannungsintensitätsfaktoren verwenden. Bei Anwendung dieses Konzeptes

auf den orthotropen Werkstoff Holz wird in der Regel die Methode der Finiten Elemente benötigt.

Da im Nahbereich von Stabdübeln plastische Verformungen durch Lochleibungsbeanspruchungen auftreten, wird für eine Anwendung des Konzeptes der Spannungsintensitätsfaktoren auf das Spalten einer Verbindung nicht nur das verallgemeinerte Hookesche Gesetz, sondern auch eine nichtlineare Spannungsdehnungsbeziehung benötigt.

Im Vergleich zu den in den Abschnitten 4.2 und 4.4 beschriebenen Modellen würde der Rechenaufwand enorm steigen. Das Hauptproblem besteht aber in der geringen Kenntnis der mechanischen Eigenschaften, insbesondere der hier zu untersuchenden Holzarten, und in den, für Holz üblichen, großen Streuungen dieser Eigenschaften. Aus diesen Gründen ist die Anwendung der in Abschnitt 4 beschriebenen, einfacheren Modelle gerechtfertigt.

Im Rahmen dieser Untersuchungen wird die Energiefreisetzungsrate  $G_{I,c}$  bei Risswachstum nach Modus I der in Abschnitt 3 genannten Holzarten untersucht, um die Spaltneigung dieser Holzarten zu vergleichen. Dabei wird davon ausgegangen, dass diese Energiefreisetzungsrate des Modus I das Bruchgeschehen dominiert.

Die beschriebenen Modelle beruhen weitgehend auf Ansätzen nach Jorissen (1998). Jorissen untersucht allerdings nicht das Risswachstum, sondern berechnet aus den Verformungen der Modelle Querzug- und Schubspannungen. In Gleichung (4.1.10) wird die Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels deshalb, neben den Ansätzen nach Johansen, durch die Querzug- und Schubfestigkeit bestimmt.

## 5 Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsrate

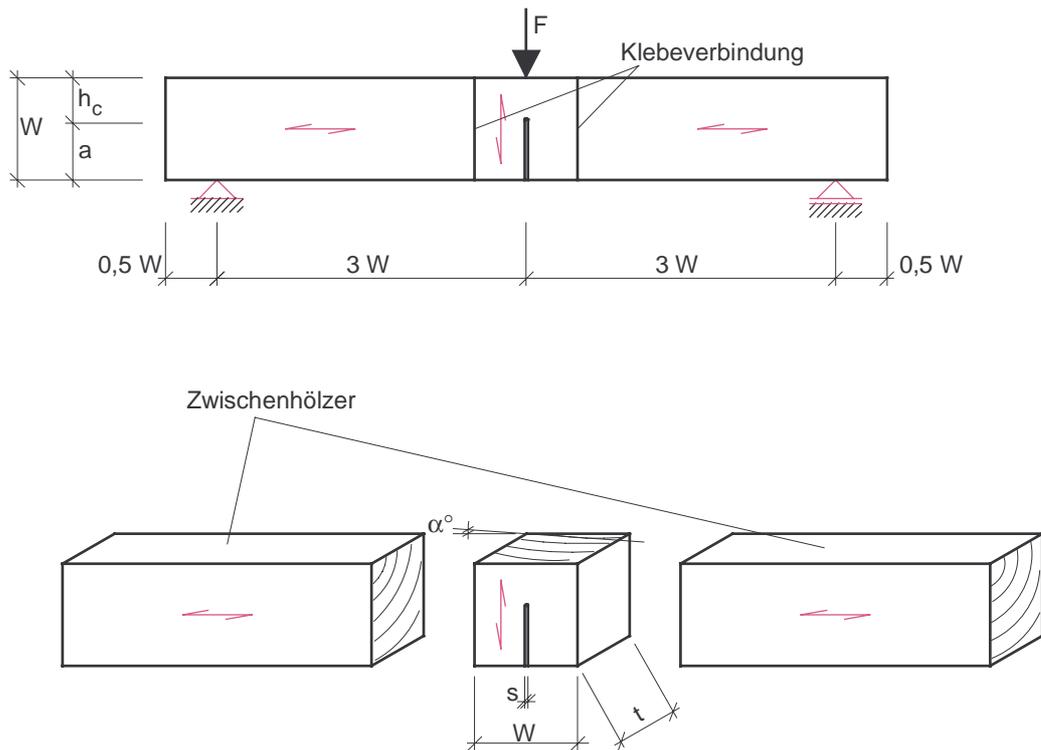
### 5.1 Kenntnisstand und Prüfverfahren

Zahlreiche Untersuchungen zur Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte sind in der Literatur dokumentiert (Valentin et al. (1991)). Der bei weitem größte Teil beschäftigt sich mit dem Risswachstum im Modus I (Bild 2.2.1), obwohl der Ausgangspunkt vieler Untersuchungen die im Holzbau wichtigen Konstruktionsdetails Ausklinkungen und Durchbrüche sind. In einer der frühesten bruchmechanischen Untersuchungen im Holzbau berechnet Leicester (1971) die Spannungsintensitätsfaktoren der Modi I und II aus den Traglasten von Versuchen mit ausgeklinkten Trägern.

Viele der Untersuchungen ermitteln kritische Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{I,c}$ . Eine Umrechnung auf Energiefreisetzungsraten  $G_{I,c}$  ist nach Sih, Paris und Irwin (1965) möglich, erfordert aber die Kenntnis der Elastizitätszahlen des verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes. Da diese nur mit sehr großem Aufwand zu bestimmen sind (Neuhaus (1981), Hörig (1931)), sind diese Werte für die dokumentierten Versuche nicht bekannt.

Eine systematische Untersuchung zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten im Modus I wurde in einem international koordinierten Projekt von zahlreichen Forschungseinrichtungen zwischen 1989 und 1991 durchgeführt. Die Ergebnisse wurden von Larsen und Gustafsson (1990, 1991) zusammengestellt.

Die Versuche wurden als Dreipunktbiegeversuch (Bild 5.1.1) nach einer von Gustafsson (1988) vorgeschlagenen Prüfmethode durchgeführt, die mittlerweile als skandinavische Norm nordtest method NT BUILD 422 „Fracture energy in tension perpendicular to the grain“ eingeführt wurde.



**Bild 5.1.1:** Dreipunktbiegeversuch

Während des quasi-statisch durchzuführenden Versuchs wird die Last-Verschiebungskurve kontinuierlich aufgezeichnet (Bild 5.1.2). Der Versuch wird bis zum völligen Durchreißen der Probe ausgeführt. Die benötigte Bruchenergie  $U$  für dieses völlige Durchreißen wird aus der Summe der Arbeit aus der Fläche unter der Last-Verschiebungskurve und der Arbeit des Eigengewichtes bestimmt. Die Bruchfläche ist bei dem Verfahren nach der o.g. nordtest method einfach als

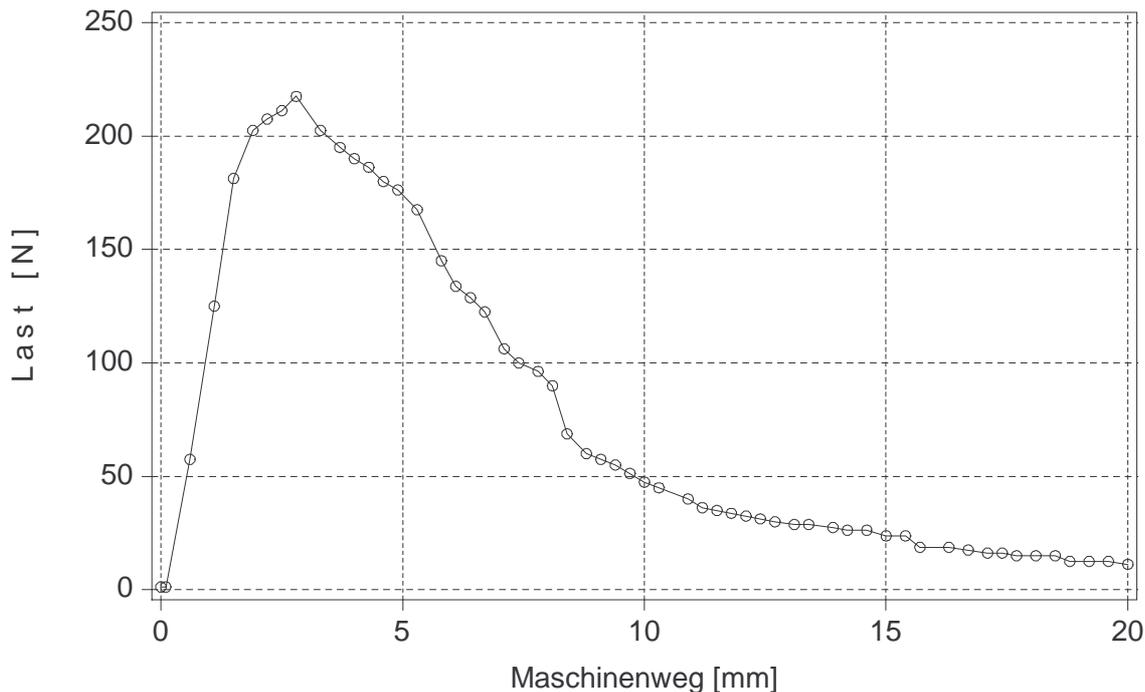
$$A = h_c \cdot t \quad (5.1.1)$$

zu bestimmen.

Die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_{I,c}$  ergibt sich zu

$$G_{I,c} = U / (h_c \cdot t) \quad (5.1.2).$$

Kerto A 01h100



**Bild 5.1.2:** Last-Verschiebungskurve eines Dreipunktbiegeversuchs

Folgende Beziehung (5.1.3) zwischen der Energiefreisetzungsrate  $G_{I,c}$  und der Rohdichte geben Larsen und Gustafsson (1990,1991) an. Für 84 % der Versuche wurde Kiefernholz verwendet, überwiegend die Art *pinus sylvestris*. Für die restlichen Versuche wurde Fichtenholz der Art *picea abies*, sowie als spruce und whitewood bezeichnetes Holz verwendet.

$$G_{I,c} = (-364 + 1,54 \cdot \rho \cdot \text{m}^3/\text{kg}) / 1000 \text{ [N mm / mm}^2\text{]} \quad (5.1.3).$$

Der Korrelationskoeffizient zwischen der Energiefreisetzungsrate und der Rohdichte betrug  $r = 0,74$ .

Im Rahmen des Forschungsvorhabens von Larsen und Gustafsson (1990,1991) wurden neben dem in Gleichung (5.1.3) angenommenen Einfluss der Rohdichte der Einfluss weiterer Materialeigenschaften und der Geometrie auf die Energiefreisetzungsrate untersucht.

Folgendes wurde festgestellt:

- ein signifikanter Einfluss des Winkels zwischen Rissfront und Jahrringlage (Winkel  $\alpha$  nach Bild 5.1.1) konnte nicht festgestellt werden
- ein Einfluss der Holzfeuchte im Bereich zwischen  $u = 12,5\%$  und  $u = 23,4\%$  konnte nicht festgestellt werden; diese Untersuchung beschränkte sich allerdings auf 30 Prüfkörper

- ein signifikanter Einfluss der Prüfkörperhöhe  $W$  nach Bild 5.1.1 und damit zusammenhängend der Bruchfläche auf die Energiefreisetzungsrates wurde erkannt. Tabelle 5.1.1 enthält die Ergebnisse dieser Untersuchung

**Tabelle 5.1.1:** Einfluss der Prüfkörperhöhe  $W$  auf die Energiefreisetzungsrates  $G_{I,c}$

Serie	1	2	3
Anzahl der Versuche	6	12	6
Höhe $W$ nach Bild 5.1.1 [mm]	160	80	40
Mittelwert der Holzfeuchte $u$ [%]	14,3	14,0	14,0
Mittelwert der Rohdichte $\rho_u$ [kg/m <sup>3</sup> ]	584	566	548
Mittelwert von $G_{I,c}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,551	0,483	0,413

Auch Blaß, Schmid (1998) stellen einen ausgeprägten Einfluss der Größe  $W$  nach Bild 5.1.1 auf die Energiefreisetzungsrates fest. Aicher et al. (1993) ermitteln an Dreipunktbiegeproben nach Bild 5.1.1 nominelle Festigkeiten:

$$\sigma_N = \frac{F_{\max} \cdot 3 \cdot W \cdot 6}{2 \cdot b \cdot W^2} \quad (5.1.4).$$

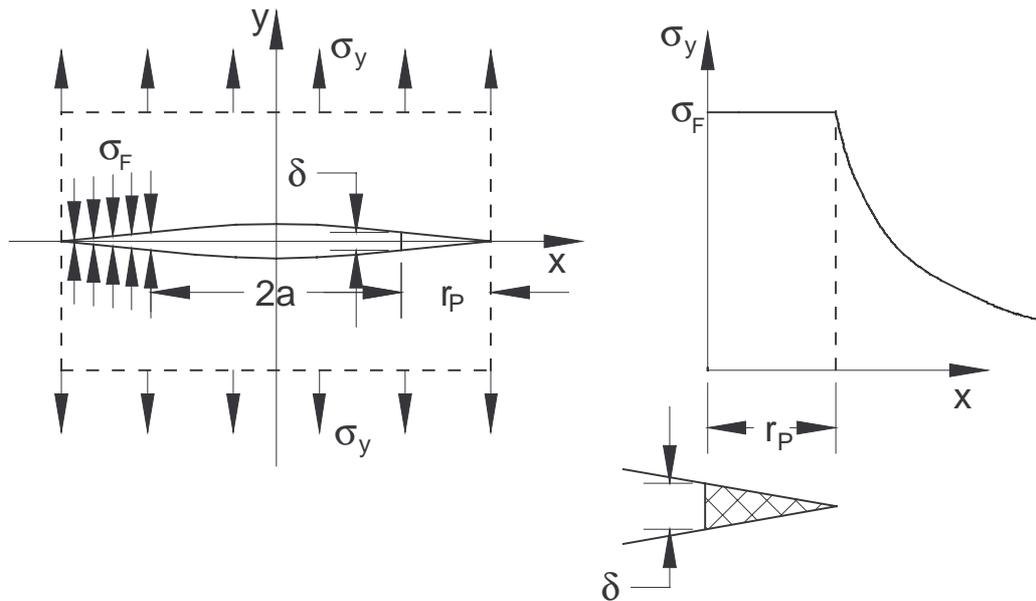
Eine an diese nominellen Festigkeiten angepasste Potenzfunktion lautet

$$\sigma_N = c_1 \cdot W^{c_2} = c_1 \cdot W^{-0,41} \quad (5.1.5).$$

Die nominellen Festigkeiten  $\sigma_N$  wurden an geometrisch ähnlichen Prüfkörpern bestimmt, deren Höhe  $W$  variiert wurde. Im Geltungsbereich der linear-elastischen Bruchmechanik ist nach Paris und Sih (1964) die Wirkung der Größe des Risses bei Werkstoffen mit orthotropem Materialverhalten, bei denen eine Vorzugsrichtung parallel zur Rissoberfläche liegt, gleich derjenigen bei isotropem Verhalten, demnach sollte sich  $c_2 = -0,5$  ergeben. Dass dieser Wert nicht erreicht wird, stellt die Anwendbarkeit der linear-elastischen Bruchmechanik in Frage.

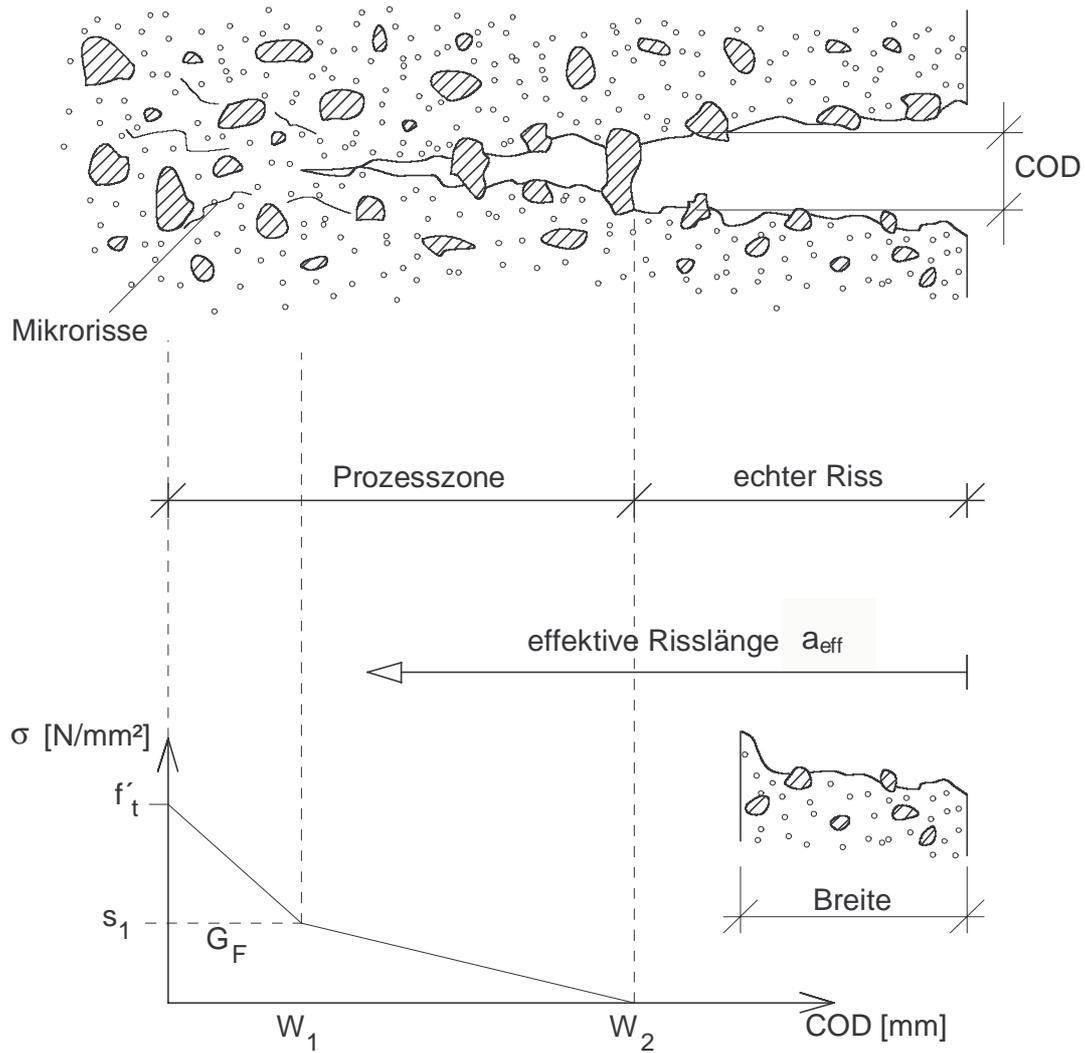
Die Anwendung der linear elastischen Bruchmechanik ist möglich, solange die Prozesszone vor der Risspitze, in der die Materialtrennung stattfindet, klein ist im Vergleich zum durch die Spannungssingularität an der Risspitze dominierten Spannungsfeld. Zur Abschätzung der Größe dieser Prozesszone wurden verschiedene Modelle entwickelt. Dabei wird in der Regel ein plastisches Materialverhalten, das durch eine Fließspannung  $\sigma_F$  gekennzeichnet ist, zugrunde gelegt.

In Bild 5.1.3 ist Dugdales Modell (nach Gross (1996)) dargestellt. Die Ausdehnung der Prozesszone in y-Richtung wird als vernachlässigbar klein, im Vergleich zur Ausdehnung in x-Richtung  $r_P$  angenommen. Die Prozesszone wird somit bei zweidimensionalen Betrachtungen als Linie und bei dreidimensionalen Untersuchungen als Streifen angesehen. Entlang dieses Streifens kann das Material die Fließspannung  $\sigma_F$  übertragen.



**Bild 5.1.3:** Dugdales Modell

Ähnliche Annahmen liegen dem bei Untersuchungen an Beton verwendeten „Fictitious Crack Model“ nach Hillerborg zugrunde (nach Saouma (1997)).



**Bild 5.1.4:** Zu den Annahmen nach Hillerborgs Modell

Bei Hillerborgs „Fictitious Crack Model“ ist die Kenntnis der Zugfestigkeit  $f_t'$  erforderlich. Weiterhin wird bei diesem Modell eine Zunahme der Zugspannungen entlang der Prozesszone angenommen.

Nach diesem Modell kann eine charakteristische Länge  $l_{ch}$  berechnet werden, deren Größe als Maß für die Sprödigkeit gelten kann:

$$l_{ch} = \frac{E \cdot G_{I,c}}{f_t'^2} \quad (5.1.6).$$

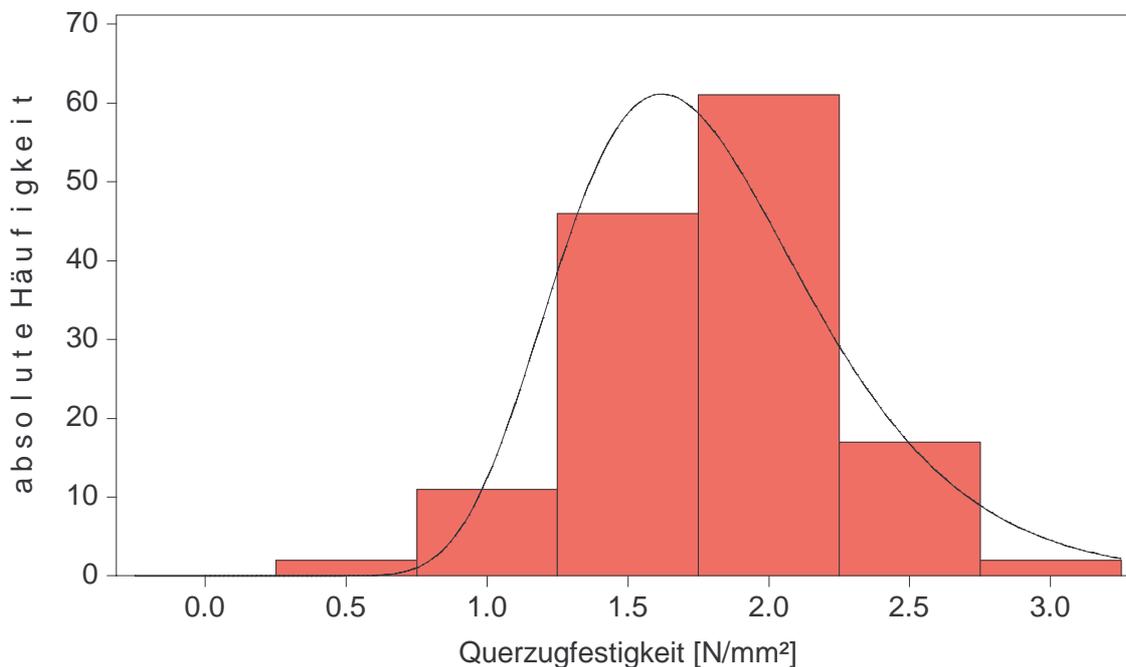
Einen ähnlichen Ansatz gibt Gustafsson (1988) für die Länge der Prozesszone bei ausgeklinkten Trägern aus Holz

$$l = 0,25 \cdot \frac{\sqrt{E_0 \cdot G_{i2}} \cdot G_{t,c}}{f_{t,90}^2} \quad (5.1.7),$$

dabei ist für  $G_{i2}$  der Schubmodul  $G_{12}$  oder  $G_{23}$  nach (5.2.1) einzusetzen, also nicht der sogenannte Rollschubmodul.

Bei Anwendung dieser Modelle auf den Werkstoff Holz im Modus I, mit faserparallelem Risswachstum, besteht die Schwierigkeit in der Bestimmung der Querkzugfestigkeit  $f_{t,90}$ . Diese Querkzugfestigkeit ist nach Blaß und Schmid (2001) schwierig zu bestimmen und stark streuend. Bild 5.1.5 zeigt die Häufigkeitsverteilung der Querkzugfestigkeit von überwiegend tangential zu den Jahrringen beanspruchtem Fichtenholz. Die Funktion der Dichte  $f(x)$  einer angepassten logarithmischen Normalverteilung ist:

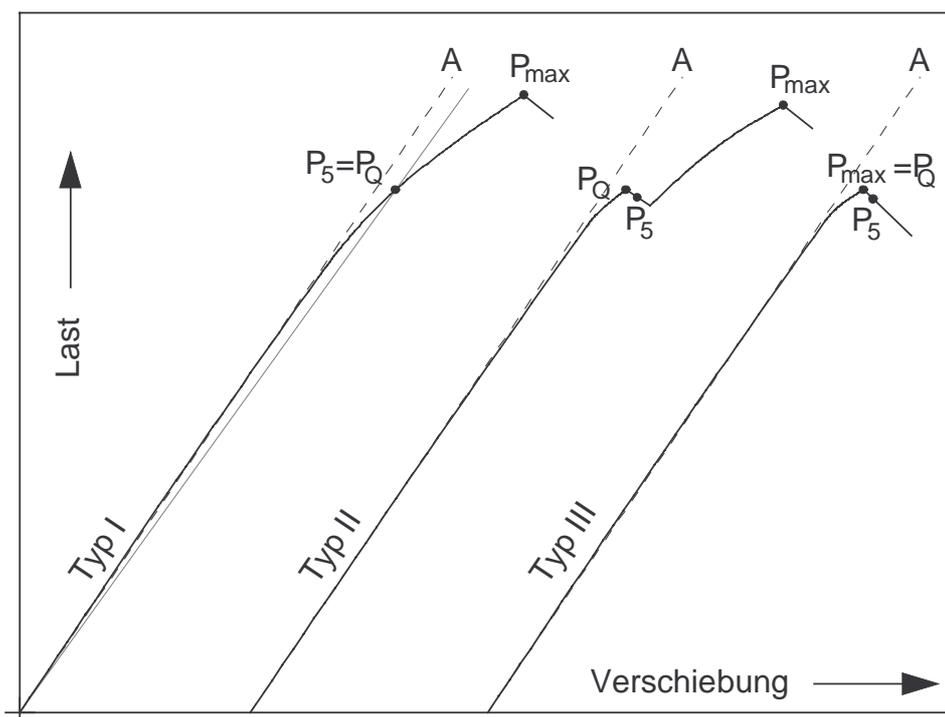
$$f(f_{t,90}) = \frac{1}{0,270 \cdot f_{t,90} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(f_{t,90}) - 0,555)^2}{2 \cdot 0,270^2}} \quad (5.1.8).$$



**Bild 5.1.5:** Häufigkeitsverteilung der Querkzugfestigkeit von überwiegend tangential beanspruchtem Vollholz nach Blaß, Schmid (2001)

Da sich das Holz bei Risswachstum parallel zur Faser offensichtlich weniger spröde verhält als erwartet, wurden die Versuche im Rahmen dieses Forschungsvorhabens mit dem in Abschnitt 5.2 beschriebenen Teillastungsverfahren durchgeführt.

Bekannte Untersuchungen zum Einfluss der Probendicke  $t$  beruhen auf dem Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ . Bei diesem Konzept wird nach der ASTM E 399 die Kraft  $P_Q$  in der Nähe der Höchstlast, bei der das Risswachstum beginnt, verwendet. In Bild 5.1.6 ist die Kraft  $P_5$  als Schnittpunkt einer Geraden, mit einer um 5% geringeren Neigung als die Anfangssteigung der Last-Verformungskurve des Versuches mit dieser Kurve definiert.



**Bild 5.1.6:** Zur Bestimmung der Last  $P_Q$  nach ASTM E 399

Bei metallischen Werkstoffen zeigt sich ab einer bestimmten Dicke  $t$  kein Einfluss der Probendicke auf  $K_{Ic}$  mehr, dagegen steigen die Spannungsintensitätsfaktoren bei geringeren Dicken. Nach Boatright und Garrett (1983) existiert diese untere Grenze auch für Holz und beträgt 5 mm. Andererseits beginnt das Risswachstum bei dicken Proben nach Boatright und Garrett in der Mitte der Rissfront, die Rissfront verläuft bogenförmig. Die untersuchten Proben hatten eine Dicke bis zu 50 mm. Fonselius und Riipola (1992) konnten bei Prüfkörperdicken zwischen 20 und 50 mm keinen Einfluss der Dicke auf die Spannungsintensitätsfaktoren feststellen. Da bei dünnen Proben Querkrümmungen infolge des unterschiedlichen Schwindverhaltens in radialer und tangentialer Richtung zu erwarten sind (Ewing und Williams (1979)) und bei tangentialer Beanspruchung keine Mittelung über mehrere Jahrringe stattfinden würde, wurde

für die in Abschnitt 5.2 beschriebenen Proben eine Dicke von 20 mm gewählt. Lediglich die Prüfkörper aus Furnierschichtholz wiesen eine Dicke von 39 mm entsprechend der Plattendicke des Ausgangsmaterials auf.

Bei der Ermittlung der  $K_{I,c}$  – Werte kann ein über die Dicke der Prüfkörper unregelmäßiges Risswachstum, hervorgerufen durch die Anordnung und unterschiedliches Materialverhalten der Jahrringe, einen signifikanten Einfluss auf die für die Berechnung der  $K_{I,c}$  – Werte verwendeten Last-Verschiebungspunkte haben. Die an den Lasteinleitungspunkten angebrachten Wegaufnehmer, deren Messwerte in Abschnitt 5.2 und 5.3 für die Ermittlung der Risslängen und Bruchenergien verwendet wurden, wiesen häufig deutlich verschiedene Messwerte auf. Bei dem verwendeten Verfahren zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten wird durch die Mittelung der Messwerte, auch bei einem über die Dicke der CT-Probe schrägen Verlauf der Rissfront, dieser Fehler ausgeglichen. Dagegen führt ein teilweises Reißen über die Dicke nach der Auswertung entsprechend Bild 5.1.6 zu einem falschen Wert des Spannungsintensitätsfaktors  $K_{I,c}$ .

Der Einfluss der Holzfeuchte wird in der Literatur unterschiedlich dokumentiert (Valentin et al. (1991)). Nach Riipola und Fonselius (1992) nimmt der Wert des J-Integrals mit zunehmender Holzfeuchte zu. Dabei ist das J-Integral ein Kennwert der elastisch-plastischen Bruchmechanik, der der Energiefreisetzungsrates  $G$  der linear-elastischen Bruchmechanik entspricht. Eine Untersuchung des Einflusses der Holzfeuchte konnte im Rahmen dieser Untersuchungen nicht durchgeführt werden.

Tabelle 5.1.2 enthält statistische Werte der Holzfeuchten der untersuchten Versuchskörper.

**Tabelle 5.1.2:** Statistische Werte der Holzfeuchten

Holzart	Anzahl	Mittelwert [%]	Standardabweichung [%]	Kleinstwert [%]	Größtwert [%]
Buche	5	12,1	0,134	12,0	12,3
Douglasie	42	13,3	0,278	12,9	14,0
Eiche	3	12,3	0,346	11,9	12,5
Fichte	41	14,0	0,380	13,2	14,6
FSH Furnierschichtholz	12	9,74	0,317	9,27	10,1
Kiefer	40	13,6	0,418	12,9	14,4
Lärche	32	13,8	0,230	13,4	14,2
Red Cedar	5	11,6	0,559	10,7	12,1
Southern Pine	16	12,8	0,338	12,3	13,4
Tanne	40	13,3	0,263	12,7	14,0
Western Hemlock	32	11,3	0,510	10,3	12,2

## 5.2 Angewandtes Verfahren zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate

Nach den in Abschnitt 5.1 gemachten Ausführungen wurden die Versuche zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten im Rahmen dieses Vorhabens mit der sogenannten Teilentlastungsmethode durchgeführt. In vielen Veröffentlichungen wird die englische Bezeichnung compliance method verwendet, dabei bezeichnet compliance in der englischsprachigen Literatur den Kehrwert der Steifigkeit  $K$ , also die Nachgiebigkeit  $C$ . Dieses Verfahren wird üblicherweise in der elastisch-plastischen oder Fließbruchmechanik verwendet, um die hier verwendeten Kennwerte zu bestimmen. In der Fließbruchmechanik werden allerdings größere plastizierte Bereiche vor der Rissspitze vorausgesetzt.

Die Grundlage des Teilentlastungsverfahrens besteht in einem Zusammenhang zwischen Risswachstum und Steifigkeit einer Probe. Mit zunehmendem Risswachstum nimmt die Steifigkeit der Probe ab. Die Steifigkeiten an konkreten Last-Verformungspunkten der Last-Verformungskurve wird durch Ent- und erneutes Belasten an diesen Punkten bestimmt. Der Zusammenhang zwischen den Steifigkeiten und den entsprechenden Risslängen wird durch ein mechanisches Modell bestimmt.

Verwendet wurden sogenannte CT-Proben, da diese mit wesentlich geringerem Aufwand als die in Abschnitt 5.1 beschriebenen Dreipunktbiegeproben herzustellen und zu prüfen sind. Bild 5.2.1 zeigt die Maße der Prüfkörper, Bild 5.2.2 den Anriss vor der durch Sägen erzeugten Kerbe. Dieser Anriss wird bei metallischen Werkstoffen durch ein sogenanntes Anschwingen, das ist eine Zugschwellbeanspruchung bei einem Lastniveau mit  $K_{I,max}$  deutlich unterhalb  $K_{I,c}$  erzeugt. Diese Möglichkeit besteht bei querzugbeanspruchtem Holz nicht, der in Bild 5.2.2 gezeigte Anriss wurde durch einen angeschärften Spachtel erzeugt.

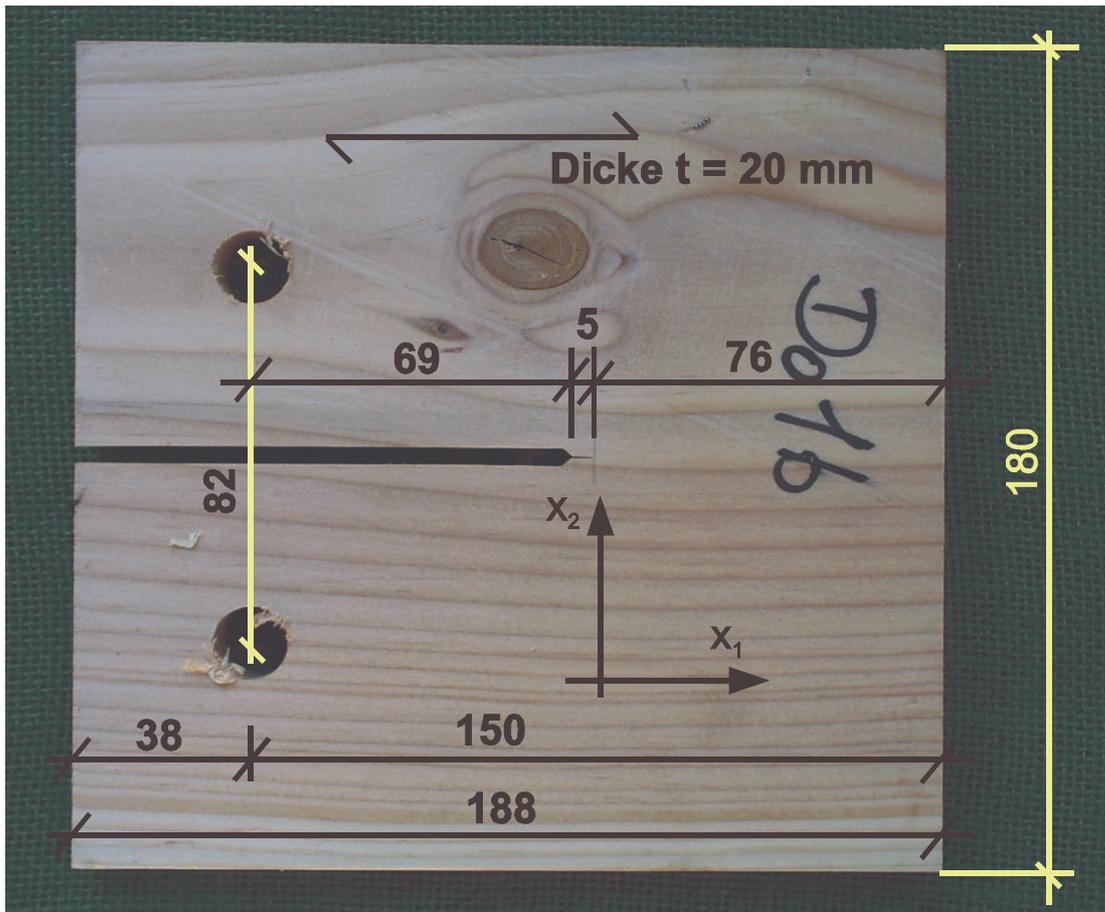


Bild 5.2.1: Maße der verwendeten CT-Probe

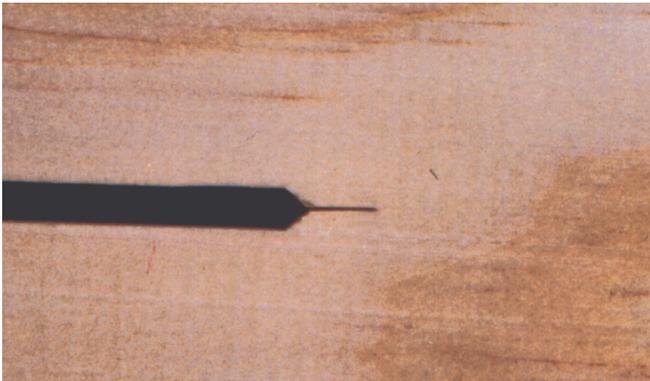


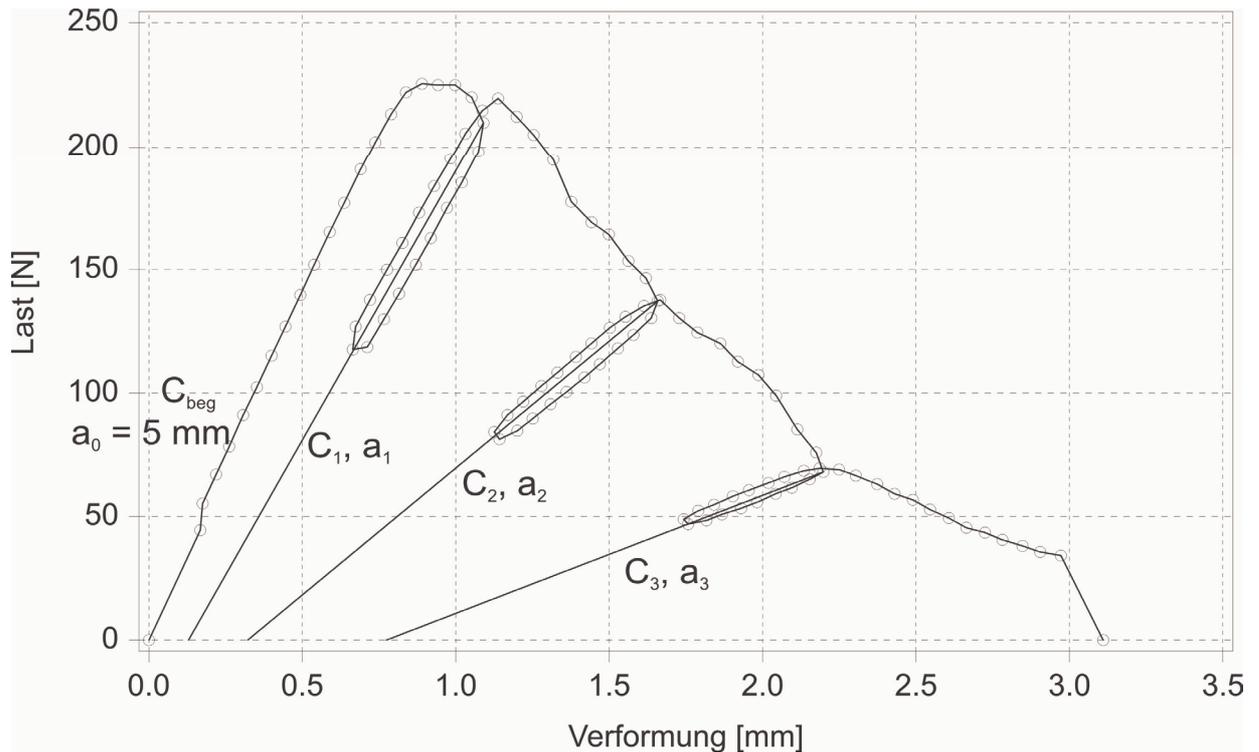
Bild 5.2.2: Anriss vor der Kerbe

Bild 5.2.3 zeigt den Versuchsaufbau. Die Lasteinleitung erfolgte durch zwei Stabdübel mit einem Durchmesser von 16 mm, die durch die Löcher mit einem Durchmesser von 16 mm der Lasteinleitung und des Prüfkörpers gesteckt wurden. An diesen beiden Stabdübeln wurden zwei induktive Wegaufnehmer befestigt, um die Verformung aufzuzeichnen. Um die Reibung zwischen dem Prüfkörper und der Lasteinleitung gering zu halten, wurden Teflonblöcke verwendet. Der in Bild 5.2.3 gezeigte Wegaufnehmer am Hirnholzende wurde bei der hier beschriebenen Versuchsauswertung nicht verwendet.



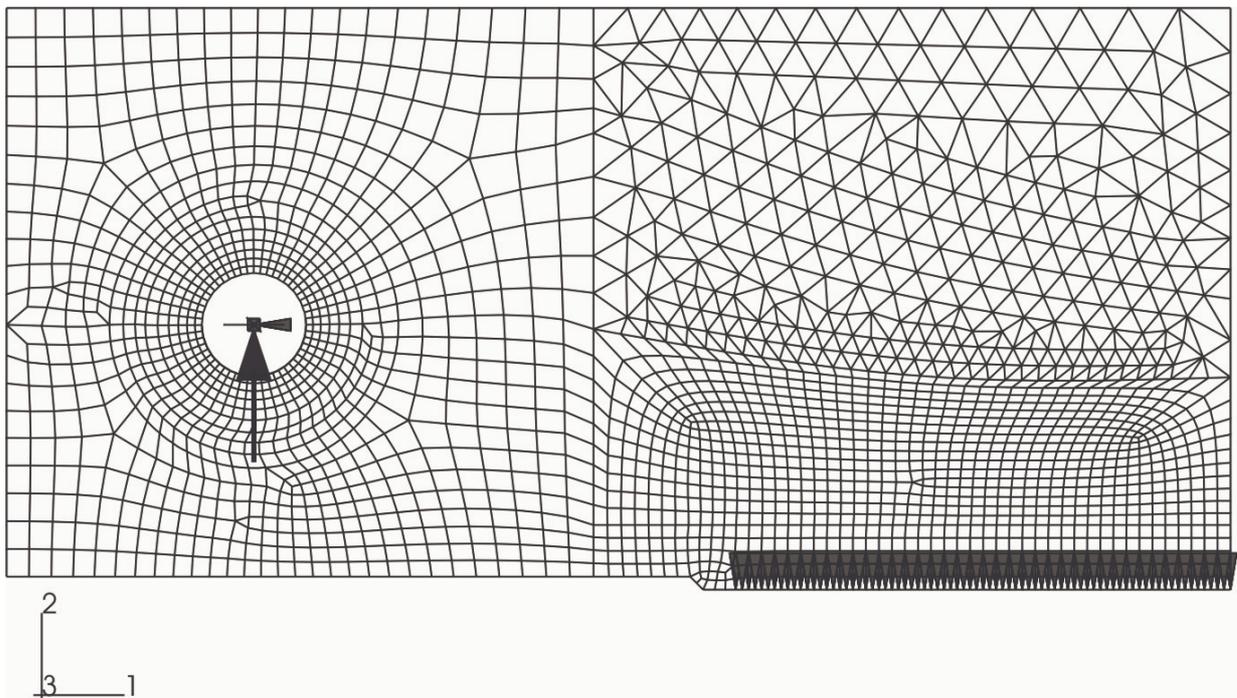
**Bild 5.2.3:** Versuchsaufbau

Bild 5.2.4 zeigt eine typische Last-Verformungskurve. Die Versuche wurden bis zum völligen Durchreißen des Prüfkörpers ausgeführt. Die Geraden  $C_i$  in Bild 5.2.4 kennzeichnen die im weiteren verwendeten Steigungen, die den Nachgiebigkeiten an diesen Punkten der Last-Verformungskurven gleichwertig sind.



**Bild 5.2.4:** Typische Last-Verformungskurve mit den Steigungen der Ent- und Belastungsschleifen

Aus dem Vergleich zwischen der Anfangsnachgiebigkeit  $C_{beg}$  und den Nachgiebigkeiten  $C_i$  kann die jeweilige Risslänge  $a_i$  berechnet werden. Dazu wurde ein Finite Elemente Modell der halben CT-Probe erstellt (Bild 5.2.5).



**Bild 5.2.5:** FE-Modell der halben CT-Probe

Das Modell nach Bild 5.2.5 bildet einen Versuchskörper vor dem Risswachstum ab. Das Last-Verformungsverhalten des FE-Modells kann über die Wahl der elastischen Konstanten des verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes für einen orthotropen Werkstoff festgelegt werden. Ein Risswachstum wird durch Entfernen der einwertigen Lagerung in  $x_2$ -Richtung entlang der Spiegelachse simuliert. Für diskrete Risslängen ergeben sich somit, in Abhängigkeit von den elastischen Nachgiebigkeiten  $a_{ij}$ , unterschiedliche Verschiebungen des Lastangriffspunktes in Stabdübelmitte und damit der Zusammenhang zwischen Risswachstum und Steifigkeit.

Bei der Modellierung wurde ein orthotropes Materialverhalten angenommen, das verallgemeinerte Hookesche Gesetz ist in (2.1.2) gegeben.

In der bei Ingenieuren beliebteren Schreibweise mit Elastizitäts- und Schubmoduln und Querdehnzahlen lässt sich (2.1.2) darstellen als:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (5.2.1).$$

Der Index 1 bezeichnet im folgenden, anders als in Abschnitt 2, die longitudinale oder faserparallele, 2 die tangentielle und 3 die radiale Richtung. In der Literatur werden unterschiedliche Angaben zu den verschiedenen Elastizitätskonstanten  $a_{ij}$  für dieselbe Holzart gegeben (Tabelle 2.1.1). Die Werte zeigen jedoch einen signifikanten Unterschied der Elastizitätsmoduln  $E_{\text{tang}}$  in tangentialer und  $E_{\text{rad}}$  in radialer Richtung, eine Tatsache, die üblicherweise im Ingenieurholzbau unberücksichtigt bleibt, da die Lage der Jahrringe meist unbekannt ist und zudem eine zylindrische Anordnung gewählt werden müsste.

Bei der Herstellung der CT-Proben wurden meist drei Prüfkörper aus einem Balkenbereich entnommen. Bild 5.2.6 zeigt die Schmalseite von Tannenprüfkörpern nach dem Versuch und dem völligen Durchreißen. Eine Berücksichtigung der unterschiedlichen Jahrringverläufe im FE-Modell würde eine dreidimensionale Modellierung erfordern, die aufgrund der wenig untersuchten Elastizitätskonstanten  $a_{ij}$ , mit  $i \neq j$  für die hier zu untersuchende Verschiebung des Lastangriffspunktes, eine höhere Genauigkeit nur vorspiegeln würde.



**Bild 5.2.6:** Ansicht der Schmalseite von Tannenprüfkörpern nach dem Versuch

Bei der Modellierung wurde ein zweidimensionales Modell verwendet, mit gleichen Elastizitätskonstanten für die  $x_2$ - und  $x_3$ -Richtung. Eine Unterscheidung zwischen radialer und tangentialer Richtung fand nicht statt.

Vor dem Zusägen der Balken der untersuchten Nadelhölzer wurde der dynamische Elastizitätsmodul  $E_0$  parallel zur Faserrichtung bestimmt, der auch als zutreffend für die (z.B. in Bild 5.2.6 gezeigten) Prüfkörper angenommen wird, deren lokaler Elastizitätsmodul allerdings vom global bestimmten Wert abweichen kann. Die Anfangsnachgiebigkeit der CT-Proben, die unter Verwendung der Punkte der Lastverformungskurve bei 10 % und 40 % der Höchstlast bestimmt wurde, scheint mit diesem dynamischen Elastizitätsmodul nicht korreliert zu sein.

Bild 5.2.7 zeigt die Anfangssteifigkeit  $K_{\text{beg}}$  über dem dynamischen Elastizitätsmodul  $E_0$  parallel zur Faserrichtung. Der Korrelationskoeffizient zwischen beiden Größen beträgt für alle Nadelhölzer als eine Serie betrachtet  $r = 0,039$ . Die Korrelationskoeffizienten, getrennt für die einzelnen Holzarten betrachtet, werden nicht größer als 0,2. Statistische Größen der beiden Werte sind in Tabelle D.1 des Anhangs D gegeben.

Aufgrund dieser geringen Korrelation wurde der Elastizitätsmodul  $E_1 = E_0$  bei allen FE-Modellen konstant mit  $E_1 = 12800 \text{ N / mm}^2$  eingesetzt. Das gleiche gilt für die Querdehnzahl  $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,511$ , diese wurde mit den Werten  $a_{12}^x$  und  $a_{32}^x$  nach Neuhaus (1981) bestimmt zu:

$$\nu_{12} = \nu_{13} = -\frac{a_{12}^x + a_{32}^x}{2 \cdot a_{22}} = -\frac{-0,046 \cdot 10^{-3} - 0,034 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1/12800} = 0,511 \quad (5.2.2)$$

mit  $a_{ij}^x$  den Originalwerten nach Neuhaus für eine Holzfeuchte von  $u = 12\%$ , die die Bedingung

$$a_{ij}^x = a_{ji}^x \quad (5.2.3)$$

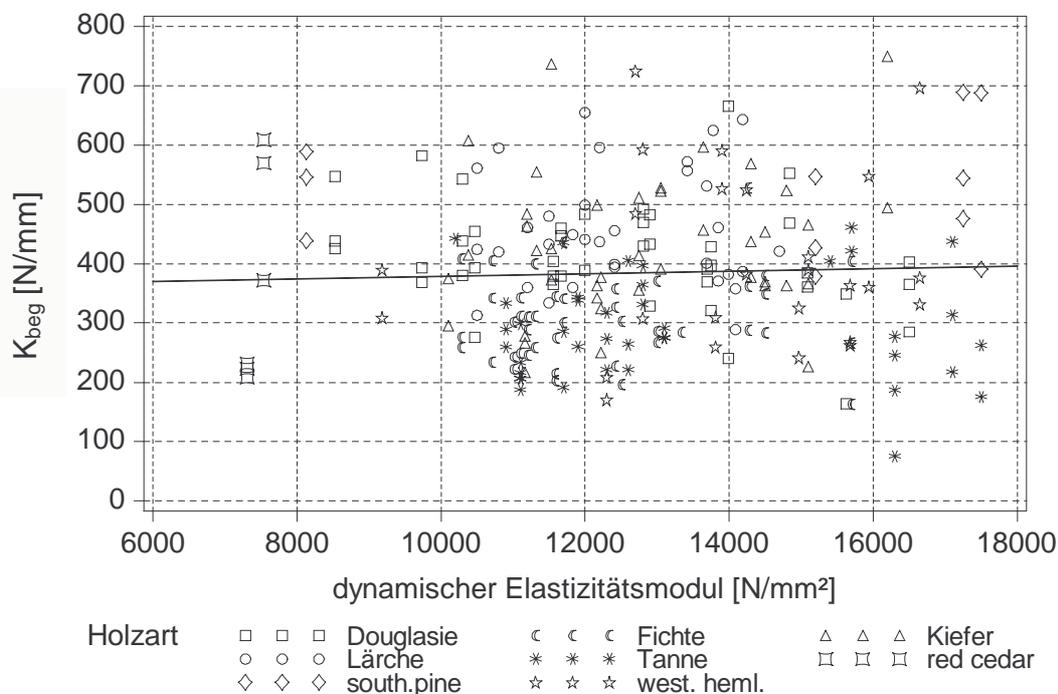
nicht erfüllen.

Die Werte der Tabelle 2.1.1 und Gleichung (2.3.1) enthalten dagegen Mittelwerte nach

$$a_{ij} = a_{ji} = \frac{a_{ij}^x + a_{ji}^x}{2} \quad (5.2.4)$$

Die Elastizitätskonstanten  $E_1$ ,  $\nu_{12} / E_1$  und  $\nu_{13} / E_1$  zeigen bei einer Variation nur sehr geringen Einfluss auf die Verschiebung des Lastangriffspunktes des FE-Modelles.

Nadelhölzer



**Bild 5.2.7:** Anfangssteifigkeit über dem dynamischen Elastizitätsmodul

Die Singularität der Verzerrungen und Spannungen an der Rissspitze kann durch eine spezielle Anordnung der Knotenpunkte bei der FE-Berechnung berücksichtigt werden (Bild 5.2.9, ABAQUS (1995)). In Tabelle 5.2.1 ist der Einfluss der Anordnung der Elemente an der Rissspitze nach Bild 5.2.8 oder Bild 5.2.9, die Annahme eines ebenen Spannungszustandes (ESZ) oder eines ebenen Verzerrungszustandes (EVZ) und der Einfluss von Reibung zwischen Lasteinleitung und Bohrung im Holz auf die Steifigkeit  $K(a)$  in Abhängigkeit der Risslänge  $a$  der CT-Probe untersucht.

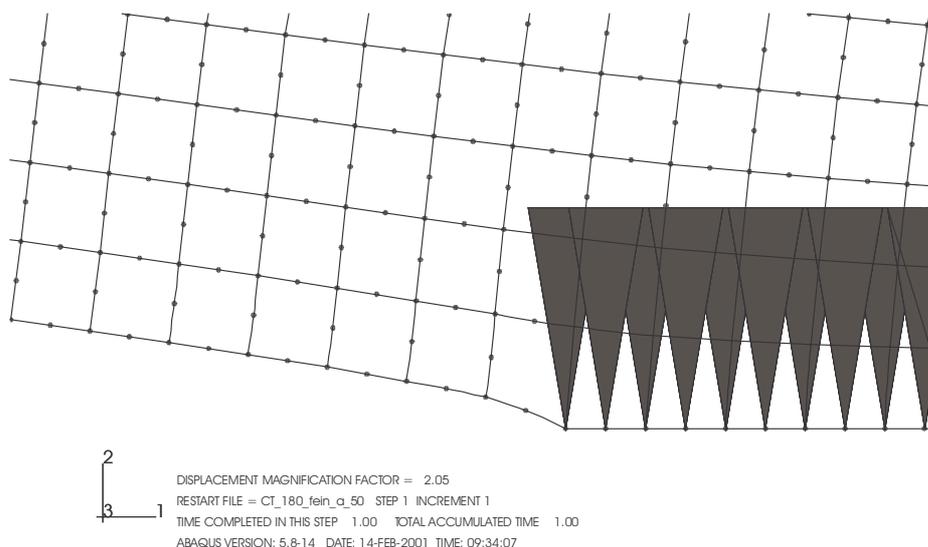
Für diese Berechnungen wurde folgendes verallgemeinerte Hookesche Gesetz verwendet:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/12800 & -0,011/275 & -0,011/275 & 0 & 0 & 0 \\ -0,511/12800 & 1/275 & -0,203/275 & 0 & 0 & 0 \\ -0,511/12800 & -0,203/275 & 1/275 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/55 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/550 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/550 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (5.2.5)$$

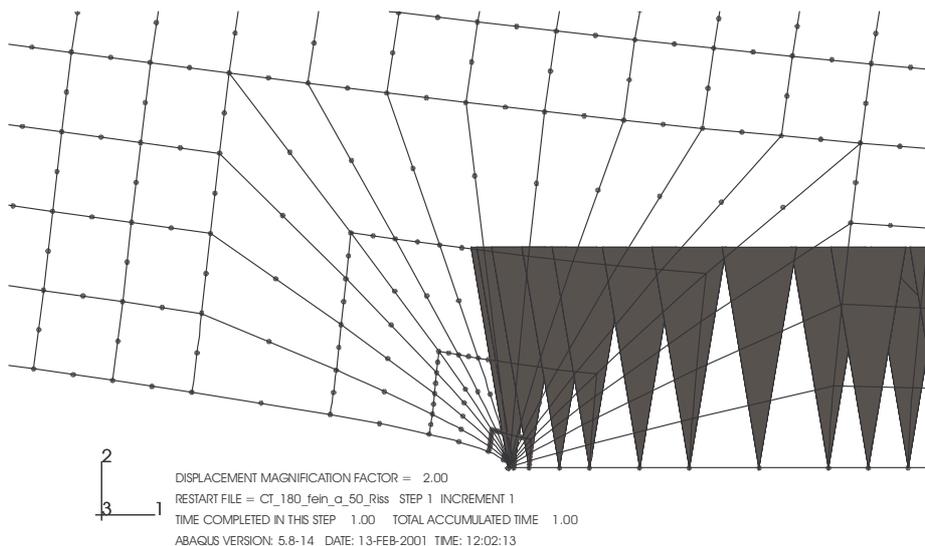
Dabei wurden die im Entwurf zur DIN 1052 (2000) gegebenen Beziehungen für die bei den weiteren FE-Berechnungen variierten Elastizitäts- und Schubmoduln verwendet:

$$\begin{aligned} G_{12} &= G_{13} = 2 \cdot E_2 = 2 \cdot E_3 \\ G_{23} &= 0,1 \cdot G_{12} \end{aligned} \quad (5.2.6)$$

und  $E_2 = E_3 = 275 \text{ N / mm}^2$  gewählt.



**Bild 5.2.8:** Rissspitze modelliert mit isoparametrischen Elementen



**Bild 5.2.9:** Risspitze modelliert mit isoparametrischen Elementen und einer Anordnung, die die Singularität des Verzerrungsfeldes an der Risspitze modelliert

**Tabelle 5.2.1:** Einflüsse auf die Steifigkeit  $K(a)$  [N/mm] nach der FE-Berechnung bei unterschiedlicher Modellierung

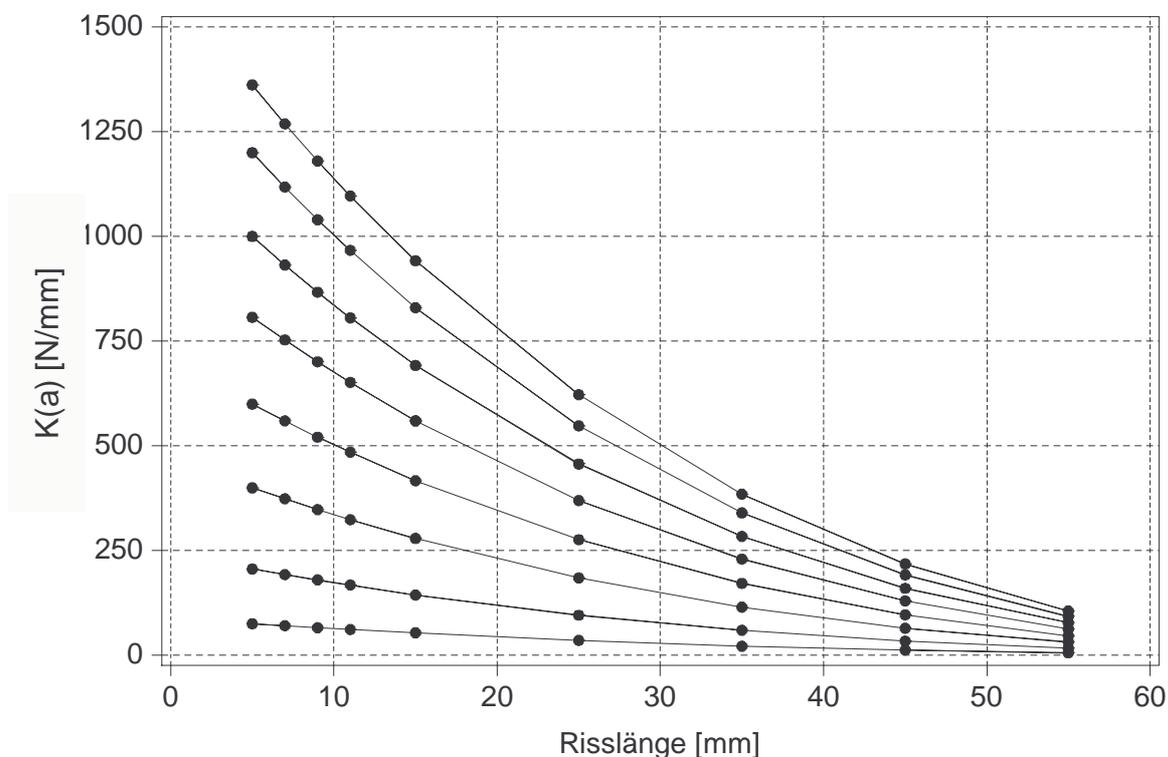
Risslänge $a$ [mm]	$K(a)$ ESZ	$K(a)$ EVZ	$K(a)$ ESZ, $\mu = 0,339$	$K(a)$ ESZ, Elemente an der Risspitze nach Bild 5.2.9
25	192	198	192	190
55	32,2	33,1	32,2	31,3

Das Verhältnis zwischen den Verschiebungen des Lastangriffspunktes im EVZ und denjenigen im ESZ, bei konstanten Elastizitätszahlen, ist für alle untersuchten Risslängen konstant.

Für die im weiteren verwendeten FE-Berechnungen wurde das verallgemeinerte Hookesche Gesetz des ebenen Spannungszustands verwendet und es wurden die Elastizitätskonstanten nach (5.2.6) variiert. Die Risspitze wurde ohne die in Bild 5.2.9 gezeigte spezielle Anordnung zur Berücksichtigung der Singularität des Verzerrungsfeldes modelliert, da diese nach Tabelle 5.2.1 keinen signifikanten Einfluss auf die Steifigkeit des Modells zu haben scheint.

Aus den FE-Berechnungen folgen Abhängigkeiten zwischen der Steifigkeit und der Risslänge nach Bild 5.2.10. Die Anfangssteifigkeit  $K_{\text{beg}}$  bei einer Risslänge von 5 mm wurde über die Wahl der Elastizitätskonstanten nach (5.2.6) festgelegt. Unter Verwendung dieser Elastizitätskonstanten wurden dann FE-Berechnungen mit unter-

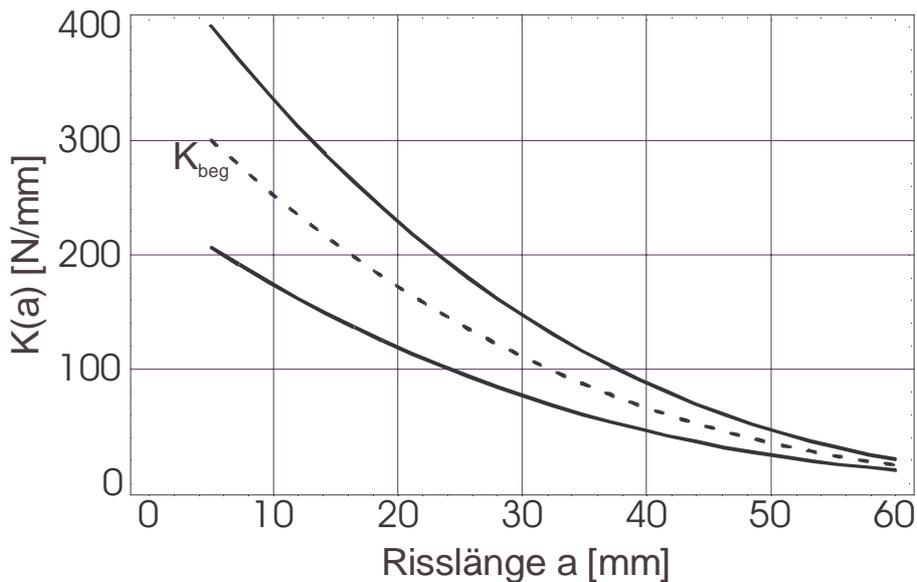
schiedlichen Risslängen durchgeführt. Daraus folgen die einzelnen Kurven in Bild 5.2.10 für die unterschiedlichen Anfangssteifigkeiten.



**Bild 5.2.10:** Steifigkeiten  $K(a)$  über der Risslänge  $a$

An die in Bild 5.2.10 als Punkte dargestellten, diskreten Wertepaare der Steifigkeit und der Risslänge wurden Polynome 3. Grades angepasst, die die Steifigkeit als Funktion des Rissfortschrittes darstellen:  $K(a)$ .

Für einen Prüfkörper mit einer Anfangssteifigkeit  $K_{\text{beg}}$  wird zwischen zwei Polynomen, die auf den FE-Berechnungen basieren, ein Polynom durch lineare Interpolation berechnet. Dieses Polynom kann schließlich für die Steifigkeiten  $K_i = 1 / C_i$  der Ent- und Belastungsschleifen nach Bild 5.2.4 nach den zugehörigen Risslängen  $a_i$  aufgelöst werden. Bild 5.2.11 zeigt die Funktion eines Polynoms, das für eine Anfangssteifigkeit  $K_{\text{beg}}$  eines Prüfkörpers zwischen zwei Polynomen auf der Grundlage der FE-Berechnungen durch Interpolation berechnet wurde.



**Bild 5.2.11:** Interpolation der Funktionen  $K(a)$

Aufgrund dieser Anpassung an die Anfangssteifigkeit jedes Prüfkörpers ist auch die Verwendung des Hookeschen Gesetzes nach dem ESZ oder EVZ ohne Einfluss. Denn die in Bild 5.2.11 dargestellten, auf FE-Berechnungen unter Verwendung des ESZ basierenden Polynome, hätten unter Verwendung anderer Elastizitätszahlen genau so gut unter der Annahme des EVZ berechnet werden können. Für die interpolierte Funktion ist dies letztendlich ohne Bedeutung.

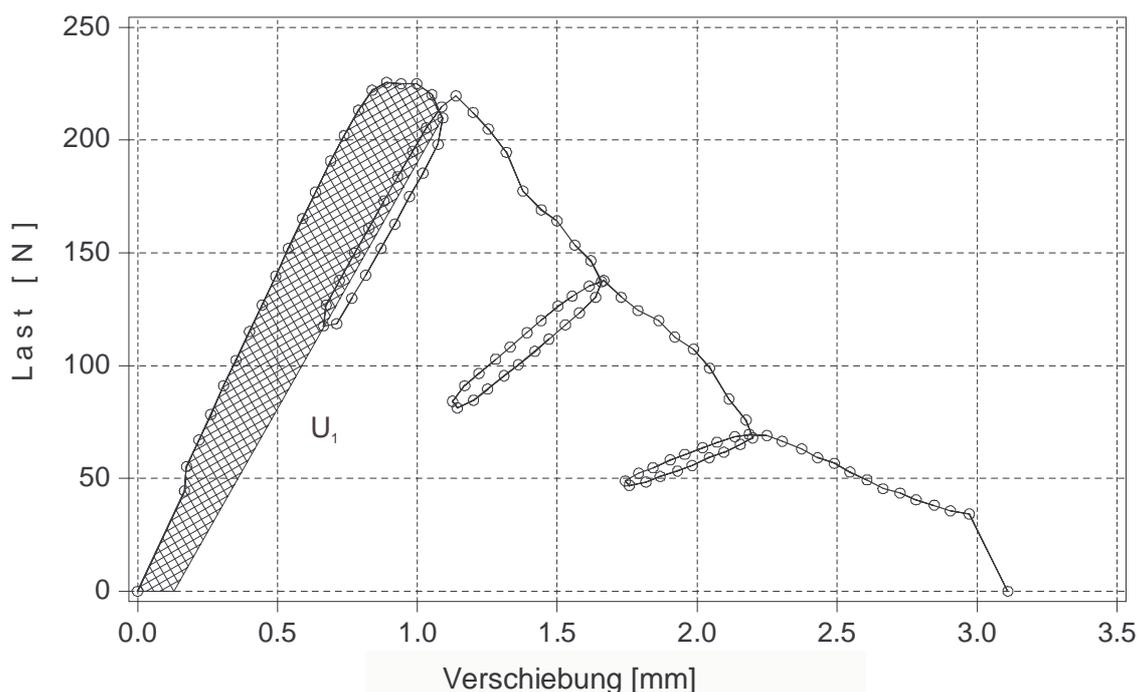
Da bei der Variation der Elastizitäts- und Schubmoduln nach (5.2.6) ein linearer Zusammenhang angenommen wurde, die mit konstanten Werten eingesetzten Elastizitätsmoduln parallel zur Faser  $E_1$  und die Querdehnzahlen  $\nu_{12}$  und  $\nu_{13}$  nach (5.2.1) dagegen auf die Steifigkeit einen vernachlässigbar geringen Einfluss zu haben scheinen, sind die Verhältnisse zwischen zwei Kurven nach Bild 5.2.10 nahezu konstant.

Zur Auswertung der Versuche hätte es demnach genügt, lediglich eine Kurve für eine Anfangssteifigkeit nach Bild 5.2.10 zu berechnen, an diese Kurve ein Polynom anzupassen, dieses mit dem Verhältnis zwischen der im Versuch ermittelten Anfangssteifigkeit und der Anfangssteifigkeit der Funktion zu multiplizieren und diese Funktion schließlich in Abhängigkeit von der Nachgiebigkeit an der Ent- und Belastungsschleife nach der Risslänge zu lösen. Die Werte der zahlreichen, den Kurven des Bildes 5.2.10 zugrundeliegenden FE-Berechnungen bestätigen immerhin die Annahme, dass neben der Risslänge lediglich die in (5.2.6) enthaltenen Moduln einen signifikanten Einfluss auf die Nachgiebigkeiten aufweisen. In Tabelle D.2 des Anhanges D sind einige Nachgiebigkeiten  $C(a)$  in Abhängigkeit von der Risslänge  $a$  und den nach (5.2.6) gewählten Moduln enthalten.

Eine weitere Möglichkeit die Risslänge zu ermitteln besteht in der Färbung der Rissoberfläche durch Tinte. Boatright und Garrett (1983) und Fonselius und Riipola (1992) wenden dieses Verfahren an. Der Prüfkörper wird bei einer bestimmten Beanspruchung entlastet und aus der Prüfvorrichtung ausgebaut. Dann wird der Prüfkörper mit einer geringen Last beansprucht und die Tinte eingebracht. Anschließend wird die Probe durchgerissen und der durch die Tinte markierte Rissfortschritt gemessen. Neben dem größeren Aufwand dieses Verfahrens liegt ein besonderer Nachteil in der Kapillarität des Werkstoffes Holz begründet, so dass die Tinte über die Rissfront des Holzes hinaus in die Fasern eindringt. Beide Forschergruppen erwähnen diesen Nachteil des Verfahrens.

Nach diesen Berechnungen können unter Verwendung der Steifigkeiten  $K_i$  der Ent- und Belastungsschleifen (Compliance-Methode) die Risslängen  $a_i$  berechnet werden. Die für das Risswachstum benötigte Bruchenergie  $U_i$  kann aus der Fläche unter der Last-Verformungskurve berechnet werden.

In Bild 5.2.12 entspricht  $U_1$  der schraffierten Fläche.



**Bild 5.2.12:** Bruchenergie  $U_1$

Die Energiefreisetzungsrate für diesen ersten Abschnitt wird berechnet zu:

$$G_{i,1} = U_1 / (\Delta a_1 \cdot t) \quad (5.2.7).$$

Werden diese Energiefreisetzungsraten über  $x_1$  aufgetragen

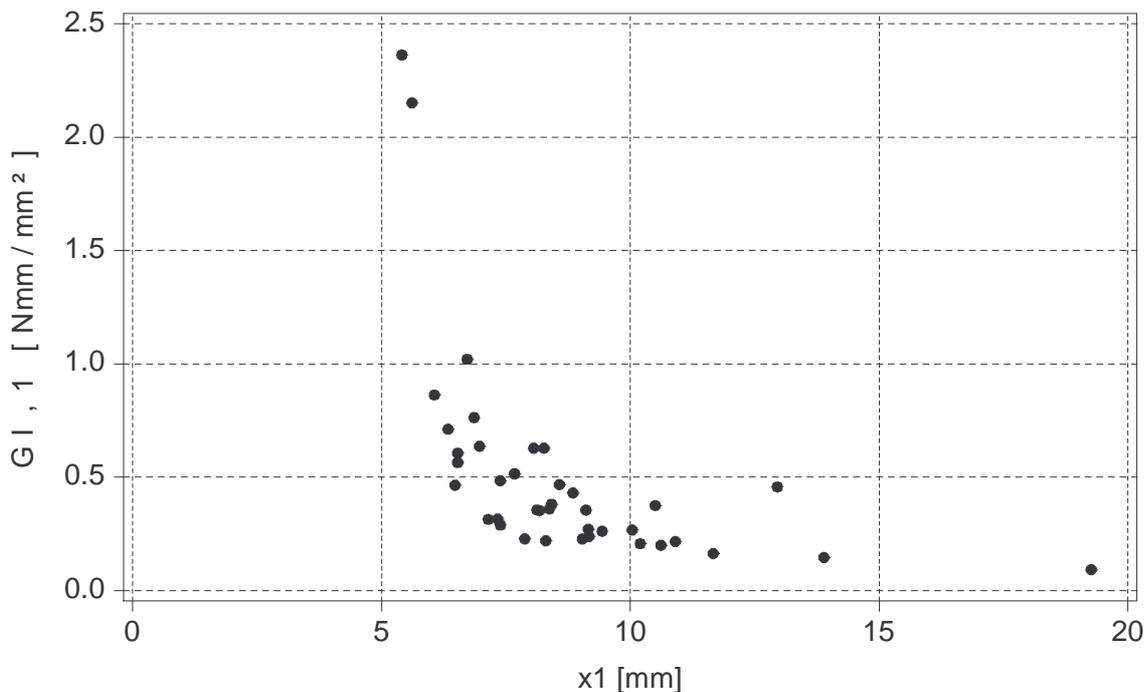
$$x_1 = 5 + \Delta a_1 / 2 \quad (5.2.8)$$

mit dem Risswachstum  $\Delta a_1$  bis zur ersten Ent- und Belastungsschleife

$$\Delta a_1 = a_1 - 5 \text{ mm} \quad (5.2.9)$$

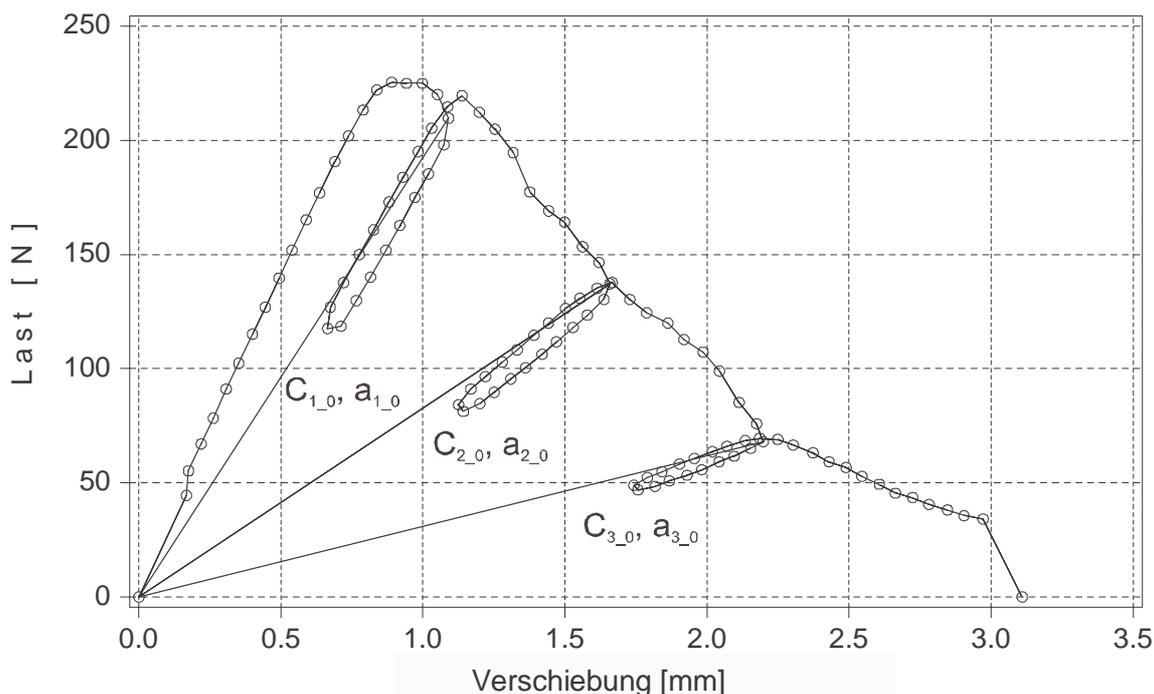
ergibt sich das in Bild 5.2.13 beispielhaft für Fichte dargestellte Diagramm. Für ein sehr kleines Risswachstum  $\Delta a_1$  ergeben sich sehr hohe Werte der Energiefreisetzungsrates. Die Energiefreisetzungsrates ist somit abhängig vom Risswachstum. Diese Beobachtung kann durch das Auftreten einer Prozesszone erklärt werden.

In dieser Prozesszone wird Arbeit gespeichert, die noch nicht zu einem Risswachstum geführt hat. Die Größe dieser Prozesszone ist bei den hier beschriebenen Untersuchungen zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrates offensichtlich nicht zu vernachlässigen.



**Bild 5.2.13:**  $G_{I,1}$  über  $x_1$  für Fichte, ohne Berücksichtigung von Versuchen, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde

In Bild 5.2.14 sind in das Last-Verformungsdiagramm des Bildes 5.2.4 Nachgiebigkeiten  $C_{i,0}$  eingetragen, wie sie bei einem sehr spröden Werkstoff zu beobachten sein müssten.

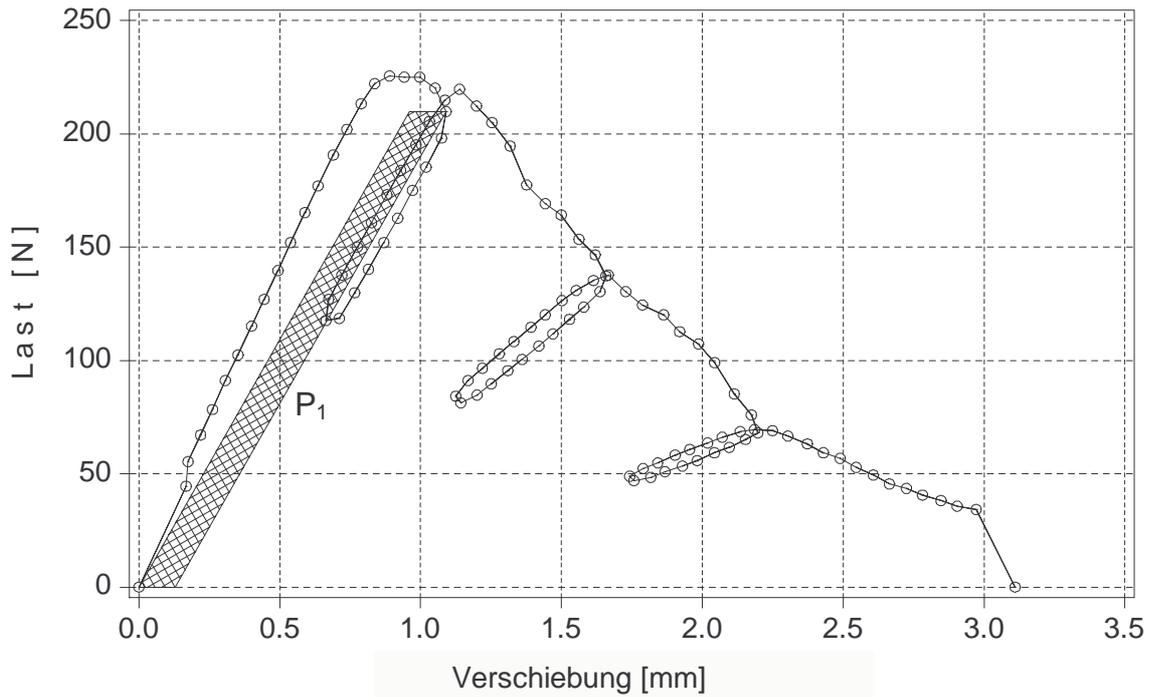


**Bild 5.2.14:** Typische Last-Verformungskurve mit ideellen Steigungen der Ent- und Belastungsschleife

Die anhand von Bild 5.2.13 und Bild 5.2.14 gezeigten Beobachtungen können auch den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Größeneffekt, d.h. die von verschiedenen Forschern beobachtete Abhängigkeit bruchmechanischer Kennwerte von der Prüfkörpergröße, erklären.

Zur weiteren Auswertung soll nun das Modell von Dugdale (Bild 5.1.3) verwendet werden. Es wird angenommen, dass eine Prozesszone vor der Risspitze vorhanden ist, in der noch Kräfte übertragen werden können, die aber bereits zu einer Öffnung  $\delta$  der Risspitze geführt haben. Diese Rissöffnung  $\delta$  führt dann zu einer zusätzlichen Verschiebung der Lastangriffspunkte und somit zu einer Erhöhung von  $U_i$ . Die Geraden mit den Steigungen  $C_i$  treffen aufgrund dieser zusätzlichen Verschiebung, die offensichtlich nichtelastisch ist, nicht mehr den Koordinatenursprung.

Die Arbeit  $P_1$  in der Prozesszone wird nach Bild 5.2.15 durch eine Parallelverschiebung der Geraden  $C_1$  in den Koordinatenursprung abgeschätzt.

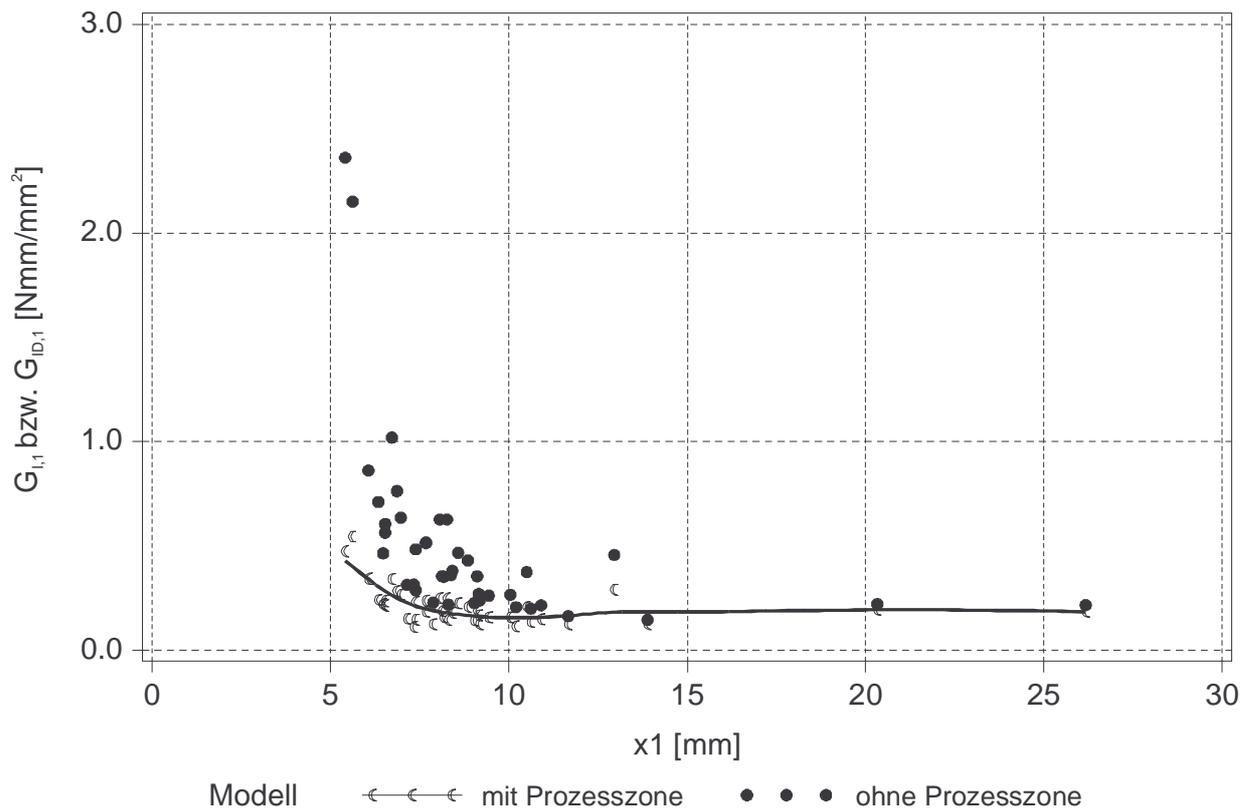


**Bild 5.2.15:** Zur Abschätzung der Arbeit  $P_1$  in der Prozesszone

Die Energiefreisetzungsrate wird mit diesen Annahmen berechnet zu:

$$G_{ID,1} = (U_1 - P_1) / (\Delta a_1 \cdot t) \quad (5.2.10).$$

Bild 5.2.16 zeigt für Fichte  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,1}$  nach den Gleichungen (5.2.7) und (5.2.10) über der gemittelten Risslänge nach (5.2.8).



**Bild 5.2.16:**  $G_{1,1}$  und  $G_{ID,1}$  über  $x_1$

Der Einfluss des Risswachstums  $\Delta a_1$  auf  $G_{ID,1}$  ist demnach deutlich geringer als auf  $G_{1,1}$ . Bei kleinen Risslängen sind die Werte von  $G_{ID,1}$  dennoch geringfügig höher, dies kann auf Unregelmäßigkeiten bei der Rissinitiierung beruhen. Gleiche Verhältnisse ergeben sich auch für die anderen untersuchten Holzarten. In Anhang D, Bild D.1 bis D.7 sind für die anderen Holzarten die entsprechenden Diagramme gezeigt.

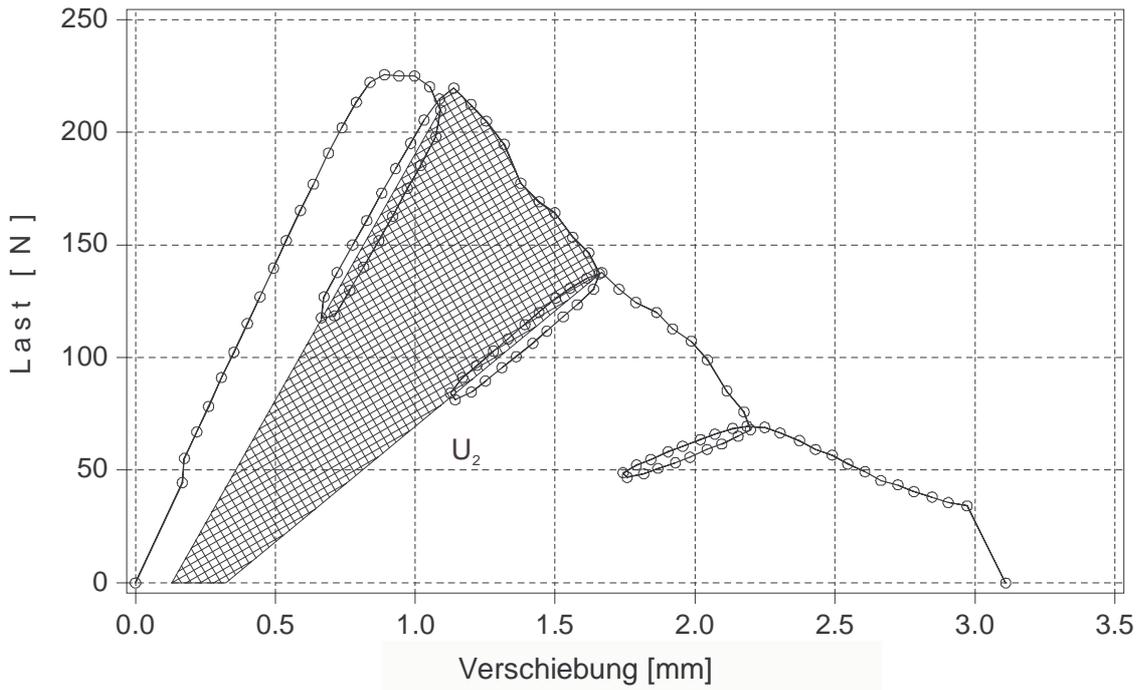
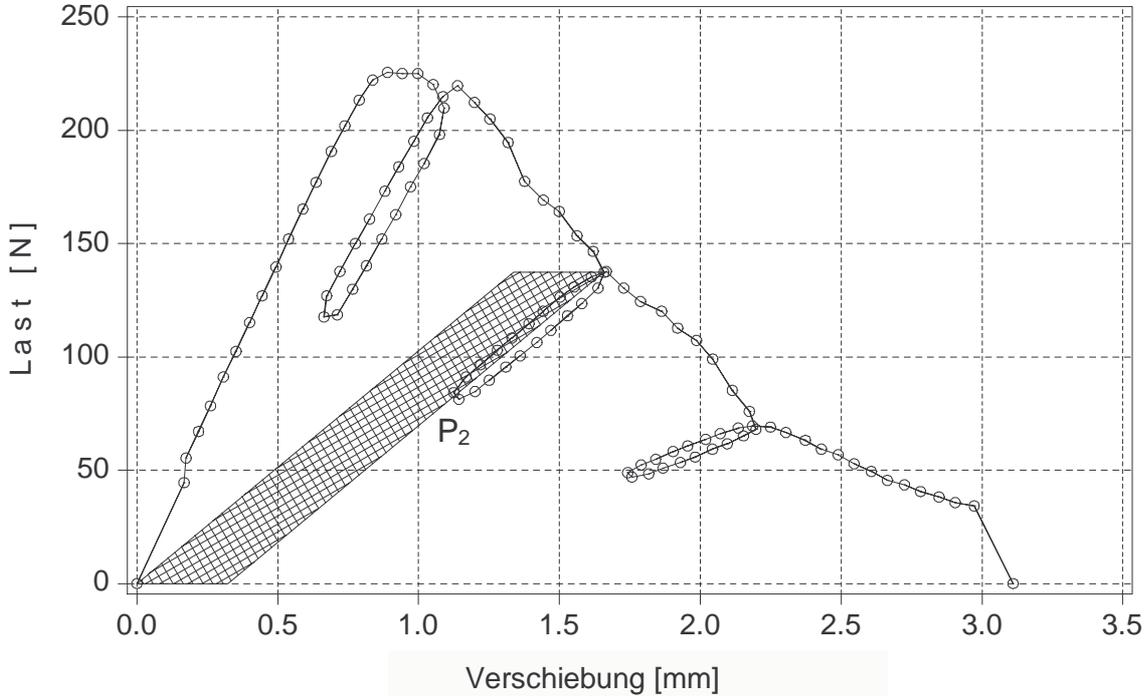
Im Sinne von Dugdales Modell wird aber auch angenommen, dass die Ausbreitung der Prozesszone, rechtwinklig zur Tangente an die Rissfläche, vernachlässigbar klein ist. Es wird angenommen, dass bei weiterem Risswachstum die in der Prozesszone gespeicherte Arbeit zurückgewonnen wird.

Die Energiefreisetzungsrates für das Risswachstum zwischen der ersten und der zweiten Ent- und Belastungsschleife berechnet sich dann mit den Bezeichnungen in Bild 5.2.17 und Bild 5.2.18 zu:

$$G_{ID,2} = (U_2 - P_2 + P_1) / (\Delta a_2 \cdot t) \quad (5.2.11),$$

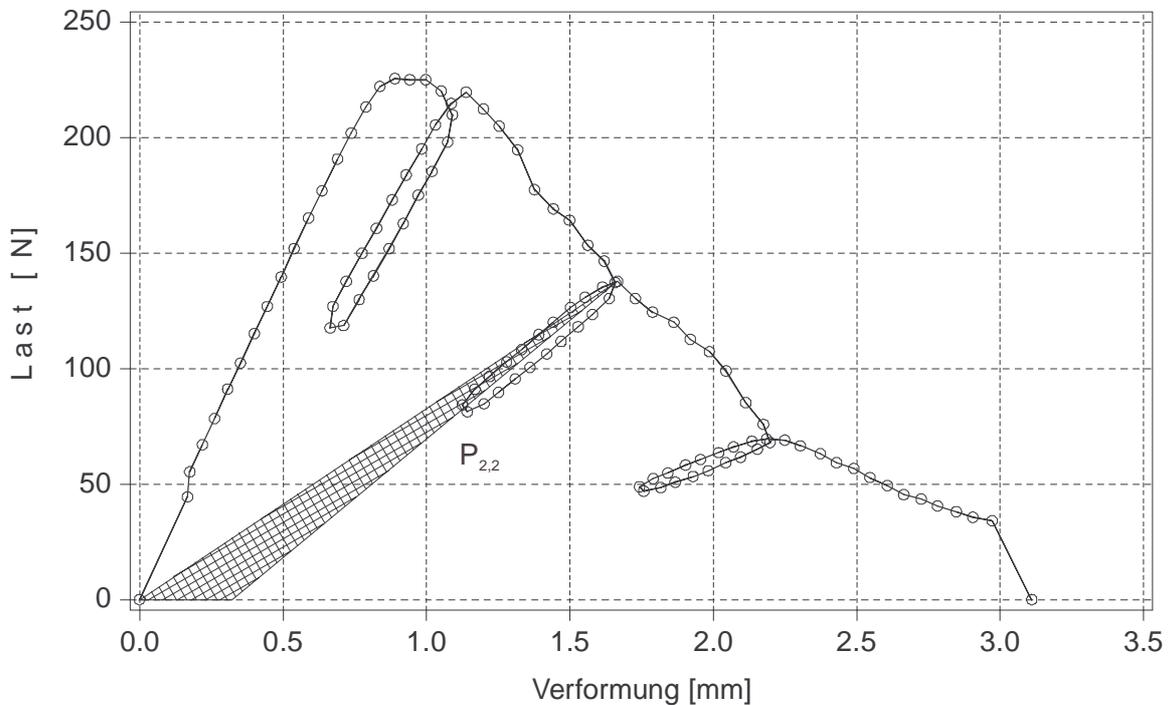
mit

$$\Delta a_2 = a_2 - a_1 \quad (5.2.12).$$

**Bild 5.2.17:** Bruchenergie  $U_2$ **Bild 5.2.18:** Zur Abschätzung der Arbeit  $P_2$  in der Prozesszone bei der zweiten Ent- und Belastung

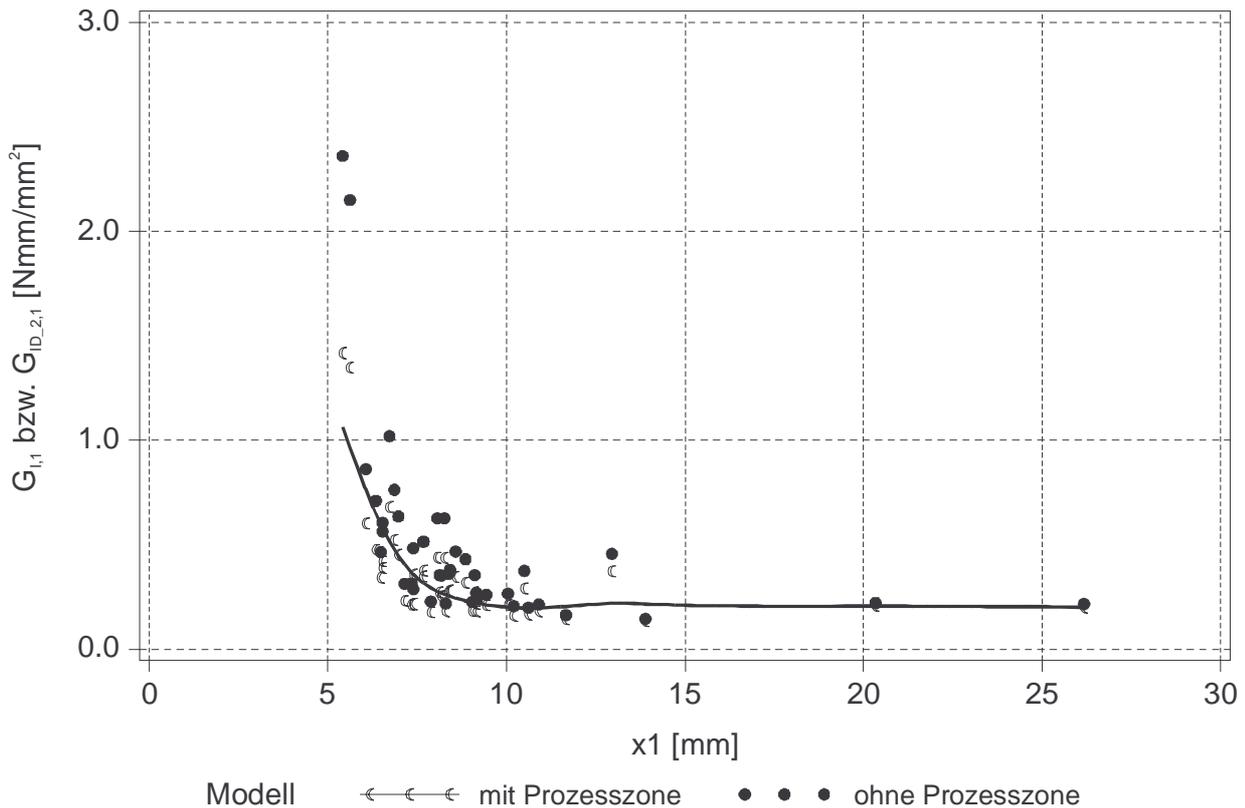
Becker (1988) nimmt für die in der Prozesszone gespeicherte Arbeit nach Bild 5.2.19 nur die Hälfte von  $P_i$  an:

$$P_{i,2} = \frac{P_i}{2} \quad (5.2.13).$$



**Bild 5.2.19:** Annahmen in Anlehnung an Becker zu der in der Prozesszone gespeicherten Arbeit

In Bild 5.2.20 sind die Energiefreisetzungsraten  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,2,1}$  ohne und mit Berücksichtigung der in der Prozesszone gespeicherten Arbeiten nach (5.2.13) über dem Mittelwert des jeweiligen Risswachstums  $x_1$  nach (5.2.8) aufgetragen.



**Bild 5.2.20:**  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,2,1}$  über  $x_1$

Der Einfluss des Risswachstums auf die Energiefreisetzungsrate unter der Annahme von (5.2.13) für die in der Prozesszone gespeicherte Arbeit  $P_{1,2}$  ist größer, als bei der Annahme für  $P_1$  nach Bild 5.2.15 (Bild 5.2.16).

Bei der Auswertung der Versuche in Abschnitt 5.3 werden die Energiefreisetzungsraten berechnet zu:

- ohne Berücksichtigung der Prozesszone:

$$G_{I,i} = (U_i) / (\Delta a_i \cdot t) \quad (5.2.14)$$

- mit Berücksichtigung der Prozesszone:

$$G_{ID,i} = (U_i - P_i + P_{i-1}) / (\Delta a_i \cdot t) \quad (5.2.15)$$

- mit Berücksichtigung der Prozesszone in Anlehnung an Becker (1988):

$$G_{ID,2,i} = (U_i - P_i / 2 + P_{i-1} / 2) / (\Delta a_i \cdot t) \quad (5.2.16)$$

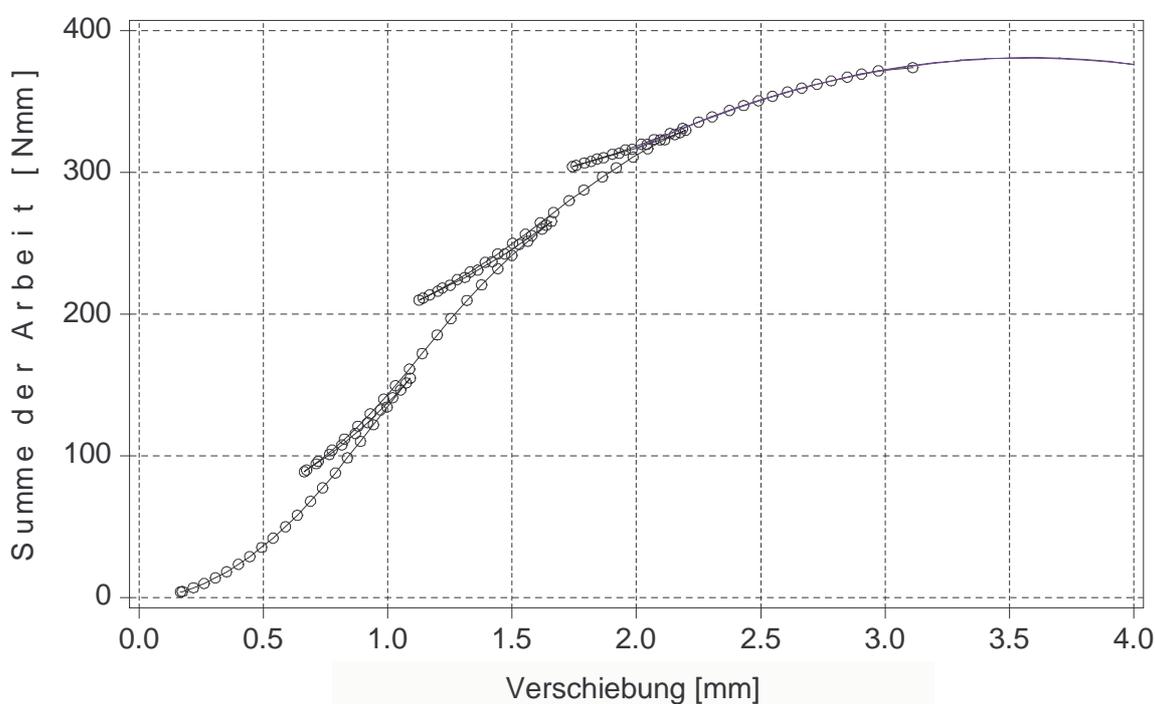
mit

$$\Delta a_i = a_i - a_{i-1} \quad (5.2.17).$$

Wie bei dem in Abschnitt 5.1 beschriebenen Prüfverfahren der nordtest method, kann auch die bis zum völligen Durchreißen aufgewendete Arbeit auf die zugehörige rechnerische Bruchfläche bezogen werden:

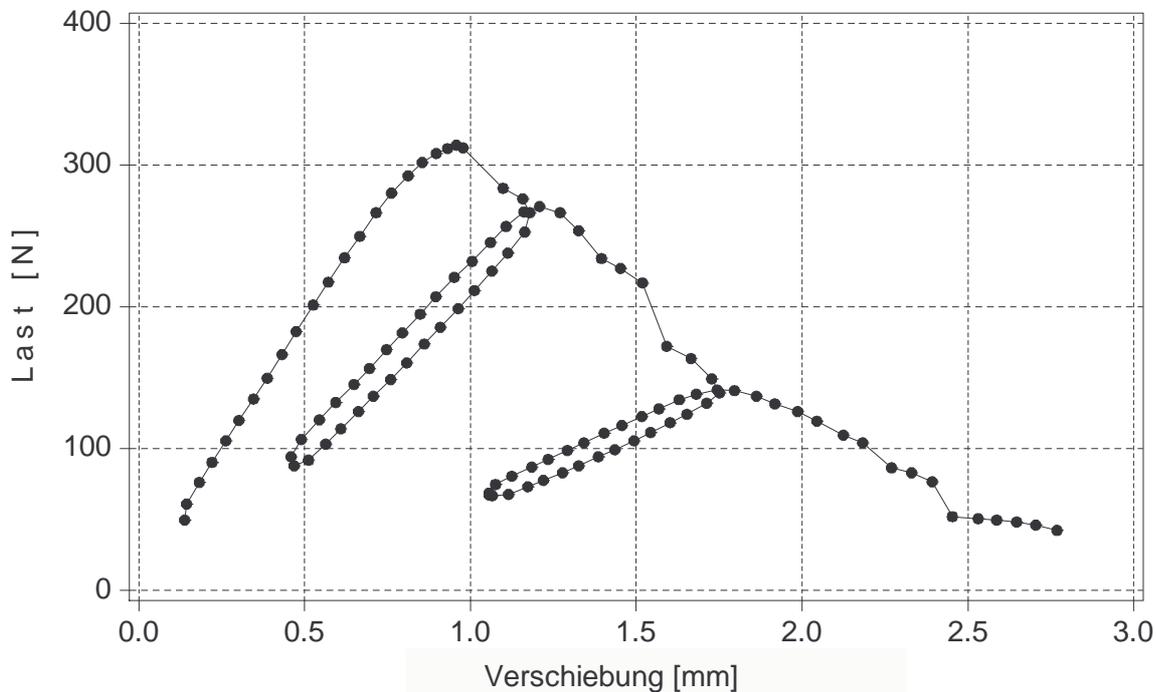
$$G_{l,nt} = (U_{ges}) / ((a_{ges} - 5 \text{ mm}) \cdot t) = (U_{ges}) / (76 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm}) \quad (5.2.18).$$

Wie in den bisher gezeigten Last-Verformungsdiagrammen zu beobachten war, trat kurz vor dem völligen Durchreißen oft ein instabiles Risswachstum auf. Bei der Berechnung von  $U_{ges}$  wurde versucht diesen Effekt auszugleichen. Dazu wurde an die Summenlinie der Arbeit jedes Versuchs eine Parabel angepasst und der Scheitelpunkt dieser Parabel als  $U_{ges}$  betrachtet. Bild 5.2.21 zeigt ein Beispiel dieser Summenlinie der Arbeit und der angepassten Parabel.



**Bild 5.2.21:** Summenlinie der Arbeit und angepasste Parabel zur Bestimmung von  $U_{ges}$

Das in Bild 5.2.22 gezeigte Last-Verformungsdiagramm zeigt Sprünge der Verformungen oder Lasten bei einigen der aufeinanderfolgenden Messpunkte.



**Bild 5.2.22:** Last-Verformungskurve mit instabilem Verhalten

Instabiles Risswachstum wird nach Gross (1996) definiert als spontanes Risswachstum, ohne dass hierfür die Last erhöht werden müsste. In der in Abschnitt 5.1 vorgestellten nordtest method wird instabiles Risswachstum als punktueller plötzlicher Lastabfall definiert („...the load decreases momentarily at some instant during the test.“). In Bild 5.2.22 müsste der zweite Messpunkt nach dem plötzlichen Lastabfall zwischen der ersten und zweiten Ent- und Belastungsschleife also die gleiche Verschiebung aufweisen. Dass zusätzlich eine Verschiebung auftritt, mag an der Nachgiebigkeit der Prüfvorrichtung oder an der langsamen Messdatenerfassung liegen. Die Messdaten wurden mit einem zeitlichen Abstand von ca. drei Sekunden erfasst.

Aus der Anschauung vieler Kurven wurde daher folgendes Kriterium für das Vorliegen eines instabilen Risswachstums zwischen zwei Messpunkten gewählt:

Wenn der Betrag des Lastabfalls zwischen zwei Messpunkten größer als 10% der Höchstlast ist und der Betrag der Steigung zwischen beiden Messpunkten größer als die Anfangssteifigkeit  $K_{beg}$  ist, wird das Risswachstum als instabil bezeichnet. Das in Bild 5.2.22 dargestellte Last-Verformungsdiagramm würde nach dieser Regel instabiles Risswachstum zwischen der ersten und zweiten Schleife nicht aber zwischen Anfangssteigung und erster Schleife aufweisen.

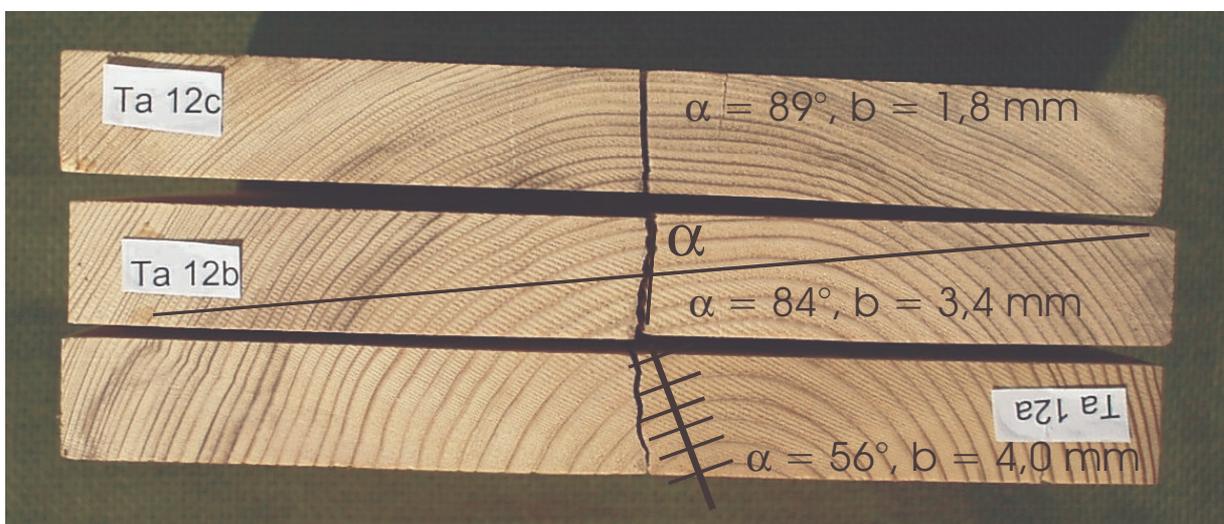
### 5.3 Energiefreisetzungsraten

Nach den im Abschnitt 5.2 beschriebenen Verfahren wurden die Energiefreisetzungsraten der Prüfkörper ermittelt.

Die CT-Proben der deutschen Nadelhölzer wurden aus Balken mit einem Querschnitt  $b \times h = 100 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$  entnommen. Zumeist waren diese Balken sogenannte Halbhölzer, so dass eine Seite der Länge  $h$  die der Markröhre zugewandte rechte Seite war (Bild 5.3.1). Aus einem Teilstück dieser Balken wurden drei nebeneinanderliegende Bretter für die CT-Proben entnommen.

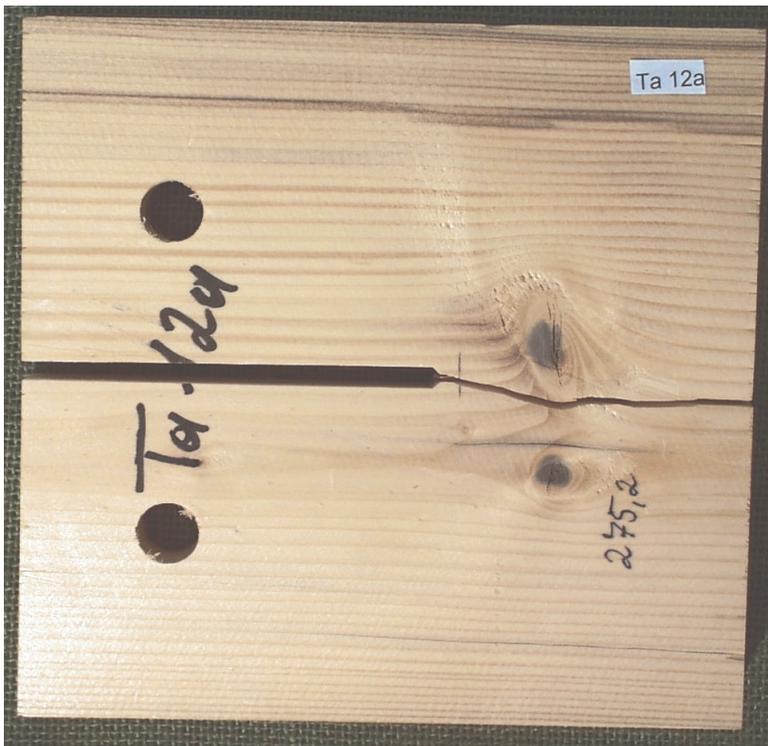
Die Rohdichte wurde an den CT-Proben vor dem Einsägen und Bohren bestimmt, die Holzfeuchte (nach Tabelle 5.1.2) an der ganzen CT-Probe unmittelbar nach Durchführung des Versuches mit Hilfe des Darrverfahrens. Die im folgenden verwendeten Rohdichten beziehen sich auf diese Holzfeuchten.

Nach dem völligen Durchreißen wurden an der dem Sägeschnitt gegenüberliegenden Schmalfläche der CT-Probe der Winkel  $\alpha$  zwischen Rissfront und mittlerer Jahrringneigung und die Jahrringbreite bestimmt. Abweichend von DIN 52181 wurden zur Bestimmung der Jahrringbreite nur die Jahrringe im Bereich der Rissfront betrachtet.

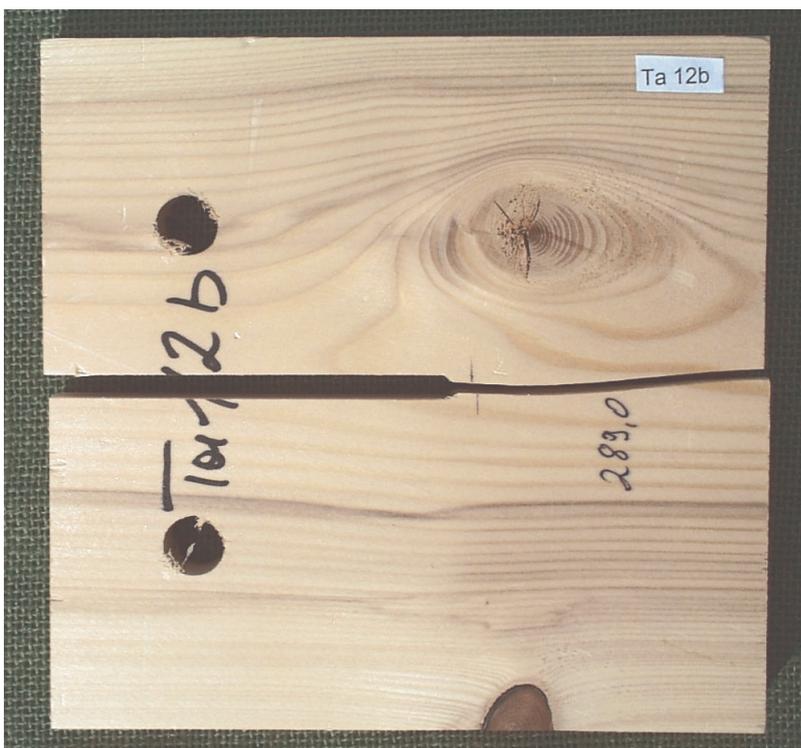


**Bild 5.3.1:** Zur Bestimmung der Jahrringbreite und des Winkels  $\alpha$

Die Auswertung erfolgte zumeist ohne Berücksichtigung derjenigen Versuche, bei denen Äste das Risswachstum beeinflussten. Diese Versuche wiesen eine deutlich höhere Energiefreisetzungsraten auf.



**Bild 5.3.2:** Prüfkörper mit Einfluss des Astes auf das Risswachstum



**Bild 5.3.3:** Prüfkörper ohne Einfluss des Astes auf das Risswachstum

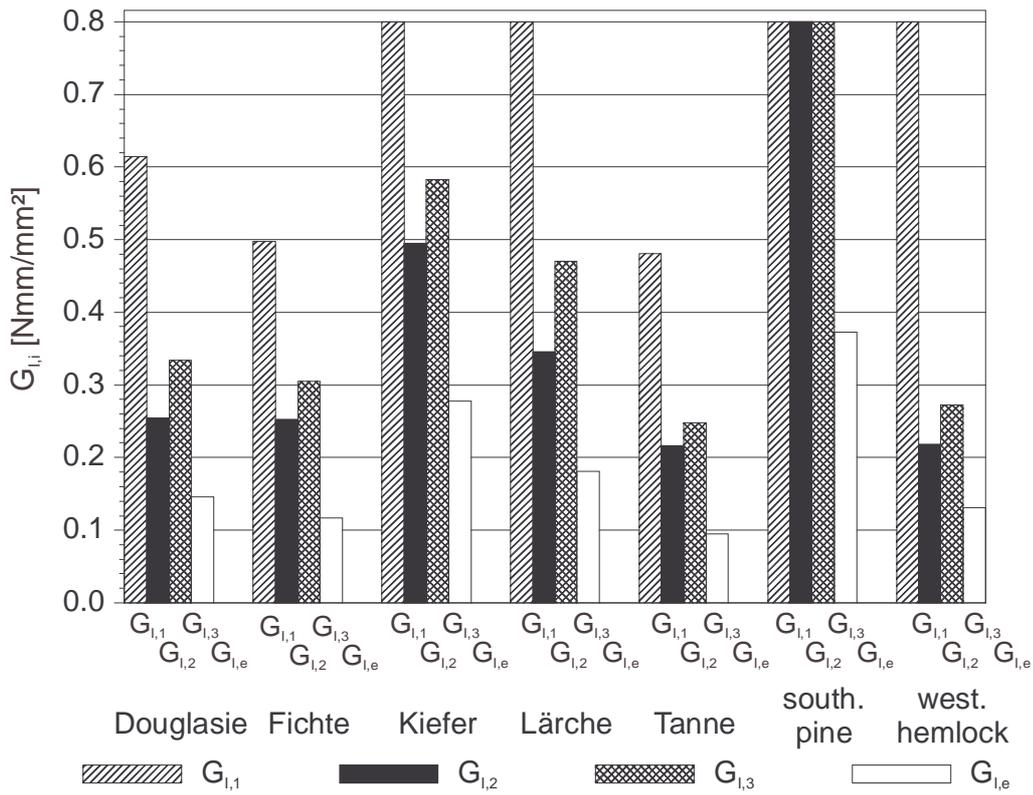
Bei den Holzarten Afzelia, Eiche, Buche, red cedar und bei dem Furnierschichtholz hatten die untersuchten Stichproben einen wesentlich geringeren Umfang, so dass diese Ergebnisse statistisch wenig abgesichert sind.

Während der Versuchsdurchführung wurde das Ent- und Belasten nach dem Verlauf der kontinuierlich aufgezeichneten Last-Verformungskurven durchgeführt. Bei einigen Versuchen erfolgte das erste Ent- und Belasten bei sehr kleinen Risslängen, so dass  $C_1 = 1/K_1 \approx 1/K_{\text{beg}} = C_{\text{beg}}$  war. Bei der Auswertung führte dies zu einem sehr geringen Risswachstum  $\Delta a_1$ , bei einigen Versuchen sogar zu negativen Werten für  $\Delta a_1$ . Bei der Berechnung der Energiefreisetzungsrate nach (5.2.7) und (5.2.10) führen diese kleinen Werte von  $\Delta a_1$  zu unrealistisch hohen Energiefreisetzungsrate, bzw. zu negativen Werten. Die maßgebenden Ursachen für die beiden beschriebenen Phänomene dürften die Anordnung (Bild 5.2.3) und die Messgenauigkeit der induktiven Wegaufnehmer sein.

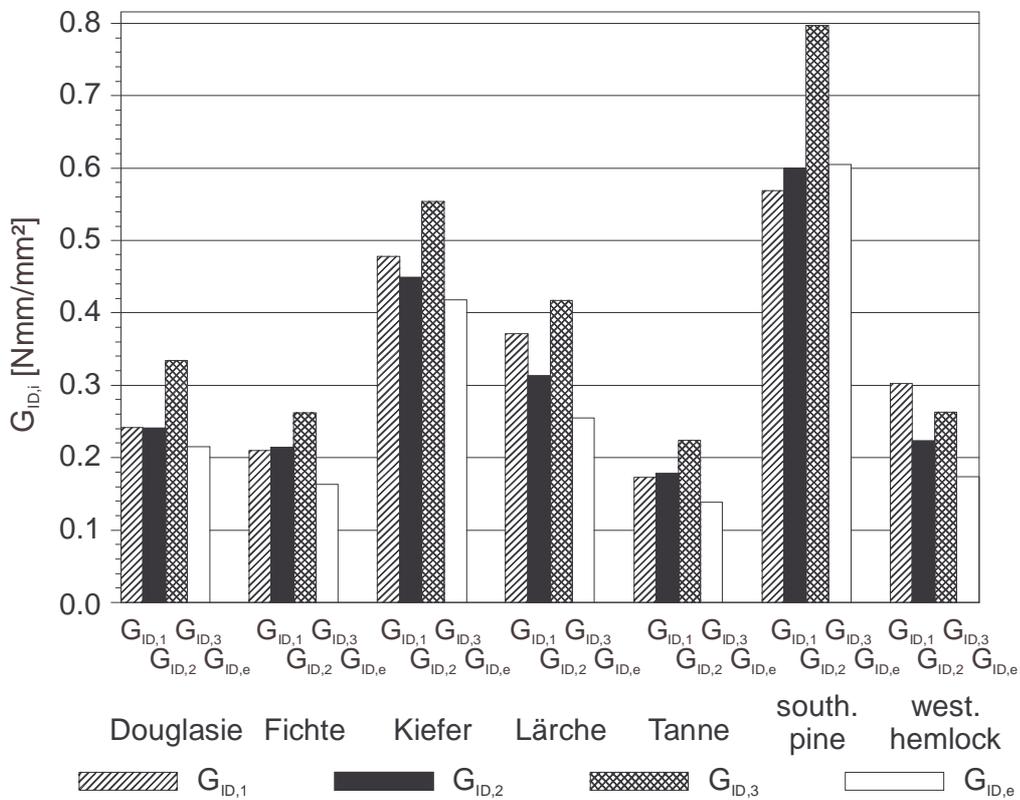
Bei den statistischen Untersuchungen, die das Risswachstum bis zur ersten Ent- und Belastung betreffen, wurden aus den genannten Gründen Versuche mit  $\Delta a_1 < 0,1$  mm nicht berücksichtigt.

Die Bilder 5.3.4 und 5.3.5 zeigen die Mittelwerte der Energiefreisetzungsrate  $G_{I,i}$  und  $G_{ID,i}$  nach Gleichung (5.2.14) und (5.2.15). Dabei wurden diejenigen Werte eines Versuches, bei denen im zugehörigen Rissabschnitt  $\Delta a_i$  ein Ast das Risswachstum beeinflusste, nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund und da nicht bei allen Prüfkörpern eine dritte Ent- und Belastungsschleife gefahren werden konnte, ist die Prüfkörperanzahl in den einzelnen Abschnitten  $i$  unterschiedlich.

$G_{I,e}$  und  $G_{ID,e}$  bezeichnen die Energiefreisetzungsrate, berechnet mit der Arbeit nach der letzten Be- und Entlastungsschleife und dem völligen Durchreißen. Diese Bezeichnung ist unabhängig davon, ob zwei, drei oder, wie in Ausnahmefällen möglich, vier Ent- und Belastungen durchgeführt wurden.



**Bild 5.3.4:** Mittelwerte von  $G_{l,i}$  der untersuchten Nadelhölzer

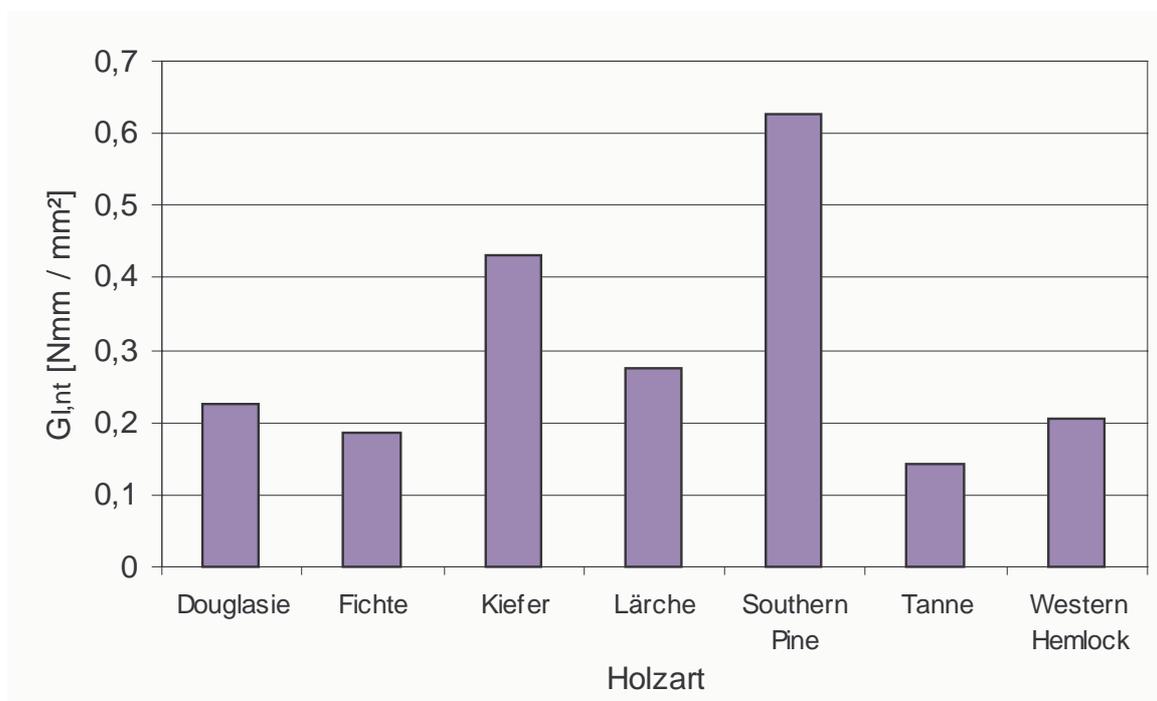


**Bild 5.3.5:** Mittelwerte von  $G_{ID,i}$  der untersuchten Nadelhölzer

Der Vergleich von Bild 5.3.4 und Bild 5.3.5 zeigt die Auswirkung der Berücksichtigung der in der Prozesszone gespeicherten Arbeit. Die Unterschiede in den einzelnen Abschnitten  $i$  nach Bild 5.3.5 können auf der verschiedenen Anzahl der zugrunde liegenden Versuche beruhen und im Falle von  $G_{ID,1}$  auch auf der Rissinitiierung. Allerdings ist der Effekt einer ansteigenden Energiefreisetzungsrates in der Bruchmechanik wohl bekannt, er wird im Falle von spröden Werkstoffen meist auf Rissverzweigungen zurückgeführt (Gross (1996)). Dies könnte also auch den Anstieg von  $G_{ID,2}$  nach  $G_{ID,3}$  erklären.

Die Mittelwerte von  $G_{ID,e}$  sind deutlich höher als die entsprechenden Werte von  $G_{I,e}$ . Dies ist auf die Berücksichtigung der in der Prozesszone gespeicherten Arbeit bei der letzten durchgeführten Ent- und Belastungsschleife nach Gleichung (5.2.15) zurückzuführen. Dennoch liegen die Mittelwerte von  $G_{ID,e}$  signifikant unter den Werten von  $G_{ID,i}$ . In diesem letzten Abschnitt des Risswachstums vor dem völligen Durchreißen führt offensichtlich die verringerte Größe der Prozesszone zu geringeren Werten der Energiefreisetzungsrates. Dies kann den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Größeneffekt erklären.

Bild 5.3.6 zeigt die in Anlehnung an die nordtest method berechneten Energiefreisetzungsrates  $G_{I,nt}$  nach Gleichung (5.2.18).



**Bild 5.3.6:**  $G_{I,nt}$  der untersuchten Nadelhölzer

Für die im weiteren durchgeführten Korrelationsuntersuchungen werden meist die Energiefreisetzungsraten  $G_{I,2}$ ,  $G_{ID,2}$  verwendet, da bei diesen kein Einfluss der Rissinitiierung zu erwarten ist. Zudem konnte das zweite Ent- und Belasten bei nahezu allen Prüfkörpern durchgeführt werden.

Tabelle 5.3.1 enthält die wichtigsten statistischen Kennwerte der Energiefreisetzungsraten  $G_{I,2}$ ,  $G_{ID,2}$ ,  $G_{ID_{2,2}}$ ,  $\Delta a_2$ ,  $G_{I,nt}$  und der Rohdichte  $\rho$ . Bei der Auswertung nach Gleichung (5.2.18) in Anlehnung an die nordtest method blieben auch diejenigen Prüfkörper unberücksichtigt, die einen Ast außerhalb des Risswachstums  $\Delta a_2$  aufwiesen. Diese Anzahl ist in Klammern angegeben. Einige Einzelwerte der durchgeführten Versuche können Tabelle D.4 des Anhanges D entnommen werden.

**Tabelle 5.3.1:** statistische Kennwerte  $G_{I,2}$ ,  $G_{ID,2}$ ,  $G_{ID_{2,2}}$ ,  $\Delta a_2$ ,  $G_{I,nt}$  und der Rohdichte  $\rho$ , ohne Versuche deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert	
Douglasie n = 38	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,254	0,085	0,125	0,454	
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,241	0,089	0,099	0,559	
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,248	0,081	0,112	0,417	
	$\Delta a_2$ [mm]	21,9	5,04	16,6	38,7	
	( n = 37 )	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	491	36,9	429	548
		$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,224	0,077	0,087	0,374
Fichte n = 39	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,252	0,093	0,143	0,518	
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,214	0,062	0,112	0,356	
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,233	0,075	0,127	0,423	
	$\Delta a_2$ [mm]	19,4	3,97	13,0	28,4	
	( n = 33 )	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	438	39,8	389	535
		$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,182	0,050	0,119	0,275

**Tabelle 5.3.1 (Fortsetzung):** statistische Kennwerte  $G_{l,2}$ ,  $G_{ID,2}$ ,  $G_{ID_{2,2}}$ ,  $\Delta a_2$ ,  $G_{l,nt}$  und der Rohdichte  $\rho$ , ohne Versuche deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Kiefer n = 35  ( n = 34 )	$G_{l,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,495	0,175	0,275	1,09
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,449	0,133	0,248	0,916
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,472	0,150	0,261	0,921
	$\Delta a_2$ [mm]	20,95	3,73	16,3	34,6
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	565	66,6	430	679
	$G_{l,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,432	0,120	0,238	0,706
Lärche n = 26  ( n = 29 )	$G_{l,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,349	0,137	0,123	0,637
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,313	0,108	0,103	0,554
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,331	0,117	0,113	0,551
	$\Delta a_2$ [mm]	26,3	10,1	10,3	41,6
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	575	37,6	497	656
	$G_{l,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,278	0,088	0,126	0,428
Tanne n = 33  ( n = 34 )	$G_{l,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,216	0,060	0,109	0,323
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,178	0,042	0,110	0,266
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,197	0,048	0,111	0,287
	$\Delta a_2$ [mm]	15,0	5,05	7,07	26,8
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	471	63,9	393	580
	$G_{l,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,143	0,044	0,068	0,230
red cedar n = 6  ( n = 6 )	$G_{l,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,222	0,056	0,151	0,313
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,201	0,037	0,164	0,246
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,211	0,045	0,158	0,280
	$\Delta a_2$ [mm]	17,7	2,44	15,0	21,0
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	354	18,6	330	374
	$G_{l,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,189	0,026	0,153	0,217

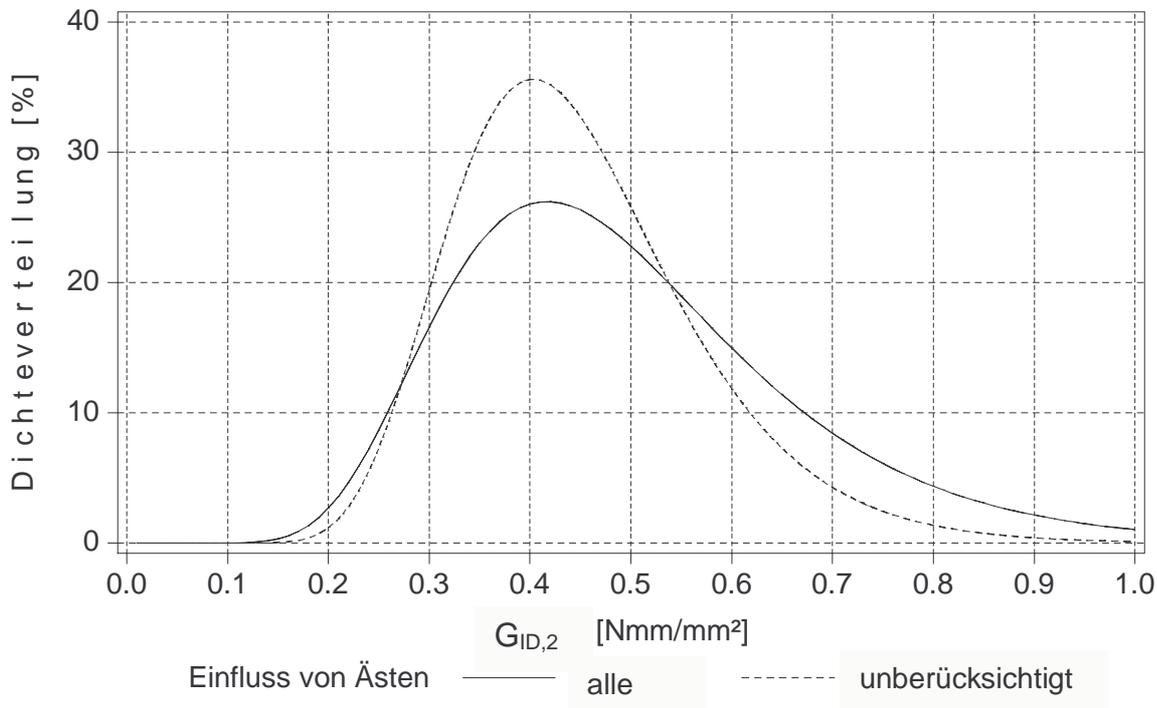
**Tabelle 5.3.1 (Fortsetzung):** statistische Kennwerte  $G_{I,2}$ ,  $G_{ID,2}$ ,  $G_{ID_{2,2}}$ ,  $\Delta a_2$ ,  $G_{I,nt}$  und der Rohdichte  $\rho$ , ohne Versuche deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
southern pine n = 17  ( n = 17)	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,875	0,600	0,399	2,39
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,599	0,239	0,313	1,11
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,737	0,407	0,356	1,68
	$\Delta a_2$ [mm]	17,4	7,44	6,50	35,0
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	589	56,4	510	684
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,626	0,303	0,267	1,511
western hemlock n = 31  ( n = 33)	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,218	0,045	0,130	0,310
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,223	0,044	0,148	0,310
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,221	0,042	0,148	0,308
	$\Delta a_2$ [mm]	21,2	5,65	10,2	38,5
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	454	57,1	380	534
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,206	0,055	0,113	0,304
Afzelia n=2  ( n = 2 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,253	0,025	0,235	0,270
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,241	0,030	0,219	0,262
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,247	0,028	0,227	0,266
	$\Delta a_2$ [mm]	17,1	2,06	15,7	18,6
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	797	1,41	796	798
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,235	0,044	0,203	0,265

**Tabelle 5.3.1 (Fortsetzung):** statistische Kennwerte  $G_{I,2}$ ,  $G_{ID,2}$ ,  $G_{ID_{2,2}}$ ,  $\Delta a_2$ ,  $G_{I,nt}$  und der Rohdichte  $\rho$ , ohne Versuche deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Buche n=6  ( n = 6 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	1,37	0,501	0,679	2,15
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	1,40	0,602	0,634	2,43
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	1,38	0,546	0,657	2,29
	$\Delta a_2$ [mm]	24,7	6,47	19,4	37,3
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	786	53,2	705	837
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	1,42	0,357	0,966	1,99
Eiche n = 4  ( n = 4 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,480	0,105	0,341	0,565
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,505	0,068	0,438	0,586
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,493	0,085	0,389	0,575
	$\Delta a_2$ [mm]	26,9	12,7	11,9	42,0
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	708	37,0	653	731
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,505	0,077	0,400	0,575
FSH n = 12  ( n = 12 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,690	0,324	0,395	1,38
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,517	0,150	0,359	0,84
	$G_{ID_{2,2}}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,604	0,235	0,390	1,11
	$\Delta a_2$ [mm]	19,9	5,56	13,0	32,9
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	518	13,9	502	552
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,732	0,229	0,449	1,24

Bild 5.3.7 zeigt die Verteilungsfunktionen der Dichte der Energiefreisetzungsrate  $G_{ID,2}$  von Kiefer, mit und ohne Berücksichtigung von Versuchsergebnissen mit Einfluss von Ästen auf das Risswachstum im Bereich  $\Delta a_2$ .



**Bild 5.3.7:** Dichteverteilungen von  $G_{ID,2}$  von Kiefer

In der Tabelle 5.3.2 sind die Konstanten  $\mu$  und  $\sigma$  der Dichten angepasster logarithmischer Normalverteilungen nach Gleichung (5.3.1) und die anhand der Versuchsergebnisse und anhand der Dichtefunktionen berechneten 5%-Fraktile der Energiefreisetzungsrate  $G_{ID,2}$  angegeben. Versuche, deren Risswachstum im Bereich  $\Delta a_2$  durch Äste beeinflusst wurde, sind hier nicht berücksichtigt. Die Parameter wurden mit dem Programm SAS (1996) bestimmt, das zur Parameterbestimmung die Maximum-Likelihood-Methode anwendet.

Dichte einer logarithmischen Normalverteilung:

$$f(G_{ID,2}) = \frac{1}{\sigma \cdot G_{ID,2} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(G_{ID,2}) - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (5.3.1).$$

**Tabelle 5.3.2:** Konstanten der angepassten Normalverteilung und 5%-Fraktile

	$\mu$ ln [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma$ ln [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	5%-Fraktile nach den Versuchsergebnissen [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	5%-Fraktile nach log. Normalverteilung [Nmm/mm <sup>2</sup> ]
Douglasie	-1,487	0,368	0,122	0,123
Fichte	-1,584	0,288	0,140	0,128
Kiefer	-0,837	0,268	0,288	0,279
Lärche	-1,228	0,392	0,153	0,154
Tanne	-1,755	0,244	0,112	0,116
south. pine	-0,580	0,372	0,313	0,303
west. hemlock	-1,517	0,198	0,154	0,158

Tabelle D.3 des Anhangs D enthält die in Tabelle 5.3.2 enthaltenen, statistischen Kennwerte mit Berücksichtigung der Versuchsergebnisse derjenigen Versuche, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst war. Wie in Bild 5.3.7 für Kiefer dargestellt, steigen die Mittelwerte der Energiefreisetzungsraten geringfügig, die Maximalwerte dagegen deutlich an.

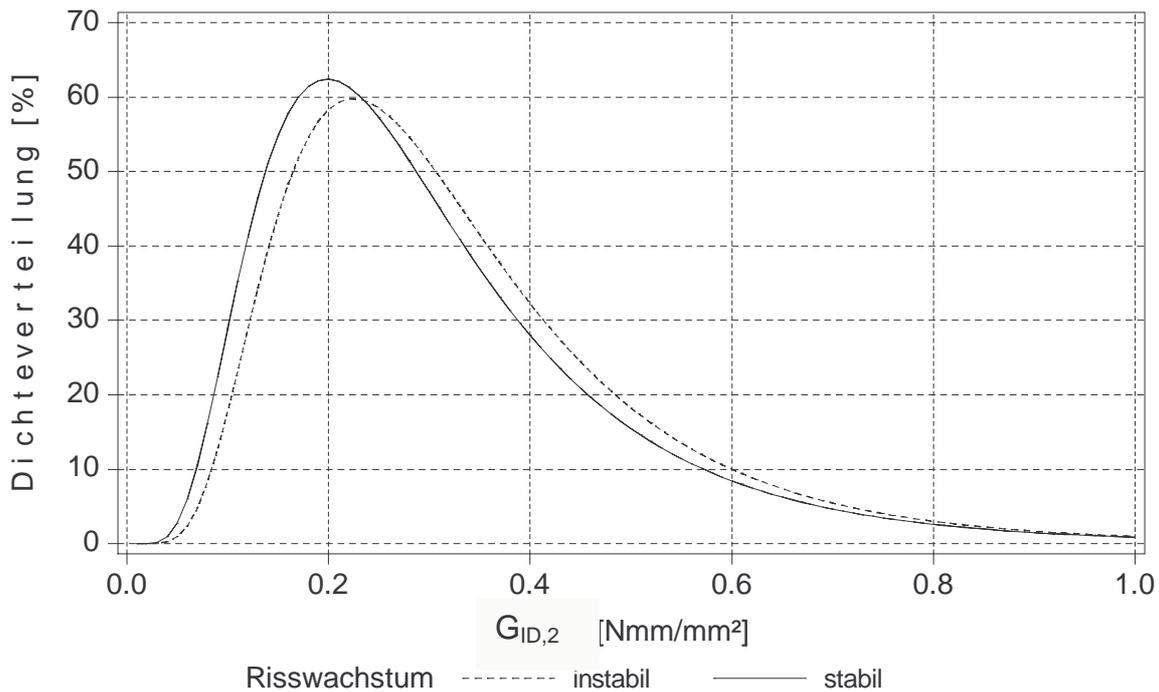
Der Einfluss auf die Mittelwerte der Energiefreisetzungsraten  $G_{ID,2}$  von instabilem Risswachstum im Bereich des Risswachstums  $\Delta a_2$  kann Tabelle 5.3.3 entnommen werden.

**Tabelle 5.3.3:** Mittelwerte von  $G_{ID,2}$  und der Rohdichte  $\rho$   
(ohne Versuche deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde)

Holzart		Mittelwert stabiles Risswachstum		Mittelwert instabiles Risswachstum	
			n =		n =
Douglasie	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,245	14	0,239	24
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	498		486	
Fichte	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,235	16	0,199	23
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	434		444	
Kiefer	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,463	20	0,431	15
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	588		534	
Lärche	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,352	9	0,292	17
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	587		571	
Tanne	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,174	17	0,182	16
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	493		440	
red cedar	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,193	3	0,208	3
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	359		349	
south. pine	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,619	14	0,506	3
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	595		561	
west. hemlock	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,221	16	0,226	15
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	454		461	

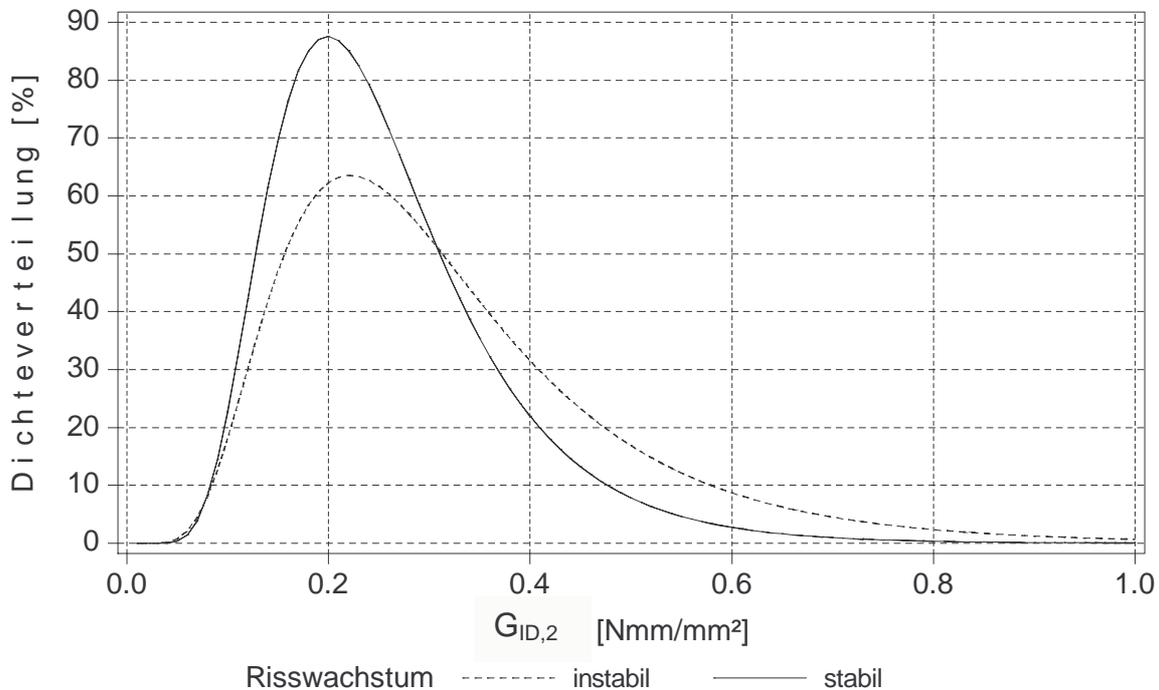
Die Kiefernarten Kiefer und southern pine scheinen nach Tabelle 5.3.3 weniger zu instabilem Reißen zu neigen als die anderen Holzarten.

alle untersuchten Holzarten



**Bild 5.3.8:** Dichteverteilung von  $G_{ID,2}$  nach Risswachstum getrennt

ohne Buche, Eiche, Afzelia und FSH



**Bild 5.3.9:** Dichteverteilung von  $G_{ID,2}$  nach Risswachstum getrennt

Tabelle 5.3.4 enthält die auf die Mittelwerte von  $G_{ID,2}$  nach Tabelle 5.3.1 bezogenen entsprechenden Mittelwerte der Tabelle 5.3.3.

**Tabelle 5.3.4:** Verhältnisse der Mittelwerte von  $G_{ID,2}$

Holzart		$\overline{G}_{ID,2, \text{ instabil oder stabil}} / \overline{G}_{ID,2}$	
			n =
Douglasie	stabil	1,02	14
	instabil	0,99	24
Fichte	stabil	1,10	16
	instabil	0,93	23
Kiefer	stabil	1,03	20
	instabil	0,96	15
Lärche	stabil	1,12	9
	instabil	0,93	17
Tanne	stabil	0,98	17
	instabil	1,03	16
red cedar	stabil	0,96	3
	instabil	1,04	3
south. pine	stabil	1,03	14
	instabil	0,84	3
west. hemlock	stabil	0,99	16
	instabil	1,01	15

Ein signifikanter Einfluss der Art des Risswachstums (stabil oder instabil) lässt sich demnach bei den Holzarten Fichte und Lärche feststellen. Bei der Holzart southern pine ist die Anzahl der Versuche mit instabilem Risswachstum in dem betrachteten Abschnitt  $\Delta a_2$  mit drei Versuchen für eine statistisch zuverlässige Aussage zu gering.

In Tabelle 5.3.5 sind die Korrelationskoeffizienten zwischen den Energiefreisetzungsraten  $G_{ID,2}$  und  $G_{I,nt}$  und weiteren Eigenschaften der Prüfkörper angegeben. Versuche, deren Risswachstum im Bereich  $\Delta a_2$  durch Äste beeinflusst wurde, wurden bei den

Korrelationsuntersuchungen für  $G_{ID,2}$  nicht berücksichtigt. Entsprechend wurden Versuche, deren Risswachstum an irgendeiner Stelle durch Äste beeinflusst wurde, bei den Korrelationsuntersuchungen für  $G_{I,nt}$  nicht berücksichtigt. In Tabelle 5.3.5 wurden nur Holzarten berücksichtigt, für die eine für statistische Untersuchungen ausreichend große Stichprobenanzahl vorlag. Da die Holzfeuchte nach Tabelle 5.1.2 nur sehr geringe Streuungen aufwies, wurde eine Korrelationsuntersuchung mit der Holzfeuchte nicht durchgeführt.

**Tabelle 5.3.5:** Korrelationskoeffizienten zwischen den Energiefreisetzungsraten  $G_{ID,2}$  und  $G_{I,nt}$  und weiteren Eigenschaften

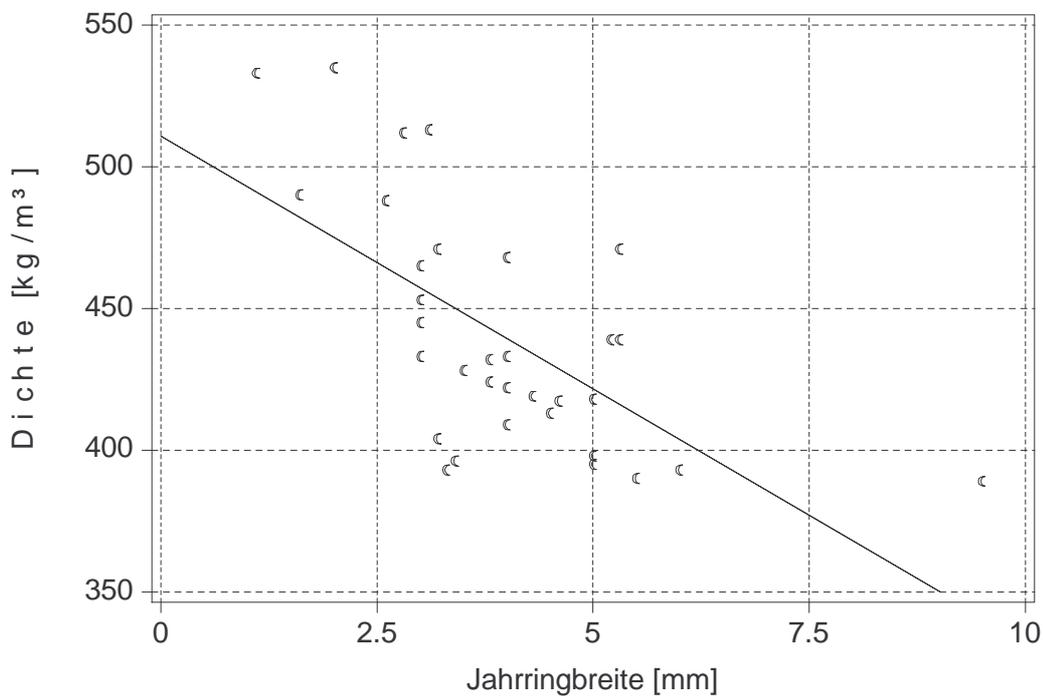
Holzart		Rohdichte $\rho$	Jahrringbreite Bild 5.3.1	Winkel $\alpha$ Bild 5.3.1	$\Delta a_2$
Douglasie	$G_{ID,2}$	0,105	-0,129	-0,465	0,099
	$G_{I,nt}$	0,089	-0,066	-0,369	-
Fichte	$G_{ID,2}$	-0,376	0,580	-0,206	0,221
	$G_{I,nt}$	-0,454	0,640	-0,265	-
Kiefer	$G_{ID,2}$	0,461	-0,308	0,043	-0,385
	$G_{I,nt}$	0,619	-0,469	0,079	-
Lärche	$G_{ID,2}$	-0,089	0,252	-0,326	-0,026
	$G_{I,nt}$	-0,074	0,078	-0,194	-
Tanne	$G_{ID,2}$	-0,154	0,370	-0,416	0,041
	$G_{I,nt}$	0,009	0,170	-0,460	-
FSH (n = 12)	$G_{ID,2}$	0,056	-	-	-0,398
	$G_{I,nt}$	-0,183	-	-	-
south. pine	$G_{ID,2}$	0,815	0,233	-0,029	-0,171
	$G_{I,nt}$	0,753	0,146	0,080	-
west. hemlock	$G_{ID,2}$	0,766	-0,370	0,273	0,254
	$G_{I,nt}$	0,886	-0,505	0,158	-

Lediglich die Korrelationskoeffizienten zwischen den Energiefreisetzungsraten und der Rohdichte bei den nahezu fehlerfreien Proben von western hemlock und southern

pine, sowie für  $G_{l,nt}$  bei Kiefer deuten auf eine Abhängigkeit dieser beiden Eigenschaften hin.

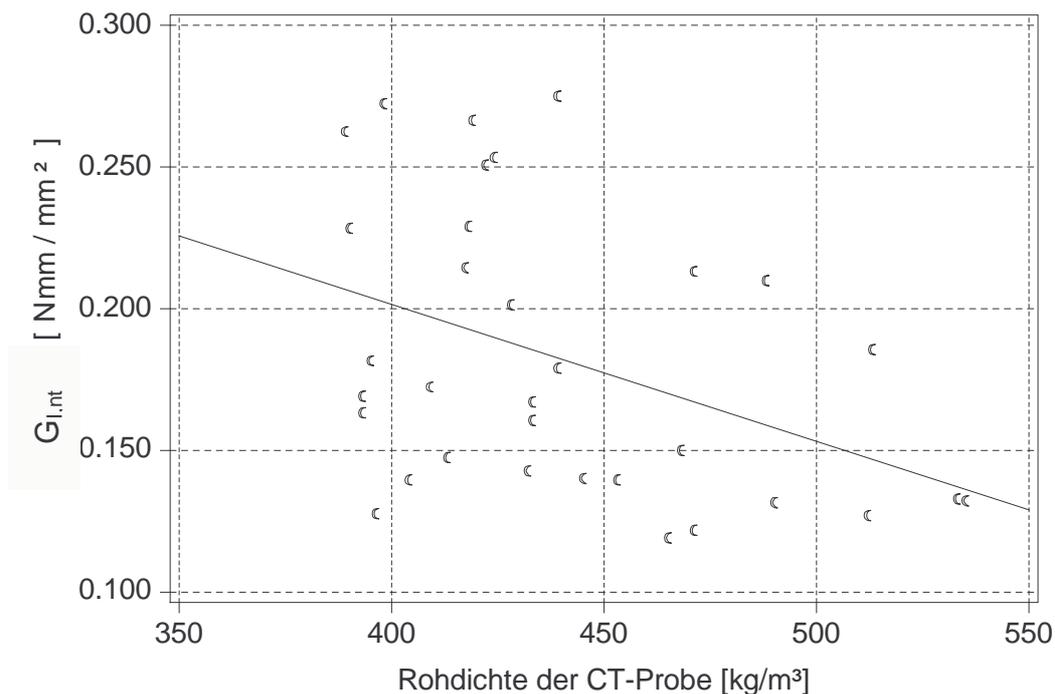
Auffällig ist noch die Höhe des Korrelationskoeffizienten zwischen den Energiefreisetzungsraten und der Jahringbreite bei Fichte, während die entsprechenden Werte zwischen den Energiefreisetzungsraten und der Rohdichte gering sind. Der Korrelationskoeffizient zwischen der Jahringbreite und der Rohdichte beträgt immerhin  $r = -0,64$ , so dass ein höherer Korrelationskoeffizient zwischen den Energiefreisetzungsraten und der Rohdichte ebenfalls zu erwarten gewesen wäre.

Fichte, ohne Versuchsergebnisse mit Beeinflussung durch Äste



**Bild 5.3.10:** Rohdichte über der Jahringbreite für Fichte

Fichte, ohne Versuchsergebnisse mit Beeinflussung durch Äste



**Bild 5.3.11:**  $G_{I,nt}$  über der Rohdichte

Tabelle 5.3.6 enthält die Korrelationskoeffizienten entsprechend Tabelle 5.3.5 jedoch ohne Unterscheidung nach der Holzart. Der Holzwerkstoff FSH wurde hier nicht berücksichtigt.

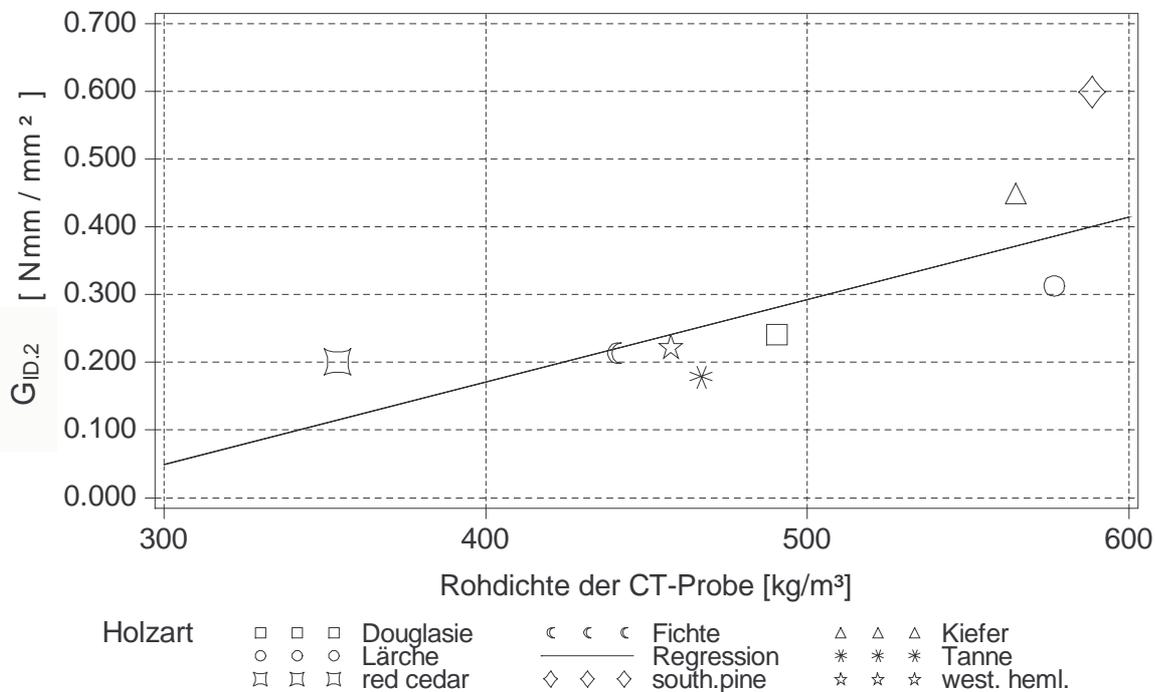
**Tabelle 5.3.6:** Korrelationskoeffizienten zwischen den Energiefreisetzungsraten  $G_{ID,2}$  und  $G_{I,nt}$  und weiteren Eigenschaften, unabhängig von der Holzart

		Rohdichte $\rho$	Jahringbreite Bild 5.3.1	Winkel $\alpha$ Bild 5.3.1	$\Delta a_2$
alle Holzarten nach Tabelle 5.3.5, ohne FSH	$G_{ID,2}$	0,599	0,138	0,009	0,013
	$G_{I,nt}$	0,595	0,125	0,036	-

Werden zusätzlich noch die Ergebnisse der Holzarten red cedar und Buche berücksichtigt, ergeben sich Korrelationskoeffizienten zwischen der Energiefreisetzungsrates  $G_{ID,2}$  und der Rohdichte  $\rho$  von  $r = 0,696$  und zwischen  $G_{I,nt}$  und  $\rho$  von  $r = 0,712$ .

Diese Werte liegen in der Nähe des von Larsen und Gustafsson (1990,1991) angegebenen Wertes von  $r = 0,74$  (Abschnitt 5.1).

In Bild 5.3.12 sind die Mittelwerte der Rohdichte und der Energiefreisetzungsraten  $G_{ID,2}$  der einzelnen Holzarten, sowie die Regressionsgerade dargestellt.



**Bild 5.3.12:** Mittelwerte von  $G_{ID,2}$  über den entsprechenden Mittelwerten von  $\rho$ , ohne Prüfkörper, bei denen das Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde

Die Gleichung der Regressionsgeraden, bestimmt mit den in Bild 5.3.12 dargestellten Holzarten, lautet:

$$G_{ID,2} = -0,316 + 0,001218 \cdot \rho \cdot \text{m}^3 / \text{kg} \quad [\text{Nmm/mm}^2] \quad (5.3.2).$$

Die von Larsen und Gustafsson (1990,1991) angegebene Gleichung (5.1.3) überschätzt demnach die Energiefreisetzungsraten von Fichte und in noch stärkerem Maße diejenige von Tanne. Dies mag darauf zurückzuführen sein, dass der überwiegende Anteil der von Larsen und Gustafsson dokumentierten Versuche mit sogenanntem nordic redwood, in der Regel *pinus sylvestris*, durchgeführt wurde.

Die in den Tabellen und Grafiken dieses Abschnittes dargestellten, niedrigeren Energiefreisetzungsraten von Tanne im Vergleich zu Fichte, können auf den unterschiedlichen mikroskopischen Bau der beiden Nadelhölzer zurückgeführt werden. So sind nach Wagenführ (1989) die Holzstrahlen der Tanne homozellular, d.h. nur aus Paren-

chymzellen zusammengesetzt, während die Holzstrahlen von Kiefer, Fichte, Douglasie und Lärche heterozellular aufgebaut sind und auch Holzstrahltracheiden enthalten.

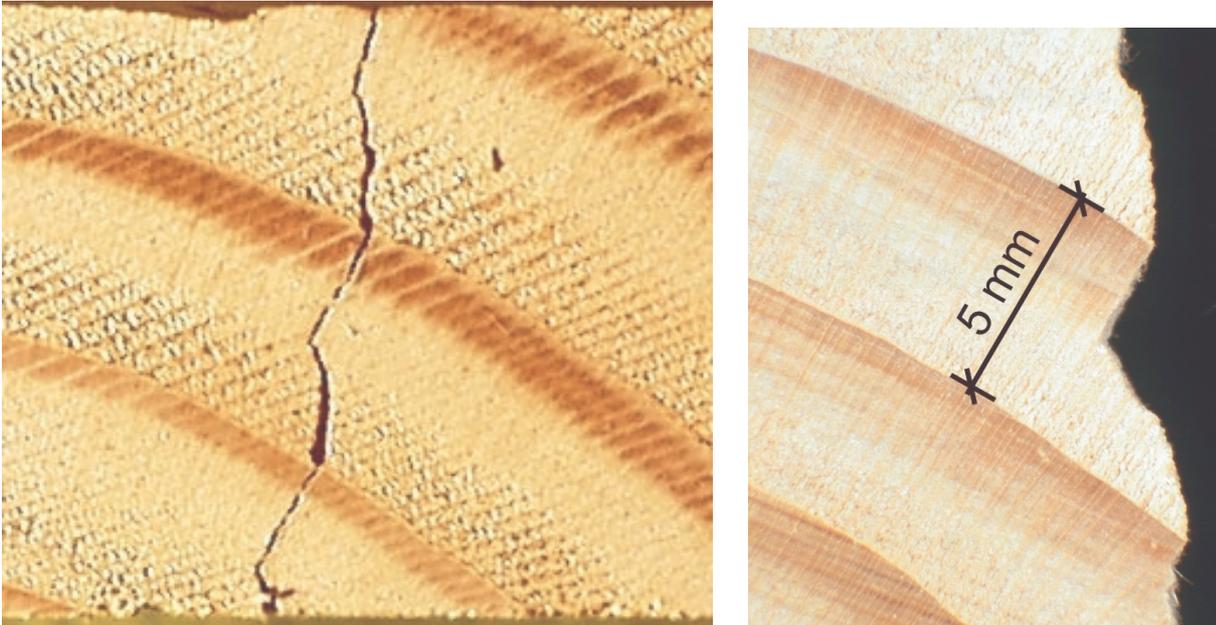
Ebenso gibt es Unterschiede bei der sogenannten Kreuzungsfeldtüpfelung, das sind die Tüpfel zwischen Holzstrahlparenchym und Längstracheiden. Wagenführ unterscheidet die in Tabelle 5.3.7 gegebenen Arten von Kreuzungsfeldtüpfelung.

**Tabelle 5.3.7:** Arten der Kreuzungsfeldtüpfelung nach Wagenführ (1989)

Tüpfelung im Kreuzungsfeld	Holzart	
	botanische Benennung	standardisierte Benennung
fensterförmig	<i>pinus sylvestris</i> L.	Gemeine Kiefer
pinoid	<i>pinus palustris</i> Mill. <i>pinus radiata</i> D. Don.	pitch pine radiata pine
piceoid	<i>Larix decidua</i> Mill. <i>picea abies</i> Karst. <i>pseudotsuga menziesii</i> Franco	Lärche Fichte Douglasie
taxodioid	<i>sequoia sempervirens</i> L. <i>thuja plicata</i> D. Don <i>abies alba</i> Mill.	redwood western redcedar Tanne

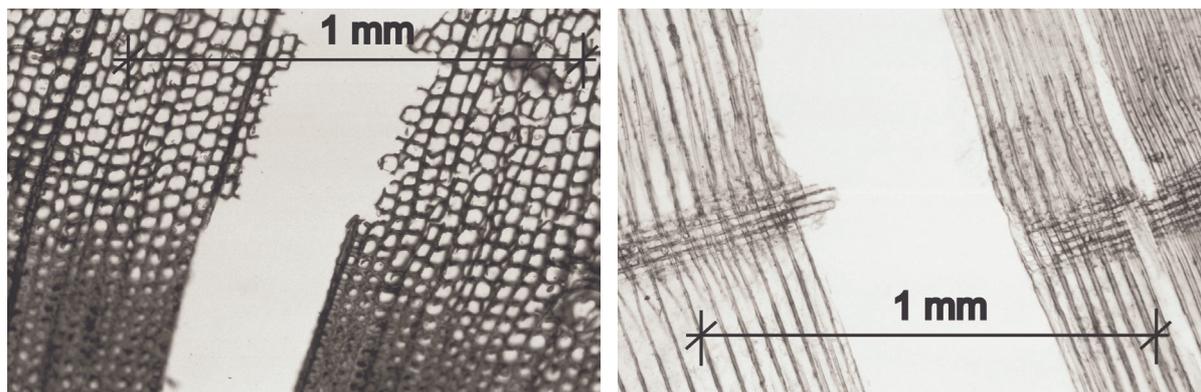
Auf der Tatsache der leichteren Spaltbarkeit von Tannenholz im Vergleich zu Fichtenholz beruht auch dessen frühere Verwendung zur Herstellung von Schindeln (Gasser (2001)).

Ebenso auf den mikroskopischen Bau zurückzuführen ist die Form der Rissoberfläche, die bei allen untersuchten Holzarten zu beobachten war. Wie in Bild 5.3.13 an einem Douglasienprüfkörper sichtbar, verlief die Rissfront im Spätholz meist in radialer Richtung entlang der Holzstrahlen, im Frühholz dagegen entsprechend der durch den Sägeschnitt, den Anriss und die Faserrichtung vorgegebenen Richtung.



**Bild 5.3.13:** Verlauf der Rissfront in einem Douglasienprüfkörper

Boatright und Garrett (1983) beobachten bei weitlemigem Frühholz ein Risswachstum durch die Tracheiden, bei englumigem Spätholz dagegen ein Risswachstum zwischen den Tracheiden in der sogenannten Mittellamelle. Bild 5.3.14 zeigt einen Quer- und einen Radialschnitt im Bereich eines Risses. Die in diesen Aufnahmen dargestellten Risse wurden an Dünnschnitten erzeugt, die zwei Wochen in einer Mischung von Glycerol und Ethanol eingelegt waren. Die Störungen außerhalb des Risses können bei der Herstellung der Dünnschnitte oder bei dem Auseinanderreißen der Probe entstanden sein.



**Bild 5.3.14:** Quer- und Radialschnitte im Bereich eines Risses

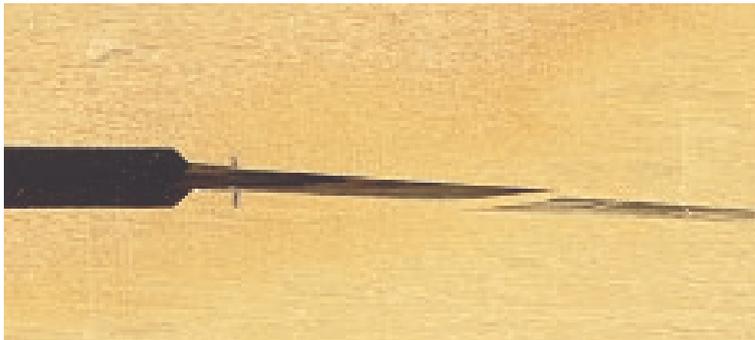
Im Querschnitt ist das Risswachstum entlang eines Holzstrahles im Spätholz und die Zerstörung der Tracheiden des Frühholzes deutlich zu erkennen. Im Radialschnitt wird die Bedeutung der Holzstrahlen bei Beanspruchungen quer zur Faser deutlich. Die Holzstrahlzellen wurden herausgezogen. Der Verbund zwischen Holzstrahlen und Tracheiden und der Aufbau der Holzstrahlen kann somit einen entscheidenden Einfluss auf die Energiefreisetzungsraten und auch auf die Querkzugfestigkeit haben.

Die höheren Energiefreisetzungsraten des Holzwerkstoffes Furnierschichtholz (FSH), der aus Fichte hergestellt wird, dürften auf kleine Winkel zwischen den Faserlängsrichtungen der Furniere zurückzuführen sein. Die Rissoberflächen sind unebener im Vergleich zu den untersuchten Hölzern und es kommt häufiger zu Rissverzweigungen. Der auf die Dicke der Prüfkörper bezogene Mittelwert der nach Bild 5.2.18 in der Prozesszone an der zweiten Ent- und Belastung gespeicherten Arbeit  $P_2$  beträgt bei den Prüfkörpern aus FSH mehr als das Vierfache, verglichen mit dem entsprechenden Mittelwert der Prüfkörper aus Fichte:

$$\frac{\bar{P}_{2,\text{FSH}}}{\bar{P}_{2,\text{Fichte}}} \cdot \frac{d_{\text{Fichte}}}{d_{\text{FSH}}} = \frac{312}{38,8} \cdot \frac{20}{39} = 4,12 \quad (5.3.3).$$



**Bild 5.3.15:** Verlauf der Rissfront in einem Prüfkörper aus FSH

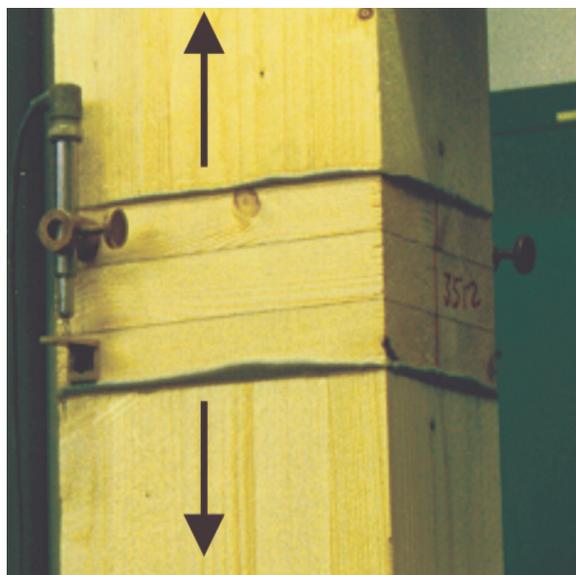
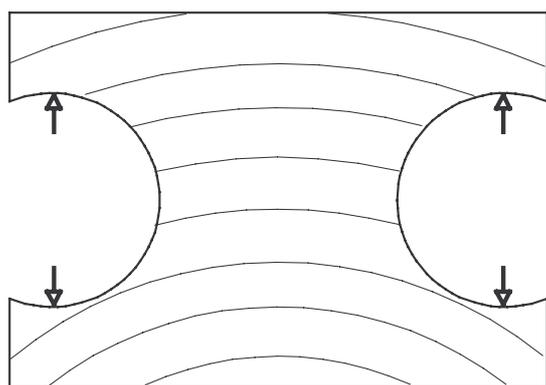


**Bild 5.3.16:** Rissverzweigung bei FSH

## 5.4 Dugdales Modell

In den Abschnitten 5.1 und 5.3 wurde das Vorhandensein einer Prozesszone, in der die Materialtrennung stattfindet, gefordert, um den beobachteten Einfluss der Prüfkörpergröße oder die geringere Energiefreisetzungsrates im letzten Abschnitt des Risswachstums bei den verwendeten CT-Proben zu erklären. Um die Größe dieser Prozesszone abzuschätzen, soll Dugdales Modell (Bild 5.1.3) verwendet werden.

Das üblicherweise in der elastisch-plastischen Bruchmechanik verwendete Konzept des J-Integrals setzt nach dem Verfahren nach ASTM E 1737 einen plastizierten Bereich vor der Rissspitze voraus. Eine Fließgrenze oder Kennwerte des nichtlinearen Verhaltens von querzugbeanspruchtem Holz sind in der Literatur nicht dokumentiert. Die Versuche zur Querzugfestigkeit werden meist mit Prüfkörpern durchgeführt, die zu einer gleichmäßigen Spannungsverteilung über den Querschnitt führen sollen oder mit gekerbten Proben (Blaß et al. (1998), Kollmann (1982), Bild 5.4.1). Werden diese Prüfkörper bruchmechanisch betrachtet, ist bei dem inhomogenem Werkstoff Holz von einer Rissinitiierung in einem kleinen Bereich auszugehen, der zu einem instabilen, schnellen Risswachstum führt. Makroskopisch betrachtet und bei den üblichen Geschwindigkeiten der Messdatenerfassung entsteht der Eindruck eines sehr spröden Werkstoffverhaltens.



**Bild 5.4.1:** Prüfkörpergeometrien von Querzugversuchen

Bei bruchmechanischen Untersuchungen wird ein stabiles Risswachstum angestrebt. Aus den in den Abschnitten 5.1 und 5.3 beschriebenen, nichtlinearen Beobachtungen kann das Vorhandensein einer Prozesszone gefolgert werden. Aicher et al. (1993) verwenden die Bezeichnung „dehnungsentfestigende Bruchprozesszone“.

Da die Spannungs-Dehnungsbeziehung im Bereich dieser Prozesszone nicht bekannt ist, soll das in der elastisch-plastischen Bruchmechanik ebenfalls verwendete Konzept der Rissspitzenöffnung verwendet werden. Bei diesem Konzept wird von Risswachstum ausgegangen, wenn die Rissspitzenöffnung  $\delta_t$  einen kritischen Wert  $\delta_{t,c}$  überschreitet:

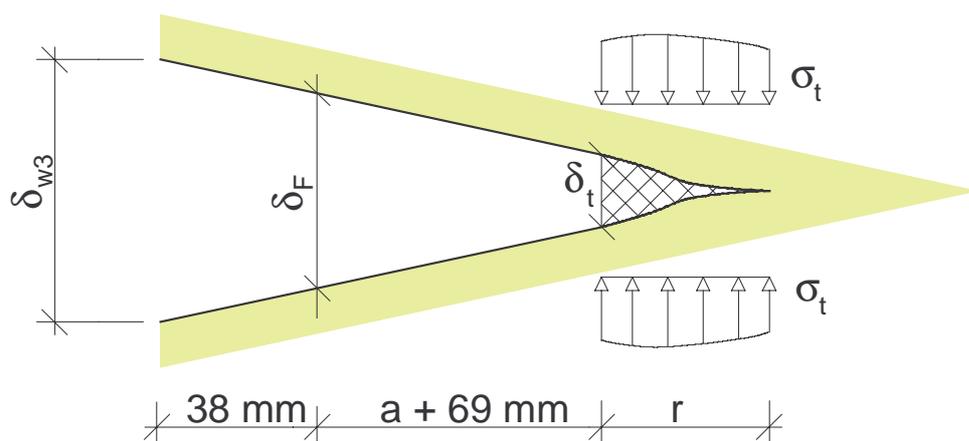
$$\delta_t \geq \delta_{t,c} \quad (5.4.1).$$

Zur Bestimmung dieses kritischen Wertes  $\delta_{t,c}$  aus den Versuchsergebnissen der CT-Proben werden die Messungen des in Bild 5.2.3 gezeigten, am Hirnholz des Prüfkörpers angebrachten, induktiven Wegaufnehmers verwendet. Dieser Wegaufnehmer hatte einen Messbereich von maximal 2,0 mm, der bei größerem Risswachstum überschritten wurde. Für Risslängen, bestimmt aus den Steifigkeitsabnahmen der ersten Ent- und Belastungsschleife, können die Ergebnisse dieses Wegaufnehmers verwendet werden. In Anlehnung an Dugdales Modell kann die Rissspitzenöffnung  $\delta_{t,c}$  bei den entsprechenden Risslängen  $a$  unter Berücksichtigung der in Bild 5.4.3 dargestellten Prüfkörperabmessungen der CT-Probe bestimmt werden zu:

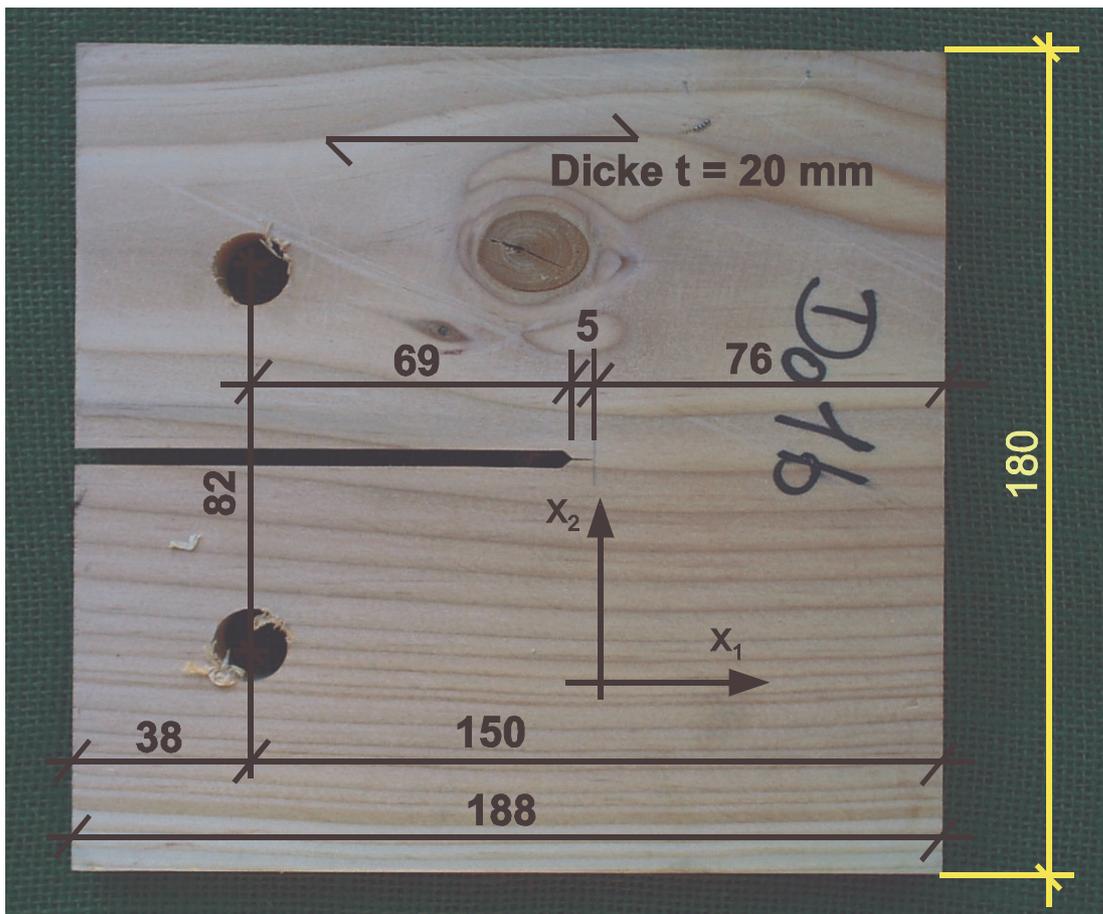
$$\delta_{t,c} = 2 \cdot \left( \frac{\delta_{w3}}{2} - y_2 \right) \quad (5.4.2).$$

mit:  $y_1 = \frac{\delta_{w3} - \delta_F}{2}$  und  $y_2 = \frac{(38 \text{ mm} + 69 \text{ mm} + a_1) \cdot y_1}{38 \text{ mm}}$

Dabei wird nach Bild 5.4.2 ein Ebenbleiben der Rissoberflächen angenommen, zudem bleiben die Verformungen der CT-Probe außerhalb dieses Bereiches unberücksichtigt.

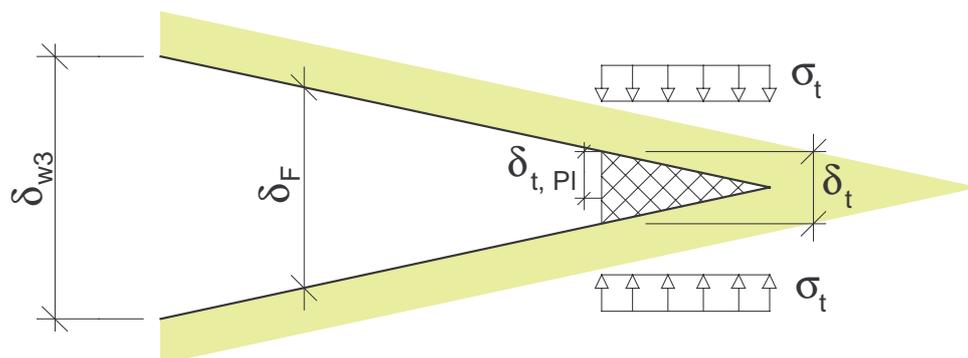


**Bild 5.4.2:** Annahmen zur Berechnung der Rissspitzenöffnung  $\delta_t$



**Bild 5.4.3:** Geometrie der CT-Prüfkörper

Dugdale (1960) nimmt elastisch-idealplastisches Materialverhalten an, es folgen die in Bild 5.4.4 dargestellten geometrischen Verhältnisse (in Anlehnung an Gross (1996)).



**Bild 5.4.4:** Modell nach Dugdale

Bei einer Entlastung des Prüfkörpers bleibt der plastische Anteil der Rissspitzenöffnung  $\delta_{t,PI}$ . Dies führt zu dem in den Abschnitten 5.2 und 5.3 dargestellten, nichtlinearen Verhalten.

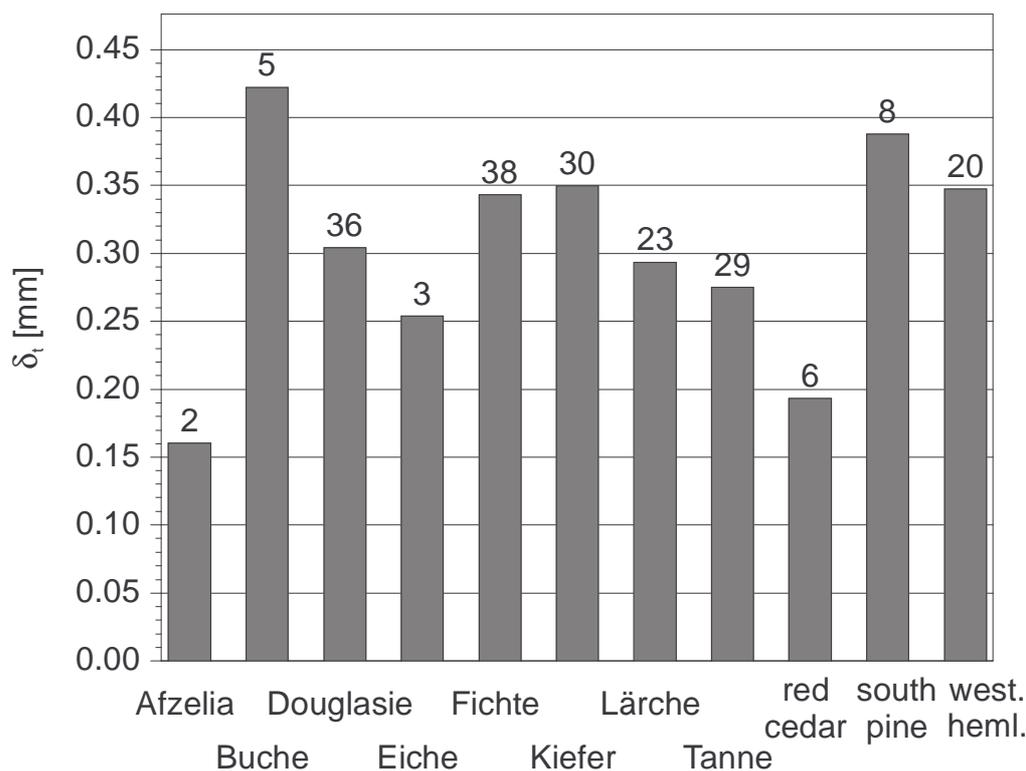
Tabelle 5.4.1 enthält die nach Gleichung (5.4.2) berechneten Rissspitzenöffnungen  $\delta_{t,c}$  der Holzarten.

**Tabelle 5.4.1:** Mittelwerte der Rohdichten und der Rissspitzenöffnungen  $\delta_{t,c}$

Holzart	Anzahl der Prüfkörper n	Rohdichte $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\delta_{t,c}$ [mm]
Afzelia	2	797	0,16
Buche	5	777	0,42
Douglasie	36	495	0,30
Eiche	3	726	0,25
FSH	10	518	0,93
Fichte	38	442	0,34
Kiefer	30	564	0,35
Lärche	23	573	0,29
Tanne	29	484	0,27
red cedar	6	354	0,19
south. pine	8	579	0,39
west. hemlock	20	464	0,35

Der sehr große Wert der Rissspitzenöffnung des Holzwerkstoffes Furnierschichtholz (FSH)  $\delta_{t,c} = 0,93$  mm dürfte wiederum auf die Beeinflussung des Risswachstums durch die verglichen mit Holz unterschiedliche Struktur zurückzuführen sein (Bilder 5.3.15 und 5.3.16).

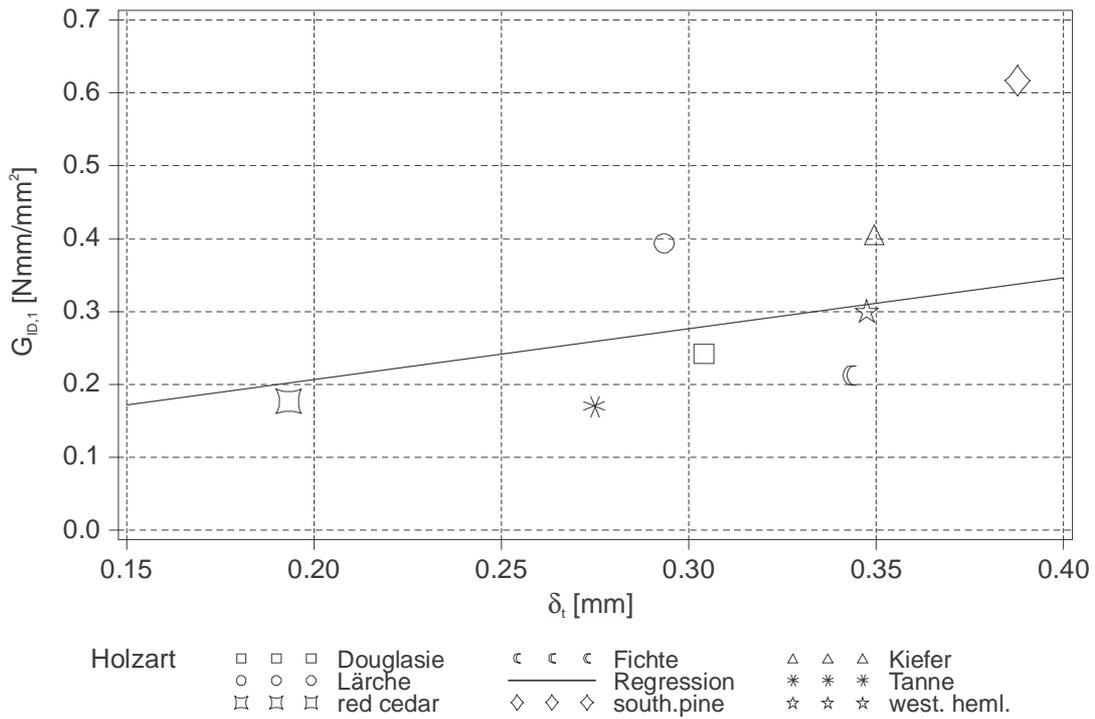
Bild 5.4.5 zeigt die Mittelwerte von  $\delta_{t,c}$  der Nadelhölzer. Die Ziffer über den Balken gibt die berücksichtigte Anzahl der Prüfkörper an. Da bei den ersten Versuchen der Wegaufnehmer am Hirnholz noch nicht verwendet wurde, ist die Anzahl der berücksichtigten Versuche bei den Holzarten southern pine und western hemlock geringer.



**Bild 5.4.5:** Rissspitzenöffnung  $\delta_t$  der Holzarten

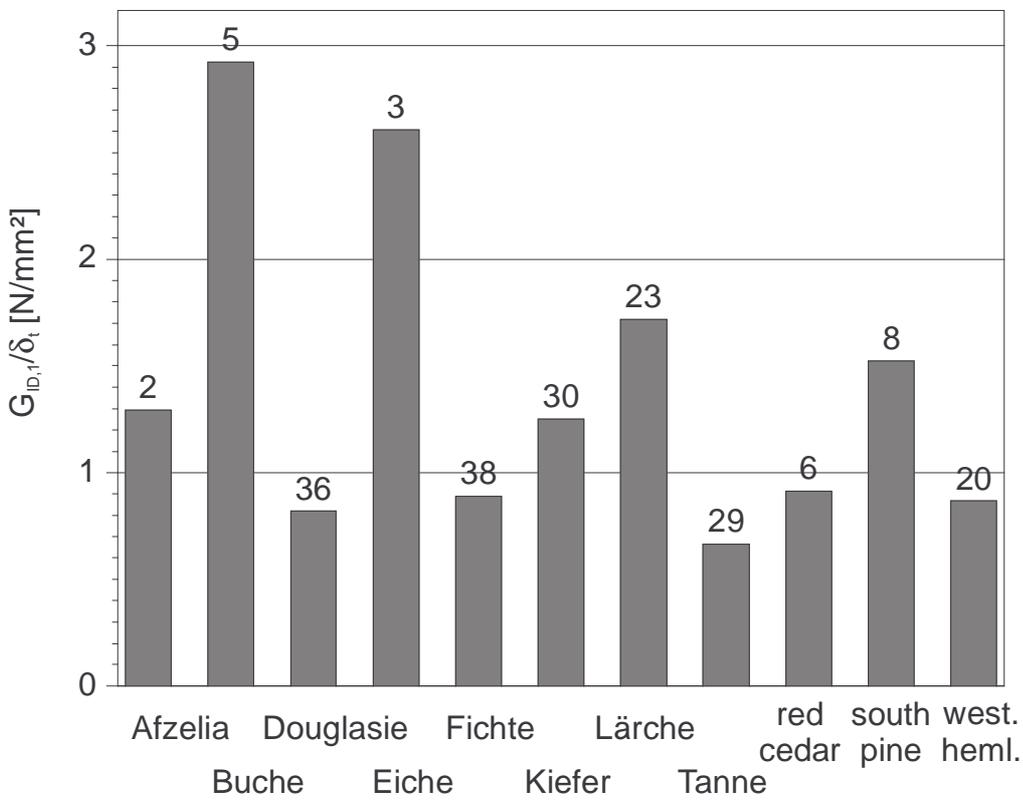
Bild 5.4.6 zeigt die Mittelwerte der Energiefreisetzungsrate  $G_{ID,1}$  über den entsprechenden Mittelwerten der Rissspitzenöffnung  $\delta_t$ . Der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Größen beträgt unter Berücksichtigung aller untersuchten Holzarten und des Holzwerkstoffes FSH lediglich  $r = 0,48$ , der Korrelationskoeffizient zwischen der Energiefreisetzungsrate  $G_{I,1}$  ohne Berücksichtigung der Prozesszone und der Rissspitzenöffnung beträgt ebenfalls  $r = 0,48$ . In Abschnitt 6 werden Korrelationsuntersuchungen zwischen der Höchstlast von Zugscherversuchen, die spröde versagten, und den in diesem Abschnitt ermittelten bruchmechanischen Kennwerten durchgeführt. Es zeigt sich dabei eine schwache Korrelation zwischen  $\delta_{t,c}$  und der Höchstlast, aber eine deutlich bessere Korrelation zwischen  $G_{ID,2}$  und der erreichten Tragfähigkeit.

Das Konzept der Rissspitzenöffnung als Kriterium für ein Risswachstum (Gleichung (5.4.1)) scheint demnach auf den Werkstoff Holz nicht anwendbar zu sein. Da die Materialtrennung bei Holz im mikroskopischen Bereich geschieht, im Spätholz meist entlang der Holzstrahlen, während im Frühholz die Tracheiden reißen, dürfte die Größe der Prozesszone, die Spannungs-Dehnungsbeziehung in dieser Zone und somit auch  $\delta_{t,c}$  sehr viel stärker streuen als die Energiefreisetzungsraten nach Abschnitt 5.3, die als Mittelwerte über das Risswachstum einen größeren Bereich erfassen.



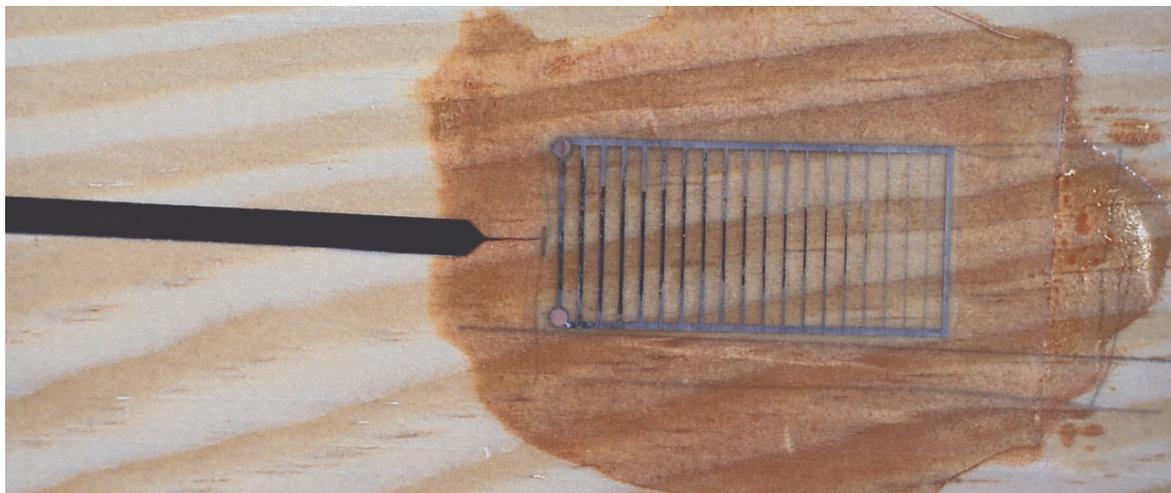
**Bild 5.4.6:** Energiefreisetzungsrate  $G_{ID,1}$  über  $\delta_{t,c}$

Bild 5.4.7 zeigt die Mittelwerte der Verhältnisse  $G_{ID,1} / \delta_t$ .



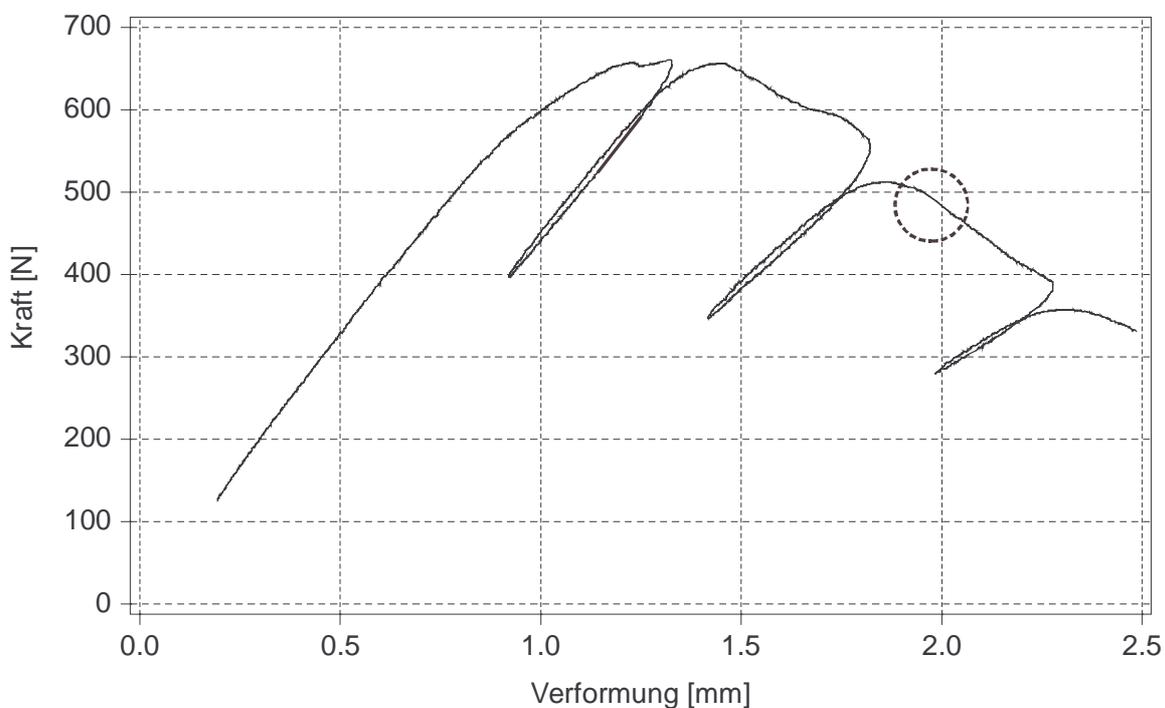
**Bild 5.4.7:** Mittelwerte der Verhältnisse  $G_{ID,1} / \delta_t$

Um einen Eindruck von der Größe der Prozesszone zu erhalten wurde ein CT-Prüfkörper der Holzart southern pine mit einem Rissfortpflanzungssensor, wie in Bild 5.4.8 dargestellt, versehen. Die Bruchdehnung der Streifen liegt bei ca. 5%.



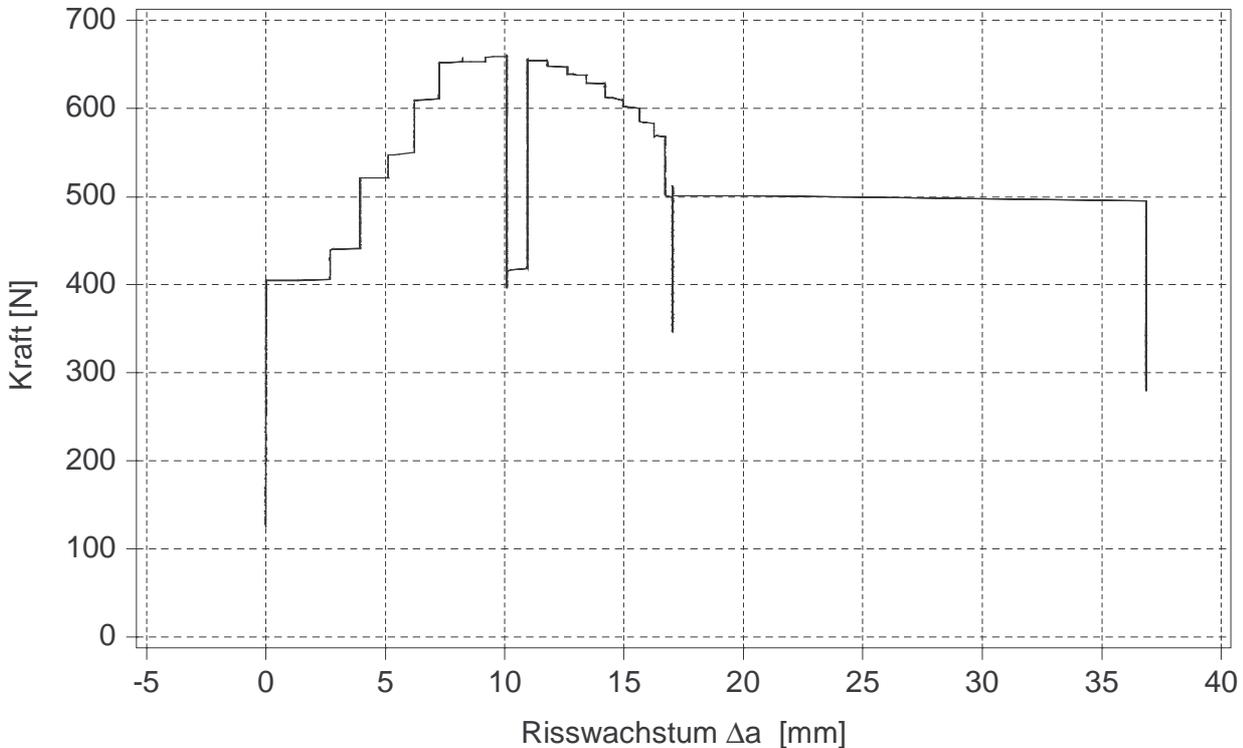
**Bild 5.4.8:** Rissfortpflanzungssensor

Bild 5.4.9 zeigt die Last-Verformungskurve des Prüfkörpers. Die Kurve bis zum Erreichen der Höchstlast zeigt bis zu einer Last von 550 N ein lineares Verhalten.



**Bild 5.4.9:** Last-Verformungsdiagramm des Prüfkörpers

Dagegen erfasst der Rissfortpflanzungssensor bereits bei einer Last von 405 N ein Risswachstum. Dies kann auf die Entwicklung einer Prozesszone mit Dehnungen im Bereich der Prozesszone, die über der Bruchdehnung des Rissfortpflanzungssensor liegen, zurückzuführen sein.



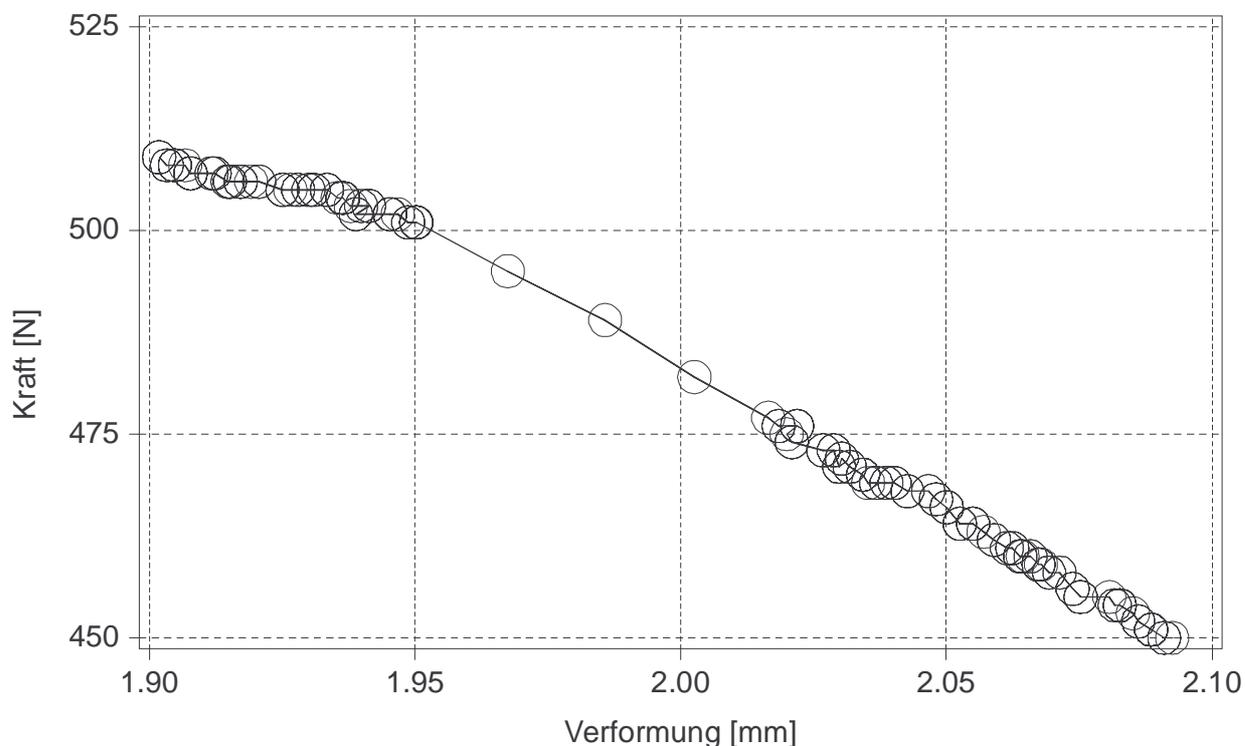
**Bild 5.4.10:** Belastung über dem Risswachstum gemessen mit dem Rissfortpflanzungssensor

Weitere Auffälligkeiten der in Bild 5.4.10 dargestellten Kurve sind das Risswachstum zu Beginn der Belastung nach der ersten Entlastung und das instabile Risswachstum bei einer Last von 501 N nach der zweiten Ent- und Belastungsschleife. Nach diesem instabilen Risswachstum war der Messbereich des Rissfortpflanzungssensors überschritten.

Bild 5.4.11 zeigt im Detail den in Bild 5.4.9 mit einem Kreis markierten Bereich des Last-Verformungsdiagramms, in dem das instabile Risswachstum stattfindet.

Bei diesem Versuch wurden die Daten mit einem zusätzlichen Messverstärker erfasst, dessen Messzyklus mit 0,1 sec deutlich schneller war, als derjenige des sonst verwendeten Messverstärkers, der die Daten nur alle 3 sec erfassen konnte. Das in Bild 5.4.11 gezeigte, schnellere Risswachstum in dem Bereich der Verschiebung von 1,95 mm bis 2,02 mm wäre somit bei einer Messung mit dem sonst verwendeten Messverstärker kaum erkannt worden. Es kann davon ausgegangen werden, dass auch bei

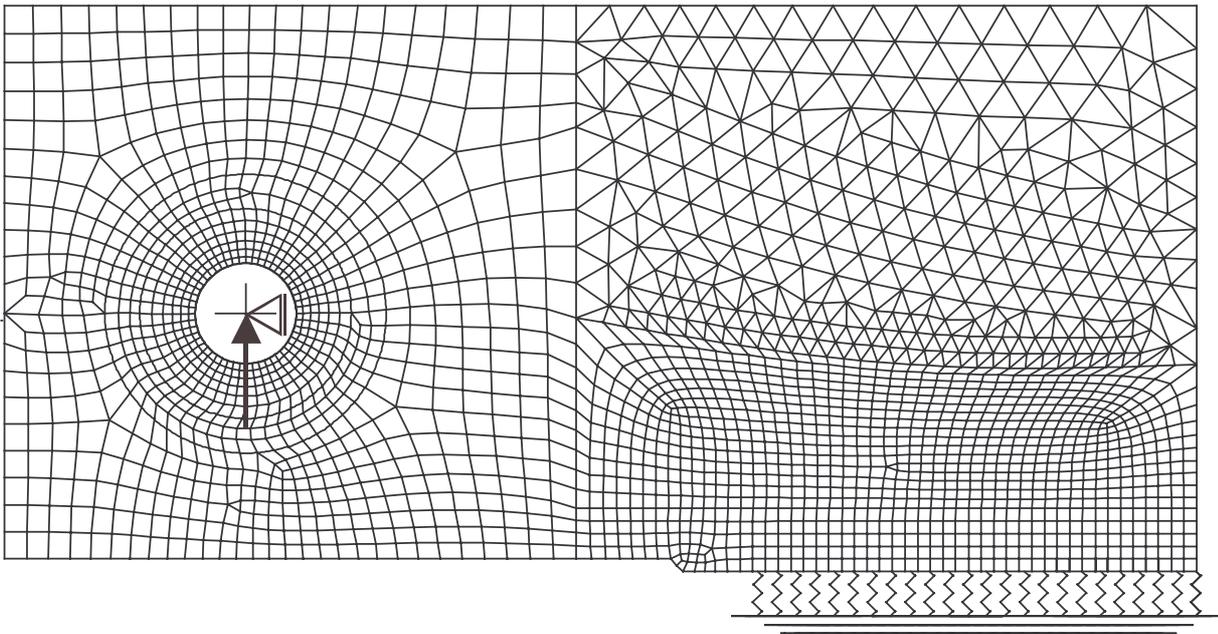
den sonstigen Prüfkörpern das Risswachstum häufiger in kleinen, instabil verlaufenden Abschnitten, evtl. nur über einen Teilbereich der Dicke erfolgt.



**Bild 5.4.11:** Detail der Last-Verformungskurve

Das mit dem Rissfortpflanzungssensor gemessene Risswachstum beträgt bei der ersten Ent- und Belastungsschleife  $\Delta a_1 = 10,1$  mm und bei der zweiten Schleife  $\Delta a_2 = 17,0$  mm. Dagegen wurden mit dem Teillastungsverfahren Werte von  $\Delta a_1 = 3,1$  mm und  $\Delta a_2 = 10,4$  mm ermittelt, so dass die Länge der Prozesszone im Mittel  $r \cong 6,8$  mm beträgt.

Um einen Eindruck von der Form der Prozesszone zu gewinnen, wurden FE-Berechnungen mit einem nichtlinearen Verhalten der in Bild 5.4.12 dargestellten Federn entlang der Symmetrielinie der CT-Probe durchgeführt. In Bild 5.4.12 ist nur jede dritte Feder eingezeichnet. Die nichtlineare Last-Verschiebungskurve der Federn wurde variiert, bis die Rissspitzenöffnung  $\delta_t$  nach (5.4.1) erreicht wurde.



**Bild 5.4.12:** FE-Modell der CT-Probe, die Prozesszone wird durch Federn mit einem nichtlinearen Federgesetz modelliert

Für die Modellierung wurden die Mittelwerte, der an den Prüfkörpern der Holzart southern pine bestimmten Größen, verwendet:

$\bar{F}_1 = 381 \text{ N}$ , die Last zu Beginn der ersten Entlastung

$\bar{K}_{\text{beg}} = 501 \text{ N/mm}$ , Anfangssteifigkeit der CT- Probe nach Abschnitt 5.2, es folgt

$\bar{E}_{90} = 714 \text{ N/mm}^2$ , Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung

$\bar{\delta}_t = 0,388 \text{ mm}$ , Rissspitzenöffnung nach (5.4.1)

$\bar{\Delta}a_1 = 4,84 \text{ mm}$ , Risswachstum nach Abschnitt (5.3).

Zur Ermittlung des nichtlinearen Federgesetzes wird die Querkzugfestigkeit von Kiefernholz nach Götz et al. (1980) mit  $f_{t,90} = 3,0 \text{ N/mm}^2$  angenommen. Bei der FE-Berechnung wird ein Lösungsverfahren verwendet, das die Belastung solange steigert, bis die Verschiebung an der ersten Feder von

$$u_2 = \frac{\delta_t}{2} = 0,194 \text{ mm} \quad (5.4.3)$$

erreicht ist. Als beste Lösung für die Last-Verschiebungskurven der Federn wird diejenige angesehen, die zu (5.4.3) führt. Da die Federn diskrete Lasten einleiten, wird das Federgesetz unter Berücksichtigung der Holzdicke  $t = 20 \text{ mm}$  und des Abstandes der Federn untereinander von  $e = 1 \text{ mm}$  ermittelt zu:

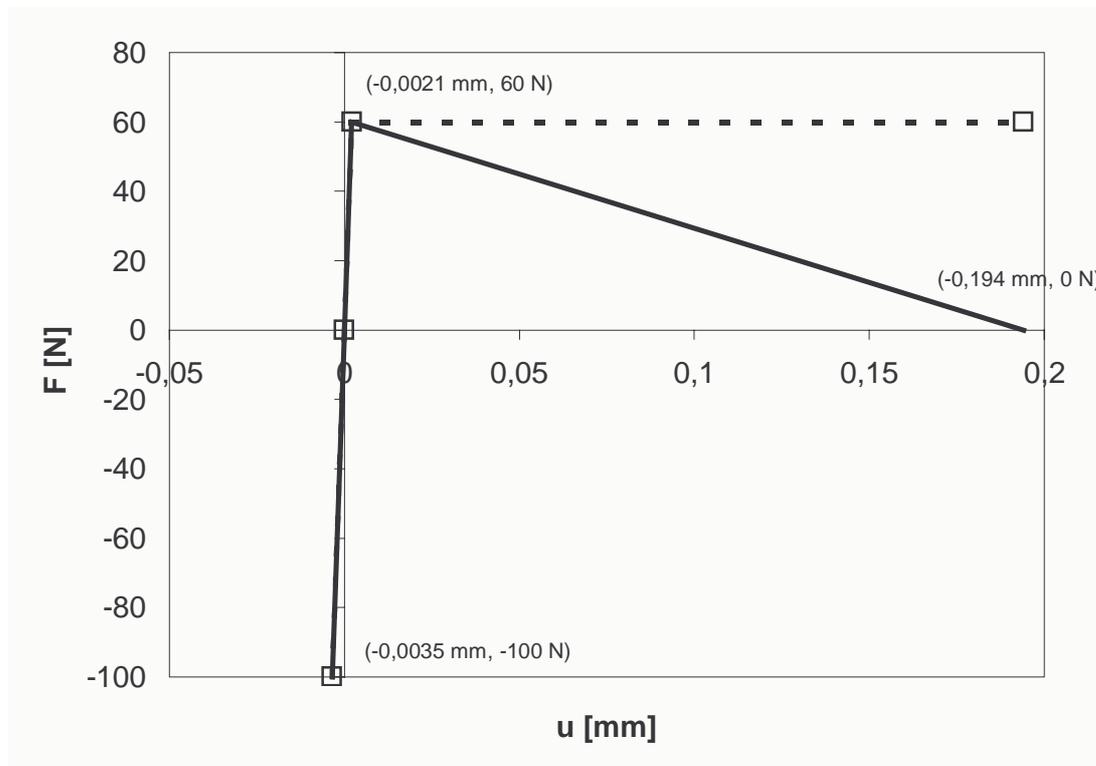
$$\varepsilon_{gr} = \frac{f_{t,90}}{E_{90}} = \frac{3,0 \text{ N/mm}^2}{714 \text{ N/mm}^2} = 4,202 \cdot 10^{-3}$$

$$u_{gr} = \varepsilon_{gr} \cdot \Delta l / 2 = 2,101 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad (5.4.4).$$

mit  $\Delta l = 1,0 \text{ mm}$  Annahme für die Höhe der Prozesszone

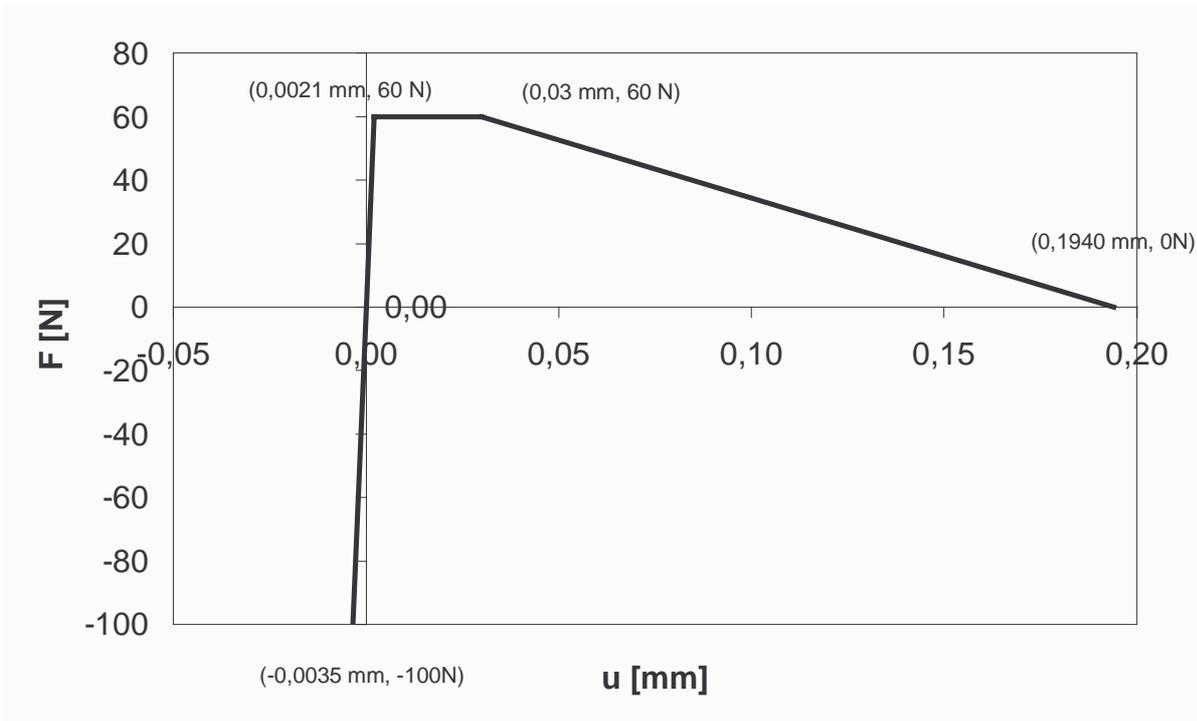
$$F_{gr} = f_{t,90} \cdot t \cdot e = 3,0 \text{ N/mm}^2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm} = 60 \text{ N}$$

Um die Verschiebung nach (5.4.3) zu erreichen, war bei Verwendung des nichtlinearen Federgesetzes nach Bild 5.4.13 eine Beanspruchung von  $0,83 \cdot \bar{F}_1$  erforderlich, bei Verwendung des elastisch-idealplastischen Federgesetzes nach Bild 5.4.13 eine Beanspruchung von  $1,87 \cdot \bar{F}_1$ .



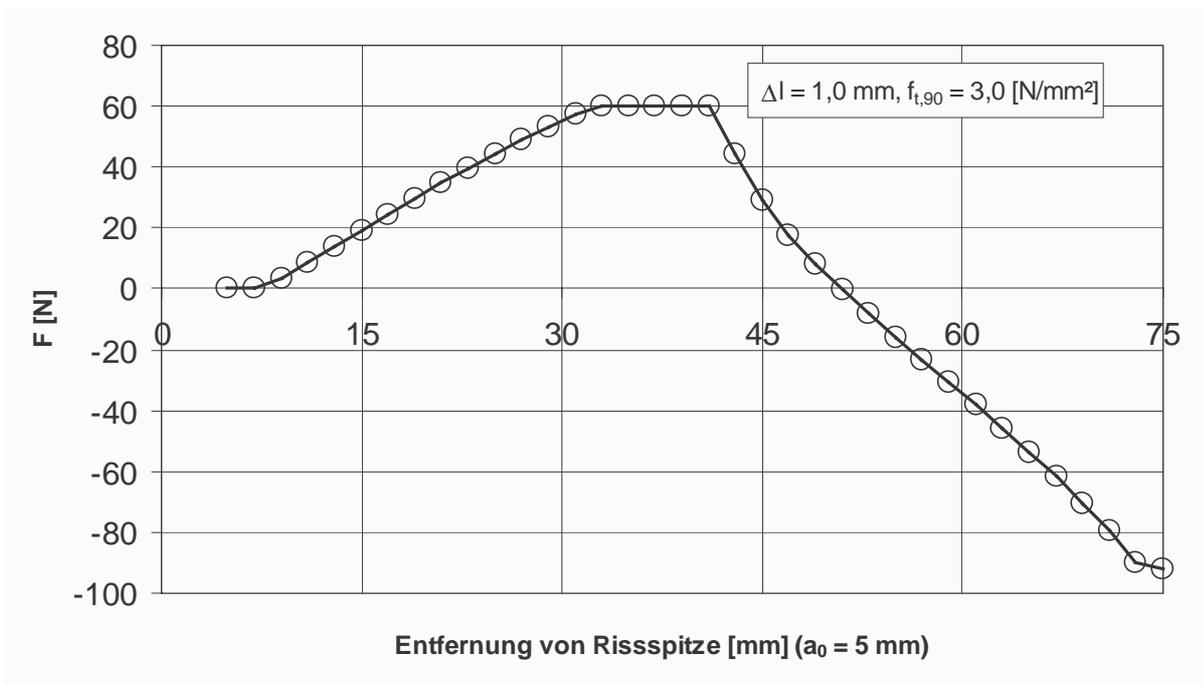
**Bild 5.4.13:** nichtlineares und elastisch-idealplastisches Federgesetz

Als beste Anpassung ergab sich das in Bild 5.4.14 dargestellte, nichtlineare Federgesetz.



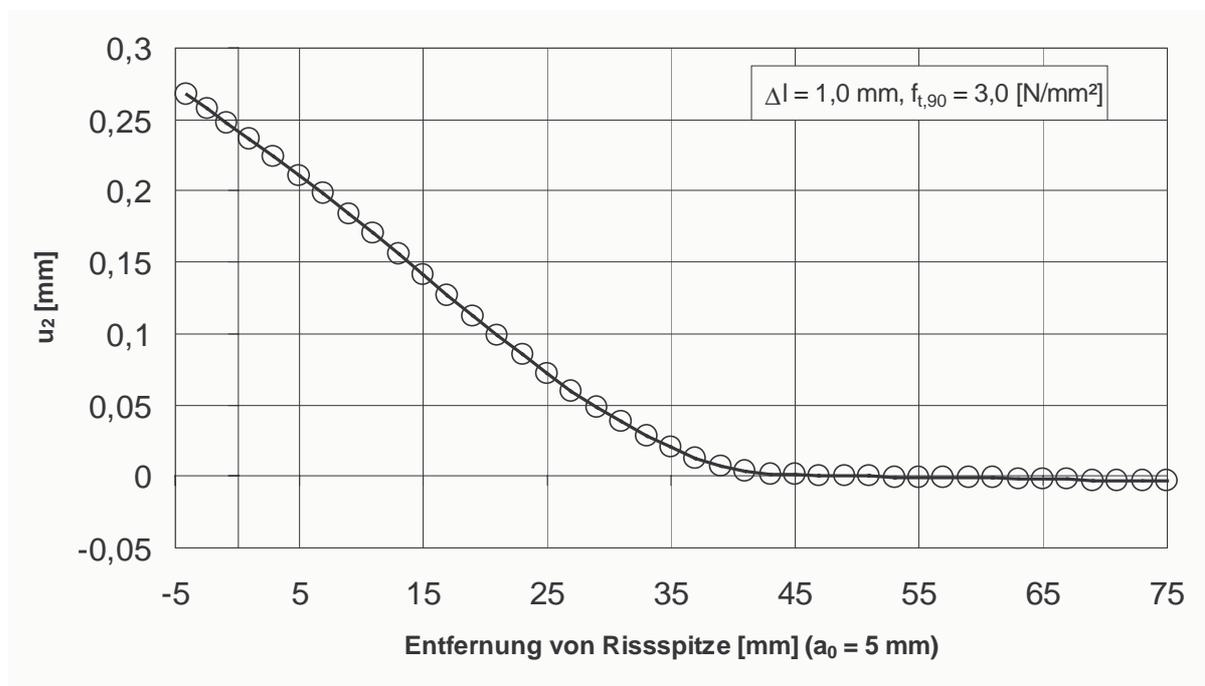
**Bild 5.4.14:** nichtlineares Federgesetz

Bild 5.4.15 zeigt den Verlauf der Kräfte in den Federn.



**Bild 5.4.15:** Verlauf der Kräfte in den Federn entlang der Symmetrieachse nach Bild 5.4.12

Bild 5.4.16 zeigt den Verlauf der vertikalen Verschiebung  $u_2$  entlang der Symmetrieachse nach Bild 5.4.12. Durch eine geringfügige Änderung könnte die Randbedingung  $u_2(4,84 \text{ mm}) = 0,194 \text{ mm}$  nach (5.4.2) und (5.4.3) exakt erreicht werden.



**Bild 5.4.16:** Verlauf der vertikalen Verschiebung  $u_2$  entlang der Symmetrieachse nach Bild 5.4.12

Die Annahme der Höhe der Prozesszone nach (5.4.4) ist demnach nahezu ohne Einfluss, da die innere Arbeit der Federn im wesentlichen durch den nichtlinearen Bereich des Federgesetzes bestimmt wird. Bei Annahme einer Prozesszonenhöhe von 0,1 mm weicht die für die Erfüllung von Bedingung (5.4.3) erforderliche Belastung des Modells lediglich um 2,5 % von derjenigen bei Annahme einer Prozesszonenhöhe von 1 mm ab.

Dagegen ist für diese innere Arbeit der Federn die Annahme der Querkzugfestigkeit von  $f_{t,90} = 3,0 \text{ N/mm}^2$  von großem Einfluss. Wie oben dargestellt, ist die Querkzugfestigkeit eine schwierig zu ermittelnde Eigenschaft, die nach Blaß et al. (2000) stark streut und bei der davon ausgegangen werden muss, dass die in der Literatur gegebenen Werte vom verwendeten Prüfverfahren beeinflusst sind.

Die Länge  $r$  der Prozesszone würde nach Bild 5.4.16 ungefähr  $r \cong 30 \text{ mm}$  betragen, verglichen mit dem vom Rissfortpflanzungssensor ermittelten Wert von  $r \cong 6,8 \text{ mm}$  ist dies eine starke Abweichung. Dies kann an dem verwendeten Federgesetz liegen, andererseits ist eine oberflächennahe Verstärkung des Prüfkörpers durch den zur Befestigung des Rissfortpflanzungssensors verwendeten Kleber und damit eine Be-

hinderung des Risswachstums nicht auszuschließen. Um die Länge der Prozesszone zu ermitteln, wären mikroskopische Untersuchungen bei gleichzeitiger Belastung der Probe erforderlich.

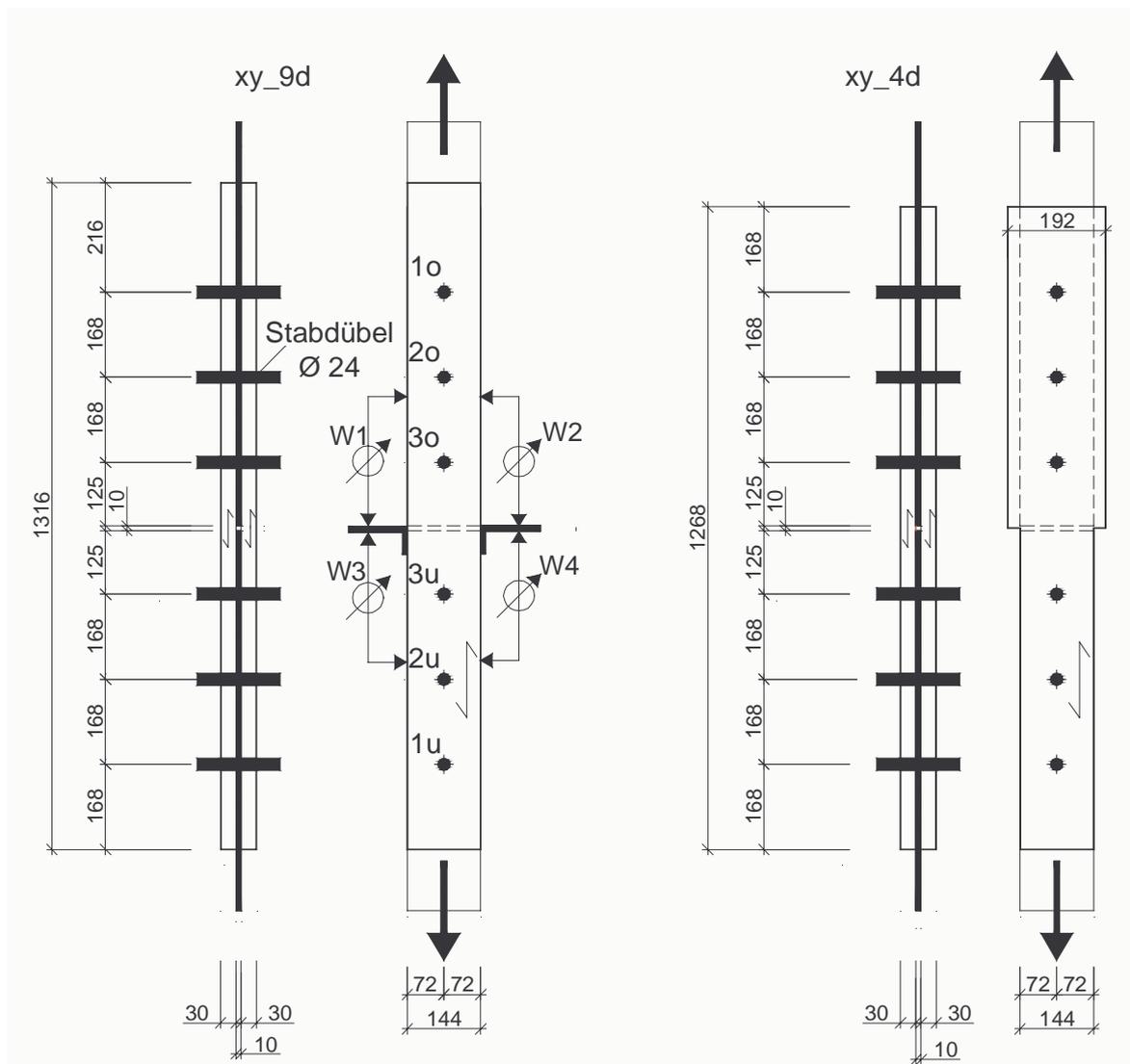
Vasic et al. (2002) beobachten das Risswachstum in-situ mit dem Elektronenmikroskop. Die maximale Rissverlängerung war aufgrund der Versuchseinrichtung auf  $\Delta a = 12$  mm beschränkt. Es wurde Fichtenholz verwendet, das unter der Handelsbezeichnung eastern canadian spruce verkauft wird und verschiedene Arten der Gattung Fichte (*picea*) enthält. Die von Vasic et al. gemessenen Rissspitzenöffnungen lagen deutlich über den Lösungen unter Annahme der Gültigkeit der linearelastischen Bruchmechanik. Im Bereich der neu entstandenen Rissoberflächen beobachteten sie ein sogenanntes fibre bridging, Fasern die beide Rissoberflächen noch verbinden. Dieses fibre bridging ist nach Vasic et al. die wichtigste Ursache für die Abweichungen von der linearelastischen Bruchmechanik. Dabei ist es eine Frage der Definition der Rissfront, ob der Bereich des fibre bridging als Prozesszone vor der Rissspitze betrachtet wird oder wie bei Vasic als eine Erscheinung, die hinter der Rissfront liegt.

## 6 Zugscherversuche mit Stabdübeln

### 6.1 Versuchsaufbau und Versuchsauswertung

Zur Überprüfung der in Abschnitt 4 dargestellten Modelle und des Einflusses der in Abschnitt 5 dargestellten Energiefreisetzungsraten wurden Zugscherversuche mit Stabdübeln mit einem Durchmesser  $d = 24$  mm durchgeführt.

Bild 6.1.1 zeigt die Abmessungen zweier verwendeter Prüfkörpertypen.



**Bild 6.1.1:** Maße der Prüfkörpertypen



Die Wegaufnehmer W1 und W2 erfassten die Verschiebung zwischen der oberen Mittellasche aus Stahl und einem an die Seitenhölzer angeschraubten Bügel. Jeder dieser Wegaufnehmer maß somit eine gemittelte Verschiebung zwischen den Stahllaschen und den Seitenhölzern. Bei der Auswertung in Abschnitt 6.2 wurden die Wegaufnehmer W1 und W2 nochmals gemittelt. Entsprechendes gilt für die Wegaufnehmer W3 und W4, die die Verschiebungen zwischen unterer Mittellasche aus Stahl und den Seitenhölzern erfassten. Bild 6.1.2 zeigt den Anschluss der Wegaufnehmer im Detail.

**Bild 6.1.2:** Position der Wegaufnehmer

Die hölzernen Seitenlaschen wurden aus den Balken hergestellt, aus denen die in Abschnitt 5 beschriebenen CT-Proben entnommen wurden. Der in Bild 6.1.3 im Querschnitt gezeigte Prüfkörper Ta\_3\_4d wurde somit aus dem Balken Ta\_3 hergestellt, so wie die CT-Proben Ta3a, Ta3b und Ta3c. Beide Laschenteile wurden aus einem Balkenabschnitt hergestellt. Somit unterschieden sich die Seitenlaschen in ihrer Entfernung zur Markröhre, in Balkenlängsrichtung wurden sie aber aus einem Bereich entnommen.



**Bild 6.1.3:** Querschnitte der Seitenlaschen eines Prüfkörpers

Die Bezeichnungen xy\_9d bzw. xy\_4d im Bild 6.1.1 bezeichnen die zwei meist verwendeten Prüfkörpertypen. Der in Bild 6.1.3 im Querschnitt gezeigte Prüfkörper Ta\_3\_4d hatte im oberen Anschlussbereich Randabstände  $a_{4,c} = 4 \cdot d$  und im unteren  $a_{4,c} = 3 \cdot d$ . Dagegen hatte der Prüfkörper Ta\_6\_9d im oberen Anschlussbereich einen Abstand des äußersten Stabdübels zum Hirnholz von  $a_{3,t} = 9 \cdot d$  und im unteren Anschlussbereich von  $a_{3,t} = 7 \cdot d$ . Acht Prüfkörper aus southern pine hatten an beiden Anschlüssen Hirnholzabstände  $a_{3,t} = 7 \cdot d$ , wiesen ansonsten aber die Abmessungen der Prüfkörper xy\_9d auf.

Bei der Herstellung der Prüfkörper wurden die Stahllaschen als Schablone verwendet, indem sie außen auf die beiden Hölzer gespannt wurden, dadurch konnten die Hölzer passgenau gebohrt werden. Die Bohrungen in den Hölzern und in den Stahllaschen wiesen einen Durchmesser von 24,0 mm auf. Beim Zusammenbau wurden die Stabdübel mit einem Gummihammer eingeschlagen.

Die Stabdübel bestanden aus einem legierten Stahl 42 CrMo4 mit einer hohen Zugfestigkeit. Da die Verbindungen zudem eine geringe Schlankheit von

$$\lambda = \frac{t}{d} = \frac{30}{24} = 1,25 \quad (6.1.1)$$

aufwiesen, war an den Stabdübeln nach Versuchsdurchführung keine Verformung zu beobachten. Ebenso wiesen die Bohrungen der Stahllaschen, die mehrfach verwendet wurden, keine Verformungen auf.

Die Stabdübel hatten eine Länge von 162 mm, daher schlossen sie nicht bündig mit der Holzoberfläche ab, sondern überragten diese um ca. 46 mm.

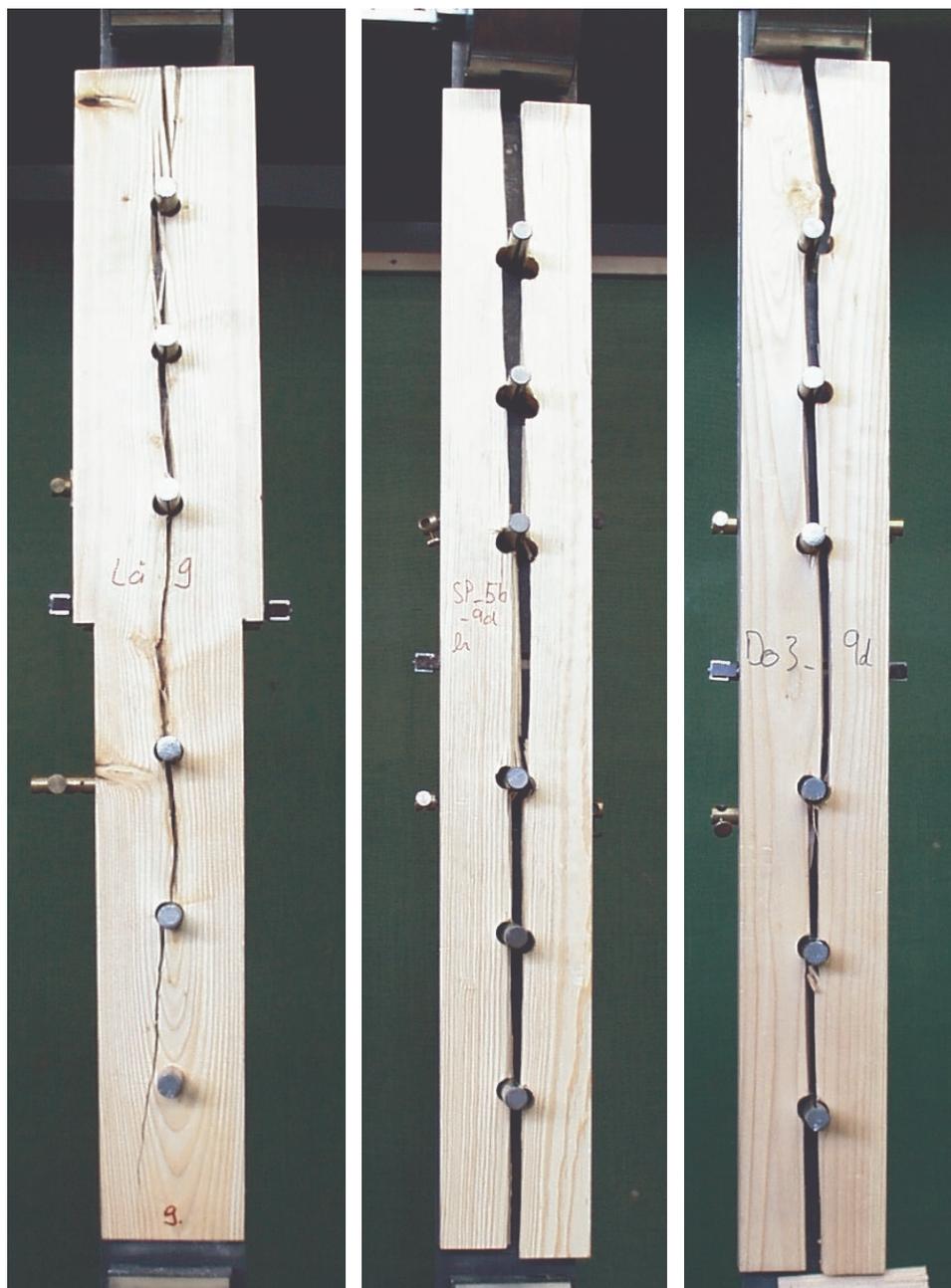
Die Durchführung der Versuche erfolgte in Anlehnung an DIN EN 26891.

Nach dem Zusägen der Seitenlaschen wurden Maße und Gewicht zur Bestimmung der Rohdichte  $\rho_u$  bestimmt. Die Holzfeuchte  $u$  wurde unmittelbar nach Durchführung des Versuchs an kleinen Volumen mit dem Darrverfahren ermittelt. Tabelle 6.1.1 enthält die statistischen Werte der Holzfeuchten der bei der Auswertung im Abschnitt 6.2 berücksichtigten Prüfkörper.

**Tabelle 6.1.1:** Statistische Werte der Holzfeuchten

Holzart	Anzahl	Mittelwert [%]	Standardabweichung [%]	Kleinstwert [%]	Größtwert [%]
Douglasie	12	12,6	0,89	11,5	14,4
Fichte	12	12,1	0,79	11,5	14,4
Kiefer	9	12,9	1,07	11,7	14,9
Lärche	11	12,5	0,91	11,8	14,5
red cedar	2	10,7	0,40	10,4	11,1
southern pine	16	11,9	0,45	11,0	12,5
Tanne	10	12,0	0,87	11,2	13,8
western hemlock	11	11,1	0,53	10,1	11,8

Wie in Abschnitt 4.2 gezeigt, war bei vielen Versuchen ein Risswachstum unter quasi-statischen Verhältnissen zu beobachten. Dabei war ein Knistern zu hören. Das Spalten oder Ausscheren erfolgte dann aber in einem schlagartigen, dynamischen Vorgang, verbunden mit einem Knall. Vermutlich aufgrund dieses dynamischen Phänomens war oft ein völliges Durchreißen des ganzen Prüfkörpers (wie in Bild 6.1.4 zu sehen) zu beobachten.



**Bild 6.1.4:** Prüfkörper mit Rissen über die ganze Länge

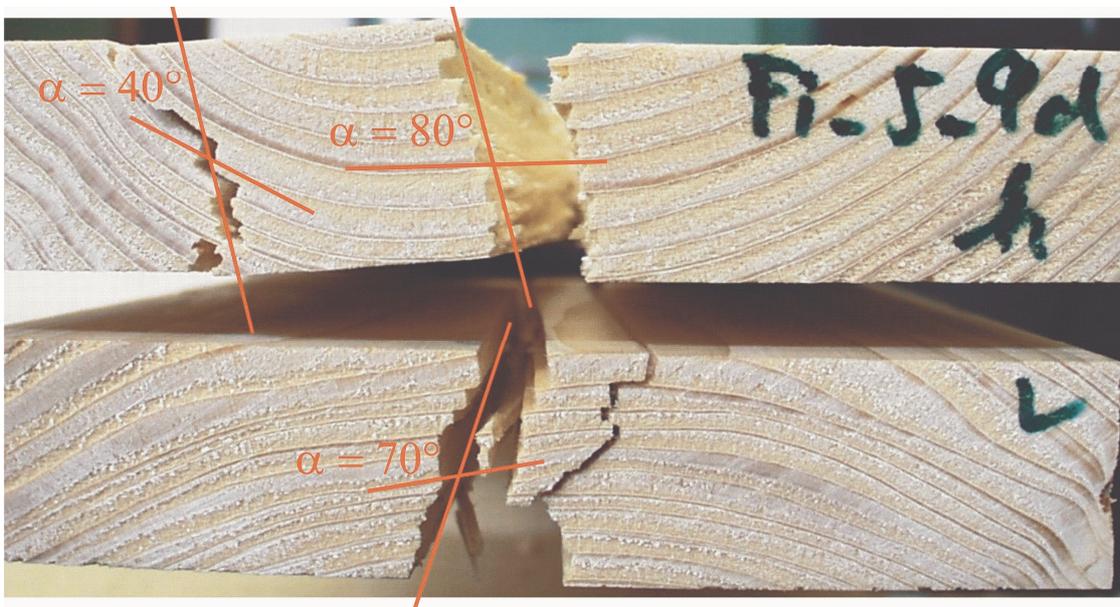
Während bei dem in Bild 6.1.4 ganz links gezeigten Prüfkörper davon ausgegangen werden kann, dass das Spalten am oberen Anschlussbereich auftrat, ist diese Zuordnung bei dem mittleren und rechten Prüfkörper nicht mehr möglich. So war während des Versuchs zwar bei dem rechten Prüfkörper Do\_3\_9d ein Risswachstum am Dübel 3u (Bild 6.1.1) zu beobachten, ein Risswachstum auch an anderen Stabdübeln kann jedoch nicht ausgeschlossen werden.

In Abschnitt 6.2 werden Korrelationsuntersuchungen unter Verwendung der Steifigkeiten oder Verschiebungen der oberen und unteren Anschlussbereiche durchgeführt. Dazu wurden die Mittelwerte der Messwerte der Wegaufnehmer W1 und W2, bzw.

von W3 und W4 verwendet. Bei einer Unterscheidung in gespaltene, ausgescherte oder nicht zerstörte Anschlussbereiche bei den Untersuchungen des Abschnittes 6.2, wurden z.B. für den mittleren und rechten Prüfkörper des Bild 6.1.4 ein Spalten des oberen und unteren Anschlussbereiches angenommen. Das oben beschriebene dynamische Verhalten kann somit auf diese Einteilung einen Einfluss haben.

Bei einigen Prüfkörpern war ein sprödes Versagen beider Seitenhölzer eines Anschlussbereiches zu beobachten, auch bei diesem Verhalten wurde die zeitliche Reihenfolge nicht erfasst, so dass auch bei diesen Prüfkörpern nicht entschieden werden kann, welches Seitenholz zuerst versagte.

Bei den Korrelationsuntersuchungen wurden die Rohdichten, die Verschiebungsmoduln  $k_s$  nach DIN EN 26891 sowie die Winkel zwischen der Tangente an die Jahrringe und der Rissfront verwendet. Bei Seitenhölzern, die durch Ausscheren eines Blockes versagten, wurden beide Winkel erfasst und gemittelt (Bild 6.1.5).

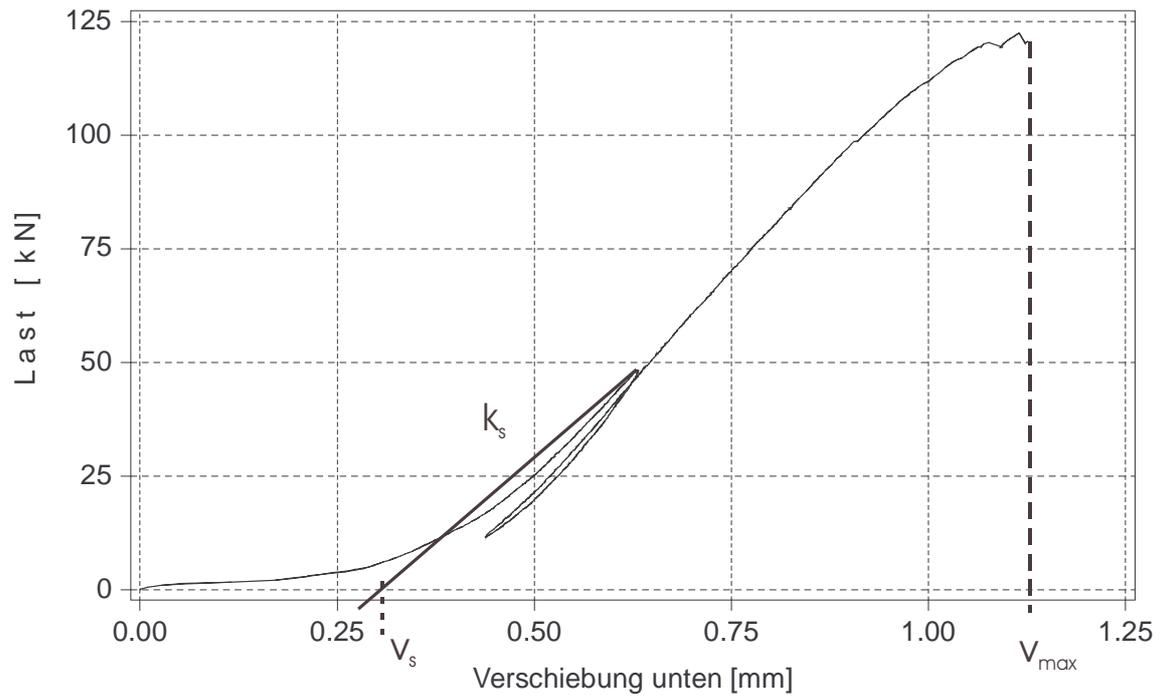


**Bild 6.1.5:** Zu den verwendeten Winkelbezeichnungen

Die statische Duktilität nach Gleichung (4.1.2) und Bild 4.1.2 wurde berechnet zu

$$D_s = \frac{v_u}{v_y} = \frac{v_{\max} - v_s}{F_{\max}/k_s} \quad (6.1.2).$$

Die Werte von  $F_{\max}$ ,  $k_s$  und  $v_s$  wurden entsprechend DIN EN 26891 ermittelt,  $v_{\max}$  ist die maximale Verschiebung des Anschlusses vor dem spröden Versagen (Bild 6.1.6).



**Bild 6.1.6:** Zur Berechnung der Duktilität

## 6.2 Versuchsergebnisse

88 Versuche wurden durchgeführt. Bei einer Untersuchung der aufgetretenen Versagensarten, getrennt nach Anschlussbereich (oben, unten) und Seitenholz (hinten, vorne), konnten somit

$$2 \cdot 2 \cdot 88 = 352 \quad (6.2.1)$$

Elemente unterschieden werden. Von diesen 352 Anschlusselementen war bei 235 Elementen außer den Lochleibungsverformungen keine Schädigung, die zu einem Versagen geführt hätte, zu erkennen. 45 Elemente versagten durch Ausscheren eines Blockes, 65 durch Spalten. Im Bereich von 7 Anschlusselementen waren Zugbrüche, teilweise mit Spalten zu beobachten (Bild 6.2.1). Diese sieben Anschlusselemente verteilten sich auf sechs Zugscherversuche. Die Höchstlasten dieser Prüfkörper lagen meist über oder nur geringfügig unter dem Mittelwert der Höchstlast der jeweiligen Holzart.



**Bild 6.2.1:** Zugbrüche teilweise mit Rissen parallel zur Faserrichtung

Lediglich die Höchstlast des Prüfkörpers Ki\_16\_9d lag mit  $F_{\max} = 65,2$  kN deutlich unter dem Mittelwert der Höchstlast der Prüfkörper aus Kiefer von  $\bar{F}_{\max} = 112,8$  kN, bei diesem Prüfkörper waren eindeutig Störungen der Holzstruktur für das Versagen verantwortlich (siehe Bild 6.2.1).

Bei dem genannten Mittelwert  $\bar{F}_{\max} = 112,8$  kN ist die Höchstlast des Prüfkörpers Ki\_16\_9d noch berücksichtigt. Bei den weiteren Untersuchungen wurde dieser Prüfkörper nicht mehr berücksichtigt.

Ein stärkerer Einfluss auf die Höchstlast als Äste, die außer bei dem oben gezeigten Prüfkörper Ki\_16\_9d im wesentlichen nur das Risswachstum beeinflussten, wurde bei Schwindrissen oder Rissen infolge anderer Störungen beobachtet. Zwölf der verbliebenen 87 Versuche erreichten eine Höchstlast, die unter dem linksseitigen Wendepunkt der Dichteverteilung einer Normalverteilung der jeweiligen Holzart lag. Für diese zwölf Versuche galt somit:

$$F_{\max} \leq \bar{F}_{\max} - \sigma \quad (6.2.2),$$

mit der Standardabweichung  $\sigma$  der Höchstlasten. Von diesen zwölf Versuchen waren bei sechs Versuchskörpern Schwindrisse erkennbar und bei einem Prüfkörper aus western hemlock ein Riss infolge einer Störung. Da nicht davon ausgegangen werden kann, dass alle Schwindrisse mit bloßem Auge entdeckt wurden, werden von den verbliebenen 87 Prüfkörpern in der Auswertung weitere vier Prüfkörper nicht berücksichtigt, deren Höchstlast unter dem Wert nach Gleichung (6.2.3) lag:

$$F_{\max} \leq \bar{F}_{\max} - 2 \cdot \sigma \quad (6.2.3).$$

Diese vier Prüfkörper wiesen Schwindrisse oder einen Riss infolge Wachstumsstörungen auf (WH\_7\_4d).

Tabelle 6.2.1 gibt einen Überblick über die bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigten Prüfkörper.

**Tabelle 6.2.1:** Bei der Auswertung nicht berücksichtigte Prüfkörper

Holzart	Versuchsbezeichnung	Höchstlast [kN]	Störung
Douglasie	Do_6_4d	67,6	Schwindriss
Kiefer	Ki_5_4d	68,7	Schwindriss
	Ki_16_9d	65,2	Ast, Zugbruch
Tanne	Ta_12_4d	54,8	Schwindriss
western hemlock	WH_7_4d	37,2	Riss durch wachstumsbedingte Störung

Die weiteren statistischen Auswertungen wurden ohne Berücksichtigung der in Tabelle 6.2.1 aufgelisteten Prüfkörper durchgeführt. Dadurch verändern sich die in den Gleichungen (6.2.2) und (6.2.3) verwendeten Mittelwerte und Standardabweichungen.

Nur Schwindrisse, die im unmittelbaren Bereich der Bohrung der Verbindungsmittel verliefen, wiesen einen signifikanten Einfluss auf die Höchstlast auf.

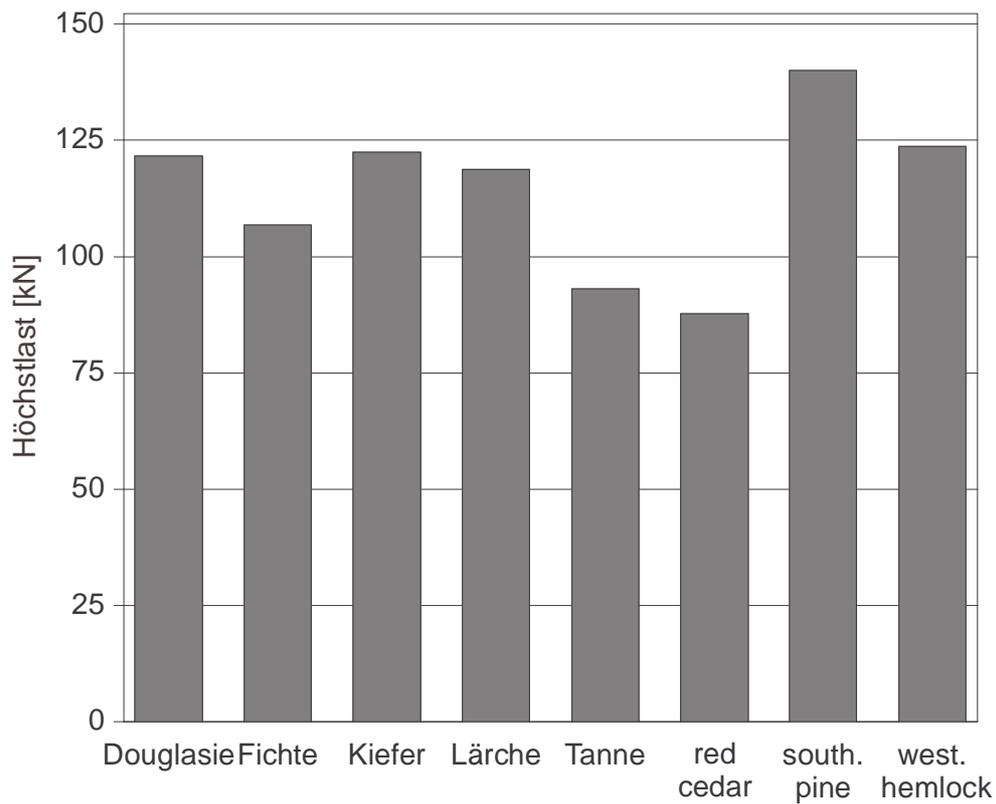
Den Größtwert der Höchstlast der Prüfkörper aus Tanne erreichte der Prüfkörper Ta\_10\_9d, mit einem deutlich erkennbaren Schwindriss.



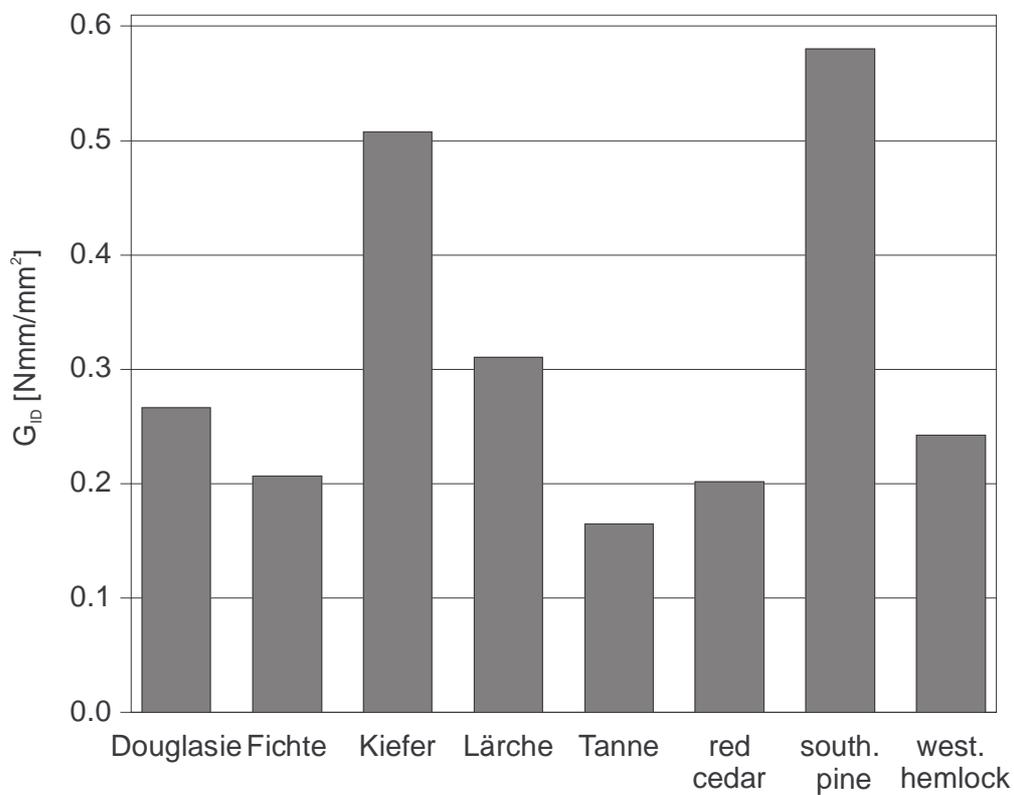
**Bild 6.2.2:** Schwindriss bei Prüfkörper Ta\_10\_9d

Alle im weiteren untersuchten 83 Prüfkörper zeigten ein sprödes Versagen bei sehr geringen Größtwerten der Verschiebung.

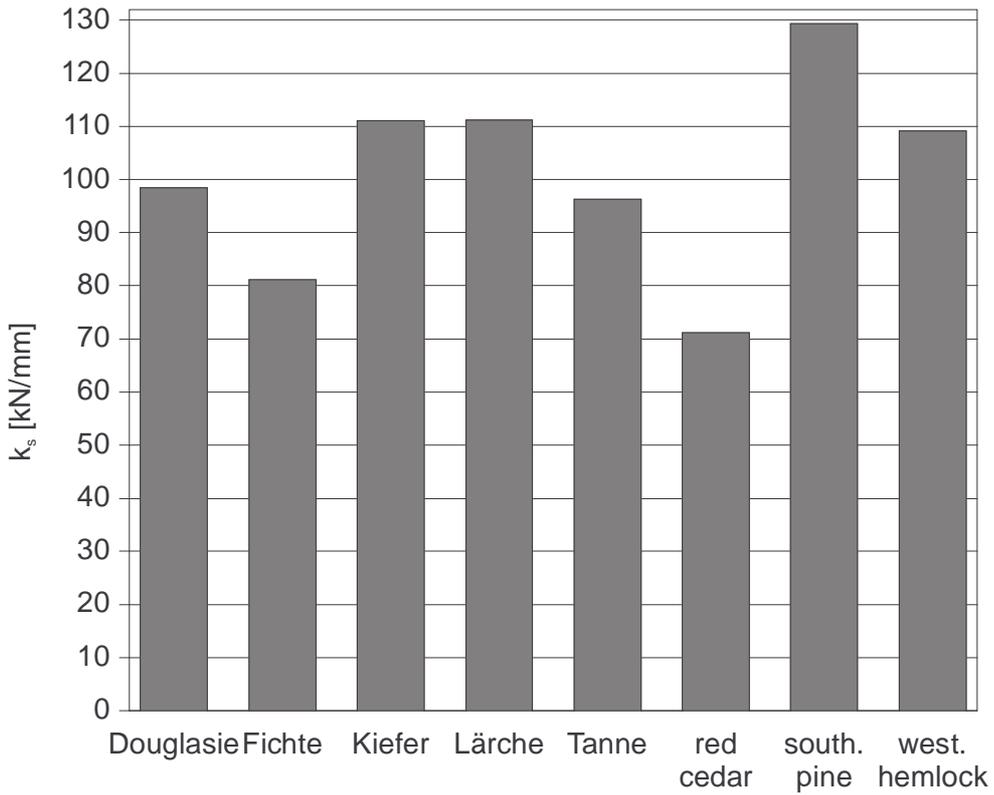
Die Bilder 6.2.3 bis 6.2.6 zeigen die Mittelwerte der Höchstlasten, der zugeordneten Energiefreisetzungsraten, der Verschiebungsmoduln und der Duktilität für die verschiedenen Holzarten. Die in diesen Bildern dargestellten Werte wurden unter Berücksichtigung aller Anschlusselemente ermittelt.



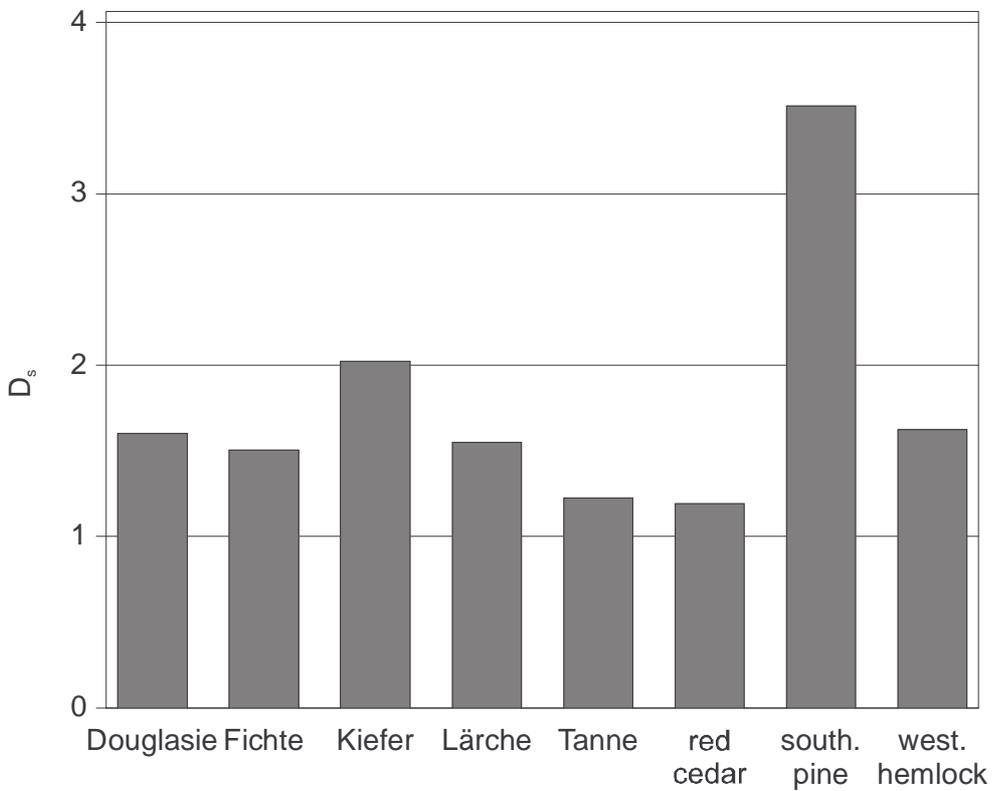
**Bild 6.2.3:** Mittelwerte der Höchstlasten



**Bild 6.2.4:** Mittelwerte der Energiefreisetzungsraten  $G_{ID}$



**Bild 6.2.5:** Mittelwerte der Verschiebungsmoduln  $k_s$



**Bild 6.2.6:** Mittelwerte der Duktilitäten  $D_s$

Tabelle 6.2.2 enthält die wichtigsten statistischen Kennwerte der Höchstlasten  $F_{\max}$ , der Mittelwerte der Verschiebungsmoduln  $k_s$ , der Duktilitäten  $D_s$  nach (6.1.2), der Energiefreisetzungsraten  $G_{ID}$ , der Rissspitzenöffnung  $\delta_t$ , sowie der Rohdichten  $\rho$ . Die den Zugscherversuchen zugeordnete Energiefreisetzungsrate ist der Mittelwert aus  $G_{ID,1}$ ,  $G_{ID,2}$  und  $G_{ID,3}$  der verwendeten Balken nach Abschnitt 5.3, unter Berücksichtigung der in Abschnitt 5.2 gemachten Einschränkungen für  $G_{ID,1}$ . Bei der Ermittlung der in Tabelle 6.2.2 gegebenen Kennwerte wurden Anschlusselemente, die nicht spröde versagten, nicht berücksichtigt.

Bei der Ermittlung der statistischen Kennwerte der Tabelle 6.2.2 und bei den weiteren Untersuchungen wurden zunächst die Ergebnisse jedes Versuches gemittelt. Spaltete ein Prüfkörper beispielsweise oben und unten, wurden zunächst die  $k_s$ - und  $D_s$  – Werte des Versuches gemittelt und erst dann die statistischen Untersuchungen nach Holzarten getrennt durchgeführt. So wird ein Prüfkörper, bei dem während des Versuches zwei oder drei Anschlusselemente versagten nicht stärker gewichtet, als ein Prüfkörper der lediglich an einem Anschlusselement versagte.

**Tabelle 6.2.2:** Statistische Kennwerte von  $F_{\max}$ ,  $k_s$ ,  $D_s$ ,  $G_{ID}$ ,  $\delta_t$ ,  $\rho$

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Douglasie n = 12	$F_{\max}$ [kN]	122	19,6	96,9	153
	$k_s$ [kN/mm]	94,4	25,9	59,0	141
	$D_s$	1,61	0,512	0,813	2,74
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,266	0,055	0,173	0,333
	$\delta_t$ [mm]	0,300	0,055	0,234	0,397
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	493	34,3	434	545
Fichte n = 12	$F_{\max}$ [kN]	107	17,3	81,0	132
	$k_s$ [kN/mm]	83,4	21,4	41,9	126
	$D_s$	1,61	0,638	1,15	3,33
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,207	0,047	0,147	0,31
	$\delta_t$ [mm]	0,346	0,079	0,253	0,482
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	448	38,2	401	524

**Tabelle 6.2.2** (Fortsetzung): Statistische Kennwerte  $F_{\max}$ ,  $k_s$ ,  $D_s$ ,  $G_{ID}$ ,  $\delta_t$ ,  $\rho$ 

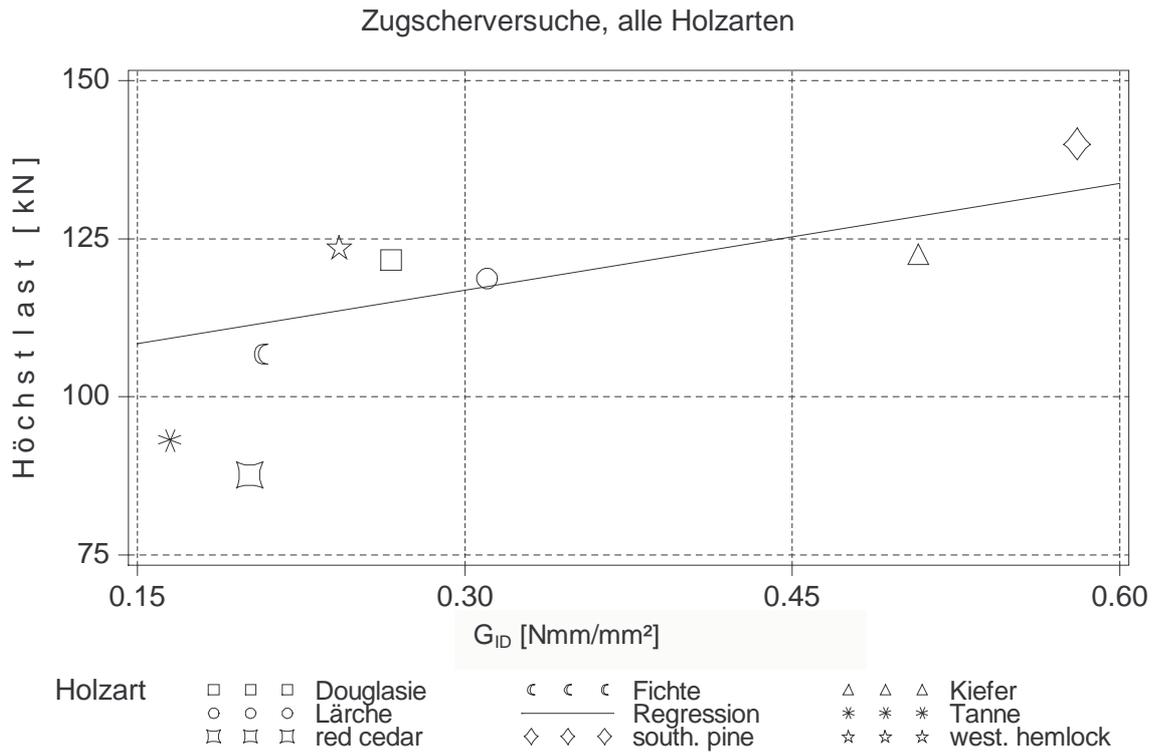
Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Kiefer n = 9	$F_{\max}$ [kN]	123	16,8	102	144
	$k_s$ [kN/mm]	96,9	22,0	77,7	141
	$D_s$	2,48	1,24	1,00	5,24
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,508	0,171	0,273	0,855
	$\delta_t$ [mm]	0,403	0,104	0,258	0,555
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	572	54,7	485	634
Lärche n = 11	$F_{\max}$ [kN]	119	21,4	86,3	162
	$k_s$ [kN/mm]	109	18,3	77,3	134
	$D_s$	1,63	0,764	1,06	3,30
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,310	0,084	0,156	0,443
	$\delta_t$ [mm] (n=10)	0,290	0,093	0,157	0,458
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	590	31,5	537	632
Tanne n = 10	$F_{\max}$ [kN]	93,1	13,6	70,1	122
	$k_s$ [kN/mm]	88,5	36,6	39,8	148
	$D_s$	1,23	0,129	1,05	1,43
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,165	0,033	0,126	0,220
	$\delta_t$ [mm]	0,272	0,112	0,125	0,412
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	480	60,4	408	571
red cedar n = 2	$F_{\max}$ [kN]	87,7	2,22	86,1	89,3
	$k_s$ [kN/mm]	60,8	0,467	60,5	61,1
	$D_s$	1,17	0,012	1,16	1,18
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,202	0,032	0,179	0,224
	$\delta_t$ [mm]	0,194	0,018	0,181	0,206
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	334	10,8	326	341

**Tabelle 6.2.2** (Fortsetzung): Statistische Kennwerte  $F_{\max}$ ,  $k_s$ ,  $D_s$ ,  $G_{ID}$ ,  $\delta_t$ ,  $\rho$ 

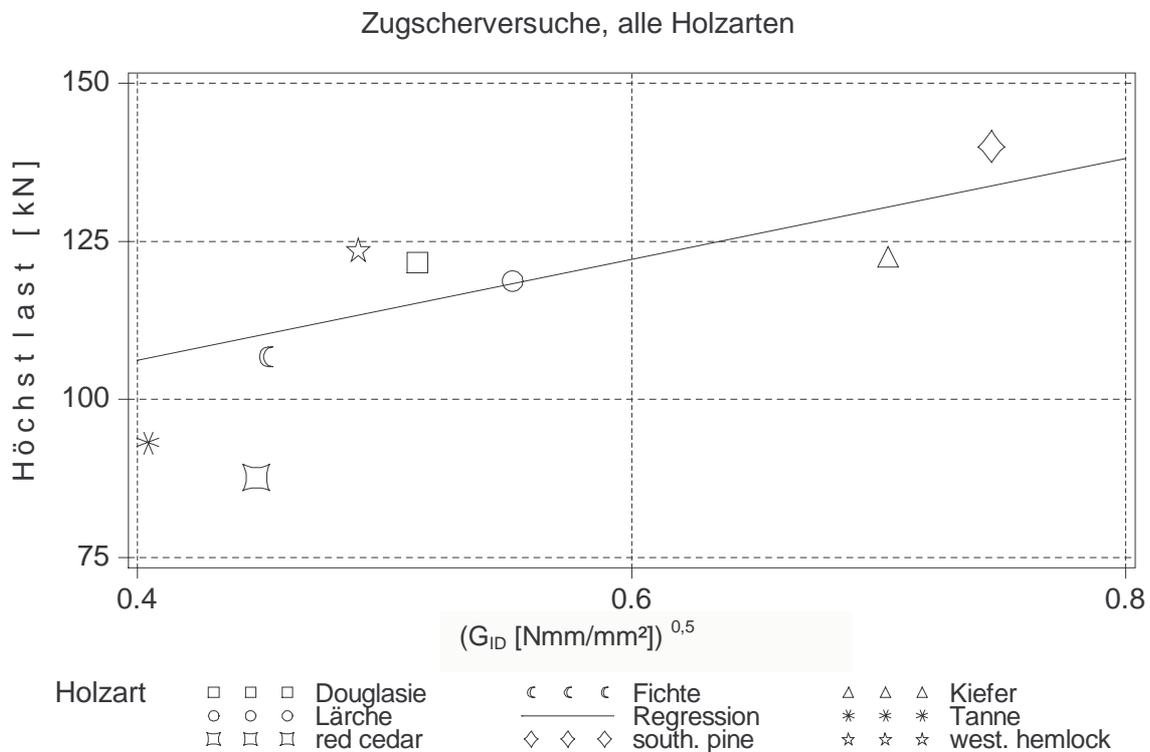
Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
southern pine n = 16	$F_{\max}$ [kN]	140	19,9	109	186
	$k_s$ [kN/mm]	128	27,3	84,5	186
	$D_s$	4,17	4,50	1,36	20,6
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,58	0,26	0,342	1,13
	$\delta_t$ [mm] (n=8)	0,403	0,104	0,319	0,646
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	573	53,0	490	652
western hemlock n = 11	$F_{\max}$ [kN]	124	24,5	87,0	162
	$k_s$ [kN/mm]	95,4	22,7	73,4	140
	$D_s$	1,57	0,480	1,12	2,48
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,242	0,055	0,151	0,323
	$\delta_t$ [mm] (n=9)	0,338	0,063	0,238	0,462
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	479	59,2	382	554

Tabelle E.1 des Anhanges E zeigt die gleichen statistischen Kennwerte, jedoch bestimmt mit den Ergebnissen aller Anschlusselemente. Dadurch ändern sich die Werte für die Mittelwerte der Verschiebungsmoduln  $k_s$ , der Duktilität  $D_s$  und der Rohdichte  $\rho$ .

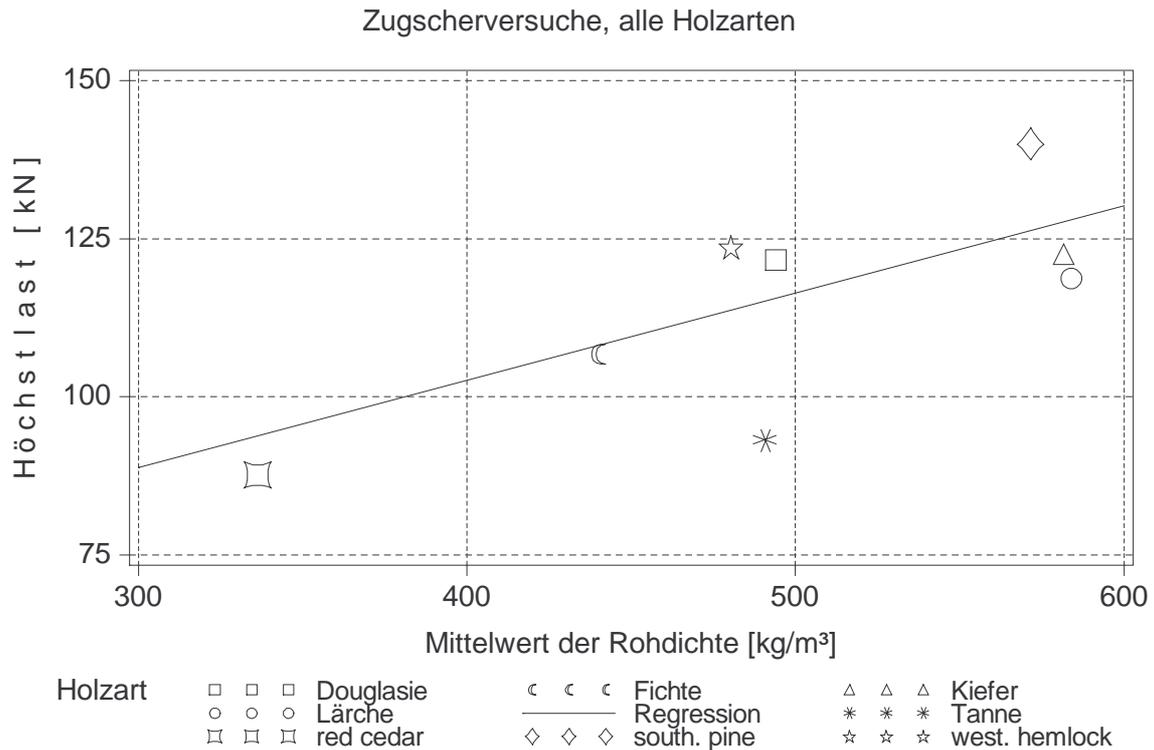
Die Bilder 6.2.7 bis 6.2.13 zeigen die Mittelwerte der Höchstlasten über den Mittelwerten anderer Eigenschaften der einzelnen Holzarten. Die Gleichungen der Regressionsgeraden wurden mit den zugehörigen Werten der einzelnen Versuche ermittelt. In Anlehnung an Gleichung (4.2.14) wird bei den Regressions- und Korrelationsuntersuchungen auch die Wurzel der Energiefreisetzungsrate  $\sqrt{G_{ID}}$  verwendet.



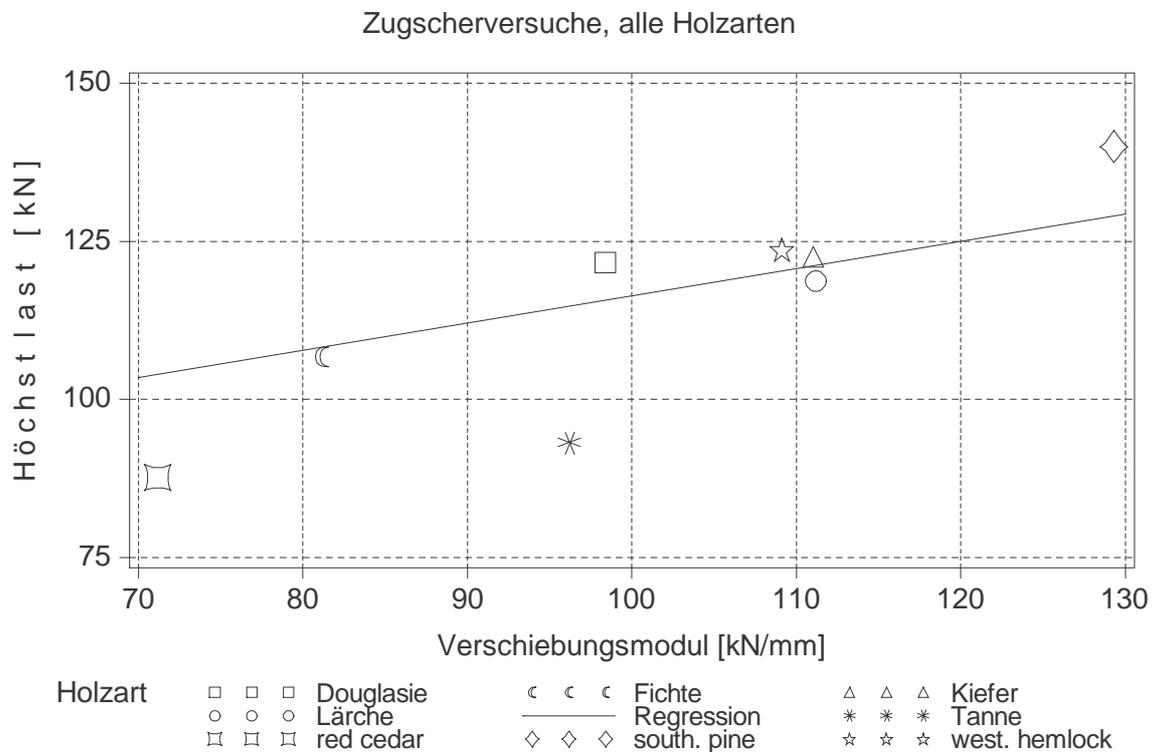
**Bild 6.2.7:** Mittelwerte der Höchstlast über zugehörigen Mittelwerten von  $G_{ID}$



**Bild 6.2.8:** Mittelwerte der Höchstlast über zugehörigen Mittelwerten von  $\sqrt{G_{ID}}$

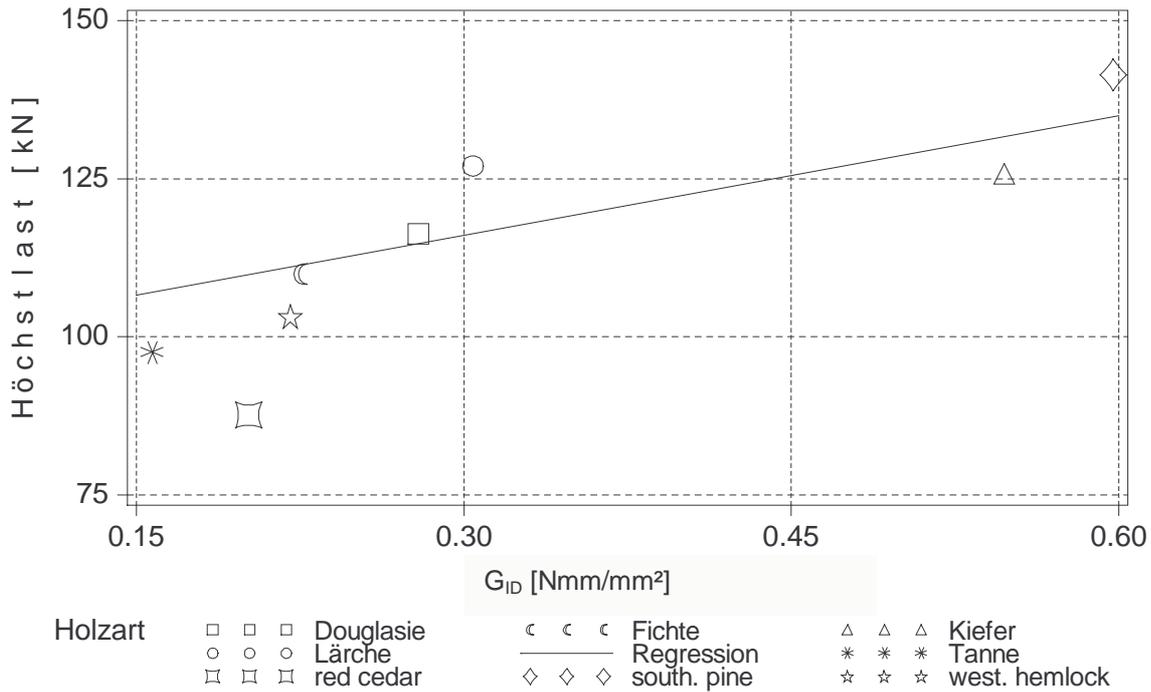


**Bild 6.2.9:** Mittelwerte der Höchstlast über zugehörigen Mittelwerten von  $\rho$



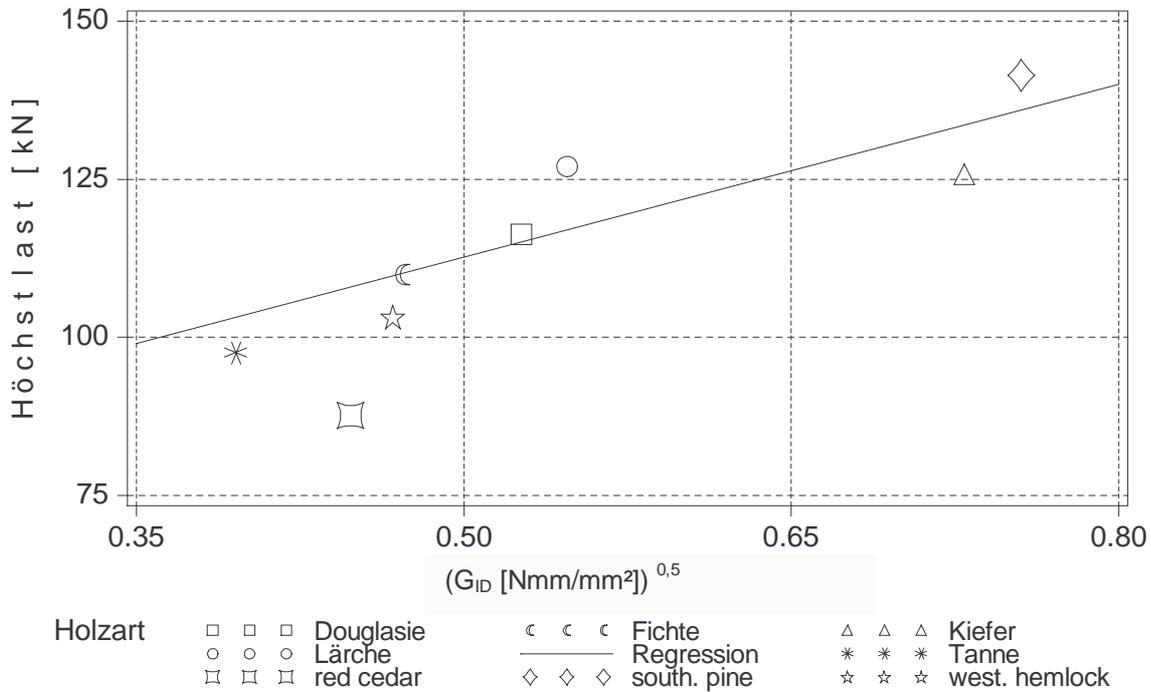
**Bild 6.2.10:** Mittelwerte der Höchstlast über zugehörigen Mittelwerten von  $k_s$

Zugscherversuche, alle Holzarten, nur gespaltene Anchlusselemente berücksichtigt

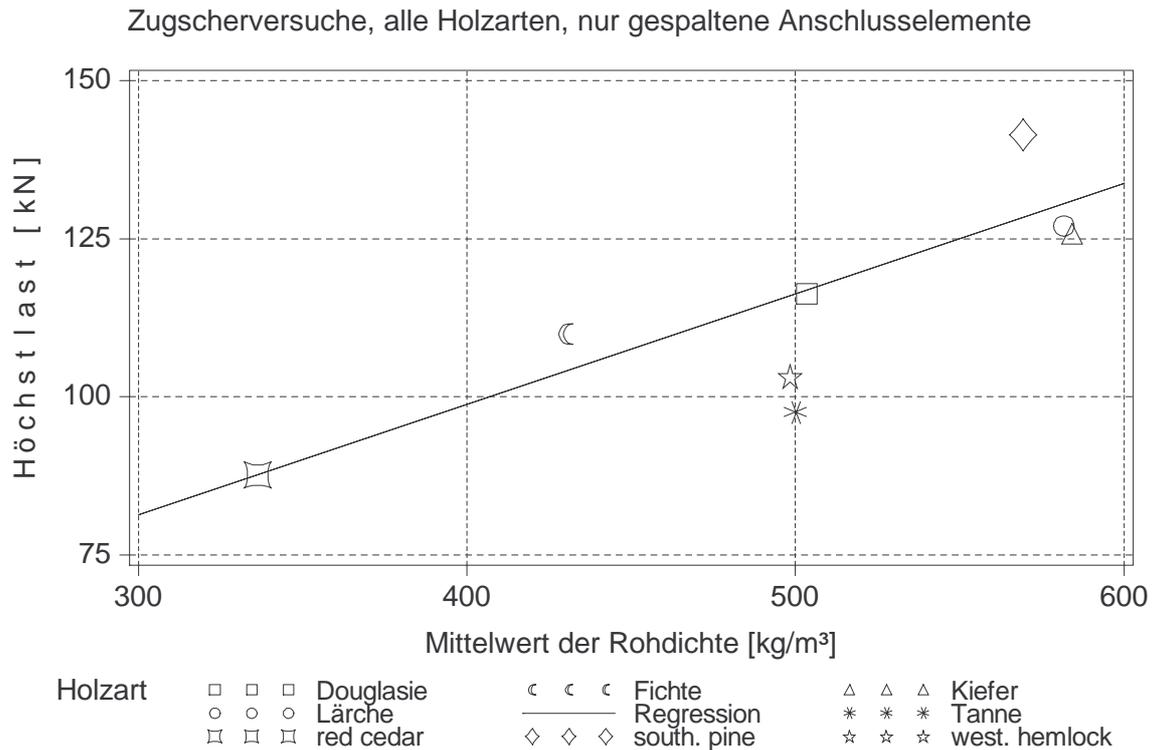


**Bild 6.2.11:** Mittelwerte der Höchstlast über zugehörigen Mittelwerten von  $G_{ID}$ , berücksichtigt wurden nur gespaltene Anchlusselemente

Zugscherversuche, alle Holzarten, nur gespaltene Anchlusselemente



**Bild 6.2.12:** Mittelwerte der Höchstlast über zugehörigen Mittelwerten von  $\sqrt{G_{ID}}$ , berücksichtigt wurden nur gespaltene Anchlusselemente



**Bild 6.2.13:** Mittelwerte der Höchstlast über zugehörigen Mittelwerten von  $\rho$ , berücksichtigt wurden nur gespaltene Anchlusselemente

Die Gleichungen der Regressionsgeraden können mit den Mittelwerten  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$ , den Standardabweichungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  und dem Korrelationskoeffizienten  $r$  der beiden dargestellten Größen nach Bronstein, Semendjajew (1979) berechnet werden zu:

$$y = \bar{y} + r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot (x - \bar{x}) \quad (6.2.4).$$

Die Tabellen 6.2.3 bis 6.2.5 enthalten die für (6.2.4) benötigten Größen.

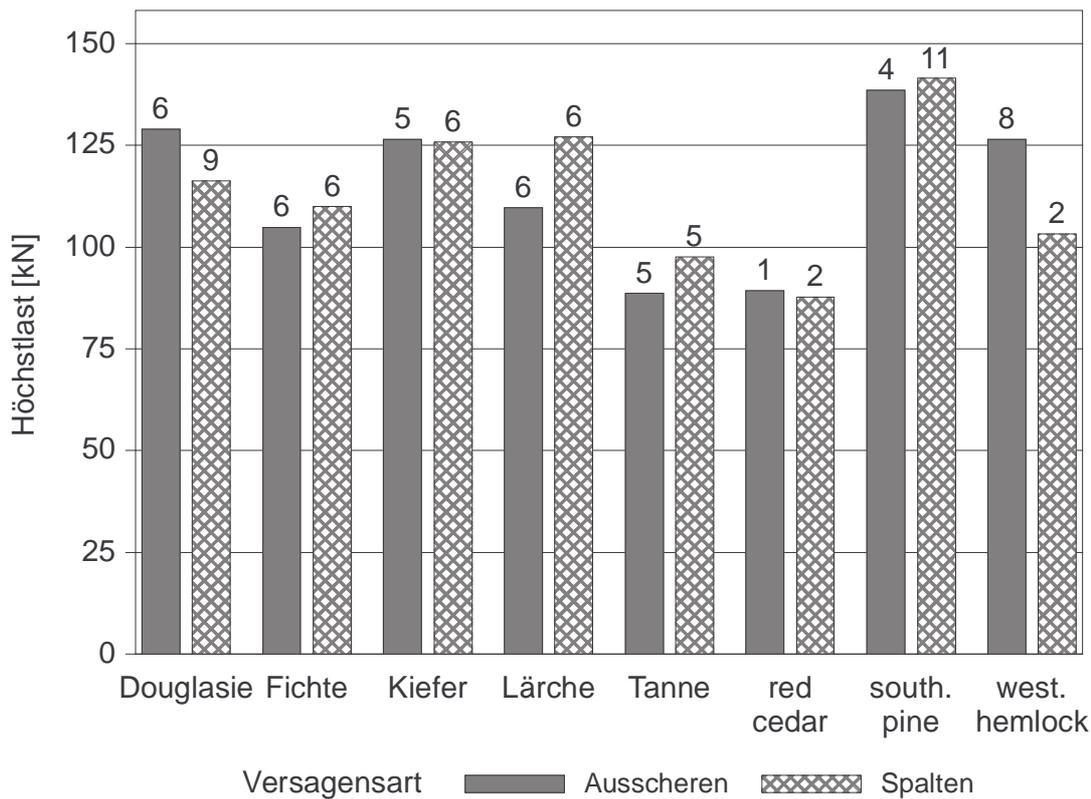
**Tabelle 6.2.3:** Kenngrößen der Regression unter Berücksichtigung aller Anschlusselemente

y-Achse		x-Achse		Korrelationskoeffizient r
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\bar{k}_s = 105 \text{ kN/mm}$	$\sigma_x = 32,7 \text{ kN/mm}$	$r = 0,593$
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\bar{G}_{ID} = 0,333 \text{ Nmm/mm}^2$	$\sigma_x = 0,202 \text{ Nmm/mm}^2$	$r = 0,482$
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\sqrt{\bar{G}_{ID}} = 0,557 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$\sigma_x = 0,152 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$r = 0,512$
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 517 \text{ kg/m}^3$	$\sigma_x = 74,6 \text{ kg/m}^3$	$r = 0,434$
$\bar{F}_{\max} = 117 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,5 \text{ kN}$	$\bar{\delta}_t = 0,238 \text{ mm}$	$\sigma_x = 0,098 \text{ mm}$	$r = 0,162$
$D_s = 1,94$	$\sigma_y = 1,26$	$\bar{k}_s = 105 \text{ kN/mm}$	$\sigma_x = 32,7 \text{ kN/mm}$	$r = 0,369$
$D_s = 1,94$	$\sigma_y = 1,26$	$\bar{G}_{ID} = 0,333 \text{ Nmm/mm}^2$	$\sigma_x = 0,202 \text{ Nmm/mm}^2$	$r = 0,522$
$D_s = 1,94$	$\sigma_y = 1,26$	$\sqrt{\bar{G}_{ID}} = 0,557 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$\sigma_x = 0,152 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$r = 0,527$
$D_s = 1,94$	$\sigma_y = 1,26$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 517 \text{ kg/m}^3$	$\sigma_x = 74,6 \text{ kg/m}^3$	$r = 0,314$
$k_s = 105 \text{ kN/mm}$	$\sigma_y = 32,7 \text{ kN/mm}$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 517 \text{ kg/m}^3$	$\sigma_x = 74,6 \text{ kg/m}^3$	$r = 0,579$
$k_s = 105 \text{ kN/mm}$	$\sigma_y = 32,7 \text{ kN/mm}$	$\bar{G}_{ID} = 0,333 \text{ Nmm/mm}^2$	$\sigma_x = 0,202 \text{ Nmm/mm}^2$	$r = 0,455$

**Tabelle 6.2.4:** Kenngrößen der Regression, ohne Berücksichtigung derjenigen Anschlusselemente, an denen nur Lochleibungsverformungen erkennbar waren

y-Achse		x-Achse		Korrelationskoeffizient r
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\bar{k}_s = 100 \text{ kN/mm}$	$\sigma_x = 29,2 \text{ kN/mm}$	$r = 0,479$
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\bar{G}_{ID} = 0,333 \text{ Nmm/mm}^2$	$\sigma_x = 0,202 \text{ Nmm/mm}^2$	$r = 0,482$
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\sqrt{\bar{G}_{ID}} = 0,557 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$\sigma_x = 0,152 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$r = 0,512$
$\bar{F}_{\max} = 119 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,7 \text{ kN}$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 517 \text{ kg/m}^3$	$\sigma_x = 74,6 \text{ kg/m}^3$	$r = 0,434$
$\bar{F}_{\max} = 117 \text{ kN}$	$\sigma_y = 23,5 \text{ kN}$	$\bar{\delta}_t = 0,328 \text{ mm}$	$\sigma_x = 0,098 \text{ mm}$	$r = 0,162$
$D_s = 2,14$	$\sigma_y = 2,27$	$\bar{k}_s = 100 \text{ kN/mm}$	$\sigma_x = 29,2 \text{ kN/mm}$	$r = 0,507$
$D_s = 2,14$	$\sigma_y = 2,27$	$\bar{G}_{ID} = 0,333 \text{ Nmm/mm}^2$	$\sigma_x = 0,202 \text{ Nmm/mm}^2$	$r = 0,492$
$D_s = 2,14$	$\sigma_y = 2,27$	$\sqrt{\bar{G}_{ID}} = 0,557 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$\sigma_x = 0,152 \text{ (Nmm/mm}^2)^{1/2}$	$r = 0,474$
$D_s = 2,14$	$\sigma_y = 2,27$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 517 \text{ kg/m}^3$	$\sigma_x = 74,6 \text{ kg/m}^3$	$r = 0,269$
$k_s = 100 \text{ kN/mm}$	$\sigma_y = 29,2 \text{ kN/mm}$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 517 \text{ kg/m}^3$	$\sigma_x = 74,6 \text{ kg/m}^3$	$r = 0,525$
$k_s = 100 \text{ kN/mm}$	$\sigma_y = 29,2 \text{ kN/mm}$	$\bar{G}_{ID} = 0,333 \text{ Nmm/mm}^2$	$\sigma_x = 0,202 \text{ Nmm/mm}^2$	$r = 0,519$

In Bild 6.2.14 sind die Mittelwerte der Höchstlasten getrennt nach Versagensart und Holzart dargestellt. Die Zahlen über den Balken geben die Anzahl der berücksichtigten Anschlusselemente wieder.



**Bild 6.2.14:** Mittelwerte der Höchstlasten derjenigen Anschlusselemente bei denen Ausscheren eines Blockes oder Spalten zu beobachten war.

Auffällig ist das häufige Versagen der Prüfkörper der Holzart western hemlock durch Ausscheren eines Blockes. Die in Abschnitt 3 beschriebene, besondere Anordnung der Jahrringe nahezu parallel zur Schmalseite der Laschen dürfte hierfür verantwortlich sein.



**Bild 6.2.15:** Typische Anordnung der Jahrringe bei Prüfkörpern der Holzart western hemlock

**Tabelle 6.2.5:** Kenngrößen der Regression unter Berücksichtigung nur derjenigen Anschlusselemente, die gespalten sind

y-Achse		x-Achse		Korrelationskoeffizient r
$\bar{F}_{\max} = 120 \text{ kN}$	$\sigma_y = 22,9 \text{ kN}$	$\bar{k}_s = 101 \text{ kN/mm}$	$\sigma_x = 30,3 \text{ kN/mm}$	$r = 0,585$
$\bar{F}_{\max} = 120 \text{ kN}$	$\sigma_y = 22,9 \text{ kN}$	$\bar{G}_{ID} = 0,365$ Nmm/mm <sup>2</sup>	$\sigma_x = 0,228$ Nmm/mm <sup>2</sup>	$r = 0,629$
$\bar{F}_{\max} = 120 \text{ kN}$	$\sigma_y = 22,9 \text{ kN}$	$\sqrt{\bar{G}_{ID}} = 0,582$ (Nmm/mm <sup>2</sup> ) <sup>1/2</sup>	$\sigma_x = 0,166$ (Nmm/mm <sup>2</sup> ) <sup>1/2</sup>	$r = 0,659$
$\bar{F}_{\max} = 120 \text{ kN}$	$\sigma_y = 22,9 \text{ kN}$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 522$ kg/m <sup>3</sup>	$\sigma_x = 76,0$ kg/m <sup>3</sup>	$r = 0,580$
$\bar{F}_{\max} = 117 \text{ kN}$	$\sigma_y = 22,1 \text{ kN}$	$\bar{\delta}_t = 0,321 \text{ mm}$	$\sigma_x = 0,103 \text{ mm}$	$r = 0,331$
$D_s = 2,05$	$\sigma_y = 1,15$	$\bar{k}_s = 101 \text{ kN/mm}$	$\sigma_x = 30,3 \text{ kN/mm}$	$r = 0,549$
$D_s = 2,05$	$\sigma_y = 1,15$	$\bar{G}_{ID} = 0,365$ Nmm/mm <sup>2</sup>	$\sigma_x = 0,228$ Nmm/mm <sup>2</sup>	$r = 0,508$
$D_s = 2,05$	$\sigma_y = 1,15$	$\sqrt{\bar{G}_{ID}} = 0,582$ (Nmm/mm <sup>2</sup> ) <sup>1/2</sup>	$\sigma_x = 0,166$ (Nmm/mm <sup>2</sup> ) <sup>1/2</sup>	$r = 0,548$
$D_s = 2,05$	$\sigma_y = 1,15$	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 522$ kg/m <sup>3</sup>	$\sigma_x = 76,0$ kg/m <sup>3</sup>	$r = 0,332$
$k_s = 101 \text{ kN/mm}$	$\sigma_y = 30,3$ kN/mm	$\bar{\rho}_{\text{mean}} = 522$ kg/m <sup>3</sup>	$\sigma_x = 76,0$ kg/m <sup>3</sup>	$r = 0,547$
$k_s = 101 \text{ kN/mm}$	$\sigma_y = 30,3$ kN/mm	$\bar{G}_{ID} = 0,365$ Nmm/mm <sup>2</sup>	$\sigma_x = 0,228$ Nmm/mm <sup>2</sup>	$r = 0,553$

Die Bilder 6.2.7 bis 6.2.13, sowie die Werte der Tabellen 6.2.2 bis 6.2.5 zeigen die im Holzbau nicht ungewöhnlichen großen Streuungen und niedrigen Korrelationskoeffizienten. Die Korrelationskoeffizienten zwischen den Höchstlasten und den zugeordneten Energiefreisetzungsraten sind höher als die entsprechenden Werte für die Höchstlasten und die Rohdichten.

Alle drei Größen, sowie der Einfluss von Herstellungstoleranzen auf die Lastverteilung innerhalb einer Anschlussgruppe, die lokalen Eigenschaften im Nahbereich der Ver-

bindungsmittel und die Inhomogenitäten im Anschlussbereich haben einen Einfluss auf die Tragfähigkeit einer Verbindung.

Die Korrelationskoeffizienten zwischen den Höchstlasten und den zugeordneten Riss-spitzenöffnungen  $\delta_t$  sind sehr gering.

Auffällig ist das Verhältnis der Höchstlasten der aus Tannenholz hergestellten Prüfkörper und derjenigen aus Fichtenholz (Bilder 6.2.7 bis 6.2.13). Obwohl die Prüfkörper aus Tannenholz im Mittel höhere Verschiebungsmoduln und deutlich höhere Rohdichten aufwiesen, erreichten sie geringere Höchstlasten als die Prüfkörper aus Fichtenholz. Erst bei Berücksichtigung der geringen Energiefreisetzungsraten von Tannenholz nach Abschnitt 5.3 wird diese Beobachtung erklärbar.

Unter Verwendung der Methode der kleinsten Abstandsquadrate (SAS (1996)) können an die Versuchsergebnisse nichtlineare Funktionen angepasst werden. Die gewählten Funktionen und die Korrelationskoeffizienten zwischen den nach diesen Funktionen berechneten Traglasten  $F_{ber}$  und den tatsächlich erreichten Höchstlasten können Tabelle 6.2.6 entnommen werden. Für die Berechnung der Tabelle 6.2.6 wurden nur gespaltene Anschlusselemente berücksichtigt.

**Tabelle 6.2.6:** Anpassung nichtlinearer Funktionen

angepasste Funktion	Korrelationskoeffizient r zwischen $F_{ber}$ und $F_{max}$
$F_{ber} = C_1 \cdot k_s^{C_2} \cdot G_{ID}^{C_3} \cdot \rho^{C_4} \cdot \delta_t^{C_5}$	r = 0,686
$F_{ber} = C_1 \cdot k_s^{C_2} \cdot G_{ID}^{C_3} \cdot \rho^{C_4}$	r = 0,735
$F_{ber} = C_1 \cdot k_s^{C_2} \cdot G_{ID}^{C_3}$	r = 0,726
$F_{ber} = C_1 \cdot k_s^{C_2} \cdot \rho^{C_4}$	r = 0,659
$F_{ber} = C_1 \cdot G_{ID}^{C_3} \cdot \rho^{C_4}$	r = 0,701
$F_{ber} = C_1 \cdot G_{ID}^{C_3}$	r = 0,670
$F_{ber} = C_1 \cdot \rho^{C_4}$	r = 0,578
$F_{ber} = C_1 \cdot \delta_t^{C_5}$	r = 0,371

Auch die Korrelationskoeffizienten der Tabelle 6.2.6 deuten auf den stärkeren Einfluss der Energiefreisetzungsrates auf die Höchstlasten verglichen mit der Rohdichte hin.

Tabelle 6.2.7 enthält schließlich die Korrelationskoeffizienten zwischen den Höchstlasten und den Winkeln  $\alpha$  zwischen der Rissfront und der Jahrringlage nach Bild 6.1.5, den Abständen zum Hirnholz  $a_{3,t}$  und den Abständen quer zur Faser  $a_{4,c}$ . Die Beträge dieser Korrelationskoeffizienten sind klein und deuten somit auf einen nur geringen Einfluss dieser Größen auf das Spalten von Anschlüssen mit Stabdübeln hin. Diese Beobachtungen bestätigen die Ergebnisse der bruchmechanischen Untersuchungen des Abschnittes 4.2 (Bild 4.2.9 und Bild 4.2.11).

**Tabelle 6.2.7:** Korrelationskoeffizienten zwischen den Höchstlasten und  $\alpha$ ,  $a_{3,t}$  und  $a_{4,c}$

Korrelationskoeffizient zwischen $F_{\max}$ und Winkel $\alpha$	Korrelationskoeffizient zwischen $F_{\max}$ und Abstand $a_{3,t}$	Korrelationskoeffizient zwischen $F_{\max}$ und Abstand $a_{4,c}$
unter Berücksichtigung aller Anschlusselemente		
0,046	-0,026	-0,082
ohne Berücksichtigung der Anschlusselemente, an denen nur Lochleibungsverformungen erkennbar waren		
0,046	0,063	-0,106
unter Berücksichtigung nur derjenigen Anschlusselemente, die gespalten sind		
0,170	0,010	0,014

## 7 Nageleinschlagversuche

### 7.1 Versuchsdurchführung

Risswachstum und Spalten des Holzes durch das Einschlagen von Nägeln ist ein seit langem bekanntes Phänomen, dessen Ursache durch zahlreiche Eigenschaften der Verbindung beeinflusst wird. Marten (1952), Ehlbeck (1979), Ehlbeck und Görlacher (1982), Lau und Tardiff (1987), Ehlbeck und Siebert (1988), Lau (1990), Hilson (1995) und Popovski et al. (2001) nennen u.a. folgende Einflüsse auf das Entstehen von Rissen bei nichtvorgebohrten Verbindungen mit Nägeln:

- Rohdichte, Jahrringbreite und Feuchte des Holzes
- Abstände und Holzdicken in Bezug zum Nageldurchmesser
- Form der Nagelspitze
- Oberflächenbeschaffenheit und Querschnittsform des Nagels
- Lage der Nagelachse zu den Jahrringen.

Ehlbeck (1979) nennt auch den Einfluss der Holzart auf die Tragfähigkeit, dies allerdings vor dem Hintergrund unterschiedlicher Dichten, Lochleibungsfestigkeiten und wachstumsbedingter Strukturstörungen. Systematische Untersuchungen von Nagelverbindungen bei Verwendung von Douglasienholz führten Ehlbeck und Siebert (1988) durch, in geringem Umfang wurden Vergleichsversuche mit Fichtenholz durchgeführt. Sie empfehlen, verglichen mit den Regelungen der DIN 1052 (1988), größere Abstände und Mindestholzdicken für Nagelverbindungen mit Douglasienholz, da bei den durchgeführten Versuchen bereits beim Einschlagen häufig ein Spalten, d.h. ein Riss bis zum Hirnholz, zu beobachten war. Allerdings beobachteten sie dieses Spalten auch bei einem Teil der Prüfkörper aus Fichtenholz. So spalteten von 12 Druckscherversuchen aus Fichtenholz bereits vier beim Einschlagen der Nägel, obwohl die Mindestabstände der DIN 1052 (1988) eingehalten wurden. Zwei der vier gespaltenen Prüfkörper wiesen eine Rohdichte von  $\bar{\rho}_u = 434 \text{ kg/m}^3$  ( $u = 12,6 \%$ ) auf, zwei hatten eine sehr hohe Rohdichte mit  $\bar{\rho}_u = 542 \text{ kg/m}^3$  ( $u = 12,3 \%$ ). Bei Holzfeuchten zwischen  $u = 12 \%$  und  $15 \%$  beträgt der Mittelwert der Rohdichte von Fichtenholz nach DGfH (1989)  $\bar{\rho}_u = 470 \text{ kg/m}^3$ . Marten (1952) beobachtet ebenfalls einen Einfluss der Rohdichte auf die Spaltneigung des verwendeten Fichtenholzes. Bei diesen, wie auch bei einem Großteil der in der o.g. Literatur beschriebenen Versuche, wurden die Nägel von Hand eingeschlagen.

In den Normen DIN 1052 (1988), dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) und im EC 5 Teil 1 (1995) werden für nicht vorgebohrte Nagelverbindungen mit Douglasienholz besondere Regelungen angegeben. So sollen nach dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) die Nagellöcher von Nagelverbindungen mit Douglasienholz über die ganze Länge vorgebohrt werden. Für Nageldurchmesser  $d < 3,0$  mm darf, bei einer Verdopplung der für die anderen Holzarten vorgeschriebenen Abstände, auf dieses Vorbohren verzichtet werden.

Mit den in diesem Abschnitt beschriebenen Einschlagversuchen sollten vorrangig Nagelabstände, bei denen kein Spalten auftritt, für die in Abschnitt 8 beschriebenen Zugscherversuche ermittelt werden. Dabei wird als Spalten das Aufreißen über die gesamte Dicke bis zum Hirnholz bezeichnet.

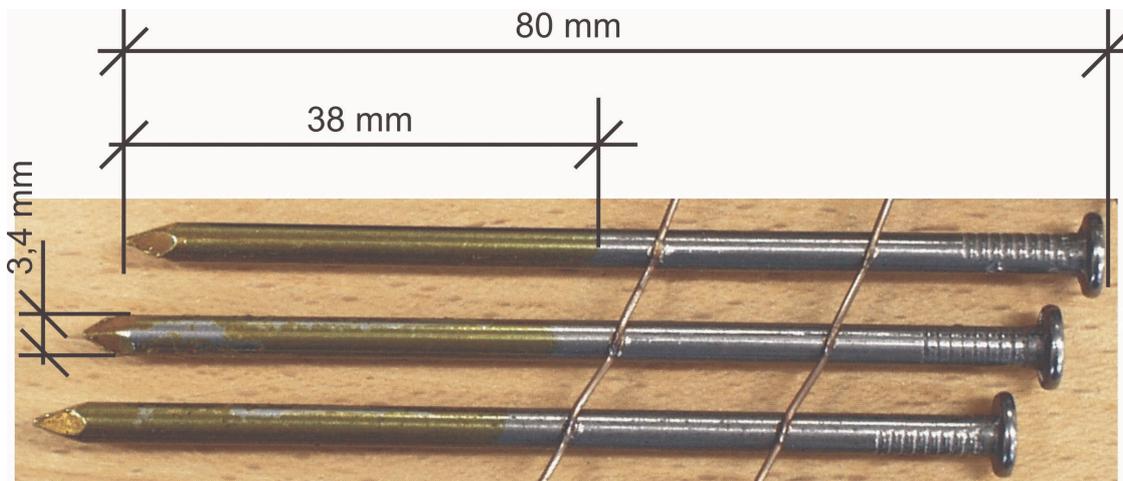
Risse im Bereich des Nagels sind mit bloßem Auge nicht immer zuverlässig zu erkennen. Kurze Risse sind bei Nagelverbindungen sehr häufig zu beobachten; inwieweit sie das Lochleibungsverhalten beeinflussen, ist nicht bekannt. Bild 7.1.1 zeigt solche Risse: beim linken Prüfkörper war ein Reißen bei den Nägeln, die unmittelbar neben einem Schwindriss eingeschlagen wurden, zu beobachten. Beim rechten Prüfkörper trat ein Spalten beim Einschlagen der Nägel der linken Reihe und ein Riss beim vorderen Nagel der rechten Reihe auf.



**Bild 7.1.1:** Risse bei Einschlagversuchen

Für die Einschlagversuche wurden glattschaftige Maschinenstifte verwendet.

Der vordere Bereich (38 - 45 mm) dieser Nägel ist mit einem Harz umhüllt, das auch für die Beharzung von Klammern verwendet wird. Die Geometrie der Nägel entspricht DIN 1143 Teil 1 (Bild 7.1.2).



**Bild 7.1.2:** Verwendete Nägel 34x80

Das Harz im vorderen Bereich dieser Nägel dient bei diesen Maschinenstiften als Gleitmittel. Es verflüssigt sich beim Eintreiben und erleichtert somit das Eindringen. Beim Erhärten verklebt es den Nagel im Holz.

Diese Nägel wurden in Bretter und Bohlen der unterschiedlichen Holzarten, unter Verwendung eines Pressluftnaglers, eingeschlagen. Je nach Holzart und Dichte musste der Druck verändert werden, um die Nägel soweit einzuschlagen, dass der Nagelkopf bündig mit der Holzoberfläche abschloss.

Tabelle 7.1.1 zeigt die durchgeführten Serien.

**Tabelle 7.1.1:** Serien der Einschlagversuche

Serie	verwendete Nägel	Holzdicke [mm]	Abstand a4 nach Bild 7.1.3
7.1	25x55	18	5·d bzw. 7·d
7.2	34x80	24	5·d bzw. 7·d
7.3	38x90	30	5·d bzw. 7·d
7.4	38x90	53,2 = 14·d	5·d bzw. 7·d
7.5	38x90	30	10·d bzw. 14·d

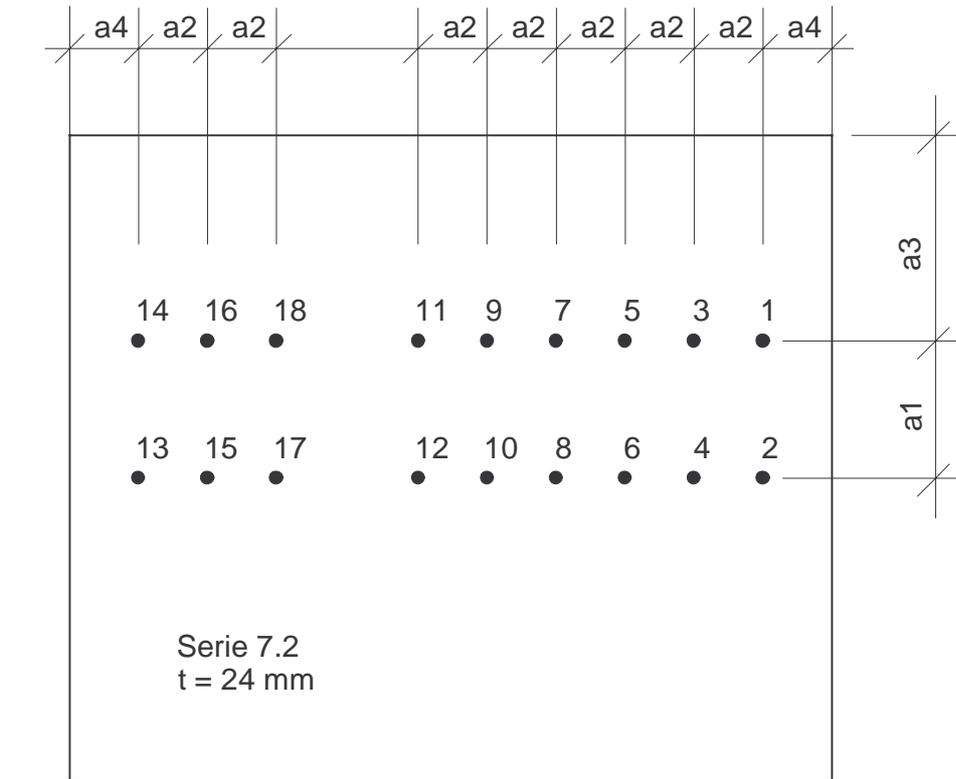
Serie 7.1 weist eine Holzdicke auf, die unter der Mindestholzdicke von 24 mm liegt, die von der DIN 1052 (1988) und vom Entwurf zur DIN 1052 (2000) gefordert wird.

In den Serien 7.1, 7.2 und 7.3 wurden je Holzart fünf Bretter (von red cedar nur zwei Bretter) untersucht, die einem Teil der Balken, welche für die CT-Proben und Zugscherversuche verwendet wurden, entnommen wurden. Die fünf Bretter wurden aus fünf verschiedenen Balken hergestellt. Die Auswahl wurde nach der Rohdichte der Balken so getroffen, dass von der geringsten bis zur höchsten Rohdichte eine gleichmäßige Verteilung in den Stichproben vorlag. Aufgrund dieser angestrebten linearen Verteilung der Rohdichte war zu erwarten, dass der Mittelwert der Rohdichte der Stichproben nicht dem Mittelwert der jeweiligen Holzart bei einer größeren Stichprobe mit einer angenommenen Normalverteilung der Rohdichte entspricht. Es sollte hier aber bewusst der Einfluss der Rohdichte auf das Spaltverhalten untersucht werden.

In den Serien 7.4 und 7.5 wurden die Holzarten Fichte, Kiefer, Douglasie und Lärche deutscher Herkunft untersucht. Dabei wurden die Prüfkörper der drei erstgenannten Holzarten aus drei unterschiedlichen Balken entnommen, diejenigen von Lärche aus fünf.

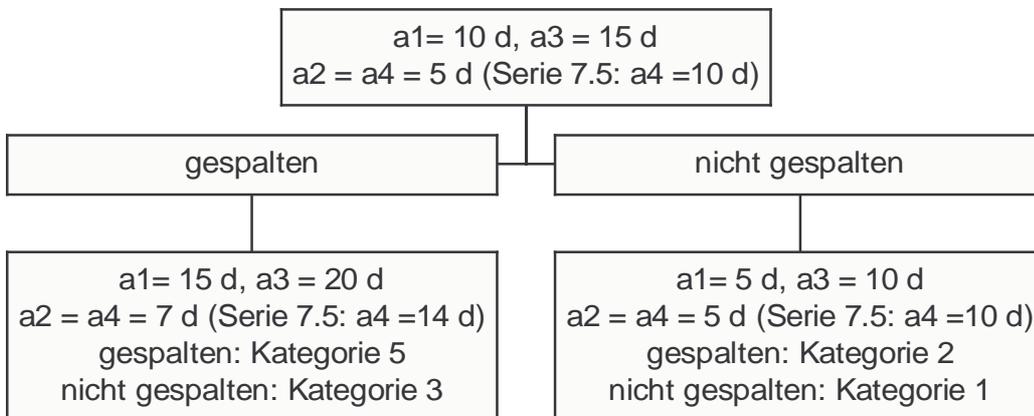
Auf eine Bestimmung der Holzfeuchten der Serie 7.2 wurde verzichtet, da diese bei den Versuchen mit CT-Proben (Abschnitt 5), den Zugscherversuchen mit Stabdübeln (Abschnitt 6) und den Zugscherversuchen mit Nagelverbindungen (Abschnitt 8) bestimmt wurden. Bei diesen Bestimmungen wies die Holzfeuchte nur geringe Streuungen auf, so dass davon ausgegangen werden konnte, dass die Holzfeuchten der hier verwendeten Bretter, den in den o.g. Abschnitten entsprechen. Aufgrund des zeitlichen Abstandes und der unterschiedlichen Lagerung des Materials der Serien 7.1, 7.3, 7.4 und 7.5 wurde die Holzfeuchte dieser Prüfkörper mit dem Darrverfahren unmittelbar nach Versuchsdurchführung bestimmt.

Bild 7.1.3 zeigt die Geometrie und die Reihenfolge des Einschlagens für die Serie 7.2. Bei den Abständen  $a_1 = 15 d$ ,  $a_3 = 20 d$  und  $a_2 = a_4 = 7d$  fehlen die Nägel 7 bis 12, siehe auch die Bilder 7.2.4 bis 7.2.6. Bei der Serie 7.1 konnten im mittleren Bereich zusätzliche Nägel eingeschlagen werden, bei den Serien 7.3 bis 7.5 wiederum weniger. Die Bretter und Bohlen hatten eine Breite von ungefähr 19 cm. Da das Spalten in der Regel an den äußersten Reihen auftrat, siehe dazu Abschnitt 7.2, ist der Einfluss der Nagelanzahl im mittleren Bereich ohne Bedeutung.



**Bild 7.1.3:** Reihenfolge der eingeschlagenen Nägel und Bezeichnung der Abstände

Mit jedem Prüfkörper wurden zunächst zwei Versuchsreihen durchgeführt, bei denen die Nägel von der linken Seite, das ist die vom Mark weiter entfernt liegende Seite, eingeschlagen wurden. Nach dem Einschließen aller Nägel mit den zuerst gewählten Abständen wurde der Bereich mit den Nägeln abgesägt und im Reststück die nächste Versuchsreihe eingebracht. Die Reihenfolge der gewählten Abstände und die Einstufung in bestimmte Kategorien können Bild 7.1.4 entnommen werden.



**Bild 7.1.4:** Ablaufdiagramm der Einschlagversuche

Mechanisch ist das Eintreiben eines Nagels mit einem Pressluftnagler als Stoßvorgang zu beschreiben. Der Bolzen des Pressluftnaglers und der Nagel können während des Stoßvorganges als eine Masse  $m$  betrachtet werden. Die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  dieser Masse verringert sich innerhalb kürzester Zeit  $\Delta t$  vom Beginn des Eindringens auf Null  $\vec{v}_0 = 0$ . Der Impulssatz lässt sich nach Szabó (1984) schreiben als:

$$m \cdot (\vec{v} - \vec{v}_0) = \int_0^{\Delta t} \vec{K} dt \quad (7.1.1).$$

Die Kraft  $\vec{K}$  ist über die Zeit  $\Delta t$  veränderlich und entspricht den Eindringwiderständen.

Der Energiesatz, der bei den quasistatischen Betrachtungen des Abschnittes 4 auf die Änderung des Gesamtpotentials zurückgeführt werden konnte, ist bei dynamischen Problemen in seiner Grundform als erstes Prinzip der Thermodynamik zu betrachten (Saouma (1998), Gross (1996)). Es sind die Ableitungen der kinetischen Energie und der Formänderungsenergie nach der Zeit, die Leistung der äußeren Arbeit und unter Umständen Wärmetransporte zu berücksichtigen. Die Leistungen der äußeren Arbeit hängen wiederum von den Eindringwiderständen und deren zeitlichen Verlauf ab.

Diese Eindringwiderstände hängen ab von der Rohdichte und der Härte des Holzes, der Lage der Nagelachse zu den Jahrringen und dem mikroskopischen Bau des Holzes.

Im Holzkörper breiten sich aufgrund des Stoßes Verformungen wellenförmig aus. Die Geschwindigkeit des Risswachstums wird nach Gross (1996) unter anderem auch von dieser Wellengeschwindigkeit beeinflusst.

Neben den mechanischen Schwierigkeiten ist als weiteres werkstoffspezifisches Problem die Abhängigkeit des Risswiderstandes, also der kritischen Energiefreisetzungsrate oder des kritischen Spannungsintensitätsfaktors, von der Rissgeschwindigkeit zu nennen.

Dennoch ist ein Zusammenhang zwischen den in Abschnitt 5 unter quasistatischen Verhältnissen bestimmten Energiefreisetzungsraten und diesen geschwindigkeitsabhängigen Risswiderständen zu erwarten.

## 7.2 Ergebnisse

Tabelle 7.2.1 enthält die Mittelwerte der Rohdichten, der Holzfeuchten und der nach dem Flussdiagramm des Bildes 7.1.4 ermittelten Kategorien der Serien 7.1, 7.2 und 7.3. Dabei führt die Einstufung von Brettern, die bei  $a_1 = 15$  d,  $a_3 = 20$  d und  $a_2 = a_4 = 7$  d gespalten sind, in eine Kategorie 5 statt in eine Kategorie 4 zu einem deutlich schlechteren Mittelwert. Da bei einer gespaltenen Verbindung die Beanspruchung den Bemessungswert des Bauteilwiderstandes überschreiten kann, wurde das Spalten bewusst schlechter eingestuft.

**Tabelle 7.2.1:** Ergebnisse der Nageleinschlagversuche der Serien 7.1, 7.2 und 7.3

Holzart	Mittelwert der Rohdichte $\rho_u$ [kg/m <sup>3</sup> ] (Holzfeuchte u [%])			Mittelwert der Kategorie		
	7.1	7.2	7.3	7.1	7.2	7.3
Douglasie	493 (9,3 %)	495	488 (9,6 %)	2,8	2,8	3,8
Fichte	445 (9,3 %)	452	401 (9,1 %)	2,6	3,0	2,2
Kiefer	552 (9,7 %)	570	547 (10,3 %)	1,8	2,0	2,4
Lärche	525 (9,9 %)	562	561 (9,84 %)	3,2	2,8	2,6
Tanne	469 (9,6 %)	500	496 (9,2 %)	3,5	3,6	3,8
red cedar (2 Prüfkörper)	331 (8,2 %)	335	318 (8,6 %)	1,0	1,0	1,0
southern pine	570 (9,2 %)	597	551 (9,4 %)	3,3	1,6	1,8
western hemlock	464 (8,8 %)	479	479 (9,4 %)	2,0	2,4	1,8

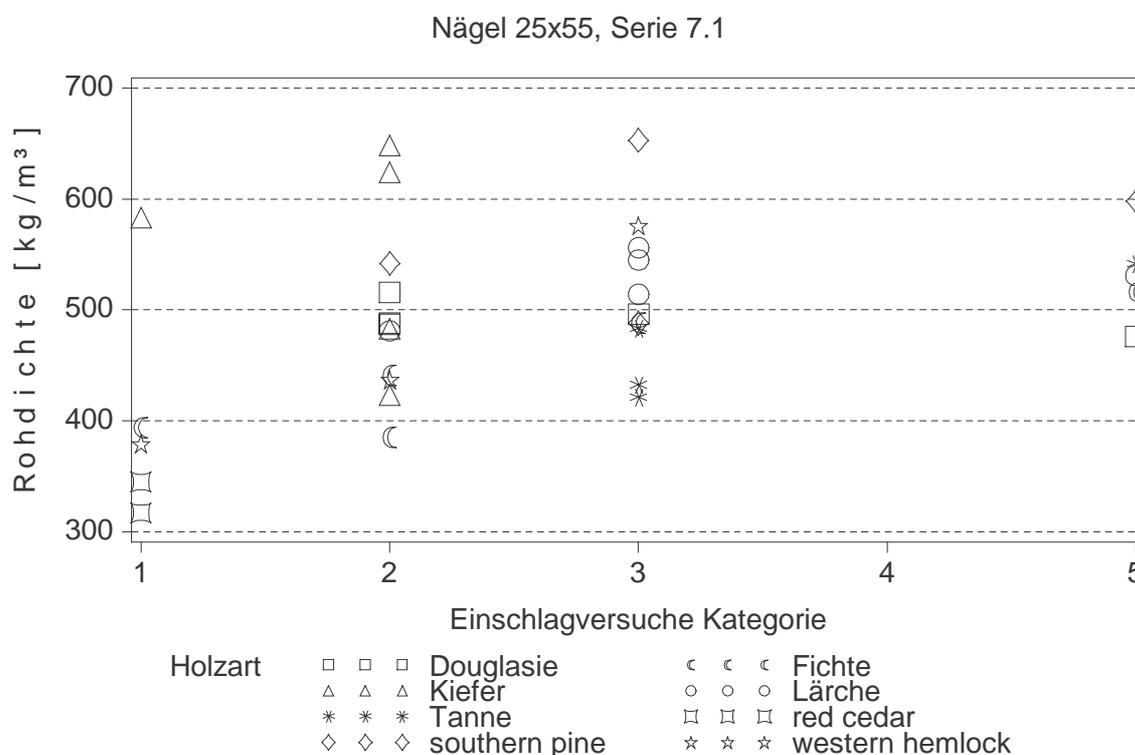
Das häufige Spalten der Prüfkörper aus southern pine der Serie 7.1 ist auf starke Querkrümmungen zurückzuführen. Beim Einschießen wurde diese Querkrümmung teilweise zurückgebogen; dies führt zu Querzugspannungen.

Das häufige Spalten der Tanne beruht dagegen auf der niedrigen Energiefreisetzungsrates nach Abschnitt 5. Gleichzeitig weist Tannenholz nach DGfH (1989) höhere Härten als Fichtenholz auf, was auf größere Eindringwiderstände schließen lässt.

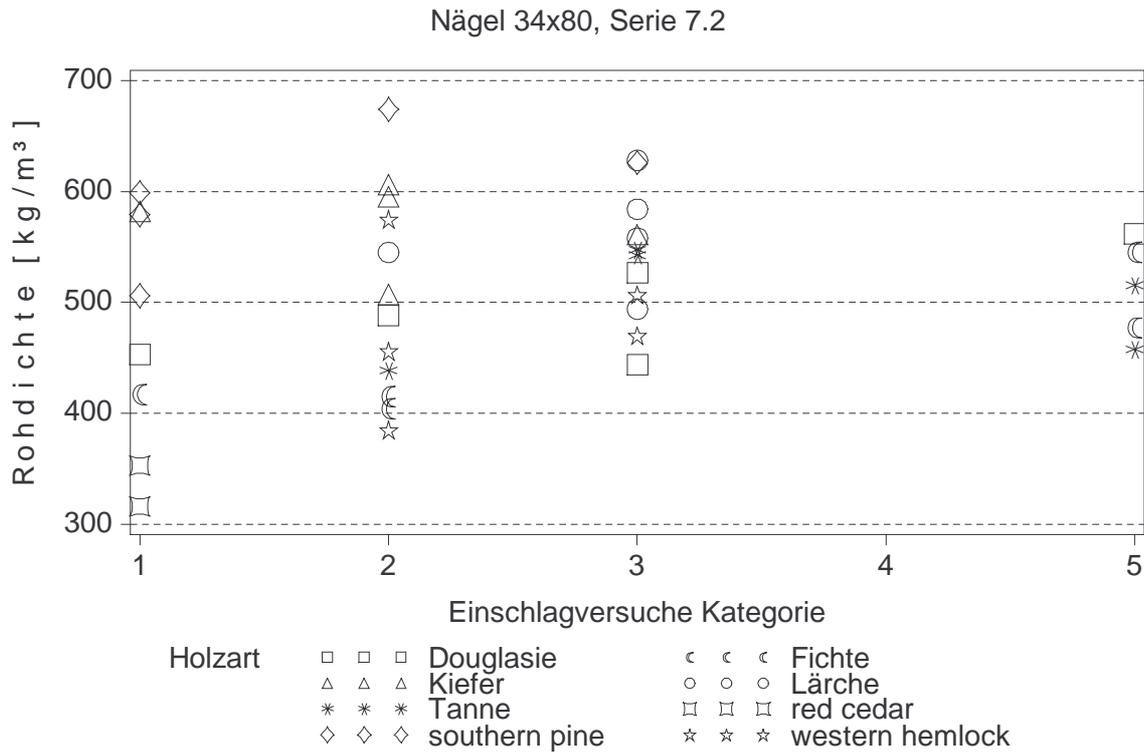
Die Holzarten Fichte, Tanne, Lärche und Douglasie deutscher Herkunft spalten häufig bei den Abständen, die zu einer Einstufung in Kategorie 2 führen. Diese Abstände entsprechen den Regelungen für faserparallel beanspruchte, durch Nägel verbundene Bauteile der DIN 1052 (1988) und dem Entwurf zur DIN 1052 (2000). Lediglich die Prüfkörper aus Fichtenholz der Serie 7.3 mit einer niedrigen mittleren Rohdichte  $\bar{\rho}_u = 401 \text{ kg/m}^3$  weisen ein günstigeres Verhalten auf. Zwei der fünf Prüfkörper dieser Serie aus Fichtenholz mit Rohdichten von  $\rho_u = 411 \text{ kg/m}^3$  und  $\rho_u = 419 \text{ kg/m}^3$  spalteten allerdings auch bei den zu Kategorie 2 führenden Abständen, was bei der Mittelwertbildung allerdings durch das gute Verhalten der Prüfkörper mit noch geringerer Rohdichte ausgeglichen wurde.

Die Prüfkörper aus deutschem und amerikanischem Kiefernholz erweisen sich trotz ihrer hohen Rohdichte als weniger spaltgefährdet. Dies kann durch die deutlich höheren Energiefreisetzungsrates dieser Gattung nach Abschnitt 5 erklärt werden.

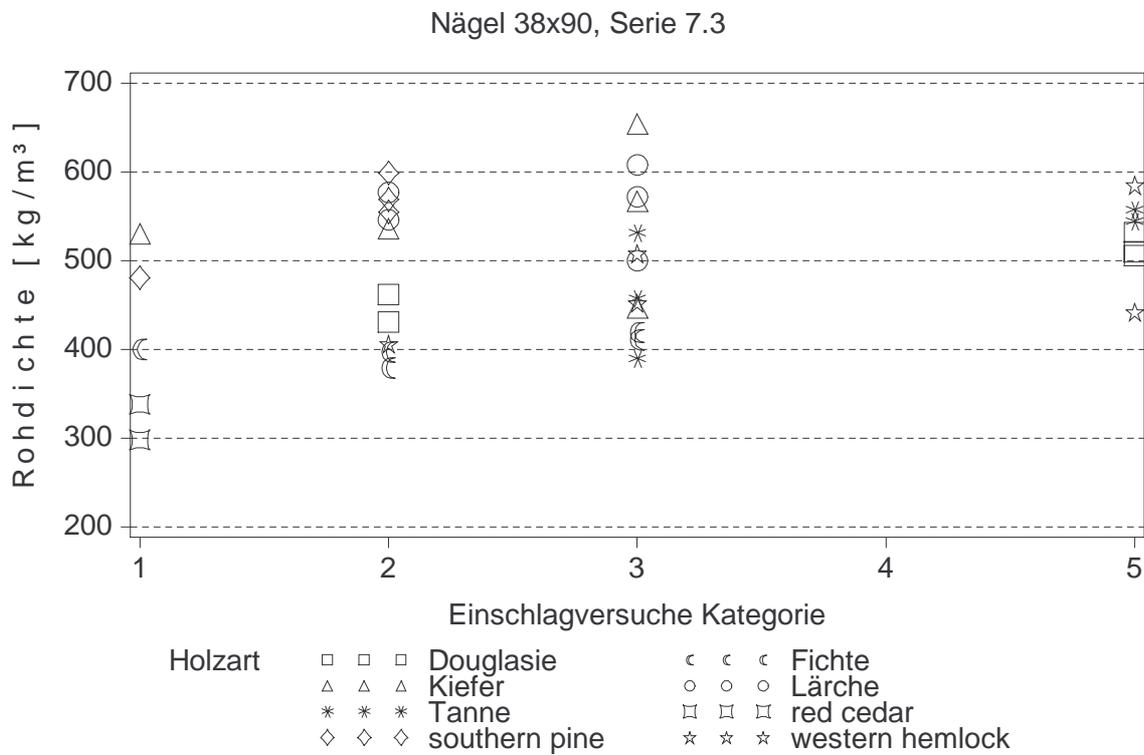
Die Bilder 7.2.1 bis 7.2.3 zeigen für die Serien 7.1 bis 7.3 die Rohdichte über der Kategorie auf. Der Einfluss der Rohdichte auf die Spaltneigung der Prüfkörper aus Fichtenholz ist in diesen Bildern deutlich zu erkennen.



**Bild 7.2.1:** Rohdichte über der Kategorie der Serie 7.1



**Bild 7.2.2:** Rohdichte über der Kategorie der Serie 7.2



**Bild 7.2.3:** Rohdichte über der Kategorie der Serie 7.3

Bild 7.2.4 zeigt einen Kiefernprüfkörper, der bei den Abständen  $a_1 = 10 \cdot d$ ,  $a_3 = 15 \cdot d$  und  $a_2 = a_4 = 5 \cdot d$  noch nicht gespalten ist. Bei den im nächsten Versuch verwendeten geringeren Abständen nach Bild 7.1.4 spaltete dieser Prüfkörper, so dass er schließlich in Kategorie 2 eingestuft wurde.



**Bild 7.2.4:** Prüfkörper aus Kiefernholz der Serie 7.2

Nachdem die Abstände, bei denen kein Spalten auftrat, gemäß dem Ablaufplan nach Bild 7.1.4 bestimmt waren, wurden bei den Serien 7.1 und 7.2 mit diesen gefundenen Abständen Nageleinschlagversuche von der rechten Seite, das ist die dem Mark näher liegende Seite, durchgeführt. Bei Brettern, die auch bei den größten Abständen spalteten und folglich in Kategorie 5 eingestuft wurden, wurden diese Abstände verwendet. Sieben von 37 Brettern der Serie 7.2 und acht von 33 Brettern der Serie 7.1 spalteten bei Abständen, bei denen sie beim Nageln von der linken Seite noch nicht spalteten. Bei diesen Beobachtungen ist allerdings die veränderte Geometrie der Bretter zu berücksichtigen, da die Bretter infolge des Absägens der vorherigen Nagelreihen immer kürzer wurden.

Die Bilder 7.2.5 und 7.2.6 zeigen ein Tannenbrett, bei dem beim Einschlagen von der linken Seite kein Spalten, beim Einschlagen von der rechten Seite Spalten zu beobachten war.



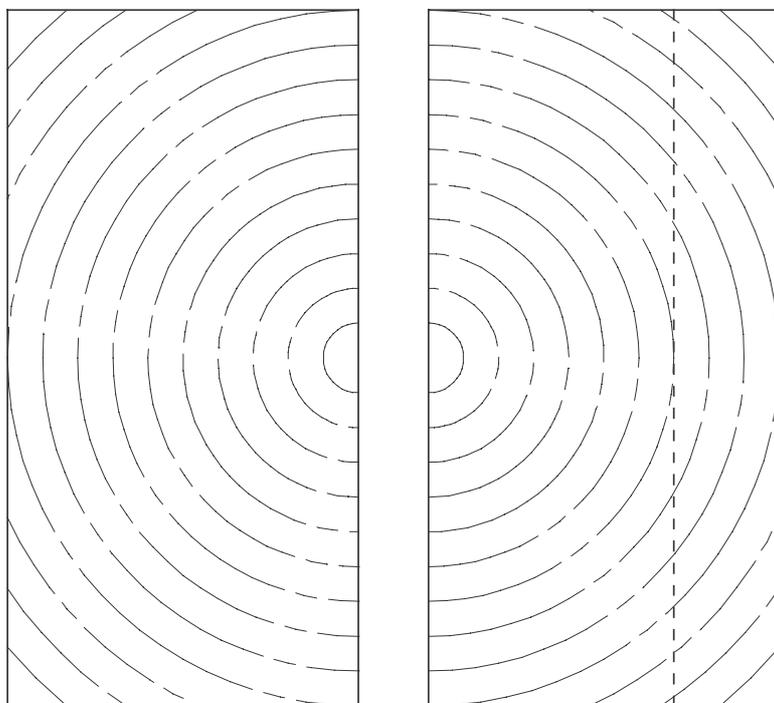
**Bild 7.2.5:** Einschlagen von der linken Seite



**Bild 7.2.6:** Einschlagen von der rechten Seite

Wie in diesen Bildern zu sehen ist, verliefen die Jahrringe in der Nähe der schmalen Flächen oft nur schwach geneigt zu diesen Schmalflächen (sog. stehende Jahrringe),

während die Jahrringe im mittleren Bereich nahezu parallel zur breiteren Fläche verliefen (sog. liegende Jahrringe). Diese Anordnung der Jahrringe war eine Folge des Ausgangsmaterials, welches im wesentlichen aus Halbhölzern bestand (Bild 7.2.7). Diese Anordnung war bei allen Holzarten (außer western hemlock) ähnlich, so dass ein Einfluss auf die hier gezeigten Ergebnisse zu vernachlässigen ist.



**Bild 7.2.7:** Halbhölzer

Ehlbeck und Görlacher (1982) weisen darauf hin, dass ein Einschlagen in tangentialer Richtung weniger zum Spalten führt als ein Einschlagen in radialer Richtung. Trotz der demnach günstigen Anordnung im Randbereich der Prüfkörper mit stehenden Jahrringen am Rand und liegenden Jahrringen im mittleren Bereich, spaltete in der Regel eine oder beide der äußersten Reihen. In Serie 7.1 wiesen 23 von 26 gespaltenen Prüfkörpern einen Riss an einer der äußersten Reihen auf, in den Serien 7.2 waren es 25 von 29 und in der Serie 7.3 waren es 28 von 31 Prüfkörpern.

Die Ergebnisse der Serien 7.1 bis 7.3 für die Holzarten Fichte, Douglasie, Lärche und Tanne führen zu einer kritischen Bewertung der Regelungen der DIN 1052 (1988) und des Entwurfs zur DIN 1052 (2000) für mit Nägeln verbundene, faserparallel beanspruchte Bretter. Nur Fichtenhölzer mit geringer Rohdichte neigen weniger zum Spalten als die drei anderen genannten Holzarten. Die bisherige Sonderbehandlung der Douglasie ist somit nicht gerechtfertigt. Diese Regelungen in Bezug auf Douglasienholz dürften wohl im wesentlichen auf der systematischen Untersuchung durch Ehl-

beck und Siebert (1988) beruhen, die in dieser Art für die anderen Holzarten nicht vorliegt.

Für die Serien 7.4 und 7.5 wurde die Prüfkörpergeometrie so verändert, dass zumindest eine Einstufung in Kategorie 2 erreicht werden sollte. Für die Serie 7.4 wurde die Holzdicke auf  $t = 14 \cdot d = 53,2$  mm erhöht, für Serie 7.5 wurde, auf der Grundlage der bruchmechanischen Überlegungen des Abschnittes 4, der Randabstand  $a_4$  verdoppelt.

Tabelle 7.2.2 enthält die Mittelwerte der Rohdichten, der Holzfeuchten und der nach dem Flussdiagramm des Bildes 7.1.4 ermittelten Kategorien der Serien 7.4 und 7.5.

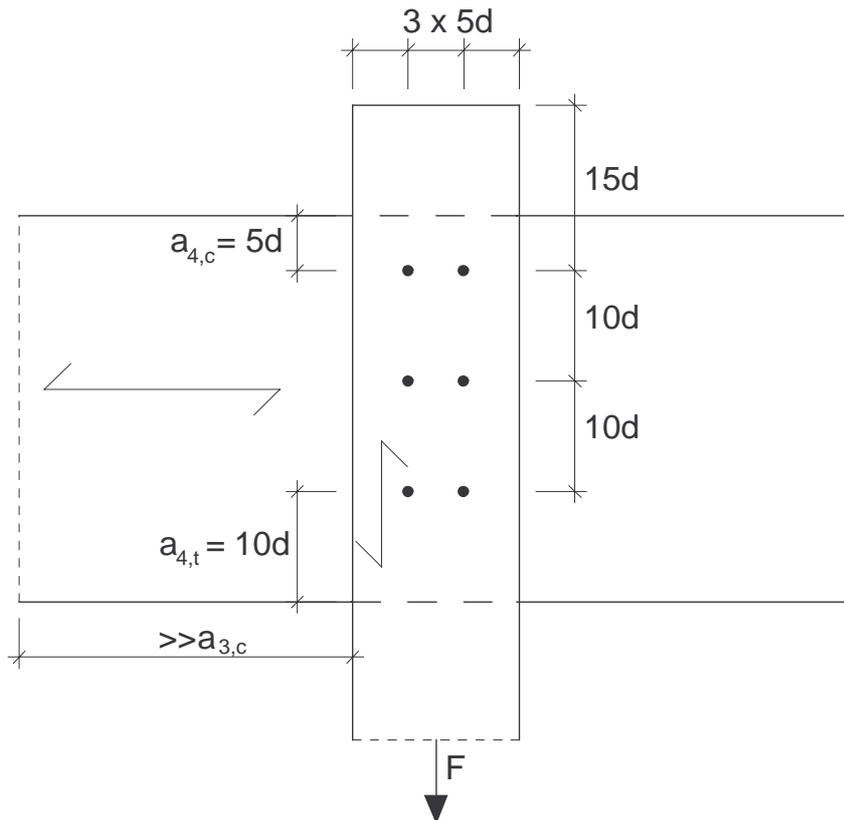
**Tabelle 7.2.2:** Ergebnisse der Nageleinschlagversuche der Serien 7.4 und 7.5

Holzart	Mittelwert der Rohdichte $\rho_u$ [kg/m <sup>3</sup> ] (Holzfeuchte $u$ [%])		Mittelwert der Kategorie	
	Serie 7.4	Serie 7.5	Serie 7.4	Serie 7.5
Douglasie	475 (13,9 %)	488 (14,4 %)	1,8	1,6
Fichte	424 (14,8 %)	431 (14,1 %)	1,7	1,7
Kiefer	565 (14,6 %)	566 (14,3 %)	2,2	1,8
Lärche	571 (14,4 %)	571 (14,2 %)	2,0	1,6

Bild 7.2.8 zeigt die erreichten Kategorien und zugehörigen Rohdichten der Prüfkörper der Serie 7.4, Bild 7.2.9 diejenigen Werte der Serie 7.5.



Aufgrund der durchgeführten Versuche sind die Abstände für Kategorie 1 als kritisch zu bewerten. Bei einer Bemessung nach dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) oder der DIN 1052 (1988) können diese Abstände nur bei einem querbeanspruchten Bauteil nach Bild 7.2.10 am unbeanspruchten Rand auftreten. Bei diesen Bauteilen ist in Faserrichtung oft ein Vielfaches des geforderten Mindestabstandes  $a_{3,c} = 10 \cdot d$  vorhanden, zudem ist die Holzdicke oft größer als die Einschlagtiefe. Die Prüfkörper der Kategorie 1 waren somit sehr ungünstig, obwohl entsprechend den Regelungen der Norm entworfen.



**Bild 7.2.10:** Anschluss eines Zugstabes rechtwinklig zur Faserrichtung des Hauptträgers

Kritischer ist dagegen das häufige Spalten der Serien 7.1 bis 7.3 bei Abständen entsprechend der Kategorie 2 zu bewerten, denn diese Abstände entsprechen den in den o.g. Normen geforderten Werten des faserparallel beanspruchten Zugstabes in Bild 7.2.10.

Die bislang geltenden Regelungen für Nagelverbindungen mit Douglasienholz, die aufgrund des Einführungserlasses des Landes Baden-Württemberg (GABI 1989 S. 545), über die in der DIN 1052 (1988) enthaltenen Regelungen hinausgehend, für alle Durchmesser der Nägel vorzubohren waren, sind nicht zu rechtfertigen. Der Festigkeitsklasse C30 (S13 nach DIN 4074) wird nach DIN EN 338 ein Mittelwert der Roh-

---

dichte von  $\rho_{\text{mean}} = 460 \text{ kg/m}^3$  zugeordnet. Ein Fichtenholz mit solch einer Rohdichte wird beim Einschlagen von Nägeln zum Spalten neigen. Deshalb sollte für die Holzarten Fichte, Tanne, Lärche, Douglasie und western hemlock folgende Regelung Eingang in die Normung finden:

$a_{4,c} = 10 \cdot d$  anstelle der bislang geforderten  $5 \cdot d$

oder

Erhöhung der Mindestholzdicke auf  $t \geq 14 \cdot d$  (jedoch wie bisher  $t \geq 24 \text{ mm}$ ).

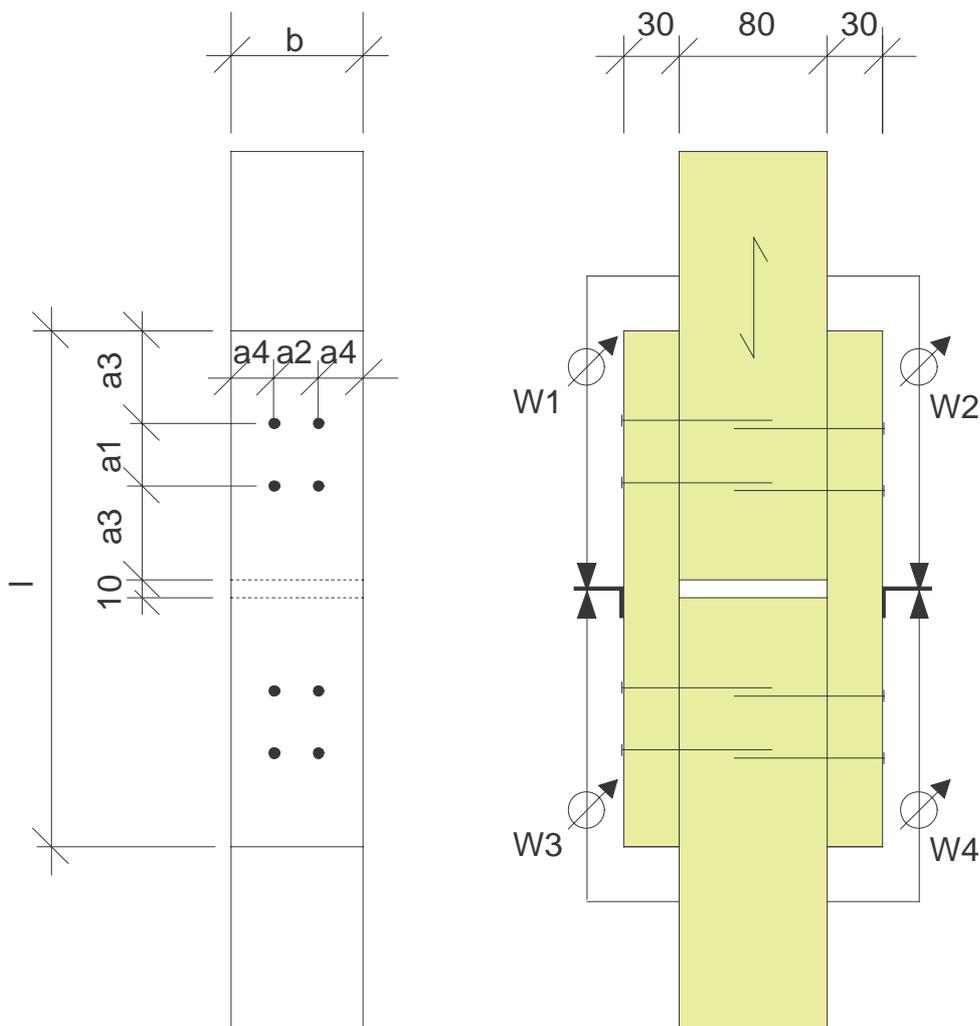
Dabei wurde western hemlock trotz des recht guten Verhaltens nach Tabelle 7.2.1 in diese Liste aufgenommen, da eine Beeinflussung des Verhaltens durch die besondere Anordnung der Jahrringe infolge des Einschnittes nicht auszuschließen ist. Zudem werden nach Abschnitt 3 unter dem Handelsnamen western hemlock gelegentlich auch die Tannenarten *abies amabilis* und *abies grandis* verkauft.

Für Kiefernholz deutscher und amerikanischer Herkunft können dagegen die bisherigen Regelungen beibehalten werden.

## 8 Zugscherversuche mit Nagelverbindungen

### 8.1 Versuchsdurchführung

Als Verbindungsmittel wurden die gleichen Maschinenstifte wie in Abschnitt 7 verwendet, die mit dem selben Druckluftnagler eingeschlagen wurden. Es wurden einschnittige Holz-Holzverbindungen geprüft. Bild 8.1.1 zeigt die Abmessungen und die Bezeichnungen der Wegaufnehmer.



**Bild 8.1.1:** Maße der Prüfkörper für die Zugscherversuche mit Nägeln

Bild 8.1.2 zeigt einen Prüfkörper in der Prüfmaschine.



**Bild 8.1.2:** In die Versuchsvorrichtung eingebauter Prüfkörper

In Anhang F Tabelle F.1 sind die an einer Stichprobe der verwendeten Nägel ermittelten Fließmomente enthalten, in den Tabellen F.2 und F.3 die Ausziehwi-  
derstände.

Tabelle 8.1.1 enthält die Mittelwerte und Standardab-  
weichungen der Fließmomente der Stichprobe.

Tabelle 8.1.2 enthält die Mittelwerte und Standardab-  
weichungen der Ausziehkräfte der Stichproben.

Es wird bei den verwendeten Maschinenstiften das gleiche Harz verwendet wie bei Klammern. Klammern dürfen aber aufgrund der Verklebung zwischen Stahl und Holz und bei Vorliegen einer entsprechenden bauaufsichtlichen Zulassung auch langfristig oder ständig auf Herausziehen beansprucht werden. Die Beharzung der Maschinenstifte erhöht den Auszieh-  
widerstand, verglichen mit nicht beharzten Drahtstif-  
ten.

**Tabelle 8.1.1:** Mittelwerte und Standardabweichungen der Fließmomente

	Für Biegewinkel 26,8° nach Entwurf zur DIN 1052 (2000)	Für Biegewinkel bei der Höchstlast (Biegewinkel $\leq 45^\circ$ )
Mittelwert [Nmm]	5494	5613
Standardabweichung [Nmm]	96	105

**Tabelle 8.1.2:** Mittelwerte und Standardabweichungen der Ausziehkräfte,  
Einschlagtiefe  $s_w = 40,0$  mm

	Höchstlast [N]	Rohdichte $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Holzfeuchte u [%]
Fichtenholz			
Mittelwert [N]	709	398	13,3
Standardabweichung [N]	138	30,0	0,56
Kiefernholz			
Mittelwert [N]	884	575	11,8
Standardabweichung [N]	185	27,2	0,42

Den Ergebnissen des Abschnittes 7 entsprechend, wurden die Abstände für die Zugversuche mit Nägeln so gewählt, dass ein Spalten durch das Einschlagen nicht zu erwarten war. Mit diesen Abständen trat lediglich bei einem Nagel eines Prüfkörpers aus Lärchenholz ein Spalten beim Einschlagen auf (Prüfkörper LÄ\_13, bei Wegaufnehmer W2).

**Tabelle 8.1.3:** Abstände der Nägel

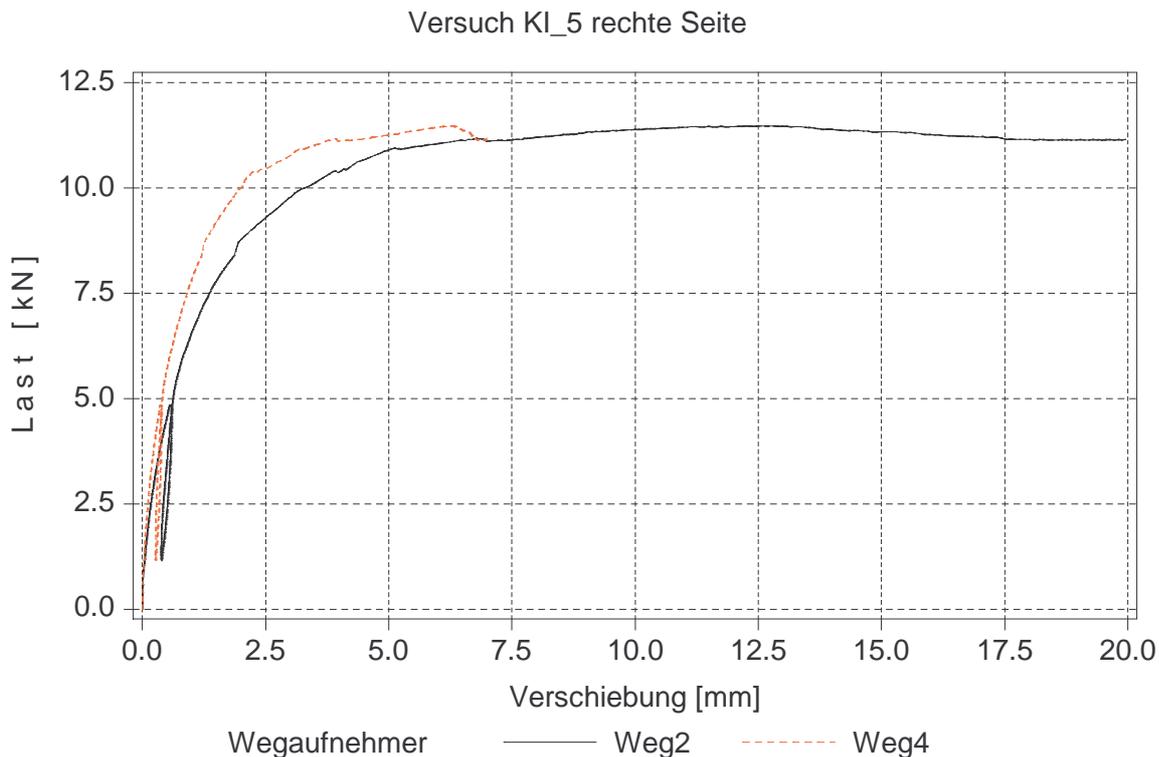
Holzart	$a_2 = a_4$	b	$a_1$	$a_3$	l
Douglasie	23,8	71,4	51	68	384
Fichte					
Lärche					
Tanne					
western hemlock					
Tanne_k	23,8	71,4	34	63	334
Kiefer	17	51	34	51	282
southern pine					
red cedar					

Die Holzfeuchte  $u$  wurde nach Durchführung der Versuche an kleinen Volumen mit dem Darrverfahren ermittelt. Tabelle 6.1.1 enthält statistische Werte der Holzfeuchten der verwendeten Prüfkörper. Für jeden Prüfkörper wurden die Holzfeuchten der Mittelhölzer und Seitenhölzer ermittelt und aus diesen Werten der Mittelwert gebildet. Die Spalte Anzahl in Tabelle 8.1.4 gibt die Prüfkörperanzahl an.

**Tabelle 8.1.4:** Statistische Werte der Holzfeuchten

Holzart	Anzahl	Mittelwert [%]	Standardabweichung [%]	Kleinstwert [%]	Größtwert [%]
Douglasie	10	11,5	0,23	11,2	12,0
Fichte	10	12,5	0,43	11,7	13,1
Kiefer	10	11,8	0,29	11,2	12,1
Lärche	10	11,6	0,46	10,6	12,1
Tanne	8	11,4	0,31	11,0	11,7
Tanne_k	8	11,8	0,27	11,3	12,2
red cedar	2	10,6	0,78	10,0	11,1
southern pine	6	11,0	0,34	10,6	11,4
western hemlock	10	11,4	0,64	10,2	12,3

Die Verbindungen zeigten ein duktileres Verhalten. Da je Versuch vier Anschlüsse geprüft wurden, war es nicht immer möglich, eine Verformung von 15 mm an allen Anschlüssen zu erreichen, insbesondere wenn ein Teil der Anschlüsse sich weicher verhielt. Bild 8.1.3 zeigt das Last-Verschiebungsverhalten zweier Wegaufnehmer eines Versuches. Da sich der Anschluss bei Wegaufnehmer W2 sehr weich verhielt, konnte die Last nicht mehr weiter gesteigert werden.



**Bild 8.1.3:** F-v-Diagramm der Wegaufnehmer W2 und W4 eines Versuchs

Ein ähnliches Verhalten zeigten Prüfkörper bei denen Spalten in einem Anschlussbereich auftrat. Auch hier war eine weitere Laststeigerung oft nicht mehr möglich. Somit bestimmte der weichste oder schwächste Anschlussbereich die Höchstlast.

Bei den Korrelationsuntersuchungen des Abschnittes 8.2 wurden nur diejenigen Anschlussbereiche berücksichtigt, deren Verschiebung mindestens 15 mm betrug oder die spalteten. Dabei wurden die für die Korrelationsuntersuchungen verwendeten Werte, wie die Rohdichte, die Verschiebungsmoduln oder die Duktilität, als Mittelwerte derjenigen Anschlussbereiche eines Prüfkörpers berücksichtigt, die eines oder beide Kriterien erfüllten. Als Rohdichte jedes Anschlussbereichs wurde der Mittelwert der Mittel- und Seitenlasche angenommen.

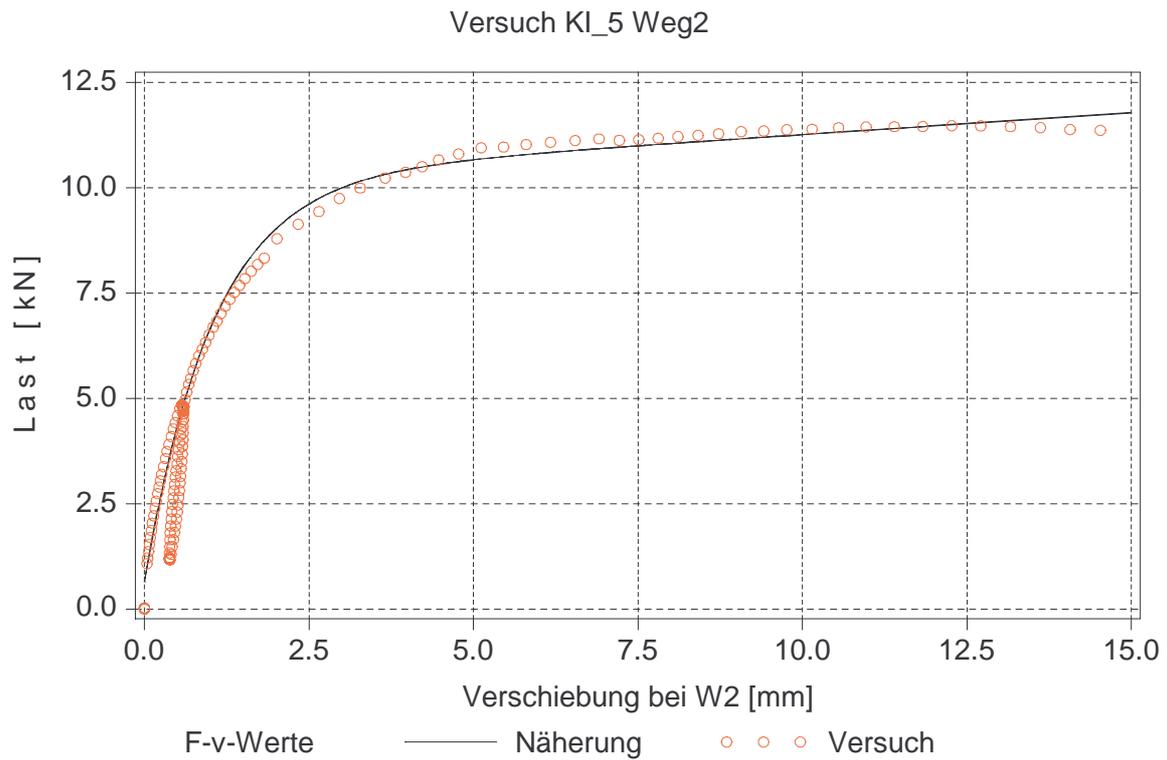
Zur Berechnung der Duktilität konnte bei den Versuchen mit Nägeln, aufgrund des duktileren Verhaltens, ein anderes Verfahren als bei den Zugscherversuchen mit Stabdübeln verwendet werden.

An die gemessenen Last-Verschiebungspunkte wurde eine Näherungsfunktion nach Werner (1993) angepasst:

$$F(v) = (K_2 + K_3 \cdot (v - v_s)) \cdot (1 - \exp(-K_1 \cdot \frac{v - v_s}{K_2})) \quad (8.1.1).$$

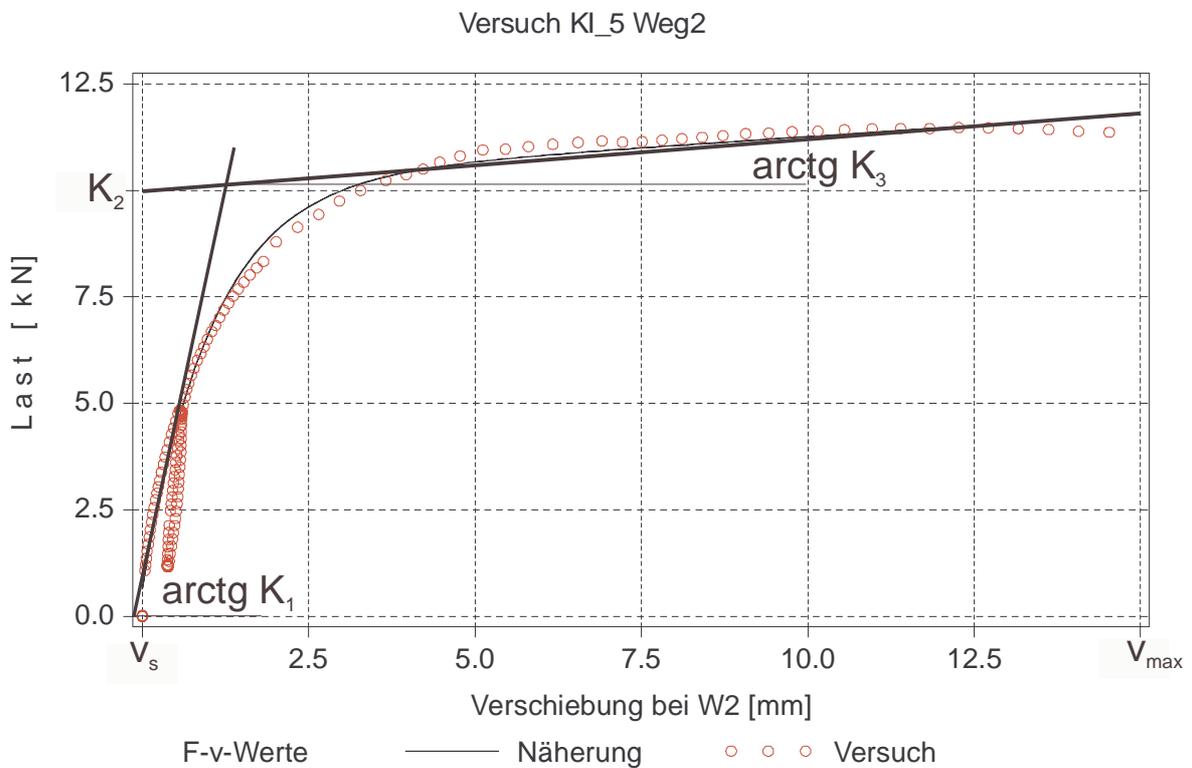
Dabei wurden nur Messwerte bis zu einer Verschiebung < 15 mm berücksichtigt.

Bild 8.1.4 zeigt die Messwerte und den Verlauf der Näherungsfunktion.



**Bild 8.1.4:** F-v-Diagramm und Verlauf der Näherungsfunktion

Bild 8.1.5 zeigt die Konstanten der Näherungsfunktion nach (8.1.1).



**Bild 8.1.5:** Konstanten der Näherungsfunktion

Die statische Duktilität nach (4.1.2) wird berechnet zu:

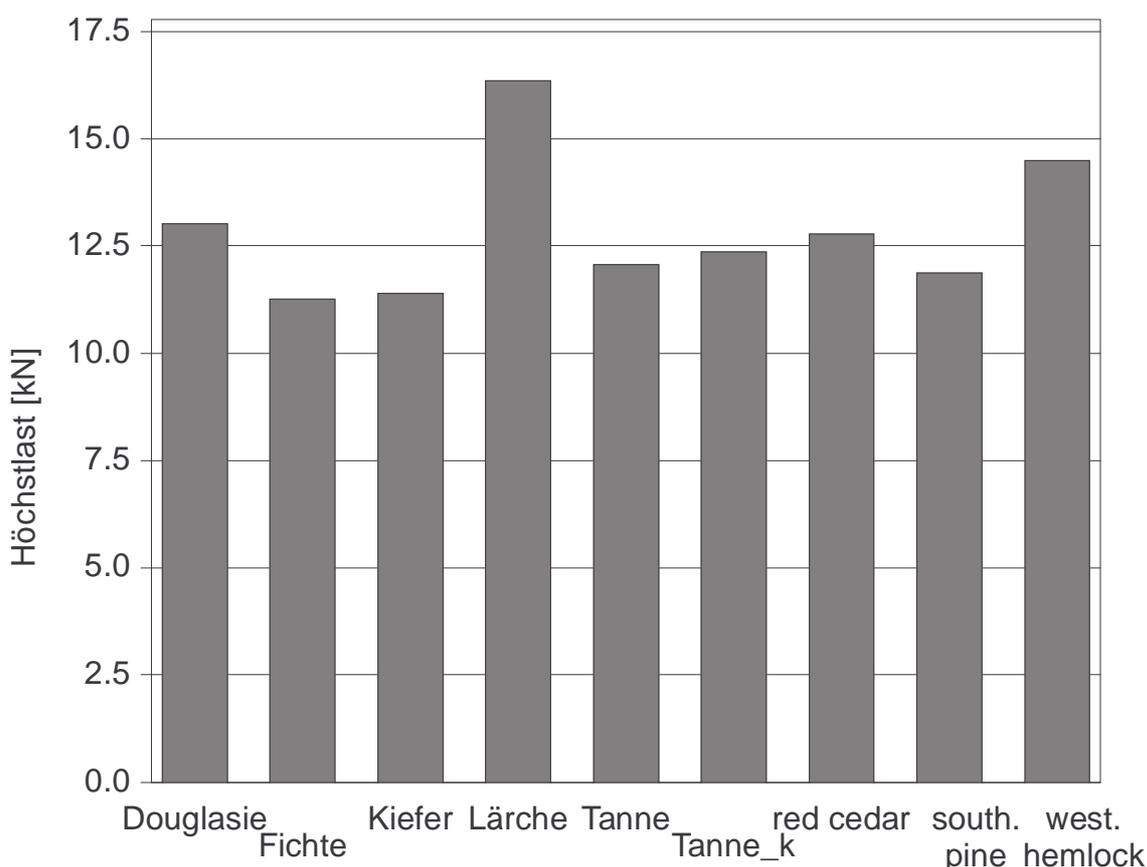
$$D_s = (v_{\max} - v_s) / v_y \quad (8.1.2)$$

mit

$$v_y = K_2 / K_1 \quad (8.1.3).$$

## 8.2 Ergebnisse

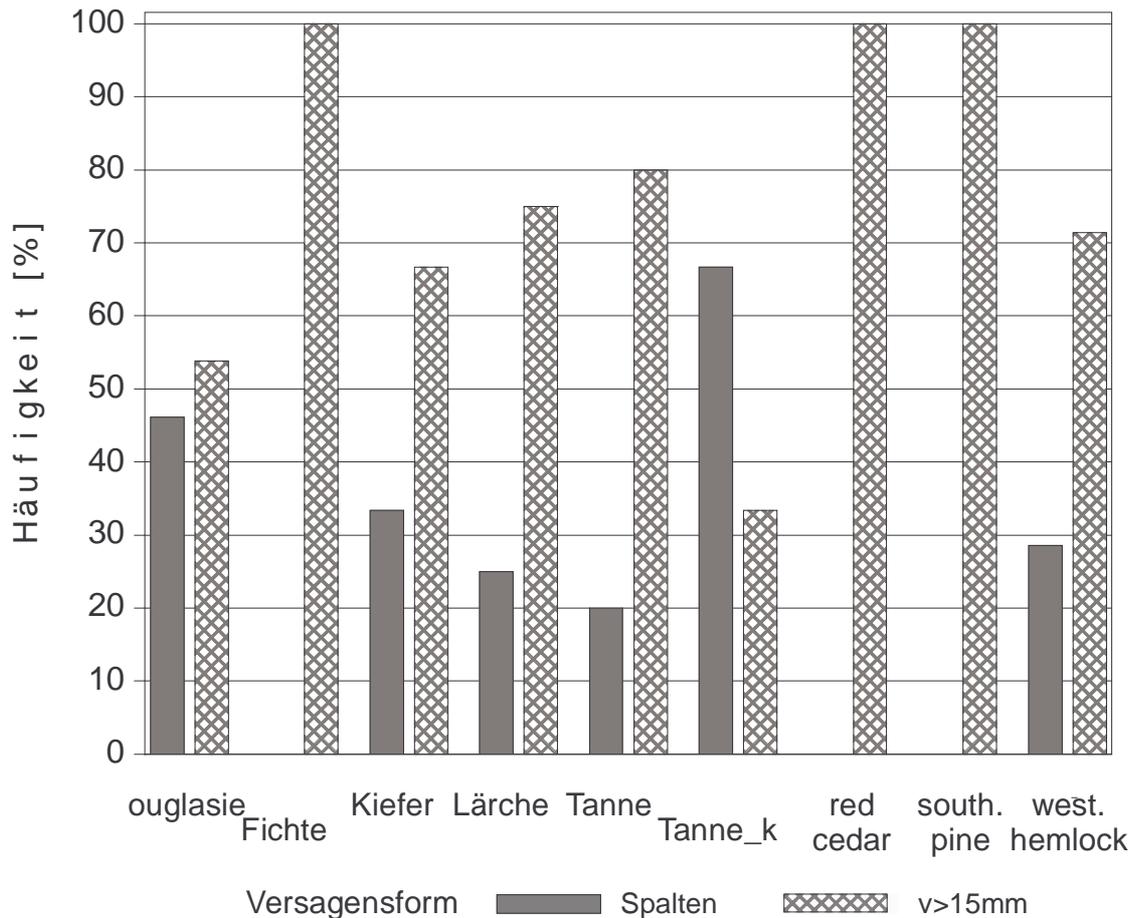
Die Mittelwerte der Höchstlasten (Bild 8.2.1) der Prüfkörper aus den Holzarten Kiefer, southern pine und red cedar erreichen trotz geringerer Nagelabstände nach Tabelle 8.1.3 Höchstlasten in der Größenordnung der Prüfkörper der anderen Holzarten. Das gleiche gilt für die Serie der Tannenprüfkörper mit geringeren Abständen (Tanne\_k).



**Bild 8.2.1:** Mittelwerte der Höchstlasten

Bild 8.2.2 zeigt in einem Vergleich den Anteil derjenigen Anschlussbereiche die gespalten sind und den Anteil der Anschlussbereiche deren Verschiebung  $> 15$  mm war.

Das Spalten trat zumeist bei großen Verschiebungen der jeweiligen Anschlussbereiche auf, so dass auch die gespaltenen Anschlussbereiche eine hohe Duktilität nach Gleichung (8.1.2) aufwiesen (Bild 8.2.6). Aus diesen Gründen ist das Spalten von Nagelverbindungen, die nicht bereits beim Einschlagen spalten, für übliche Baukonstruktionen unkritisch.



**Bild 8.2.2:** Anteile der Versagensformen

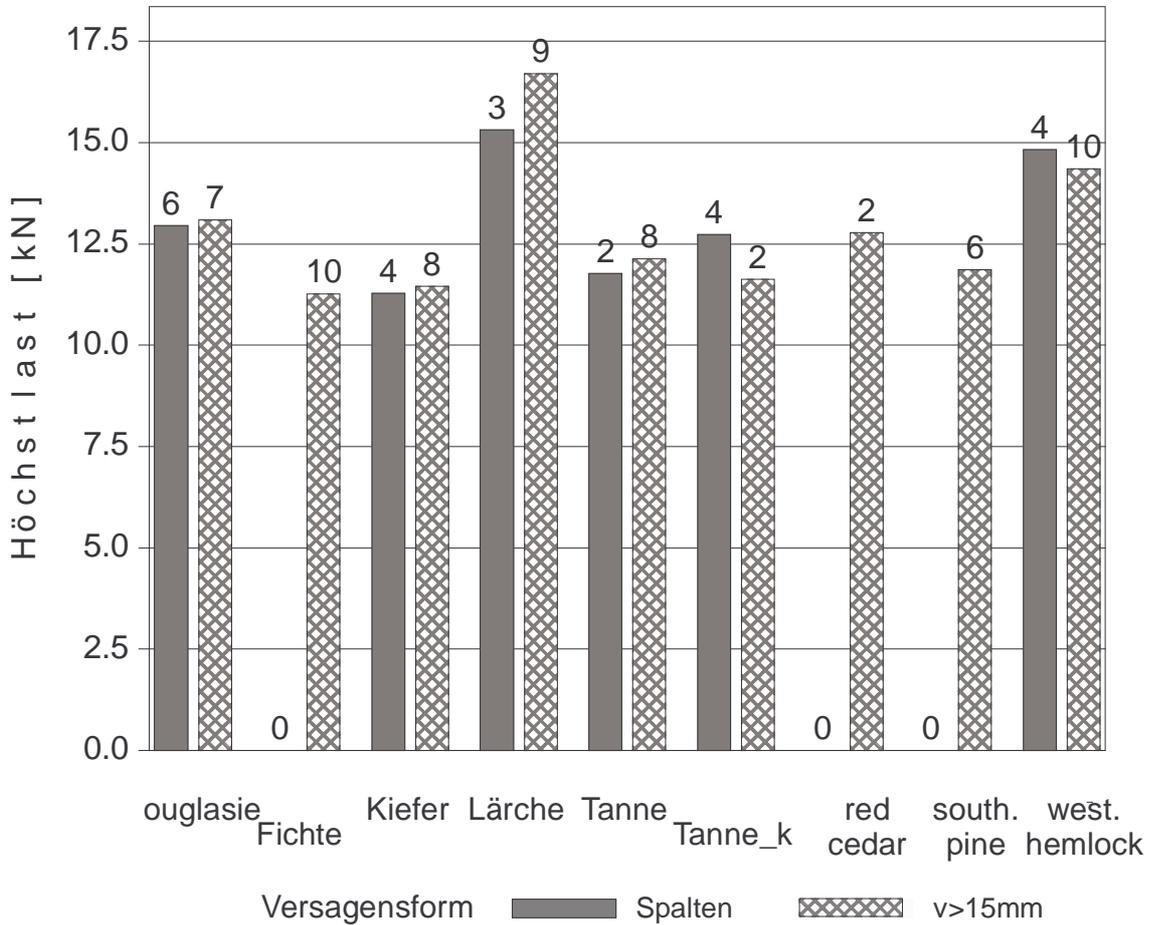
Da bei manchen Prüfkörpern ein Spalten bei sehr großen Verschiebungen zu beobachten war, kann bei der im weiteren getroffenen Unterscheidung nach gespaltene Anschlussbereiche und solchen, die Verschiebungen > 15 mm erreichten, derselbe Prüfkörper in beiden Kategorien auftauchen.

Bild 8.2.3 zeigt gespaltene Anschlussbereiche von Prüfkörpern aus Tannenholz. Bei dem im linken Bild dargestellten Prüfkörper erreichte der Anschlussbereich links oben bei dem Wegaufnehmer W1 eine Verschiebung > 15 mm, der Anschlussbereich rechts oben bei W2 spaltete. Das Spalten bei großen Verschiebungen beruht zum Teil auf dem Einziehen der Nagelköpfe, so dass zusätzlich Holz verdrängt wird (Bild 8.2.3). Die Spaltkraft  $V$  nach Abschnitt 4.2 erhöht sich dadurch.



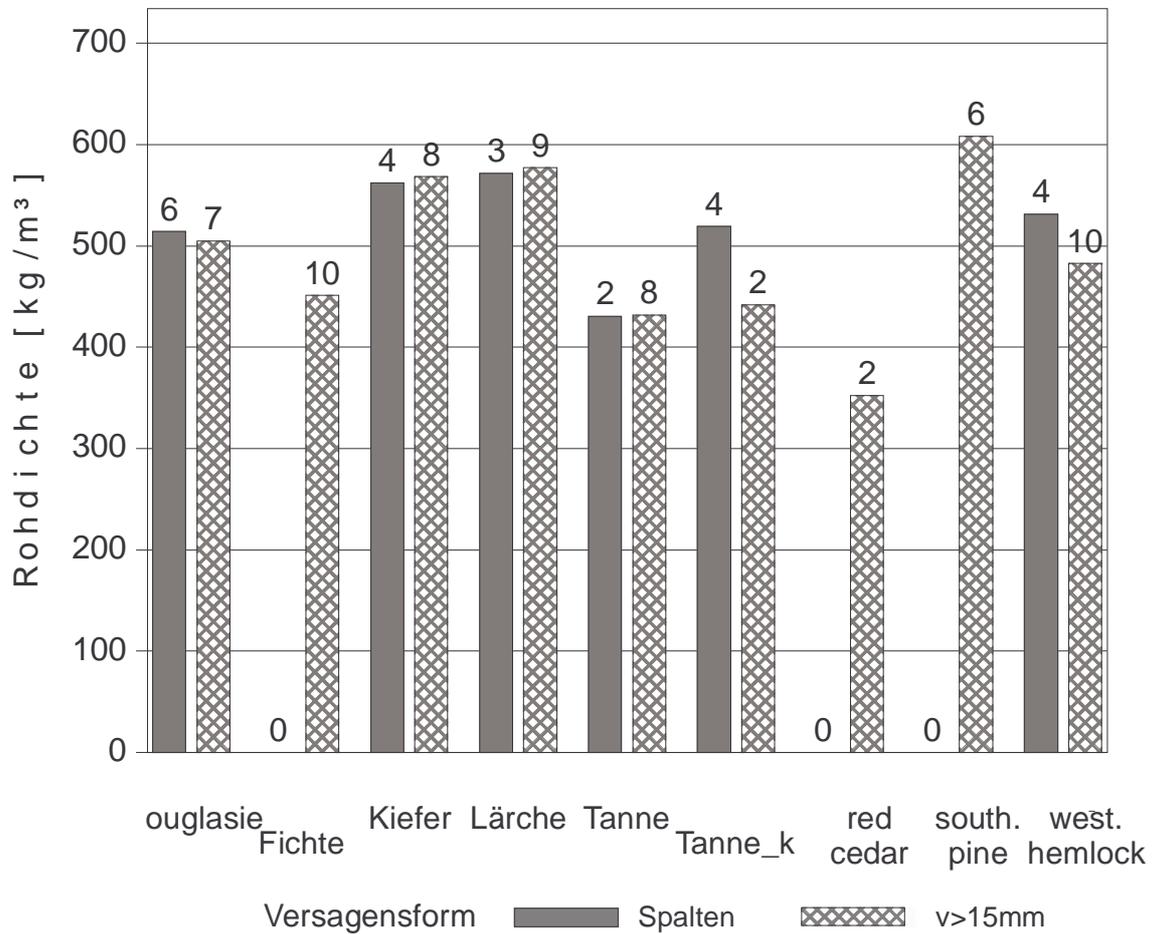
**Bild 8.2.3:** Gespaltene Zugscherversuche aus Tannenholz

Bild 8.2.4 zeigt die Mittelwerte der Höchstlasten, getrennt in die Gruppen der beiden Versagenskriterien. Die Zahl über den Balken gibt an, wie viele Anschlussbereiche bei der Mittelwertbildung berücksichtigt wurden.



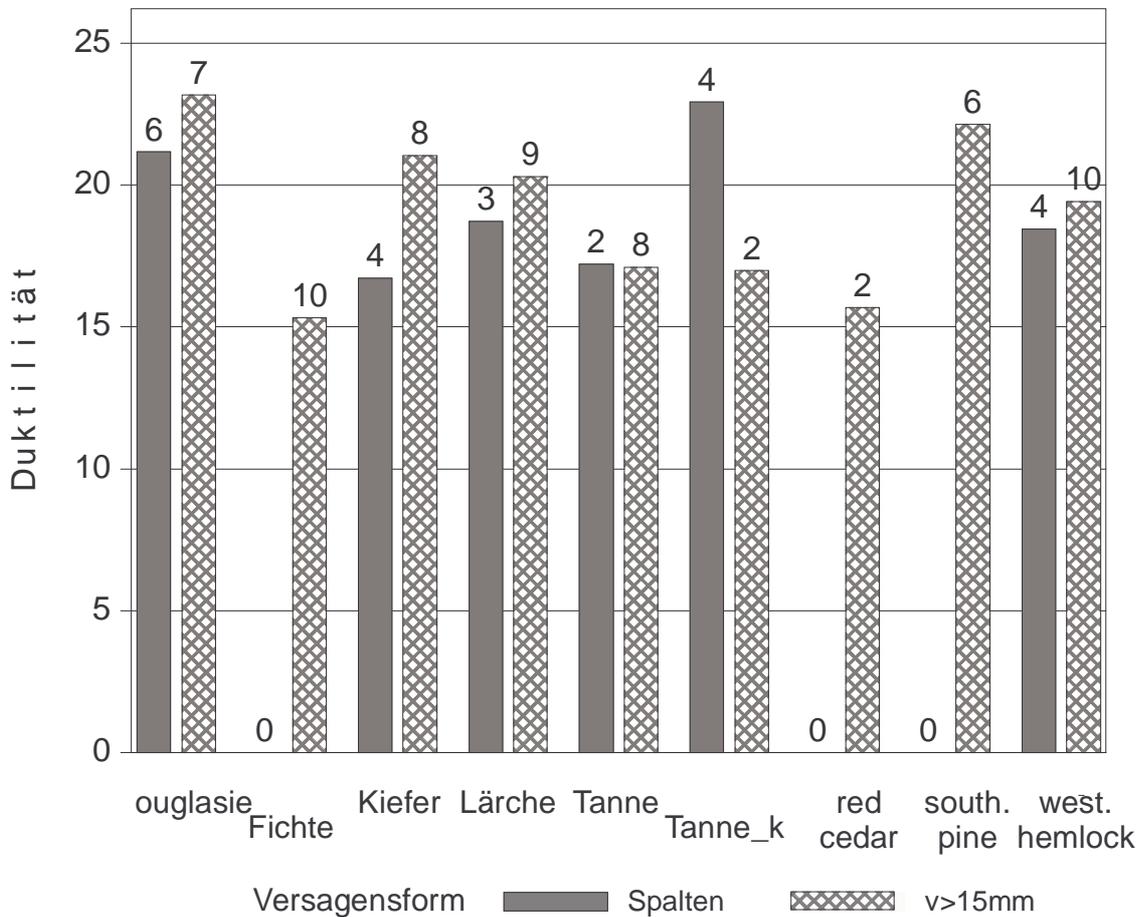
**Bild 8.2.4:** Mittelwerte der Höchstlasten nach Versagenskategorien getrennt

Bild 8.2.5 zeigt die Mittelwerte der Rohdichten der bei der weiteren Auswertung berücksichtigten Anschlussbereiche. Die Mittelwerte der Rohdichten der beiden Versagenskategorien unterscheiden sich nur geringfügig.



**Bild 8.2.5:** Mittelwerte der Rohdichten

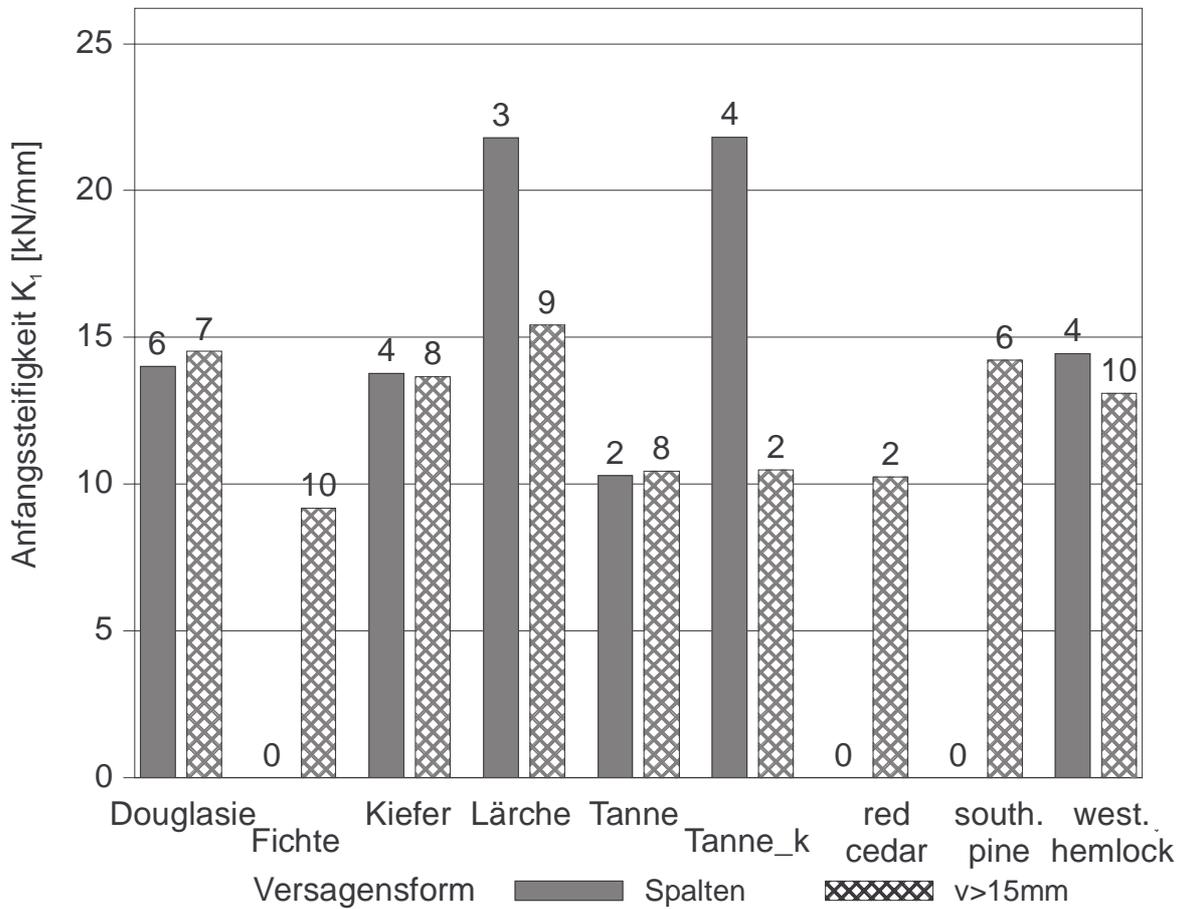
Bild 8.2.6 zeigt die Duktilitäten nach (8.1.2) der Anschlussbereiche, wiederum getrennt für die beiden Versagenskriterien.



**Bild 8.2.6:** Mittelwerte der Duktilität

Nach Bild 8.2.6 weisen auch die gespaltenen Anschlussbereiche sehr hohe Werte der Duktilität auf. Diese ungewöhnliche Beobachtung ist durch die großen Verschiebungen zu erklären, bei denen das Spalten meist auftrat.

Bild 8.2.7 zeigt die Werte der Anfangssteifigkeit  $K_1$  nach Bild 8.1.5. Auffällig sind die Mittelwerte der Prüfkörper aus Lärchenholz und diejenigen der Serie Tanne\_k.



**Bild 8.2.7:** Mittelwerte der Anfangssteifigkeit

Tabelle 8.2.1 enthält die Mittelwerte der Höchstlasten  $F_{\max}$ , der Anfangssteifigkeiten  $K_1$ , der Duktilitäten  $D$ , der nach Abschnitt 5 ermittelten Energiefreisetzungsraten, der Rohdichten  $\rho$  und der maximalen Verschiebungen  $v_{\max}$ . Berücksichtigt wurden nach den in Abschnitt 8.1 beschriebenen Verfahren nur diejenigen Anschlussbereiche, die Verschiebungen  $v_{\max} \geq 15$  mm aufwiesen oder spalteten. Vor der Mittelwertbildung für die Holzart und das Versagenskriterium wurden die Mittelwerte des Prüfkörpers bestimmt.

**Tabelle 8.2.1** Statistische Kennwerte von  $F_{\max}$ ,  $K_1$ ,  $D$ ,  $G_{ID}$ ,  $\rho$ ,  $v_{\max}$

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Spalten					
Douglasie n = 6	$F_{\max}$ [kN]	12,9	1,41	10,6	14,9
	$K_1$ [kN/mm]	14,0	2,92	10,8	18,6
	$D$	21,2	1,10	19,1	22,2
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,256	0,04	0,19	0,30
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	514	18,0	498	542
	$v_{\max}$ [mm]	14,5	1,00	12,5	15,0
$v > 15$ mm					
Douglasie n = 7	$F_{\max}$ [kN]	13,1	0,89	11,7	14,1
	$K_1$ [kN/mm]	14,5	2,39	11,3	18,6
	$D$	23,2	4,54	18,4	32,9
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,28	0,04	0,23	0,33
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	504	26,5	463	537
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,02	14,9	15,0

**Tabelle 8.2.1 (Fortsetzung):** Statistische Kennwerte von  $F_{\max}$ ,  $K_1$ ,  $D$ ,  $G_{ID}$ ,  $\rho$ ,  $v_{\max}$ 

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Spalten					
Fichte n = 0	$F_{\max}$ [kN]	-	-	-	-
	$K_1$ [kN/mm]	-	-	-	-
	D	-	-	-	-
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	-	-	-	-
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	-	-	-	-
	$v_{\max}$ [mm]	-	-	-	-
v > 15 mm					
Fichte n = 10	$F_{\max}$ [kN]	11,3	1,38	9,91	13,6
	$K_1$ [kN/mm]	9,18	1,44	7,83	12,4
	D	15,3	1,63	13,1	18,0
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,22	0,05	0,16	0,31
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	451	31,7	420	516
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,02	14,9	15,0
Spalten					
Kiefer n = 4	$F_{\max}$ [kN]	11,3	1,21	9,48	12,0
	$K_1$ [kN/mm]	13,8	3,39	9,06	16,4
	D	16,7	4,64	12,5	23,1
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,55	0,22	0,36	0,86
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	562	74,6	462	632
	$v_{\max}$ [mm]	12,2	4,85	4,95	15,0
v > 15 mm					
Kiefer n = 8	$F_{\max}$ [kN]	11,5	0,81	10,0	12,1
	$K_1$ [kN/mm]	13,7	2,37	10,3	16,5
	D	21,0	4,12	14,3	26,3
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,48	0,09	0,36	0,64
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	568	56,6	492	657
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,02	14,9	15,0

**Tabelle 8.2.1** (Fortsetzung): Statistische Kennwerte von  $F_{\max}$ ,  $K_1$ ,  $D$ ,  $G_{ID}$ ,  $\rho$ ,  $v_{\max}$ 

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Spalten					
Lärche n = 3	$F_{\max}$ [kN]	15,3	0,44	14,9	15,8
	$K_1$ [kN/mm]	21,8	5,34	18,4	28,0
	D	18,7	3,54	14,7	21,1
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,34	0,03	0,31	0,36
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	572	8,21	564	580
	$v_{\max}$ [mm]	10,2	4,31	6,62	15,0
v > 15 mm					
Lärche n = 9	$F_{\max}$ [kN]	16,7	1,77	14,8	19,5
	$K_1$ [kN/mm]	15,4	2,52	12,6	21,0
	D	20,3	3,63	14,3	25,4
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,31	0,08	0,16	0,44
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	577	19,4	554	604
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,01	14,9	15,0
Spalten					
Tanne n = 2	$F_{\max}$ [kN]	11,8	0,80	11,2	12,3
	$K_1$ [kN/mm]	10,3	2,93	8,21	12,4
	D	17,2	4,11	14,3	20,1
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,14	0,11	0,07	0,22
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	431	32,8	407	454
	$v_{\max}$ [mm]	14,9	0,00	14,9	14,9
v > 15 mm					
Tanne n = 8	$F_{\max}$ [kN]	12,1	0,88	11,3	13,9
	$K_1$ [kN/mm]	10,4	1,12	9,06	12,3
	D	17,1	1,83	14,4	19,7
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,15	0,08	0,07	0,22
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	431	21,7	407	479
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,02	14,8	15,0

**Tabelle 8.2.1 (Fortsetzung):** Statistische Kennwerte von  $F_{\max}$ ,  $K_1$ ,  $D$ ,  $G_{ID}$ ,  $\rho$ ,  $v_{\max}$ 

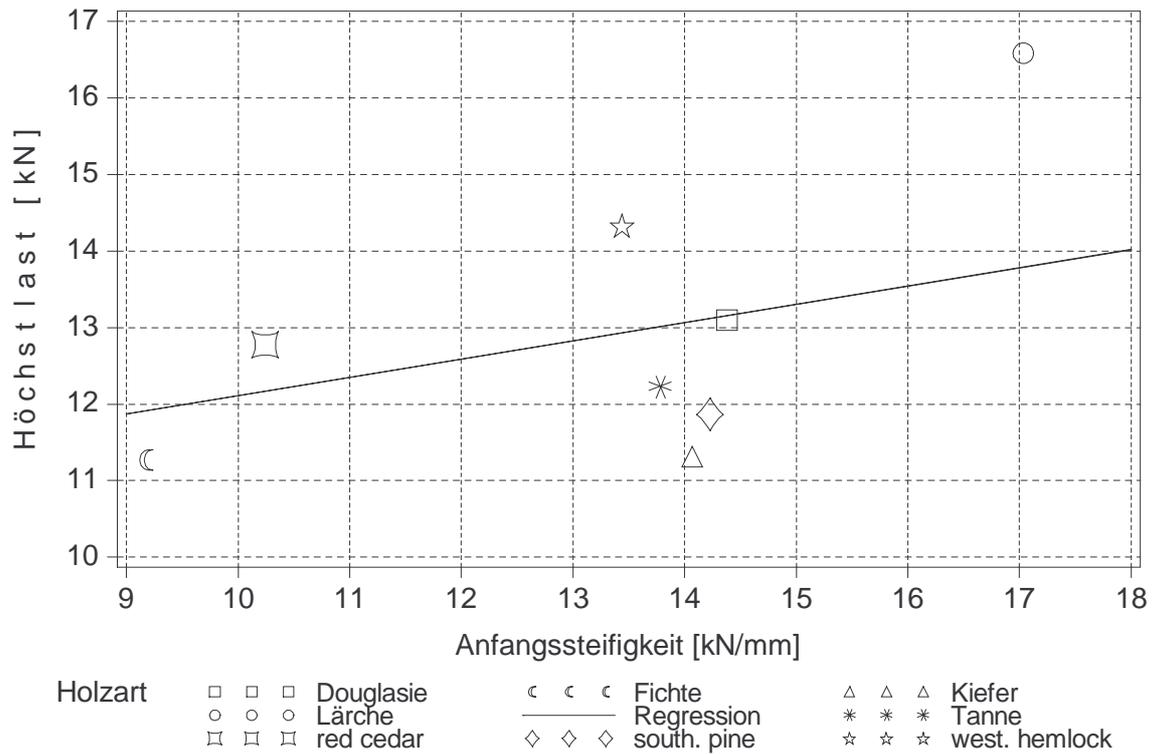
Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Spalten					
Tanne_k n = 4	$F_{\max}$ [kN]	12,7	1,86	11,2	15,4
	$K_1$ [kN/mm]	21,8	9,70	8,90	31,0
	D	22,9	9,72	12,8	36,2
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,16	0,04	0,13	0,22
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	520	57,4	462	569
	$v_{\max}$ [mm]	10,9	3,04	8,05	14,9
v > 15 mm					
Tanne_k n = 2	$F_{\max}$ [kN]	11,6	1,34	10,7	12,6
	$K_1$ [kN/mm]	10,5	3,75	7,84	13,1
	D	17,0	4,32	13,9	20,0
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,16	0,02	0,14	0,17
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	441	36,9	416	467
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,01	15,0	15,0
v > 15 mm					
red cedar n = 2	$F_{\max}$ [kN]	12,8	1,53	11,7	13,9
	$K_1$ [kN/mm]	10,2	1,31	9,31	11,2
	D	15,7	1,44	14,7	16,7
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,20	0,032	0,18	0,22
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	352	22,1	337	368
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,00	15,0	15,0
v > 15 mm					
south. pine n = 6	$F_{\max}$ [kN]	11,9	1,05	10,7	13,5
	$K_1$ [kN/mm]	14,2	1,95	11,8	17,4
	D	22,1	2,63	19,0	26,3
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,60	0,19	0,37	0,94
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	608	50,4	533	690
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,01	14,9	15,0

**Tabelle 8.2.1** (Fortsetzung): Statistische Kennwerte von  $F_{\max}$ ,  $K_1$ ,  $D$ ,  $G_{ID}$ ,  $\rho$ ,  $v_{\max}$ 

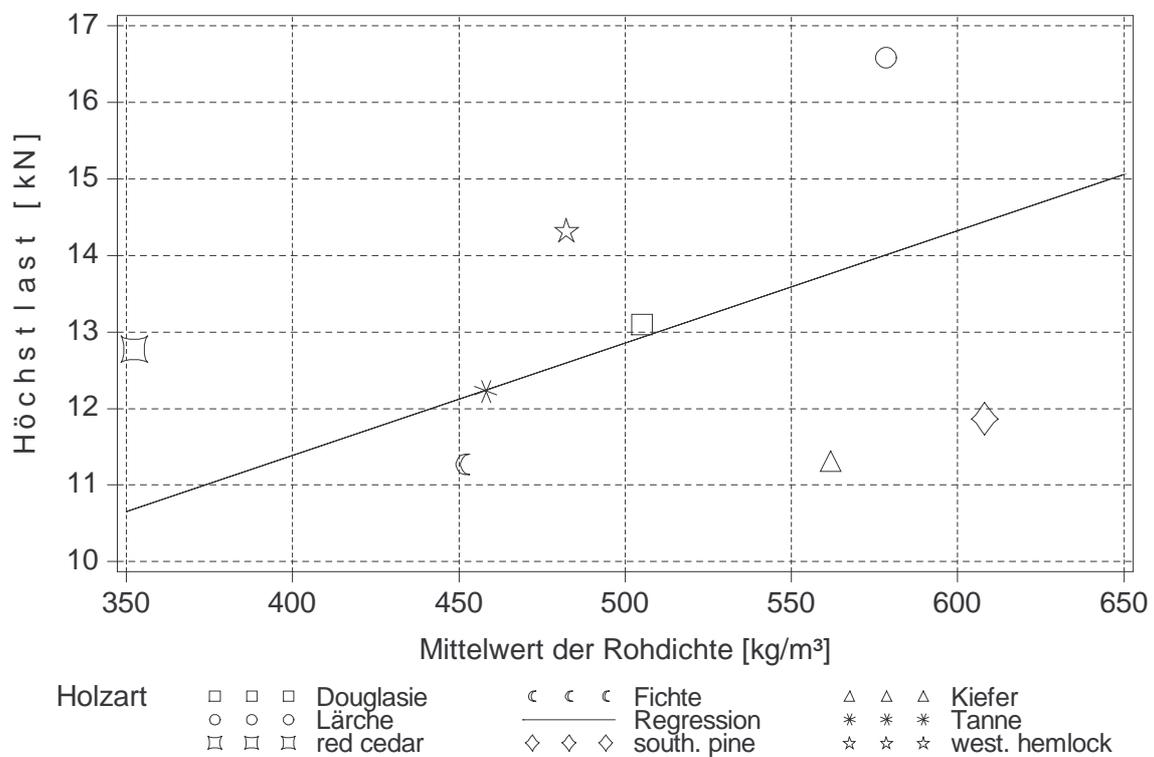
Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Spalten					
west. hem- lock n = 4	$F_{\max}$ [kN]	14,8	2,22	12,6	17,4
	$K_1$ [kN/mm]	14,4	1,48	12,3	15,6
	D	18,5	2,99	15,5	22,5
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,28	0,02	0,26	0,31
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	531	16,4	513	545
	$v_{\max}$ [mm]	14,1	1,67	11,6	15,0
v > 15 mm					
west. hem- lock n = 10	$F_{\max}$ [kN]	14,4	4,45	10,3	25,1
	$K_1$ [kN/mm]	13,1	5,80	6,61	25,1
	D	19,4	7,14	9,76	28,3
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,25	0,05	0,15	0,32
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	483	71,9	396	597
	$v_{\max}$ [mm]	15,0	0,02	14,9	15,0

Bei den folgenden Korrelationsuntersuchungen werden die Werte derjenigen Anschlussbereiche, die eines der beiden Versagenskriterien erfüllen, gemittelt, so dass je Prüfkörper nur eine Beobachtung berücksichtigt wird. So wird eine stärkere Gewichtung derjenigen Prüfkörper vermieden, bei denen an zwei Anschlussbereichen ein Versagen zu beobachten war. Die berücksichtigten Werte der beiden Versagenskriterien unterscheiden sich nur geringfügig.

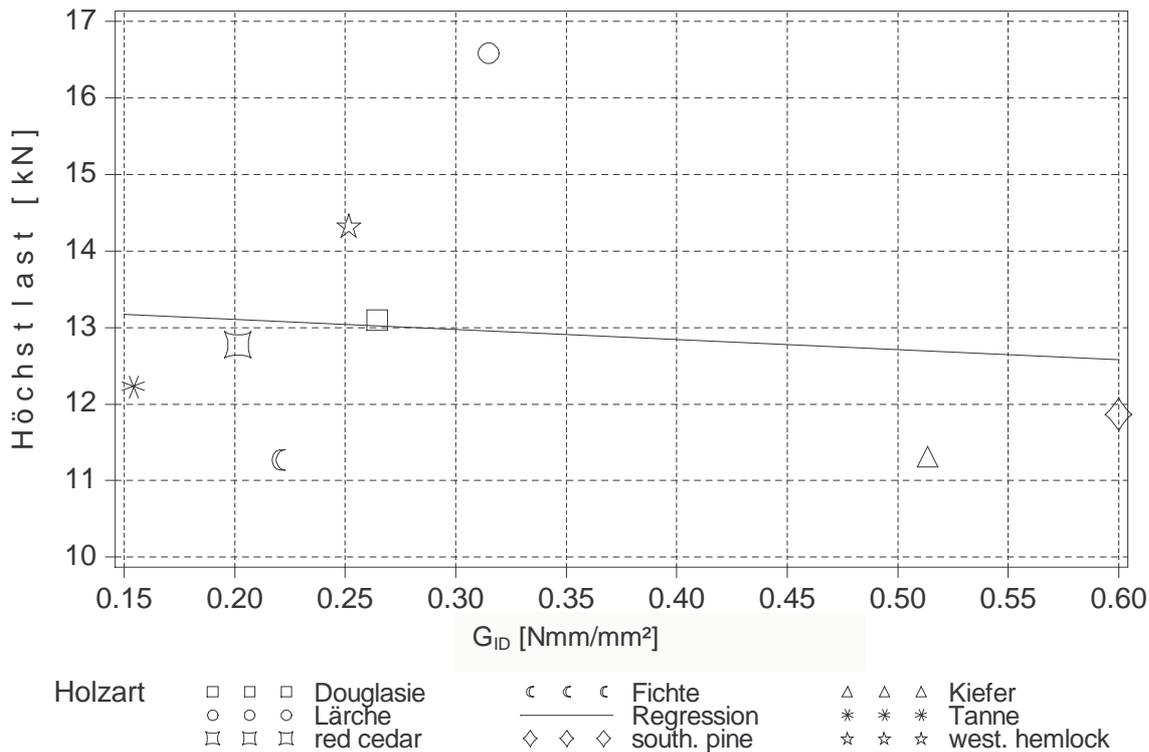
Die Bilder 8.2.8 bis 8.2.10 zeigen die Mittelwerte der Höchstlasten über den Mittelwerten anderer Eigenschaften der einzelnen Holzarten. Die Gleichungen der Regressionsgeraden wurden mit den zugehörigen Werten der einzelnen Versuche ermittelt.



**Bild 8.2.8:** Mittelwerte der Höchstlast über den Mittelwerten von  $K_1$



**Bild 8.2.9:** Mittelwerte der Höchstlast über den Mittelwerten der Rohdichte



**Bild 8.2.10:** Mittelwerte der Höchstlast über den Mittelwerten von  $G_{ID}$

Tabelle 6.2.3 enthält die nach Gleichung (6.2.4) benötigten Kenngrößen für die Regressionsuntersuchungen.

**Tabelle 8.2.2:** Kenngrößen der Regression

y-Achse		x-Achse		Korrelationskoeffizient r
$\bar{F}_{max} = 13,0 \text{ kN}$	$\sigma_y = 2,61 \text{ kN}$	$\bar{K}_1 = 105 \text{ kN/mm}$	$\sigma_x = 4,61 \text{ kN/mm}$	$r = 0,421$
$\bar{F}_{max} = 13,0 \text{ kN}$	$\sigma_y = 2,61 \text{ kN}$	$\bar{\rho}_{mean} = 508 \text{ kg/m}^3$	$\sigma_x = 75,8 \text{ kg/m}^3$	$r = 0,428$
$\bar{F}_{max} = 13,0 \text{ kN}$	$\sigma_y = 2,61 \text{ kN}$	$\bar{G}_{ID} = 0,303 \text{ Nmm/mm}^2$	$\sigma_x = 0,166 \text{ Nmm/mm}^2$	$r = -0,085$
$\bar{F}_{max} = 13,0 \text{ kN}$	$\sigma_y = 2,61 \text{ kN}$	Winkel $\alpha = 51,9^\circ$ nach Abschnitt 6.1	$\sigma_x = 16,7^\circ$	$r = 0,152$

Der schwache Zusammenhang zwischen der Höchstlast und den den Prüfkörpern nach Abschnitt 5 zugeordneten Energiefreisetzungsraten ist durch die großen Ver-

schiebungen zu erklären, die auch bei den gespaltenen Anschlussbereichen zu beobachten war. Das Spalten trat bei Verschiebungen auf, die deutlich über der Proportionalitätsgrenze des Last-Verschiebungsdiagramms lagen.

Bild 8.2.11 und Bild 8.2.12 zeigen geöffnete Anschlussbereiche nach der Versuchsdurchführung. Die Verformung des Nagels entspricht derjenigen nach dem Mechanismus 3 von Johansens Modell.



**Bild 8.2.11:** Geöffneter Anschlussbereich eines Prüfkörpers aus Douglasienholz

In Bild 8.2.12 ist auch das unterschiedliche Verhalten zweier Anschlussbereiche zu sehen. Die Verformungen links sind deutlich größer als diejenigen des rechten Anschlusses.



**Bild 8.2.12:** Geöffneter Anschlussbereich eines Prüfkörpers aus southern pine

Die zu erwartende Tragfähigkeit bei gleichen Lochleibungsfestigkeiten der beiden verbundenen Teile nach dem Versagensmechanismus 3 nach Johansen kann berechnet werden zu (Hilson (1995)):

$$F_{\text{Johansen},3} = 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2 \cdot M_y \cdot f_h \cdot d} \quad (8.2.1).$$

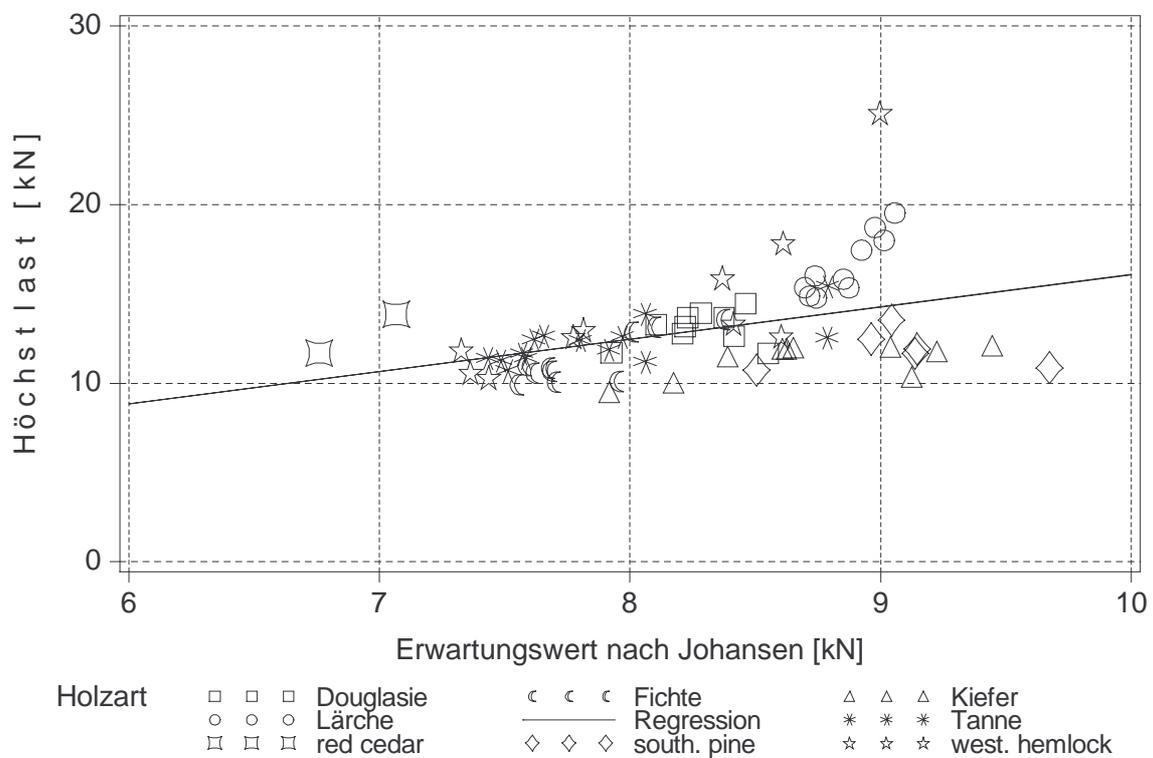
Mit dem Fließmoment  $M_y = 5490 \text{ Nmm}$  nach Tabelle 8.1.1, der Lochleibungsfestigkeit

$$f_h = 0,082 \cdot \rho \cdot d^{-0,3} \quad (8.2.2)$$

in Anlehnung an den Entwurf zur DIN 1052 (2000) und dem Nageldurchmesser  $d = 3,4 \text{ mm}$ , können den bislang untersuchten Anschlussbereichen Erwartungswerte der Tragfähigkeit nach (8.2.1) zugeordnet werden.

Als Rohdichte  $\rho$  wird der gemittelte Wert der Rohdichten der Seiten- und Mittellasche verwendet.

Bild 8.2.13 enthält die Höchstlasten der Versuche über den zugeordneten Werten nach den Gleichungen (8.2.1) und (8.2.2). Der Korrelationskoeffizient beträgt  $r = 0,432$ .



**Bild 8.2.13:** Höchstlasten der Versuche über den zu erwartenden Tragfähigkeiten nach (8.2.1)

Der Mittelwert nach Gleichung (8.2.1) für die berücksichtigten Anschlussbereiche beträgt  $\bar{F}_{\text{Johansen},3} = 8,28 \text{ kN}$ , derjenige der Prüfkörper  $\bar{F} = 13,0 \text{ kN}$ . Der Unterschied dürfte auf einer Verstärkung des sog. Seileffektes (Kuipers, van der Put(1982)) durch die Beharzung zurückzuführen sein.

## 9 Zusammenfassung

Das Ziel des Projektes war zunächst, die Neigung unterschiedlicher Holzarten zu spröden Versagensformen bei Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln abzuschätzen. Aufgrund der Vielzahl der untersuchten Holzarten, der verschiedenen Verbindungsmitteltypen und insbesondere der unbeschränkten Möglichkeiten beim Entwurf einer Verbindung im Holzbau sollte die Neigung der Holzarten, zu den in Abschnitt 1 gezeigten spröden Versagensformen, mit Hilfe bruchmechanischer Untersuchungen beurteilt werden. Die Bruchmechanik versucht mit Hilfe neuer Werkstoffkenngrößen und mit auf der Kontinuumsmechanik aufbauenden Modellen, Risswachstum in Körpern zu beschreiben.

In Abschnitt 2 werden die mechanischen Grundlagen dargestellt. Die ausgeprägte Orthotropie des Holzes lässt eine Übernahme der zahlreichen Lösungen bruchmechanischer Problemstellungen bei isotropem Werkstoffverhalten nicht zu. Die Orthotropie des Werkstoffes Holz kann bei den im Bauwesen zumeist verwendeten, eindimensionalen Stabtragwerken unberücksichtigt bleiben. Wird zur Lösung aber die Kontinuums- oder Bruchmechanik verwendet, muss das orthotrope Verhalten berücksichtigt werden.

In Abschnitt 3 sind die untersuchten Holzarten, ihre handelsüblichen Bezeichnungen und die botanischen Benennungen gegeben. Die DIN EN 1912 erlaubt die Zuordnung zahlreicher Holzarten, die nach national geregelten Verfahren sortiert wurden, zu den Festigkeitsklassen nach DIN EN 338. Diese Festigkeitsklassen werden bei einer Bemessung nach DIN 1052 (1988) verwendet. Bei einer unveränderten bauaufsichtlichen Einführung des entsprechenden Abschnittes des Entwurfs zur DIN 1052 (2000) dürfen in Zukunft zahlreiche Holzarten unterschiedlichster Herkunft in Deutschland für den Holzbau verwendet werden. Eine Anwendung der im Entwurf zur DIN 1052 (2000) gegebenen Regelungen für Verbindungsmittel auf diese Holzarten ist fragwürdig. Neben dem Zusammenhang zwischen charakteristischer Rohdichte und Lochleibungsfestigkeit ist insbesondere die Neigung zu den oben beschriebenen spröden Versagensformen für zahlreiche Holzarten unbekannt. Oft werden in den Herkunftsländern andere Arten von Verbindungsmitteln verwendet, so dass keine Erfahrungen mit den in Deutschland üblichen Verbindungsmitteln vorliegen. Auch unter diesem Gesichtspunkt ist das hier entwickelte Verfahren zur Untersuchung der Neigung zu sprödem Verhalten der unterschiedlichen Holzarten von Bedeutung.

Die mechanischen Modelle der Abschnitte 4.2 und 4.4 berücksichtigen nur quasistatische Verhältnisse, also stabiles Risswachstum. Mit Hilfe dieser Modelle können neben dem Einfluss der Energiefreisetzungsraten auch Einflüsse der Geometrie auf die zu erwartende Tragfähigkeit von Verbindungen bei spröden Versagensformen unter-

sucht werden. Der von Jorissen (1998) empirisch gefundene Zusammenhang zwischen der Tragfähigkeit einer Verbindungsmittelgruppe und der Anzahl in einer Reihe liegender Verbindungsmittel wird durch die mechanischen Modelle des Abschnittes 4.2 bestätigt.

Das spröde Verhalten und die dabei meist zu beobachtenden geringen Verschiebungen der Verbindungsmittel, können zu einer ungleichförmigen Lastverteilung bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln in einer Reihe führen. Bei sehr geringen Verschiebungen ist auch von einer geringeren Lochleibungsfestigkeit auszugehen. Beide Ursachen führen zu einer geringeren wirksamen Anzahl von Verbindungsmitteln bei mehreren Verbindungsmitteln in einer Reihe. Ob die Tragfähigkeit durch einen spröden oder durch einen Versagensmechanismus nach Johansens Theorie begrenzt wird, ist abhängig von der Verformungsfigur des Verbindungsmittels. Die sich einstellende Verformungsfigur wird durch die Schlankheit und den Biege Widerstand des Verbindungsmittels bestimmt. Unabhängig von der Schlankheit und dem Biege Widerstand ist bei geometrisch ähnlich entworfenen Verbindungen auch der Durchmesser signifikant für das Auftreten eines spröden Versagensmechanismus.

Das mechanische Modell zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrates im Modus I kann, geringfügig geändert, auf eine Verstärkung von Verbindungen mit selbstbohrenden Holzschrauben angewendet werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Abschnitt 4.3 enthalten.

Die kritischen Energiefreisetzungsrates der untersuchten Holzarten, anschaulicher auch als Risswiderstandskraft bezeichnet, werden in Abschnitt 5 ermittelt. Es wird das Teillastungsverfahren angewendet, dass eine Untersuchung des Verhaltens unterschiedlicher Abschnitte des Risswachstums erlaubt. Dabei ergeben sich signifikante Unterschiede zwischen den einzelnen Holzarten, die teilweise durch den mikroskopischen Bau der Hölzer zu erklären sind. Die auf mikroskopischer Ebene in der Prozesszone stattfindende Materialtrennung und die hieraus folgenden, nichtlinearen Beobachtungen werden in Abschnitt 5.4 durch ein einfaches FE-Modell mechanisch abgebildet.

In Abschnitt 6 sind die mit Stabdübeln durchgeführten Zugscherversuche dargestellt. Die Korrelationskoeffizienten zwischen den Höchstlasten und den Energiefreisetzungsrates im Modus I nach Abschnitt 5 sind höher, als diejenigen zwischen den Höchstlasten und den Rohdichten. Neben diesen Eigenschaften zeigt die Anfangssteifigkeit eine Korrelation mit der Höchstlast. Die Korrelationskoeffizienten mit weiteren Eigenschaften sind sehr niedrig und deuten auf einen nur geringen Einfluss dieser Eigenschaften auf die Tragfähigkeit hin.

Abschnitt 6 bestätigt den Einfluss der Energiefreisetzungsraten auf die Höchstlasten. Das beobachtete Ausscheren eines Blockes ist als gemischte Beanspruchung der Rissöffnungsarten nach Modus I und II anzusehen. Das gleichzeitige Auftreten beider Rissöffnungsarten liegt auch bei Ausklinkungen und Durchbrüchen vor. Hier ist weiterer Forschungsbedarf gegeben, ebenso wie in Bezug auf das Lochleibungsverhalten der unterschiedlichen Nadelholzarten.

In Abschnitt 7 wurden Einschlagversuche mit Maschinenstiften durchgeführt, um Prüfkörper für die Zugscherversuche entwerfen zu können, die nicht bereits durch das Einschlagen der Nägel aufspalten sollten. Die Ergebnisse der Einschlagversuche bestätigen den Einfluss der Energiefreisetzungsraten auf die Spaltneigung. Die Spaltgefahr von Douglasien-, Lärchen- oder Fichtenholz beim Einschlagen von Nägeln ist nach den Ergebnissen dieses Abschnittes und des Abschnittes 5 gleich hoch einzustufen. Dagegen verhält sich Kiefernholz günstiger als die genannten Holzarten. Durch weitere Untersuchungen können optimierte Regelungen für die Abstände von Nagelverbindungen mit Kiefernholz gefunden werden. Dabei sind Vergleichsversuche mit Fichtenholz durchzuführen, da Prüfkörper aus dieser Holzart beim Einschlagen auch bei Berücksichtigung der Regelungen der DIN 1052 (1988) oder dem Entwurf zur DIN 1052 (2000) spalten. Die höhere Spaltgefahr von Tannenholz wurde durch die Ergebnisse dieses Abschnittes bestätigt.

Nach den Ergebnissen der Einschlagversuche wurden die Zugscherversuche für Abschnitt 8 entworfen. Bei diesen Versuchen war ein Spalten nur bei einem Teil der Anschlussbereiche und erst bei großen Verschiebungen der Anschlüsse zu beobachten.

Für Nagelverbindungen stellt somit der Vorgang des Einschlagens die höchste Gefahr in Bezug auf das Spalten dar. Tritt beim Einschlagen kein Spalten auf, kann in der Regel von einem duktilen Verhalten des Anschlusses ausgegangen werden.

Die Versuche mit Stabdübeln und Nägeln zeigen ein bislang ungenutztes Potential der Nadelholzarten mit höherer Rohdichte. Insbesondere die Kiefer, die nahezu denselben Flächenanteil an den Wäldern der Bundesrepublik aufweist wie die Fichte (BMVEL (2001)), wird aufgrund ihrer Ästigkeit oft in Sortierklassen eingeordnet, deren zugehörige Festigkeitsklassen eine niedrige charakteristische Rohdichte aufweisen. Diese charakteristischen Rohdichten führen bei den Bemessungsverfahren des EC5 oder des Entwurfs zur DIN 1052 (2000) zu geringen Lochleibungsfestigkeitswerten und damit zu geringeren Bemessungswerten der Tragfähigkeit der Verbindung als bei Verbindungen aus Fichtenholz, welches aufgrund der Ästigkeit oft in höhere Sortierklassen eingestuft wird. Diese Einstufung konnte durch die hier beschriebenen Zugscherversuche nicht bestätigt werden. Holzarten mit höherer Rohdichte und damit ei-

ner höheren Lochleibungsfestigkeit können, aufgrund ihrer höheren kritischen Energiefreisetzungsraten, auch höhere Traglasten bei Verbindungen erreichen.

Die entwickelten Modelle und Prüfverfahren zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten können auf weitere Holzarten und Holzwerkstoffe angewendet werden. So sollte z.B. eine Optimierung von Anschlüssen mit Buchenholz und dem Holzwerkstoff Furnierschichtholz möglich sein.

## 10 Literatur

ABAQUS (1995). Handbücher zur Version 5.5. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., Pawtucket, USA.

Aicher, S.; Reinhardt, H.W. und Klöck, W. (1993). Nichtlineares Bruchmechanik-Maßstabsgesetz für Fichte bei Zugbeanspruchung senkrecht zur Faserrichtung. Holz als Roh- und Werkstoff. Vol. 51, S. 385 – 394.

Aicher, S.; Schmidt, J. und Brunold, S. (1995). Design of timber beams with holes by means of fracture mechanics. CIB-W18 Meeting, Kopenhagen, Dänemark, Paper 28-19-4.

Anderson, T.L. (1995). Fracture Mechanics. 2. Auflage, CRC Press, Boca Raton, USA.

ASTM E 1737 (1996). Standard test method for J-Integral Characterisation of Fracture Toughness.

Ballerini, M. und Bezzi, R. (2001). Numerical LEFM analysis for the evaluation of failure loads of beams loaded perpendicular-to-grain by single-dowel connections. CIB-W18 Meeting, Venedig, Italien, Paper 34-7-2.

Becker, W. (1988). Dugdale-Riß-Lösungen und deren Verwendung zur mikromechanischen Modellierung von anisotropem Damage. Fortschrittberichte VDI, Reihe 18, Nr. 54. VDI Verlag, Düsseldorf

Blaß, H.J. (1990). Untersuchungen über die Variation des Last-Verschiebungsverhaltens in Nagelverbindungen. Holz als Roh- und Werkstoff. Vol. 48, S. 327 – 332 und 449 - 452.

Blaß, H.J. (1991). Traglastberechnung von Nagelverbindungen. Holz als Roh- und Werkstoff. Vol. 49, S. 91 – 98.

Blaß, H.J. (1991). Untersuchungen zur Lastverteilung in Nagelverbindungen. Holz als Roh- und Werkstoff. Vol. 49, S. 21 – 26.

Blaß, H.J.; Ehlbeck, J. und Schmid, M. (1998). Ermittlung der Querkzugfestigkeit von Voll- und Brettschichtholz. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Fridericiana Karlsruhe.

Blaß, H.J. und Ehlbeck, J. (1998). Simplified design of connections with dowel-type fasteners. CIB-W18 Meeting, Savonlinna, Finland, Paper 31-7-8.

- Blaß, H.J. und Schmid, M. (1998). Bruchenergie von Kerto-D und Kerto-Q. Prüfbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Karlsruhe (TH). Unveröffentlicht.
- Blaß, H.J. und Schmid, M. (2001). Querkzugfestigkeit von Vollholz und Brettschichtholz. Holz als Roh- und Werkstoff. Vol. 88, S. 456 – 466.
- Blaß, H.J. und Schmid, M. (2001). Self-tapping screws as reinforcement perpendicular to the grain in timber connections. Rilem Symposium on Joints in Timber Structures. Stuttgart, S. 163-172.
- Blaß, H.J. und Schmid, M. (2001). Verstärkung von Verbindungen. bauen mit holz 9/2001, Bruderverlag Karlsruhe, S. 40-48.
- Blaß, H.J.; Schmid, M.; Litze, H. und Wagner, B. (2000). Nail plate reinforced joints with dowel-type fasteners. World Conference on Timber Engineering 2000. Whistler, British Columbia, Canada. Proceedings pp. 8.6.4-1 – 8.6.4-8.
- BMVEL (2001). Gesamtwaldbericht der Bundesregierung. Bundesministerium für Verbraucherschutz, Ernährung und Landwirtschaft. Bonn.
- Boatright, S.W.J. und Garrett, G.G. (1983). The effect of microstructure and stress state on the fracture behaviour of wood. Journal of materials science, Vol. 18, S. 2181-2199.
- Bocquet, J.-F. (1997). Modélisation des déformations locales du bois dans les assemblages broches et boulons. Projet de thèse. Université Blaise Pascal - Clermont II.
- Bronstein, I.N. und Semendjajew, K.A. (1979). Taschenbuch der Mathematik. 22. Auflage, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig
- Chapkis, R.L. und Williams, M.L. (1958). Stress Singularities for a sharp-notched polarly orthotropic plate. Proceedings of the third U.S. Congress of applied mechanics.
- Daudeville, L.; Davenne, L. und Yasumara, M. (1997). Failure analysis of single-bolt joints. CIB-W18 Meeting, Vancouver, Kanada, Paper 30-19-1.
- DGfH (1989). Informationsdienst Holz, holzbau handbuch, Reihe 4, Teil 2, Folge 2. Einheimische Nutzhölzer und ihre Verwendung. DGfH Innovations- und Service GmbH, München.
- DIN 1052 (1988). Holzbauwerke, Eine ausführliche Erläuterung zu DIN 1052 Teil 1 bis Teil 3. 1. Auflage. Beuth Verlag, Köln.
- DIN EN 1912 (1998). Bauholz für tragende Zwecke, Festigkeitsklassen, Zuordnung von visuellen Sortierklassen und Holzarten. DIN Deutsches Institut für Normung e.V.. Berlin.

DIN EN 26891 (1991). Holzbauwerke, Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln, Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens. DIN Deutsches Institut für Normung e.V.. Berlin.

DIN EN 338 (1995). Bauholz für tragende Zwecke, Festigkeitsklassen. DIN Deutsches Institut für Normung e.V.. Berlin.

EC 5 (1995). Eurocode 5, Nationales Anwendungsdokument. Fachverlag Holz der Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf.

Ehlbeck, J. (1969). Durchbiegungen von Biegeträgern aus Holz unter Berücksichtigung der Schubverformung. In: Holz als Roh- und Werkstoff, Band 27, S. 253-264, Springer-Verlag, Berlin.

Ehlbeck, J. (1979). Nailed Joints in wood structures. Virginia polytechnic institute and state university. Wood research and wood construction laboratory. Blacksburg, Virginia. No. 166.

Ehlbeck, J. und Görlacher, R. (1983). Tragverhalten von Queranschlüssen mittels Stahlformteilen, insbesondere Balkenschuhen, im Holzbau. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Fridericiana Karlsruhe.

Ehlbeck, J. und Görlacher, R. (1982). Mindestabstände bei Stahlblech-Holz-Nagelung. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Fridericiana Karlsruhe.

Ehlbeck, J. und Siebert, W. (1988). Ermittlung von Mindestholzabmessungen und Mindestnagelabständen bei Nagelverbindungen mit europäischem Douglasienholz. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Fridericiana Karlsruhe.

Entwurf zur DIN 1052 (2000). DIN 1052 – Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken. DIN Deutsches Institut für Normung e.V.. Berlin.

ENV 1995-2 (1997). Eurocode 5 – Design of timber structures – Part 2: Bridges. CEN TC 250, Stockholm.

Ewing, P.D. und Williams, J.G. (1979). Thickness and moisture content effect in the fracture toughness of scots pines. Journal of materials science, Vol. 14, S. 2959-2966.

Fonselius, M. und Riipola, K. (1992). Determination of fracture toughness for wood. Journal of structural engineering, Vol. 7, S.1727-1740

Frasson, R. (2001). Eine Programmroutine zur Berechnung der Energiefreisetzungs-raten bei Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln. Angefertigt am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe (TH). Unveröffentlicht.

- Gasser, M. (2001). Die Tanne, das Mauerblümchen der Holzwirtschaft. Veröffentlicht im Internet der Fachstelle für Gebirgswaldpflege (GWP), [www.gebirgswald.ch](http://www.gebirgswald.ch).
- Götz, K.-H.; Hoor, D.; Möhler, K.; Natterer, J. (1980). Holzbau Atlas – Studienausgabe. Centrale Marketinggesellschaft der deutschen Agrarwirtschaft m.b.H.. Institut für internationale Architektur-Dokumentation GmbH München.
- Griffith (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. pp.163-198.
- Gross, D. (1996). Bruchmechanik. Zweite Auflage. Springer-Verlag Berlin.
- Gustafsson, P.J. (1988). A Study of Strength of Notched Beams. CIB-W18 Meeting, Parksville, Canada, Paper 21-10-1
- Gustafsson, P.J. (1995). Ausgeklinte Träger und Durchbrüche in Brettschichtholz. In: Blaß, H.J.; Görlacher, R.; Steck, G.: Holzbauwerke STEP1 - Bemessung und Baustoffe. Düsseldorf, Fachverlag Holz 1995
- Hetényi, M. (1983). Beams on Elastic Foundation. The University of Michigan Press. Erste Ausgabe 1946
- Hilson, B.O. (1995). Nagelverbindungen I. In: Blaß, H.J.; Görlacher, R.; Steck, G.: Holzbauwerke STEP1 - Bemessung und Baustoffe. Düsseldorf, Fachverlag Holz 1995
- Hilson, B.O. (1995). Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln – Theorie. In: Blaß, H.J.; Görlacher, R.; Steck, G.: Holzbauwerke STEP1 - Bemessung und Baustoffe. Düsseldorf, Fachverlag Holz 1995
- Hörig, H. (1931). Zur Elastizität des Fichtenholzes. Zeitschrift für technische Physik. Nr. 8, 1931, S. 370 – 379.
- Informationsdienst Holz, Merkblattreihe Holzarten (1996). Arbeitsgemeinschaft Holz e.V.. Düsseldorf, 1996.
- Jernkvist, L.O. (2001). Fracture of wood under mixed mode loading, I. Derivation of fracture criteria. Engineering fracture mechanics, Vol. 68, pp. 549-563.
- Jernkvist, L.O. (2001). Fracture of wood under mixed mode loading, II. Experimental investigations of picea abies. Engineering fracture mechanics, Vol. 68, pp. 565-576.
- Johansen, K. W. (1949). Theory of timber connections. International Association of bridge and structural Engineering, Bern. S. 249-262.
- Jorrisen, A.J.M. (1998). Double Shear Timber Connections with Dowel Type Fasteners. Delft University Press, Delft, 1998.

Kollmann, F. (1982). Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Springer-Verlag, Berlin.

König, A. (2000). Spaltbewehrung bei Stabdübelverbindungen. Vertiefungsarbeit am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen. Universität Karlsruhe (TH). Nicht veröffentlicht.

Kuipers, J. und van der Put, T.A.C.M. (1982). Betrachtungen zum Bruchmechanismus von Nagelverbindungen. Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis. Bruderverlag, Karlsruhe. S. 99-106.

Lantos, G. (1969). Load Distribution in a Row of Fasteners Subjected to Lateral Load. Wood Science Vol. 1, No. 3, pp. 129 – 136.

Larsen, H.J. und Gustafsson, P.J. (1990). The fracture energy of wood in tension perpendicular to the grain. CIB-W18 Meeting, Lissabon, Portugal, Paper 23-19-2.

Larsen, H.J. und Gustafsson, P.J. (1991). The fracture energy of wood in tension perpendicular to the grain. CIB-W18 Meeting, Oxford, Großbritannien, Paper 24-19-1.

Larsen, H.J. und Gustafsson, P.J. (2001). Dowel joints loaded perpendicular to grain. CIB-W18 Meeting, Venedig, Italien, Paper 34-7-3.

Lau, P.W.C. (1990). Factors affecting crack formation in wood as a result of nailing. International timber engineering conference, Tokyo, October 1990.

Lau, P.W.C. und Tardiff, Y. (1987). Progress Report: Cracks produced by driving nails into wood – effects of wood and nail variables. Forintek Canada Corp..

Lechnickij, S.G. (1963). Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body. Holden-Day Inc., San Francisco.

Lechnickij, S.G. (1968). Anisotropic Plates. Gordon and Breach science publishers, New York.

Leicester, R.H. (1971). Some Aspects of Stress Fields at Sharp Notches in Orthotropic Materials I. Division of forest products technological paper No. 57. Commonwealth scientific and industrial research organisation, Australia.

Leicester, R.H. (1983). Numerical Analysis for Notches of Arbitrary Notch Angle. Fracture mechanics technology applied to material evaluation and structure design, proceedings of the international conference. Edited by G.C. Sih, N.E. Ryan and R. Jones. The Hague: Martinus Nijhoff.

Leijten, A.J.M. und Jorissen, A.J.M. (2001). Splitting strength of beams loaded by connections perpendicular to grain, model validation. CIB-W18 Meeting, Venedig, Italien, Paper 34-7-1.

- Leupold, W.; Conrad, R.; Völkel, S.; Große, G.; Fucke, R.; Nickel, H.; Mende, H. (1970). *Analysis für Ingenieure*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a. M.
- Logemann, M. (1991). *Abschätzung der Tragfähigkeit von Holzbauteilen mit Ausklüngen und Durchbrüchen*. Fortschrittberichte VDI, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- Lum, C. und Foschi, R.O. (1988). *Arbitrary V-Notches in Orthotropic Plates*. *Journal of Engineering Mechanics*. S. 638 – 655.
- Mansfield-Williams, H.D. (1995). *A New Method of Determining Fracture Energy in Forward Shear along the Grain*. CIB-W18 Meeting, Kopenhagen, Dänemark, Paper 28-19-2.
- Martens, G. (1953). *Spalten und Tragfähigkeit von Nagelverbindungen*. *Fortschritte und Forschung im Bauwesen, Reihe D, Berichte des Beirats für Bauforschung beim Bundesminister für Wohnungsbau, Heft 9, Versuche für den Holzbau*. S. 55-89.
- Masuda, M. (1998). *Fracture analysis of bolted joints using the finite small area criterion*. *Fifth World Conference on Timber Engineering*. Montreux. Volume I, S. 321-328
- Masuda, M. und Tabata, K. (2001). *Theoretical and Experimental Analysis of Fracture of Wood in Pinned Joint Using DIC and FSAFC (Finite Small Area Fracture Criterion)*. *RILEM Symposium on Joints in Timber Structures, Stuttgart 2001*, pp. 3-12.
- Mischler, A. (1997). *Influence of Ductility on the Load-carrying Capacity of Joints with Dowel-type Fasteners*. CIB-W18 Meeting, Vancouver, Canada, Paper 30-7-6.
- Munz, D. (1988). *Versagensverhalten von Konstruktionswerkstoffen. Stichworte und Formeln der Vorlesung*. Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau. Universität Karlsruhe (TH).
- NDS (1997). *National Design Specification for Wood Construction*. American Forest & Paper Association und American Wood Council. American National Standard.
- NDS Commentary (1991). *Commentary on the National Design Specification for Wood Construction*. American Forest & Paper Association.
- Neuhaus, F.-H. (1981). *Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchte*, Mitteilung Nr. 81-8, Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum.
- Nickel, H.; Kettwig, G.; Beinhoff, H.; Pauli, W.; Kreul, H.; Leupold, W. (1991). *Algebra und Geometrie für Ingenieure*. Fachbuchverlag Leipzig
- Nordtest method, NT BUILD 422 (1993). *Wood: fracture energy in tension perpendicular to the grain*. NORDTEST, Espoo, Finland

Petersson, H. (1992). On Design Criteria for Tension Perpendicular to Grain. CIB-W18 Meeting, Åhus, Schweden, Paper 25-6-4.

Paris, P.C.; Sih, G.C. (1964). Stress Analysis of Cracks. In "fracture toughness testing and its applications", ASTM special technical publication no. 381. American society for testing and materials, Philadelphia, USA.

Petersson, H. (1995). Fracture design analysis of wooden beams with holes and notches. CIB-W18 Meeting, Kopenhagen, Dänemark, Paper 28-19-3.

Popovski, M.; Karacabeyli, E. und Prion, H.G.L. (2001). Dynamic behaviour of riveted connections in timber construction. RILEM Symposium on Joints in Timber Structures, Stuttgart 2001, pp. 559-568.

Prion, H.G.L.; Lam, F. und Mastschuch, R. (2001). Reinforced bolted timber connections. RILEM Symposium on Joints in Timber Structures, Stuttgart 2001, pp. 133-142.

Racher, P. (1995). Mechanische Holzverbindungen - Theorie. In: Blaß, H.J.; Görlacher, R.; Steck, G.: Holzbauwerke STEP1 - Bemessung und Baustoffe. Düsseldorf, Fachverlag Holz 1995

Rodd, P.D. (1988). Timber Joints with Improved Circular Dowel Fasteners. Proceedings of the International Conference on Timber Engineering, Seattle, USA, Vol.1 S. 26 – 37.

Saouma, V.E. (1997). Lecture Notes in Fracture Mechanics, Department of Civil Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado, Boulder, USA.

Saouma, V.E. (1998). Lecture Notes Introduction to continuum mechanics, Department of Civil Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado, Boulder, USA.

Saouma, V.E.; Sikiotis, E.S. (1986). Stress Intensity Factors in Anisotropic Bodies Using Singular Isoparametric Elements. Engineering Fracture Mechanics Vol. 25, No. 1, S. 115-121. Pergamon Journals Ltd..

SAS (1996). The SAS System Release 6.12. SAS Institute Inc., Cary, NC, USA.

Schubert, C. (1997). Untersuchungen von verstärkten Verbindungen mit Stabdübeln und Furnierstreifenholz PSL. Vertieferarbeit am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen der Universität Karlsruhe, angefertigt an der University of British Columbia. Nicht veröffentlicht.

Schweingruber, F.H. (1990). Anatomie europäischer Hölzer. Herausgeber: Eidgenössische Forschungsanstalt für Wald, Schnee und Landschaft, Birmensdorf. Haupt, Bern und Stuttgart.

Sih, G.C.; Paris, P.C.; Irwin, G.R. (1965). On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. *International journal of fracture mechanics*. S.189 – 203.

Szabó, I. (1964). *Höhere technische Mechanik*. 4. Auflage, Springer Verlag, Berlin.

Szabó, I. (1984). *Einführung in die technische Mechanik*. Nachdruck der achten, neu bearbeiteten Auflage, Springer Verlag, Berlin.

Thumm, K. (2001). *Mechanische Untersuchungen zum Spaltverhalten von verstärkten und unverstärkten Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln*. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe (TH). Unveröffentlicht.

Timoshenko, S. (1958). *Strength of Materials. Part I, Elementary Theory and Problems*. Third Edition. Van Nostrand Reinhold Company, New York.

Timoshenko, S.P. und Goodier, J.N. (1970). *Theory of Elasticity*. 3. Auflage, McGraw-Hill Book Company, Singapore.

Valentin, G. und Adjanohoun, G. (1992). Applicability of classical isotropic fracture mechanics specimens to wood crack propagation studies. *Materials and Structures*, 1992, Vol. 25, S. 3-13.

Valentin, G.H.; Boström, L.; Gustafsson, P.J.; Ranta-Maunus, A.; Gowda, S. (1991). *Application of fracture mechanics to timber structures*. RILEM state-of-the-art report. Technical Research Center of Finland, Espoo, Research Notes 1262.

Van der Put (1990). *Tension Perpendicular to Grain at Notches and Joints*. CIB-W18 Meeting, Lissabon, Portugal, Paper 23-10-1.

Vasic, S.; Smith, I.; Landis, E. (2002). *Fracture zone characterisation – micro-mechanical study*. *Wood and fiber science*. Vol. 34, Nr.1, S. 42 – 56.

Vielsack, P. (1996). *Elastizitätstheorie*. Skriptum des Institut für Mechanik an der Universität Karlsruhe (TH).

Volkersen, O. (1938). *Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten*. *Luftfahrtforschung*, Vol. 35, S. 4-47.

Wagenführ, R. (1989). *Anatomie des Holzes*. 4. Auflage, VEB Fachbuchverlag Leipzig.

Weibull, W. (1939). *A Statistical Theory of the Strength of Materials*. Ingeniörs Vetenskaps Akademien, Handlingar Nr. 151, Stockholm.

Weibull, W. (1939). *The Phenomenon of Rupture in Solids*. Ingeniörs Vetenskaps Akademien, Handlingar Nr. 153, Stockholm.

Werner, H. (1993). Tragfähigkeit von Holz-Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen. Berichte der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Fridericiana in Karlsruhe, 4. Folge, Heft 28.

Wilkinson, T.L. und Rowlands, R.E. (1981). Analysis of mechanical joints in wood. Experimental Mechanics. S. 408-414

Williams, M.L. (1952). Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of plates in Extension. Journal of applied mechanics: contributions to the ASME Applied Mechanics Division asme (1952), S. 526-528.

## A Bettungsmodul des elastisch gebetteten Balkens

Zur Berechnung des elastisch gebetteten Balkens wird die Balkenbettungszahl  $K$  benötigt. In Anlehnung an Jorissen (1998) ergibt sich

$$K = \frac{24}{11} \cdot \frac{E_{90} \cdot y_a}{h} \quad (\text{A.1}),$$

mit dem Elastizitätsmodul quer zur Faser  $E_{90}$  und  $y_a$ , einem Wert, der die Länge der Rissfront berücksichtigt. Nach dem Prinzip von de Saint-Venant (nach Szabó (1984)): „In hinreichender Entfernung vom Angriffsbezirk eines Kräftesystems hängt dessen Wirkung nicht mehr merkbar von seiner Verteilung, sondern nur noch von seinen statischen Resultanten ab“, kann jedoch für die Berechnung der Biegelinie des Modells die ganze Holzdicke angenommen werden. In (A.1) also die Holzdicke  $t$  anstatt  $y_a$ .

Der Gleichung (A.1) liegt die Annahme einer Querkzugspannungsverteilung nach

$$\sigma_z(x, z) = -\frac{4 \cdot \sigma_z(x, 0)}{h^2} \cdot z^2 + \sigma_z(x, 0) \quad (\text{A.2})$$

zugrunde.

Nach Timoshenko (1970) können die Spannungen  $\sigma_z(x, z)$  eines mit einer veränderlichen Last  $q(x)$  beanspruchten Balkens in ausreichendem Abstand von den Balkenenden (Saint-Venant) berechnet werden zu:

$$\sigma_z(x, z) = \frac{\sigma_z(x, 0)}{2} \cdot \left( \frac{3 \cdot (-h/2 + z)}{2 \cdot h} - \frac{2 \cdot (-h/2 + z)^3}{h^3} \right) \cdot \sigma_z(x, 0) \quad (\text{A.3}).$$

Diese Gleichung ist die exakte Lösung für isotrope Materialien, da sie auf der Wahl einer geeigneten Airyschen Spannungsfunktion beruht.

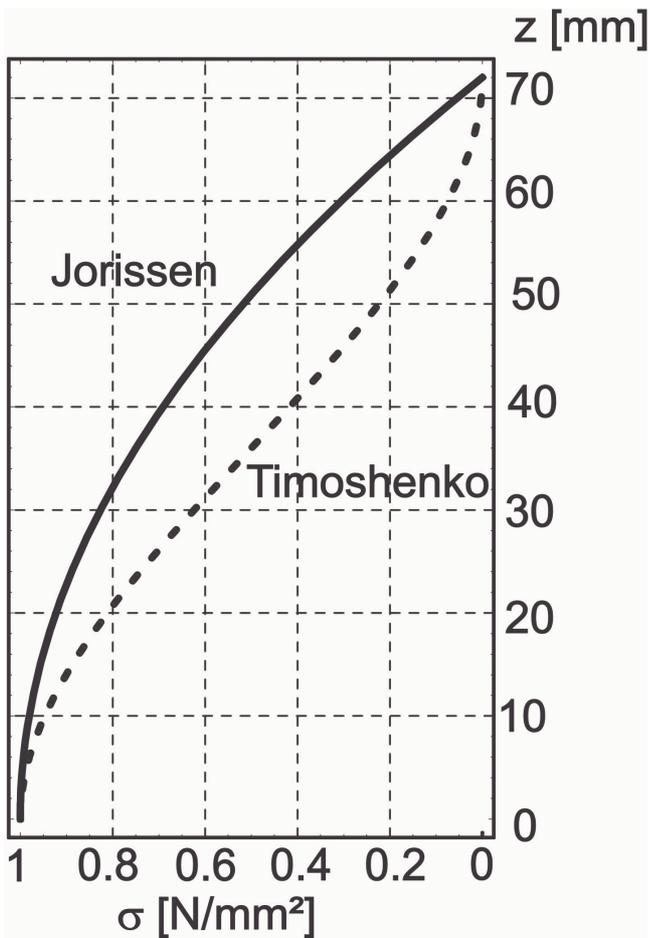
Die Verschiebungen der Balkenachse nach Bild 4.2.1 ergibt sich mit (A.3) zu:

$$w(h/2) = \int_{z=0}^{z=h/2} \varepsilon_{90}(z) dz = \int_{z=0}^{z=h/2} \frac{\sigma_z(x, z)}{E_{90}} dz = \frac{13 \cdot h \cdot \sigma_z(x, 0)}{32 \cdot E_{90}} \quad (\text{A.4}).$$

Für den Bettungsmodul folgt schließlich:

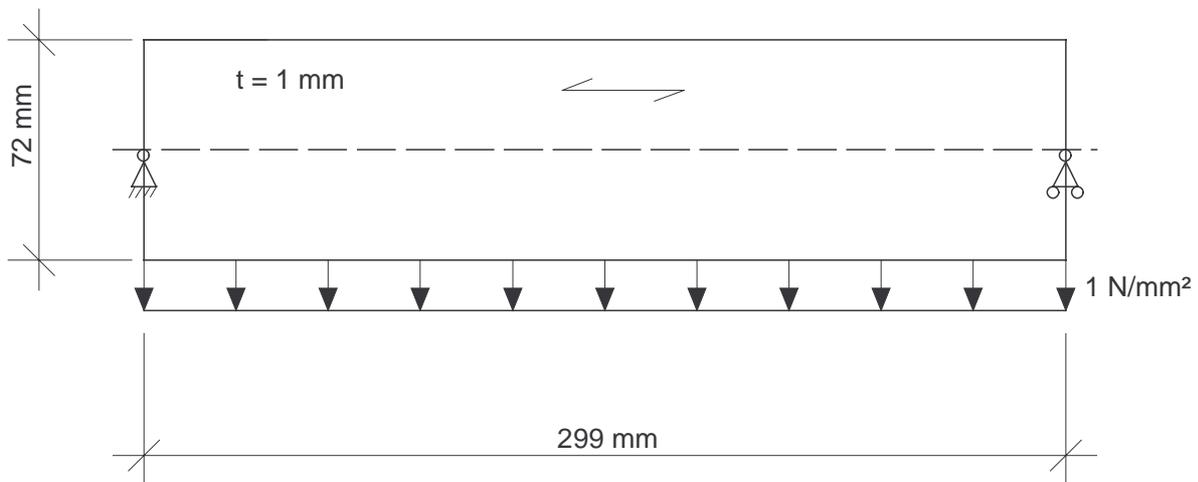
$$K = \frac{\sigma_z(x, 0) \cdot t}{w(h/2)} = \frac{32}{13} \cdot \frac{E_{90} \cdot t}{h} \quad (\text{A.5}).$$

Die beiden Funktionen (A.2) und (A.5) sind für  $\sigma_z(x, 0) = 1 \text{ N/mm}^2$  und  $h = 72 \text{ mm}$  nach Bild 4.2.1 in Bild A.1 dargestellt.

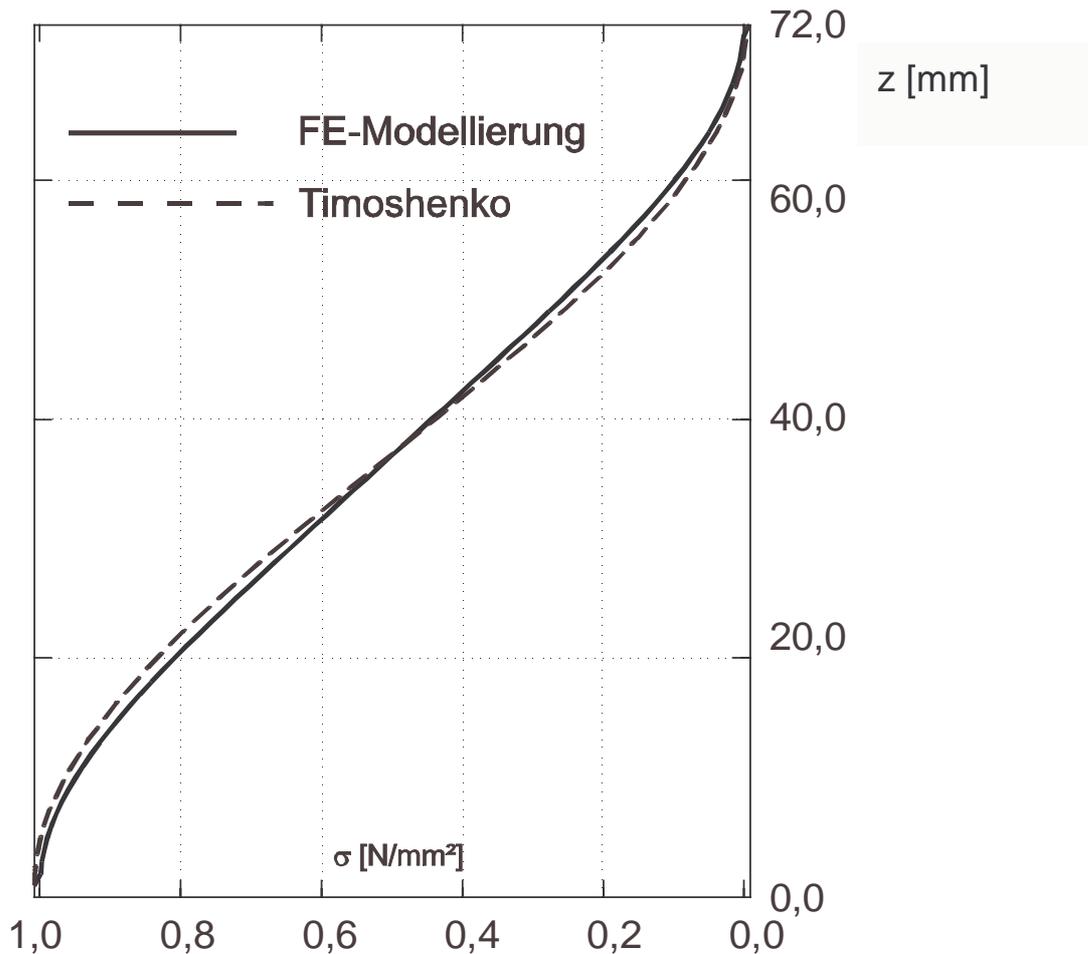


**Bild A.1:** Spannungsverteilung über die Höhe des Balkenmodells

Um den Einfluss der Orthotropie abzuschätzen, wurde ein FE-Modell eines Einfeldträgers nach Bild A.2 untersucht. Die Verteilung der Querkzugspannung ist in Bild A.3 dargestellt. Die Elastizitätszahlen wurden entsprechend Gleichung (2.3.1) des Abschnittes 2.3 gewählt.



**Bild A.2:** Als FE-Modell abgebildeter Einfeldträger



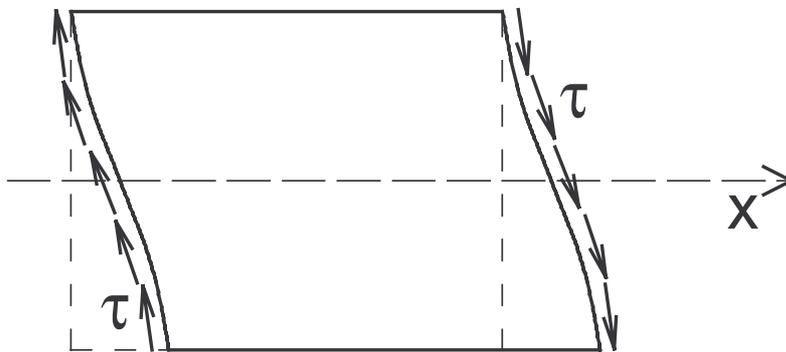
**Bild A.3:** Querspannung in Trägermitte

Der Vergleich der Spannungsverläufe nach Bild A.3 zeigt, dass die Annahme eines Spannungsverlaufes nach Gleichung (A.3) auch für das orthotrope Material Holz gerechtfertigt ist. Wird die Streuung der Materialeigenschaften berücksichtigt, ist diese Annahme noch leichter zu rechtfertigen.

Die Gleichung (A.5) führt zu Bettungsmoduln, deren Werte um 11 % über denjenigen der Gleichung (A.1) liegen. Die Werte von  $E_{90}$  weisen nach Blaß et al. (1998) eine sehr große Streuung auf. Die Wahl des Ansatzes zur Berechnung des Bettungsmoduls hat, verglichen mit diesen großen Streuungen, einen geringeren Einfluss. Bei den Rechnungen des Abschnittes 4 wurde Gleichung (A.5) für die Berechnung des Bettungsmoduls verwendet.

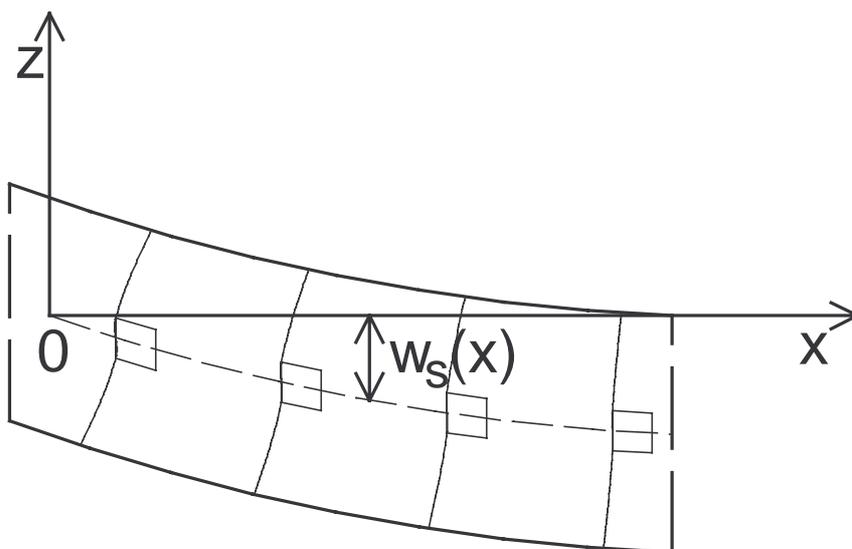
## B Verschiebungsansatz unter Berücksichtigung der Schubdeformation

Bei der Bestimmung der elastischen Linie eines Balkens wird meist Jacob Bernoullis Hypothese zugrunde gelegt (nach Szabó (1984)): „Die vor der Deformation zur Balkenachse senkrechten Querschnittsebenen sollen auch nach der Deformation eben sein, d.h. keine Verwölbung erleiden und zur elastischen Linie senkrecht stehen. ... Diese Hypothese von Jacob Bernoulli ist gleichbedeutend mit der Vernachlässigung der Schubverzerrung im Querschnitt, wodurch allein die Biegemomente zur Wirkung kommen, indem sie der Balkenachse eine Krümmung erteilen und im Querschnitt Normalspannungen hervorrufen“.



**Bild B.1:** Verwölbung eines Querschnittes infolge Schubspannungen

Der Einfluss der Schubspannungen auf die Durchbiegung kann näherungsweise nach Timoshenko (1958) und Szabó (1984) berechnet werden. Timoshenko nimmt eine Verformung infolge der Schubspannungen nach Bild B.2 an.



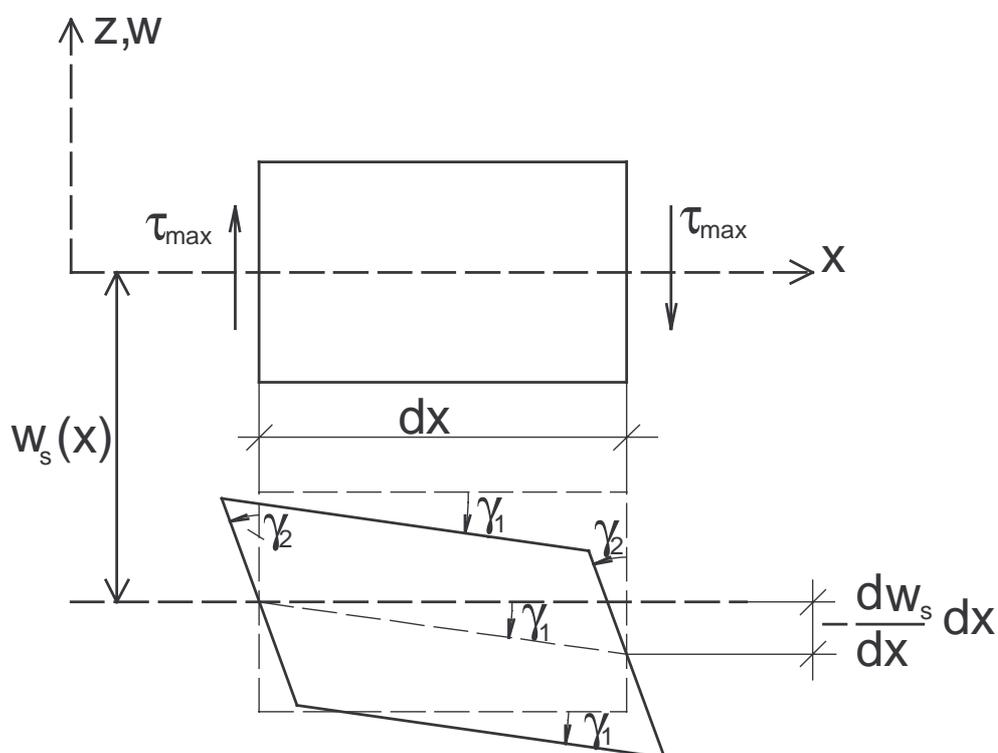
**Bild B.2:** Annahmen für die Schubverzerrung nach Timoshenko

Die vertikalen Seiten der Elemente entlang der Schwerachse bleiben nach Timoshenkos Annahme auch nach der Deformation vertikal. Szabó erweitert diese Annahme dahingehend, dass die bei Timoshenko vertikalen Achsen auch einen Winkel  $\gamma_2$  aufweisen können, der aber konstant über die ganze Balkenlänge anzunehmen ist und von den Randbedingungen abhängt (Bild B.3). Die Durchbiegung infolge Schubverzerrung wird bei Timoshenko und Szabó also durch den Winkel

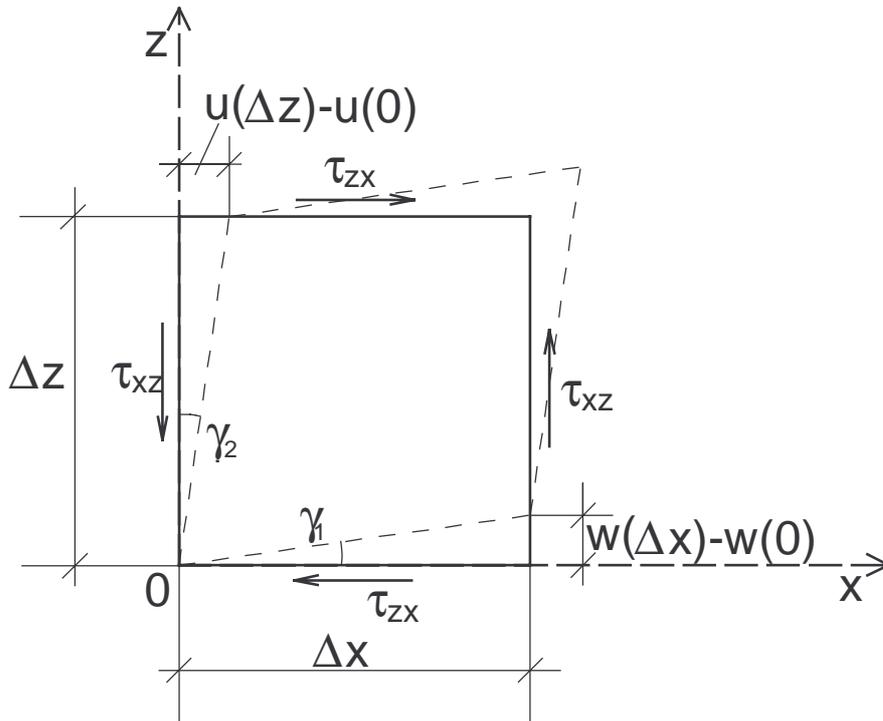
$$\gamma_1 = -dw_s / dx \quad (B.1)$$

bestimmt. Die Schubverzerrungen sind damit zurückgeführt auf das Parallelogramm nach Bild B.4 und es gilt

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \tau / G \quad (B.2)$$



**Bild B.3:** Annahmen zur Abschätzung des Einflusses der Schubspannungen auf die Durchbiegung nach Szabó



**Bild B.4:** Gleitwinkel und Schubspannungen

In Bild B.3 bezeichnet  $w_s$  die Durchbiegung infolge der Schubspannung. Mit der Querkraft  $V(x)$ , dem Schubmodul  $G$  und der Querschnittsfläche  $A$  folgt dann nach Szabó aus (B.1) und (B.2)

$$\frac{dw_s}{dx} = \gamma_2 - \frac{(\tau_{xz})_{z=0}}{G} = \gamma_2 - \frac{\kappa \cdot V(x)}{G \cdot A} \quad (\text{B.3}).$$

Dabei nehmen Szabó und Timoshenko die maximale Schubspannung  $\tau_{xz}$  an der Stelle  $z = 0$  als über den ganzen Querschnitt wirkend an. Damit erhält man eine Abschätzung der Durchbiegung infolge der Schubspannungen noch oben. Nach Timoshenko und Szabó gilt für den Rechteckquerschnitt

$$\kappa = 1,5 \quad (\text{B.4}).$$

Dieser Beiwert ist nicht gleich dem Beiwert  $f$ , den man bei dem Prinzip der virtuellen Arbeiten verwendet:

$$W = \frac{f}{2 \cdot G \cdot A} \int Q_z^2(x) dx \quad (\text{B.5}).$$

Bei Anwendung des Prinzips der virtuellen Arbeiten wird der tatsächliche Schubspannungsverlauf über die Querschnittshöhe berücksichtigt. Nach Szabó (1964) und Ehlbeck (1969) beträgt  $f = 1,2$ .

Wird die Durchbiegung infolge der Schubspannungen eines Kragbalkens mit rechteckigem Querschnitt und einer Last  $P$  am freien Ende nach Gleichung (B.3) und

(B.4) unter Berücksichtigung der Randbedingungen berechnet, ergibt sich nach Szabó (1964):

$$w(x) = -\frac{3 \cdot P}{2 \cdot A \cdot G} \cdot x \quad (\text{B.6}).$$

Bei einer Berechnung mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeiten unter Berücksichtigung des Arbeitsanteiles der Querkräfte nach (B.5) folgt dagegen:

$$w(x) = -\frac{6 \cdot P}{5 \cdot A \cdot G} \cdot x \quad (\text{B.7}).$$

Aus Gleichung (B.3) folgt:

$$\frac{d^2 w_s}{dx^2} = -\frac{\kappa}{G \cdot A} \cdot \frac{dV(x)}{dx} = \frac{\kappa \cdot q(x)}{G \cdot A} \quad (\text{B.8}).$$

Für die Krümmung infolge der Biegemomente gilt:

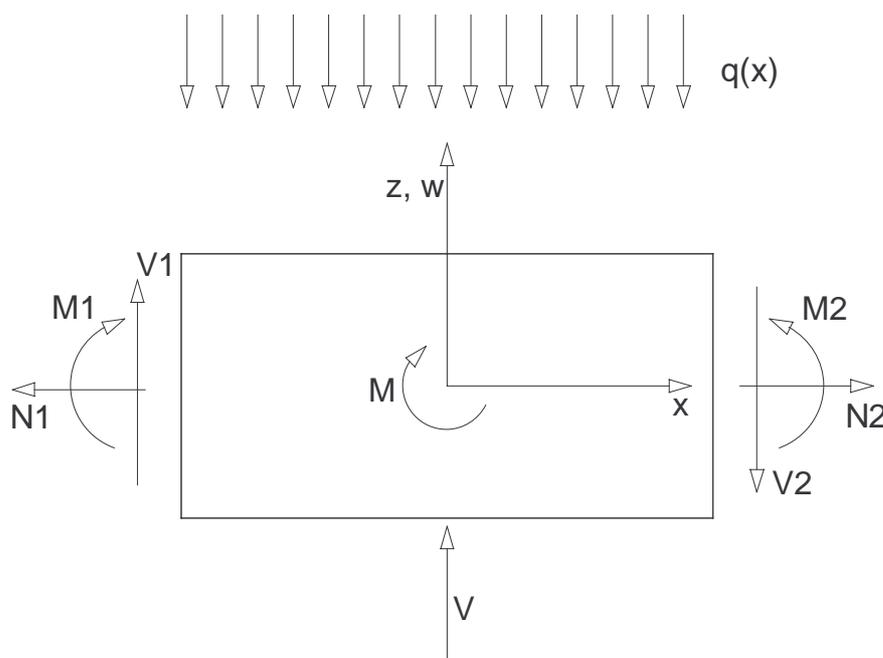
$$\frac{d^2 w_B}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I} \quad (\text{B.9}).$$

Werden die Gleichung (B.8) und (B.9) addiert, folgt:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I} + \frac{\kappa \cdot q(x)}{G \cdot A} \quad (\text{B.10}).$$

Diese Gleichung ist nach den o.g. Annahmen für die Bestimmung der elastischen Linie bei Berücksichtigung der Schubdeformationen zu verwenden.

Mit  $q(x)$  als Streckenlast nach Bild B.5.



**Bild B.5:** Definition der Wirkungsrichtung der Schnittgrößen und äußeren Lasten

Ausgehend von Gleichung (B.10) können für die Bereiche des Modells nach Bild 4.2.1 die Verschiebungsansätze aufgestellt werden.

Für den Bereich zwischen  $x_1$  und dem Koordinatenursprung, dies entspricht der Risslänge, und dem Bereich zwischen  $x = 0$  und  $x_2$ , entsprechend dem Verbindungsmitteldurchmesser  $d$ , wird keine elastische Bettung angenommen. Da auch keine äußeren Lasten  $q(x)$  angreifen, kann von einer konstanten Querkraft ausgegangen werden.

Für den Bereich  $x_1 < x < 0$  gilt der Verschiebungsansatz  $w_{2a}(x)$ :

$$\text{Die Querkraft } V \text{ ist konstant. } V(x) = V_1 = \frac{dM(x)}{dx} = E \cdot I \cdot \frac{d^3 w_{2a}}{dx^3} \quad (\text{B.11}).$$

$$\text{Daraus folgt} \quad M(x) = V_1 \cdot x + C_5 = E \cdot I \cdot \frac{d^2 w_{2a}}{dx^2} \quad (\text{B.12}),$$

da in Gleichung (B.10)  $q(x) = 0$  für diesen Bereich ist, hat die Schubspannung bei den Gleichungen (B.11) und (B.12) noch keinen Einfluss. Bei nochmaliger Integration folgt nun jedoch nach (B.3) ein Einfluss der Schubspannungen auf die Neigung der elastischen Linie:

$$\frac{dw_{2a}}{dx} = -\frac{\kappa \cdot V_1}{G \cdot A} + \frac{V_1 \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I} + C_5 \cdot x + C_6 \quad (\text{B.13}).$$

Schließlich folgt als Ansatz für die elastische Linie  $w_{2a}$  im Bereich  $x_1 < x < 0$

$$w_{2a} = -\frac{\kappa \cdot V_1 \cdot x}{G \cdot A} + \frac{V_1 \cdot x^3}{6 \cdot E \cdot I} + C_5 \cdot \frac{x^2}{2} + C_6 \cdot x + C_7 \quad (\text{B.14}).$$

Die Konstanten  $C_5$ ,  $C_6$  und  $C_7$ , sowie  $V_1$  können aus den geometrischen und statischen Randbedingungen dieses Trägerabschnittes bestimmt werden. Entsprechend gilt für den Abschnitt  $w_{2b}$  im Bereich  $0 < x < x_2$ :

$$w_{2b} = -\frac{\kappa \cdot V_2 \cdot x}{G \cdot A} + \frac{V_2 \cdot x^3}{6 \cdot E \cdot I} + C_8 \cdot \frac{x^2}{2} + C_9 \cdot x + C_{10} \quad (\text{B.15}).$$

Als Besonderheit ist bei der geometrischen Übergangsbedingung an der Stelle  $x = 0$  ein Gleitwinkel infolge der äußeren Kraft  $V$  zu berücksichtigen. Es gilt:

$$\frac{dw_{2a}}{dx} - \frac{dw_{2b}}{dx} - \frac{\kappa \cdot V}{G \cdot A} = 0 \quad (\text{B.16}).$$

Die Bereiche des Modells nach Bild 4.2.1 zwischen dem belasteten Ende  $x_0$  und  $x_1$  mit dem Verschiebungsansatz  $w_1(x)$  und zwischen  $x_2$  und  $x_{100}$  mit  $w_3(x)$  werden als elastisch gebettete Balken berechnet. Die Verschiebungsansätze werden dadurch komplizierter. In Gleichung (B.10) gilt jetzt:

$$q(x) = K \cdot w_1(x) \quad (\text{B.17}).$$

K ist die Balkenbettungszahl, nach Anhang A.

Gleichung (B.10) lautet dann für den Bereich  $x_0 < x < x_1$  mit dem Verschiebungsansatz  $w_1(x)$ :

$$\frac{d^2 w_1}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I} + \frac{\kappa \cdot K \cdot w_1(x)}{G \cdot A} \quad (\text{B.18}).$$

Die weiteren Ableitungen dieser Differentialgleichung lauten:

$$\frac{d^3 w_1}{dx^3} = \frac{V(x)}{E \cdot I} + \frac{\kappa \cdot K}{G \cdot A} \cdot \frac{dw_1}{dx} \quad (\text{B.19})$$

und

$$\frac{d^4 w_1}{dx^4} = \frac{-q(x)}{E \cdot I} + \frac{\kappa \cdot K}{G \cdot A} \cdot \frac{d^2 w_1}{dx^2} = \frac{-K \cdot w_1(x)}{E \cdot I} + \frac{\kappa \cdot K}{G \cdot A} \cdot \frac{d^2 w_1}{dx^2} \quad (\text{B.20}).$$

Es ergibt sich die homogene Differentialgleichung vierter Ordnung, die der Verschiebungsansatz  $w_1(x)$  erfüllen muss:

$$\frac{d^4 w_1}{dx^4} - \frac{\kappa \cdot K}{G \cdot A} \cdot \frac{d^2 w_1}{dx^2} + \frac{K \cdot w_1(x)}{E \cdot I} = 0 \quad (\text{B.21}).$$

Als Lösungsansatz für homogene Differentialgleichungen höherer Ordnung kann immer

$$w_1 = e^{m \cdot x} \quad (\text{B.22})$$

angenommen werden. In Gleichung (B.21) eingesetzt folgt:

$$e^{m \cdot x} \cdot \left( m^4 - \frac{\kappa \cdot K \cdot m^2}{G \cdot A} + \frac{K}{E \cdot I} \right) = 0 \quad (\text{B.23})$$

und, da  $e^{m \cdot x} \neq 0$  ist, folgende charakteristische Gleichung:

$$m^4 - \frac{\kappa \cdot K \cdot m^2}{G \cdot A} + \frac{K}{E \cdot I} = 0 \quad (\text{B.24}).$$

Daraus folgt:

$$m^2 = \frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A} \pm \sqrt{\left( \frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A} \right)^2 - \frac{K}{E \cdot I}} \quad (\text{B.25}).$$

Nach Leupold (1970) sind nun drei Fälle zu unterscheiden, je nachdem ob die Diskriminante größer, gleich oder kleiner Null ist.

1. Die Diskriminante ist größer Null:

$$\left( \frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A} \right)^2 - \frac{K}{E \cdot I} > 0 \quad (\text{B.26}).$$

Es gilt:

$$\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A} > \sqrt{\left(\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A}\right)^2 - \frac{K}{E \cdot I}} \quad (\text{B.27}).$$

Aus (B.25) folgt schließlich:

$$m_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A} \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A}\right)^2 - \frac{K}{E \cdot I}}} \quad (\text{B.28}).$$

Als Verschiebungsansatz für den elastisch gebetteten Bereich  $x_0 < x < x_1$  folgt schließlich mit (B.22):

$$w_1(x) = C_1 \cdot e^{m_1 \cdot x} + C_2 \cdot e^{m_2 \cdot x} + C_3 \cdot e^{m_3 \cdot x} + C_4 \cdot e^{m_4 \cdot x} \quad (\text{B.29}).$$

2. Die Diskriminante ist gleich Null:

$$\left(\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A}\right)^2 - \frac{K}{E \cdot I} = 0 \quad (\text{B.30}).$$

Aus (B.28) folgt:

$$m_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A}} \quad (\text{B.31}).$$

Der Verschiebungsansatz lautet:

$$w_1(x) = C_1 \cdot e^{m_1 \cdot x} + C_2 \cdot e^{m_2 \cdot x} \quad (\text{B.32}).$$

3. Die Diskriminante ist kleiner Null:

$$\left(\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A}\right)^2 - \frac{K}{E \cdot I} < 0 \quad (\text{B.33}).$$

(B.25) lässt sich umformen zu

$$m^2 = \frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A} \pm i \cdot \sqrt{\frac{K}{E \cdot I} - \left(\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A}\right)^2} \quad (\text{B.34}),$$

mit der imaginären Einheit

$$i^2 = -1 \quad (\text{B.35}).$$

Hetényi (1983) macht für  $m$  folgenden Ansatz:

$$m = \alpha + i \cdot \beta \quad (\text{B.36}),$$

daraus folgt

$$m^2 = \alpha^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot i - \beta^2 \quad (\text{B.37}).$$

Aus dem Vergleich der imaginären und realen Anteile von (B.37) und (B.34) folgt:

$$\alpha^2 - \beta^2 = \frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A} \quad (\text{B.38})$$

und

$$2 \cdot \alpha \cdot \beta = \sqrt{\frac{K}{E \cdot I} - \left(\frac{\kappa \cdot K}{2 \cdot G \cdot A}\right)^2} \quad (\text{B.39}).$$

Mit

$$\lambda^4 = \frac{K}{4 \cdot E \cdot I} \quad (\text{B.40})$$

folgt schließlich:

$$\alpha \cdot \beta = \sqrt{\lambda^4 - \left(\frac{\kappa \cdot K}{4 \cdot G \cdot A}\right)^2} = \sqrt{\left(\lambda^2 + \frac{\kappa \cdot K}{4 \cdot G \cdot A}\right) \cdot \left(\lambda^2 - \frac{\kappa \cdot K}{4 \cdot G \cdot A}\right)} \quad (\text{B.41}).$$

Aus (B.39) und (B.41) folgt schließlich:

$$\alpha = \sqrt{\lambda^2 + \frac{\kappa \cdot K}{4 \cdot G \cdot A}} \quad (\text{B.42})$$

und

$$\beta = \sqrt{\lambda^2 - \frac{\kappa \cdot K}{4 \cdot G \cdot A}} \quad (\text{B.43}).$$

Aus (B.34) und (B.37) folgt:

$$m_{1,2,3,4} = \pm(\alpha \pm i \cdot \beta) \quad (\text{B.44})$$

und schließlich der Lösungsansatz:

$$w_1(x) = e^{(\alpha+i\beta)x} \cdot A_1 + e^{(\alpha-i\beta)x} \cdot A_2 + e^{(-\alpha+i\beta)x} \cdot A_3 + e^{(-\alpha-i\beta)x} \cdot A_4 \quad (\text{B.45}).$$

Es gilt:

$$e^{i\beta \cdot x} = \cos(\beta \cdot x) + i \cdot \sin(\beta \cdot x) \quad (\text{B.46})$$

und

$$e^{-i\beta \cdot x} = \cos(\beta \cdot x) - i \cdot \sin(\beta \cdot x) \quad (\text{B.47}).$$

Ist eine komplexwertige Funktion

$$y = u(x) + i \cdot v(x) \quad (\text{B.48})$$

Lösung einer homogenen Differentialgleichung, so sind auch

$$y_1 = u(x) \quad (\text{B.49})$$

und

$$y_2 = v(x) \quad (\text{B.50})$$

Lösungen der Differentialgleichung (Leupold (1970)).

Damit folgt aus (B.45) bis (B.50):

$$w_1(x) = e^{\alpha \cdot x} \cdot (A_1 \cdot \cos(\beta \cdot x) + A_1 \cdot \sin(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \cos(\beta \cdot x) - A_2 \cdot \sin(\beta \cdot x)) + e^{-\alpha \cdot x} \cdot (A_3 \cdot \cos(\beta \cdot x) + A_3 \cdot \sin(\beta \cdot x) + A_4 \cdot \cos(\beta \cdot x) - A_4 \cdot \sin(\beta \cdot x)) \quad (\text{B.51})$$

und mit

$$C_1 = A_1 + A_2; \quad C_2 = A_1 - A_2; \quad C_3 = A_3 + A_4; \quad C_4 = A_3 - A_4 \quad (\text{B.52})$$

folgt schließlich der Verschiebungsansatz  $w_1(x)$  für den elastisch gebetteten Balken im Bereich von  $x_0 < x < x_1$  bei negativer Diskriminante in (B.25) zu

$$w_1(x) = e^{\alpha \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos(\beta \cdot x) + C_2 \cdot \sin(\beta \cdot x)) + e^{-\alpha \cdot x} \cdot (C_3 \cdot \cos(\beta \cdot x) + C_4 \cdot \sin(\beta \cdot x)) \quad (\text{B.53}).$$

Für den elastisch gebetteten Balken mit  $x_2 < x < x_{100}$  gilt ein entsprechender Verschiebungsansatz  $w_3(x)$  mit anderen Konstanten  $C_i$ .

Der Verschiebungsansatz für einen Balken mit elastischer Bettung ohne Berücksichtigung der Schubweichheit ist in der Literatur dokumentiert. Nach Szabó (1984) gilt:

$$w_1(x) = e^{\lambda \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos(\lambda \cdot x) + C_2 \cdot \sin(\lambda \cdot x)) + e^{-\lambda \cdot x} \cdot (C_3 \cdot \cos(\lambda \cdot x) + C_4 \cdot \sin(\lambda \cdot x)) \quad (\text{B.54})$$

mit  $\lambda$  nach (B.40).

Aus den Verschiebungsansätzen der Balkenelemente kann mit den statischen und geometrischen Rand- und Übergangsbedingungen ein Gleichungssystem aufgestellt werden, um die Konstanten  $C_i$  und  $V_i$  zu bestimmen.

Bei den statischen Rand- und Übergangsbedingungen führt die Berücksichtigung der Schubweichheit zu ungewohnten Ausdrücken. Am Punkt  $x_1$  beispielsweise gilt:

$x < x_1$ : Verschiebungsansatz  $w_1(x)$  nach (B.29), (B.32) oder (B.53) in Abhängigkeit vom Wert der Diskriminante in (B.25)

$x > x_1$ : Verschiebungsansatz  $w_{2a}(x)$  nach (B.14)

$$M_{w_1}(x_1)/(E \cdot I) = M_{w_{2a}}(x_1)/(E \cdot I) \quad (\text{B.55}),$$

$$\frac{d^2 w_1}{dx^2} - \frac{\kappa \cdot K \cdot w_1}{G \cdot A} = \frac{d^2 w_{2a}}{dx^2}$$

für die Gleichheit der Querkräfte gilt entsprechend

$$V_{w_1}(x_1)/(E \cdot I) = V_{w_{2a}}(x_1)/(E \cdot I) \quad (\text{B.56}).$$

$$\frac{d^3 w_1}{dx^3} - \frac{\kappa \cdot K}{G \cdot A} \cdot \frac{dw_1}{dx} = \frac{d^3 w_{2a}}{dx^3}$$

## C Statistische Größen der für das Modell nach Abschnitt 4.3 verwendeten Parameter

**Tabelle C.1:** Gleichung (4.2.10), Anzahl der Verbindungsmittel  $n = 2$

	n	Mittelwert	Standardabweichung	Größtwert	Kleinstwert
Energiefreisetzungsrate $G_1$ für ein Risswachstum von $d$ bis $1.5 d$	78	0,260	0,106	0,525	0,095
Durchmesser [mm]	78	15,4	6,67	24,0	8,0
Rohdichte [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	78	505	55,4	560	450
Abstand zum Hirnholz $a_3/d$	78	7,92	1,00	9,0	7,0
Abstand zum Rand $a_4/d$	78	4,0	0,967	5,0	3,0
Abstand zwischen den Verbindungsmitteln $a_1/d$	78	7,0	1,64	9,0	5,0
Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung, $E_0$ [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]	78	12000	0	12000	12000
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung, $E_{90}$ [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]	78	400	0	400	400
Schubmodul $G$ [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]	78	750	0	750	750

**Tabelle C.2:** Gleichung (4.2.10), Anzahl der Verbindungsmittel  $n = 3$ 

	n	Mittelwert	Standardabweichung	Größtwert	Kleinstwert
Energiefreisetzungsrate $G_1$ für ein Risswachstum von d bis 1.5 d	72	0,288	0,119	0,625	0,099
Durchmesser [mm]	72	16,0	6,58	24,0	8,0
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	72	505	55,4	560	450
Abstand zum Hirnholz $a_3/d$	72	8,0	1,01	9,0	7,0
Abstand zum Rand $a_4/d$	72	4,0	1,01	5,0	3,0
Abstand zwischen den Verbindungsmitteln $a_1/d$	72	7,0	1,64	9,0	5,0
Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung, $E_0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	72	12000	0	12000	12000
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung, $E_{90}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	72	400	0	400	400
Schubmodul G [N/mm <sup>2</sup> ]	72	750	0	750	750

**Tabelle C.3:** Gleichung (4.2.10), Anzahl der Verbindungsmittel  $n = 4$ 

	n	Mittelwert	Standardabweichung	Größtwert	Kleinstwert
Energiefreisetzungsrate $G_1$ für ein Risswachstum von $d$ bis $1.5 d$	72	0,294	0,124	0,665	0,100
Durchmesser [mm]	72	16,0	6,578	24,0	8,0
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	72	505	55,4	560	450
Abstand zum Hirnholz $a_3/d$	72	8,0	1,01	9,0	7,0
Abstand zum Rand $a_4/d$	72	4,0	1,01	5,0	3,0
Abstand zwischen den Verbindungsmitteln $a_1/d$	72	7,0	1,64	9,0	5,0
Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung, $E_0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	72	12000	0	12000	12000
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung, $E_{90}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	72	400	0	400	400
Schubmodul $G$ [N/mm <sup>2</sup> ]	72	750	0	750	750

**Tabelle C.4:** Gleichung (4.2.12), Anzahl der Verbindungsmittel  $n = 1$ 

	n	Mittelwert	Standardabweichung	Größtwert	Kleinstwert
Energiefreisetzungsrate $G_1$ für ein Risswachstum von d bis 1.5 d	24	0,189	0,080	0,358	0,069
Durchmesser [mm]	24	16,0	6,67	24,0	8,00
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	24	505	56,2	560	450
Abstand zum Hirnholz $a_3/d$	24	8,00	1,02	9,00	7,00
Abstand zum Rand $a_4/d$	24	4,00	1,02	5,00	3,00
Abstand zwischen den Verbindungsmitteln $a_1/d$	24	.	.	.	.
Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung, $E_0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24	12000	0	12000	12000
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung, $E_{90}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24	400	0	400	400
Schubmodul G [N/mm <sup>2</sup> ]	24	750	0	750	750

**Tabelle C.5:** Gleichung (4.2.12), Anzahl der Verbindungsmittel  $n = 2$ 

	n	Mittelwert	Standardabweichung	Größtwert	Kleinstwert
Energiefreisetzungsrate $G_1$ für ein Risswachstum von d bis 1.5 d	26	0,251	0,097	0,435	0,111
Durchmesser [mm]	26	15,4	6,76	24,0	8,00
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	26	505	56,1	560	450
Abstand zum Hirnholz $a_3/d$	26	7,92	1,02	9,00	7,00
Abstand zum Rand $a_4/d$	26	4,00	0,980	5,00	3,00
Abstand zwischen den Verbindungsmitteln $a_1/d$	26	7,00	0	7,00	7,00
Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung, $E_0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	26	12000	0	12000	12000
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung, $E_{90}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	26	400	0	400	400
Schubmodul G [N/mm <sup>2</sup> ]	26	750	0	750	750

**Tabelle C.6:** Gleichung (4.2.12), Anzahl der Verbindungsmittel  $n = 3$ 

	n	Mittelwert	Standardabweichung	Größtwert	Kleinstwert
Energiefreisetzungsrate $G_1$ für ein Risswachstum von d bis 1.5 d	24	0,272	0,100	0,456	0,122
Durchmesser [mm]	24	16,0	6,67	24,0	8,00
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	24	505	56,2	560	450
Abstand zum Hirnholz $a_3/d$	24	8,00	1,02	9,00	7,00
Abstand zum Rand $a_4/d$	24	4,00	1,02	5,00	3,00
Abstand zwischen den Verbindungsmitteln $a_1/d$	24	7,00	0	7,00	7,00
Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung, $E_0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24	12000	0	12000	12000
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung, $E_{90}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24	400	0	400	400
Schubmodul G [N/mm <sup>2</sup> ]	24	750	0	750	750

**Tabelle C.7:** Gleichung (4.2.12), Anzahl der Verbindungsmittel  $n = 4$ 

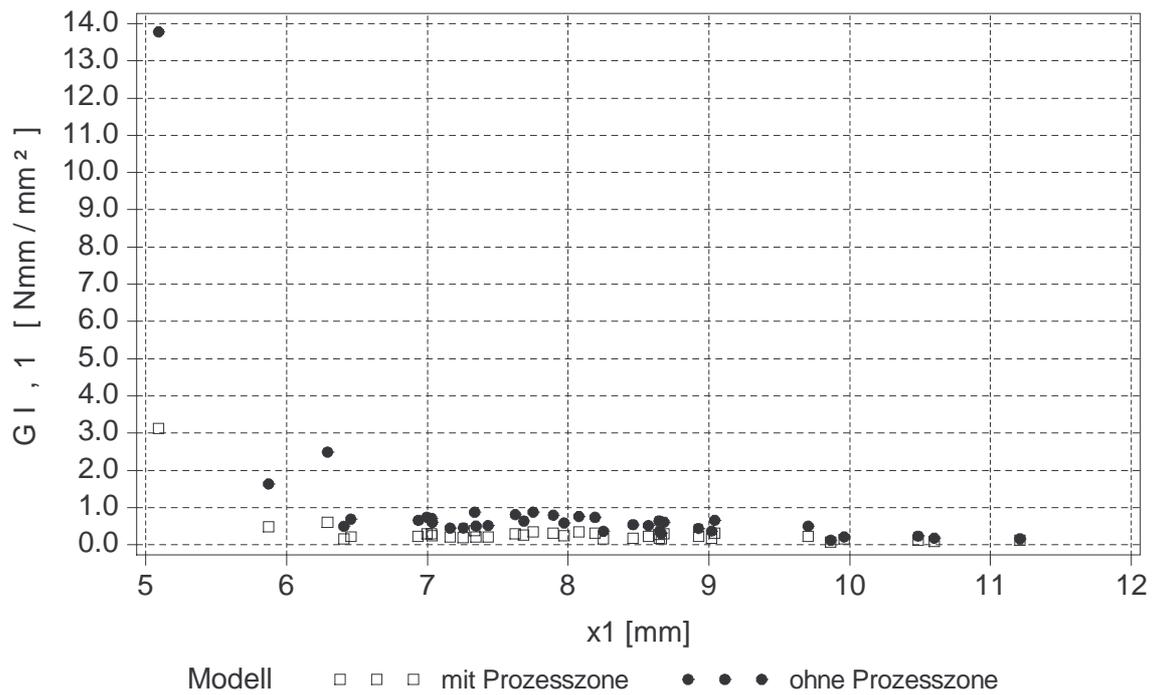
	n	Mittelwert	Standardabweichung	Größtwert	Kleinstwert
Energiefreisetzungsrate $G_1$ für ein Risswachstum von $d$ bis $1.5 d$	24	0,275	0,101	0,464	0,124
Durchmesser [mm]	24	16,0	6,67	24,0	8,00
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	24	505	56,2	560	450
Abstand zum Hirnholz $a_3/d$	24	8,00	1,02	9,00	7,00
Abstand zum Rand $a_4/d$	24	4,00	1,02	5,00	3,00
Abstand zwischen den Verbindungsmitteln $a_1/d$	24	7,00	0	7,00	7,00
Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung, $E_0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24	12000	0	12000	12000
Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung, $E_{90}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24	400	0	400	400
Schubmodul $G$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24	750	0	750	750

## D Anhang zu Abschnitt 5

**Tabelle D.1:** statistische Größen der dynamischen Elastizitätsmoduln und der Anfangssteifigkeiten der CT-Proben

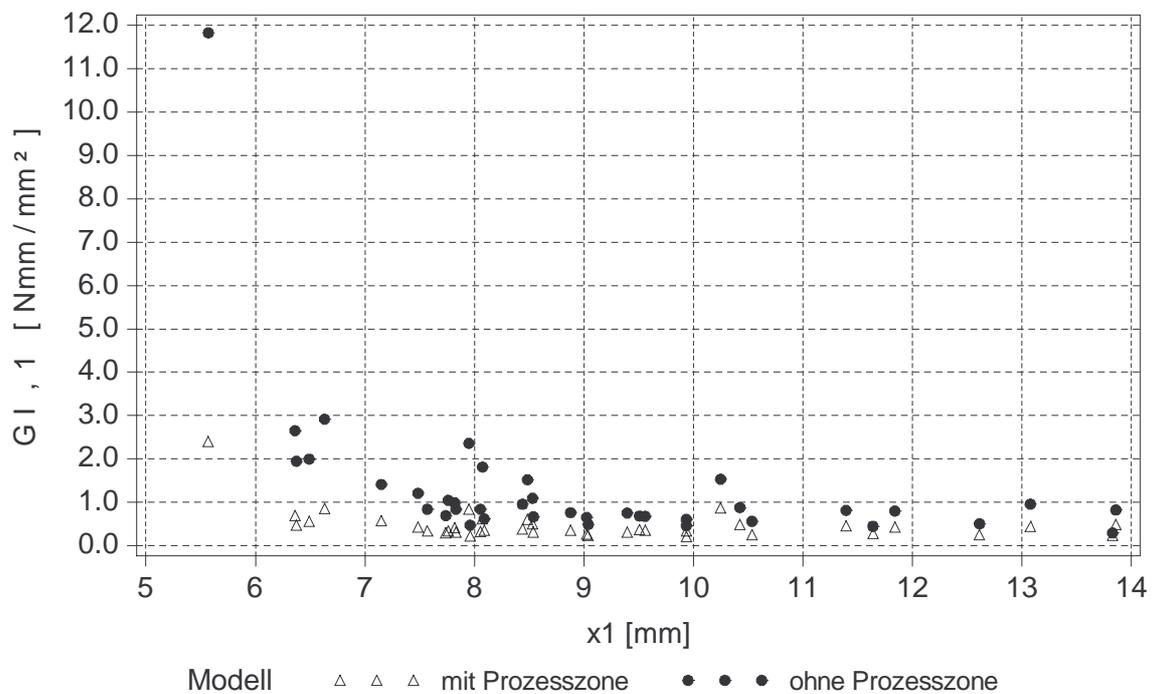
Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert	Korrelations- koeffizient r
Douglasie	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12500	2250	8530	16500	-0,294
	$K_{beg}$ [N/mm]	413	91	164	666	
Fichte	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12200	1560	10300	15700	0,108
	$K_{beg}$ [N/mm]	306	72	163	528	
Kiefer	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12800	1700	10100	16200	0,194
	$K_{beg}$ [N/mm]	429	121	217	749	
Lärche	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12500	1300	10500	14700	0,014
	$K_{beg}$ [N/mm]	457	98,2	289	655	
Tanne	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	13275	2290	10200	17500	-0,032
	$K_{beg}$ [N/mm]	291	87,7	75,0	461	
red cedar (n = 6)	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	7425	126	7310	7540	0,895
	$K_{beg}$ [N/mm]	369	181	208	609	
southern pine	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	14200	4040	8130	17500	0,067
	$K_{beg}$ [N/mm]	510	127	346	735	
western hemlock	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	14111	2000	9180	16700	0,083
	$K_{beg}$ [N/mm]	361	151	159	725	
alle gemeinsam	$E_{dyn}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12800	2250	7310	17500	0,039
	$K_{beg}$ [N/mm]	383	127	75,0	749	

Douglasie, ohne Berücksichtigung von Versuchen, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde



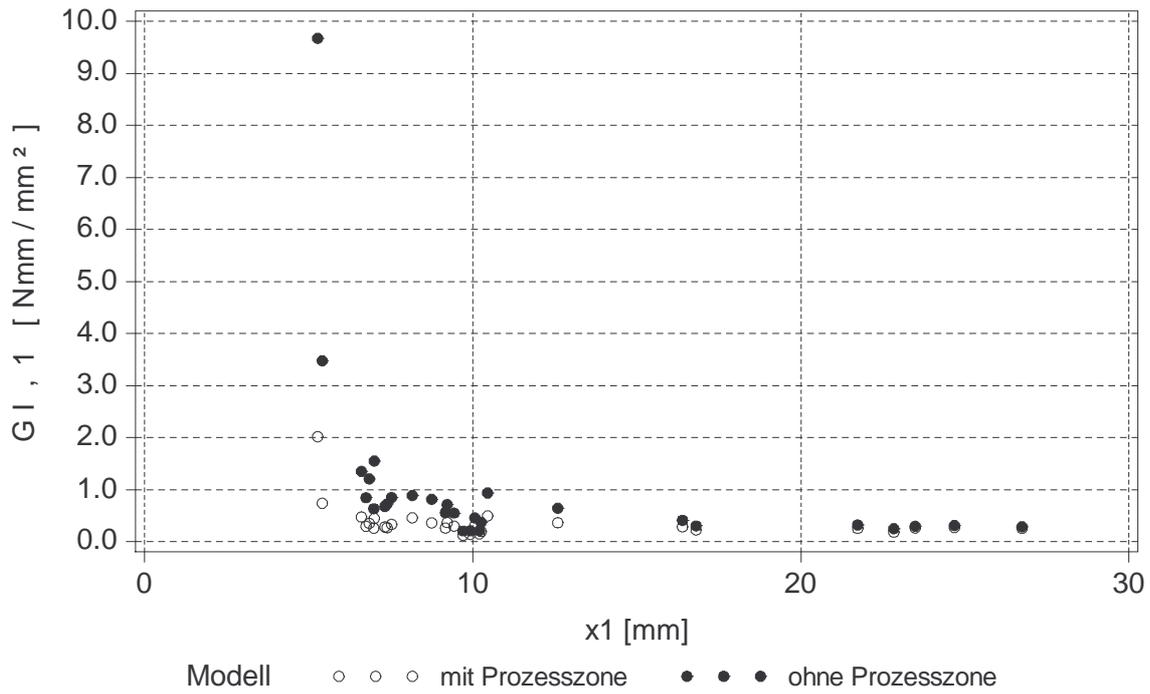
**Bild D.1:**  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,1}$  über  $x_1$

Kiefer, ohne Berücksichtigung von Versuchen, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde



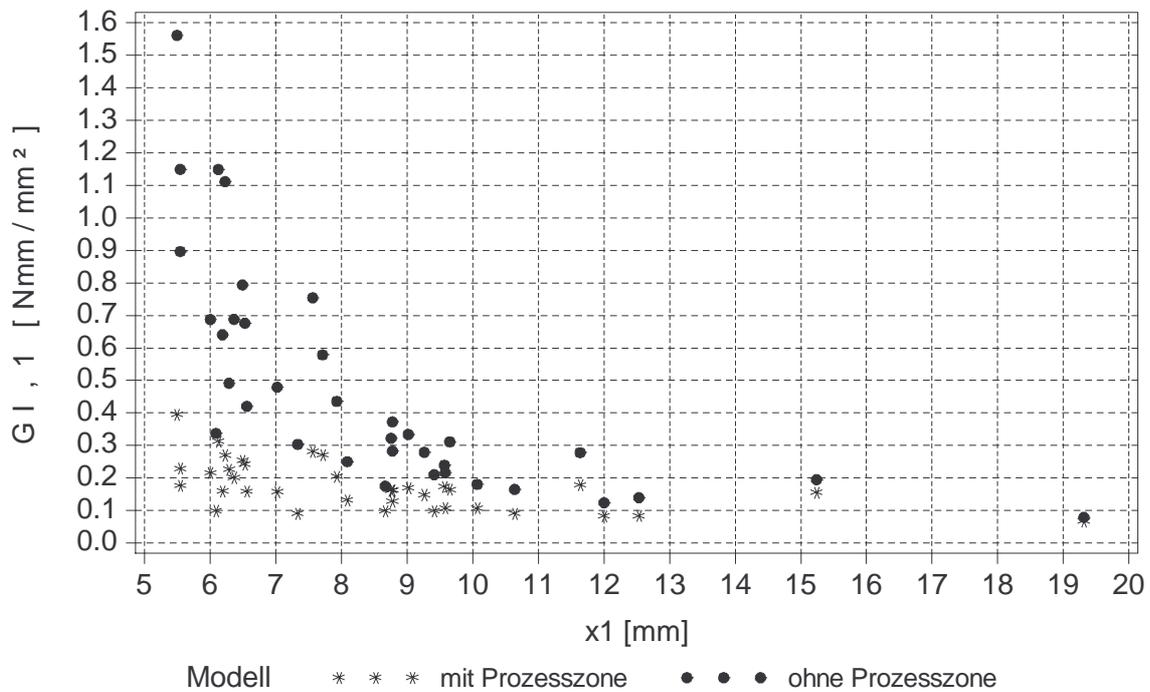
**Bild D.2:**  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,1}$  über  $x_1$

Lärche, ohne Berücksichtigung von Versuchen, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde



**Bild D.3:**  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,1}$  über  $x_1$

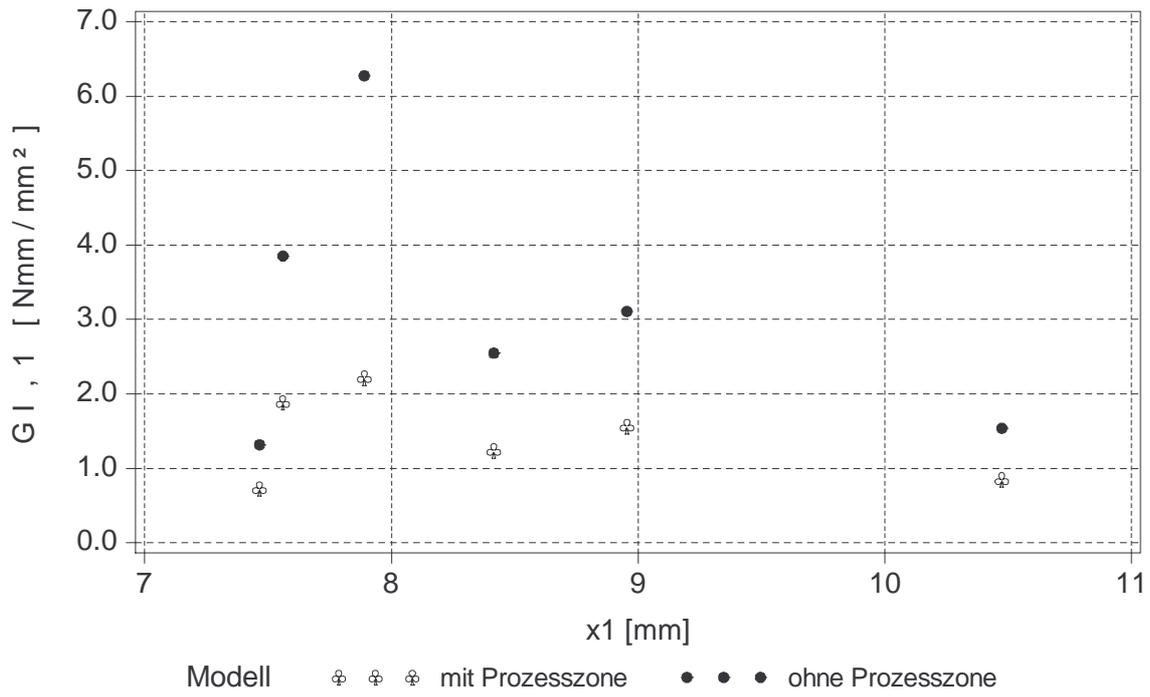
Tanne, ohne Berücksichtigung von Versuchen, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde



**Bild D.4:**  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,1}$  über  $x_1$



Buche, ohne Berücksichtigung von Versuchen, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde



**Bild D.7:**  $G_{I,1}$  und  $G_{ID,1}$  über  $x_1$

**Tabelle D.2:** Nachgiebigkeiten C in Abhängigkeit von der Risslänge a, den nach (5.2.6) bestimmten Elastizitäts- und Schubmoduln,  $E_1 = 12800 \text{ N/mm}^2$ ,  $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,511$ .

Risslänge a [mm]	Nachgiebigkeit C(a) [mm/N]		
	$E_2 = E_{90} = 800$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_2 = E_{90} = 400$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_2 = E_{90} = 200$ [N/mm <sup>2</sup> ]
5	0,001122	0,001711	0,003215
6,983	0,0012	0,001829	0,003428
8,979	0,001287	0,001963	0,003674
10,982	0,001385	0,002112	0,003948
14,99	0,00161	0,002458	0,004587
25	0,002434	0,003722	0,00693
35	0,003925	0,006013	0,011174
45	0,006974	0,010704	0,019849
55	0,014533	0,022321	0,041339

**Tabelle D.3:** Statistische Kennwerte von  $G_{I,2}$ ,  $G_{ID,2}$ ,  $\Delta a_2$ ,  $G_{I,nt}$  und  $\rho$ , unter Berücksichtigung von Versuchen, deren Risswachstum durch Äste beeinflusst wurde

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Douglasie n = 40  ( n = 42 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,278	0,135	0,125	0,794
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,260	0,129	0,099	0,836
	$\Delta a_2$ [mm]	21,8	4,98	16,6	38,7
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	494	38,5	429	577
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,274	0,199	0,087	1,29
Fichte n = 40  ( n = 42 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,258	0,010	0,143	0,518
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,217	0,065	0,112	0,356
	$\Delta a_2$ [mm]	19,4	3,96	13,0	28,4
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	439	39,97	389	535
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,244	0,265	0,119	1,84
Kiefer n = 40  ( n = 41 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,579	0,289	0,275	1,47
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,500	0,202	0,248	1,25
	$\Delta a_2$ [mm]	20,6	3,87	12,2	34,6
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	569	63,9	430	679
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,574	0,366	0,238	1,81
Lärche n = 27  ( n = 33 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,353	0,136	0,123	0,637
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,319	0,110	0,103	0,554
	$\Delta a_2$ [mm]	26,6	9,98	10,3	41,6
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	574	37,2	497	656
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,294	0,105	0,126	0,641
Tanne n = 37  ( n = 40 )	$G_{I,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,246	0,111	0,109	0,613
	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,208	0,106	0,110	0,671
	$\Delta a_2$ [mm]	14,9	4,97	7,07	26,8
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	465	63,7	386	580
	$G_{I,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,218	0,330	0,068	2,17

**Tabelle D.4:** Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

$P_1$  und  $P_2$  bezeichnen die vor der ersten bzw. zweiten Ent- und Belastungsschleife in der Prozesszone gespeicherte Arbeit,  $inst_2 = j$  bedeutet instabiles Risswachstum im Bereich des Rissfortschrittes  $\Delta a_2$ ,  $ast_2 = j$  bedeutet eine Beeinflussung des Risswachstums im Bereich des Rissfortschrittes  $\Delta a_2$  durch einen Ast

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$inst_2$	$ast_2$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Douglasie	DO10a	0,316	0,258	18,6	15,2	40,2	61,5	0,256	j		481
Douglasie	DO10b	0,159	0,134	23,3	14,5	18,8	30,9	0,149	j		505
Douglasie	DO10c	0,125	0,099	17,4	18,4	09,7	18,6	0,087			539
Douglasie	DO11a	0,203	0,225	38,7	21,1	40,1	22,7	0,193	j		432
Douglasie	DO11b	0,262	0,287	25,7	17,5	46,7	34,0	0,236	j		436
Douglasie	DO11c	0,318	0,266	22,6	11,5	38,4	62,0	0,314	j		429
Douglasie	DO12a	0,170	0,156	19,8	14,4	23,1	28,5	0,144	j		456
Douglasie	DO12b	0,154	0,157	25,1	19,8	29,9	28,6	0,126	j		476
Douglasie	DO12c	0,171	0,157	24,3	16,5	20,9	27,9	0,150	j		513
Douglasie	DO13a	0,242	0,240	20,1	15,4	39,1	39,8	0,229	j		515
Douglasie	DO13b	0,368	0,317	18,7	15,1	56,0	75,1	0,367	j		535
Douglasie	DO13c	0,326	0,281	18,1	16,4	47,3	63,5	0,237			546
Douglasie	DO14b	0,235	0,332	18,6	15,4	51,4	15,5	0,343	j		548
Douglasie	DO14c	0,425	0,305	17,0	16,4	34,3	75,3	0,274			536
Douglasie	DO15a	0,197	0,248	37,9	14,8	80,6	42,0	0,257	j		454
Douglasie	DO15b	0,318	0,275	20,0	14,0	34,9	52,3	0,279			456
Douglasie	DO15c	0,134	0,135	19,8	20,9	23,4	23,0	0,116	j		450
Douglasie	DO16a	0,288	0,251	19,8	14,0	33,9	48,5	0,257	j		437
Douglasie	DO16b	0,224	0,188	22,2	21,0	12,9	28,9	0,184			460
Douglasie	DO1a	0,678	0,386	17,5	15,6	51,6	153,3	1,293		j	577
Douglasie	DO1b	0,274	0,559	22,0	13,1	206,8	81,4	0,281	j		524
Douglasie	DO2a	0,454	0,361	22,5	19,3	56,6	98,5	0,374			533

**Fortsetzung Tabelle D.4:** Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Douglasie	DO2b	0,200	0,185	25,2	17,3	26,9	34,7	0,155	j		536
Douglasie	DO3a	0,794	0,836	19,4	20,6	245,5	229,3	0,670		j	513
Douglasie	DO3b	0,318	0,299	29,2	19,8	54,6	65,5	0,277			536
Douglasie	DO4a	0,262	0,292	25,8	15,5	97,7	81,8	0,342	j		488
Douglasie	DO4b	0,240	0,198	22,8	15,3	33,9	52,8	0,241	j		502
Douglasie	DO4c	0,175	0,152	19,3	12,6	27,4	36,1	0,155	j		529
Douglasie	DO5a	0,233	0,239	20,8	17,5	41,6	39,0	0,210			446
Douglasie	DO5b	0,161	0,137	16,6	20,7	08,0	16,1	0,107	j		473
Douglasie	DO5c	0,213	0,175	17,1	15,9	20,8	33,9	0,159			483
Douglasie	DO6a	0,372	0,323	17,4	16,0	53,7	70,7	0,309			449
Douglasie	DO6b	0,248	0,198	18,2	14,0	29,3	47,6	0,206	j		449
Douglasie	DO7a	0,169	0,158	16,9	14,9	27,2	31,0	0,137			523
Douglasie	DO7b	0,368	0,315	17,4	15,1	54,2	72,9	0,289	j		523
Douglasie	DO8a	0,288	0,324	24,3	17,6	58,1	41,0	0,296	j		465
Douglasie	DO8b	0,267	0,283	22,0	20,4	50,6	43,8	0,249			475
Douglasie	DO8c					134,9		0,612			515
Douglasie	DO9a	0,398	0,319	27,6	15,9	33,0	76,4	0,327			473
Douglasie	DO9b					29,3		0,260	j		489
Douglasie	DO9c	0,140	0,122	19,8	21,1	19,1	26,3	0,124			512
Fichte	FI10a	0,179	0,179	18,1	09,9	30,9	30,8	0,182	j		395
Fichte	FI10b	0,256	0,221	14,9	14,2	22,4	32,8	0,214			389
Fichte	FI10c	0,158	0,144	15,2	13,4	11,8	16,0	0,139	j		404
Fichte	FI11a	0,312	0,278	18,9	14,8	29,7	42,5	0,251			422
Fichte	FI11b	0,275	0,210	18,5	12,2	14,4	38,6	0,210			488
Fichte	FI11c	0,143	0,112	13,4	11,4	18,9	27,3	0,133			533

Fortsetzung Tabelle D.4: Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Fichte	FI12a	0,301	0,267	25,1	15,6	22,6	39,7	1,837			433
Fichte	FI12b	0,277	0,221	13,3	24,4	06,8	21,7	0,167			433
Fichte	FI12c	0,151	0,157	21,7	13,9	21,4	18,7	0,132	j		490
Fichte	FI14a	0,185	0,181	20,7	16,6	20,9	22,6	0,172	j		409
Fichte	FI14b	0,223	0,190	15,8	14,7	27,4	38,0	0,239	j		442
Fichte	FI14c	0,183	0,140	13,0	16,9	19,0	30,3	0,119	j		465
Fichte	FI15a	0,513	0,270	17,0	11,9	46,6	129,4	0,580	j		447
Fichte	FI15b	0,518	0,328	19,0	14,8	35,3	107,2	0,322	j		467
Fichte	FI15c	0,496	0,355	16,0	23,9	52,9	98,4	0,308		j	485
Fichte	FI16b	0,253	0,243	13,3	14,3	34,2	36,8	0,201			428
Fichte	FI16c	0,189	0,153	18,0	15,6	09,6	22,4	0,139			453
Fichte	FI17a	0,234	0,179	15,0	13,8	24,7	41,0	0,150			468
Fichte	FI17b	0,394	0,303	16,4	15,3	34,8	64,3	0,275	j		439
Fichte	FI1b	0,402	0,356	25,8	17,4	42,5	66,2	0,288			403
Fichte	FI1c	0,258	0,247	28,4	16,3	22,0	28,0	0,297	j		440
Fichte	FI2a	0,144	0,145	19,1	18,4	18,3	18,0	0,128	j		396,2
Fichte	FI2b	0,262	0,232	20,0	20,1	21,8	33,7	0,214			417,3
Fichte	FI2c	0,236	0,214	27,5	18,5	24,1	35,9	0,179	j		439
Fichte	FI3a					26,9		0,169			393
Fichte	FI3b					16,0		0,163			393
Fichte	FI3c	0,186	0,169	23,9	23,8	15,4	23,4	0,140	j		399
Fichte	FI4a	0,282	0,261	19,5	13,7	29,0	37,2	0,263			389
Fichte	FI4b	0,431	0,328	18,2	15,7	49,4	87,2	0,266			419
Fichte	FI4c	0,186	0,171	26,3	15,8	25,1	33,4	0,161	j		433
Fichte	FI5a	0,202	0,168	20,5	18,3	13,7	27,5	0,147	j		413

**Fortsetzung Tabelle D.4:** Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Fichte	FI5b	0,218	0,165	15,5	21,1	10,0	26,3	0,143			432
Fichte	FI5c	0,213	0,193	21,6	19,1	17,2	25,9	0,186	j		513
Fichte	FI6b	0,233	0,242	23,4	15,4	35,6	31,3	0,213	j		471
Fichte	FI7a	0,276	0,253	22,2	12,3	39,5	49,4	0,272	j		398
Fichte	FI7b	0,292	0,285	18,3	15,3	46,1	48,5	0,228	j		390
Fichte	FI7c	0,323	0,296	20,7	21,4	36,7	47,8	0,253			424
Fichte	FI8a	0,253	0,229	21,4	18,9	27,1	37,5	0,229			418
Fichte	FI8b	0,175	0,155	20,3	14,9	13,5	21,8	0,140	j		445
Fichte	FI8c	0,162	0,140	21,3	19,0	18,6	27,9	0,127	j		512
Fichte	FI9b	0,170	0,151	17,9	20,2	14,3	21,1	0,122	j		471
Fichte	FI9c	0,183	0,150	19,1	13,8	14,0	26,4	0,132	j		535
Kiefer	KI10a	0,446	0,445	21,3	17,5	77,7	78,2	0,397			595
Kiefer	KI10b	0,440	0,379	20,9	16,0	76,9	102,3	0,420			599
Kiefer	KI11a	1,225	0,559	12,2	43,6	54,4	216,9	1,106		j	537
Kiefer	KI11b	0,461	0,405	20,5	18,0	62,8	86,1	0,392	j		588
Kiefer	KI11c	0,469	0,474	19,5	18,9	57,7	55,6	0,415	j		592
Kiefer	KI12a					20,4		0,250			586
Kiefer	KI12b	0,673	0,596	16,3	15,1	126,8	152,1	0,595			653
Kiefer	KI13a	0,362	0,353	22,2	19,1	62,9	67,2	0,288			597
Kiefer	KI13b	0,443	0,365	20,7	16,0	59,5	91,5	0,423			621
Kiefer	KI13c	0,640	0,651	16,8	24,6	166,7	163,2	0,618			620
Kiefer	KI14a	0,522	0,468	18,7	13,7	71,7	91,8	0,562			669
Kiefer	KI14b	0,376	0,391	23,9	14,9	85,7	78,4	0,526	j		608
Kiefer	KI15a	1,115	0,808	22,9	21,9	139,9	280,3	1,813	j	j	579
Kiefer	KI15b	0,789	0,718	23,1	14,8	134,5	167,5	0,851	j	j	605

Fortsetzung Tabelle D.4: Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Kiefer	KI15c	1,473	0,940	16,5	14,2	178,9	355,1	1,414		j	607
Kiefer	KI16a	0,329	0,331	18,1	16,1	49,2	48,6	0,299			454
Kiefer	KI16b	0,498	0,446	17,9	18,8	53,7	72,1	0,427	j		521
Kiefer	KI1b	0,504	0,477	19,3	20,5	85,7	96,1	0,447	j		495
Kiefer	KI1c	0,774	0,520	16,7	14,0	64,2	148,7	0,557			524
Kiefer	KI2a	0,875	0,916	20,8	11,5	214,7	197,4	0,936	j		613
Kiefer	KI2b	0,557	0,426	28,7	20,5	32,8	107,7	0,493			652
Kiefer	KI2c	0,553	0,523	18,7	23,0	100,5	111,9	0,436			635
Kiefer	KI3a	0,335	0,337	18,8	22,7	43,2	42,4	0,261	j		431
Kiefer	KI3b	0,432	0,414	19,0	14,5	77,0	83,7	0,391			507
Kiefer	KI3c	0,544	0,523	17,3	21,4	90,7	97,7	0,446			568
Kiefer	KI4a	0,306	0,320	26,6	23,2	51,4	44,2	0,289	j		430
Kiefer	KI4b	0,275	0,248	21,0	18,6	40,0	51,5	0,238	j		492
Kiefer	KI4c	0,457	0,367	21,8	22,0	68,3	107,4	0,374			567
Kiefer	KI5a	0,456	0,429	22,4	20,0	76,5	88,8	0,444	j		509
Kiefer	KI5b	0,618	0,450	21,6	15,9	51,6	124,5	0,545			551
Kiefer	KI6a	0,328	0,335	18,9	24,7	76,0	73,4	0,998			597
Kiefer	KI6b	0,319	0,293	26,1	18,5	43,9	57,1	0,266			547
Kiefer	KI6c	0,440	0,469	22,0	18,1	82,8	70,0	0,413	j		587
Kiefer	KI7a	0,288	0,288	34,6	23,2	28,8	29,3	0,240	j		478
Kiefer	KI7b	0,455	0,424	19,1	18,6	56,3	68,0	0,423	j		476
Kiefer	KI7c	0,432	0,419	22,2	17,2	62,4	68,2	0,468	j		509
Kiefer	KI8a	0,439	0,459	18,8	27,1	118,6	111,1	0,530			569
Kiefer	KI8b	0,778	0,601	24,6	15,0	81,2	167,8	0,594			594
Kiefer	KI9a	1,227	1,248	17,7	15,5	353,7	346,3	1,709	j	j	630

**Fortsetzung Tabelle D.4:** Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Kiefer	KI9b	0,420	0,428	20,7	13,1	106,6	103,2	0,515	j		679
Kiefer	KI9c	1,089	0,753	17,1	14,7	147,1	261,8	0,706			642
Lärche	LÄ10b	0,273	0,306	25,8	17,7	43,9	26,8	0,278			532
Lärche	LÄ11a	0,363	0,382	37,6	22,5	63,0	49,1	0,341	j		542
Lärche	LÄ11b	0,416	0,439	38,3	23,1	88,0	70,3	0,425	j		601
Lärche	LÄ11c	0,205	0,200	41,6	25,5	36,4	40,4	0,199	j		656
Lärche	LÄ12a					27,3		0,239			527
Lärche	LÄ12b					43,8		0,255			556
Lärche	LÄ12c	0,341	0,310	36,1	16,1	23,0	45,4	0,363			620
Lärche	LÄ13a	0,248	0,250	35,4	18,5	44,9	43,8	0,289	j		567
Lärche	LÄ13b	0,637	0,345	10,3	01,4	32,7	92,8	0,385			620
Lärche	LÄ14a	0,255	0,276	40,1	25,1	52,1	35,1	0,213	j		551
Lärche	LÄ14b					35,0		0,286			577
Lärche	LÄ15a	0,328	0,351	39,1	25,9	54,1	36,1	0,324	j		497
Lärche	LÄ15b	0,500	0,413	19,1	19,7	30,3	63,6	0,313	j		500
Lärche	LÄ16a	0,400	0,409	34,4	24,7	67,7	61,4	0,361	j		534
Lärche	LÄ16b					47,9		0,261			591
Lärche	LÄ16c	0,215	0,208	26,7	17,3	29,6	33,4	0,152	j		556
Lärche	LÄ1a	0,345	0,299	21,1	34,2	37,3	56,6	0,275			607
Lärche	LÄ1b	0,548	0,554	21,9	21,9	95,5	92,7	0,641	j		627
Lärche	LÄ2c	0,209	0,164	16,1	18,5	14,0	28,7	0,130	j		626
Lärche	LÄ3b	0,573	0,476	17,2	23,8	85,2	118,4	0,428			568
Lärche	LÄ4a	0,449	0,415	18,1	31,8	57,5	69,7	0,354			604
Lärche	LÄ4b	0,241	0,180	21,5	20,1	15,7	42,0	0,139	j		627
Lärche	LÄ5a					41,8		0,286			582

Fortsetzung Tabelle D.4: Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Lärche	LÄ5b	0,288	0,293	21,7	19,7	44,0	41,8	0,257			567
Lärche	LÄ6a					24,5		0,244			563
Lärche	LÄ6b	0,555	0,379	13,6	10,3	38,3	85,9	0,376			604
Lärche	LÄ7a	0,190	0,247	40,2	20,7	82,6	36,8	0,218	j		582
Lärche	LÄ7b	0,344	0,350	36,8	21,6	56,2	51,4	0,351	j		575
Lärche	LÄ7c	0,191	0,153	17,1	18,4	13,2	26,2	0,126	j		567
Lärche	LÄ8b	0,365	0,289	18,2	19,6	38,1	65,7	0,293	j		555
Lärche	LÄ8c	0,123	0,103	21,6	10,8	22,5	31,3	0,146	j		549
Lärche	LÄ9b	0,476	0,470	33,5	25,2	58,2	61,9	0,394		j	555
Lärche	LÄ9c	0,461	0,344	14,6	15,6	49,5	83,6	0,346			563
Tanne	TA10b	0,203	0,176	17,0	17,0	22,4	31,7	0,163			534
Tanne	TA11c					06,9		0,071			440
Tanne	TA12a	0,355	0,348	21,5	19,9	44,3	47,1	0,276	j	j	415
Tanne	TA12b	0,191	0,174	22,3	15,2	26,0	33,9	0,168			437
Tanne	TA12c	0,262	0,127	08,7	06,5	10,3	33,8	0,101			447
Tanne	TA13a	0,174	0,210	20,8	12,9	41,2	26,1	0,167	j		393
Tanne	TA13b	0,270	0,161	12,0	07,1	15,6	41,6	0,176			406
Tanne	TA13c	0,207	0,141	09,2	05,7	19,9	32,1	0,155			430
Tanne	TA14a	0,613	0,468	11,4	03,8	66,6	100,0	2,169	j	j	436
Tanne	TA14b	0,158	0,138	12,6	08,7	22,8	27,8	0,116	j		429
Tanne	TA14c	0,153	0,110	07,9	11,3	11,2	18,0	0,084	j		432
Tanne	TA1a	0,323	0,219	20,5	19,4	20,1	62,6	0,230			542
Tanne	TA1b	0,291	0,227	20,9	19,6	12,1	38,5	0,205			576
Tanne	TA2a	0,167	0,159	26,8	14,4	22,8	26,9	0,141			542
Tanne	TA2b	0,132	0,114	22,9	25,4	11,7	19,8	0,079			557

**Fortsetzung Tabelle D.4:** Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Tanne	TA2c	0,248	0,159	16,3	17,0	19,7	49,1	0,149			535
Tanne	TA3a	0,209	0,206	19,5	15,6	27,1	28,5	0,176	j		524
Tanne	TA3b					16,9		0,068			557
Tanne	TA3c					19,9		0,092			553
Tanne	TA4a	0,223	0,213	12,3	08,4	37,5	39,9	0,189			436
Tanne	TA4b	0,301	0,233	09,4	12,3	31,7	44,5	0,189	j		436
Tanne	TA4c	0,252	0,217	13,1	09,6	26,5	35,6	0,147	j		471
Tanne	TA5a	0,111	0,112	17,0	18,6	14,9	14,4	0,084	j		430
Tanne	TA5b	0,152	0,137	17,5	11,9	16,3	21,6	0,105	j		443
Tanne	TA5c	0,294	0,223	12,9	14,0	24,1	42,5	0,173			480
Tanne	TA6b	0,211	0,137	10,4	16,5	16,8	32,2	0,090			580
Tanne	TA6c	0,225	0,168	10,4	07,2	18,9	30,8	0,168	j		578
Tanne	TA7c	0,109	0,144	07,1	11,1	23,4	18,4	0,126			580
Tanne	TA8a	0,307	0,266	18,6	14,7	33,5	48,7	0,292	j		409
Tanne	TA8b	0,307	0,236	09,3	34,7	32,1	45,3	0,218			400
Tanne	TA8c	0,191	0,182	14,5	16,5	27,5	29,8	0,153	j		408
Tanne	TA9a	0,603	0,671	11,8	29,3	169,0	152,9	0,636		j	400
Tanne	TA9b	0,207	0,161	12,2	26,6	16,3	27,5	0,141			427
Tanne	TA9c	0,185	0,180	12,1	19,3	26,7	27,9	0,153			466
Tanne	Ta15a	0,391	0,328	11,9	11,1	48,4	63,3	0,266	j	j	386
Tanne	Ta15b	0,133	0,131	21,5	16,9	14,7	15,6	0,098	j		403
Tanne	Ta15c	0,189	0,165	18,4	11,8	13,7	22,8	0,136	j		419
Tanne	Ta16a	0,236	0,230	11,8	08,9	32,2	33,7	0,175	j		394
Tanne	Ta16b	0,280	0,232	12,5	14,3	26,4	38,5	0,219	j		419
Tanne	Ta16c	0,222	0,179	17,1	11,3	26,5	41,1	0,176	j		447

Fortsetzung Tabelle D.4: Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
south. pine	P2s_10	0,762	0,449	10,6	11,1	34,2	100,3	0,284			535
south. pine	P2s_4	2,275	1,024	07,3	06,7	127,8	311,6	0,814			684
south. pine	P2s_6	0,399	0,313	11,8	09,7	15,0	35,4	0,267			510
south. pine	P2s_7	0,533	0,335	06,5	-00,6	68,0	93,8	0,451			525
south. pine	P2s_8	2,389	0,978	06,7	01,7	189,2	378,8	1,511			669
south. pine	P2s_9	0,552	0,394	14,5	10,6	68,2	113,9	0,397			583
south. pine	SP5a	0,528	0,459	18,2	14,1	66,9	91,8	0,436	j		572
south. pine	SP5b	0,746	0,626	22,2	13,4	52,8	106,1	0,621	j		538
south. pine	SP5c	0,647	0,501	35,0	15,6	66,6	169,2	0,603			589
south. pine	SP6a	0,733	0,663	22,8	18,8	131,8	163,5	0,630			545
south. pine	SP6b	0,421	0,436	24,1	16,5	89,9	82,7	0,466			530
south. pine	SP6c	0,545	0,433	17,1	12,8	85,5	123,8	0,429	j		574
south. pine	SP7a	1,487	1,114	16,0	15,0	207,3	326,6	1,085			675
south. pine	SP7b	0,754	0,593	19,1	10,8	163,3	225,1	0,624			662
south. pine	SP8a	0,729	0,694	20,8	17,9	159,8	174,5	0,701			607
south. pine	SP8b	0,710	0,653	23,8	17,6	135,2	162,2	0,670			609
south. pine	SP8c	0,666	0,520	19,5	18,2	86,5	143,6	0,653			600
west. heml.	H2_11							0,288			403
west. heml.	H2_12	0,180	0,218	20,4	07,3	51,6	36,1	0,161			392
west. heml.	H2_13	0,195	0,180	16,9	06,8	32,5	37,6	0,149			399
west. heml.	H2_14	0,190	0,249	18,8	11,7	67,1	44,9	0,177			398
west. heml.	H2_15	0,224	0,206	13,1	09,9	29,2	33,9	0,137			396
west. heml.	H2_16	0,210	0,176	10,2	05,3	28,8	35,7	0,130			397
west. heml.	H2_mus					51,0		0,165			391
west. heml.	WH10a	0,177	0,172	21,1	20,7	18,3	20,4	0,161			431

**Fortsetzung Tabelle D.4:** Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
west. heml.	WH10b	0,130	0,166	27,3	15,2	37,7	18,0	0,139	j		416
west. heml.	WH11a	0,310	0,306	19,3	12,0	39,4	41,0	0,275	j		518
west. heml.	WH11b	0,247	0,304	29,0	15,0	72,9	39,8	0,284	j		534
west. heml.	WH12a	0,211	0,201	38,5	26,7	28,5	35,7	0,187			424
west. heml.	WH12b	0,191	0,191	17,9	12,7	31,5	31,5	0,186			425
west. heml.	WH1a	0,284	0,257	22,9	18,3	34,9	47,4	0,286			527
west. heml.	WH1b	0,267	0,301	22,2	15,5	57,0	41,9	0,256	j		525
west. heml.	WH2a	0,286	0,269	17,8	14,8	50,8	56,8	0,289			521
west. heml.	WH2b	0,262	0,277	22,5	13,9	60,7	53,6	0,304			521
west. heml.	WH2c	0,243	0,229	23,0	16,6	32,3	38,8	0,238			527
west. heml.	WH3a	0,257	0,242	18,1	13,1	28,2	33,4	0,188	j		510
west. heml.	WH3b	0,217	0,230	21,9	18,4	37,8	32,2	0,218			516
west. heml.	WH3c	0,250	0,239	19,9	13,9	31,7	36,0	0,253	j		516
west. heml.	WH4a	0,216	0,214	17,7	10,1	36,5	37,3	0,191	j		471
west. heml.	WH4b	0,209	0,232	30,8	17,6	44,0	30,2	0,204	j		461
west. heml.	WH5a	0,173	0,175	18,6	14,3	21,2	20,6	0,153	j		393
west. heml.	WH5b	0,183	0,184	17,3	11,0	23,7	23,1	0,159	j		389
west. heml.	WH6a	0,201	0,216	23,9	10,7	33,6	26,7	0,209	j		451
west. heml.	WH6b	0,264	0,270	22,2	14,0	46,9	44,5	0,233	j		447
west. heml.	WH7a	0,174	0,200	27,6	12,0	48,1	33,7	0,189			428
west. heml.	WH7b	0,277	0,248	19,1	16,1	32,9	43,8	0,235			435
west. heml.	WH8a	0,229	0,239	27,8	12,7	46,8	41,4	0,257	j		530
west. heml.	WH8b	0,184	0,234	21,2	10,5	52,4	31,1	0,241			527
west. heml.	WH9a	0,159	0,148	14,5	16,4	13,6	16,8	0,113	j		380
west. heml.	WH9b	0,147	0,154	15,3	17,0	19,0	16,9	0,136	j		380

Fortsetzung Tabelle D.4: Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Afzelia	AF1a	0,270	0,262	15,7	25,3	21,9	24,5	0,266			798
Afzelia	AF1b	0,235	0,219	18,6	19,2	28,8	34,6	0,203	j		796
Buche	BU1a *	1,028	1,204	37,3	23,8	201,9	70,8	1,203	j		803
Buche	BU1b *	1,361	1,343	23,7	18,7	179,1	187,6	1,311	j		803
Buche	BU1c *	1,586	1,608	20,7	18,3	245,1	236,2	1,647	j		837
Buche	BU1d *	2,153	2,439	22,4	17,0	469,6	341,1	1,986	j		831
Buche	BU3a	1,392	1,153	19,4	20,6	152,4	245,1	1,406			737
Buche	BU3b	0,679	0,634	24,5	17,2	58,9	80,8	0,966			705
Eiche	EI1	0,557	0,536	11,9	40,6	47,0	51,8	0,495			653
Eiche	EI2	0,565	0,586	42,0	26,2	76,3	59,0	0,549			731
Eiche	EI3a	0,457	0,462	30,7	36,3	36,1	32,9	0,400			728
Eiche	EI3b	0,341	0,438	23,1	16,3	96,5	51,7	0,575	j		720
red cedar	RC1a	0,241	0,211	16,7	15,7	24,1	34,1	0,191	j		330
red cedar	RC1b	0,313	0,246	15,0	15,2	26,4	46,6	0,217			341
red cedar	RC1c	0,239	0,240	20,3	13,2	35,2	34,5	0,213	j		342
red cedar	RC2a	0,207	0,173	15,7	20,0	17,7	28,6	0,153	j		374
red cedar	RC2b	0,151	0,164	21,0	19,0	29,1	23,8	0,164			372
red cedar	RC2c	0,181	0,170	17,5	19,1	24,0	27,8	0,197			365

\*) Die Prüfkörper BU1a, BU1b, BU1c und BU1d wurden aus einem Stück gedämpfter Rotbuche hergestellt.

**Fortsetzung Tabelle D.4:** Ergebnisse der Versuche mit CT-Proben, Holzdicke  
t = 39 mm, FSH

Holzart	Versuch	$G_{1,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$G_{ID,2}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta a_2$ [mm]	$x_2$ [mm]	$P_1$ [Nmm]	$P_2$ [Nmm]	$G_{1,nt}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	inst <sub>2</sub>	ast <sub>2</sub>	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
FSH	FSH_1	0,570	0,454	17,6	20,1	170,4	250,2	0,650			506
FSH	FSH_10	0,395	0,385	25,6	14,1	255,7	265,5	0,543			529
FSH	FSH_11	1,101	0,640	14,3	16,7	121,1	378,1	0,905			505
FSH	FSH_12	1,376	0,841	17,8	16,2	141,7	511,8	1,239			502
FSH	FSH_2	0,455	0,359	14,1	16,6	173,9	226,6	0,495			517
FSH	FSH_3	0,424	0,380	18,0	22,6	142,6	173,5	0,449			505
FSH	FSH_4	0,616	0,421	22,1	15,4	173,7	342,4	1,008			513
FSH	FSH_5	0,474	0,500	21,4	32,8	252,1	230,2	0,671			517
FSH	FSH_6	0,720	0,564	19,6	23,9	171,8	290,3	0,730			520
FSH	FSH_7	0,479	0,430	32,9	16,9	267,3	330,4	0,657			527
FSH	FSH_8	1,106	0,725	13,0	17,0	222,4	415,2	0,831			552
FSH	FSH_9	0,566	0,505	22,2	31,7	271,3	324,6	0,603			520

## E Anhang zu Abschnitt 6

**Tabelle E.1:** statistische Kennwerte  $F_{\max}$ ,  $k_s$ ,  $D_s$ ,  $G_{ID}$ ,  $\delta_t$ ,  $\rho$  unter Berücksichtigung aller Anschlusselemente

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Douglasie n = 12	$F_{\max}$ [kN]	122	19,6	96,9	153
	$k_s$ [kN/mm]	98,4	25,4	61,2	145
	$D_s$	1,60	0,50	0,944	2,83
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,266	0,055	0,173	0,333
	$\delta_t$ [mm]	0,300	0,055	0,234	0,397
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	494	31,6	439	536
Fichte n = 12	$F_{\max}$ [kN]	107	17,3	81,0	132
	$k_s$ [kN/mm]	81,2	18,5	63,7	132
	$D_s$	1,50	0,398	1,05	2,49
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,207	0,047	0,147	0,31
	$\delta_t$ [mm]	0,346	0,079	0,253	0,482
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	440	32,1	395	492
Kiefer n = 9	$F_{\max}$ [kN]	123	16,8	102	144
	$k_s$ [kN/mm]	111	33,2	76,9	168
	$D_s$	2,02	0,61	1,26	3,40
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,508	0,171	0,273	0,855
	$\delta_t$ [mm]	0,403	0,104	0,258	0,555
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	582	44,8	505	634

**Tabelle E.1** (Fortsetzung): statistische Kennwerte  $F_{\max}$ ,  $k_s$ ,  $D_s$ ,  $G_{ID}$ ,  $\delta_t$ ,  $\rho$ 

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
Lärche n = 11	$F_{\max}$ [kN]	119	21,4	86,3	162
	$k_s$ [kN/mm]	111	14,6	89,4	132
	$D_s$	1,55	0,685	1,04	3,30
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,310	0,084	0,156	0,443
	$\delta_t$ [mm]	0,290	0,093	0,157	0,458
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	584	29,0	522	616
Tanne n = 10	$F_{\max}$ [kN]	93,1	13,6	70,1	122
	$k_s$ [kN/mm]	96,2	14,6	89,4	132
	$D_s$	1,55	0,685	1,04	3,30
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,165	0,033	0,126	0,220
	$\delta_t$ [mm]	0,272	0,112	0,125	0,412
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	584	29,0	522	616
red cedar n = 2	$F_{\max}$ [kN]	87,7	2,22	86,1	89,3
	$k_s$ [kN/mm]	71,2	14,2	61,1	81,3
	$D_s$	1,19	0,042	1,16	1,22
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,202	0,032	0,179	0,224
	$\delta_t$ [mm]	0,194	0,018	0,181	0,206
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	336	10,2	329	344
southern pine n = 16	$F_{\max}$ [kN]	140	19,9	109	186
	$k_s$ [kN/mm]	129	24,2	79,8	178
	$D_s$	3,51	2,04	1,70	10,5
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,58	0,26	0,342	1,13
	$\delta_t$ [mm]	0,403	0,104	0,319	0,646
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	572	48,8	499	643

**Tabelle E.1** (Fortsetzung): statistische Kennwerte  $F_{\max}$ ,  $k_s$ ,  $D_s$ ,  $G_{ID}$ ,  $\delta_t$ ,  $\rho$ 

Holzart		Mittelwert	Standard- abweichung	Kleinstwert	Größtwert
western hemlock  n = 11	$F_{\max}$ [kN]	124	24,5	87,0	162
	$k_s$ [kN/mm]	109	33,9	67,45	186
	$D_s$	1,62	0,577	1,16	3,08
	$G_{ID}$ [Nmm/mm <sup>2</sup> ]	0,242	0,055	0,151	0,323
	$\delta_t$ [mm]	0,338	0,063	0,238	0,462
	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	480	61,2	382	565

## F Anhang zu Abschnitt 8

**Tabelle F.1:** Ermittlung der Fließmomente in Anlehnung an DIN EN 409 und dem Entwurf zur DIN 1052 (2000)

	Für Biegewinkel 26,8° nach Entwurf zur DIN 1052	Für Biegewinkel bei Höchstlast für Biegewinkel $\leq 45^\circ$
Einzelwerte [Nmm]	5577	5690
	5465	5622
	5420	5510
	5307	5442
	5442	5532
	5645	5757
	5555	5712
	5555	5712
	5510	5622
	5465	5532
Mittelwert [Nmm]	5494	5613
Kleinstwert [Nmm]	5307	5442
Höchstwert [Nmm]	5645	5757
Standardabweichung [Nmm]	96	105

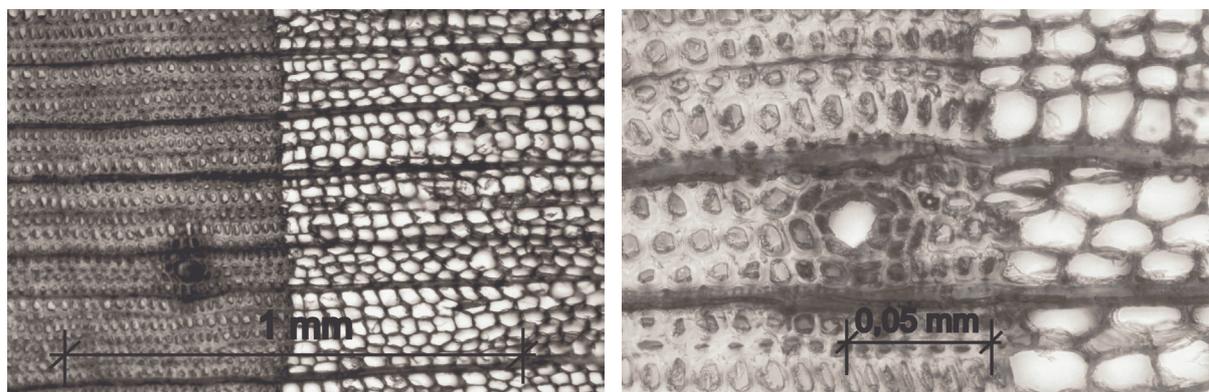
**Tabelle F.2:** Ausziehversuche Maschinenstifte 34x80 in Anlehnung an DIN 1052, Teil 2, Anhang A (1988); Einschlagtiefe  $s_w = 40,0$  mm, Fichtenholz

Nagel Nr.	Höchstlast [N]	Rohdichte $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Holzfeuchte u [%]	Lage der Nagelachse zu den Jahrringen
1	866	383	13,0	tangential
2	665	370	13,5	tangential
3	930	451	13,4	tangential
4	552	402	14,2	tangential
5	538	383	12,6	tangential
6	878	383	13,0	radial
7	597	370	13,5	radial
8	705	451	13,4	radial
9	678	402	14,2	radial
10	682	383	12,6	radial
Mittelwert [N]	709	398	13,3	
Standardabweichung [N]	138	30,0	0,56	

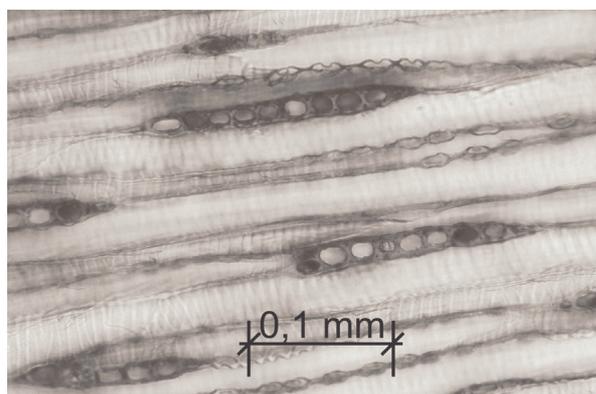
**Tabelle F.3:** Ausziehversuche Maschinenstifte 34x80 in Anlehnung an DIN 1052, Teil 2, Anhang A (1988); Einschlagtiefe  $s_w = 40,0$  mm Kiefernholz

Nagel Nr.	Höchstlast [N]	Rohdichte $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Holzfeuchte u [%]	Lage der Nagelachse zu den Jahrringen
1	1068	607	12,5	radial
2	1076	587	11,5	radial
3	868	581	12,0	radial
4	946	538	11,5	radial
5	1166	538	11,5	radial
6	791	538	11,5	tangential
7	544	581	12,0	tangential
8	730	587	11,5	tangential
9	836	587	11,5	tangential
10	813	607	12,5	tangential
Mittelwert [N]	884	575	11,8	
Standardabweichung [N]	185	27,2	0,42	

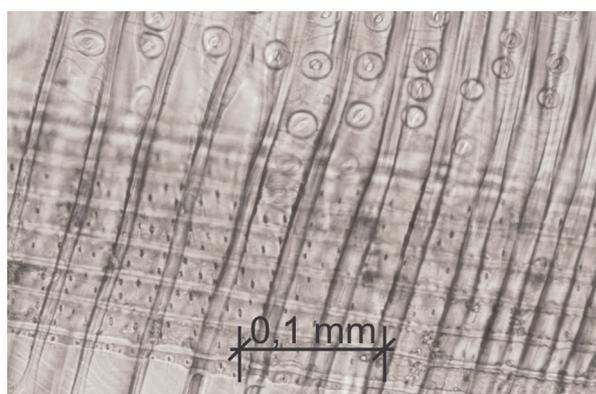
## G Anhang zu Abschnitt 3, Mikrofotografie



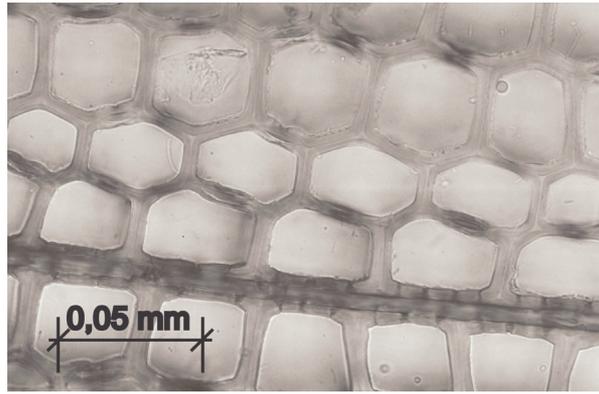
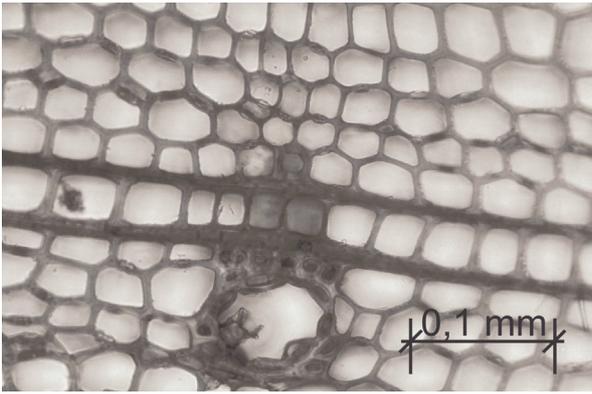
**Bild G.1:** Querschnitte Douglasie



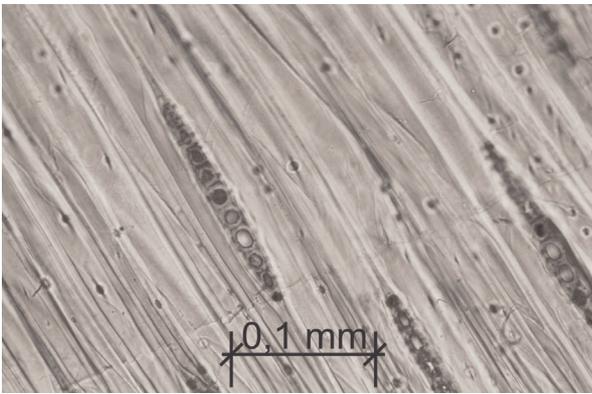
**Bild G.2:** Tangentialschnitt Douglasie



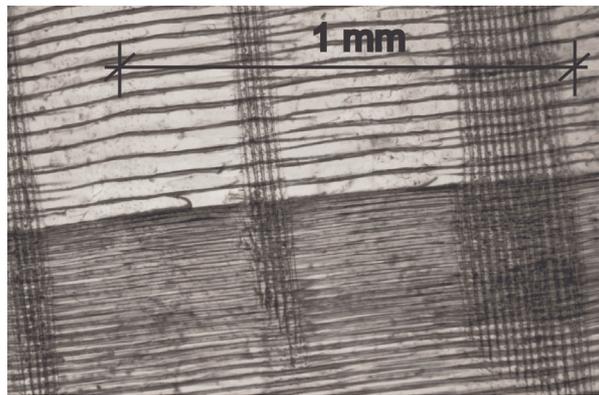
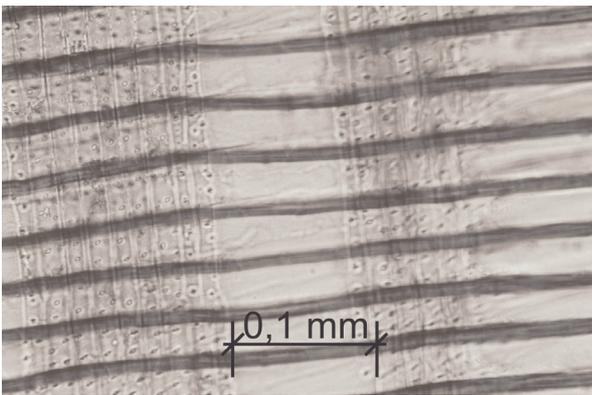
**Bild G.3:** Radialschnitt Douglasie



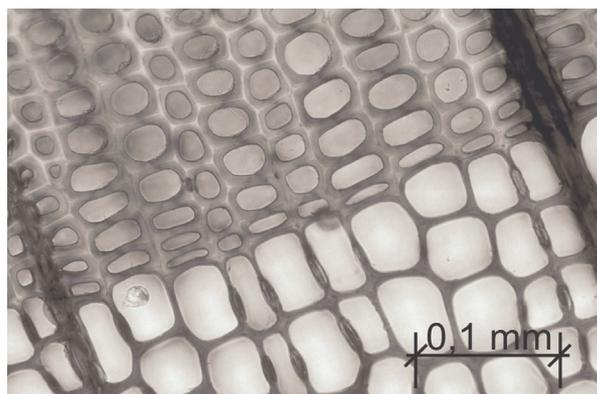
**Bild G.4:** Querschnitte Fichte



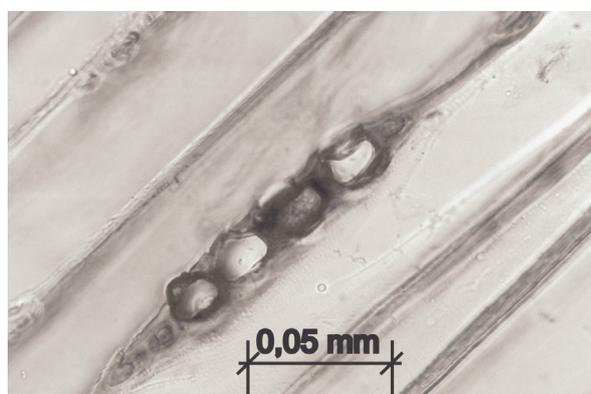
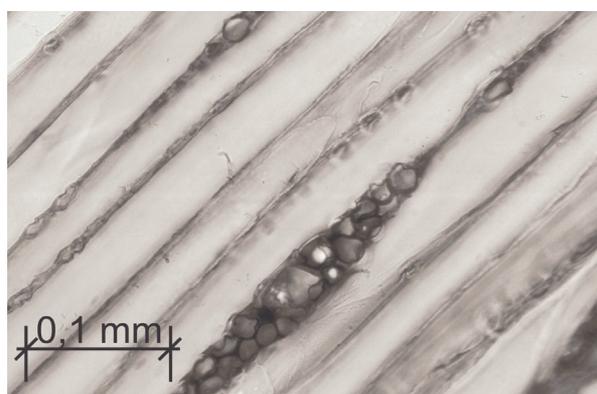
**Bild G.5:** Tangentialschnitt Fichte



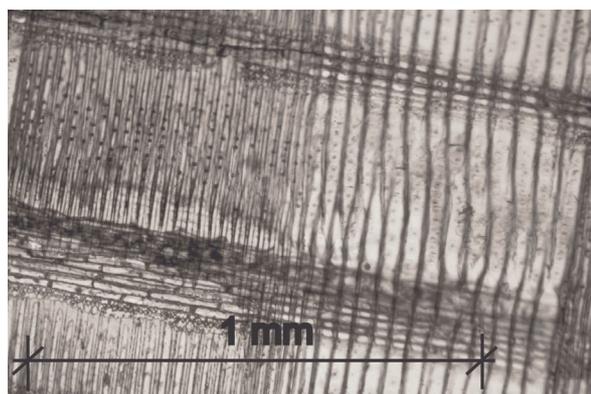
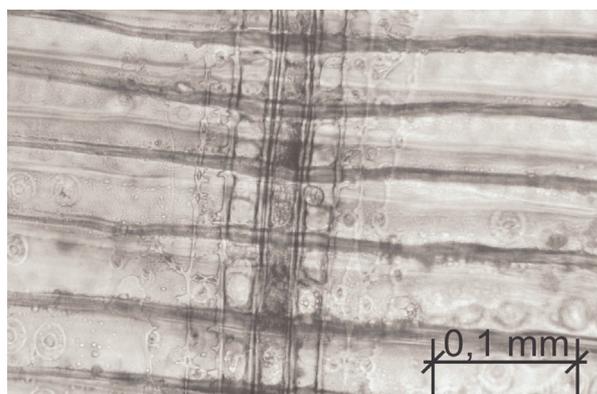
**Bild G.6:** Radialschnitte Fichte



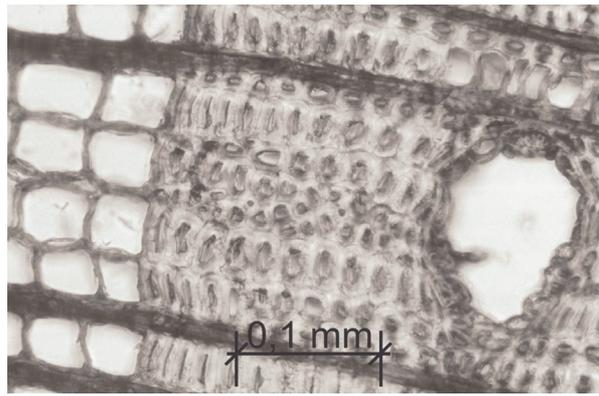
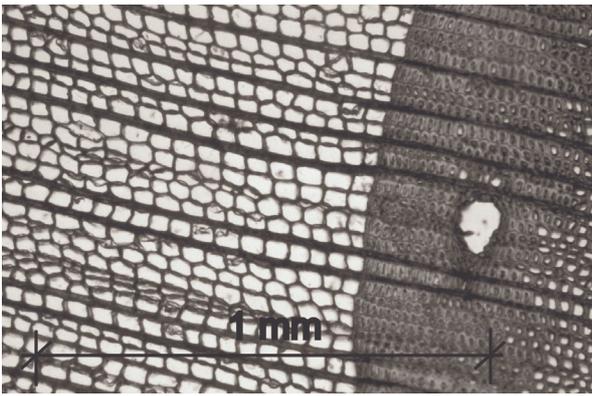
**Bild G.7:** Querschnitt Kiefer



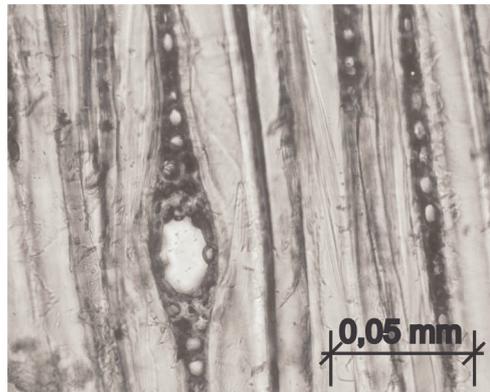
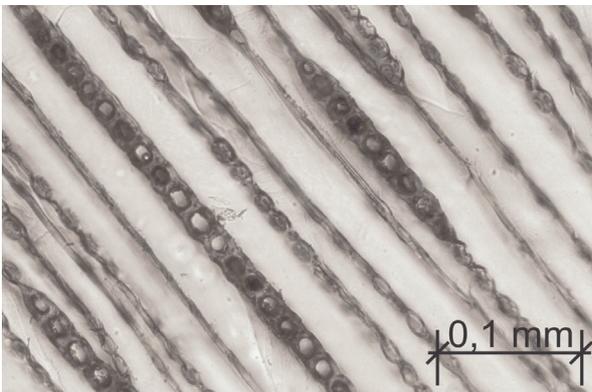
**Bild G.8:** Tangentialschnitte Kiefer



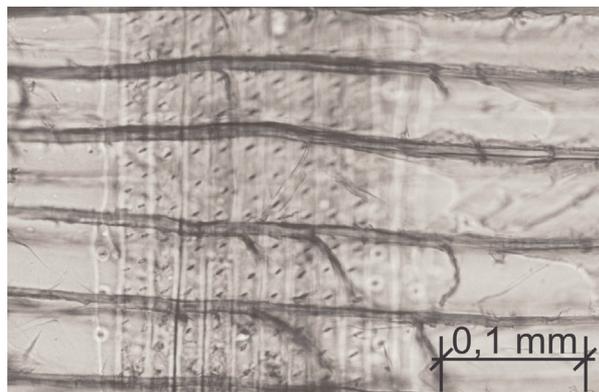
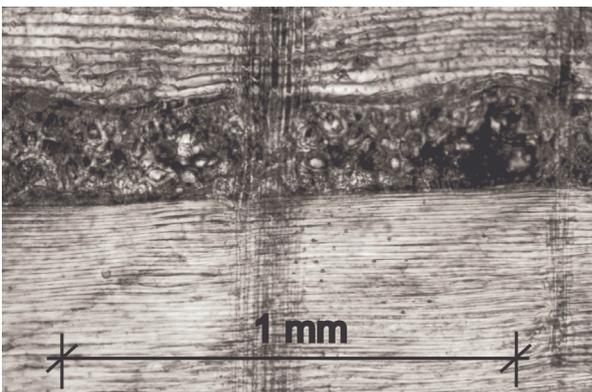
**Bild G.9:** Radialschnitte Kiefer



**Bild G.10:** Querschnitte Lärche



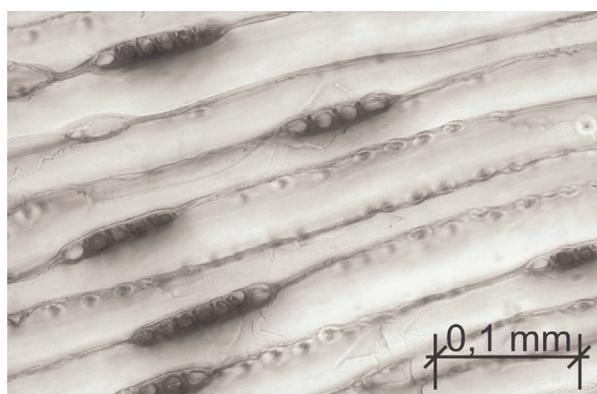
**Bild G.11:** Tangentialschnitte Lärche



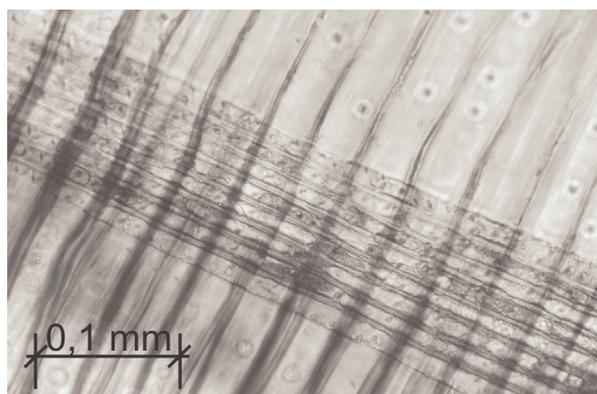
**Bild G.12:** Radialschnitte Lärche



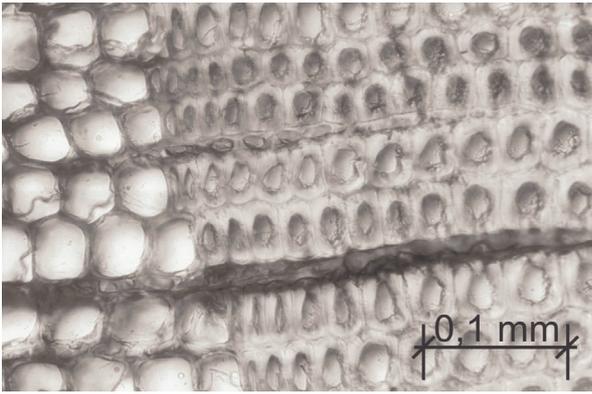
**Bild G.13:** Querschnitt red cedar



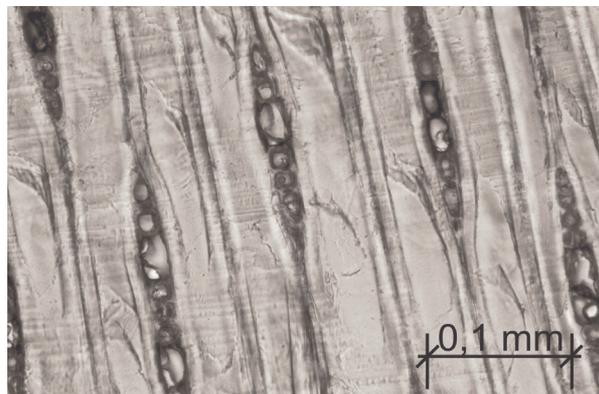
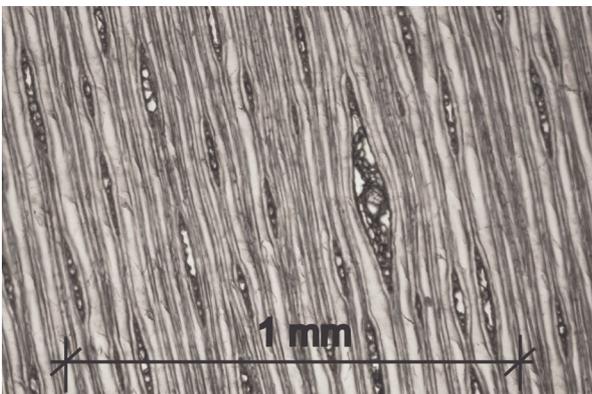
**Bild G.14:** Tangentialschnitt red cedar



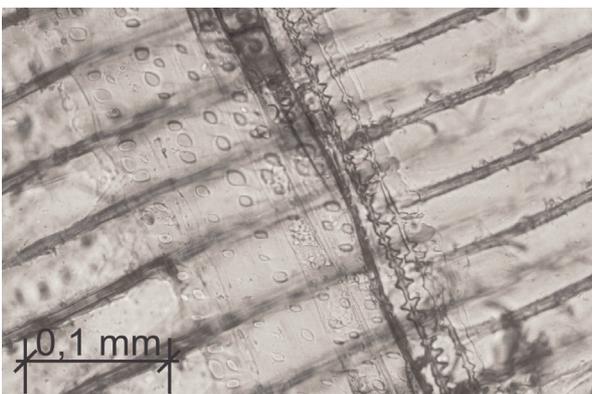
**Bild G.15:** Radialschnitt red cedar



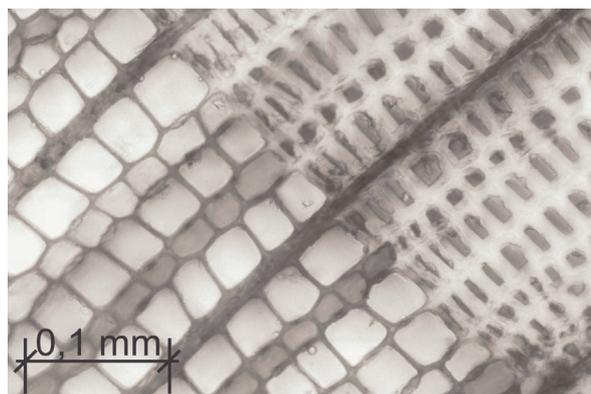
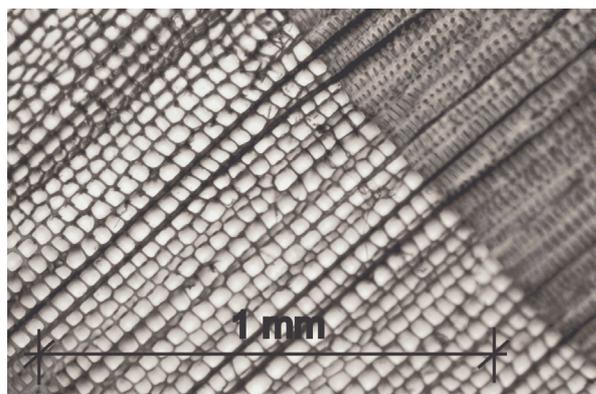
**Bild G.16:** Querschnitt southern pine



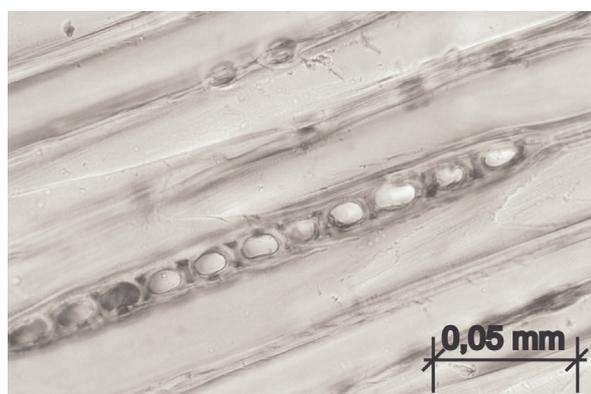
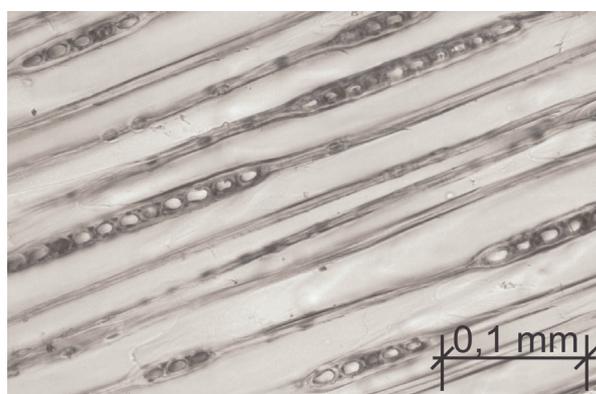
**Bild G.17:** Tangentialschnitte southern pine



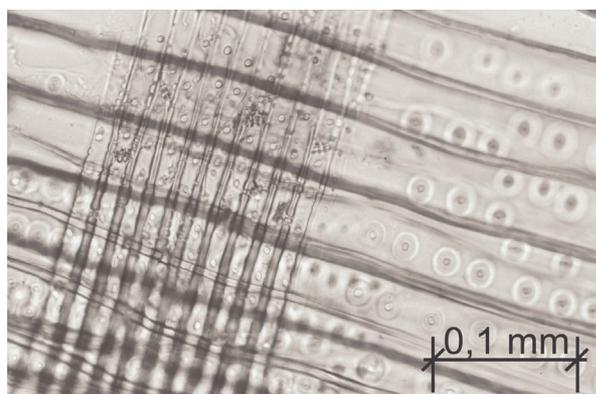
**Bild G.18:** Radialschnitt southern pine



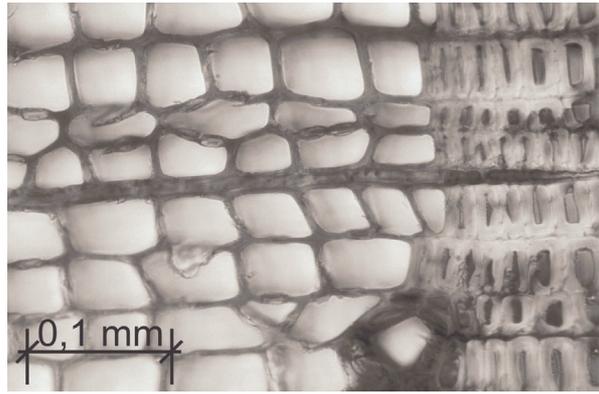
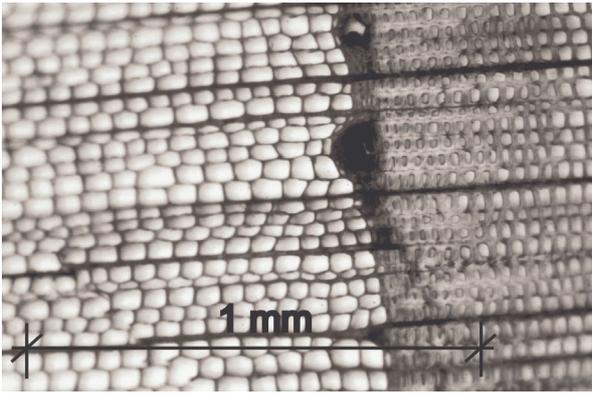
**Bild G.19:** Querschnitte Tanne



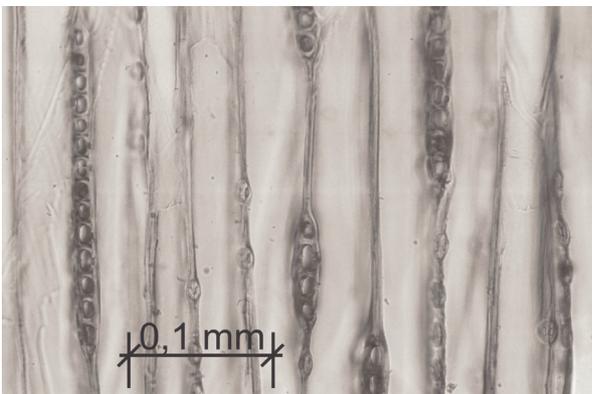
**Bild G.20:** Tangentialschnitte Tanne



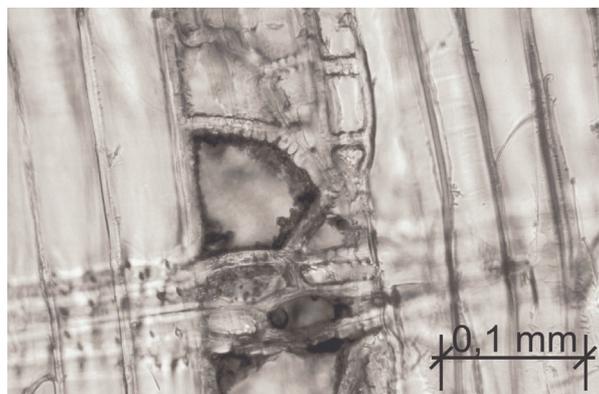
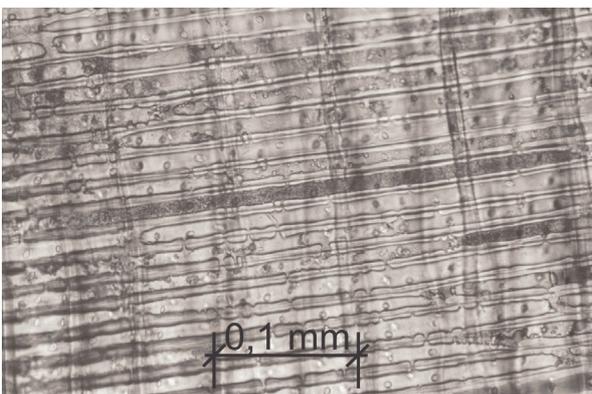
**Bild G.21:** Radialschnitt Tanne



**Bild G.22:** Querschnitte western hemlock



**Bild G.23:** Tangentialschnitt western hemlock



**Bild G.24:** Radialschnitte western hemlock

# Lebenslauf

Geburtsdatum: 7. August 1967

Geburtsort: Konstanz

Familienstand: verheiratet, zwei Kinder

Abitur: 1987 am TG an der Zeppelin-Gewerbeschule Konstanz

Grundwehrdienst: Oktober 1987 – Oktober 1988  
als Sanitäter bei der Bundesmarine

Studium: Oktober 1988 – März 1994  
Studium des Bauingenieurwesens an der TH Karlsruhe,  
Vertiefungsrichtung konstruktiver Ingenieurbau; während  
dieser Zeit Arbeit als wissenschaftliche Hilfskraft am  
Lehrstuhl für Stahl- und Leichtmetallbau

Referendariat: April 1994 – März 1996 im bautechnischen  
Verwaltungsdienst; Abschluss mit großer Staatsprüfung  
(Innenministerium Baden-Württemberg)

Assistent: seit Mai 1996 wissenschaftlicher Angestellter am  
Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen  
der Universität Karlsruhe (TH); Tätigkeit in der Lehre und  
in der Forschung für Industrie und die öffentliche Hand

