

KfK 4669
Dezember 1989

**Untersuchungen zur
thermozyklischen Ermüdung
von Rohren aus dem
austenitischen Stahl 1.4436**

J. Neumann
Institut für Material- und Festkörperforschung

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Kernforschungszentrum Karlsruhe
Institut für Material- und Festkörperforschung

KfK 4669

**Untersuchungen zur
thermozyklischen Ermüdung
von Rohren aus dem
austenitischen Stahl 1.4436 ***

J. Neumann

* Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

Untersuchungen zur thermozyklischen Ermüdung von Rohren aus dem austenitischen Stahl 1.4436

Kurzfassung

In dem vorliegenden Bericht werden Ergebnisse zur Ribbildung und Ribausbreitung in Rohren aus dem austenitischen Stahl 1.4436 unter thermozyklischer Belastung vorgestellt. Die innen wassergekühlten Rohre werden von außen induktiv zyklisch aufgeheizt. Die Ribentstehung und Ribausbreitung auf der Innenwand wird mit einem Endoskop in bestimmten Intervallen untersucht und statistisch ausgewertet. Die Berechnung der Temperaturverteilung in der Rohrwand erfolgt analytisch und dient als Basis für elastische und inelastische Spannungs- und Dehnungsberechnungen. Die Ribausbreitung wird mit den Methoden der Bruchmechanik (K-Konzept, J-Integral) beschrieben. Isotherme einachsige Untersuchungen dienen zum Vergleich bzgl. der Lebensdauer und der Ribentstehung.

Investigations on cyclic thermal fatigue of 1.4436 austenitic steel tubes

Abstract

Results of crack initiation and crack propagation in 1.4436 austenitic steel tubes under cyclic thermal loading are presented. From outside the tubes are induction heated rotation symmetrically, the interior is cooled by water. Crack initiation and propagation on the inner surface is investigated with an endoscope in fixed intervals. The crack distribution is evaluated statistically. The temperature distribution in the wall is calculated analytically and allows further calculations of elastic and inelastic stress-strain-distributions. Crack propagation is described with the methods of fracture mechanics (K-Concept, J-Integral). Results of lifetime and crack initiation from isothermal uniaxial fatigue tests are compared with the results from the thermal fatigue tests.

Inhaltsverzeichnis

1.0	Einleitung	1
2.0	Experimentelle Methodik und Ergebnisse zum thermozyklischen Materialverhalten	3
2.1	Überblick	3
2.2	Proben	5
2.2.1	Werkstoff	5
2.2.2	Probengeometrie	7
2.3	Versuchsaufbau	8
2.3.1	Induktive Aufheizung	9
2.3.2	Kühlung der Rohrwand	10
2.3.3	Temperaturmessungen	10
2.3.4	Abschirmmaßnahmen	12
2.3.5	Datenerfassung und Anlagensteuerung	12
2.4	Versuchsbedingungen	12
3.0	Temperaturverteilung in der Rohrwand	15
3.1	Grundgleichungen und Randbedingungen	15
3.2	Lösung der Differentialgleichung	17
3.2.1	Lösung der homogenen Differentialgleichung	17
3.2.2	Lösung der inhomogenen Differentialgleichung	19
3.2.3	Bestimmung der Koeffizienten	19
3.2.4	Induktive Aufheizung	20
3.2.5	Bestimmung der Konstanten	21
3.3	Ergebnisse	22
4.0	Spannungsverteilung in der Rohrwand bei elastischem Materialverhalten	25
4.1	Grundgleichungen	25
4.2	Ergebnisse	26
5.0	Spannungs- und Dehnungsverteilung bei inelastischem Materialverhalten	29
5.1	Ansatz	29
5.2	Bestimmung der Grundgleichungen	32
5.3	Bestimmung der Konstanten k und n	33
5.4	Ergebnisse	35
6.0	Experimentelle Untersuchungen zur Ribbildung und zum Ribwachstum	43
6.1	Prinzipielles Versagen	44
6.2	Ribwachstumsverhalten	46

6.2.1	Optische Auswertung während der Versuche	48
6.2.2	Bestimmung der Rißtiefe	51
6.2.3	Metallographische und fraktographische Untersuchungen	54
6.2.4	Statistische Auswertung	57
7.0	Beschreibung des Rißwachstumsverhaltens mit den Methoden der Bruchmechanik	69
7.1	Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren	70
7.1.1	Berechnung gemittelter Spannungsintensitätsfaktoren mit der Gewichtsfunktionsmethode	70
7.1.2	Berechnung lokaler Spannungsintensitätsfaktoren	72
7.1.2.1	Bestimmung der Geometriefunktion	73
7.2	Ergebnisse	77
7.3	Ermüdungsrißausbreitung und Rißgeometrieänderung	82
7.3.1	Ermüdungsrißausbreitung	83
7.3.2	Kleine Risse	86
7.3.3	Rißgeometrieänderung	89
7.3.4	Anwendung des J-Integralverfahrens	90
7.3.4.1	Grundlagen	90
7.3.4.2	Ergebnisse	93
8.0	Isotherme Vergleichsexperimente	97
8.1	Probenformen und Versuchsbedingungen	97
8.2	Versuchsdurchführung	99
8.2.1	Rohrproben (1.4436)	99
8.2.1.1	Statistische Auswertung	103
8.2.1.2	Fraktografische Analyse	111
8.2.2	Rundproben (A316)	114
9.0	Diskussion	117
9.1	Vergleich der einachsigen, isothermen Experimente	117
9.2	Vergleich der isothermen mit den thermozyklischen Experimenten	118
10.0	Zusammenfassung	125
11.0	Literaturverzeichnis	129
12.0	Anhang	137
12.1	Erweiterte Lösung der instationären Wärmeleitungsgleichung	137
12.2	Lösung der Integrale aus Kap. 3.2.3	138
12.3	Geometriefunktionen für gewichtet gemittelte K-Faktoren	139
12.3.1	Elastisches Materialverhalten	139

12.3.2	Inelastisches Materialverhalten	140
12.4	Geometriefunktionen nach RAJU und NEWMAN	141
12.5	Geometriefunktion bei quadratischer Spannungsverteilung	142
12.6	Koeffizienten für den durchgehenden Oberflächenriß	143
12.7	Tabellierte Geometriefunktionen für das Rohr	144
13.0	Symbolverzeichnis	157

1.0 Einleitung

Wichtige Bauteilkomponenten in vielen Anwendungsbereichen sind neben einer mechanischen Beanspruchung auch thermischen Belastungen ausgesetzt, die für sich allein oder in Kombination zu einem Versagen des Bauteils führen können.

Allgemein spricht man von "Thermoermüdung", wenn das zyklische Aufheizen oder Kühlen von Komponenten zu einer Verschlechterung der Materialeigenschaften führt. Die Ursachen beruhen auf der teilweisen oder vollständigen Behinderung der Wärmeausdehnung.

Der Oberbegriff "Thermoermüdung" läßt sich je nach Versuchsführung hinsichtlich der Ausdehnungsbehinderung unterteilen in /1/:

1. globale Behinderung des gesamten Bauteils aufgrund von äußeren Randbedingungen. Dies führt zu auf das Bauteil wirkenden Reaktionskräften.
2. Behinderung aufgrund von inneren Randbedingungen, wie sie zum Beispiel bei Werkstoffen auftreten, die aus mehreren unterschiedlichen Materialien zusammengesetzt sind (Faserverbundwerkstoffe).
3. lokal unterschiedlich ausgeprägte Behinderung durch inhomogene Temperaturverteilungen und daraus resultierende thermische Spannungen.

Bei Punkt 3 hängt die thermische Belastung der Komponente wesentlich davon ab, in welchem Maß sich Temperaturgradienten im Material ausbilden können.

Bei ausreichender Höhe der zyklischen Beanspruchung führt diese zunächst zur Ribinitierung, gefolgt von Ribwachstum, was zu Bauteilversagen durch Bruch oder Leckage führen kann.

Derartige Vorgänge treten insbesondere in Kraftwerken durch An- und Abfahrvorgänge sowie durch Leistungsänderungen auf.

Ein Bauteil aus der aktuellen Entwicklung, das diesbezüglich hohen Anforderungen standhalten muß, ist die Erste Wand eines gepulst betriebenen Tokamak-Fusionsreaktors (Abbildung 1). Sie umschließt das Plasma und nimmt bei Zünden desselben die freiwerdende Energie auf und leitet sie an das Kühlmedium weiter.

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst ein Versuchsstand vorgestellt, mit dem an Rohrproben aus dem austenitischen Stahl 1.4436 eine entsprechende Belastung näherungsweise simuliert werden kann.

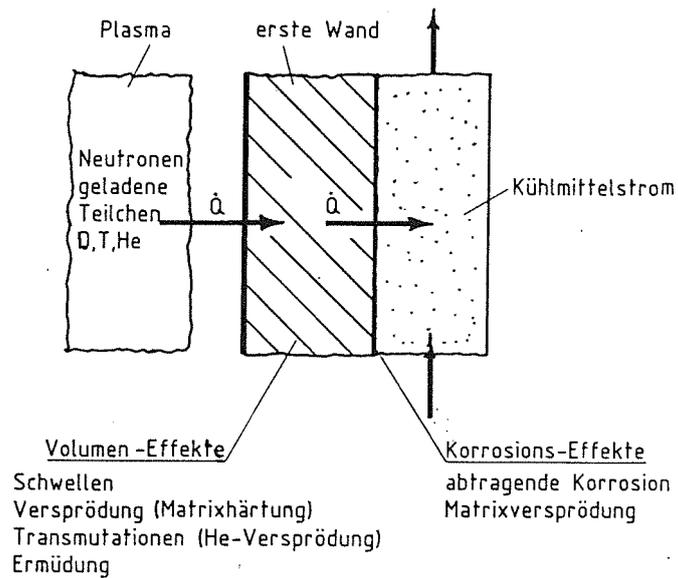


Abbildung 1. Prinzipieller Aufbau der Toruswand.

Die mit dieser Versuchsanlage gewonnenen Ergebnisse werden beschrieben und analysiert. Die dazu benötigten Beanspruchungsverläufe (Temperatur, Spannung, Dehnung) werden analytisch bestimmt. Ergänzende isotherme Experimente dienen als Vergleichsbasis für die thermozyklischen Versuche.

Das Ziel der Arbeit ist zum einen die Untersuchung des Materialverhaltens unter thermozyklischer Belastung, zum anderen die Anwendbarkeit von bruchmechanischen Methoden für den komplexen Belastungsfall der Thermoermüdung zu ermitteln. Zudem soll die Möglichkeit einer vereinfachten Beschreibung mit isothermen Experimenten untersucht werden.

2.0 Experimentelle Methodik und Ergebnisse zum thermozyklischen Materialverhalten

2.1 Überblick

Viele Autoren beschreiben Prüfstände zur thermozyklischen Ermüdung /2/ - /14/. Die Versuchsaufbauten lassen sich in drei Kategorien einteilen:

- Anlagen, in die die Proben mit beiden Enden fest eingespannt werden und anschließend eine zyklische Temperaturänderung aufgebracht wird. Die mechanische Beanspruchung ergibt sich ausschließlich aus der Behinderung der freien thermischen Ausdehnung /2/.
- Anlagen, bei denen der zyklischen Temperaturänderung zusätzlich eine zyklische mechanische Beanspruchung überlagert werden kann. Dabei kann die thermische und die mechanische Belastung phasengleich oder phasenverschoben aufgebracht werden /3/ - /7/.
- Anlagen, in denen sich die Probe thermisch frei ausdehnen kann und die Belastung sich aus Temperaturgradienten im Material ergibt, indem dieses sehr schnell inhomogen aufgeheizt oder abgekühlt wird /8/ - /14/.

Zur Aufbringung der Temperaturbeanspruchung ergibt sich unabhängig vom Anlagentyp die Anwendungsmöglichkeit der Ofenheizung, der Widerstandsheizung sowie der Hochfrequenzheizung. Lediglich das Wirbelbettverfahren wird nur bei Anlagen mit freier thermischer Ausdehnung verwendet.

Bis auf wenige Ausnahmen - keilförmige /7/ oder Platten-Probe /11/ - /12/ - wird die Rundprobe verwendet. Bei konstanter Temperaturverteilung in radialer Richtung werden Hohl- und Vollquerschnitte untersucht, bei transienter Belastung ausschließlich Hohlquerschnitte /9/, /13/ - /14/.

Die Heiz- bzw. Kühlrate hängt von dem verwendeten Verfahren sowie von geforderten Versuchsparametern ab, wobei Randbedingungen (z.B. gleichmäßige Temperaturverteilung) zu beachten sind.

Bei den Anlagen mit überlagerter mechanischer Beanspruchung wird die Spannungs- bzw. Dehnungssteuerung in den meisten Fällen von Prüfeinrichtungen übernommen, wie sie von der isothermen Versuchsführung her bekannt sind.

Im allgemeinen ist das Ziel der Untersuchungen, das Verhalten unter thermozyklischer und isothermer Belastung miteinander zu vergleichen. Dieser Vergleich kann die Lebensdauer, die Rißinitiierung und die Rißausbreitung betreffen.

Kawamoto et al. /15/ untersuchten einige Einflußfaktoren auf die Lebensdauer von Rundproben aus einem 18-8-Stahl bei thermomechanischer Belastung (TMF = Thermal-Mechanical Fatigue) für verschiedene Temperaturdifferenzen. Die Bruchlastspielzahl in den TMF-Versuchen war auch dann etwas kleiner als die in isothermen Experimenten, wenn diese bei T_{\max} durchgeführt wurden. Während die Heiz- und Kühlrate keinen Einfluß zeigte, erwiesen sich Haltezeiten bei T_{\max} aufgrund von Krieeffekten als lebensdauerverkürzend. Bei der Untersuchung des Phaseneinflusses zeigte sich, daß je nach Material sowohl eine phasengleiche (T_{\max} bei ϵ_{\max}) als auch eine phasenverschobene (T_{\max} bei ϵ_{\min}) Lastaufbringung zu einer Lebensdauerabnahme führen kann.

TMF-Untersuchungen von *Udoguchi et al.* /16/ am Stahl A347 (Rundproben) ergaben ebenfalls geringere Bruchlastspielzahlen als isotherme Experimente bei T_{\max} , wobei der Unterschied mit zunehmender Maximaltemperatur noch ausgeprägter wurde. Entgegen diesen Ergebnissen ermittelten *Taira et al.* /17/ - /19/ an Rundproben aus verschiedenen Stählen, daß je nach Temperaturniveau und Temperaturdifferenz eine isotherme Beschreibung mit einer Mitteltemperatur ($T_m = 0.5 (T_{\max} + T_{\min})$) oder der Maximaltemperatur möglich war. Dabei spielte die Materialzusammensetzung eine wesentliche Rolle.

Untersuchungen von *Love und Hoddinott* /9/ zur Rißinitiierung in Rohren (Stahl A316) unter rein thermischer Belastung zeigten eine gute Übereinstimmung mit isothermen Experimenten bei T_{\max} . Dies entspricht Ergebnissen von *Marsh* /11/, der Thermoschockexperimente an Plattenproben (Stahl A316) durchführte. Die anschließende Rißausbreitung ließ sich mit dem K-Konzept beschreiben, sobald die auftretenden Spannungen nicht mehr zu einer Verletzung der Anwendbarkeitsgrenzen der linear-elastischen Bruchmechanik führten.

Bethge /20/ untersuchte ebenfalls die Rißausbreitung in Platten (Stahl 1.4948) unter Thermoschockbelastung. Die Beschreibung des Wachstumsverhaltens durch isotherme Experimente bei Raumtemperatur war möglich, solange die Maximaltemperatur bei der Thermoschockbelastung ca. 300°C nicht überstieg.

Okazaki et al. /21/ geben eine Beschreibungsmöglichkeit des Rißwachstums unter thermomechanischer Belastung mit Hilfe des J-Integrals an (Rundproben, Stahl A304). Ein Vergleich mit isothermen Experimenten bei verschiedenen Temperaturen wird möglich durch die Berücksichtigung der temperaturabhängigen Fließspannung. Dagegen führt bei Untersuchungen von *Marchand et al.* /22/ die Anwendung des J-Integralverfahrens zu relativ großen Abweichungen, während die Verwendung eines effektiven K-Faktors eine gute Übereinstimmung ergibt.

2.2 Proben

2.2.1 Werkstoff

Das untersuchte Material ist ein austenitischer Stahl mit der Werkstoff-Nr. 1.4436. Die chemische Zusammensetzung ist Tabelle 1 zu entnehmen, die Werkstoffkennwerte Tabelle 2. Der Werkstoff war im Anlieferungszustand bei 1050°C lösungsgeglüht und anschließend abgeschreckt.

In der hier vorliegenden Zusammensetzung ist der Stahl mit dem für die Erste Wand in Frage kommenden AISI 316L vergleichbar (Tabelle 1). Die Untersuchung metallografischer Schläffe ergab, daß ein Gefüge mit einer Korngröße von 50 μm bis 150 μm vorlag (Abbildung 2).

	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo
1.4436	0.020	0.51	1.55	0.023	0.014	17.4	11.5	2.62
AISI 316L	0.022	0.46	1.82	0.027	0.001	17.4	12.4	2.30

Tabelle 1. Chemische Materialzusammensetzung.

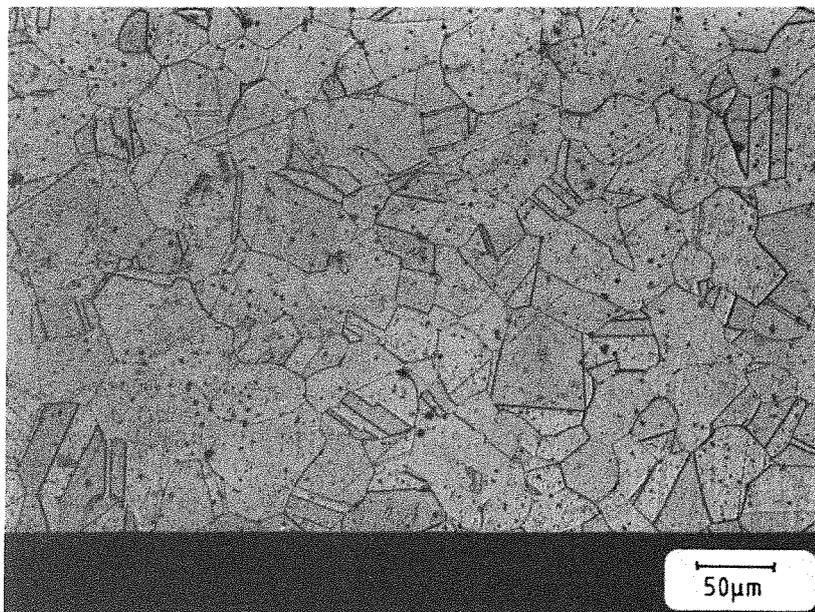


Abbildung 2. Gefügeverteilung.

Temperatur T [°C]	20	50	100	150	200	240	280	300	350	400
0.2%-Dehngrenze $R_{p,0.2}$ [MPa]	271 (278) 205	- - 196	- - 177	254 - 162	- - 147	216 - 139	212 - -	- - 127	162 - 120	- - 115
Zugfestigkeit R_m [MPa]	598 (572) 610			502 - -		477 - -			467 - -	
Elastizitätsmodul E [GPa]	198 200	- -	- 194	194 -	- 186	190 -	180 -	- 179	165 -	- 172
Dichte γ [kg/m ³]	7980									
spezifische Wärme c_p [J/(kg K)]	500									
Wärmeausdehnungskoeffizient β [10 ⁻⁶ /K]			16.5		17.5			17.5		18.5
Wärmeleitfähigkeit λ [W/(m K)]	15									
elektrischer Widerstand ρ_e [Ω mm ² /m]	0.75									

Tabelle 2. Temperaturabhängige Werkstoffkennwerte des Stahls 1.4436: (Eigene Messungen fett gedruckt, Herstellerangaben (), Literaturangaben nach /23/ kursiv).

2.2.2 Probengeometrie

Die verwendeten Proben sind nahtlos gezogene Rohre, deren Abmessungen vor der Bearbeitung 60.3 x 3.9 mm und nach der Bearbeitung 59.85 x 3.5 mm betragen (Abbildung 3).

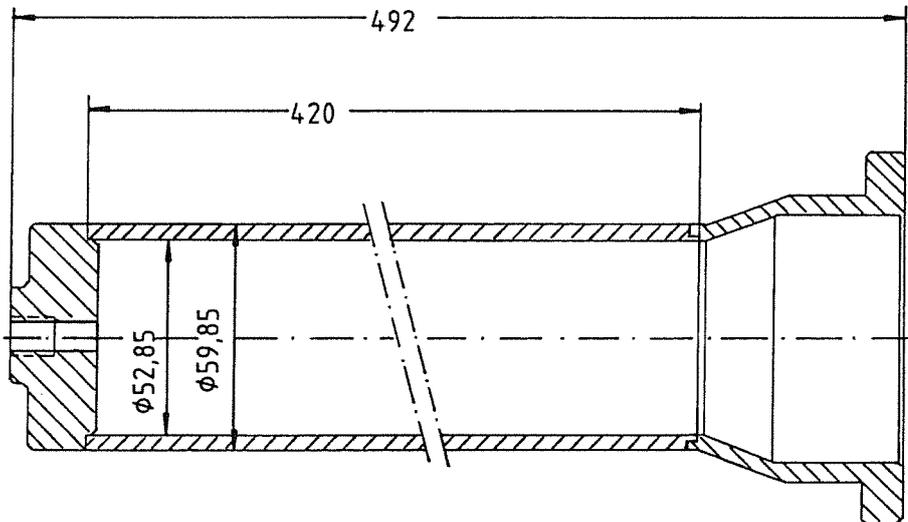


Abbildung 3. Probenabmessungen.

Die Bearbeitung war notwendig, da die Rauigkeit R_{\max} der Oberflächen nicht den gewünschten Anforderungen ($R_{\max} \leq 5 \mu m$) entsprach. Zudem lagen kleine Oberflächenfehler vor, die zur Vermeidung von künstlichen Ribinitiiierungspunkten entfernt werden mußten [24] - [25].

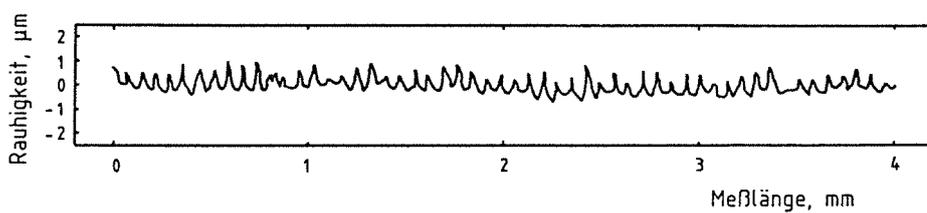


Abbildung 4. Rauigkeit der äußeren Oberfläche.

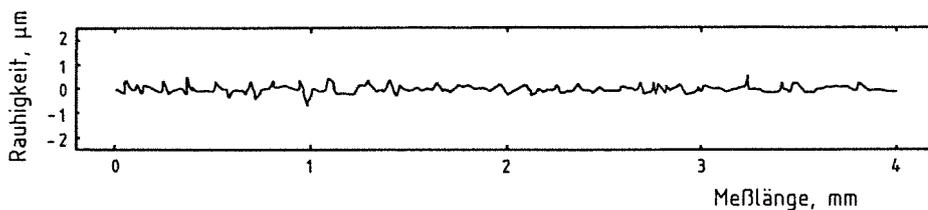


Abbildung 5. Rauigkeit der Rohrrinnenwand.

Die äußere Oberfläche wurde zunächst mit geringen Vorschüben abgedreht und anschließend geschliffen, die Bearbeitung der Innenwand erfolgte durch Honen. Die daraus resultierenden Rauigkeiten sind Abbildung 4 und Abbildung 5 zu entnehmen, sie betragen maximal $2 \mu\text{m}$ bzw. $1 \mu\text{m}$ im interessierenden Bereich.

2.3 Versuchsaufbau

Der Aufbau des Versuchszustandes geht aus Abbildung 6 hervor. Die Rohrproben werden von außen durch induktive Leistungseinkopplung rotationssymmetrisch aufgeheizt, die Rohrinnenwand gleichzeitig drucklos mit Wasser gekühlt (Durchlaufkühlung).

Zur Messung der Oberflächentemperaturen befinden sich auf der Innenwand Thermoelemente mit 1mm Durchmesser, die Bestimmung der Außenwandtemperatur erfolgt berührungslos über ein Pyrometer.

Der Versuchsablauf sowie die gesamte Meßwerterfassung wird über einen Rechner gesteuert.

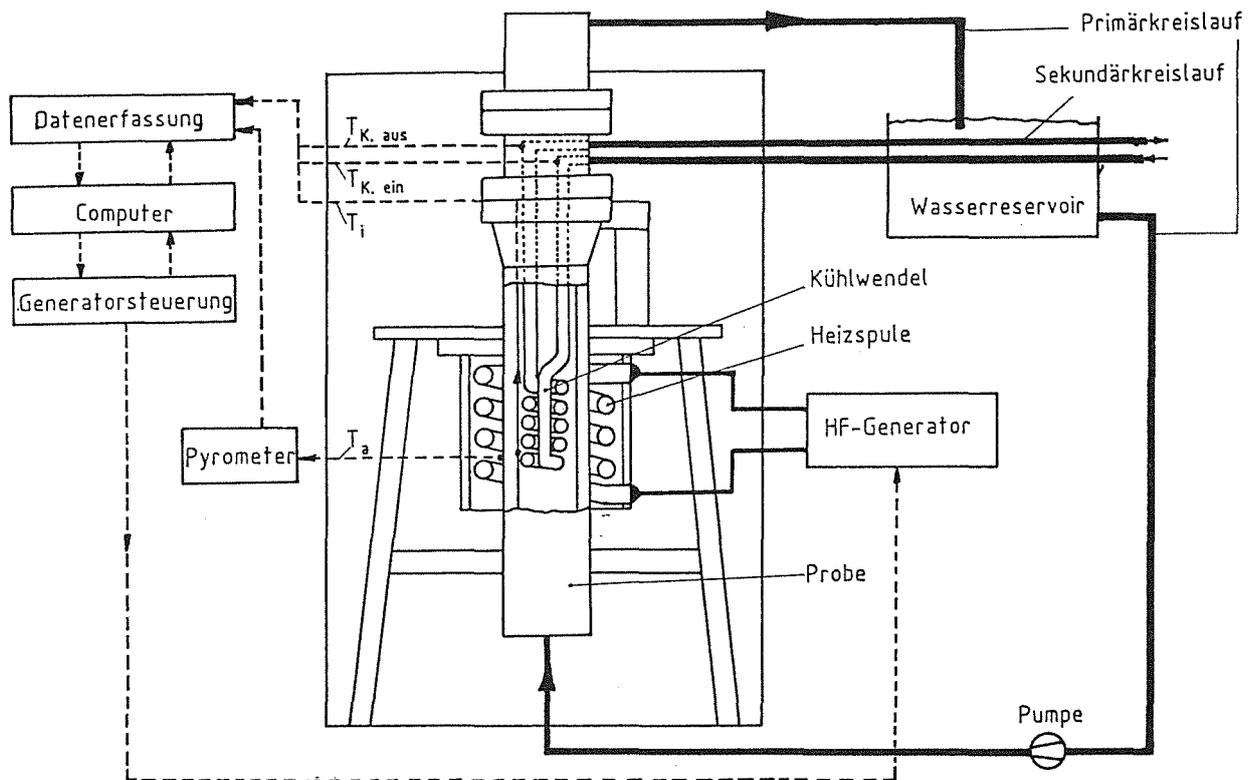


Abbildung 6. Prinzipieller Versuchsaufbau.

Zur Abschirmung der während der Heizphase auftretenden elektrischen Störungen sind Probe und Induktorspule in einem Faraday-Käfig gekapselt.

2.3.1 Induktive Aufheizung

Zur Bereitstellung der Energie für einen kurzen Aufheizvorgang mit hohen Temperaturgradienten in der Rohrwand wird ein Hochfrequenzgenerator mit einer Netzaufnahmeleistung von 200 KW und einer Hochfrequenzleistung von 120 KW verwendet.

Die wassergekühlte Induktionsspule hat einen Innendurchmesser von 85 mm und besteht aus 13 Windungen, sodaß sich eine beheizte Höhe von 140 mm ergibt (Abbildung 7). Die Arbeitsfrequenz beträgt 1 MHz. Unter Berücksichtigung des elektrischen Kopplungsgrades ($\eta \cong 50\%$) ergibt sich eine auf die Fläche bezogene Leistung von ca. 200 W/cm^2

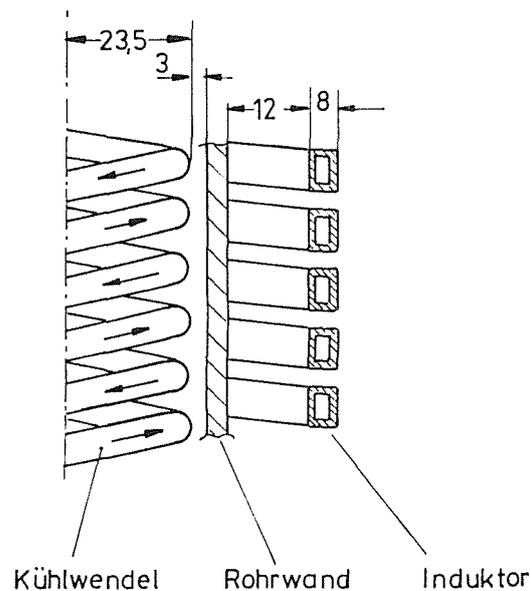


Abbildung 7. Abmessungen der Spule sowie des Kühleinsatzes.

Der Vorteil der induktiven Heizung besteht darin, daß die Energie direkt im Wandmaterial erzeugt wird. Dabei fließen die hochfrequenten Wechselströme nicht gleichmäßig über den Leiterquerschnitt verteilt, sondern nehmen von der Probenoberfläche ausgehend nach innen exponentiell ab. Dieser sogenannte Skinneffekt ist umso ausgeprägter, je höher die Oszillationsfrequenz ist.

Für einen stabförmigen elektrischen Leiter mit dem Radius R ergibt sich für die auf das Volumen bezogene Stromdichte $i(\rho)$ im Abstand ρ von der Leitermitte [26]:

$$i(\rho) = \frac{1}{2\pi R} (\omega \sigma_1 \mu_0 \mu_r \frac{R}{\rho}) \cdot \exp\left[-\frac{1}{b} (\rho - R)\right] \quad (2.1)$$

mit

$$b = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma_l \mu_0 \mu_r}} \quad (2.2)$$

- ω – Kreisfrequenz
 σ_l – elektrische Leitfähigkeit
 μ_0, μ_r – absolute, relative Permeabilität.

Die Größe b beschreibt die elektrische Eindringtiefe. Sie gibt an, in welcher Entfernung von der Leiteroberfläche der Strom auf den e -ten Teil (37%) seines Wertes an der Oberfläche abgefallen ist.

2.3.2 Kühlung der Rohrwand.

Über eine Pumpe wird das zur direkten Kühlung der Rohrwand benötigte Wasser in die Probe geleitet. Um einen drucklosen Kühlbetrieb auch während der Heizphase zu gewährleisten, steht neben einem Überlauf zur Wasserrückführung ein großer Austrittsquerschnitt zur Verfügung. Der entstehende Wasserdampf kann so zunächst ohne Behinderung entweichen und nach der Kondensation dem geschlossenen Kreislauf wieder zugeführt werden.

An das zur direkten Kühlung der Wand verwendete Wasser werden besondere Anforderungen bzgl. der Reinheit gestellt, was ein regelmäßiges Austauschen bedingt. Aus diesem Grund ist die Wassermenge im Primärkreislauf auf 200 l beschränkt. Um das mittlere Temperaturniveau dieses Wassers auf maximal 60 °C zu begrenzen, ist eine unterstützende Zusatzkühlung über einen Sekundärkreislauf notwendig (Abbildung 6). Dafür befinden sich sowohl direkt im Rohr (Abbildung 7) als auch im Rücklaufbecken des Primärkreislaufes entsprechend dimensionierte Wärmetauscher.

2.3.3 Temperaturmessungen

Zur Berechnung der interessierenden Beanspruchungsgrößen ist die Kenntnis der Temperaturverteilungen in Abhängigkeit von der Zeit notwendig.

Meßtechnisch zugänglich sind die Innen- und Außenwand. Zur Messung der Rohrwandtemperatur werden Thermoelemente eingesetzt, die vor Versuchsbeginn im interessierenden Bereich aufepunktet werden. Die Bestimmung der Temperatur an der äußeren

Oberfläche erfolgt berührungslos über ein Teilstrahlungs-pyrometer, da Messungen mit Thermo-elementen an dieser Stelle nicht möglich sind /27/. Die Gründe hierfür sind:

- die induktive Aufheizung der Elemente selbst aufgrund ihrer Eigenmasse führt zu einer Verfälschung der Meßwerte.
- die Meßwerte in Form von Gleichspannungen werden von hochfrequenten Wechselspannungssignalen überlagert.
- die Elemente werden durch den Einsatz direkt an der Probenoberfläche thermisch stark belastet.
- das Temperaturfeld wird an dieser Stelle durch das Element beeinflusst.

Durch die Verwendung eines Pyrometers lassen sich diese Fehler eliminieren.

Zu beachten ist allerdings, daß die zur Temperaturbestimmung gemessene Strahlungsleistung einer bestimmten Wellenlänge eine Funktion des Emissionskoeffizienten der untersuchten Oberfläche sowie des Raumwinkels ist. Zudem ist der Emissionskoeffizient abhängig von der Probentemperatur und der Oberflächenbeschaffenheit /28/ - /30/. Durch entsprechende Kalibrierungen ließ sich für den im vorliegenden Fall geltenden Temperaturbereich der Zusammenhang zwischen tatsächlicher Temperatur T_{wahr} und gemessener Temperatur T_{ang} bestimmen (Abbildung 8).

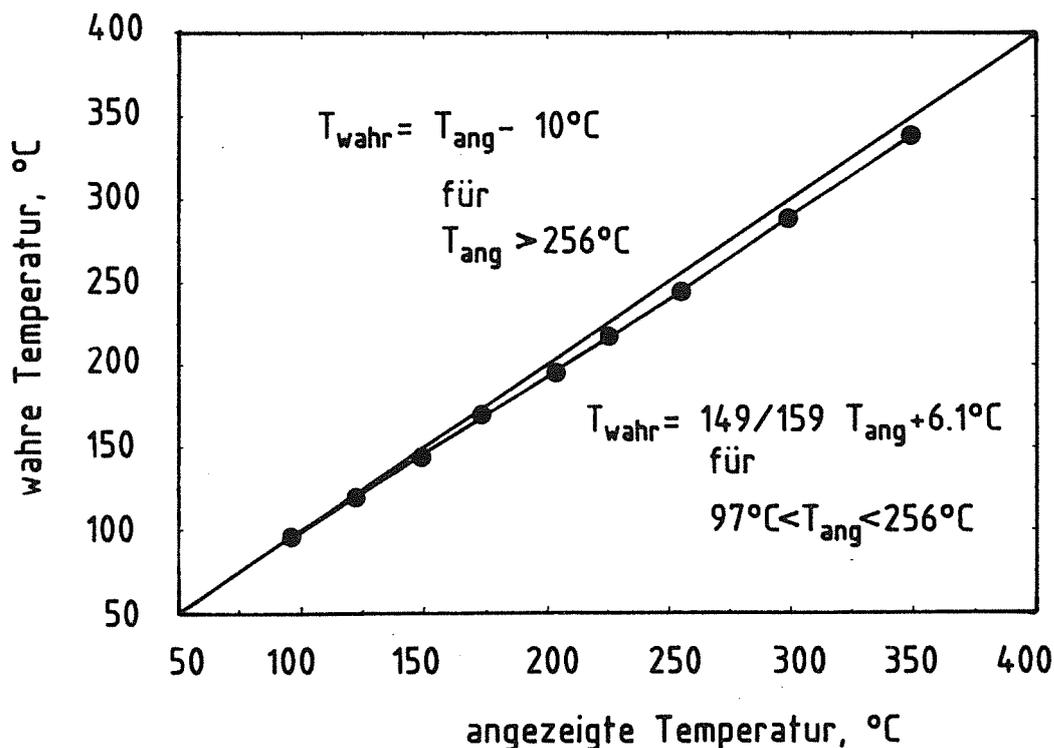


Abbildung 8. Zusammenhang zwischen gemessener und tatsächlicher Temperatur.

2.3.4 Abschirmmaßnahmen

Das während des Aufheizvorgangs auftretende starke elektromagnetische Feld bewirkte die Einkopplung von Störsignalen in die Meßleitungen. Um den Betrieb der Anlage zu ermöglichen, waren deshalb Abschirmmaßnahmen /31/ vorzunehmen. Die wesentlichen Punkte sind:

- vollständige Isolierung der Induktionsspule, der Versorgungsleitungen und der Probe in einem Faraday-Käfig.
- Beschaltung der Meßleitungen mit L-C-Filtern.
- gezielte Masseverbindungen zur Gleichtaktunterdrückung.

2.3.5 Datenerfassung und Anlagensteuerung

Die anfallenden Daten wurden über eine elektronische Meßwerterfassungsanlage aufgenommen und aufbereitet. Die digitalisierte Weitergabe an einen Rechner ermöglichte eine sofortige Überprüfung der Daten auf Einhaltung von Grenzwerten sowie die Speicherung von Meßwerten und -zeiten auf eine Festplatte. Außerdem übernahm der Computer die Kontrolle der einzelnen Anlagenkomponenten, sodaß bei Störungen Schäden durch entsprechendes Eingreifen vermieden wurden.

2.4 *Versuchsbedingungen*

Die für die Experimente geltenden Parameter sind Tabelle 3 zu entnehmen. Entgegen ersten Überlegungen erwies es sich als sinnvoll, für die Aufheizphase keine maximale Grenztemperatur, sondern über den Rechner eine konstante Heizzeit vorzugeben. Dies bewirkte eine wesentlich bessere Konstanz der Heizbedingungen, als es bei der Überwachung von T_{\max} über das Pyrometer möglich gewesen wäre, da Verzögerungen durch die Meßwertumwandlung entfielen. Das Ende der Abkühlphase wurde über das Pyrometer ermittelt; die Kühlzeit schwankte je nach Kühlwassertemperatur geringfügig.

Die maximal mögliche Heizdauer betrug 2.2s, da bei länger anhaltender Energiezufuhr eine optimale Wärmeabgabe von der Rohrwand an das Kühlwasser nicht mehr gewährleistet war. Es trat Blasensieden in Verbindung mit einer Verschlechterung des Wärmeübergangs auf, was sowohl undefinierte Temperaturverhältnisse an der Innenwand als auch eine Verringerung des Temperaturgradienten über die Rohrwand zur Folge hatte.

Heizdauer	Oberflächentemperatur (max./min.)	Innenwandtemperatur (max./min.)	Kühlzeit	Zykluslänge
2.2s	365 ⁺¹⁰ °C / 90 ⁻³ °C	103 °C / 70 °C	5.3-6.8s	7.5-9.0s
1.7s	335 ⁺⁷ °C / 90 ⁻³ °C	101 °C / 70 °C	4.9-6.2s	7.1-8.4s

Tabelle 3. Versuchsparameter.

Es zeigte sich, daß die zeitlichen Schwankungen der Innenwandtemperatur während des gesamten Zyklus nur gering waren (max. 30 °C). Die Temperatur an der Oberfläche erreichte je nach Heizdauer Mindestwerte von 365 °C bzw. 335 °C. Tabelle 3 gibt an, um welchen Betrag diese Temperaturen maximal über- bzw. unterschritten wurden. Messungen der Oberflächentemperaturverläufe (Abbildung 9) an verschiedenen Stellen ergaben, daß die Schwankungen in Längs- und Umfangsrichtung vernachlässigbar waren, solange ein ausreichender Abstand von den Spulenenden eingehalten wurde.

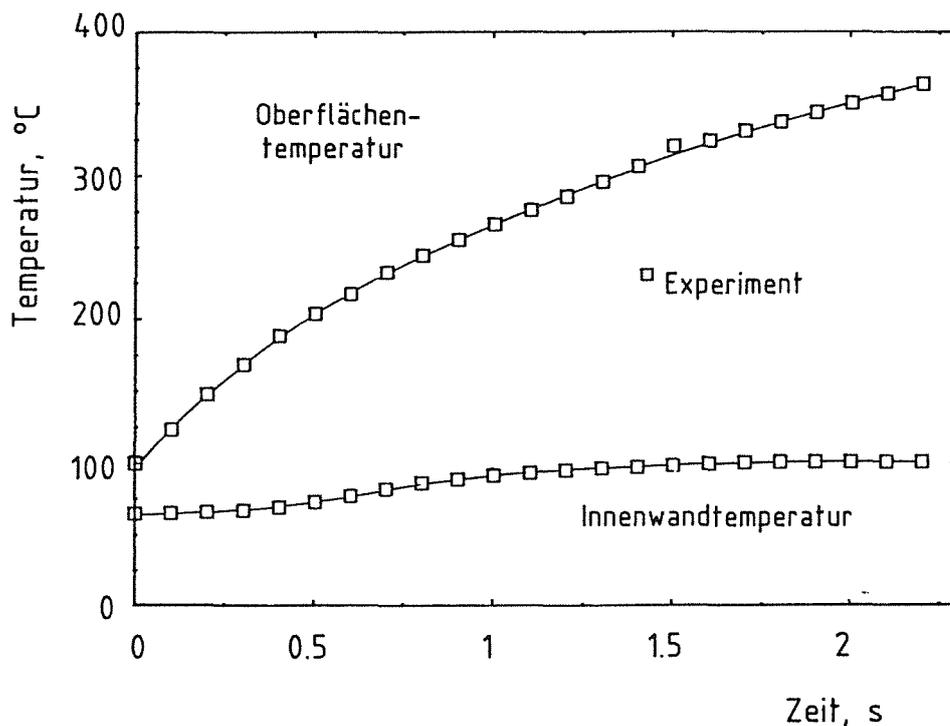


Abbildung 9. Gemessene Temperaturverläufe an den Oberflächen.

3.0 Temperaturverteilung in der Rohrwand

Zur Berechnung der in der Rohrwand auftretenden Spannungen und Dehnungen ist die Kenntnis des während des Aufheizvorgangs entstehenden zeit- und ortsabhängigen Temperaturverlaufs notwendig. Für den Fall einer ortsabhängigen induktiven Leistungseinkopplung wird eine analytische Lösung angegeben.

3.1 Grundgleichungen und Randbedingungen

Das Problem ist in allgemeiner Form durch die Wärmeleitungsgleichung beschreibbar.

$$\Delta T + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

Hierin ist T die Temperatur, t die Zeit, λ die Wärmeleitfähigkeit und κ der Temperaturleitwert. Die Größe \dot{q} beschreibt die auf das Volumen bezogene, ortsabhängige, zeitlich konstante induktive Leistungseinkopplung.

Der Laplace-Operator Δ läßt sich in Zylinderkoordinaten in der Form

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.2)$$

schreiben.

Bei der vorliegenden Versuchsführung ergeben sich folgende Vereinfachungsmöglichkeiten :

- Die Aufheizung erfolgt achsensymmetrisch, d.h. es bestehen keine Temperaturgradienten in Umfangsrichtung (siehe Kap.2.4).
- Die Temperaturverteilung ist in axialer Richtung konstant (siehe Kap. 2.4).

Damit vereinfacht sich Gleichung (3.2) zu

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \quad (3.3)$$

wobei ρ als Abstand von der Rohrachse einen Punkt in der Rohrwand beschreibt (Abbildung 10).

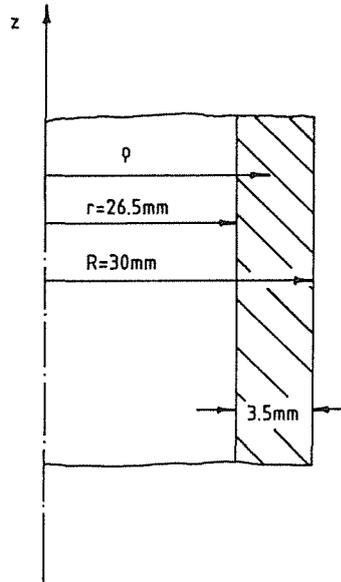


Abbildung 10. Koordinatensystem.

Wie bereits in Kap. 2 gezeigt unterliegt die Innenwandtemperatur nur geringen zeitlichen Schwankungen, sodaß sich als erste Randbedingung zur Lösung der Differentialgleichung schreiben läßt:

$$T(\rho = r) = \text{konst.} \quad (3.4)$$

Die zweite Randbedingung ergibt sich unter der Annahme, daß an der Rohraußenwand adiabate Bedingungen herrschen, d.h. der Energiefluß über die Außenwand ist 0.

$$\frac{\partial T}{\partial \rho}(\rho = R) = 0 \quad (3.5)$$

Diese Bedingung ist mit guter Genauigkeit erfüllt, da Wärmeverluste durch Konvektion wegen des kurzen Aufheizvorganges minimal sind. Zudem wird die Energie direkt im Material deponiert. Verluste nach außen durch Strahlung sind in diesem Temperaturbereich vernachlässigbar klein.

Eine Lösung für variable Wärmeübergänge an der Innen- und Außenwand ist dem Anhang (siehe Kap.12.1) zu entnehmen.

3.2 Lösung der Differentialgleichung

3.2.1 Lösung der homogenen Differentialgleichung

Die homogene Differentialgleichung lautet

$$\frac{\partial^2 T_h}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial T_h}{\partial \rho} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{\partial T_h}{\partial t} \quad (3.6)$$

Da die Temperatur T_h in Gleichung (3.6) von ρ und t abhängt, wird zur Trennung der Variablen ein Separationsansatz in der Form

$$T_h = U(\rho) \cdot V(t) \quad (3.7)$$

verwendet. Einsetzen von Gleichung (3.7) in Gleichung (3.6) ergibt

$$\frac{1}{U(\rho)} \cdot \frac{\partial^2 U(\rho)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho U(\rho)} \cdot \frac{\partial U(\rho)}{\partial \rho} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{1}{V(t)} \cdot \frac{\partial V(t)}{\partial t} \quad (3.8)$$

Eine Lösung für Gleichung (3.8) ergibt sich nur, wenn sowohl die rechte als auch die linke Seite einer Konstanten entspricht. Diese wird mit $-\sigma^2$ angesetzt. Für die rechte Seite ergibt sich

$$\frac{1}{\kappa} \cdot \frac{1}{V(t)} \cdot \frac{\partial V(t)}{\partial t} = -\sigma^2 \quad (3.9)$$

mit der Lösung

$$V(t) = V_0 e^{-\kappa \sigma^2 t} \quad (3.10)$$

Für die linke Seite gilt

$$\rho^2 \frac{\partial^2 U(\rho)}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial U(\rho)}{\partial \rho} + (\rho^2 \sigma^2 - n^2) = 0 \quad (3.11)$$

Dies entspricht einer Bessel'schen Differentialgleichung 0-ter Ordnung ($n=0$), die die allgemeine Lösung hat

$$U(\rho) = AJ_0(\sigma \rho) + BY_0(\sigma \rho) \quad (3.12)$$

Hierin bedeuten

- J_0 die Zylinderfunktion 1. Art der Bessel'schen Differentialgleichung 0-ter Ordnung \rightarrow Besselfunktion.

- Y_0 die Zylinderfunktion 2. Art der Bessel'schen Differentialgleichung 0-ter Ordnung \rightarrow Neumann'sche Funktion.
- A,B zu bestimmende Konstanten.

Somit ergibt sich für T_h aus den Gleichungen (3.10) und (3.12)

$$T_h(\rho, t) = [AJ_0(a\rho) + BY_0(a\rho)]e^{-\kappa a^2 t} \quad (3.13)$$

Für die Ableitungen der Zylinderfunktionen 1. Art gilt

$$\frac{\partial J_0(a\rho)}{a\partial\rho} = -J_1(a\rho) \quad (3.14)$$

bzw. für die Ableitungen der Zylinderfunktionen 2. Art

$$\frac{\partial Y_0(a\rho)}{a\partial\rho} = -Y_1(a\rho) \quad (3.15)$$

Mit der Randbedingung aus Gleichung (3.4) wird aus Gleichung (3.13)

$$T_h(\rho = r) = 0 = [AJ_0(ar) + BY_0(ar)]e^{-\kappa a^2 t} \quad (3.16)$$

und mit der Randbedingung aus Gleichung (3.6)

$$\frac{\partial T}{\partial\rho}(\rho = R) = 0 = -AaJ_1(aR) - BaY_1(aR)$$

$$B = -A \frac{J_1(aR)}{Y_1(aR)} \quad (3.17)$$

Faßt man die Gleichungen (3.16) und (3.17) zusammen, so erhält man eine Gleichung zur Bestimmung der ν Nullstellen a_ν der Zylinderfunktionen.

$$J_0(a_\nu r)Y_1(a_\nu R) = J_1(a_\nu R)Y_0(a_\nu r) \quad (3.18)$$

Da für die homogene Lösung die Summe aus allen Einzellösungen zu bilden ist, ergibt sich aus Gleichung (3.13)

$$T_h(\rho, t) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{A_\nu}{Y_1(a_\nu R)} [J_0(a_\nu \rho)Y_1(a_\nu R) - Y_0(a_\nu \rho)J_1(a_\nu R)] e^{-\kappa a_\nu^2 t} \quad (3.19)$$

3.2.2 Lösung der inhomogenen Differentialgleichung

Die inhomogene Differentialgleichung lautet

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T_i}{\partial \rho} = -\frac{\dot{q}(\rho)}{\lambda} \quad (3.20)$$

Mit der Substitution

$$\frac{\partial T_i}{\partial \rho} = z \quad (3.21)$$

ergibt sich unter Verwendung der Randbedingung aus Gleichung (3.5)

$$z = \frac{1}{\rho} \int_{\rho}^R \frac{1}{\lambda} \dot{q}(\rho) d\rho \quad (3.22)$$

Durch die Rücksubstitution von z und die Anwendung der Randbedingung aus Gleichung (3.4) wird aus Gleichung (3.22)

$$T_i(\rho) = \frac{1}{\lambda} \int_r^{\rho} \frac{1}{\rho} \left[\int_{\rho}^R \rho \dot{q}(\rho) d\rho \right] d\rho \quad (3.23)$$

Die Gesamtlösung der instationären Temperaturverteilung ergibt sich als Summe aller homogenen Lösungen (Gleichung (3.19)) und einer inhomogenen Lösung (Gleichung (3.23))

$$T(\rho, t) = \left\{ \sum_{v=0}^{\infty} \frac{A_v}{Y_1(\alpha_v R)} [J_0(\alpha_v \rho) Y_1(\alpha_v R) - Y_0(\alpha_v \rho) J_1(\alpha_v R)] e^{-\kappa \alpha_v^2 t} \right\} \quad (3.24)$$

$$+ \frac{1}{\lambda} \int_r^{\rho} \frac{1}{\rho} \left[\int_{\rho}^R \rho \dot{q}(\rho) d\rho \right] d\rho$$

3.2.3 Bestimmung der Koeffizienten

Zur vollständigen Lösung von Gleichung (3.24) sind die Koeffizienten A_v zu bestimmen. Mit der Anfangsbedingung

$$T(\rho, t=0) = 0 \quad (3.25)$$

für jedes ρ wird aus Gleichung (3.24)

$$\sum_{v=0}^{\infty} \frac{A_v}{Y_1(\alpha_v R)} \cdot L(\alpha_v \rho) = -\frac{1}{\lambda} \int_r^{\rho} \frac{1}{\rho} \left[\int_{\rho}^R \rho \dot{q}(\rho) d\rho \right] d\rho \quad (3.25)$$

mit

$$L(\alpha_v \rho) = [J_0(\alpha_v \rho) Y_1(\alpha_v R) - Y_0(\alpha_v \rho) J_1(\alpha_v R)]$$

Durch Ausnutzung der Orthogonalität der Bessel'schen Funktionen /32/ lassen sich die Konstanten A_v bestimmen. Hierzu werden zunächst beide Seiten von Gleichung (3.25) mit $L(\alpha_v \rho) \rho$ multipliziert und anschließend von r bis R integriert. Aufgrund der Orthogonalitätseigenschaft werden auf der linken Seite von Gleichung (3.25) für alle $v \neq \mu$ die Produkte $L(\alpha_v \rho) \cdot L(\alpha_\mu \rho)$ identisch 0.

Die Berechnung der Teil-Integrale, für die $v = \mu$ ist, ist im Anhang (siehe Kap. 12.2) wiedergegeben.

Für die Integration über $L(\alpha_v \rho)^2 \rho$ ergibt sich schließlich

$$\int_r^R L(\alpha_v \rho)^2 \rho d\rho = \frac{1}{2} R^2 L(\alpha_v R)^2 - \frac{1}{2} r^2 M(\alpha_v r)^2 \quad ((3.26))$$

mit

$$M(\alpha_v \rho) = [J_1(\alpha_v \rho) Y_1(\alpha_v R) - J_1(\alpha_v R) Y_1(\alpha_v \rho)]^2$$

Für die A_v läßt sich somit in allgemeiner Form schreiben

$$A_v = \frac{\int_r^R T_i(\rho) L(\alpha_v \rho) \rho d\rho}{\frac{1}{2} R^2 L(\alpha_v R)^2 - \frac{1}{2} r^2 M(\alpha_v r)^2} \cdot Y_1(\alpha_v R) \quad ((3.27))$$

3.2.4 Induktive Aufheizung

Für die elektrische Eindringtiefe b ergibt sich nach Gleichung (2.2) unter Verwendung der in Tabelle 4 angegebenen Konstanten ein Wert von 0.19mm. Dies bedeutet bei einer Wandstärke von 3.5mm, daß der Strom an der Rohrwand auf $1 \cdot 10^{-6}$ % des Wertes an der äußeren Oberfläche abgesunken ist. Die für einen Vollstab geltende Gleichung (2.1) läßt sich somit auch auf den Rohrquerschnitt anwenden.

Aus dem Zusammenhang $\dot{q}(\rho) \sim i^2(\rho)$ zwischen Stromdichte $i(\rho)$ und der auf das Volumen bezogenen Leistungseinkopplung $\dot{q}(\rho)$ ergibt sich:

$$\dot{q}(\rho) = \dot{q}_0 \frac{R}{\rho} e^{\frac{-2}{b}(R-\rho)} \quad (3.29)$$

\dot{q}_0 ist ein experimentell zu bestimmender Proportionalitätsfaktor.

Setzt man Gleichung (3.29) in Gleichung (3.23) ein, so ergibt sich für die inhomogene Lösung der Differentialgleichung

$$T_i(\rho) = \frac{1}{\lambda} \int_r^\rho \frac{1}{\rho} \left[\int_\rho^R \rho \dot{q}_0 e^{\left(\frac{-2R}{b}\right)} R \frac{e^{\left(\frac{2\rho}{b}\right)}}{\rho} d\rho \right] d\rho \quad (3.30)$$

$$T_i(\rho) = \frac{\dot{q}_0 R b}{2\lambda} \left\{ \ln\left(\frac{\rho}{r}\right) - e^{\left(\frac{-2R}{b}\right)} \left[Ei\left(\rho \frac{2}{b}\right) - Ei\left(r \frac{2}{b}\right) \right] \right\} \quad (3.31)$$

$Ei(x)$ ist das Exponential-Integral, das wie folgt definiert ist:

$$Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^\xi}{\xi} d\xi \quad (3.32)$$

3.2.5 Bestimmung der Konstanten

Die in die Rechnung eingehenden Konstanten sind in Tabelle 4 angegeben. Die temperaturabhängigen Größen gelten für eine Mitteltemperatur von 173 °C, bzw. für Raumtemperatur bei fehlenden Literaturangaben für höhere Temperaturen.

Die **Wärmeleitfähigkeit** wird nach /33/ für eine Temperatur von 173 °C errechnet und als konstant angenommen. Für den **Temperaturleitwert** κ gilt

$$\kappa = \frac{\lambda}{c_p \gamma} \quad (3.33)$$

mit c_p als spezifischer Wärme und γ als spezifischem Gewicht.

Die **elektrische Eindringtiefe** b ergibt sich aus Gleichung (2.2).

Der **Proportionalitätsfaktor** \dot{q}_0 läßt sich bei einer beheizten Rohrhöhe h , dem Außendurchmesser R und dem Innendurchmesser r aus

$$\dot{q}_0 = \frac{\dot{Q}_{zu}}{\pi R h b \left(1 - e^{\left(\frac{2}{b}\right)(r-R)}\right)} \quad (3.34)$$

errechnen, wobei für die dem Rohr integral zugeführte Leistung gilt

$$\dot{Q}_{zu} = \int_0^{2\pi} \left[\int_r^R \rho \dot{q}(\rho) \rho d\rho \right] h d\phi \quad (3.35)$$

Im vorliegenden Fall ergibt sich bei einer beheizten Höhe von 145 mm eine zugeführte Leistung von ca. 55 KW.

Elektrischer Widerstand ρ_e	$0.75 \Omega \frac{mm^2}{m}$
Permeabilität $\mu_0 \mu_r$	$1.2566 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$
Wärmeleitfähigkeit λ	$15.4 \frac{W}{mK}$
Spezifische Wärme c_p	$515 \frac{W}{kgK}$
Dichte γ	$7950 \frac{kg}{m^3}$

Tabelle 4. Materialparameter zur Temperaturberechnung.

3.3 Ergebnisse

Der sich aus den Berechnungen ergebende instationäre Temperaturverlauf für verschiedene Zeiten ist in Abbildung 11 über dem Radius aufgetragen. Während für kurze Heizzeiten das Profil "durchhängt", d.h. die weiter innen liegenden Bereiche der Rohrwand noch keine Temperaturerhöhung erfahren, richtet sich das Profil mit zunehmender Heizdauer auf und zeigt nach 2.2s einen weitgehend linearen Verlauf. Die horizontale Tangente in den jeweiligen Verläufen ist auf die Randbedingung zurückzuführen, daß an der Außenwand adiabate Verhältnisse vorliegen.

Abbildung 12 zeigt die zur Berechnung dieser Temperaturverläufe benötigte Leistungseinkopplung in normierter Form.

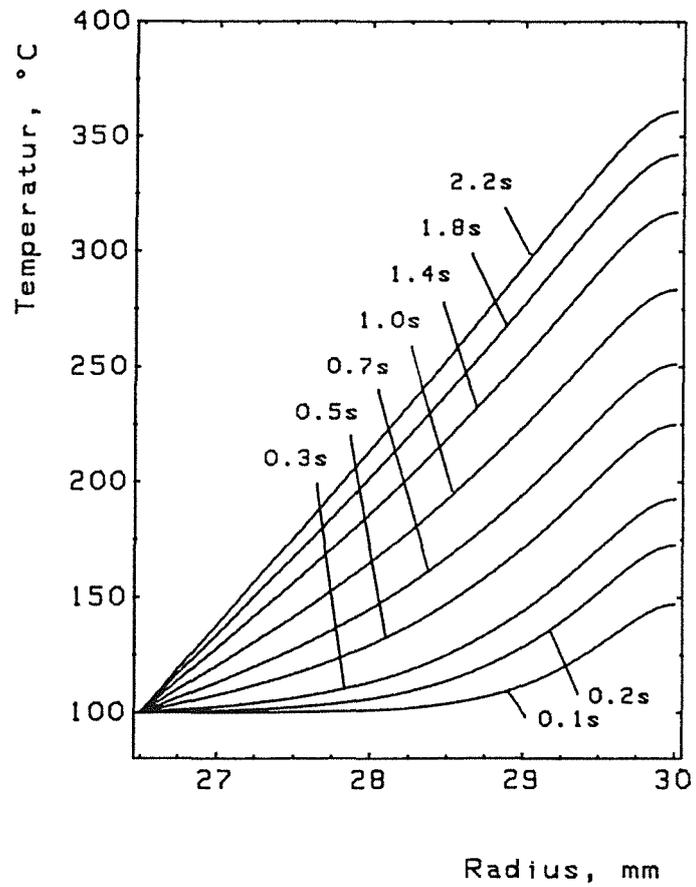


Abbildung 11. Instationärer Temperaturverlauf.

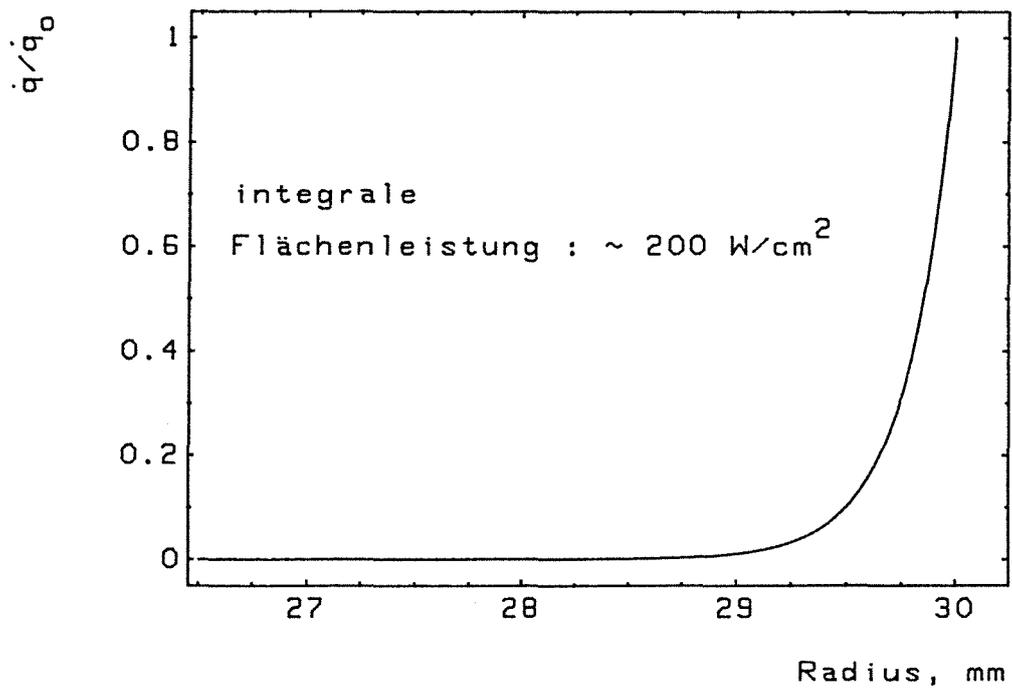


Abbildung 12. Normierte Leistungseinkopplung.

Für die theoretisch ermittelten Oberflächentemperaturen an der Innen- und Außenwand des Rohres ist ein Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen aus Kap. 2 möglich. Wie in Abbildung 13 zu sehen ist, liegen für kleine Zeiten die errechneten Daten über den experimentellen Werten, zum Ende des Heizvorgangs stellt sich eine sehr gute Übereinstimmung ein. Die Annahme, daß die Innenwandtemperatur als konstant angenommen werden kann - im vorliegenden Fall 100 °C - ist mit ausreichender Genauigkeit erfüllt.

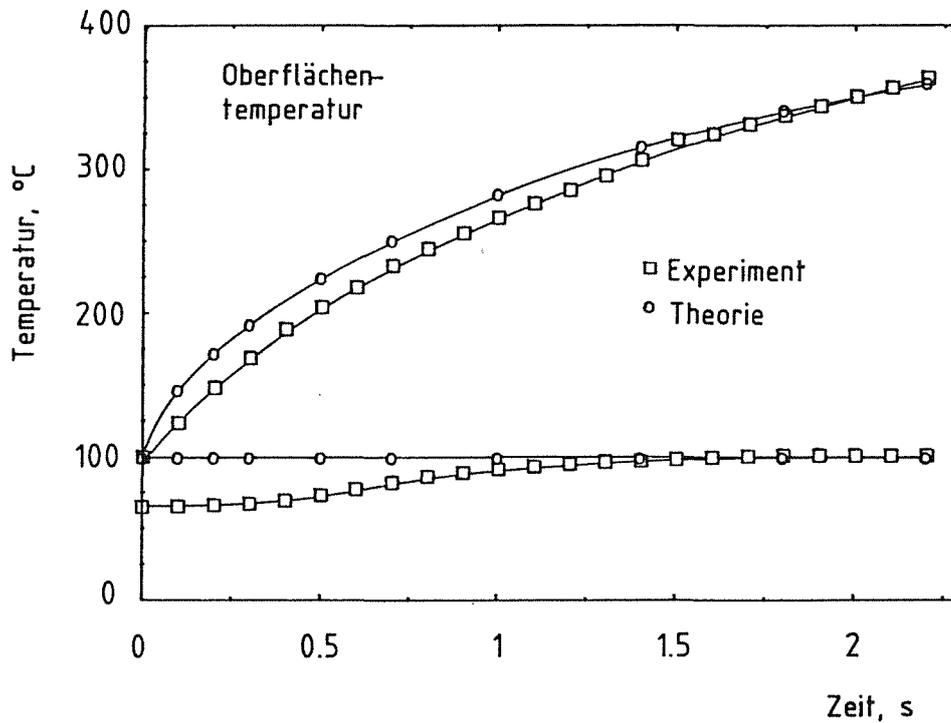


Abbildung 13. Vergleich zwischen theoretischem und experimentellem Temperaturverlauf.

4.0 Spannungsverteilung in der Rohrwand bei elastischem Materialverhalten

Mit Kenntnis der instationären Temperaturverteilung in der Rohrwand ist die Berechnung der Spannungsverteilung aufgrund der lokal unterschiedlichen Wärmeausdehnung des Materials möglich.

Eine erste Abschätzung der auftretenden Belastungen ist unter der Annahme möglich, daß das Materialverhalten elastisch ist, d.h. kein Materialfließen auftritt.

4.1 Grundgleichungen

Für den hier vorliegenden Fall eines axial frei beweglichen Rohres gelten nach /34/ die Gleichungen:

$$\sigma_{\rho} = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{1}{\rho^2} \left[\frac{\rho^2 - r^2}{R^2 - r^2} \int_r^R T(\rho, t) \rho d\rho - \int_r^{\rho} T(\rho, t) \rho d\rho \right] \quad (4.1)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{1}{\rho^2} \left[\frac{\rho^2 + r^2}{R^2 - r^2} \int_r^R T(\rho, t) \rho d\rho + \int_r^{\rho} T(\rho, t) \rho d\rho - T(\rho, t) \rho^2 \right] \quad (4.2)$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{1}{\rho^2} \left[-\frac{2}{R^2 - r^2} \int_r^R T(\rho, t) \rho d\rho - T(\rho, t) \right] \quad (4.3)$$

ρ , θ und z bezeichnen die Koordinatenrichtungen in Radial-, Umfangs- und Längsrichtung, β den Wärmeausdehnungskoeffizienten, E den Elastizitätsmodul und ν die Querkontraktionszahl. Die zur Berechnung verwendeten Konstanten sind in Tabelle 5 aufgeführt.

Wärmeausdehnung β	$18.0 \cdot 10^{-6} \frac{m}{m^2}$
Querkontraktionszahl ν	0.3
Elastizitätsmodul E	185000 MPa

Tabelle 5. Materialparameter zur elastischen Spannungsberechnung.

Zur Lösung der Gleichungen (4.1) bis (4.3) ist in allen Fällen das Integral

$$\int_r^\rho T(\rho, t) \rho d\rho = \int_r^\rho T_h(\rho, t) \rho d\rho + \int_r^\rho T_i(\rho) \rho d\rho \quad (4.4)$$

zu lösen.

Es ergibt sich

$$\int_r^\rho T_h(\rho, t) \rho d\rho = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{A_v}{Y_1(a_v R)} \frac{1}{a_v} [\rho M(a_v \rho) - r M(a_v r)] e^{-\kappa a_v^2 t} \quad (4.5)$$

und durch partielle Integration

$$\begin{aligned} \int_r^\rho T_i(\rho) \rho d\rho = & \frac{\dot{q}_0 R b}{4\lambda} \left\{ \rho^2 \ln\left(\frac{\rho}{r}\right) - \frac{1}{2}(\rho^2 - r^2) - \rho^2 e^{(-\frac{2r}{b})} [Ei(\rho \frac{2}{b}) - Ei(r \frac{2}{b})] \right\} \\ & + \frac{\dot{q}_0 R b}{4\lambda} \cdot \frac{e^{(-\frac{2R}{b})}}{\rho^2} [e^{(\frac{2\rho}{b})} (\frac{2\rho}{b} - 1) - e^{(\frac{2r}{b})} (\frac{2r}{b} - 1)] \end{aligned} \quad (4.6)$$

4.2 Ergebnisse

Abbildung 14 bis Abbildung 16 zeigen die sich ergebenden zeitabhängigen Spannungsverläufe. Es fällt auf, daß in jedem Punkt der Wand die Längsspannungen (Abbildung 14) und die Umfangsspannungen (Abbildung 15) nahezu gleich groß sind. Die maximale Druckspannung an der Außenwand erreicht einen Wert von -576 MPa, die Zugspannung an der Innenwand beträgt 607 MPa. Diese elastisch errechneten Werte weisen darauf hin, daß bei inelastischem Materialverhalten plastische Verformungen in den Randfasern zu erwarten sind.

Die in Abbildung 16 gezeigten Radialspannungen sind mit maximal 25 MPa betragsmäßig sehr klein. Es liegt somit ein weitgehend zweiachsiger Spannungszustand vor.

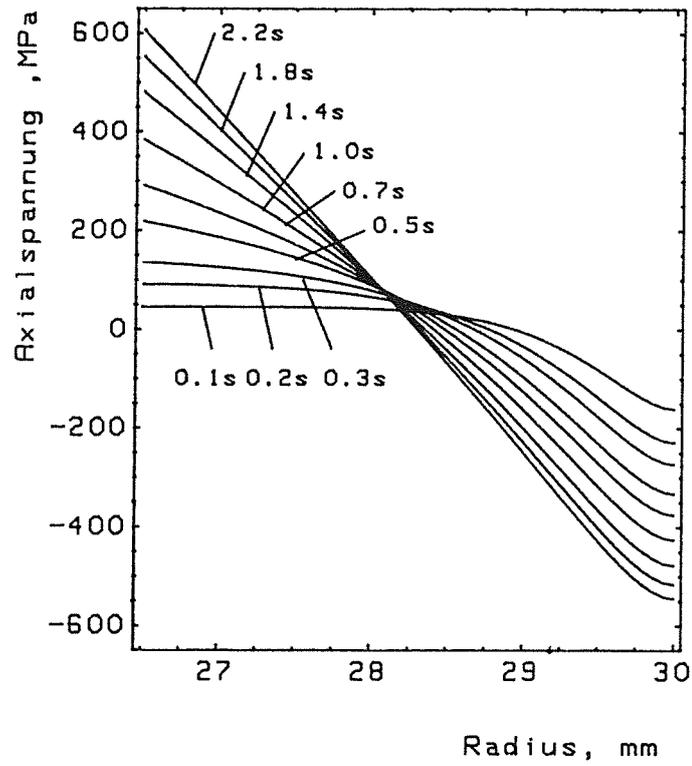


Abbildung 14. Axialspannungen bei elastischem Materialverhalten.

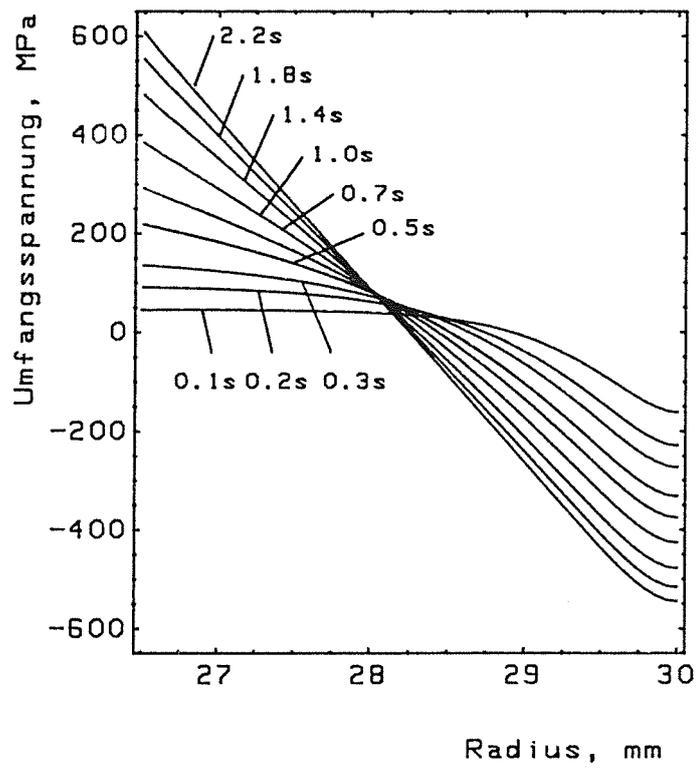


Abbildung 15. Umfangsspannungen bei elastischem Materialverhalten.

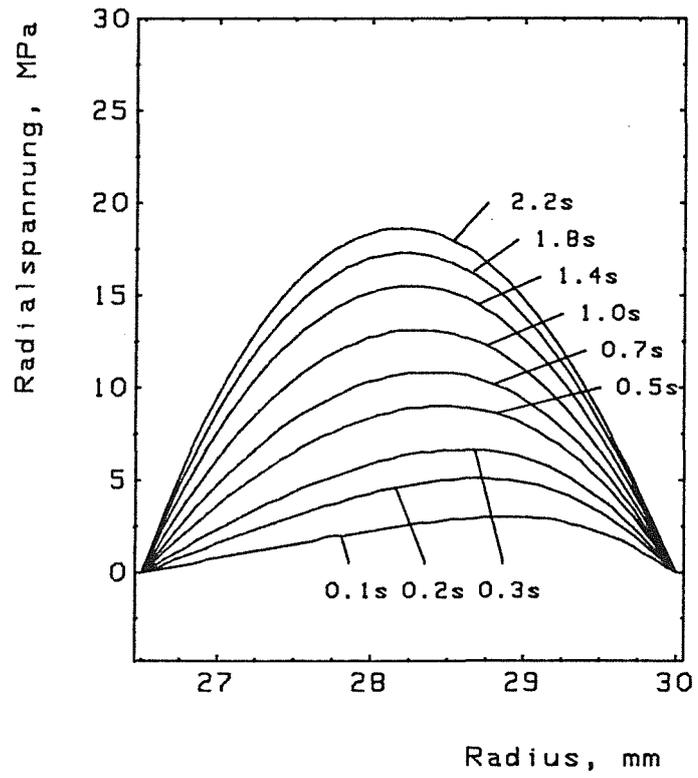


Abbildung 16. Radialspannungen bei elastischem Materialverhalten.

5.0 Spannungs- und Dehnungsverteilung bei inelastischem Materialverhalten

Zur genauen Beschreibung der Beanspruchung des Rohres ist das reale Materialverhalten zu berücksichtigen. Die analytische Vorgehensweise zur Spannungs- und Dehnungsberechnung im ersten Halbzyklus bei inelastischem Materialverhalten und mehrachsiger Beanspruchung wird im folgenden Kapitel beschrieben /35/ - /38/.

5.1 Ansatz

Zur Berechnung der inelastischen Dehnungen ist das Fließverhalten des Materials zu berücksichtigen. Mit Hilfe der für viele Stähle gültigen Ramberg-Osgood-Beziehung läßt sich der Zusammenhang zwischen plastischer Dehnung und der zugehörigen Spannung im einachsigen Belastungsfall beschreiben.

$$\epsilon_{pl} = k \sigma^n \quad (5.1)$$

k und n sind experimentell zu bestimmende Konstanten. Bei ϵ_{pl} und σ handelt es sich nicht um technische, sondern um wahre Größen.

Um den Fall der mehrachsigen Beanspruchung beschreiben zu können, müssen verschiedene Bedingungen erfüllt sein:

1. Die Beschreibung des mehrachsigen Problems muß auf den einachsigen Belastungsfall (Gleichung (5.1)) zurückführbar sein.
2. Experimentelle Untersuchungen haben gezeigt, daß bei plastischer Verformung in guter Näherung Volumenkonstanz vorliegt, d.h.

$$\epsilon_{11,pl} + \epsilon_{22,pl} + \epsilon_{33,pl} = 0 \quad (5.2)$$

3. Das Modell muß die Unabhängigkeit der plastischen Verformung vom hydrostatischen Druck beinhalten, der wie folgt definiert ist:

$$\sigma_{hydr} = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (5.3)$$

Experimente haben gezeigt, daß unter allseitig gleichem Druck nur eine geringe Abnahme des Volumens fester Körper feststellbar ist, die mit guter Näherung vollkommen reversibel ist. Dies wird dadurch erklärt, daß bleibende Verformungen durch Schub-

spannungen verursacht werden, der hydrostatische Druck sich jedoch aus Normalspannungen ergibt.

4. Der Werkstoff soll isotrop sein, woraus die Kollinearität der Hauptrichtungen der Spannungs- und Dehnungstensoren folgt.

Als Ansatz für das mehrachsige Problem läßt sich schreiben

$$\epsilon_{ij,pl} = C \cdot S_{ij} \quad (5.4)$$

mit $\epsilon_{ij,pl}$ – Dehnungstensor
 S_{ij} – Spannungsdeviator
 C – zu bestimmender Proportionalitätsfaktor

Der Spannungsdeviator wird über den Spannungstensor bestimmt

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (5.5)$$

wobei δ_{ij} das Kronecker-Symbol ist, d.h. für $i=j$ ist $\delta_{ij} = 1$, für $i \neq j$ ist $\delta_{ij} = 0$. σ_{kk} steht für den hydrostatischen Anteil nach Gleichung (5.3).

Schreibt man den Spannungstensor in der Form

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

so ergibt sich für den Spannungsdeviator

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} (2\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{33}) & \sigma_{12} & \sigma_{31} \\ \sigma_{21} & \frac{1}{3} (2\sigma_{22} - \sigma_{11} - \sigma_{33}) & \sigma_{32} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \frac{1}{3} (2\sigma_{33} - \sigma_{11} - \sigma_{22}) \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Er stellt also den um den hydrostatischen Anteil verminderten Spannungstensor dar.

Die Verwendung des Deviators erfüllt gleichzeitig die Bedingung 3, daß die Formulierung des Problems unabhängig vom hydrostatischen Druck sein soll.

Zudem erfüllt Gleichung (5.4) die Forderung der Kollinearität von Spannungs- und Dehnungstensor.

Zur Bestimmung von C wird zunächst eine effektive Spannung definiert :

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (5.8)$$

Dieser Ausdruck läßt sich auch in der Form

$$\sigma_e = (3I_2)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3}{2} S_{ij}S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.9)$$

schreiben, wobei I_2 die zweite Invariante des Spannungsdeviators darstellt.

Analog läßt sich eine effektive Dehnung definieren :

$$\epsilon_{e,pl} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu)} [(\epsilon_{11,pl} - \epsilon_{22,pl})^2 + (\epsilon_{22,pl} - \epsilon_{33,pl})^2 + (\epsilon_{33,pl} - \epsilon_{11,pl})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (5.10)$$

Bei plastischer Verformung folgt aus der Forderung nach Volumenkonstanz $\nu = 0.5$. Gleichung (5.10) kann mit der zweiten Invariante des Dehnungstensors E_2 ausgedrückt werden:

$$\epsilon_{e,pl} = \left(\frac{4}{3} E_2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2} \frac{4}{3} \epsilon_{ij,pl} \epsilon_{ij,pl}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.11)$$

Wird nun Gleichung (5.4) in Gleichung (5.11) eingesetzt, so ergibt sich

$$\epsilon_{e,pl} = \left(\frac{1}{2} \frac{4}{3} C^2 S_{ij} S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.12)$$

und mit Gleichung (5.9)

$$\epsilon_{e,pl} = \frac{2}{3} C \sigma_e \quad (5.13)$$

bzw.

$$C = \frac{3}{2} \frac{\epsilon_{e,pl}}{\sigma_e} \quad (5.14)$$

Durch die Einführung der effektiven Spannung bzw. Dehnung ergibt sich der Vorteil, daß ein einfacher Zusammenhang zwischen dem einachsigen und dem mehrachsigen Beanspruchungsfall hergestellt werden kann. Gleichzeitig läßt sich durch die Verwendung von effektiven Größen die Bedingung 1 erfüllen; für den einachsigen Fall, d.h. alle Spannungskomponenten außer σ_{11} sind 0, reduziert sich Gleichung (5.9) auf $\sigma_e = \sigma_{11}$. Die Dehnungen ergeben sich zu $\epsilon_{11,pl} \neq 0$, $\epsilon_{22,pl} = \epsilon_{33,pl} \neq 0$ und aufgrund der Volumenkonstanz gilt

$$\epsilon_{22,pl} = \epsilon_{33,pl} = -\frac{1}{2} \epsilon_{11,pl} \quad (5.15)$$

Setzt man Gleichung (5.15) in Gleichung (5.10) ein, so ergibt sich $\epsilon_{e,pl} = \epsilon_{11,pl}$.

Abschließend ist zu überprüfen, ob die Bedingung 2 erfüllt ist. Gleichung (5.4) liefert

$$\epsilon_{11,pl} + \epsilon_{22,pl} + \epsilon_{33,pl} = 0 = C(S_{11} + S_{22} + S_{33}) \quad (5.16)$$

Durch die Wahl von Gleichung (5.4) und die Einführung der effektiven Größen sind alle geforderten Bedingungen erfüllt.

Entsprechend der Formulierung für den einachsigen Beanspruchungsfall nach Gleichung (5.1) läßt sich nun auch für den mehrachsigen Beanspruchungsfall schreiben

$$\epsilon_{e,pl} = k \sigma_e^n \quad (5.17)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (5.17) in Gleichung (5.14) ergibt sich für C :

$$C = \frac{3}{2} k \sigma_e^{n-1} \quad (5.18)$$

Einsetzen von Gleichung (5.18) in Gleichung (5.4) führt zu

$$\epsilon_{ij,pl} = \frac{3}{2} k \sigma_e^{n-1} S_{ij} \quad (5.19)$$

5.2 Bestimmung der Grundgleichungen

Für die nachfolgenden Berechnungen sind einige Vereinbarungen zu treffen.

- Die Berechnungen für rein elastisches Materialverhalten haben gezeigt, daß die Radialspannungen in der Rohrwand vernachlässigbar klein sind. Aus diesem Grund werden sie 0 gesetzt, was die Überleitung von der Rohrgeometrie zur ebenen Platte bedeutet. In dieser thermisch belasteten Platte sind die verbleibenden zwei Spannungskomponenten in jedem Punkt gleich groß, was ebenfalls mit den Spannungsberechnungen aus Kap. 4 übereinstimmt.
- Die angestellten Betrachtungen gelten für das Hauptachsensystem, d.h. die Schubspannungskomponenten sind 0.

Aus den Annahmen folgt :

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma \\ \sigma_{22} &= \sigma \\ \sigma_{33} &= 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

Damit ergibt sich nach Gleichung (5.8) für die Effektivspannung

$$\sigma_e = \sigma \quad (5.21)$$

und nach Gleichung (5.7) für die verbleibenden Deviatorikkomponenten

$$S_{11} = S_{22} = \frac{1}{3} \sigma \quad (5.22)$$

Da die Hauptspannungen σ_{11} und σ_{22} gleich groß sind, ergibt sich für die Hauptdehnungen ebenfalls

$$\epsilon_{11,pl} = \epsilon_{22,pl} = \epsilon \quad (5.23)$$

Aus Gleichung (5.19) ergibt sich somit für die plastische Axial- bzw. Umfangsdehnung

$$\epsilon_{pl} = \frac{1}{2} k \sigma^n \quad (5.24)$$

5.3 Bestimmung der Konstanten k und n

Zur Beschreibung der plastischen Dehnung wird im einachsigen Fall der bereits erwähnte Ansatz aus Gleichung (5.1) verwendet. Da ϵ_{pl} und σ wahre Größen sind, während in den Zugversuchen zur Bestimmung von k und n technische Dehnungen und Spannungen ermittelt werden, sind diese entsprechend umzurechnen.

$$\epsilon_w = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{l - l_0 + l_0}{l_0}\right) = \ln(\epsilon_t + 1) \quad (5.25a)$$

mit der wahren Dehnung ϵ_w , der technischen, gemessenen Dehnung ϵ_t , der Anfangslänge l_0 und der momentanen Länge l .

Für die entsprechende wahre Spannung gilt aufgrund der Volumenkonstanz bei plastischer Verformung:

$$\sigma_w = \sigma_t (1 + \epsilon_t) \quad (5.25b)$$

Da die Konstanten temperaturabhängig sind, wurden Zugversuche im interessierenden Temperaturbereich von 20 °C bis 370 °C durchgeführt. Abbildung 17 zeigt in doppeltlogarithmischer Auftragung die wahre plastische Dehnung über der wahren Spannung. Die Steigung der Geraden entspricht n , durch Einsetzen in Gleichung (5.1) ergibt sich k .

Die Abhängigkeit von k und n von der Temperatur ist Abbildung 18 und Abbildung 19 zu entnehmen. Durch Anpassung an die Meßpunkte läßt sich deren Temperaturabhängigkeit formelmäßig durch die eingezeichneten Kurvenverläufe beschreiben und in die Berechnungen einbeziehen.

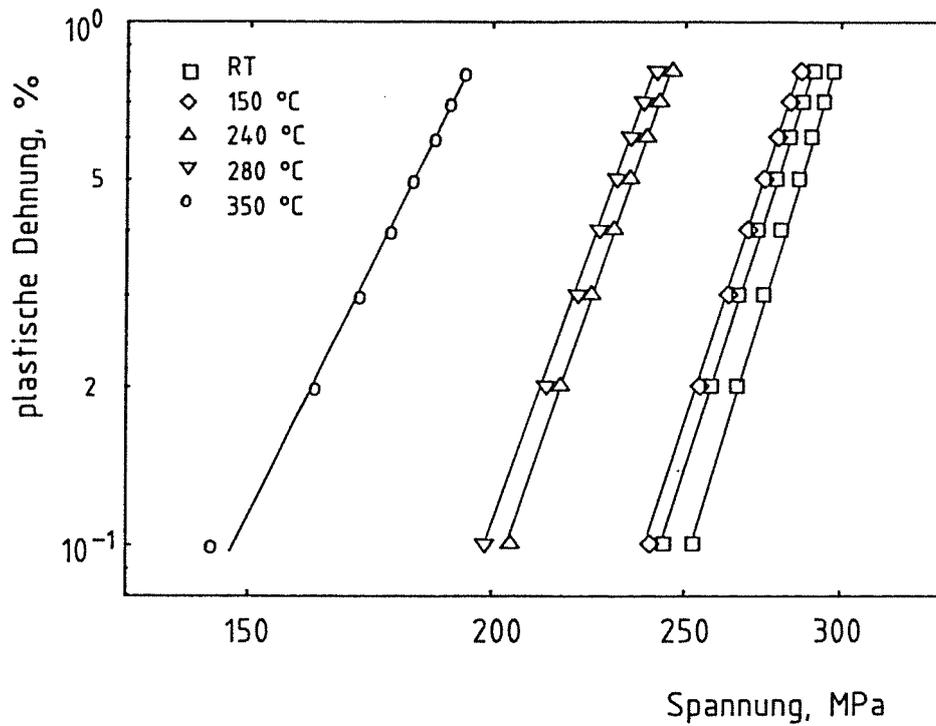


Abbildung 17. Bestimmung von k und n für verschiedene Temperaturen: Dargestellt ist der Zusammenhang zwischen der wahren plastischen Dehnung und der zugehörigen Spannung.

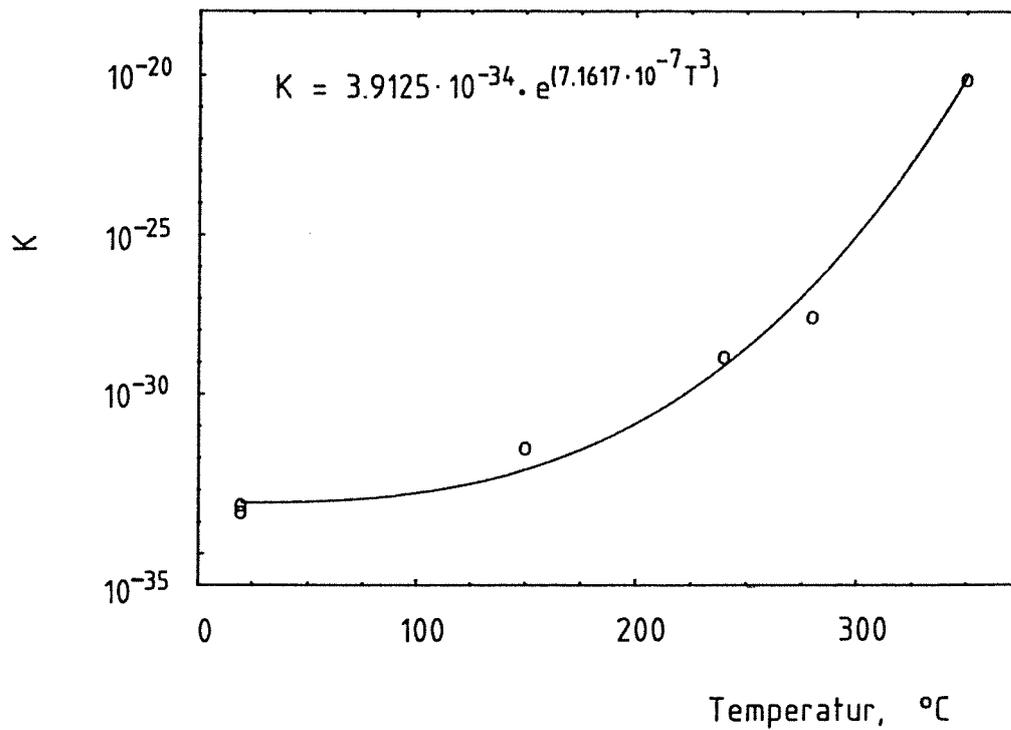


Abbildung 18. k in Abhängigkeit von der Temperatur.

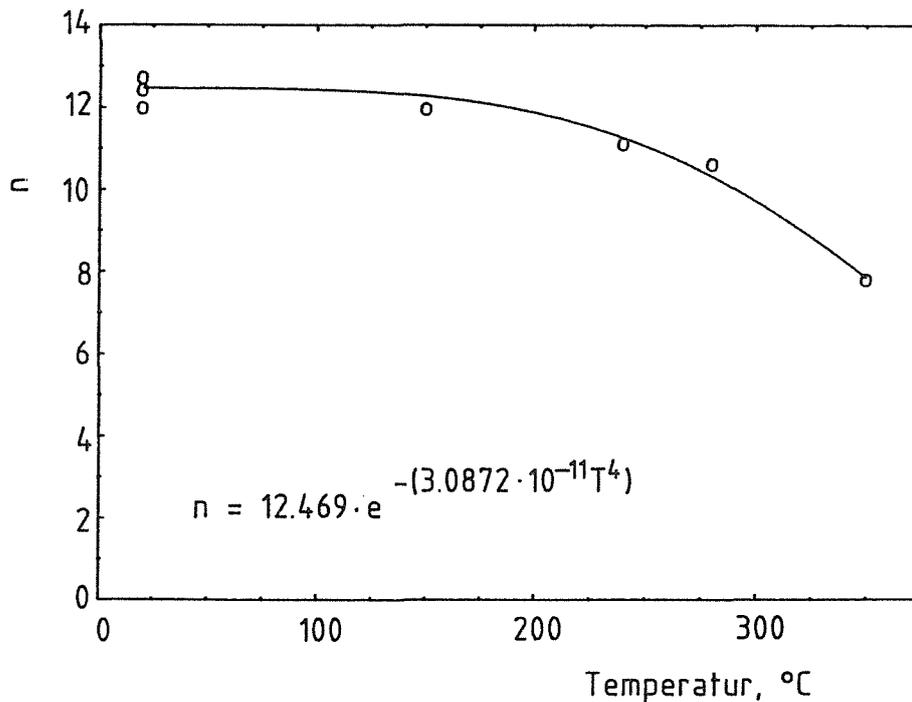


Abbildung 19. n in Abhängigkeit von der Temperatur.

5.4 Ergebnisse

Während der Aufheizphase dehnt sich die Probe thermisch unbehindert aus, am Ende der anschließenden Abkühlphase nimmt sie wieder ihre ursprünglichen Abmessungen an.

Setzt man voraus, daß bei diesem Vorgang keine Biegung auftritt und ebene Querschnitte eben bleiben, so ist die lokale Gesamtdehnung in einem beliebigen Punkt der Rohrwand gleich der mittleren Gesamtdehnung des Rohres.

$$\epsilon_{el} + \epsilon_{pl} + \epsilon_{th} = \bar{\epsilon}_{el} + \bar{\epsilon}_{pl} + \bar{\epsilon}_{th} \quad (5.26)$$

mit

- ϵ_{el} , $\bar{\epsilon}_{el}$, lokale bzw. mittlere elastische Dehnung
- ϵ_{pl} , $\bar{\epsilon}_{pl}$, lokale bzw. mittlere plastische Dehnung
- ϵ_{th} , $\bar{\epsilon}_{th}$, lokale bzw. mittlere thermische Dehnung.

Damit ergibt sich

$$\frac{1-\nu}{E} \sigma(\rho) + \frac{1}{2} k(\rho) \sigma^{n(\rho)}(\rho) + \beta T(\rho) = \quad (5.27)$$

$$\frac{1-\nu}{E} \frac{1}{R-r} \int_r^R \sigma(\rho) d\rho + \frac{1}{2} \frac{1}{R-r} \int_r^R k(\rho) \sigma^{n(\rho)}(\rho) d\rho + \frac{\beta}{R-r} \int_r^R T(\rho) d\rho$$

Für ν , β und E gelten die in Tabelle 5 auf Seite 24 angegebenen Werte, die Abhängigkeit $k(\rho)$ bzw. $n(\rho)$ läßt sich aus der Temperaturabhängigkeit der Daten herleiten.

Die Lösung von Gleichung (5.27) erfolgt iterativ, die Spannungsverteilung der beiden Hauptspannungsrichtungen für verschiedene Zeiten ist Abbildung 20 zu entnehmen.

Auffallend ist, daß die maximale Spannung an der Außenwand von ca. 220 MPa bereits nach 0.3s erreicht wird und mit zunehmender Heizdauer wieder abfällt, was auf die Temperaturabhängigkeit von k und n zurückzuführen ist. Nach 2.2s liegt die maximale Druckspannung im Probeninneren. Aufgrund des niedrigeren Temperaturniveaus an der Innenwand wird die maximale Zugspannung von 273 MPa erst am Ende der Heizphase erreicht. Die Entwicklung der Randfaserspannung während der Aufheizphase ist in Abbildung 21 dargestellt.

Zur Bestätigung der analytischen Lösung wurde der Spannungsverlauf nach 2.2s mit der Methode der Finiten Elemente für die Rohrgeometrie bestimmt und in Abbildung 20 eingezeichnet.

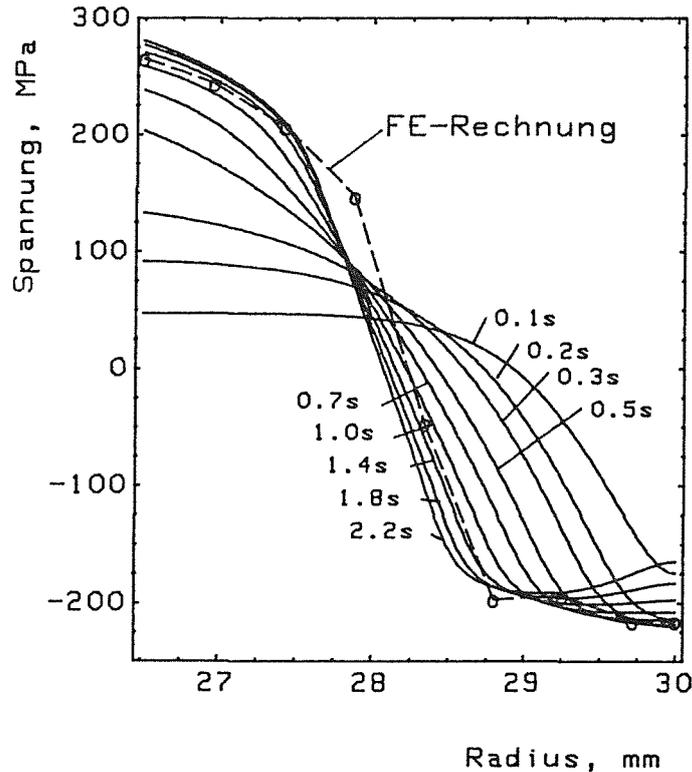


Abbildung 20. Spannungsverteilung bei inelastischem Materialverhalten.

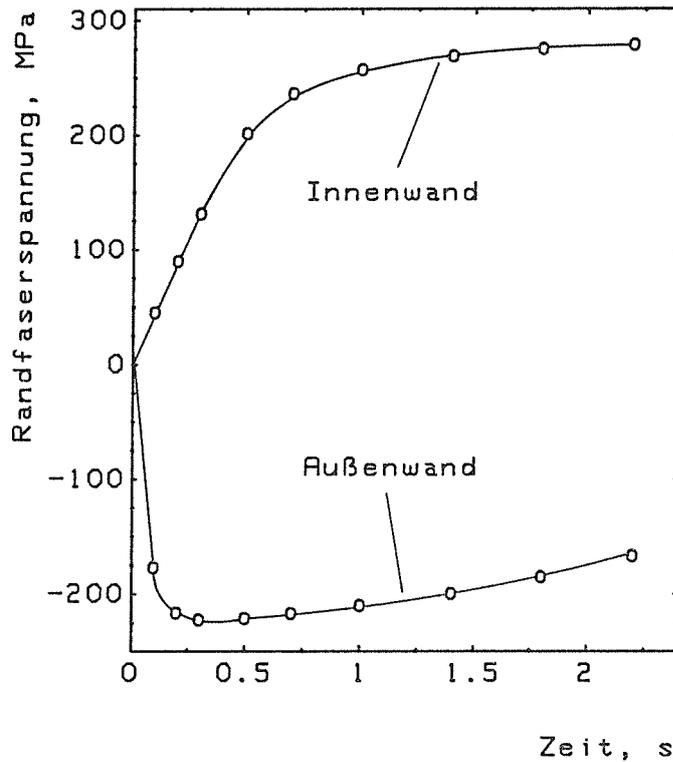


Abbildung 21. Entwicklung der Randfaserstressungen während der Aufheizphase.

Die vor allem an der Rohraußenwand auftretenden geringen Abweichungen beruhen darauf, daß die für die FEM-Berechnung notwendigen temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungskurven nur in bi-linearer Form in das Rechenprogramm eingegeben werden können. Insgesamt belegt die gute Übereinstimmung sowohl die Richtigkeit der analytischen Vorgehensweise als auch die Annahme, die Rohrgeometrie durch eine ebene Platte zu ersetzen.

Aus Gleichung (5.27) ergibt sich neben der Spannung die mechanische elastische und plastische Dehnung der einzelnen Fasern. Abbildung 22 zeigt die Gesamtdehnung in Längs- bzw. Umfangsrichtung. Die maximale Dehnung stellt sich nach 2.2s ein und beträgt an der Innenwand 0.213%, an der Außenwand -0.253%. Die höhere Dehnung an der äußeren Oberfläche ist wiederum auf das temperaturabhängige Fließverhalten des Materials zurückzuführen.

In Abbildung 23 ist der Anteil der plastischen Dehnung an der Gesamtdehnung dargestellt. Die maximalen Werte nach 2.2s betragen 0.11% bzw. -0.192%. Es ist zu erkennen, daß in der Wandmitte eine elastische Zone erhalten bleibt. Die für diese Zone errechneten inelastischen Dehnungsanteile sind aufgrund des Ansatzes nach Gleichung (5.1) zwar formal vorhanden, gehen jedoch gegen 0.

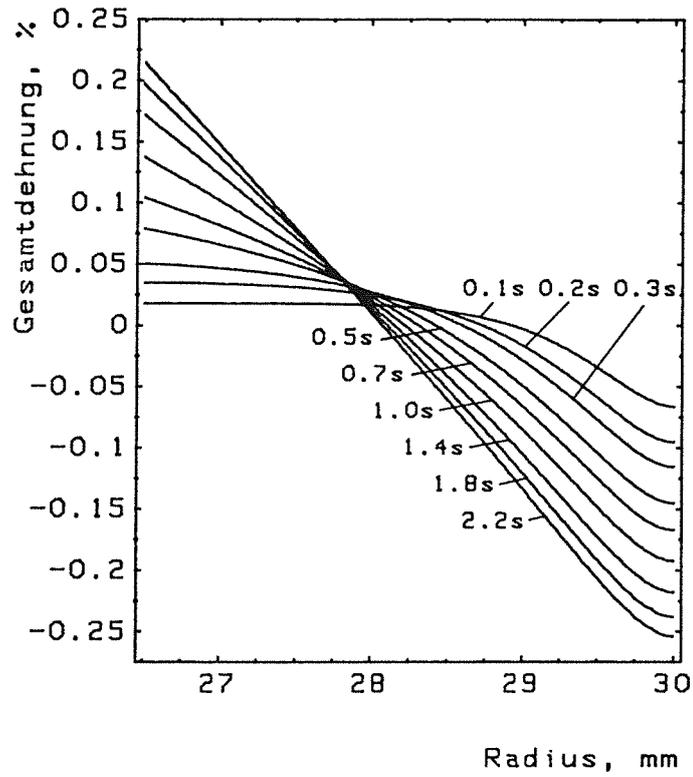


Abbildung 22. Längs- bzw. Umfangs-Gesamtdehnung bei inelastischem Materialverhalten.

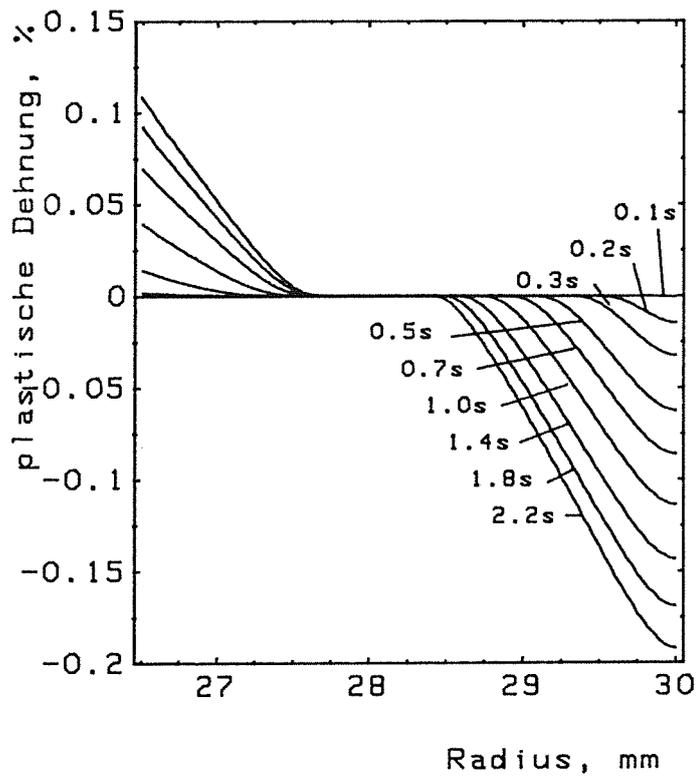


Abbildung 23. Plastische Dehnung in Längs- bzw. Umfangsrichtung.

Für den späteren Vergleich mit isothermen, einachsigen Experimenten ist es sinnvoll, die Dehnungen in den verschiedenen Hauptrichtungen zu einer Vergleichsdehnung zusammenzufassen. Dazu ist zunächst die Dehnungskomponente in radialer Richtung zu ermitteln, da der zweiachsige Spannungszustand einen dreiachsigen Dehnungszustand zur Folge hat.

Mit der Annahme, daß sich der elastische und der plastische Anteil von ϵ_{33} getrennt aus den Komponenten der beiden anderen Hauptrichtungen errechnen lassen, gilt für den elastischen Anteil nach dem Hook'schen Gesetz

$$\epsilon_{33,el} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (5.28)$$

Für den inelastischen Anteil läßt sich mit Hilfe der Volumenkonstanz schreiben

$$\epsilon_{33,pl} = -\epsilon_{11} - \epsilon_{22} \quad (5.29)$$

Damit ergibt sich für die Gesamtdehnungsverteilung in radialer Richtung der in Abbildung 24 gezeigte Verlauf mit Maximalwerten von -0.0309% bzw. 0.441% an der Innen- und Außenwand.

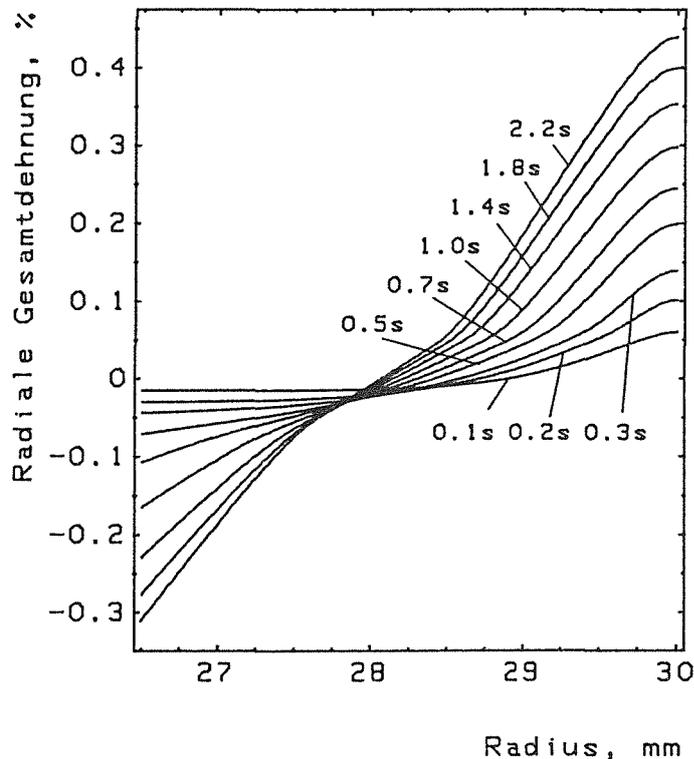


Abbildung 24. Radiale Gesamtdehnung bei inelastischem Materialverhalten.

Der Anteil der maximalen inelastischen Dehnung beträgt -0.219% bzw. 0.382%.

Eine qualitative Überprüfung der errechneten Größe der plastifizierten Bereiche der Rohrwand ist durch die Messung der Mikrohärteverteilung über die Probenwand im Anschluß

an die thermozyklische Beanspruchung möglich. Da Plastifizierung mit Materialverfestigung verbunden ist und diese Verfestigung einen Anstieg der Härte des Materials bewirkt, muß in diesen Bereichen eine Härtezunahme zu beobachten sein.

Diese Annahme wird in Abbildung 27 bestätigt. Es ist ein signifikanter Anstieg der Vickers-Härte zu den Probenrändern hin zu beobachten, während sich in der Probenmitte eine Übereinstimmung mit den Werten für unzykliertes Material zeigt. Gleichzeitig entsprechen die Bereiche mit erhöhter Härte den Bereichen, für die plastische Verformung rechnerisch ermittelt wurde.

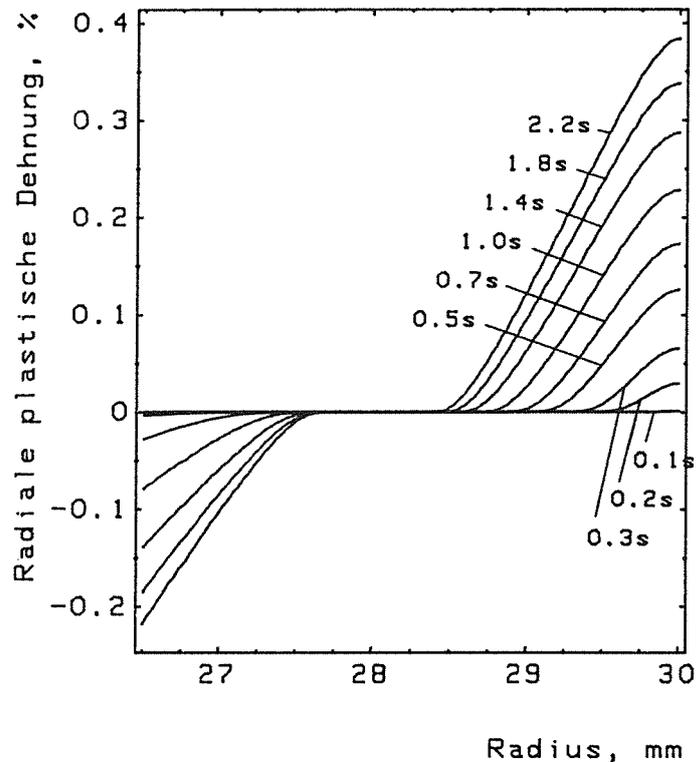


Abbildung 25. Radiale inelastische Dehnungsverteilung.

Zur Bestimmung der Vergleichsdehnung wird die Gestaltänderungshypothese nach v. Mises nach Gleichung (5.10) verwendet. Für die Querkontraktionszahl wird $\nu = 0.4$ als Mittelwert zwischen $\nu = 0.3$ im rein elastischen Beanspruchungsfall und $\nu = 0.5$ im rein plastischen Fall gewählt. Die Verläufe in Abbildung 26 zeigen wiederum die zeit- und ortsabhängigen Daten, die maximalen Dehnungen betragen 0.38% bzw. 0.5%.

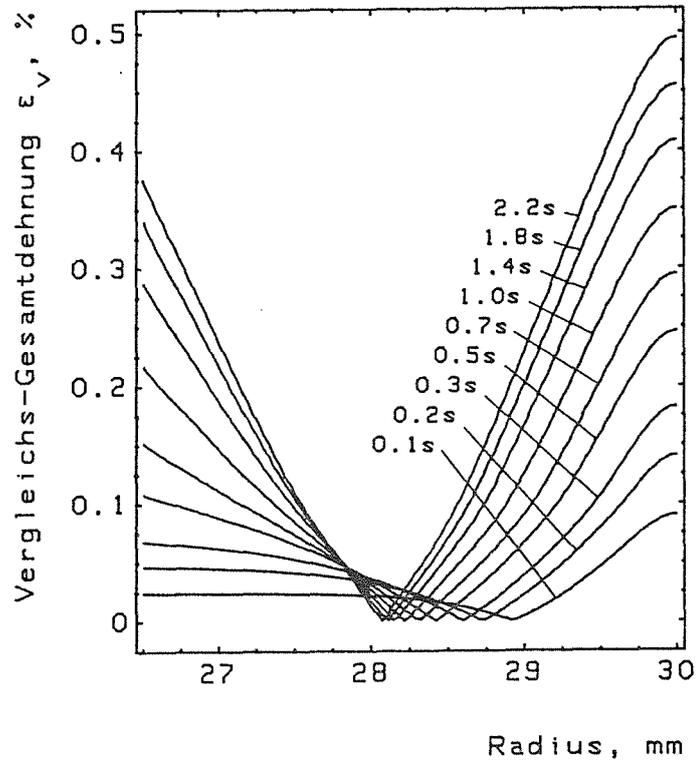


Abbildung 26. Vergleichsdehnungen.

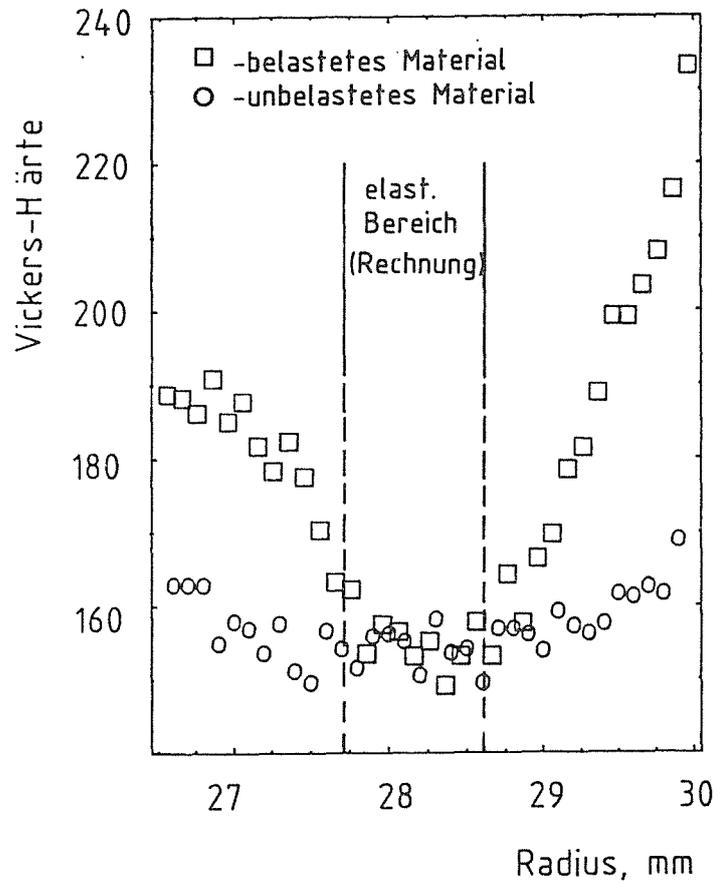


Abbildung 27. Mikrohärteverteilung in der Rohrwand.

Abschließend ist zur analytischen Berechnung der Beanspruchungsgrößen während des ersten Halbzyklus zu bemerken :

- Die errechnete Gesamtdehnung gilt für alle nachfolgenden Heizzyklen, da die Versuche gesamtdehnungsgesteuert ablaufen und immer dieselbe Temperaturverteilung aufgebracht wird.
- Der errechnete Spannungsverlauf besitzt nur näherungsweise Gültigkeit für die nachfolgenden Zyklen, da sich der Anteil der elastischen und inelastischen Dehnung an der Gesamtdehnung der einzelnen Fasern mit zunehmender Zyklenzahl aufgrund des zyklischen Verfestigungsverhaltens des Materials ändert.

6.0 Experimentelle Untersuchungen zur Rißbildung und zum Rißwachstum

Erfolgt eine Ermüdungsbeanspruchung mit ausreichend hoher Dehnamplitude, bilden sich nach einer bestimmten Anzahl von Lastwechseln Risse aufgrund der zyklischen inelastischen Verformung. Die Risse entstehen in nahezu allen Fällen an der Oberfläche, begünstigt durch verschiedene Faktoren /39/:

- Maximale Spannungen treten oftmals an Oberflächen auf.
- Je nach Oberflächenbeschaffenheit können vorhandene Fehler als Kerben wirken, die zu Spannungsüberhöhungen führen.
- Der Einfluß des umgebenden Mediums kann die Rißbildung beeinflussen.
- Die leichtere Verformbarkeit von Oberflächenkristallen führt zu einer stärkeren Abgleitung pro Zyklus im Vergleich zu darunterliegenden Kristallen, sodaß die Lastspielzahl bis zur Anrißbildung geringer ist.
- Die Oberfläche wird durch die plastische Verformung während der Wechselbeanspruchung aufgeraut, die Störung wirkt wie eine Kerbe.

Die Rißinitiierungsphase, in der sich erste mikroskopisch kleine Risse bilden, erstreckt sich über einen wesentlichen Teil der Gesamtlebensdauer einer Komponente. Sie geht kontinuierlich in das Stadium I der Rißausbreitung über, in dem das Wachstum unter einem Winkel von 45° zur Oberfläche stattfindet (Abbildung 28). Das Stadium I erstreckt sich über ein bis mehrere Korndurchmesser. Die Ausbreitungsrichtung und die Wachstumsgeschwindigkeit schwanken aufgrund von lokal unterschiedlichen Bedingungen innerhalb der einzelnen Körner.

An diese Ausbreitungsphase schließt sich das Stadium II der Rißausbreitung an. Der Riß schwenkt in eine Ebene unter 90° zur angelegten Normalspannung (Abbildung 28). Die Rißgeschwindigkeit nimmt deutlich zu.

Der Rißverlauf kann je nach Umgebungsbedingungen trans- oder interkristallin sein.

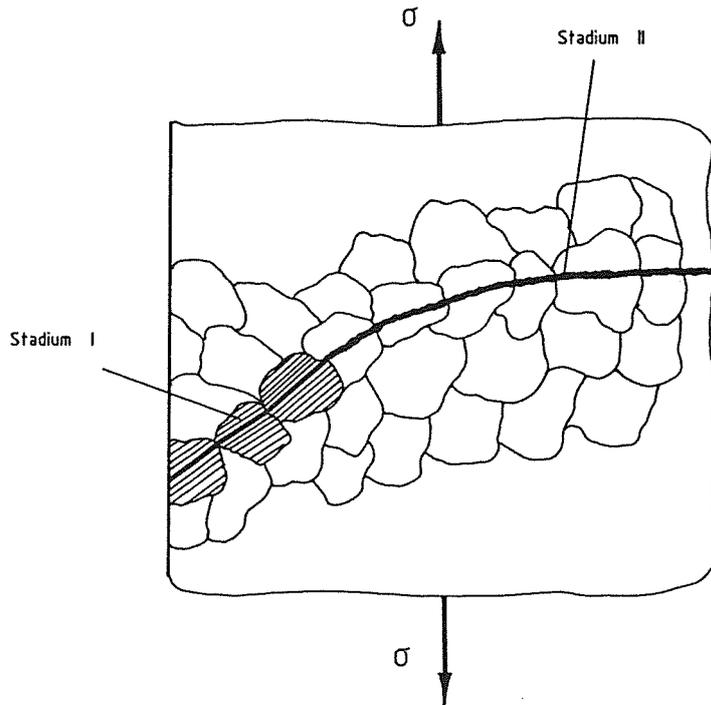


Abbildung 28. Stadien der Rißausbreitung.

6.1 Prinzipielles Versagen

Bei den durchgeführten Untersuchungen handelt es sich um totaldehnungsgesteuerte Versuche mit einer Minimaldehnung $\epsilon_{\min} = 0$ zu Beginn des jeweiligen Heizzyklus und einer Maximaldehnung nach Kap. 5. Durch die zyklische Beanspruchung tritt Materialermüdung auf, die zum Probenversagen durch wanddurchdringende Risse führt, aber auch die Bildung vieler kleiner Risse verursacht.

Ein wesentliches Ergebnis ist, daß Rißentstehung ausschließlich auf der Rohrrinnenwand stattfand. Die Risse waren bei den jeweiligen Versuchen gleichmäßig über die beheizte Fläche verteilt.

Die in den einzelnen Experimenten aufgetretene Zyklenzahl ist Tabelle 6 zu entnehmen. Sie schwankt zwischen 68217 Zyklen bei Probe 12 und 120611 Zyklen bei Probe 9 bei einer Maximaltemperatur von 365 °C, während sie für die Versuche 14 und 15 aufgrund der geringeren Temperatur am Ende des Heizzyklus 150000 bzw. 180000 Zyklen beträgt.

Probe	T_{\max}	N_f	Versagensursprung	Kühlwasser	Bemerkungen
7	365 °C	97520	Honspur	entkarbonisiert	
8	365 °C	77372	Honspur	entkarbonisiert	
9	365 °C	120611	Schweißpunkt	vollentsalzt	keramikbeschichtet
10	365 °C	107506		vollentsalzt	
11	365 °C	89520		vollentsalzt	
12	365 °C	68217	Honspur	vollentsalzt	
13	365 °C	70708		vollentsalzt	
14	335 °C	179592		vollentsalzt	
15	335 °C	150306		vollentsalzt	
16	365 °C	82704		vollentsalzt	keramikbeschichtet

Tabelle 6. Lebensdauer, Versagensverhalten und Einflußgrößen.

Die für eine jeweilige Maximaltemperatur auftretende Schwankung in der Lebensdauer dürfte einerseits auf Materialinhomogenitäten zurückzuführen sein. Zum anderen fällt auf, daß bei einigen Versuchen auch künstliche Fehler zum Versagen führten. Bei den Versuchen 7, 8 und 12 waren dies Honspuren (Abbildung 29), bei Versuch 9 ein Schweißpunkt, mit dem ein Thermoelement auf der Rohrrinnenwand befestigt wurde. Im Fall der Honspuren ergaben nachträgliche Rauheitsmessungen eine geringfügig schlechtere Oberflächenbeschaffenheit, was die Bedeutung derselben für die Lebensdauer belegt /9/.

Die bei den Versuchen 7 und 8 vorliegende chemische Zusammensetzung des Kühlwassers kann eine zusätzliche Wirkung auf die Lebensdauer bzw. das Rißwachstumsverhalten haben (siehe Kap. 6.2, 6.2.3).

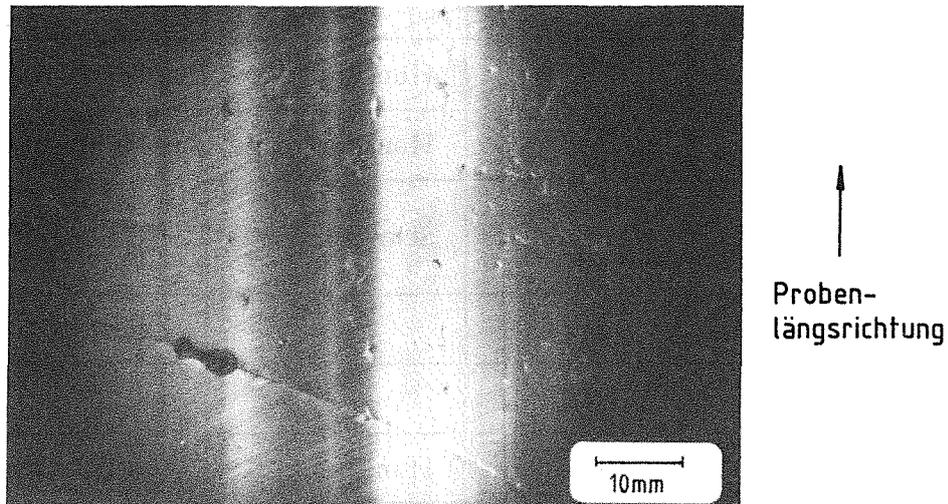


Abbildung 29. Riß in einer Honspur (Probe 8).

6.2 Rißwachstumsverhalten

Wie bereits erwähnt wurde, entstand auf der Rohrrinnenwand während des Versuchs eine große Anzahl von Rissen, die zum Versuchsende je nach Entstehungszeitpunkt eine unterschiedliche Oberflächenrißlänge $2c$ besaßen. Diese Risse verliefen in axialer Richtung, was mit Ergebnissen bei ähnlichen Experimenten übereinstimmt /9/, /13/. In Umfangsrichtung entstehende Risse konnten in keinem Versuch beobachtet werden. Diese Tatsache ist zumindest für die Rißenentstehung nicht ohne weiteres erklärbar, da das Fehlen einer Hauptbeanspruchungsrichtung aufgrund des näherungsweise äquibiaxialen Spannungszustandes die Bildung beliebig orientierter Risse ermöglichen müßte.

Einfluß auf das beschriebene Entstehungsverhalten hat u.U. die Herstellung der Rohre (nahtlos gezogen).

Durch die ständig zunehmende Anzahl von Rissen trat bei einem Teil gegen Versuchsende Rißverzweigung, Zusammenlagerung und Vernetzung auf, wodurch erst dann auch nicht axial verlaufende Risse entstanden.

Wie die spätere Untersuchung des Verlaufs der zum Versagen führenden Risse zeigte, führte gerade dieses Verhalten und die damit verbundene Bildung großer Risse in allen Fällen zum Probenversagen. Nicht koalierende Risse erreichten während der Versuchsdauer die notwendige Größe nicht.

Somit könnte neben Materialinhomogenitäten und künstlichen Fehlern eine von Versuch zu Versuch unterschiedlich starke Vernetzung eine Erklärung für die Streuung der Lebensdauer sein.

Abbildung 30 zeigt die Rohrwand von Probe 9 nach Beendigung des Versuchs. Die Verzweigung sowie das Zusammenlaufen von Rissen ist deutlich erkennbar, ebenso der vorrangig axiale Verlauf. Die unter einem Winkel von 45° verlaufenden Linien sind Bearbeitungsspuren.

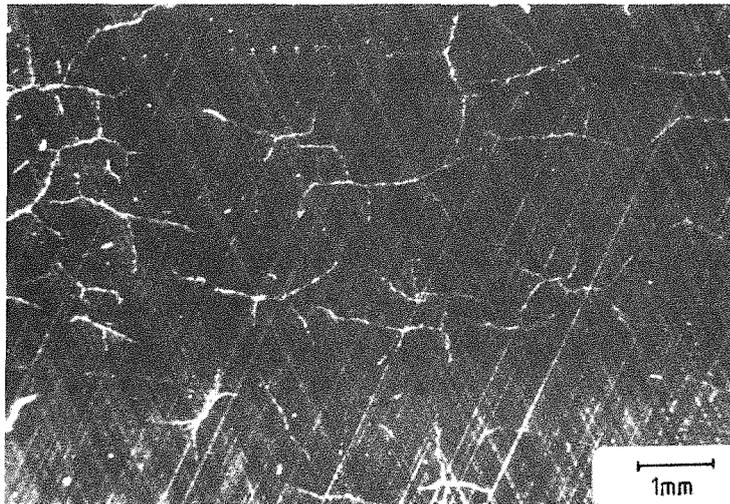


Abbildung 30. Risse auf der Rohrwand von Probe 9.

←
Proben-
längsrichtung

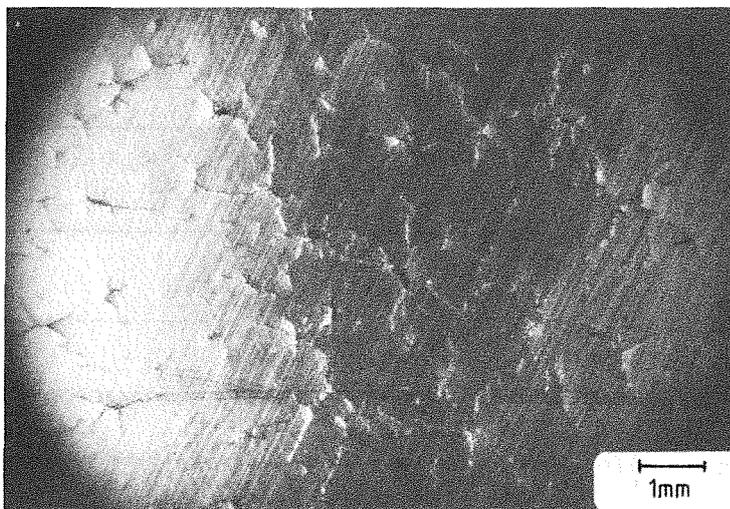


Abbildung 31. Risse mit Lochfraßspuren auf der Rohrwand von Probe 8.

Dieses Verhalten war prinzipiell auch bei einer Maximaltemperatur von 335 °C zu beobachten. Allerdings entstanden wesentlich weniger Risse, die aber bei Versuchsende ein gleichmäßiges, ausgeprägtes Längenwachstum zeigten.

Der Einfluß der Kühlwasserzusammensetzung wird in Abbildung 31 deutlich, wo im Zentrum sternförmig auseinanderlaufender Risse Lochfraßspuren zu erkennen sind. Zwar ist auch hier die axiale Vorzugsrichtung zu beobachten, die Verzweigungen und somit die Neigung zur Vernetzung ist jedoch wesentlich ausgeprägter als in Abbildung 30. Aus diesem Grund wurde ab Versuch 9 ausschließlich vollentsalztes Wasser zur Kühlung verwendet.

6.2.1 Optische Auswertung während der Versuche

Zur Untersuchung der Rißentstehung und -ausbreitung während des Versuchs wurden die Proben in bestimmten Abständen (5000 Zyklen) ausgebaut. Ein sich auf der Innenwand ständig neu bildender Belag mußte zunächst elektrochemisch mit Endox 240 /40/ entfernt werden. Anschließend wurde bei jedem Untersuchungsintervall derselbe Innenwandbereich (1.5cm x 20°) mit einem Endoskop untersucht und über eine angeschlossene Videokamera aufgezeichnet (Abbildung 32). Bei ca. 30-facher Vergrößerung konnten Risse ab einer Länge von 100 µm sichtbar gemacht werden.

Risse dieser Länge wurden bei allen Versuchen mit einer Maximaltemperatur von 365 °C festgestellt. Abbildung 33 und Abbildung 34 zeigen die Entwicklung einiger Risse in Probe 9 zwischen 60000 und 119000 Zyklen.

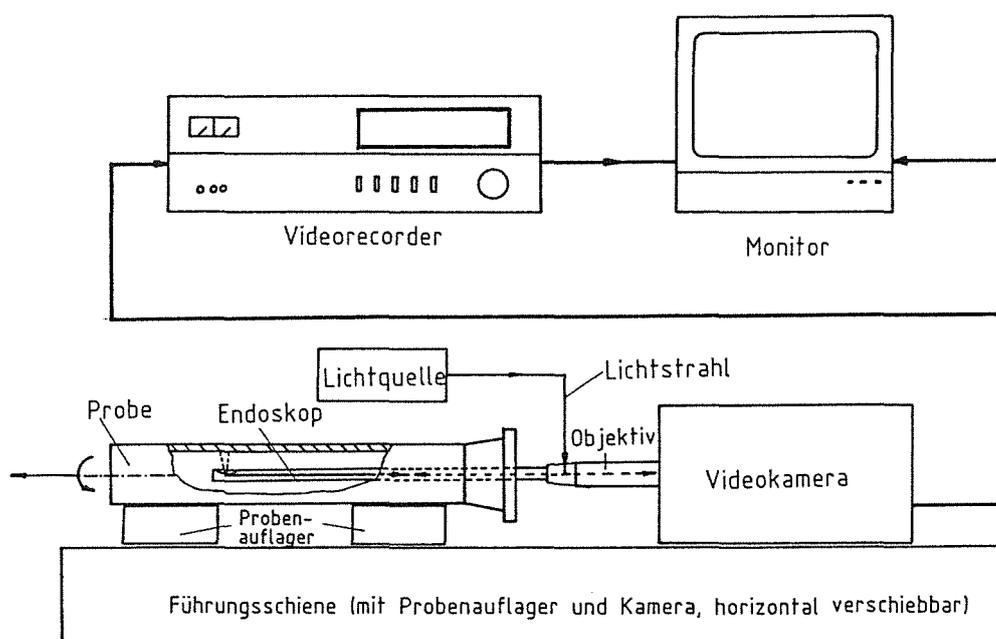
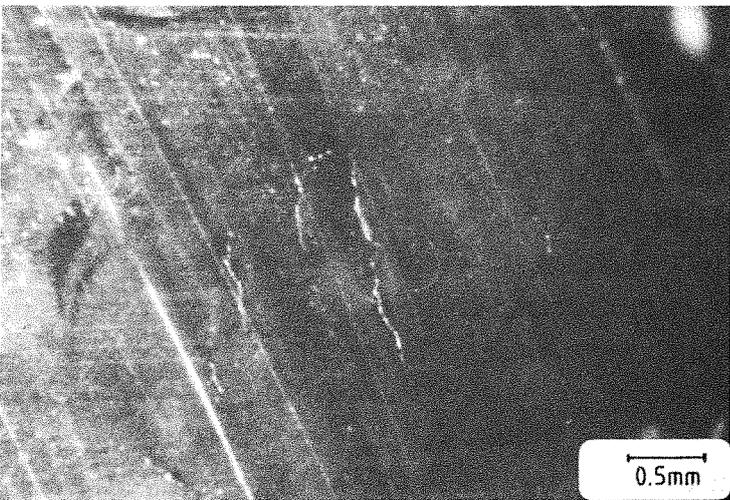
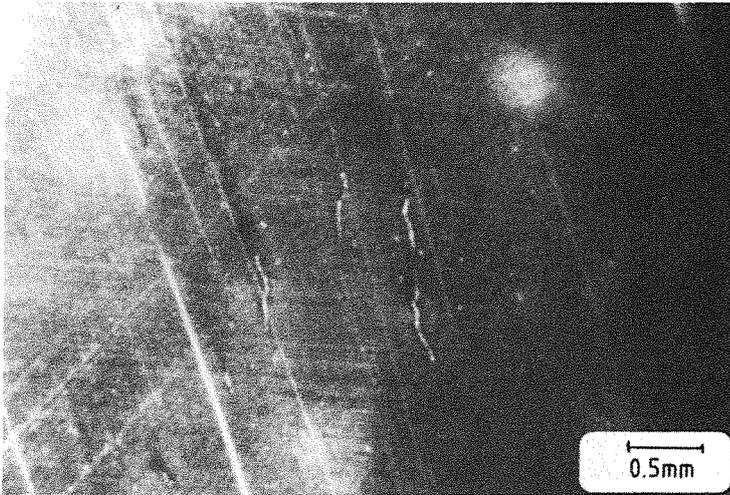
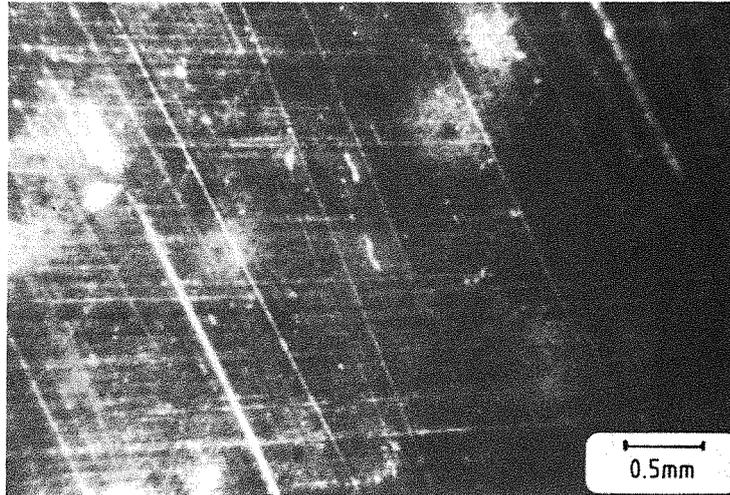
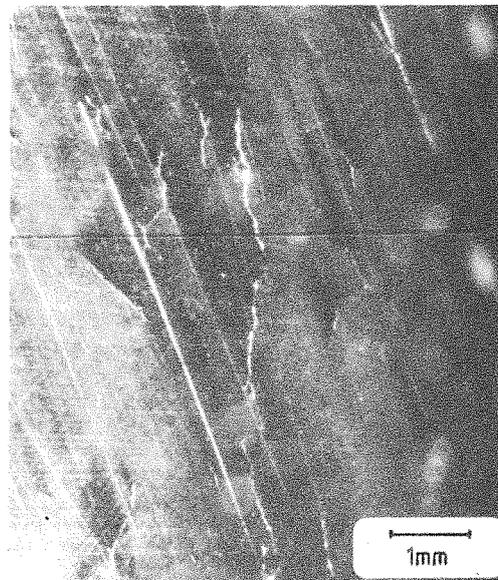
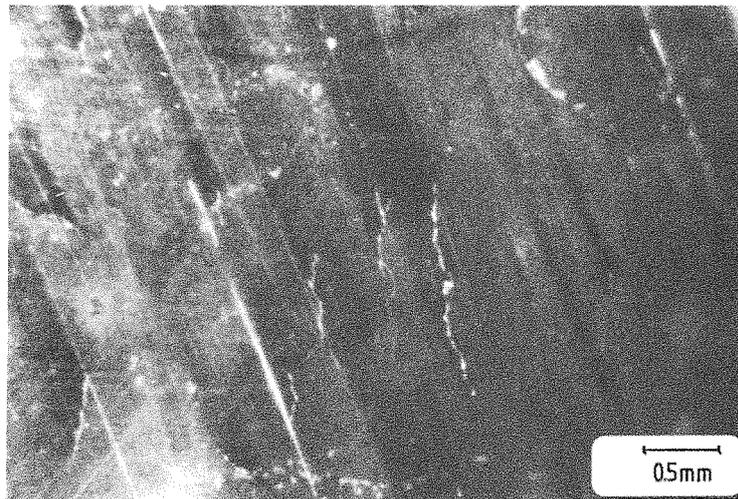


Abbildung 32. Vorrichtung zur Untersuchung der Rohrrinnenwand.



↑
Proben-
längsrichtung

Abbildung 33. Risse auf der Rohrwand nach 60000, 74000 und 89000 Zyklen, Probe 9.




 Proben-
 längsrichtung

Abbildung 34. Risse auf der Rohrwand nach 104000 und 119000 Zyklen, Probe 9.

Aus dem untersuchten Bereich wurden in verschiedenen Versuchen einige Risse ausgewählt und deren Rißwachstum in Abhängigkeit von der Zyklenzahl ausgewertet. Unter der Voraussetzung, daß sich jeder Riß gleichartig entwickelt, solange er nicht mit anderen koalitiert, konnten Risse mit unterschiedlicher Anfangsrißlänge auf einen gemeinsamen Anfangswert normiert werden. Abbildung 35 zeigt den sich daraus ergebenden Verlauf für Risse aus den Versuchen 9 bis 12, aufgetragen über der Differenz aus der Gesamtzyklenzahl und der Zyklenzahl bis zum Entstehen von Rissen mit einer Länge von $100\ \mu\text{m}$. Das enge Streuband bestätigt das gleichartige Wachstumsverhalten in verschiedenen Versuchen.

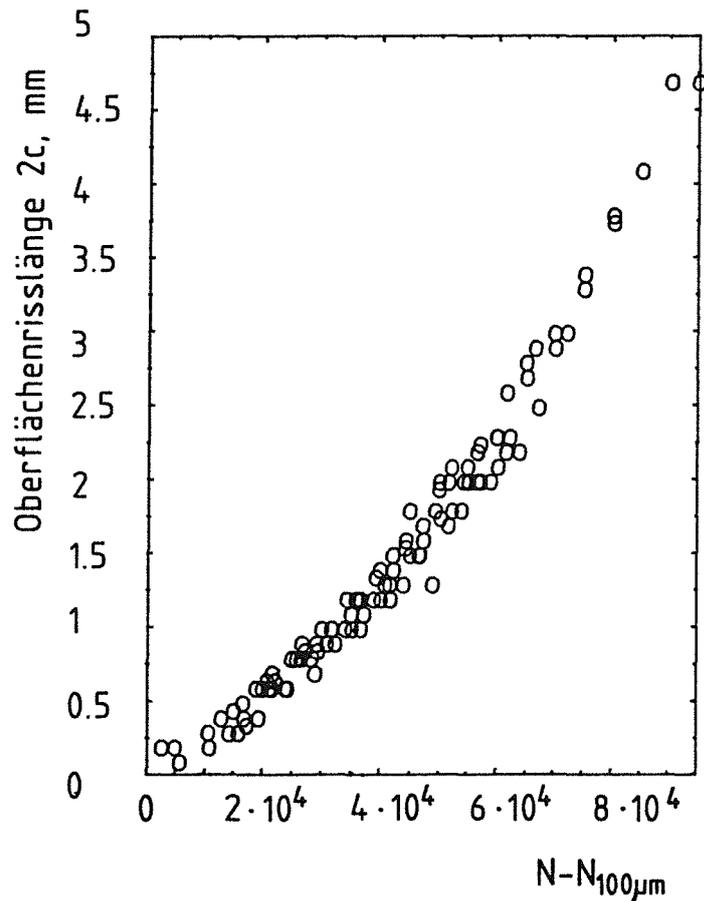


Abbildung 35. Oberflächenrißwachstum in Abhängigkeit von der Zyklenzahl.

6.2.2 Bestimmung der Rißtiefe

Da für weiterführende Rechnungen nicht nur die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen der Oberflächenrißlänge $2c$ und der Zyklenzahl von Bedeutung ist, sondern auch die der zugehörigen Rißtiefe a , diese jedoch während des Versuches nicht zu ermitteln war, wurden nach Versuchsende verschiedene Risse mit unterschiedlicher Länge geöffnet und ausgemessen (Abbildung 36).

Es ergibt sich der in Abbildung 38 dargestellte Zusammenhang zwischen c und a . Das Wachstum in Oberflächenrichtung ist wesentlich ausgeprägter als in Tiefenrichtung (Abbildung 37).

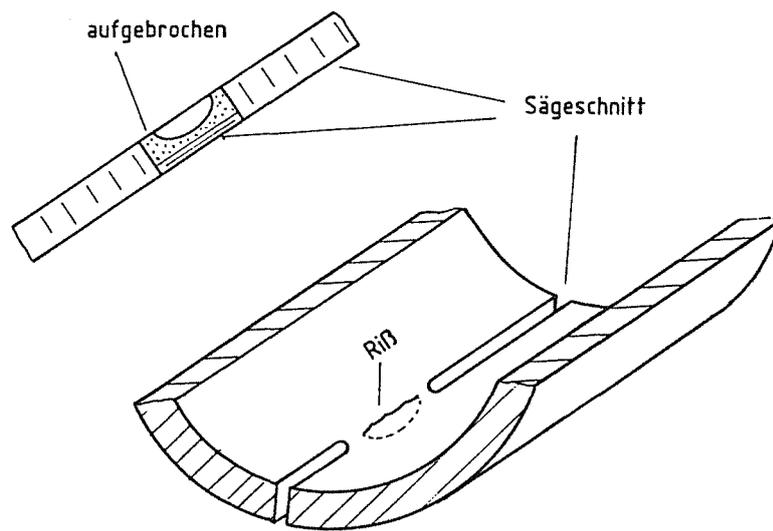


Abbildung 36. Vorgehensweise bei der Öffnung der Risse.

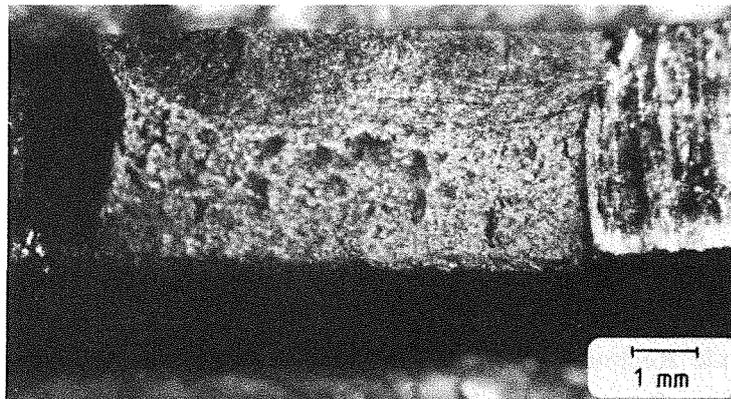


Abbildung 37. Bruchfläche eines geöffneten Risses.

Durch Auftragung des Halbachsenverhältnisses a/c über der auf die Wandstärke t normierten Rißtiefe a (Abbildung 39) läßt sich die Rißgeometrieentwicklung beschreiben; die Risse entwickeln sich im Anfangsstadium zunächst halbkreisförmig, um mit zunehmender Rißtiefe eine stark elliptische Form anzunehmen.

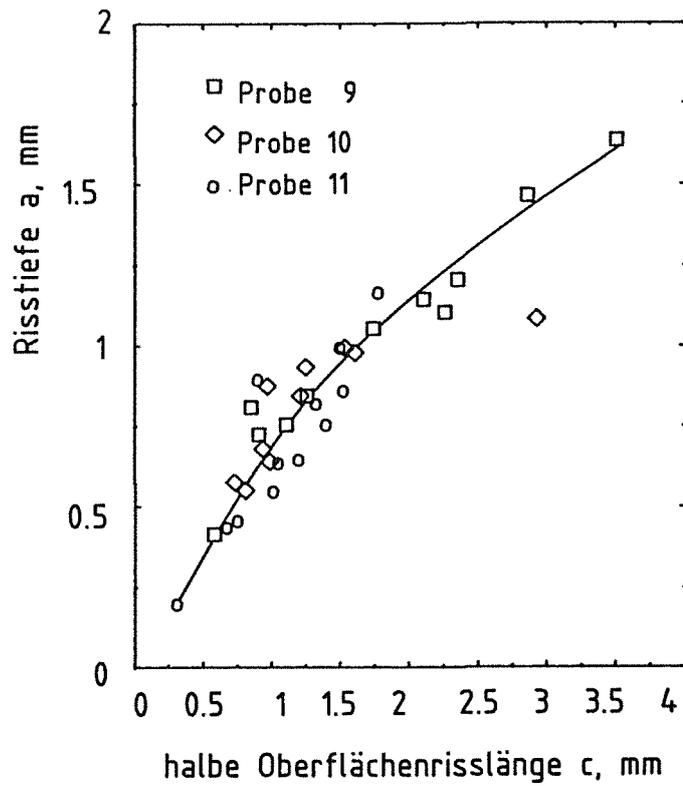


Abbildung 38. Zusammenhang zwischen Rißlänge und Rißtiefe.

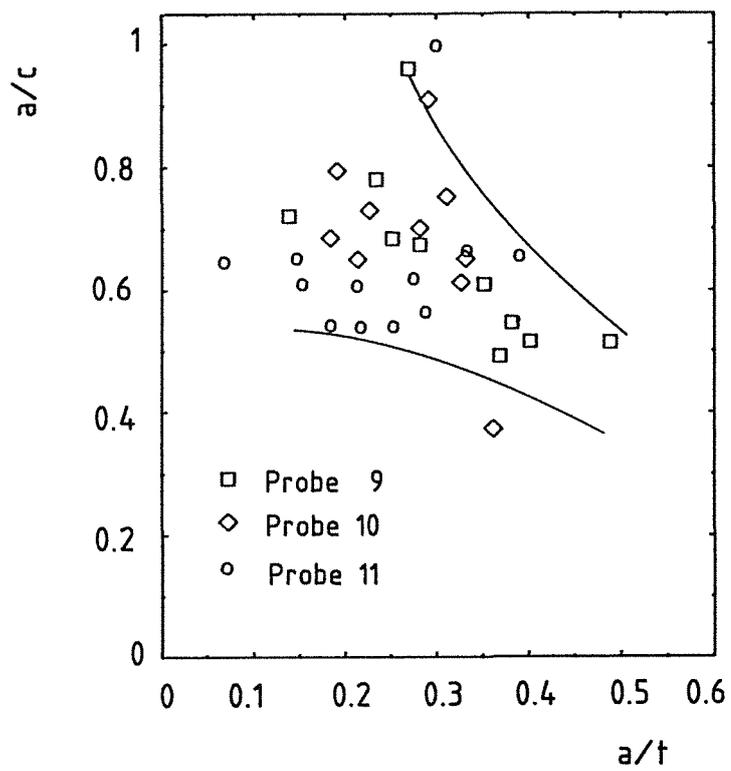


Abbildung 39. Entwicklung der Rißgeometrie.

6.2.3 Metallographische und fraktographische Untersuchungen

Zur genaueren Untersuchung des Rißverlaufs wurden Querschliffe der Rohrwand angefertigt. Diese ergaben für die Versuche 7 und 8 eine Bestätigung des bereits erwähnten Lochfraes. Abbildung 40 zeigt die dafür typische trichterförmige Vertiefung in der Rohrwand.

Bei den Versuchen mit vollentsalztem Wasser fehlt diese Erscheinung, der Riß läuft radial von der Innenwand ausgehend in die Tiefe (Abbildung 41). Der zu beobachtende Rißverlauf ist sowohl trans- als auch interkristallin.



Abbildung 40. Querschliff der Rohrwand bei Probe 8, Lochfraß.

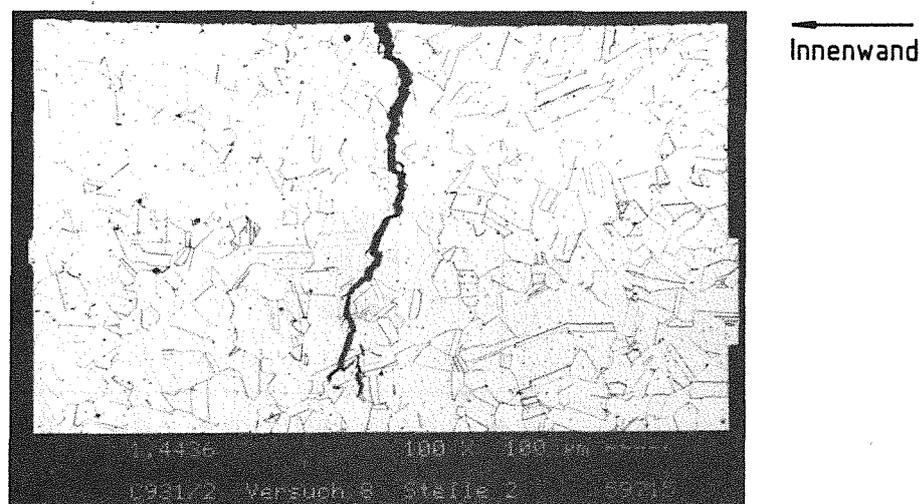


Abbildung 41. Querschliff der Rohrwand bei Probe 12, Rißverlauf.

Eine Untersuchungsmöglichkeit der Ribruchflchen (Abbildung 37) bietet die fraktographische Analyse unter dem Rasterelektronenmikroskop.

Hiefür wurden die Bruchflächen zunächst elektrochemisch mit Endox 240 /40/ gereinigt, um vorhandene Oxidschichten ohne Beeinflussung der Bruchmorphologie zu entfernen.

In den mittleren Bereichen des Wandquerschnitts wurden bei den Untersuchungen Schwingungsstreifen gefunden, die vor allen Dingen bei isothermer Versuchsführung ein typisches Bruchflchenmerkmal darstellen /41/ - /42/. Es wird angenommen, daß der Rißfortschritt innerhalb eines Lastwechsels mit dem Abstand r zwischen zwei Streifen übereinstimmt.

Abbildung 42 zeigt neben diesen Streifen eine Stufenstruktur senkrecht zur Riausbreitungsrichtung, für die keine Erklärung angegeben werden kann. Bei den isothermen Versuchen (siehe Kap. 8) war dieses Merkmal nicht zu beobachten.

In der Nähe der Innen- und Außenwand zeigte die Bruchfläche keine Schwingungsstreifen. Dies hängt an der Innenwand mit dem sehr geringen Rißfortschritt pro Zyklus bei kleinen Rissen und der sich deshalb anders entwickelnden Bruchmorphologie zusammen, an der Außenwand hingegen mit der hohen Wachstumsrate.

Anzumerken ist, daß zwar an vielen Stellen auf der Bruchfläche Streifen vorlagen, diese aber nicht deutlich ausgeprägt waren. Deshalb wurden die Streifenabstände nur an wenigen, deutlich erkennbaren Stellen ausgewertet.

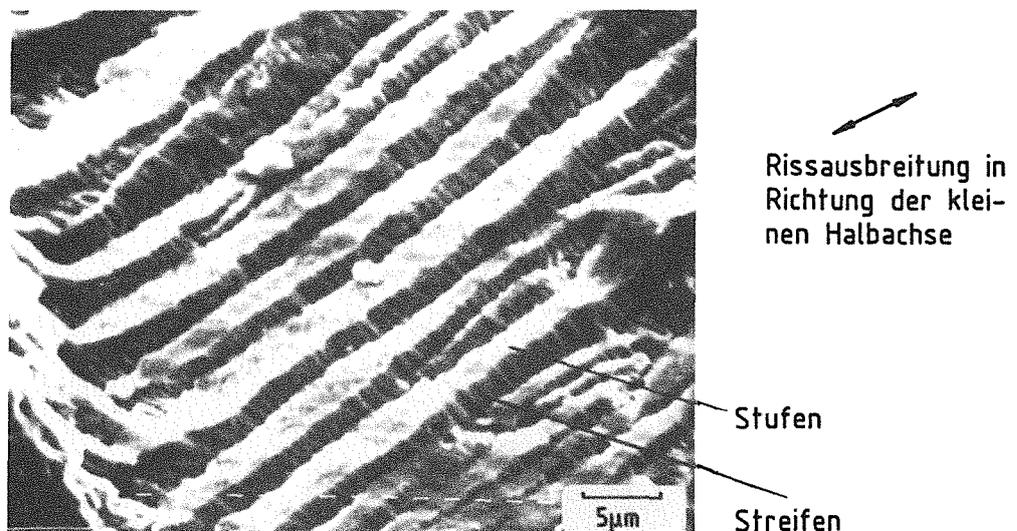


Abbildung 42. Schwingungsstreifen auf der Bruchfläche: Zur Orientierung vergleiche mit Abbildung 36 auf Seite 51 und Abbildung 37 auf Seite 51.

Ein Ausmessen der Schwingungstreifenbreite r in Richtung der kleinen Halbachse a ergibt die in Abbildung 43 gezeigte lokale Reißgeschwindigkeit dr/dN . Der Vergleich mit der mittleren, d.h. gemessenen Reißgeschwindigkeit da/dN , die sich formelmäßig durch Anfitzen an die experimentell ermittelten Zusammenhänge zwischen c und N sowie a und c (Abbildung 35 auf Seite 50 und Abbildung 38 auf Seite 52) beschreiben läßt, zeigt für die untersuchte Reißtiefe eine deutlich höhere Wachstumsrate (Faktor 20).

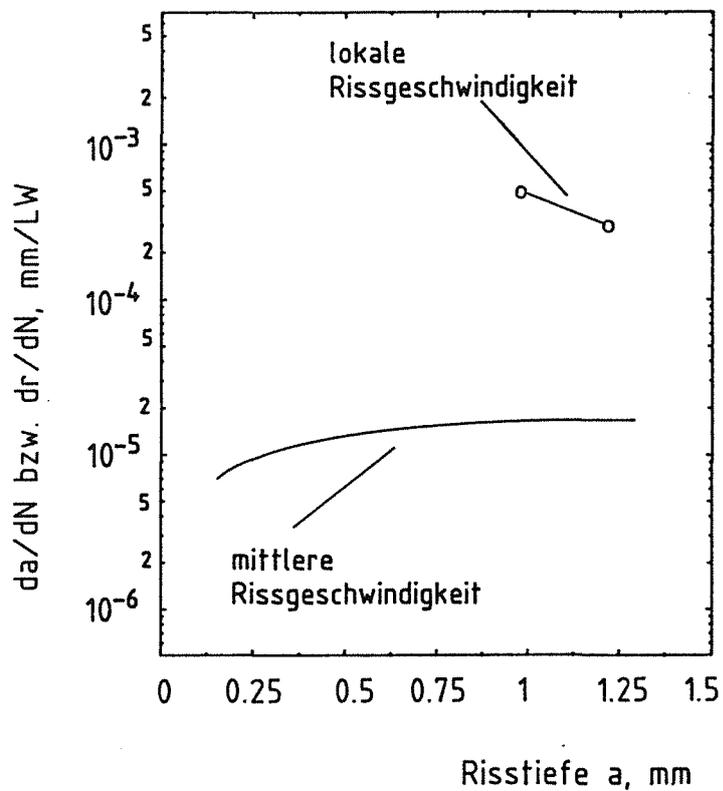


Abbildung 43. Vergleich der Wachstumsraten da/dN bzw. dr/dN .

6.2.4 Statistische Auswertung

Neben der gezielten Auswertung einzelner Risse wurde bei den Proben 11, 12 und 13 die Entwicklung aller Risse auf der untersuchten Innenwandfläche (137mm^2) verfolgt. Abbildung 44 bis Abbildung 50 zeigen für die drei Versuche jeweils die Rißentwicklung zwischen 38000 Zyklen und dem Probenversagen in Form von Histogrammen. Dargestellt ist die relative Rißhäufigkeit n_i/n_0 innerhalb einer Klasse, aufgetragen über der halben Rißlänge c . Die Rißlänge ist in m Klassen mit einer Breite von $100\ \mu\text{m}$ aufgeteilt, n_i gibt die Anzahl der Risse in der i -ten Klasse an, n_0 ist die Gesamtanzahl der Risse.

Die schraffierten Bereiche geben an, wie groß der Anteil von verzweigten oder zusammen-gelaufenen Rissen innerhalb einer Klasse ist.

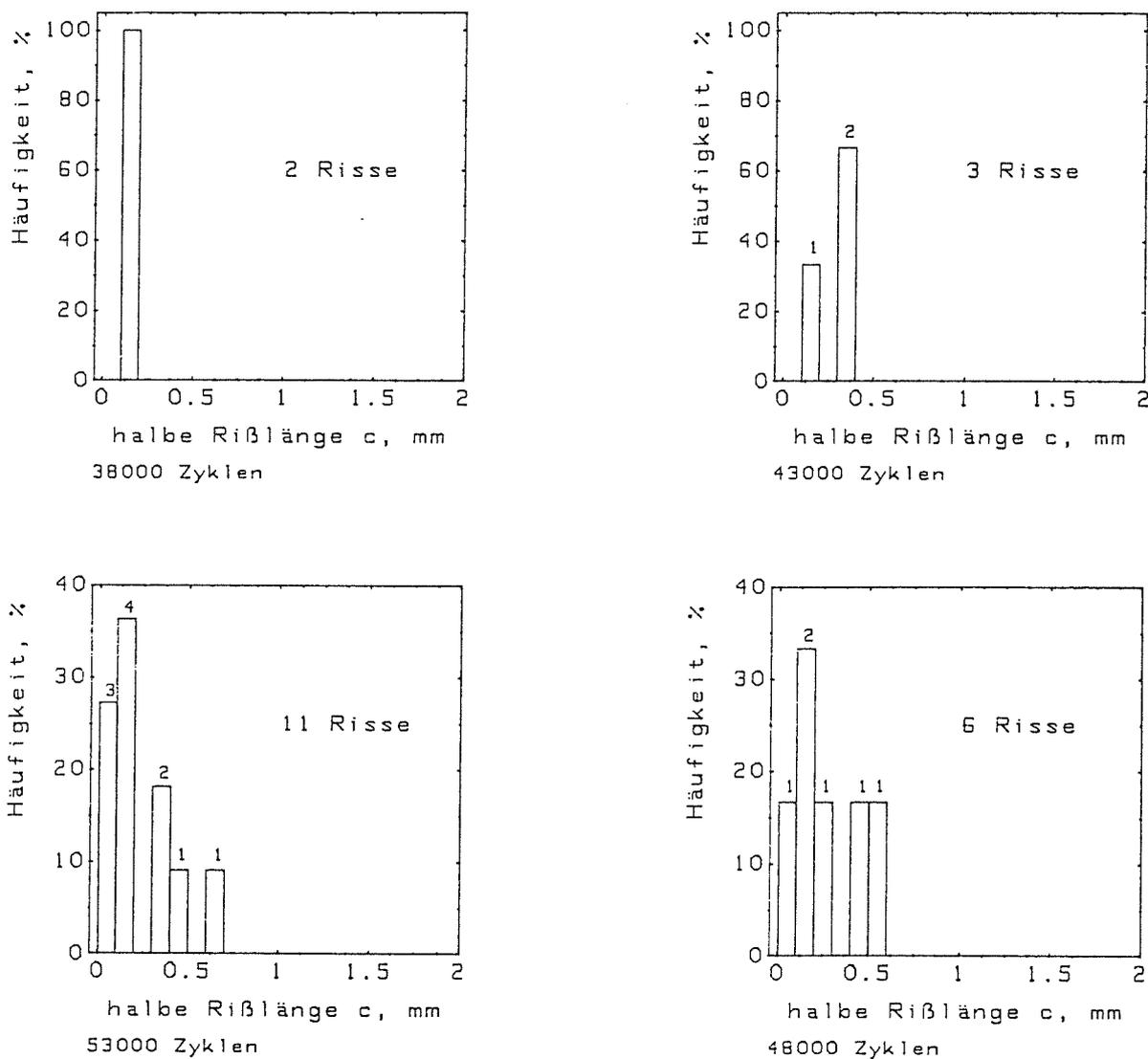


Abbildung 44. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 11.

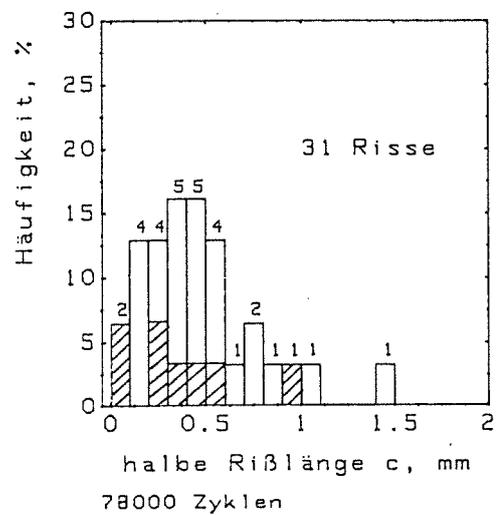
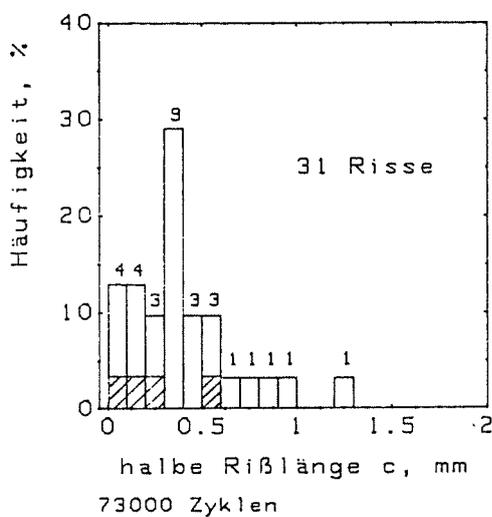
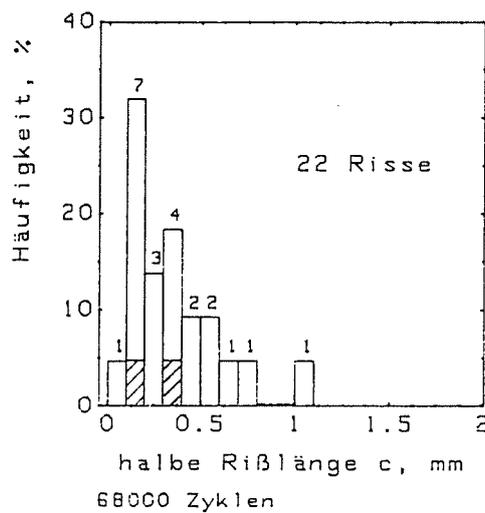
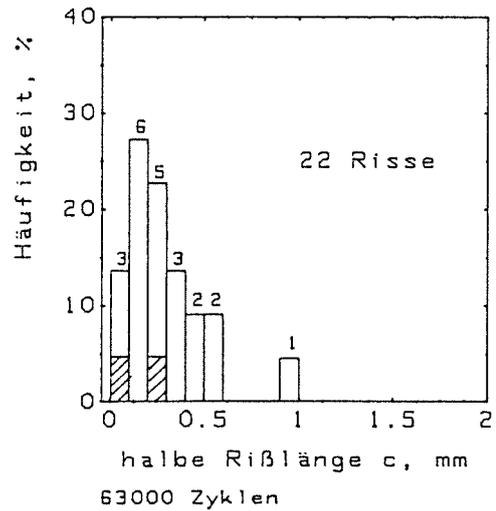
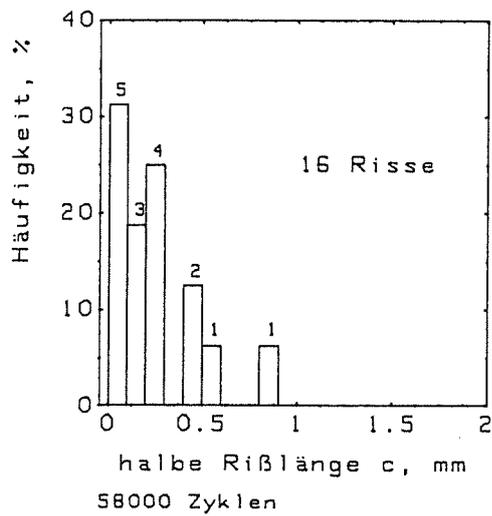


Abbildung 45. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 11.

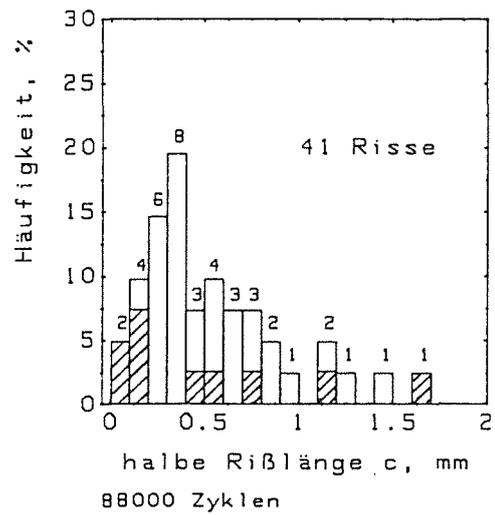
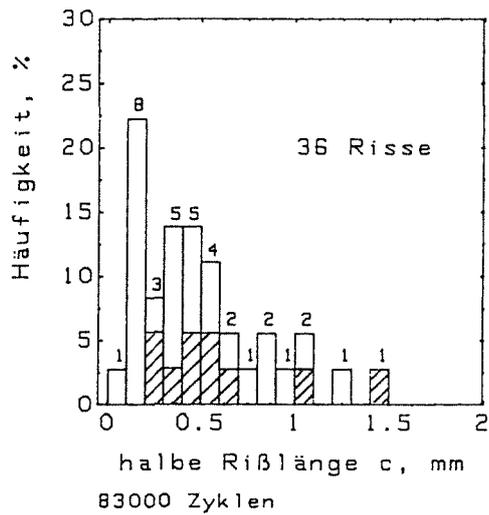


Abbildung 46. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 11.

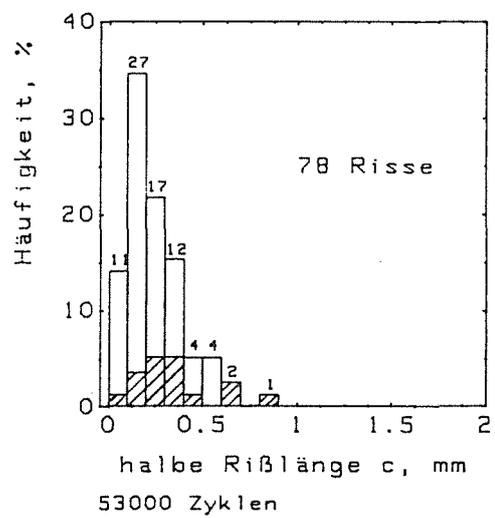
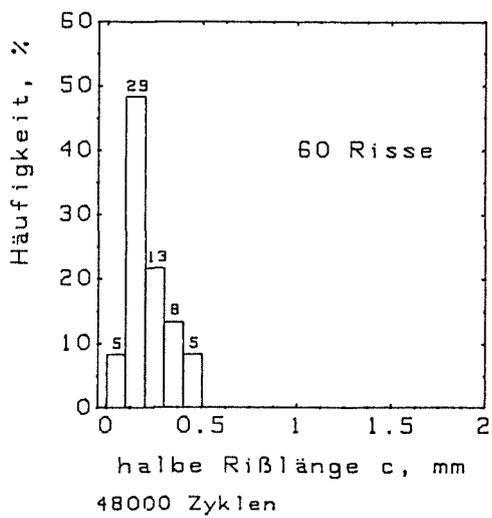
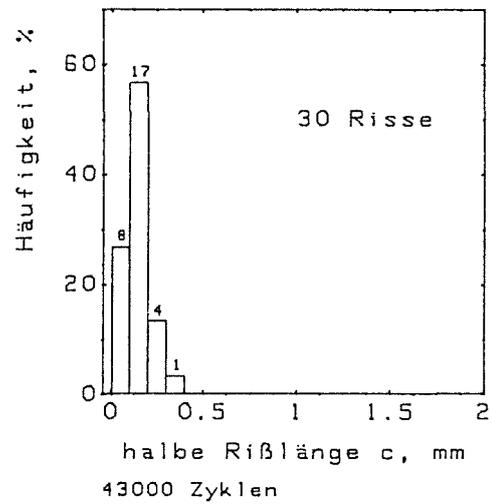
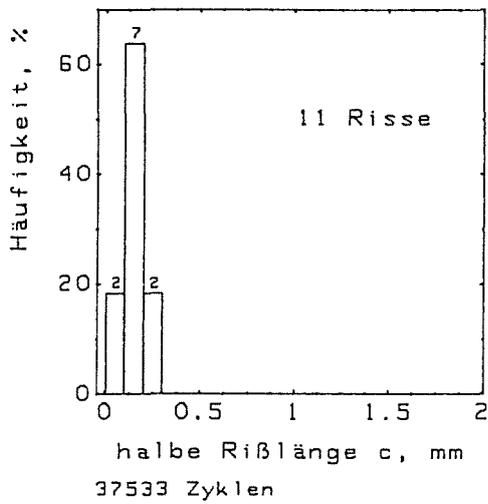


Abbildung 47. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 12.

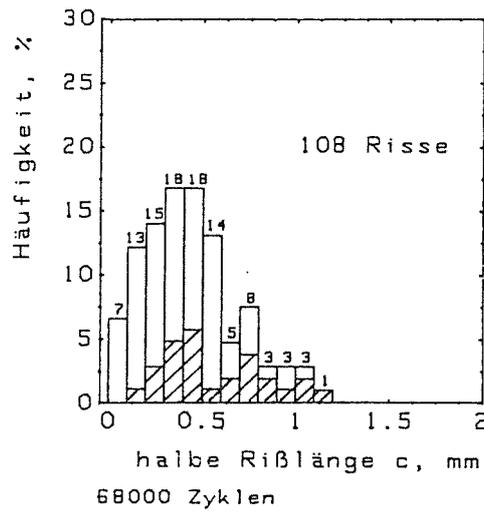
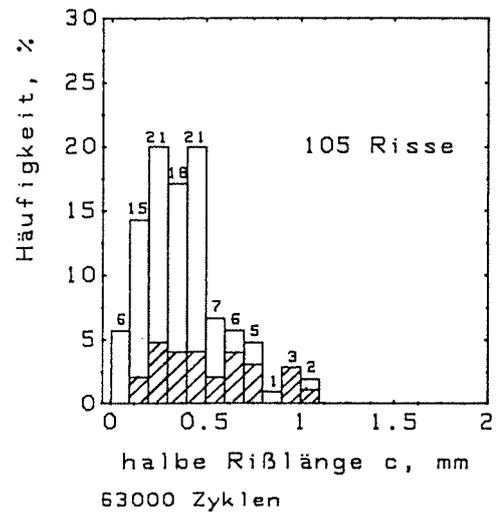
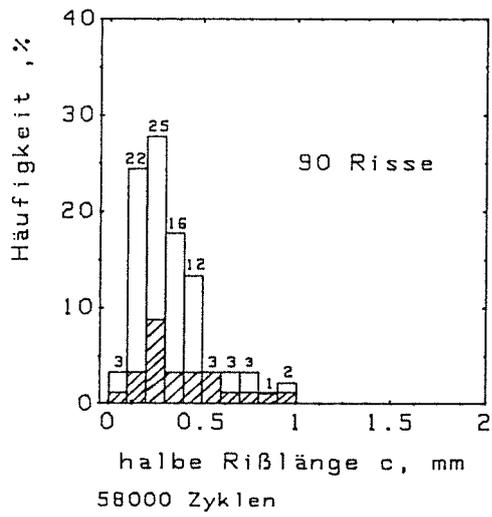


Abbildung 48. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 12.

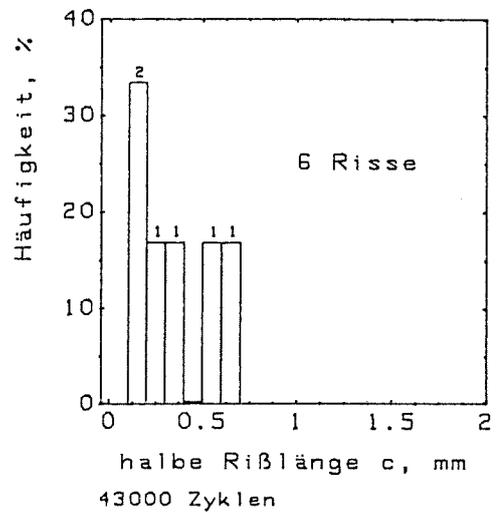
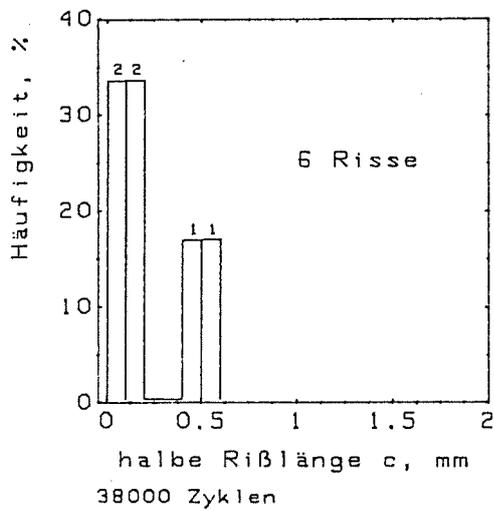


Abbildung 49. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 13.

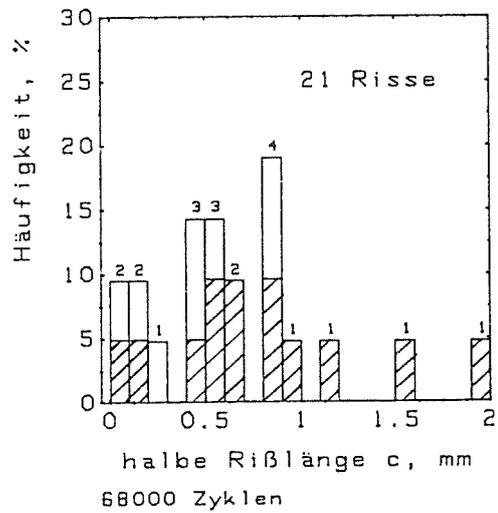
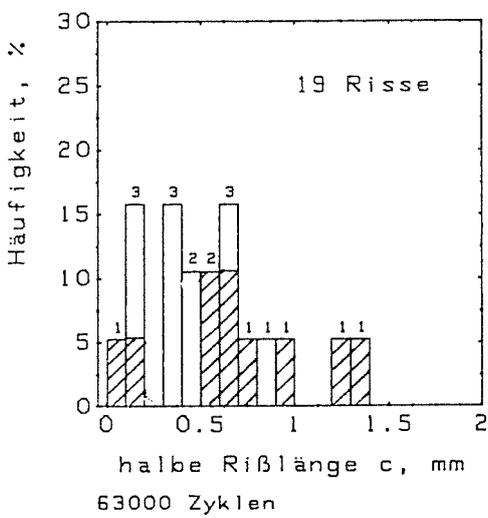
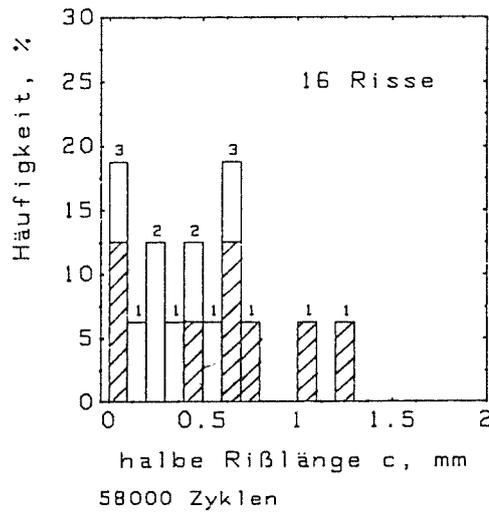
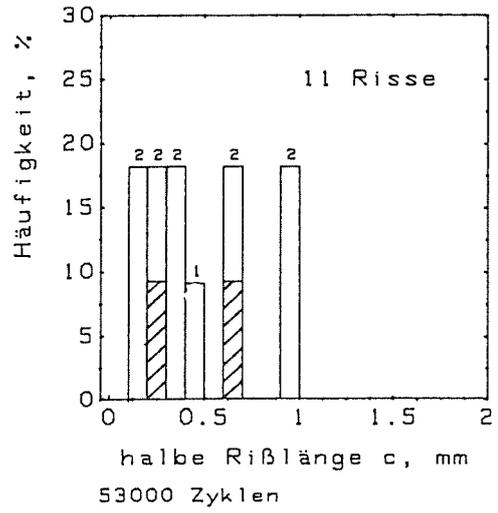
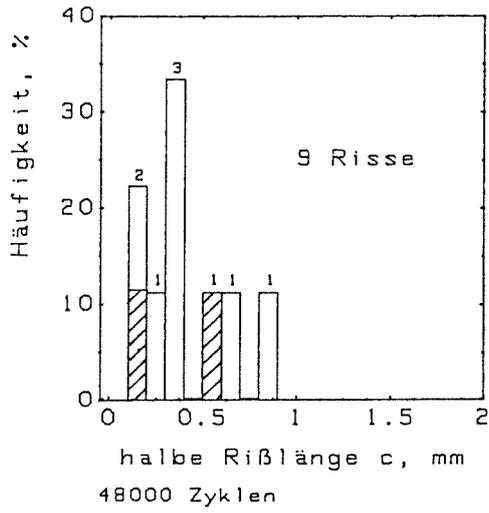


Abbildung 50. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 13.

Die Auswertung zusammengelaufener oder verzweigter Risse erfolgt in der Weise, daß jeder neu entstehende Rizweig als neuer eigenständiger Riß bzw. zwei zusammengelaufene Risse auch weiterhin als Einzelrisse gewertet wurden. Das entsprechende Auswerteschema ist Abbildung 51 und Abbildung 52 zu entnehmen.

Ausgehend von einem einzelnen Riß (1), der nach einer Zyklenzahl N_{i-1} die Gesamtlänge $l_{i-1,1} = 2c_{i-1,1}$ besitzt, bildet sich nach N_i Zyklen eine Verzweigung. Der an beiden Enden wachstumsfähige Riß (1) hat dann die Länge $l_{i,1} = 2c_{i,1}$, der vom Verzweigungspunkt aus nur in eine Richtung wachsende Nebenri (2) die Länge $l_{i,2} = 2c_{i,2}$. Während für Riß (1) nach N_{i+2} Zyklen $l_{i+1,1} = 2c_{i+1,1}$ gilt, ergibt sich für den Nebenri (2) $l_{i+1,2} = 2c_{i,2} + c_{i+1,2}$, wobei $c_{i+1,2}$ die neue Halbachse darstellt. Sie ergibt sich aus der ursprünglichen Halbachse $c_{i,1}$ und der ausmebaren Verlängerung $\Delta c_{i+1,2}$ des Risses (2). Diese Überlegung geht aus von der Annahme, daß der Riß (2) sich prinzipiell um $2\Delta c_{i+1,2}$ verlängern würde, dies jedoch aufgrund des Verzweigungspunktes nicht möglich ist.

Für alle nachfolgenden Zyklenzahlen ergibt sich also für die Halbachse des Nebenrisses

$$c_{i+n,2} = l_{i+n,2} - c_{i,2} \quad (6.1)$$

Obige Vorgehensweise wird durch Abbildung 51 erläutert. Für den Fall der Zusammenlagerung gilt eine entsprechende Bestimmung der Rißlänge (Abbildung 52).

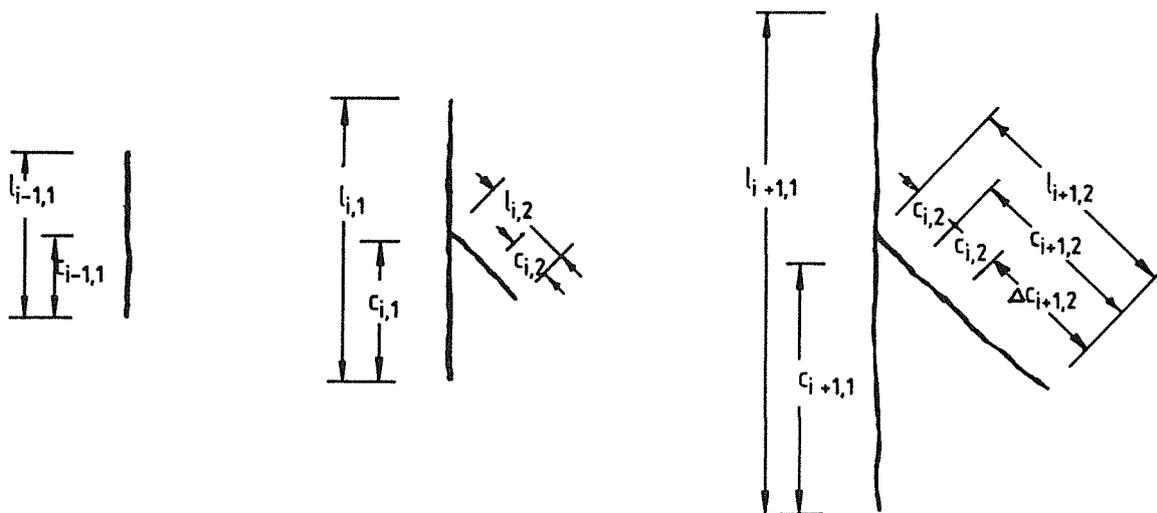


Abbildung 51. Riverzweigung, schematisch.

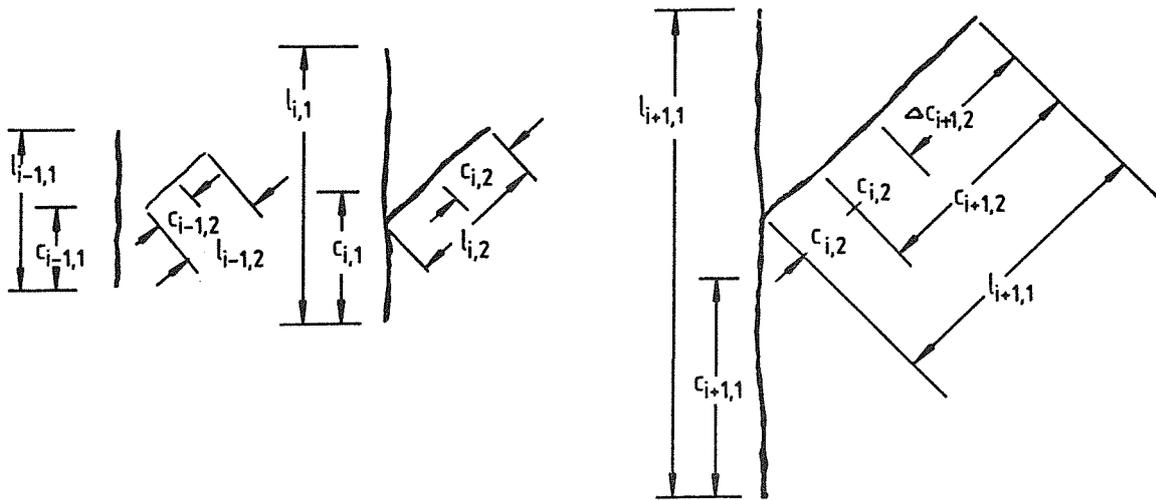


Abbildung 52. Zusammenlagerung von Rissen, schematisch.

Ein Vergleich der Histogramme für eine bestimmte Zyklenzahl zeigt, daß die Anzahl der Risse von Versuch zu Versuch schwankt. Bei Versuch 11 beträgt sie zum Beispiel nach 68000 Zyklen 22 Risse, bei Versuch 12 108 Risse und bei Versuch 13 21 Risse.

Zusammenlagerung bzw. Riverzweigung tritt nach 53000 Zyklen (Versuch 12,13) und 63000 Zyklen (Versuch 11) auf. Der Anteil dieser Risse am Versuchsende ist bei Versuch 11 und 12 mit ca. 25% relativ gering, bei Versuch 13 beträgt er 62%.

Die maximale halbe Rißlänge liegt zwischen 1.2 und 2 mm. Es fällt auf, daß die größten Risse jeweils Verzweigungen aufweisen oder mit anderen Rissen zusammengelaufen sind.

Dies weist auf den bereits erwähnten experimentellen Befund hin, daß die zum Probenversagen führenden großen Risse durch Zusammenlagerung bzw. Verzweigung entstehen.

Ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Risse auf der untersuchten Fläche und dem Ausmaß der Vernetzung ist nicht erkennbar.

Betrachtet man die Zyklenzahl bis zum Probenversagen bei den einzelnen Versuchen, so ergibt sich für Probe 13, die die ausgeprägteste Vernetzung aufweist, mit 70708 Zyklen eine vergleichsweise geringe Lebensdauer. Zwar trat bei Versuch 12 Versagen schon nach 68217 Zyklen ein, die Ursache war allerdings ein künstlicher Fehler. Es ist davon auszugehen, daß die Lebensdauer bei einwandfreier Oberflächenbeschaffenheit höher gewesen wäre. Bei Probe 11, die einen ähnlich geringen Vernetzungsgrad wie Probe 12 aufweist (25%), liegt die Lebensdauer mit 89520 Zyklen deutlich höher als bei Probe 13.

Obige Ergebnisse lassen auf einen Zusammenhang zwischen dem Ausmaß der Vernetzung und der Lebensdauer schließen.

Abbildung 53 zeigt für die drei Versuche die Anzahl der Risse pro Flächeneinheit (1mm^2) in Abhängigkeit von der Zyklenzahl. Es wurde zum einen die Summe aller einzeln gewerteter Risse aufgetragen, sodaß die Rißanzahl zu einer bestimmten Zyklenzahl mit der in den Histogrammen angegebenen Anzahl übereinstimmt. Für alle Versuche ergibt sich trotz der auftretenden Streuung eine kontinuierliche Zunahme der Risse. Zum anderen wurde die tatsächlich auszählbare Anzahl der Risse aufgetragen, d.h. Verzweigungen wurden nicht extra gewertet. Es zeigt sich ein ebenfalls ansteigender Kurvenverlauf bis zum Probenversagen. Mit beginnender Vernetzung liegt der Verlauf unterhalb der Kurve für die einzeln gewerteten Risse.

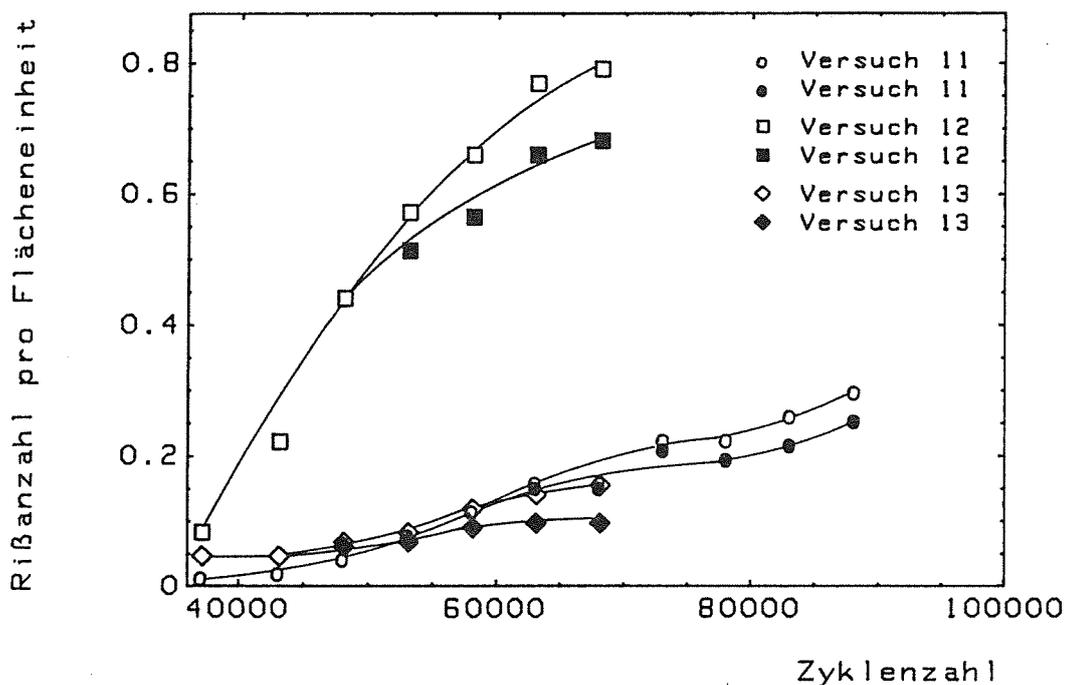


Abbildung 53. Anzahl der Risse pro Flächeneinheit in Abhängigkeit von der Zyklenzahl: Die leeren Symbole beschreiben die einzeln gewerteten Risse, die vollen Symbole die tatsächlich vorliegenden Risse.

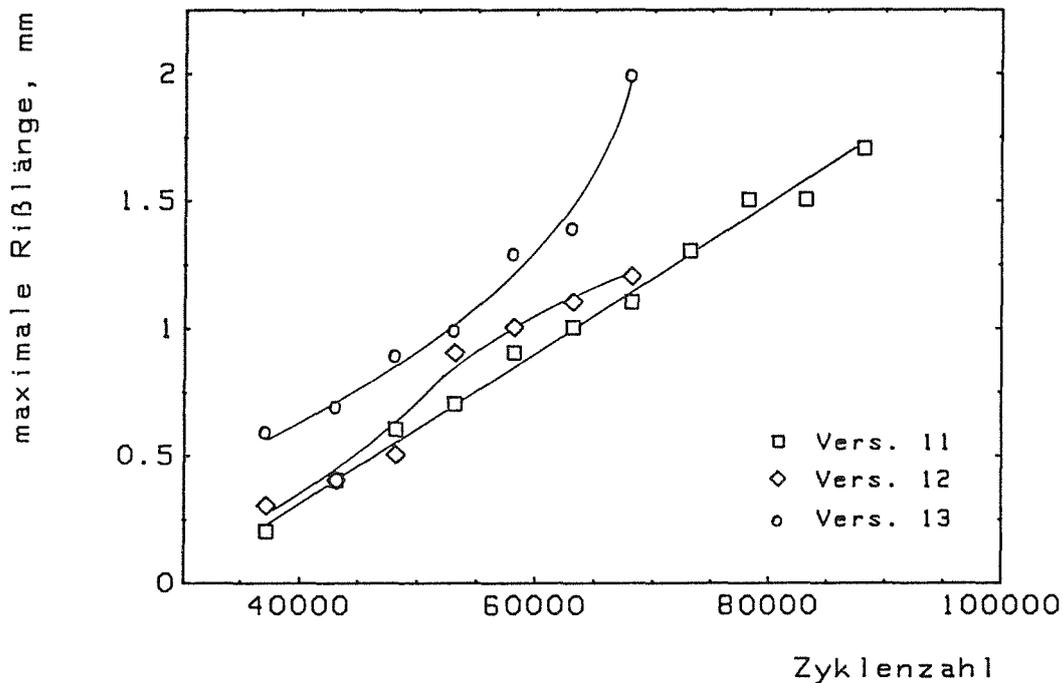
In den Histogrammen der Versuche 11 und 12 ist ein Maximum der relativen Rißhäufigkeiten im Bereich bis $600\ \mu\text{m}$ zu erkennen, daß während des gesamten Versuchs erhalten bleibt. Mit zunehmender Zyklenzahl ist lediglich eine leichte Verschiebung nach rechts zu beobachten.

Rißentstehung tritt während des gesamten Versuchs auf, durch gleichzeitiges Rißwachstum nimmt der Anteil kleinerer Risse an der Gesamtanzahl jedoch ab.

Die unterschiedliche Anzahl der bei den Versuchen entstandenen Risse hat keinen Einfluß auf das oben beschriebene Verhalten.

Bei Versuch 13 findet ebenfalls kontinuierliche Rißenstehung und -wachstum statt. Eine Anhäufung kleinerer Risse ist allerdings nicht zu beobachten, die Verteilung von Rissen mit unterschiedlicher Länge ist wesentlich gleichmäßiger

Ein Vergleich der maximalen Rißlänge in Abhängigkeit von der Zyklenzahl (Abbildung 54) zeigt ein verstärktes Längenwachstum bei Versuch 13.



Vergleich der thermozyklischen Versuche

Abbildung 54. Maximale halbe Rißlänge c in Abhängigkeit von der Zyklenzahl.

Eine Möglichkeit zur statistischen Beschreibung der Rißverteilung bei einer bestimmten Zyklenzahl ergibt sich durch die Bestimmung einer Summenhäufigkeits- oder Verteilungsfunktion.

Enthält ein Histogramm maximal m Klassen einer bestimmten Breite, so ergibt sich die Verteilungsfunktion $F(c_k)$ ($1 \leq k \leq m$) als Summe der relativen Rißhäufigkeiten n_i/n_0 aller Rißlängen, die kleiner oder gleich c_k sind:

$$F(c_k) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n_0} \quad (6.2)$$

bzw. in Integralform geschrieben

$$F(c_k) = \int_{-\infty}^{c_k} f(c)dc \quad (6.3)$$

Dabei handelt es sich bei $f(c)$ um die Verteilungsdichte der betreffenden Verteilung.

Um eine möglichst gute Vorhersage über die Wahrscheinlichkeit machen zu können, ob ein Riß in einem vorgegebenen Rißlängenintervall auftritt, ist diese Verteilungsdichte geeignet zu wählen. Im vorliegenden Fall läßt die Form der Histogramme auf eine Log-Normalverteilung schließen, für die die Verteilungsdichte lautet:

$$f(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma c} e\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln c - \alpha}{\sigma}\right)^2\right] \quad (6.4)$$

Die Funktion $f(c)$ ist definiert für Werte $c > 0$. Die Parameter σ ($\sigma > 0$) und α ($-\infty < \alpha < +\infty$) werden für jede Zyklenzahl so bestimmt, daß die Summe der quadratischen Abweichung zwischen $f(c)$ und den experimentell ermittelten Werten minimal wird.

Allgemein gilt also für die Wahrscheinlichkeit $P(c_1 < c \leq c_2)$, daß ein Riß mit der Länge c im Intervall $c_1 < c \leq c_2$ auftritt:

$$P(c_1 < c \leq c_2) = F(c_1) - F(c_2) = \int_{c_1}^{c_2} f(c)dc \quad (6.5)$$

d.h. sie entspricht der Fläche unter der Kurve der Verteilungsdichte $f(c)$ zwischen den Grenzen c_1 und c_2 .

Abbildung 55 und Abbildung 56 zeigen die Verteilungsfunktionen für verschiedene Zyklenzahlen für die Versuche 11 und 12. Es ist zu erkennen, daß sich die Verläufe mit zunehmender Lastwechselzahl nach rechts verschieben, d.h. das beobachtete Maximum der Rißhäufigkeiten verschiebt sich. Der nur langsam geringer werdende Anstieg der Kurvenverläufe zeigt allerdings, daß ein großer Prozentsatz der Risse auch zu einem späten Zeitpunkt nur eine geringe Länge besitzt.

Eine entsprechende Bestimmung der Verteilungsfunktionen für Versuch 13 ist nicht sinnvoll, da eine Beschreibung der Rißhäufigkeiten mit einer Log-Normalverteilung aufgrund der gleichmäßigeren Rißlängenverteilung nicht möglich ist.

Die Parameter für die Verteilungsdichten bzw. Verteilungsfunktionen sind Tabelle 7 zu entnehmen.

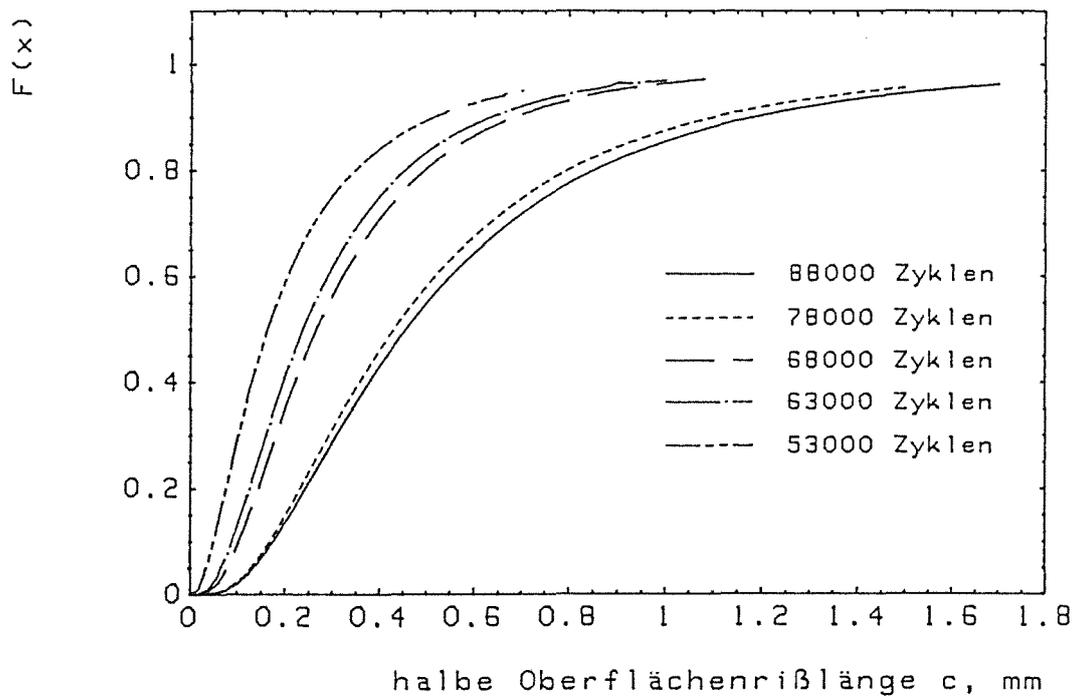


Abbildung 55. Verteilungsfunktionen, Versuch 11.

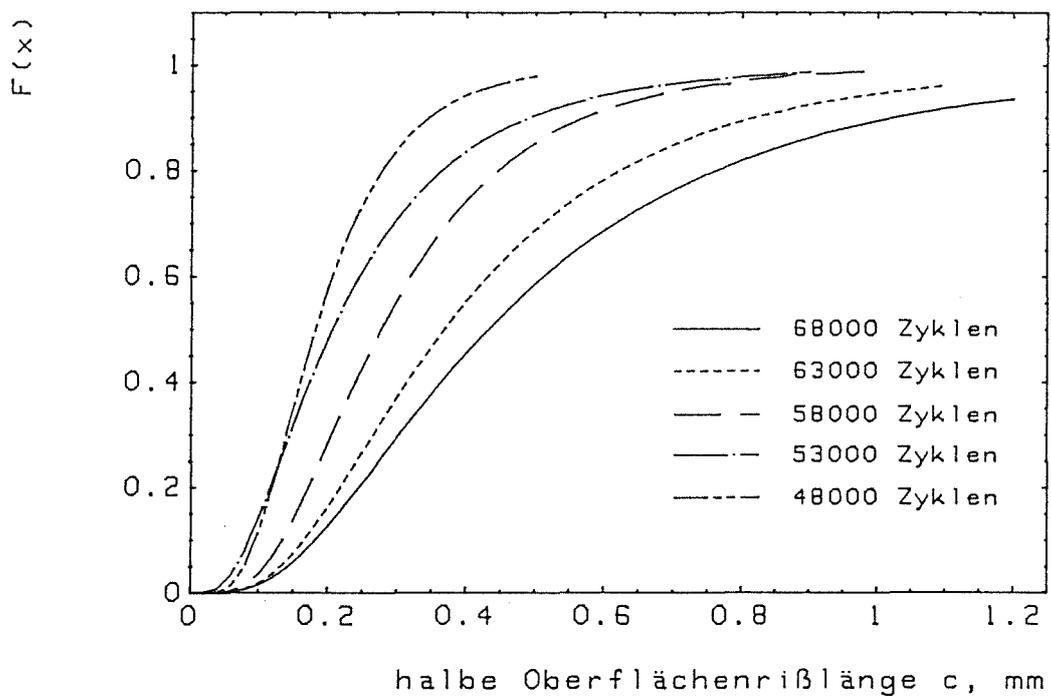


Abbildung 56. Verteilungsfunktionen, Versuch 12.

Lastwechsel	Versuch 11		Versuch 12	
	σ	α	σ	α
48000	-	-	0.497	0.182
53000	0.886	0.164	0.671	0.207
58000	-	-	0.561	0.277
63000	0.755	0.239	0.621	0.368
68000	0.728	0.267	0.673	0.432
73000	-	-	-	-
78000	0.729	0.430	-	-
83000	-	-	-	-
88000	0.740	0.456	-	-

Tabelle 7. Parameter für die Verteilungsfunktionen.

7.0 Beschreibung des Rißwachstumsverhaltens mit den Methoden der Bruchmechanik

Im Anwendungsbereich der linear-elastischen Bruchmechanik wird das Rißausbreitungsverhalten durch eine Beziehung zwischen der Rißverlängerung pro Lastwechsel da/dN und der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK beschrieben. Diese ist für Belastungen im Zugschwellbereich gegeben durch

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta\sigma\sqrt{a} Y \quad (7.1)$$

Dabei ist $\Delta\sigma$ die Schwingbreite der Spannung (doppelte Amplitude), a die Rißlänge und Y eine bruchmechanische Korrekturfunktion, die von der auf eine charakteristische Bauteilgröße bezogenen Rißlänge abhängt.

Für $K_{\min} < 0$ wird häufig

$$\Delta K = K_{\max} \quad (7.2)$$

definiert, da angenommen wird, daß negative Spannungsintensitätsfaktoren keinen Beitrag zur Rißverlängerung liefern.

Zur Beschreibung des erwähnten Zusammenhangs zwischen Rißgeschwindigkeit und ΔK gibt es verschiedene Ansätze /43/ - /45/, in weiten Bereichen hat sich jedoch ein einfacher Ansatz nach *Paris* und *Erdogan* bewährt:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (7.3)$$

C und m sind materialabhängige Konstanten.

Die Ermüdungsrißausbreitung wird durch verschiedene Faktoren beeinflusst. Es sind dies der Werkstoffzustand /41/, das umgebende Medium in Verbindung mit der Belastungsform und -frequenz /41/, /46/ - /51/, die Versuchstemperatur /41/ sowie die angelegte Mittelspannung /41/, /53/, die sich aus $0.5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$ ergibt. Sie wird i.a. durch das sogenannte R-Verhältnis ausgedrückt:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} \quad (7.4)$$

7.1 Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren

Wie bereits in Kap. 6 gezeigt, lassen sich die experimentell ermittelten Rißgeometrien durch Halbellipsen beschreiben, deren Halbachsenverhältnis a/c sich in Abhängigkeit von der Rißtiefe und der angelegten Spannungsverteilung ändern kann.

Für diese zweidimensionalen, halbelliptischen Risse werden die Spannungsintensitätsfaktoren üblicherweise in den Scheitelpunkten A und B der Ellipse bestimmt (Abbildung 57). Dazu ist die Kenntnis der Geometriefunktion notwendig, die bei ebenen Rissen vom Halbachsenverhältnis a/c -und von der auf die Wandstärke t bezogenen Rißtiefe a abhängt.

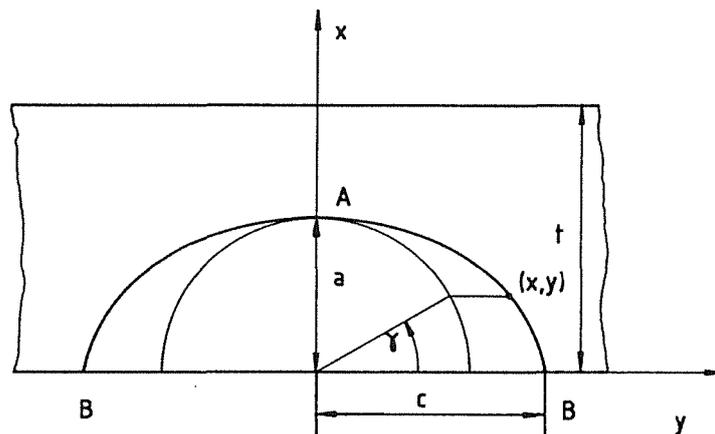


Abbildung 57. Bezeichnungen am Riß.

7.1.1 Berechnung gemittelter Spannungsintensitätsfaktoren mit der Gewichtsfunktionsmethode

Durch Anwendung der Gewichtsfunktionsmethode ist die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren für halbelliptische Oberflächenrisse in einer ebenen Platte bei beliebiger Spannungsverteilung möglich. Voraussetzung ist die Kenntnis dieser Spannungsverteilung $\sigma(x,y)$ sowie des Rißuferverschiebungsfeldes $u_r(x,y,a,c)$ für einen Referenzbelastungsfall σ_r bzw. K_r .

Nach Rice /54/ läßt sich die Grundgleichung der Gewichtsfunktionsmethode für den zweidimensionalen Riß definieren. Für den Fall der virtuellen Rißvergrößerung kann nach Fett /55/ geschrieben werden

$$H \int_S \sigma(x,y) \frac{\partial u_r(x,y,a,c)}{\partial (\Delta S)} dS = \frac{1}{\Delta S} \int_{\Delta S} K_r K_r d(\Delta S) = \bar{K} \bar{K}_r \quad (7.5)$$

mit

$$H = \begin{array}{ll} E & \text{für den ebenen Spannungszustand} \\ \frac{E}{1 - \nu^2} & \text{für den ebenen Dehnungszustand} \end{array}$$

Die Integration erfolgt über die Rißfläche S bzw. über einen virtuellen inkrementellen Rißflächenzuwachs ΔS .

Die rechte Seite von Gleichung (7.5) führt zur Definition des gemittelten Spannungsintensitätsfaktors als

$$\bar{K} = \frac{1}{\bar{K}_r \Delta S} \int_{\Delta S} K K_r d(\Delta S) \quad (7.6)$$

Für den speziellen Fall, daß $K = K_r$ ist, ergibt sich

$$\bar{K}_r^2 = \frac{1}{\Delta S} \int_{\Delta S} K_r^2 d(\Delta S) \quad (7.7)$$

Als Referenzbelastungsfall K_r wird die Lösung für einen halb elliptischen Oberflächenriß unter Zugbelastung nach *Raju* und *Newman* /56/ verwendet (siehe Anhang, Kap. 12.4)

Damit läßt sich für die K -Faktoren in den Punkten A und B schreiben

$$\bar{K}_A = \frac{H}{\bar{K}_{r,A}} \int_S \sigma(x,y) \frac{\partial u_r(x,y,a,c)}{\partial (\Delta S_A)} dS \quad (7.8)$$

$$\bar{K}_B = \frac{H}{\bar{K}_{r,B}} \int_S \sigma(x,y) \frac{\partial u_r(x,y,a,c)}{\partial (\Delta S_B)} dS \quad (7.9)$$

Das Rißuferverschiebungsfeld läßt sich nach *Fett* /57/ für reine Zugbelastung mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes ermitteln.

Zur Berechnung der Gleichungen (7.6) - (7.9) werden Flächeninkremente nach einem Vorschlag von *Cruse* und *Besuner* verwendet /58/ (Abbildung 58). $\Delta S_{A,B}$ beschreiben die jeweiligen Rißflächenzuwächse.

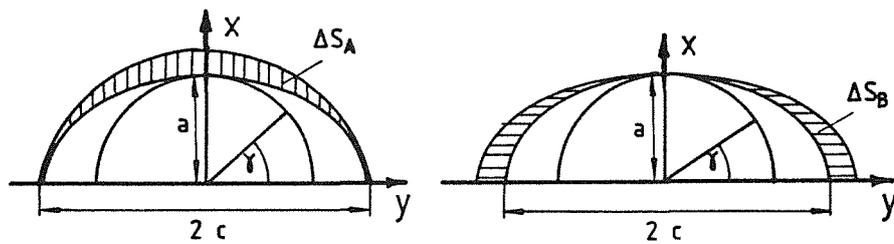


Abbildung 58. Gewichtung in den Punkten A und B.

Die Darstellung der gewichtet gemittelten Spannungsintensitätsfaktoren erfolgt entsprechend Gleichung (7.1) in der Form

$$\Delta K_{A,B} = \Delta\sigma\sqrt{a} Y_{A,B}\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}\right) \quad (7.10)$$

Dabei ist t die Wandstärke und $\Delta\sigma$ im vorliegenden Fall die Spannungsschwingbreite an der Stelle $x = 0$, d.h. an der Rohrwinnenwand (siehe Abbildung 57).

7.1.2 Berechnung lokaler Spannungsintensitätsfaktoren

Neben der Berechnung gewichtet gemittelter Spannungsintensitätsfaktoren ist die Kenntnis von lokalen K-Faktoren von Interesse.

Allerdings sind die in der Literatur für lokale K-Faktoren bekannten linearen Grundbelastungsfälle des reinen Zugs und der reinen Biegung nicht in der Lage, kompliziertere Spannungsverteilungen zu beschreiben. Es ist deshalb sinnvoll, zur Auswertung nichtlinearer Spannungsverläufe die Spannungsintensitätsfaktoren potenzförmiger Spannungen zu ermitteln, mit denen polynomförmige Spannungsverteilungen hinreichend hohen Grades durch Überlagerung erhalten werden können.

Bedeutet x die von der Innenwand des in Abbildung 59 dargestellten Rohres ausgehende Ortskoordinate und t die Rohrwandstärke, so läßt sich für das Spannungspolynom

$$\sigma\left(\frac{x}{t}\right) = \sum_{v=0}^n C_v \left(\frac{x}{t}\right)^v \quad (7.11)$$

der Spannungsintensitätsfaktor ebenfalls als Polynom n -ten Grades darstellen

$$K_I = \sqrt{a} \sum_{v=0}^n C_v Y_v \left(\frac{x}{t}\right)^v \quad (7.12)$$

Hierin bedeuten die Y_v die zu den Spannungsverteilungen $\sigma_v = C_v \left(\frac{x}{t}\right)^v$ gehörenden Geometriefunktionen.

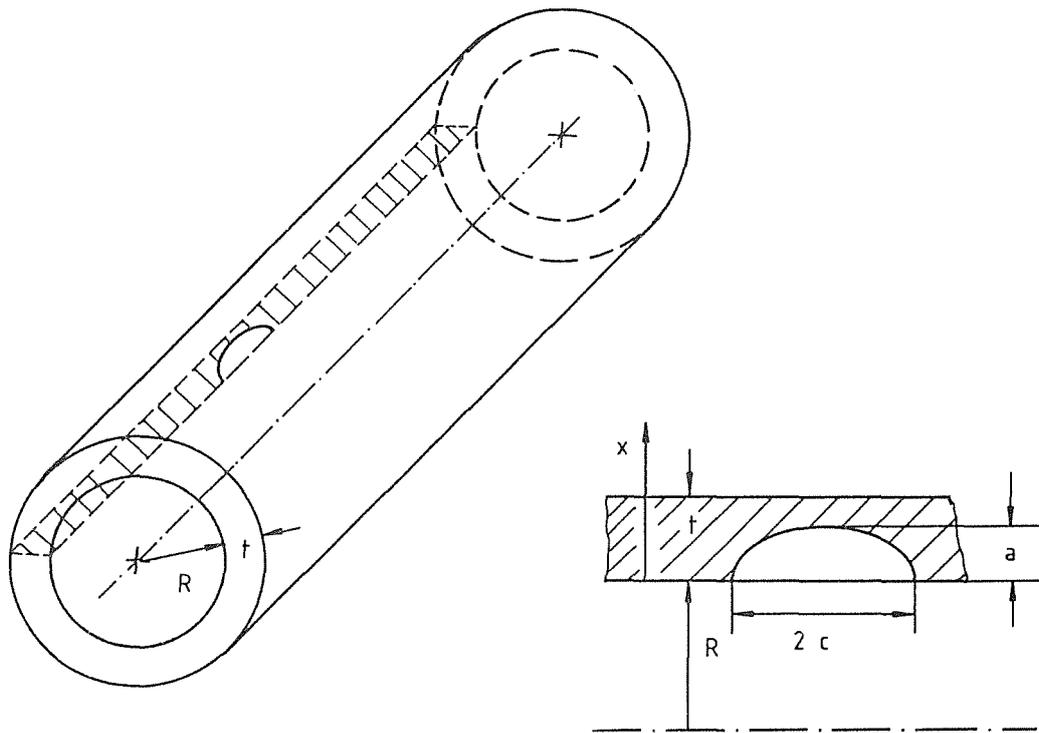


Abbildung 59. Axialer Riß in einer Rohrwand.

Während für die ebene Platte für Polynome des Grades $n=0$ bis $n=2$ in einem großen Bereich von a/c und a/t sowie im Falle $n=3$ für einige ausgewählte Geometrien vorliegen [56], [59] - [62], lassen sich Lösungen für Röhre nur für einige wenige Rohr- und Rigeometrien finden.

7.1.2.1 Bestimmung der Geometriefunktion

Als Basis zur Erstellung einer interpolationsfhigen Anzahl von Lösungen wurden die tabellierten Geometriefunktionen nach *Newman* und *Raju* [63] gewählt. Dort sind Werte für den innenliegenden Riß mit $a/c=0.2/0.4/1.0$ und $a/t=0.2/0.5/0.8$ bei Wandstrkeverhltnissen $t/R=0.1$ und $t/R=0.25$ angegeben. Diese Daten lassen nur *Interpolationen* in den angegebenen Wertebereichen zu, die zudem beim Wandstrkeverhltnis nur linear möglich sind. Eine Ergänzung der Lösungen von *Newman* und *Raju* durch spezielle Grenzfälle ermöglicht die Durchführung von Interpolationen innerhalb der Wertebereiche $0 \leq a/c \leq 1$, $0 \leq a/t \leq 0.8$ and $0 \leq t/R \leq 0.25$.

a) Der Grenzfall $\frac{a}{t} \rightarrow 0$

Der Spannungsintensitätsfaktor eines extrem kleinen Risses im Rohr mit $a/t \rightarrow 0$ ist identisch mit dem Spannungsintensitätsfaktor des gleichen Risses in der ebenen Platte gleicher Dicke. In diesem Falle können die Lösungen nach /56/, /59/ - /62/ angewandt werden. Die Geometriefunktion Y_0 ist mit der Lösung reinen Zugs Y_{Zug} identisch. Hierzu ist eine Lösung in /56/, /59/ zu finden. Die Geometriefunktion Y_1 kann aus den Lösungen für Zug und Biegung nach

$$Y_1 = \frac{1}{2}(Y_{Zug} - Y_{Biegung}) = \frac{1}{2}(1 - H)Y_0 \quad (7.13)$$

ermittelt werden. Diese Lösungen sind im Anhang (Kap. 12.4) wiedergegeben. Für eine *quadratische* Spannungsverteilung läßt sich eine Lösung im Bereich $0.1 \leq a/c \leq 1$ anwenden /60/, die im Anhang (Kap. 12.5) dargestellt ist. Für den Fall der kubischen Spannungsverteilung wurde eine FE-Lösung nach /61/ verwendet.

b) Der Grenzfall $\frac{a}{c} \rightarrow 0$

Im Grenzfall $a/c \rightarrow 0$ geht der halbelliptische Oberflächenriß in den gerade durchgehenden Oberflächenriß über. Für diesen Rißtyp liegen in der Literatur sowohl im Falle des Rohres als auch der ebenen Platte Lösungen vor. *Andrasic* /64/ gibt Spannungsintensitätsfaktoren für Rohrgeometrien von $t/R = 0.25$ bis $t/R = 2$ bei relativen Rißtiefen von $0.01 < a/t < 0.8$ an. Für $t/R = 0$ läßt sich nach der in /60/ angegebenen Gewichtsfunktion der Spannungsintensitätsfaktore für jede der potenzförmigen Spannungsverteilungen bis $a/t = 0.8$ berechnen. Es ergibt sich die Geometriefunktion

$$Y_2 = \sqrt{2} \left[\frac{96}{105} + \frac{16}{105} A_1 + \frac{32}{315} A_2 + \frac{16}{315} A_3 + \frac{32}{1155} A_4 + \frac{16}{693} A_5 \right] \quad (7.14)$$

mit den im Anhang (Kap. 12.6) angegebenen Koeffizienten A_1 bis A_5 .

c) Ergebnisse

Bei Kenntnis der zuvor erwähnten und teilweise nur für diskrete Geometrien gültigen Spannungsintensitätsfaktoren können nun K-Werte bezüglich t/R , a/t und a/c interpoliert werden. Die zu den Punkten A und B der Halbellipsen gehörigen Geometriefunktionen sind in den Tabellen im Anhang (Kap. 12.7) zusammengestellt. Aus diesen Tabellen lassen sich durch parabolische Interpolation die gesuchten Geometriefunktionen für $\nu = 0$ bis $\nu = 3$ ermitteln. Für $a/c = 1/3$ und $a/t = 0.2/0.25/0.5/0.8$ war ein Vergleich mit weiteren diskreten Referenzlösungen /65/-/67/ möglich. Abbildung 60 bis Abbildung 63 geben diesen Vergleich wieder. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit dem in dieser Arbeit erstellten Datensatz.

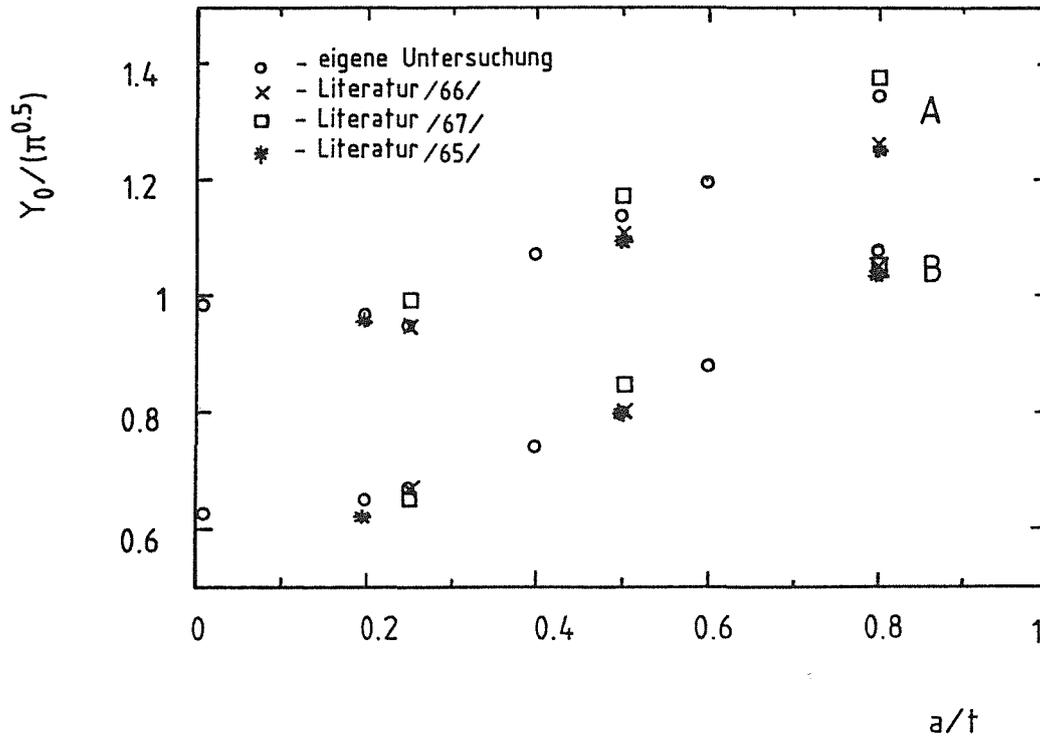


Abbildung 60. Vergleich mit Referenzdaten, $n=0$, $t/R = 0.1$.

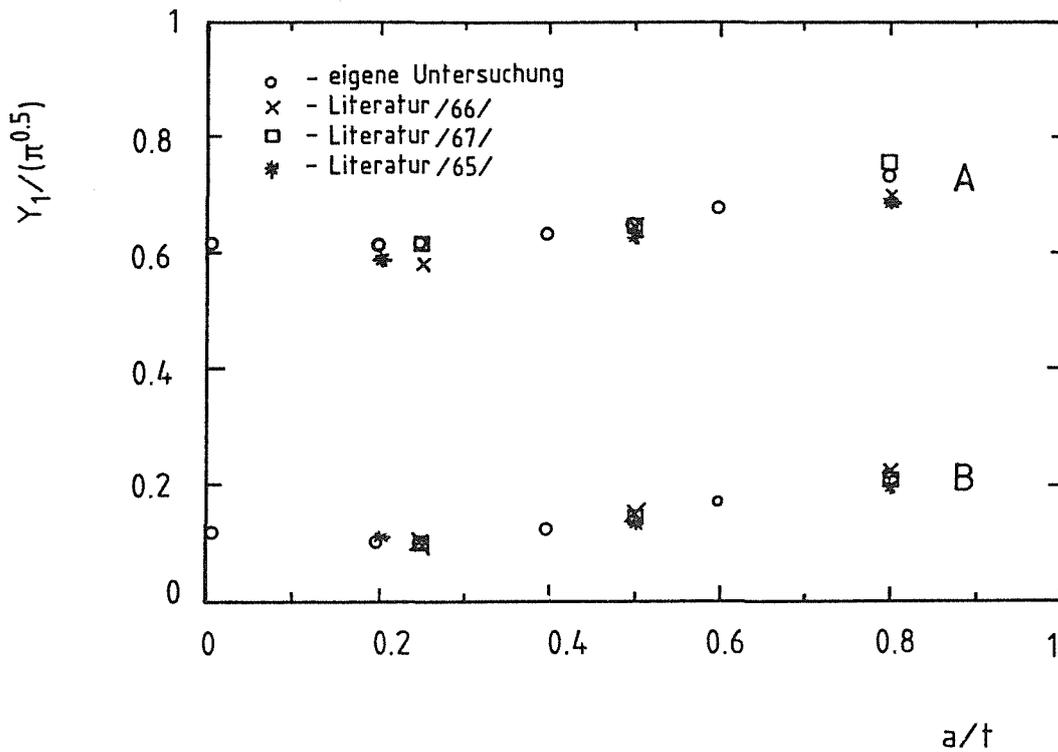


Abbildung 61. Vergleich mit Referenzdaten, $n=1$, $t/R = 0.1$.

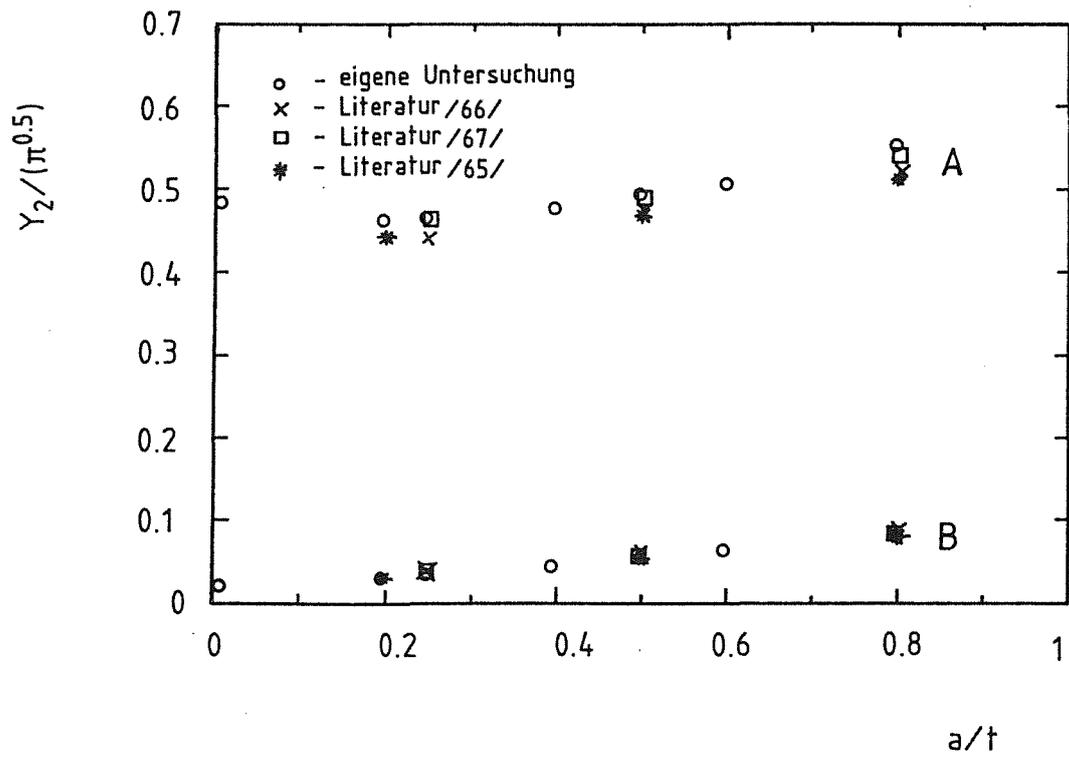


Abbildung 62. Vergleich mit Referenzdaten, $n=2, t/R=0.1$.

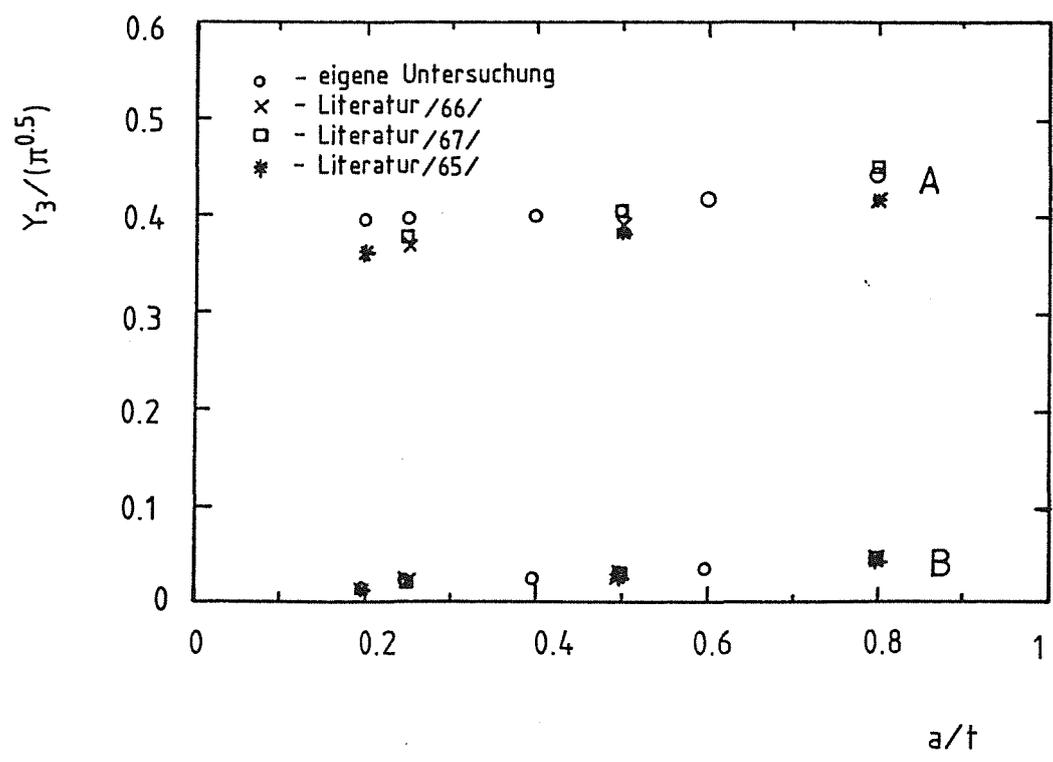


Abbildung 63. Vergleich mit Referenzdaten, $n=3, t/R=0.1$.

7.2 Ergebnisse

Zur Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren wurden folgende Annahmen getroffen:

- In jedem Punkt der Wand herrscht ein äquibiaxialer Spannungszustand, d.h. die Spannungs-komponenten sind in Axial- und Umfangsrichtung gleich groß.
- Ein beliebig orientierter Riß unterliegt aufgrund dieser Spannungsverteilung immer einer Modus I - Beanspruchung.

Zusätzlich wurde bei der Berechnung gewichtet gemittelter K-Faktoren vorausgesetzt, daß die Rohrgeometrie durch eine ebene Platte ersetzt werden kann.

Die Korrekturfunktionen Y_A und Y_B zur Bestimmung gemittelter K-Faktoren wurden entsprechend der Vorgehensweise bei den lokalen K-Faktoren für bestimmte a/c - a/t -Kombinationen ($0.25 < a/c < 1$, $0 < a/t < 0.7$) ermittelt, um auch hier eine ausreichend engmaschige Wertematrix zur Interpolation zu erhalten (siehe Anhang, Kap. 12.3).

Die charakteristische Spannung $\Delta\sigma$ nach Gleichung (7.1) entspricht der maximalen Spannung an der Rohrrinnenwand.

Im Rahmen einer formalen Vorgehensweise bei der Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren erfolgt diese auch unter der Annahme rein elastischen Materialverhaltens, obwohl der unter diesen Bedingungen errechnete Spannungsverlauf (Kap.4) zeigt, daß die Streckgrenze des Materials überschritten wird.

$\Delta\bar{K}$ bzw. ΔK ist in diesem Fall entsprechend Gleichung (7.1) identisch mit \bar{K}_{\max}^{el} bzw. K_{\max}^{el} , da am Ende eines Belastungszyklus die Spannung in jedem Punkt der Wand wieder 0 ist. Daraus ergibt sich ein R-Verhältnis von 0.

Die Berechnung von $\Delta\bar{K}$ bzw. ΔK bei inelastischem Materialverhalten unter Zugrundelegung des dann gültigen Spannungsverlaufs während der Aufheizphase erfolgt ebenfalls nach Gleichung (7.1). Unter Berücksichtigung der Annahme, daß negative K-Faktoren jedoch keinen Einfluß auf das Rißwachstum besitzen und Rißöffnen erst bei $K = 0$ beginnt, ergibt sich für $\Delta\bar{K}$ (ΔK) entsprechend Gleichung (7.2) \bar{K}_{\max}^{inel} bzw. K_{\max}^{inel} . Das R-Verhältnis beträgt nicht mehr wie im elastischen Fall 0, sondern nimmt wegen der am Ende der Abkühlphase vorliegenden Druckeigenstressungen einen negativen Wert an.

Um das R-Verhältnis für reales Materialverhalten entsprechend Gleichung (7.4) berechnen zu können, ist die Kenntnis von K_{\min} notwendig.

Dies ist möglich unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Dehnungsberechnung für den ersten Halbzyklus (Kap. 5) gezeigt hat, daß nur eine relativ geringe Plastifizierung der Randfasern auftritt. Es kann deshalb angenommen werden, daß sich mit zunehmender Zyklenzahl Shake-Down-Verhalten einstellt.

Am Beispiel eines idealen Werkstoffs bedeutet dies, daß im ersten Halbzyklus (1) Materialfließen auftritt, ohne daß die doppelte Streckgrenze des Werkstoffs überschritten wird (1'). Im anschließenden zweiten Halbzyklus (2) geht die Dehnung wieder auf 0 zurück, die Streckgrenze wird dabei nicht mehr überschritten. In allen nachfolgenden Halbzyklen (3 → 4 → 5 etc.) treten ausschließlich elastische Verformungen auf (Abbildung 64).

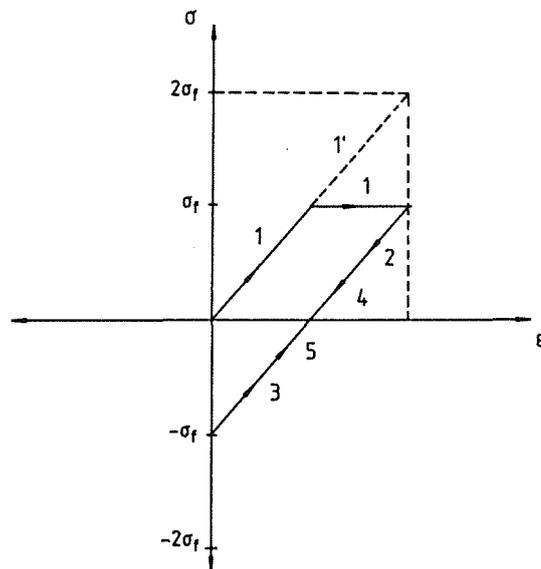


Abbildung 64. Shake-Down-Verhalten eines idealen Werkstoffs.

Der zyklische Spannungsintensitätsfaktor ergibt sich damit aus den Berechnungen für elastisches Materialverhalten, wobei sich das R-Verhältnis mit der Beziehung

$$R = \frac{K_{\max}^{inel} - K_{\max}^{el}}{K_{\max}^{inel}} \quad (7.15)$$

ermitteln läßt. Es ergeben sich Werte im Bereich von $-0.85 < R < 1.1$.

Aufgrund obiger Überlegungen werden im folgenden die Spannungsintensitätsfaktoren bei elastischem Materialverhalten genauer vorgestellt. Dabei wird entgegen der Definition in Gleichung (7.2) die Gesamtschwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors aufgetragen, d.h. auch negative K-Faktoren werden berücksichtigt.

Abbildung 65 zeigt in doppeltlogarithmischer Darstellung die experimentell ermittelte Rißgeschwindigkeit da/dN bzw. dc/dN in den Scheitelpunkten des halb elliptischen Risses in Abhängigkeit von $\Delta\bar{K}_A$ bzw. $\Delta\bar{K}_B$

Die entsprechende Darstellung für lokale Δ -K-Faktoren ist Abbildung 66 zu entnehmen.

Es ist jeweils zu erkennen, daß die Rißgeschwindigkeit dc/dN und der Δ - K_B -Faktor im Oberflächenpunkt B kontinuierlich zunehmen, während im tiefsten Punkt A die Rißgeschwindigkeit da/dN nach Erreichen eines Maximums wieder abnimmt.

Da der ΔK_A -Faktor trotzdem weiter zunimmt, d.h. der abfallende da/dN - ΔK_A -Verlauf nach Erreichen des Geschwindigkeitsmaximums stimmt nicht mit dem bisherigen Verlauf überein, besteht für diesen Bereich kein eindeutiger Zusammenhang mehr zwischen der Rißgeschwindigkeit da/dN und ΔK_A . Die Ursache für dieses Verhalten dürfte auf die indirekte Bestimmung der Rißtiefe a (Aufbrechen der Risse nach Versuchsende, siehe Kap. 6.2.2) zurückzuführen sein.

Zudem ist der dc/dN - ΔK_B -Verlauf nach oben verschoben, was auf unterschiedliches Materialverhalten in Oberflächen- und Tiefenrichtung hindeutet.

Ein Vergleich der lokalen und gemittelten ΔK -Faktoren (Abbildung 67) ergibt keine signifikanten Unterschiede.

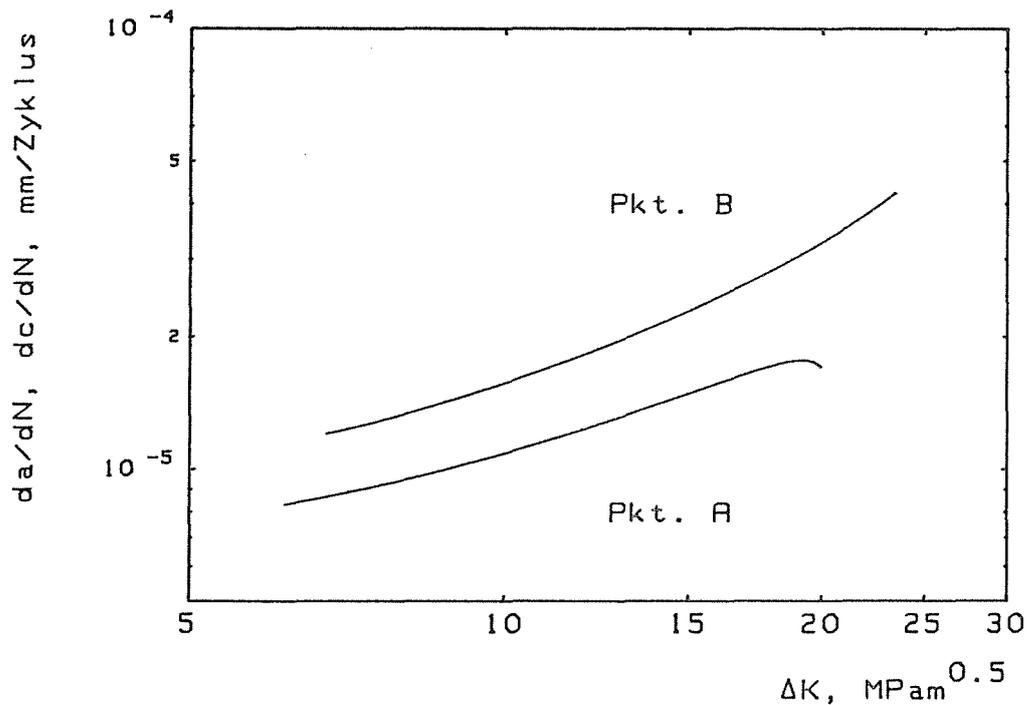


Abbildung 65. Experimenteller da/dN - bzw. dc/dN - ΔK -Verlauf: Dargestellt sind gemittelte Δ -K-Werte für die Platte bei elastischem Materialverhalten.

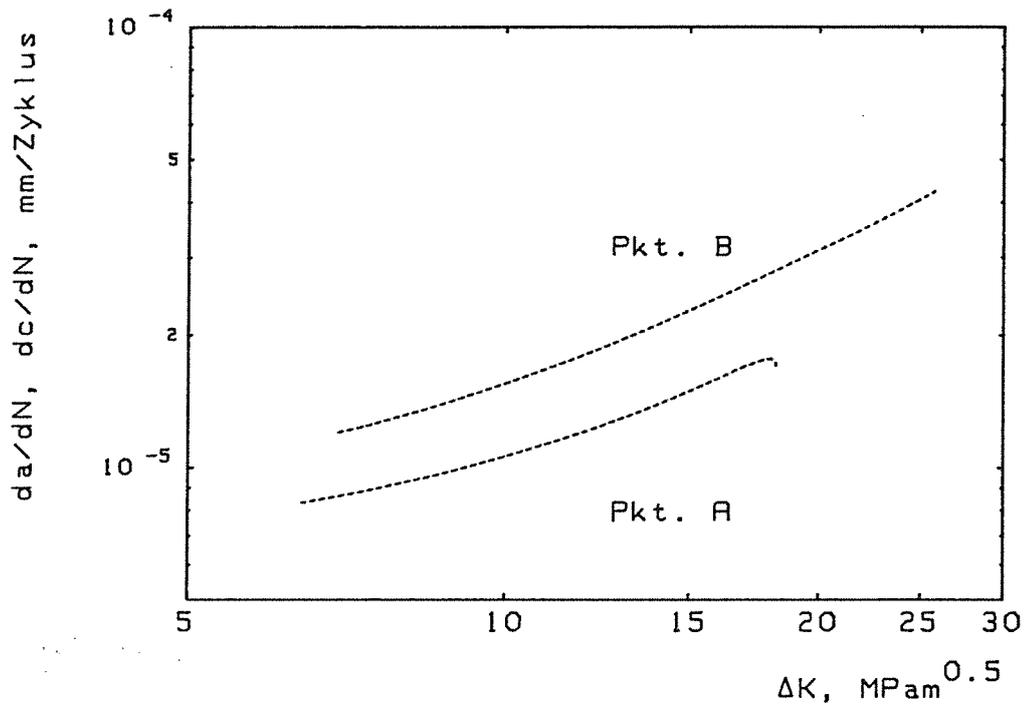


Abbildung 66. Experimenteller da/dN - bzw. dc/dN - ΔK -Verlauf: Dargestellt sind lokale ΔK -Werte für die Platte bei elastischem Materialverhalten.

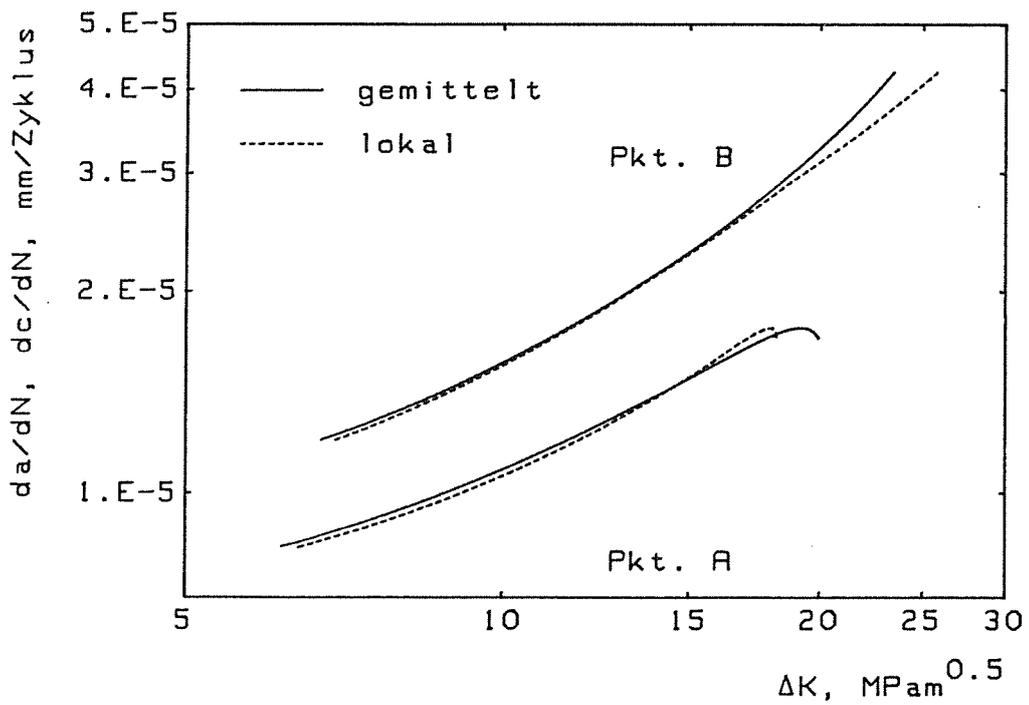


Abbildung 67. Vergleich lokaler und gemittelter ΔK -Werte.

Im Punkt A sind die lokalen ΔK_A -Werte bei niedriger Rißgeschwindigkeit zunächst geringfügig größer als die gemittelten, bei höheren Geschwindigkeiten sind die lokalen Werte etwas kleiner. Im Oberflächenpunkt B sind die lokalen ΔK_B -Werte über den gesamten Geschwindigkeitsbereich etwas größer als die gemittelten.

Abbildung 68 zeigt neben den für die thermozyklischen Experimente ermittelten Verläufen weitere Rißgeschwindigkeitskurven, die bei Raumtemperatur für verschiedene R-Verhältnisse am austenitischen Stahl A316 L von *Lange* /68/ sowie *Balzer* und *Müller* /69/ ermittelt wurden.

Es ist zu erkennen, daß Abweichungen zwischen den eigenen Messungen und den Vergleichsdaten besonders im Bereich kleiner Risse vorhanden sind. Bei den vorliegenden ΔK -Werten tritt dort eine wesentlich höhere Rißgeschwindigkeit auf als erwartet. Mit zunehmender Rißgeschwindigkeit erfolgt eine Annäherung an die Referenzdaten, die für ein R-Verhältnis von -1 ermittelt wurden. Dies stimmt mit dem Wert überein, der oben näherungsweise für die Thermoermüdungsexperimente ermittelt wurde.

Das beschriebene abweichende Verhalten dürfte darauf zurückzuführen sein, daß die Anwendung der LEBM gut zur Beschreibung des Verhaltens "großer Risse" geeignet ist, während in den frühen Stadien der Rißentstehung und des Rißwachstums in der Nähe kleiner Risse lokale plastische Verformungen auftreten, die zu wesentlich höheren Rißgeschwindigkeiten führen als erwartet. Auf eine genauere Beschreibung des Verhaltens kleiner Risse sowie eine mögliche Berechnungsweise wird in Kap. 7.3.2 näher eingegangen.

Unter der Voraussetzung, daß eine nicht zu starke Plastifizierung auftritt, schlagen *Haddad et al.* /70/ - /71/ eine Modifizierung von Gleichung (7.1) durch die Einführung einer effektiven Rißlänge $(a + a_0)$ vor.

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{(a + a_0)} Y \quad (7.16)$$

a_0 ist eine materialabhängige Konstante mit der Größe einiger Korndurchmesser, die experimentell zu bestimmen ist. a_0 gewinnt mit abnehmender Rißlänge an Bedeutung, bei großen Rißlängen wird es vernachlässigbar klein.

Die Einführung von a_0 bewirkt eine Erhöhung der ΔK -Faktoren im Bereich niedriger Rißgeschwindigkeiten.

In /71/ wird a_0 für einen Stahl mit 0.24 mm angegeben, Abbildung 68 zeigt den da/dN - ΔK -Verlauf für $a_0 = 0.25$ mm

Es ist zu erkennen, daß durch die Korrektur eine deutliche Verbesserung in der Übereinstimmung zwischen Experiment und Referenzdaten erzielt wird. Trotz der so erzielten guten Übereinstimmung existiert bisher keine physikalische Bedeutung für a_0 .

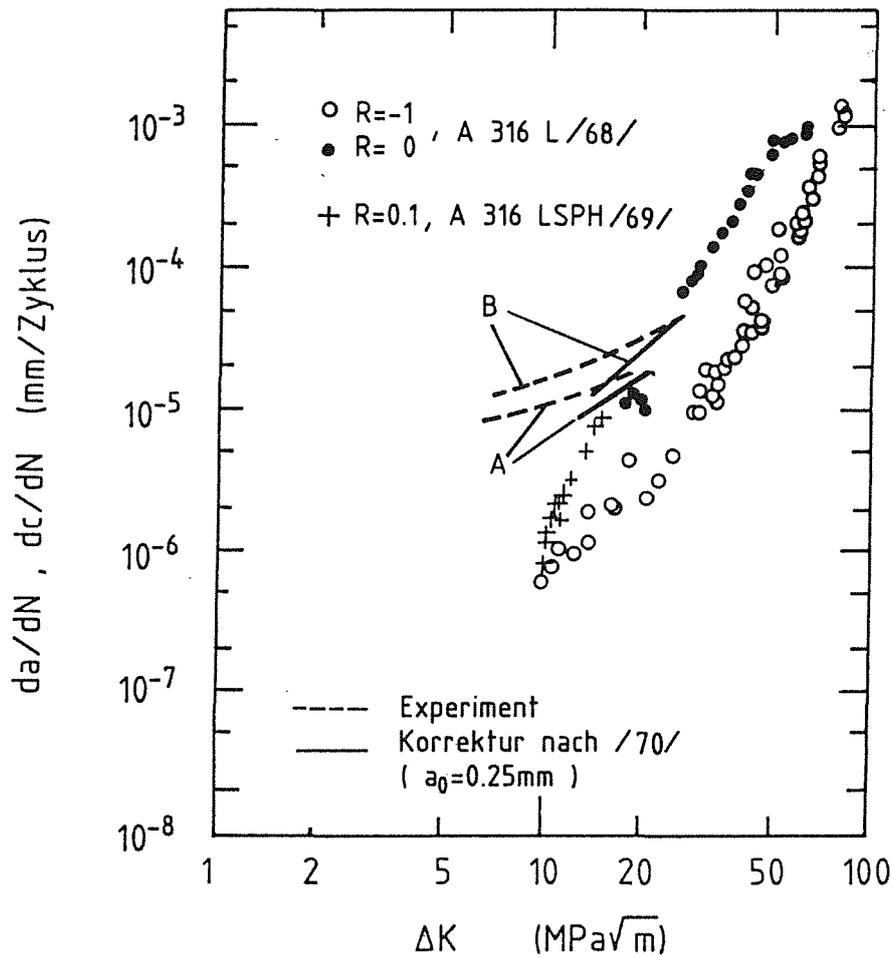


Abbildung 68. Vergleich mit Literaturdaten (nach /68/, /69/).

7.3 Ermüdungsrißausbreitung und Rißgeometrieänderung

Mit Hilfe eines Materialgesetzes, das den Zusammenhang zwischen Rißgeschwindigkeit und ΔK für beliebige Punkte der Rißfront beschreibt, läßt sich das Rißausbreitungsverhalten in den Punkten A und B sowie die Rißgeometrieänderung angeben. Die Vorgehensweise erfolgt dabei entsprechend dem in Abbildung 69 dargestellten Schema.

Unter Annahme einer halb elliptischen Rißkontour läßt sich bei Kenntnis des Spannungsverlaufes für eine Startgeometrie a_0, c_0 der zyklische Spannungsintensitätsfaktor ermitteln. Der durch die Belastung hervorgerufene Rißfortschritt wird mit Hilfe des Materialgesetzes errechnet, es ergibt sich eine "neue" Startgeometrie $a_1 = a_0 + \Delta a$, $c_1 = c_0 + \Delta c$, mit der diese Vorgehensweise wiederholt wird.

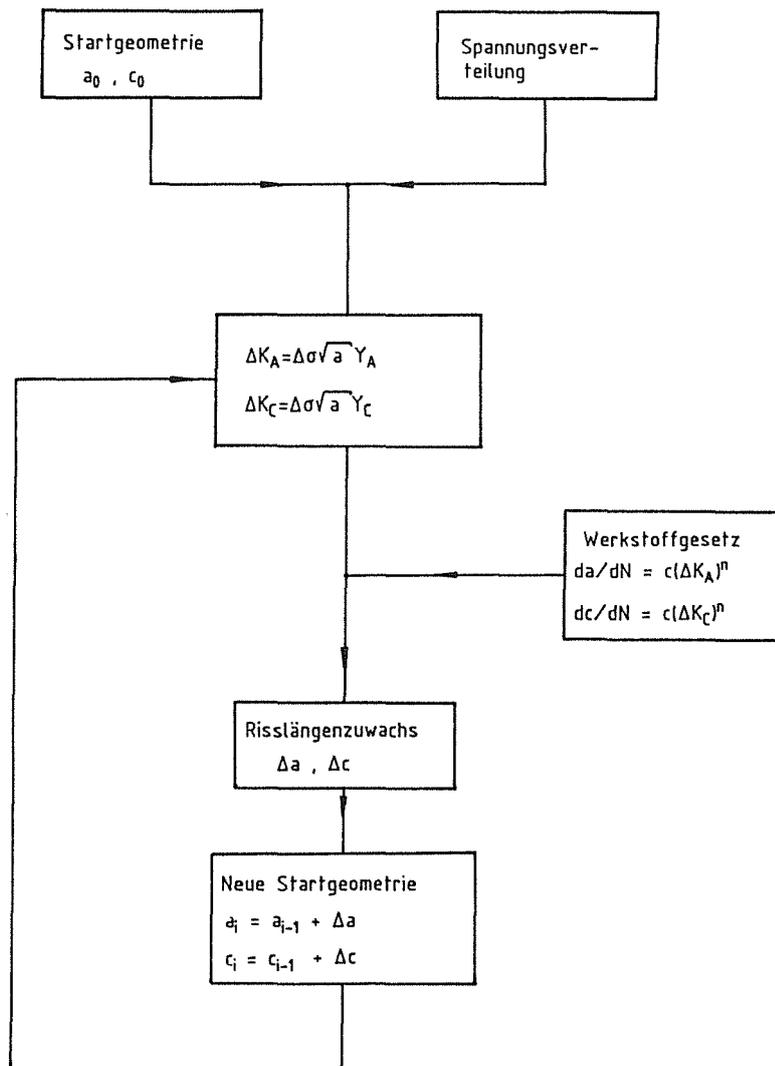


Abbildung 69. Vorgehensweise zur Berechnung des Ribfortschritts.

7.3.1 Ermüdungsrißausbreitung

Für ein Materialgesetz nach Gleichung (7.3) werden die Werkstoffkonstanten üblicherweise durch Untersuchungen an eindimensionalen Rissen ermittelt. Nach *Lange /68/* ergab sich für den Stahl A316 L bei einem R-Verhältnis von -1:

$$C = 3.33 \cdot 10^{-12} \quad , \quad m = 4.409$$

Wie bereits aus Abbildung 68 auf Seite 81 ersichtlich wurde, führt dies im Vergleich mit den Thermoermüdungsdaten vor allem bei kleinen ΔK -Werten zu einem deutlich niedrigeren Ribfortschritt, d.h. das Ribwachstum wird stark unterschätzt.

Eine Vorhersage auf der Basis dieser Daten ist also nicht möglich.

Die Gründe hierfür dürften zum einen die Überschreitung der Anwendbarkeitsgrenzen der LEBM sein, zum anderen die mit zunehmendem Abstand von der Innenwand ansteigende Temperatur und die daraus resultierende Beeinflussung der Rißwachstumsparameter. Eine weitere Einflußgröße dürfte sein, daß die am Stahl A316 ermittelten Wachstumsparameter nicht exakt auf den Stahl 1.4436 übertragbar sind.

Eine Abschätzung für die Gültigkeit der LEBM erfolgt über die Größe der plastischen Zone ω vor der Rißspitze. Nach *Irwin /72/* gilt für eine kreisförmig angenommene plastische Zone bei monotoner Beanspruchung im Fall ebener Dehnung

$$\omega_{\max} = \frac{K_{\max}^2}{3\pi R_{es}^2} \quad (7.17)$$

Dabei ist R_{es} die Streckgrenze des Materials.

Die in einem zyklischen Versuch entstehende zyklische plastische Zone $\Delta\omega$ ist abhängig vom R-Verhältnis. Geht man von der Gleichheit der Streckgrenze R_{es} im Zug- und Druckbereich aus, so läßt sich $\Delta\omega$ angeben, indem K durch ΔK und R_{es} durch $\Delta R_{es} = 2R_{es}$ ersetzt wird /41/.

Entsprechend Gleichung (7.17) ergibt sich:

$$\Delta\omega_{\max} = \frac{(\Delta K)^2}{3\pi(2R_{es})^2} \quad (7.18)$$

Für den Fall, daß $K_{\min} = 0$ ist ($\rightarrow R = 0$), ist ΔK identisch mit K_{\max} , d.h.

$$\Delta\omega = \frac{1}{4} \omega_{\max} \quad (7.19a)$$

Für ein R-Verhältnis von -1, wie es im vorliegenden Fall näherungsweise auftritt, gilt $K_{\min} = -K_{\max}$ bzw. $\Delta K = 2K_{\max}$. Damit ergibt sich:

$$\Delta\omega = \omega_{\max} \quad (7.19b)$$

Als Grenzbedingung für die Anwendbarkeit der LEBM wird für die Beziehung zwischen Ligament t , Rißtiefe a und plastischer Zone ω definiert:

$$t - a \geq \alpha\omega \quad \text{bzw.} \quad t - a \geq \alpha\Delta\omega \quad (7.20)$$

wobei α eine Konstante ist.

In der *ASTM-Norm E647 /73/* wird für zyklische Untersuchungen an CT-Proben bei positiven R-Verhältnissen angegeben:

$$t - a \geq \frac{4}{\pi} \frac{K_{\max}^2}{R_{es}^2} \quad (7.21)$$

wobei K_{\max} der bei zyklischer Belastung maximal auftretende Spannungsintensitätsfaktor ist. Eine Berücksichtigung des R-Verhältnisses wird nicht vorgenommen. Allerdings stellt obige Beziehung durch die Verwendung von K_{\max} eine konservative Abschätzung dar ($R = 0$), da $\Delta\omega$ für $R > 0$ nach Gleichung (7.18) abnimmt.

Gleichung (7.21) läßt sich für den EDZ und $R=0$ in Verbindung mit Gleichung (7.19a) demnach auch in der Form

$$t - a \geq \frac{4}{\pi} 3\pi\Delta\omega = 12\Delta\omega \quad (7.22)$$

schreiben.

Unter der Annahme der Gültigkeit obiger Gleichung auch für $R = -1$ ergibt sich mit Gleichung (7.19b):

$$t - a \geq 12\omega_{\max} \quad (7.23)$$

Neben dieser Bedingung ist die Forderung zu erfüllen, daß die Rißlänge a groß sein soll gegen die plastische Zone. Eine eindeutige Definition für diesen Zusammenhang besteht nicht. Es wird allerdings häufig vorgeschlagen:

$$a > 50\Delta\omega \quad (7.24)$$

was im vorliegenden Fall mit Gleichung (7.19b) zu

$$a > 50\omega_{\max} = \frac{50}{3\pi} \frac{K_{\max}^2}{R_{es}^2} \quad (7.25)$$

führt.

Nimmt man für die Streckgrenze einen über den Temperaturbereich gemittelten Wert an und wendet die Gleichungen (7.23) und (7.25) auf den tiefsten Punkt A des halbelliptischen Risses an, so zeigt sich eine Verletzung von Gleichung (7.25) für beliebige Rißtiefen. Gleichung (7.23) ist für kleine Rißtiefen erfüllt, verliert jedoch mit zunehmendem a ebenfalls seine Gültigkeit.

Liegt also eine Verletzung der Grenzbedingungen vor, so ist das K-Konzept nur bedingt anwendbar. Im vorliegenden Fall führt dies zu einer Unterschätzung der tatsächlichen Beanspruchung sowie des daraus resultierenden Rißzuwachses.

Dieses Verhalten ist typisch für sogenannte kleine Risse, auf die im nächsten Kapitel näher eingegangen werden soll.

7.3.2 Kleine Risse

Wie bereits in Gleichung (7.25) beschrieben, muß ein Riß in Abhängigkeit von der aufgebrachtten Belastung eine gewisse Mindestgröße besitzen.

Die Ausbreitung kleiner Risse ist nur bei einer vergleichsweise hohen angelegten Spannung möglich. Dies hat jedoch starke Plastifizierungen des Werkstoffs vor der Rißspitze zur Folge, sodaß die plastische Zone groß wird gegen die Rißtiefe.

Der auffälligste Befund im Verhalten kleiner Risse ist, daß bei kleinen ΔK -Werten die Ausbreitungsgeschwindigkeit höher ist als die von Makrorissen. Zudem ist Rißwachstum unterhalb des Schwellenwertes ΔK_{th} großer Risse zu beobachten.

Dieses Verhalten ist schematisch in Abbildung 70 dargestellt. Verfolgt man einen Riß ab einem frühem Stadium, so ist zu beobachten, daß die Rißgeschwindigkeit mit zunehmender Rißlänge zunächst abnimmt, um anschließend wieder anzusteigen. Je nach Größe der angelegten Belastung kann es auch zu Rißstillstand kommen, es wird ein Schwellenwert ΔK_{th}^* für die Ausbreitung kleiner Risse unterschritten /74/, die angelegte Spannungsamplitude entspricht der Dauerfestigkeit des Werkstoffs.

Bei Erreichen größerer Rißlängen münden die Kurven in den an Makrorissen ermittelten da/dN - ΔK -Verlauf ein.

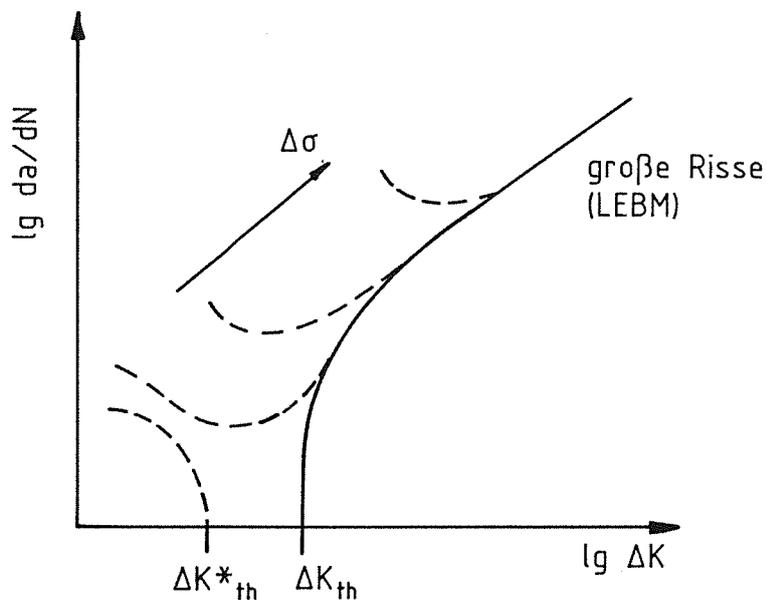


Abbildung 70. Verhalten kleiner Risse (schematisch).

Als Grenzbedingung für die Spannungsamplitude $\Delta\sigma_{th}$, unterhalb der bei Makrorissen kein Wachstum mehr auftritt, läßt sich schreiben als

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{Y\sqrt{a}} \quad (7.26)$$

wobei sich aus Gleichung (7.25) eine Minimalgröße für a errechnen läßt, sodß die LEBM gerade auf den Schwellenwert angewandt werden kann.

Abbildung 71 zeigt die Abhängigkeit der Schwellenspannungsamplitude von der Rißlänge a in doppeltlogarithmischer Darstellung, es ergibt sich eine Gerade mit der Steigung -0.5.

Mit abnehmender Rißlänge bzw. zunehmender Spannungsamplitude ($\Delta\sigma_{th} > 2/3\sigma_{cy}$, *Brown /75/*) weicht die experimentelle Kurve zu kleineren $\Delta\sigma_{th}$ -Werten hin ab und mündet asymptotisch in die Dauerfestigkeit ein.

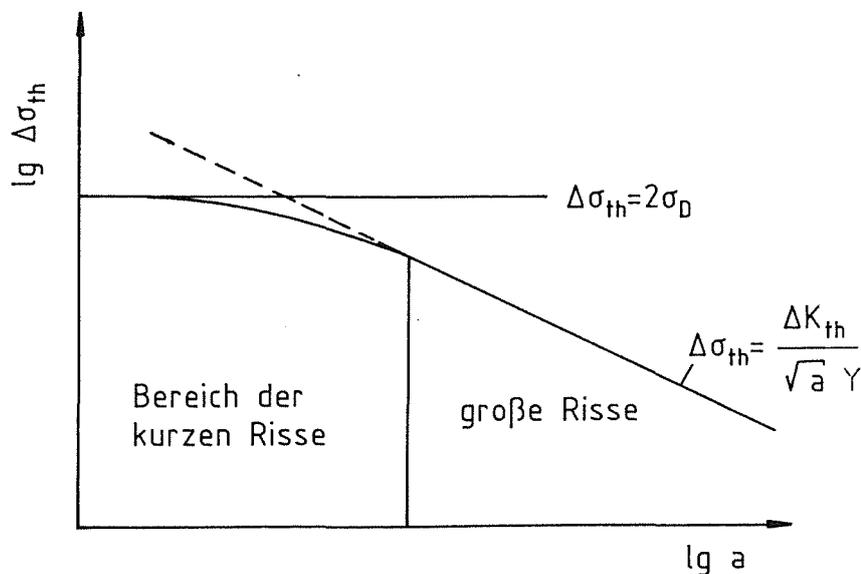


Abbildung 71. Grenzcurve der Spannungsschwingbreite in Abhängigkeit von der Rißlänge.

Der Bereich der kleinen Risse kann nach *Miller /76/* in zwei Unterbereiche eingeteilt werden:

- mikrostrukturell kleine Risse (MSC) → die Rißlänge liegt in der Größenordnung der Mikrostruktur.
- physikalisch kleine Risse (PSC) → Risse mit einer Länge, für die die LEBM gerade nicht mehr erfüllt ist.

Die Trennung dieser beiden Gebiete ist allerdings schwierig. Es wird davon ausgegangen, daß der MSC-Bereich sich über ein bis mehrere Körner erstreckt und verschiedene Barrieren die Rißausbreitung in dieser Phase behindern können [77].

Neben der Verletzung der Grenzen der LEBM kommen als Möglichkeiten für das abweichende Verhalten kleiner Risse sowohl mikrostrukturelle Einflüsse als auch Rischlieeffekte in Betracht.

Untersuchungen zum Rischlieverhalten gehen davon aus, daß Rißwachstum nur bei Riffnen stattfindet. Es hat sich gezeigt, daß der zugehörige Wert K_{op} zunächst sehr klein ist, mit zunehmender Rißlänge jedoch ansteigt. Dies hat eine Verringerung der tatsächlich zur Verfügung stehenden Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors zur Folge und könnte somit die Ursache für die abnehmende Rißgeschwindigkeit sein. Diesbezügliche Untersuchungen von *Shin et al.* [78] zeigen eine gute Übereinstimmung für lange und kurze Risse.

Beim Einfluß der Mikrostruktur wird davon ausgegangen, daß aufgrund der Abhängigkeit der Riausbreitungsgeschwindigkeit von Korngrenzen, Kornorientierungen und Einschlüssen eine kontinuumsmechanische Betrachtung (K-Konzept, J-Integral) unmöglich wird.

Zur mathematischen Formulierung des Ausbreitungsverhaltens kleiner Risse gibt es verschiedene Ansätze, es soll an dieser Stelle nur auf die Arbeiten von *Skelton* [79], *Miller* [76] und *Leis et al.* [80] verwiesen werden.

Im vorliegenden Fall ist die Beschreibung des Wachstumsverhaltens nach dem Durchlaufen des Geschwindigkeitsminimums (Abbildung 70 auf Seite 85) von Interesse, d.h. der Übergangsbereich von physikalisch kleinen Rissen zu Makrorissen.

Dies ist nach *Haddad et al.* [70] - [71] durch Korrekturen der aus der LEBM bekannten Beziehungen möglich (siehe Kap. 7.2). Eine andere Überlegung nach *Kitagawa et al.* [81], daß Dehnungen an der Rißspitze durch eine die Dehnung beinhaltende Größe ähnlich dem Spannungsintensitätsfaktor beschrieben werden sollten, führt zur Definition des Dehnungsintensittsfaktors:

$$\Delta K_\epsilon = \Delta\epsilon\sqrt{a} Y \quad (5.27)$$

wobei $\Delta\epsilon$ die Dehnungsschwingbreite und Y eine geeignete Korrekturfunktion beschreiben. Diese Formulierung beruht auf intuitiven Überlegungen, hat sich aber als geeignete Beschreibungsgre erwiesen.

Eine weitere Möglichkeit besteht in der Anwendung des J-Integralverfahrens, worauf in Kapitel (7.3.4) näher eingegangen werden soll.

7.3.3 Rißgeometrieänderung

Die Bestimmung der Rißgeometrieänderung ist ebenfalls mit der in Abbildung 69 auf Seite 82 beschriebenen Prozedur möglich.

Eine Möglichkeit zur Bestimmung des notwendigen Materialgesetzes ergibt sich durch Anfitzen an den da/dN -, dc/dN - ΔK -Verlauf für die thermozyklische Beanspruchung. Es gilt:

$$\frac{da}{dN} = -5.081 \cdot 10^{-9} \Delta K_A^3 + 1.946 \cdot 10^{-7} \Delta K_A^2 - 1.593 \cdot 10^{-6} \Delta K_A + 1.227 \cdot 10^{-5} \quad (7.28a)$$

$$\frac{dc}{dN} = 6.149 \cdot 10^{-8} \Delta K_B^2 - 1.012 \cdot 10^{-7} \Delta K_B + 1.041 \cdot 10^{-5} \quad (7.28b)$$

Abbildung 72 zeigt die Geometrieentwicklung für verschiedene Anfangsrißgeometrien. Erwartungsgemäß liegt die errechnete Entwicklung vollständig im Streuband der experimentell ermittelten Werte. Die Kurven laufen mit zunehmender Rißtiefe zusammen, auch halb-kreisförmige Anfangsrißgeometrien nehmen mit größer werdendem a/t eine elliptische Kontour an.

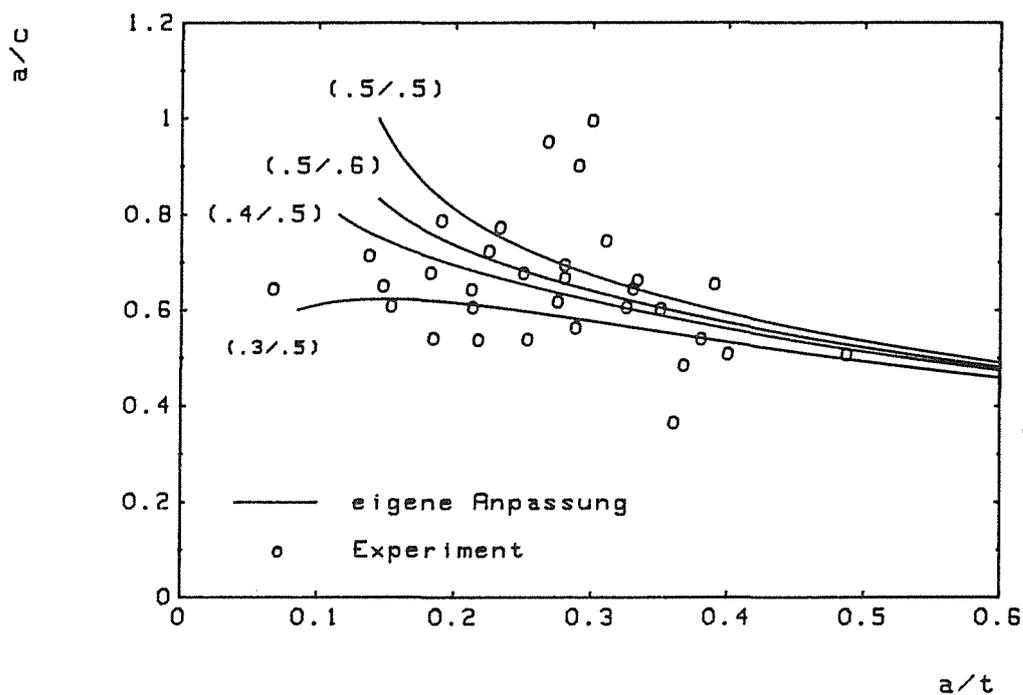


Abbildung 72. Rißgeometricentwicklung: Die Werte in den Klammern geben die jeweilige Startgeometrie an.

Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung der Geometrieentwicklung besteht in der Anwendung des Paris-Gesetzes (Gleichung (7.3)) und der für den Stahl A316 L angegebenen Materialkonstanten C und m .

Obwohl der Zusammenhang zwischen Rißgeschwindigkeit und ΔK für die Thermoermüdung durch dieses Gesetz aus den erwähnten Gründen nicht exakt beschrieben wird, ist eine näherungsweise Berechnung der Geometrieänderung möglich, da diese nur eine schwache Funktion des Wachstumsparameters m ist.

$$\frac{\Delta a}{\Delta c} = \left(\frac{\Delta K_A}{\Delta K_B} \right)^m = \left(\frac{Y_A}{Y_B} \right)^m \quad (7.29)$$

Auch hier ist zu erkennen, daß die Verläufe trotz unterschiedlicher Anfangsrißgeometrien mit zunehmendem a/t zusammenlaufen (Abbildung 73). Im Vergleich mit den Kurven in Abbildung 72 ist eine Verschiebung zum oberen Rand des Streubandes der experimentellen Werte zu erkennen. Die Übereinstimmung ist zufriedenstellend.

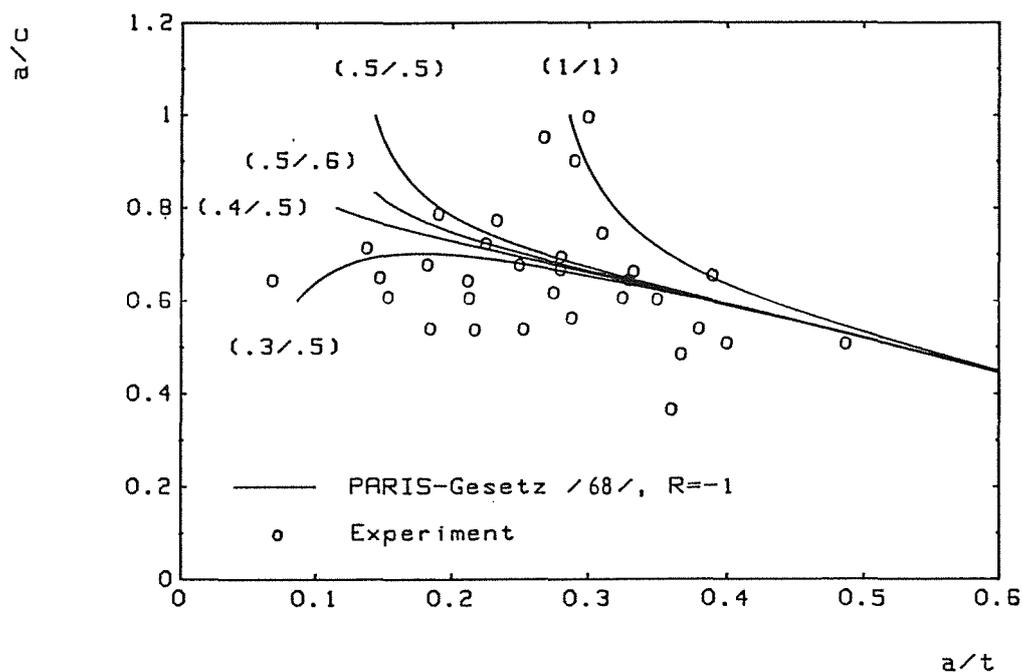


Abbildung 73. Rißgeometricentwicklung.: Die Werte in den Klammern geben die jeweilige Startgeometrie an.

7.3.4 Anwendung des J-Integralverfahrens

7.3.4.1 Grundlagen

Als Parameter zur Beschreibung des Rißwachstums unter Belastungen, die außerhalb der Gültigkeit der LEBM liegen, wurde von *Landes* und *Begley* /82/ das von *Rice* /83/ entwickelte J-Integral eingeführt. Es gilt für ebene Probleme und ist definiert als Linienintegral, das die

Rißspitze eines unter Belastung stehenden, flächenhaften, rißbehafteten Körpers umschließt (Abbildung 74).

$$J = \int_{\Gamma} (W dy - \vec{T}_i \frac{\partial \vec{u}_i}{\partial x} ds) \quad (7.30)$$

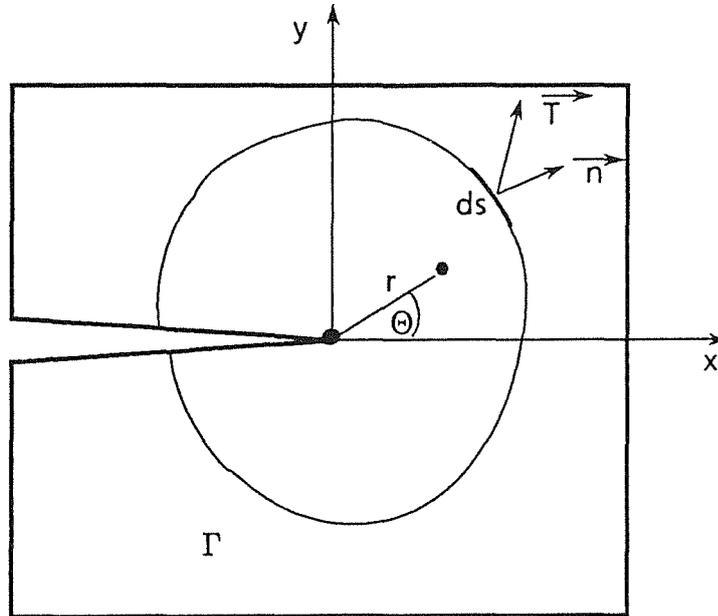


Abbildung 74. Integrationsweg um die Rißspitze.

W entspricht der pro Volumeneinheit zur Verformung aufgewendeten Energie

$$W = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (7.31)$$

mit dem Dehnungstensor ϵ_{ij} und dem Spannungstensor σ_{ij} .

\vec{T}_i ist der am Linienelement angreifende Spannungsvektor,

$$\vec{T}_i = \sigma_{ij} \vec{n}_i \quad (7.32)$$

\vec{n}_i der senkrecht auf Γ stehende Einheitsnormalenvektor und \vec{u}_i der Verschiebungsvektor in Richtung des Spannungsvektors \vec{T}_i . Die Integration erfolgt gegen den Uhrzeigersinn entlang Γ .

Nach obiger Definition beschreibt J den Energieumsatz am Riß.

Das J-Integral erfüllt folgende Voraussetzungen:

1. Bei rein elastischer Verformung ist J unabhängig vom gewählten Integrationsweg (d.h. konstant), solange dieser die Rißspitze umschließt. J ist 0 für einen geschlossenen Integrationsweg, der die Rißspitze nicht umschließt.
2. Die Wegunabhängigkeit gilt auch bei einer nicht-linearen Spannungs-Dehnungsbeziehung.
3. Die Wegunabhängigkeit ist für elastisch-plastisches Materialverhalten erfüllt, sofern eine eindeutige Beziehung zwischen Spannungs- und Dehnungstensor besteht. Dies ist der Fall, wenn bei Belastung an jedem Volumenelement die Spannung mit der Dehnung stetig zunimmt. Die Bedingung wird verletzt, falls es zu lokalen Entlastungen kommt, d.h. die Spannung abfällt, da in diesem Fall die Dehnung elastisch zurückgeht und nicht dem während der Belastung zurückgelegten Weg folgt.

Aus 3. folgt, daß das J -Integral nur die Situation unmittelbar vor einer Rißverlängerung beschreibt, da diese mit lokalen Entlastungen verbunden ist.

Betrachtet man zwei identische Körper, deren Rißlänge sich um da unterscheidet, so kann J anschaulich als der Unterschied der potentiellen Energie dieser Körper interpretiert werden.

Im linear-elastischen Fall ist der Betrag des J -Integrals identisch mit der auf die Probendicke B bezogenen Änderung der potentiellen Energie P , die sich mit der Rißverlängerung um da ergibt. ΔP entspricht der für die Rißverlängerung zur Verfügung stehenden Energie. Diese ergibt sich aus der Änderung der Arbeit der äußeren Kräfte ΔA und der Änderung der elastisch gespeicherten Energie ΔU .

$$\Delta P = \Delta A - \Delta U \quad (7.33)$$

Es läßt sich schreiben:

$$J = -\frac{1}{B} \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{P(a + \Delta a) - P(a)}{\Delta a} = -\frac{1}{B} \frac{dP}{da} = \frac{1}{B} \left(\frac{dA}{da} - \frac{dU}{da} \right) \quad (7.34)$$

Damit ist im elastischen Fall J identisch mit der Energiefreisetzungsrate G . Der Zusammenhang zwischen J , G und K lautet:

$$J = G = \frac{K^2}{H} \quad (7.35)$$

mit

$$H = \begin{array}{ll} E & \text{für den ebenen Spannungszustand} \\ \frac{E}{1 - \nu^2} & \text{für den ebenen Dehnungszustand} \end{array}$$

Bei elastisch-plastischem Materialverhalten wird die an der Probe geleistete Formänderungsarbeit nur teilweise in elastischer Form gespeichert, ein Teil wird in Wärme umgewandelt. Insofern entspricht ΔP nicht mehr der potentiellen Energie, die zur Rißverlängerung zur Verfügung steht.

Eine Zusammenstellung der Methoden zur experimentellen Ermittlung des J-Integrals ist /84/ zu entnehmen.

7.3.4.2 Ergebnisse

Im Fall einer elastisch-plastischen Beanspruchung ist für halb elliptische Oberflächenrisse keine exakte Lösung verfügbar. Ausgehend von einer exakten Lösung für den innenliegenden, kreisförmigen Riß nach *He* und *Hutchinson* /85/ läßt sich unter bestimmten Voraussetzungen eine Näherungslösung angeben.

Für J_{el} gilt Gleichung (7.35) mit

$$K = \sigma \sqrt{a} Y = \sigma \sqrt{a} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad (7.36)$$

J_{pl} läßt sich in der Form schreiben:

$$J_{pl} = \frac{2}{\pi} \frac{3}{\left(1 + \frac{3}{n}\right)^{0.5}} \epsilon_{pl} a \sigma \quad (7.37)$$

mit

$$\epsilon_{pl} = k \sigma^n \quad (7.38)$$

wobei k und n die in Kap. 5 bestimmten Konstanten sind.

Als Gesamtlösung für J läßt sich angeben:

$$J = J_{el} + J_{pl} = J_{el} \left(1 + H \frac{1}{2} \frac{3}{\left(1 + \frac{3}{n}\right)^{0.5}} \frac{1}{\sigma} \epsilon_{pl} \right) \quad (7.39)$$

Um eine Näherungslösung für den halb elliptischen Oberflächenriß zu erhalten, läßt sich zunächst für den linear-elastischen Beanspruchungsfall schreiben:

$$\frac{J_{el, Ell.}}{J_{el, Kreis}} = \frac{Y_{Ell}^2}{Y_{Kreis}^2} \quad (7.40)$$

Es wird nun angenommen, daß sich die Gesamtlösungen für J im elastisch-plastischen Fall näherungsweise wie Gleichung (7.40) verhalten.

$$J_{Ell.} = J_{el,Kreis} \left(1 + H \frac{1}{2} \frac{3}{\left(1 + \frac{3}{n}\right)^{0.5}} \frac{1}{\sigma} \epsilon_{pl} \right) \frac{Y_{Ell.}^2}{Y_{Kreis}^2} \quad (7.41)$$

mit $Y_{Kreis} = 2/\sqrt{\pi}$.

Zur Berechnung von J nach Gleichung (7.41) wird der Spannungs- bzw. Dehnungsverlauf aus dem ersten Halbzyklus (siehe Kap. 5) zugrundegelegt. Betrachtet wird der Oberflächenpunkt B, da sich dort die Materialkonstanten aufgrund der konstanten Temperatur nicht ändern.

Ein Vergleich mit linear-elastisch bestimmten Daten für Makrorisse /86/, die mit Gleichung (7.35) umgerechnet wurden, zeigt, daß für kleine J-Werte eine Abweichung vorliegt (Abbildung 75). Dies entspricht im Prinzip den Ergebnissen, die sich aus den Berechnungen mit den Methoden der LEBM ergaben.

Allerdings geht aus Abbildung 75 ebenfalls hervor, daß im Vergleich mit den linear-elastisch errechneten Werten für die Thermoermüdung (Kap. 7), die ebenfalls mit Gleichung (7.35) umgerechnet wurden, eine Verbesserung in der Übereinstimmung erzielt werden konnte.

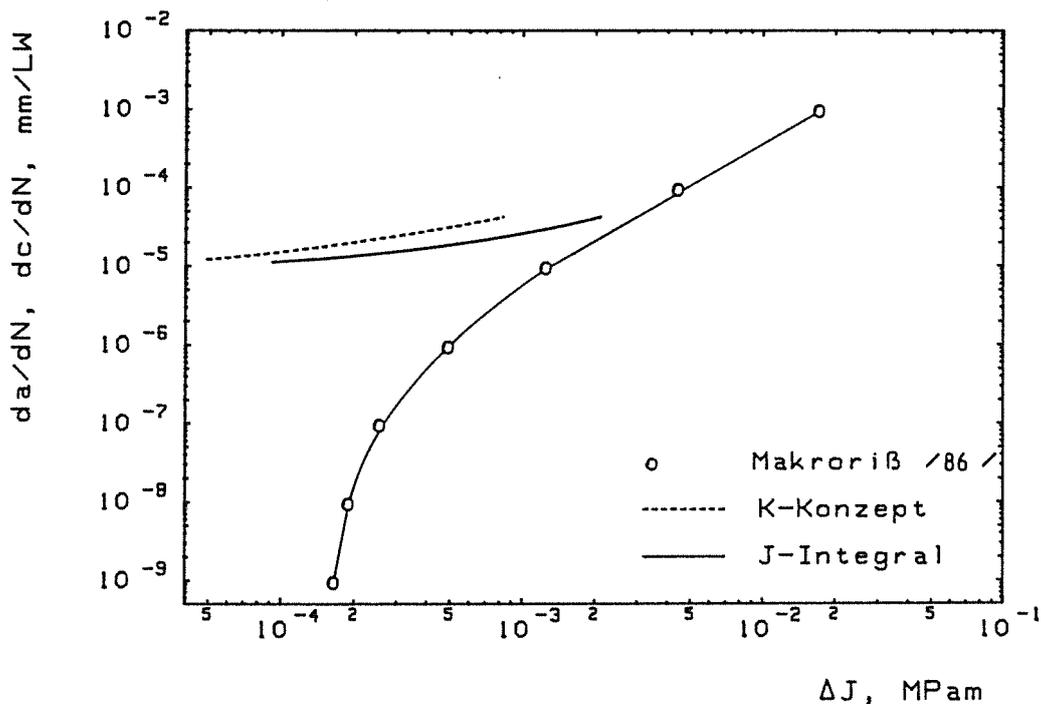


Abbildung 75. da/dN - bzw. dc/dN - ΔJ -Verlauf.

Das oben dargestellte Verhalten wird auch von *Okazaki et al.* /77/, *Shin et al.* /78/ und *Dowling* /87/ beschrieben . Als mögliche Ursachen kommen in Frage:

- Der Einfluß der Mikrostruktur macht eine kontinuumsmechanische Betrachtung genau wie beim K-Konzept unmöglich.
- Nach *Marchand et al.* /22/ hängt der Widerstand des Materials gegen Rißausbreitung vom Spannungs-Dehnungsfeld vor der Rißspitze ab, das jedoch von der Probenform und der Probengröße beeinflusst wird (d.h. ein identisches J bei einer großen und einer kleinen Probe führt zu unterschiedlichen Feldern und somit auch zu unterschiedlichem Wachstumsverhalten).
- Nach *Leis* /80/ sind auch beim J-Integral möglicherweise Rißschließeffekte im Bereich kleiner Risse zu berücksichtigen.

8.0 Isotherme Vergleichsexperimente

Zur Charakterisierung der mehrachsigen thermozyklischen Experimente wurden einachsige Untersuchungen an Rohren aus dem Stahl 1.4436 sowie an Rundproben aus dem Stahl A316 unter isothermen Bedingungen durchgeführt.

8.1 Probenformen und Versuchsbedingungen

Die verwendete Rohrprobe (Abbildung 76) besitzt angeschweißte, massive Enden zur Halterung in den hydraulischen Spannzeugen der Maschine. Die Versuchslänge beträgt 250 mm, sodaß ein einachsiger Spannungszustand in der Rohrmitte gewährleistet ist. Der Bearbeitungszustand sowie die Wandstärke entspricht den Rohren für die thermozyklischen Versuche.

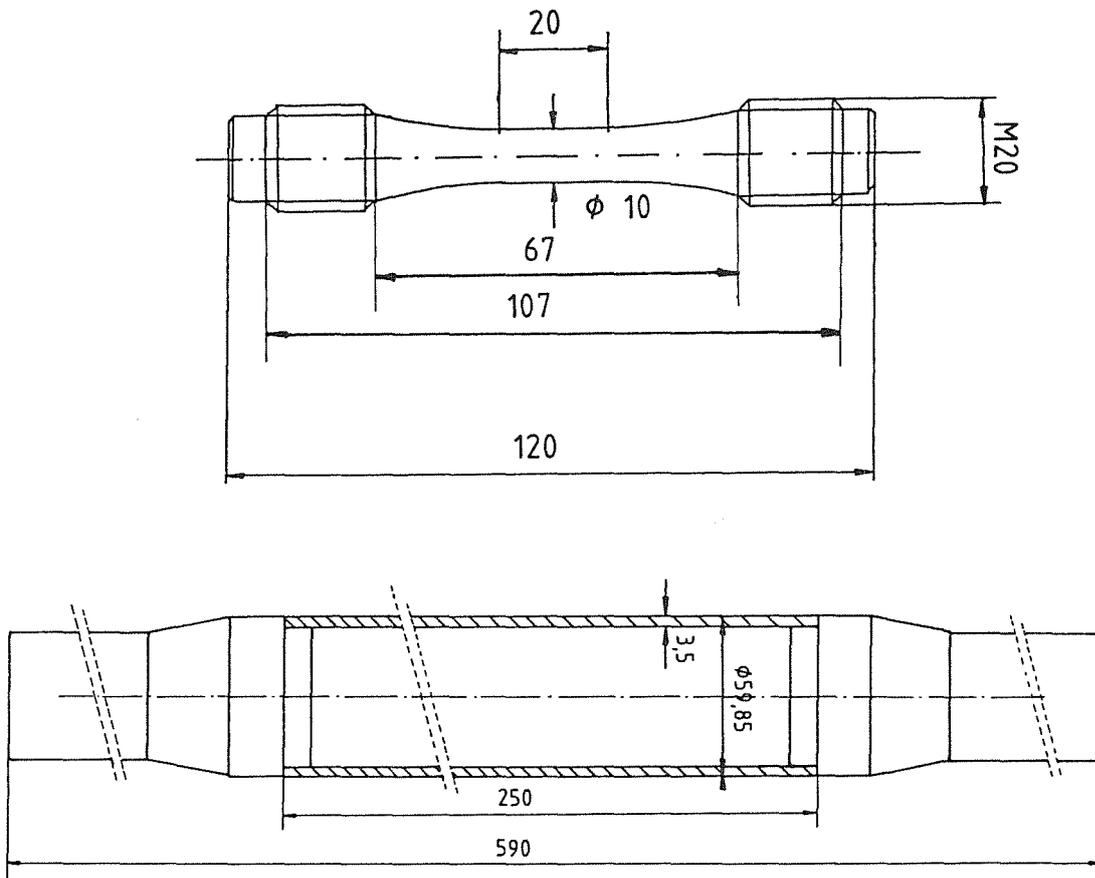


Abbildung 76. Probengeometrien.

Da der Stahl 1.4436 dem Material A316 in der Zusammensetzung weitgehend entspricht (Tabelle 2 auf Seite 6), wurden zusätzlich vergleichende Lebensdauermessungen an diesem Werkstoff durchgeführt.

Die Proben (Abbildung 76) besitzen eine zylindrische Meßlänge von 20mm und einen Durchmesser von 10mm. Der Übergang zwischen Meßlänge und Gewindeköpfen hat einen großen Radius, um vorzeitiges Versagen durch Spannungsüberhöhungen in diesem Bereich zu verhindern. Der Bearbeitungszustand entspricht ebenfalls dem der Rohre.

Da die thermozyklischen Versuche aufgrund der rein thermischen Belastung totaldehnungsgesteuert ablaufen ($\epsilon_{\min} = 0$), wurde für die mechanischen Experimente ebenfalls eine dehnungsgesteuerte Versuchsführung gewählt.

Die Versuchstemperatur betrug 20 °C, was in guter Näherung zu den gleichen thermischen Bedingungen führt, wie sie an der Rohrwand bei 100 °C vorliegen. Die Untersuchungen wurden an Luft durchgeführt, da Vorabuntersuchungen mit kraftgesteuerten Versuchen an Luft und im Wasserbad eine gute Übereinstimmung der jeweiligen Lebensdauer ergaben.

8.2 Versuchsdurchführung

8.2.1 Rohrproben (1.4436)

Die dehnungsgesteuerten Versuche an Rohrproben wurden an einer servohydraulischen Maschine mit einer Maximalkraft von $\pm 400\text{kN}$ durchgeführt (Abbildung 77). Der Dehnungsaufnehmer besaß eine Meßlänge von 8mm und einen Meßbereich von maximal $\pm 6\%$. Er wurde mit Spiralfedern an der Probe befestigt.

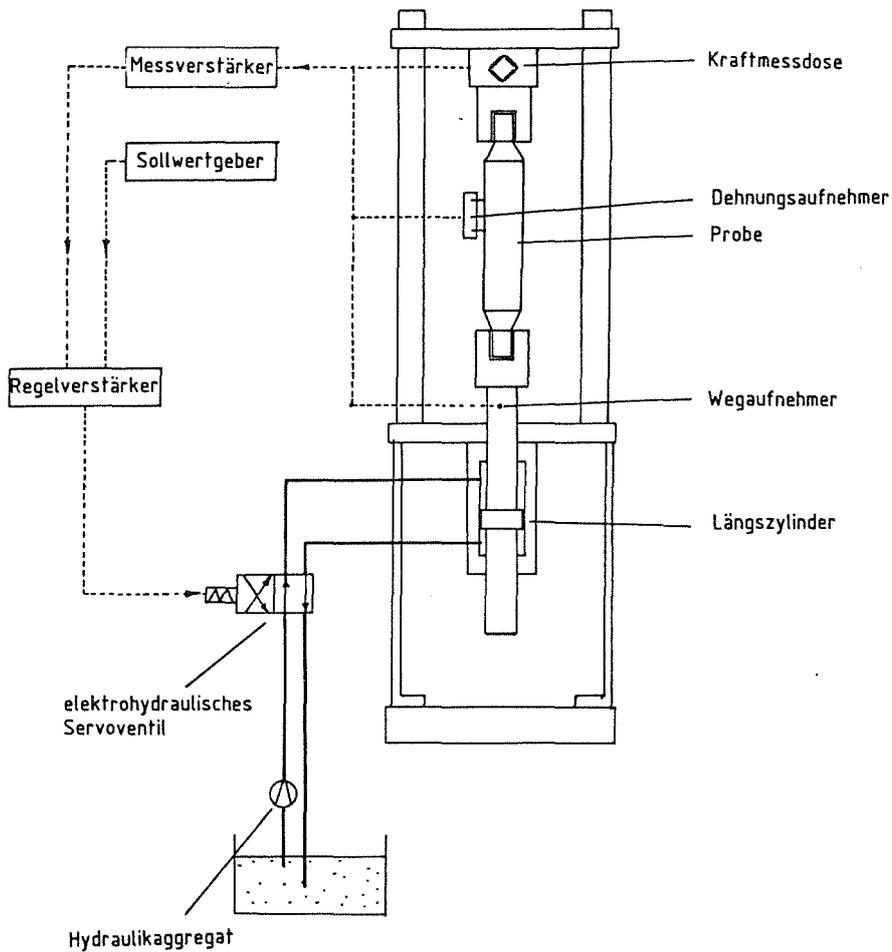


Abbildung 77. Prinzipskizze der Versuchsvorrichtung.

Die Dehnrates betrug $0.001/\text{s}$ und befand sich somit im Bereich der für die thermozyklischen Experimente geltenden Rate, die Lastaufbringung folgte einer Dreiecksfunktion.

Tabelle 8 zeigt die untersuchten Dehnschwingbreiten sowie die daraus resultierende Lebensdauer.

Probe	ϵ_{\max}	ϵ_{\min}	$\dot{\epsilon}$	N_f	Bemerkungen
3	0.5%	0.0%	0.1%/s	63377	
4	0.5%	0.0%	0.1%/s	58153	
5	0.5%	0.0%	0.1%/s	58579	
7	0.5%	0.0%	0.1%/s	62450	
8	0.6%	0.0%	0.1%/s	24941	
9	0.5%	0.0%	0.1%/s	42285	Scheißnaht
11	0.6%	0.0%	0.1%/s	23361	
12	0.4%	0.0%	0.1%/s	45867	Schweißnaht
13	0.4%	0.0%	0.1%/s	57316	Schweißnaht

Tabelle 8. Versuchparameter und Lebensdauer, 1.4436.

Bei insgesamt 14 Versuchen erwies sich in 8 Fällen die Schweißverbindung zwischen dem massiven Ende und dem Rohr als kritischer Punkt, es kam zu vorzeitigem Versagen durch Ribbildung in diesem Bereich. (In Tabelle 8 sind nur die später ausgewerteten Versuche aufgeführt).

Bei den verbleibenden Proben trat Versagen durch einen Umfangsriß im mittleren Bereich des Rohres auf. Die jeweils zu einer Schwingbreite gehörende Lebensdauer zeigte eine geringe Streuung.

Abbildung 78 zeigt die Entwicklung der maximalen Zug- bzw. Druckspannung mit zunehmender Zyklenzahl für die verschiedenen Dehnschwingbreiten.

In allen Fällen war bis zum 10. Zyklus eine schwache Verfestigung zu beobachten, gefolgt von einer deutlichen Entfestigung des Materials, die erst nach etwa 50% der Lebensdauer einen Plateauwert erreichte. Die anfängliche Unsymmetrie der Zug- und Druckspannungen wurde mit zunehmender Versuchsdauer geringer, sodaß das Verhältnis der beiden Größen ungefähr eins betrug.

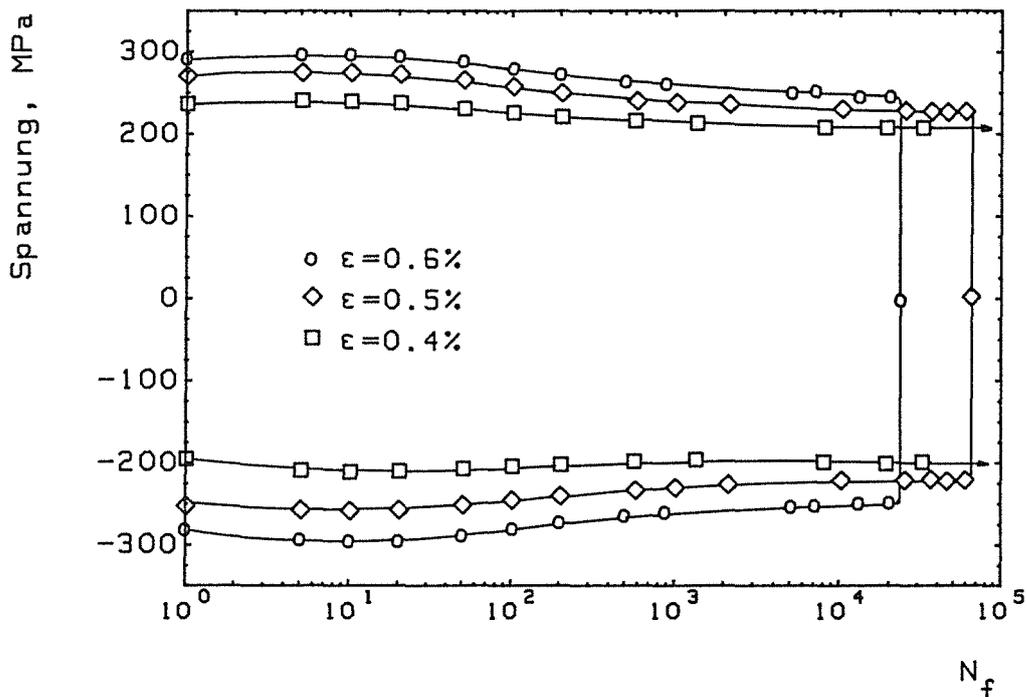


Abbildung 78. Maximale Zug- und Druckspannungen über der Zyklenzahl.

Die für dehnungsgesteuerte Versuche typische Hysterese-Kurve (Abbildung 79) gibt diese Entwicklung ebenfalls wieder. Der gegen Versuchsende auftretende Abfall der maximalen Zugspannung wird durch die Verminderung des Probenquerschnitts aufgrund von Ribbildung verursacht. Die maximale Druckspannung bleibt von diesem Vorgang weitgehend unbeeinflusst, der 'Knick' im abfallenden Ast der Hysterese gibt an, bei welcher Dehnung diese Risse wieder geschlossen sind.

Anzumerken ist, daß zur Bestimmung der Lebensdauer die Zyklenzahl bis zum tatsächlichen Probenversagen ermittelt wurde, und nicht die Zyklenzahl bis zum Abfall der Maximallast um 5%, wie es von *Zenner et al.* /88/ vorgeschlagen wird.

Zur Untersuchung der Ribentstehung und Ribausbreitung wurde ein ausgewählter Bereich der Rohroberfläche (50mm^2) in bestimmten Abständen untersucht. Eine relativ einfache Möglichkeit zur Dokumentation auch größerer Ausschnitte ergibt sich mit dem Folienabdruckverfahren /89/. Hierzu wird die interessierende Oberfläche mit Aceton benetzt und anschließend eine $30\mu\text{m}$ starke Acetatfolie aufgelegt, die durch das Aceton angelöst wird und so die Oberflächentopografie exakt nachformt. Nach kurzer Aushärtezeit kann die Folie abgezogen und auf Glaträger aufgebracht werden, was eine Beobachtung unter dem Mikroskop ermöglicht.

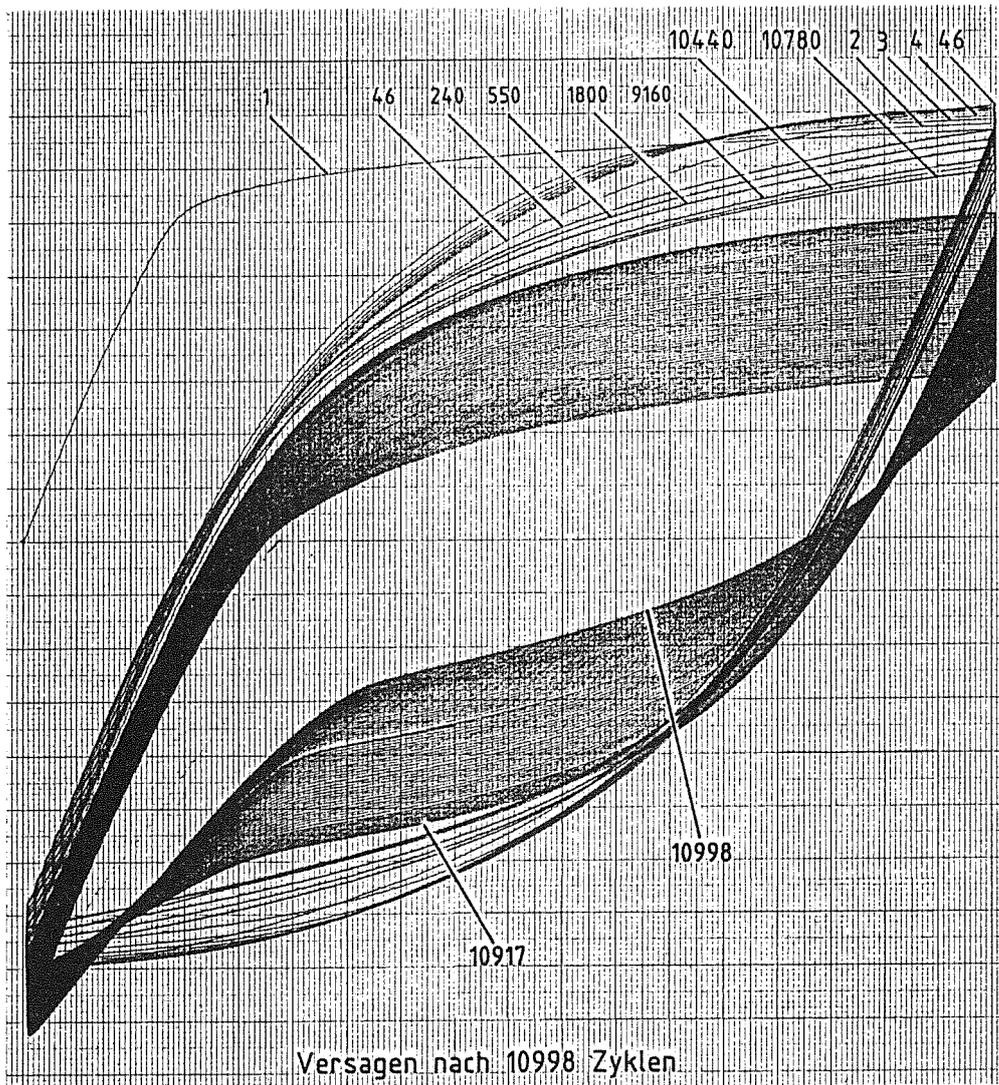


Abbildung 79. Hysteresekurven.

Die Durchführung der ersten Versuche zeigte, daß die vorliegende Oberflächenbeschaffenheit der Proben trotz einer Rauhtiefe von maximal $1\mu\text{m}$ zur Anwendung der Folien nicht geeignet war. Die Ursache hierfür lag darin, daß die in Umfangsrichtung entstehenden Risse nicht von den ebenfalls in Umfangsrichtung verlaufenden Schleifspuren zu unterscheiden waren. Aus diesem Grund wurden die verbleibenden vier Proben in Längsrichtung geschliffen, was eine sichere Erkennung aller Risse ab einer Länge von $25\mu\text{m}$ ermöglichte (Abbildung 80).

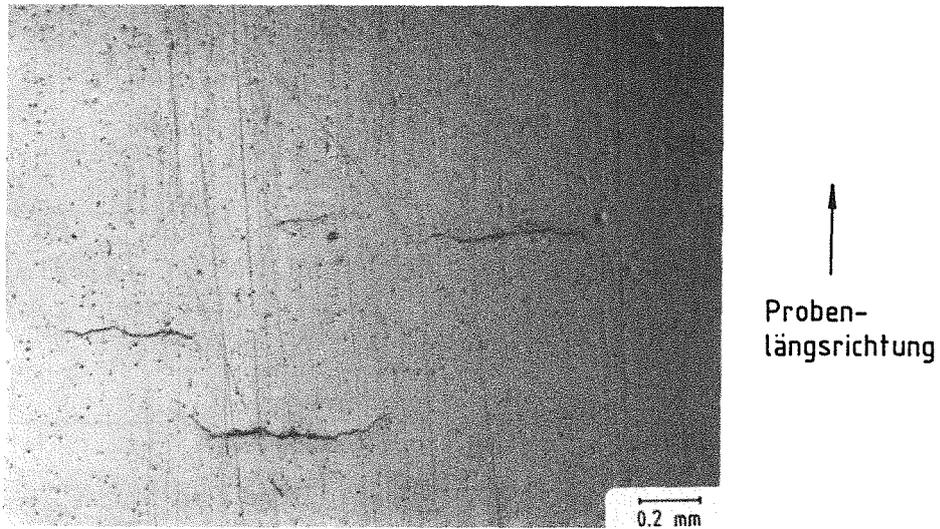


Abbildung 80. Folienabdruck der Oberfläche mit Rissen.

Ein Problem bei der Untersuchung der Rißentwicklung ergab sich bei der Auswahl der untersuchten Fläche. Theoretisch sollte bei einachsiger Belastung eine gleichmäßige Rißverteilung in allen Oberflächenbereichen vorliegen. Bei der Auswertung der Folien zeigten sich allerdings gewisse Schwankungen der Rißdichten in verschiedenen Bereichen der Oberflächen.

8.2.1.1 Statistische Auswertung

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt in Form von Histogrammen entsprechend der Vorgehensweise in Kap. 6.2.4. Wegen der höheren Auflösung der Folien im Vergleich mit der Rißlängenbestimmung über das Endoskop bei den Thermoermüdungsversuchen wurde hier eine Klassenbreite von $c = 25 \mu\text{m}$ gewählt.

Abbildung 81 bis Abbildung 84 zeigen die Histogramme nach verschiedenen Lastwechselzahlen für die Versuche 7 und 9 bei einer Dehnung von $\Delta\epsilon = 0.5\%$. Da bei Probe 9 vorzeitiges Versagen durch Rißbildung in der Schweißnaht auftrat, kann die Rißverteilung nur bis 42285 Zyklen angegeben werden. Abbildung 86 sind die entsprechenden Ergebnisse für $\Delta\epsilon = 0.6\%$ (Probe 11) zu entnehmen. Die Ergebnisse für $\Delta\epsilon = 0.4\%$ (Probe 12) können aufgrund vorzeitigen Versagens wiederum nur für niedrige Zyklenzahlen angegeben werden (Abbildung 85).

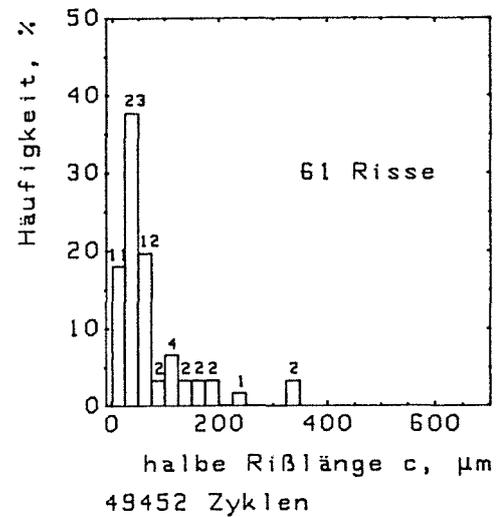
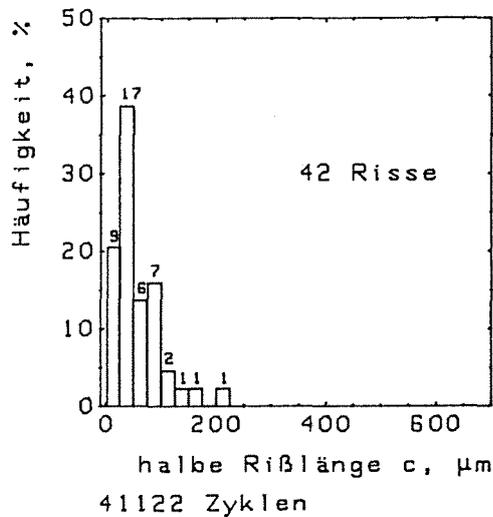
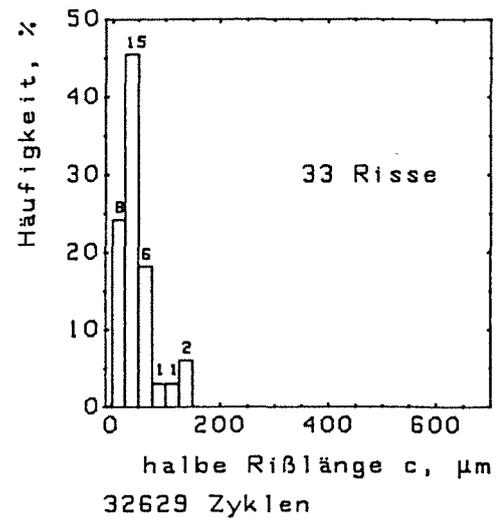
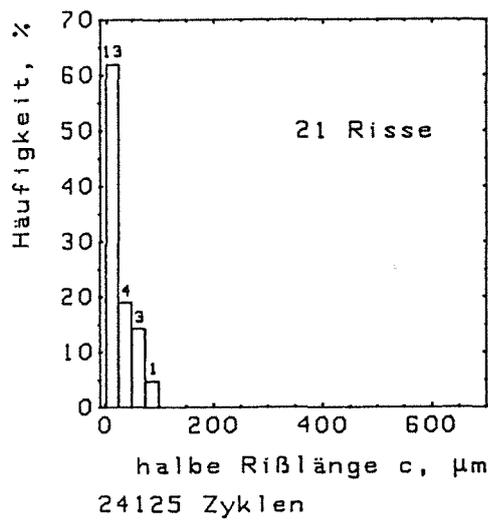
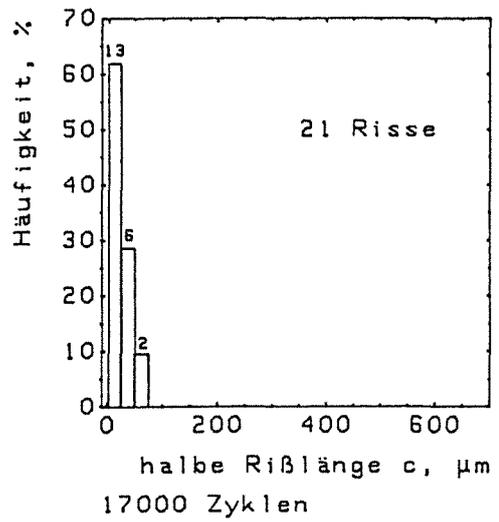
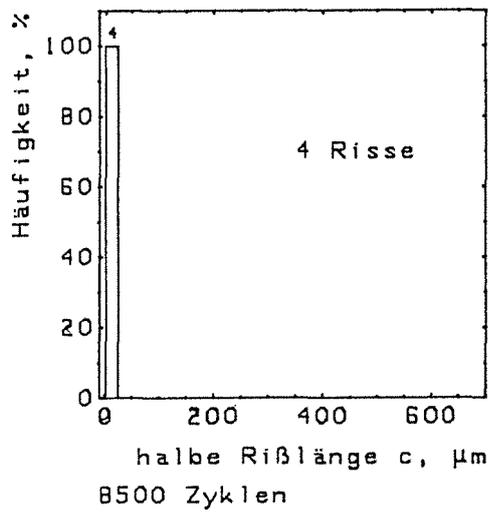


Abbildung 81. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 7, $\Delta\epsilon = 0.5\%$.

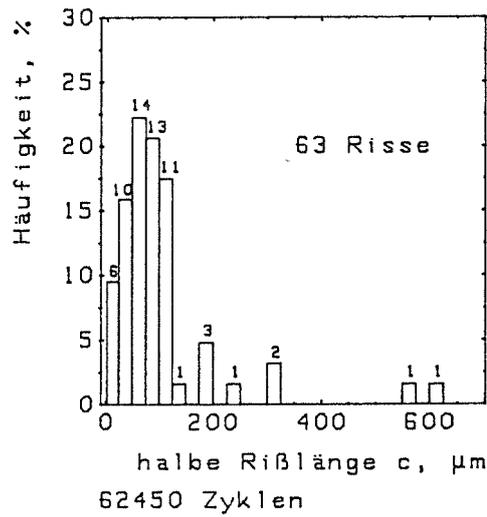
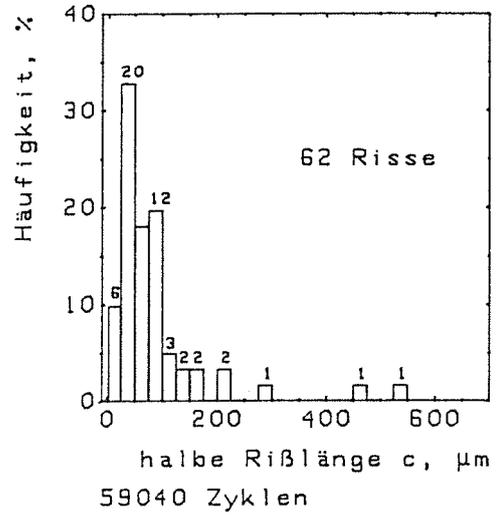
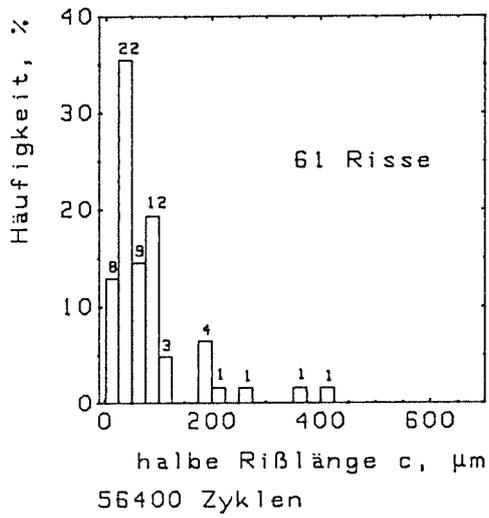


Abbildung 82. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 7, $\Delta\epsilon = 0.5\%$.

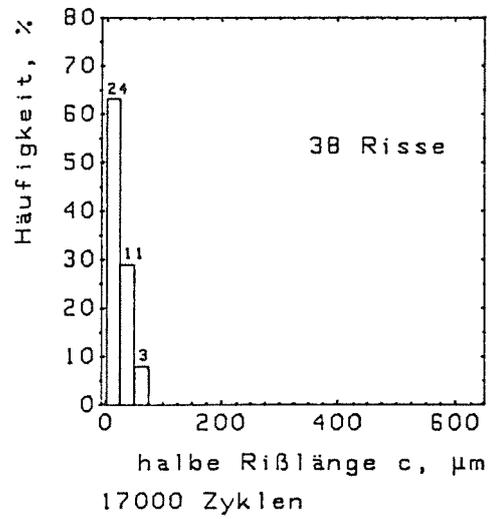
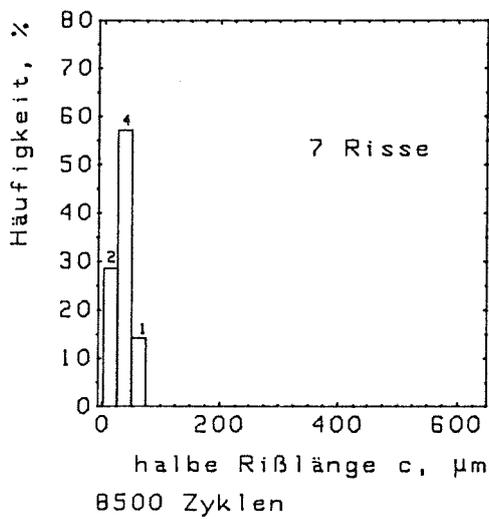


Abbildung 83. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 9, $\Delta\epsilon = 0.5\%$.

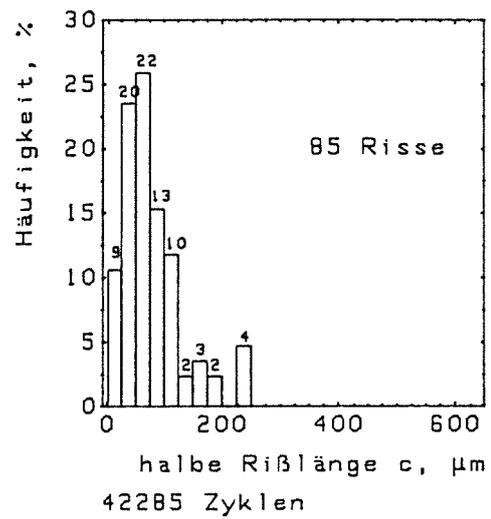
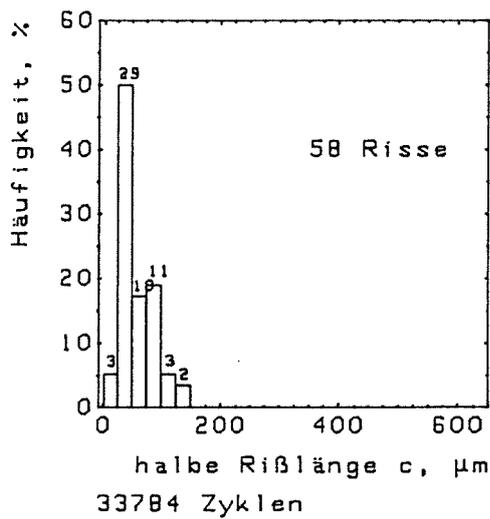
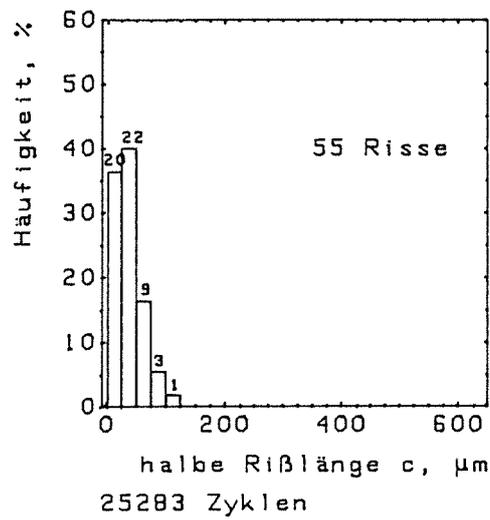


Abbildung 84. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 9, $\Delta\epsilon = 0.5\%$.

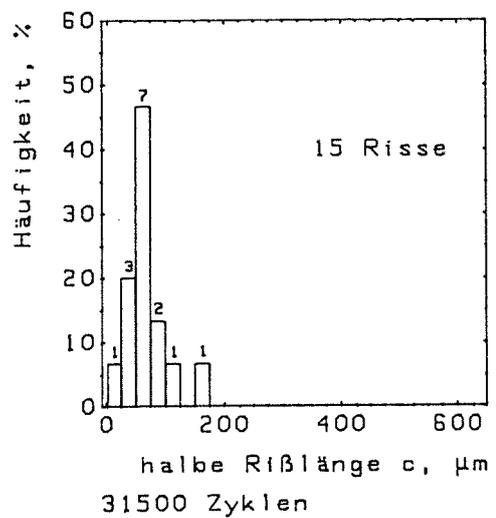
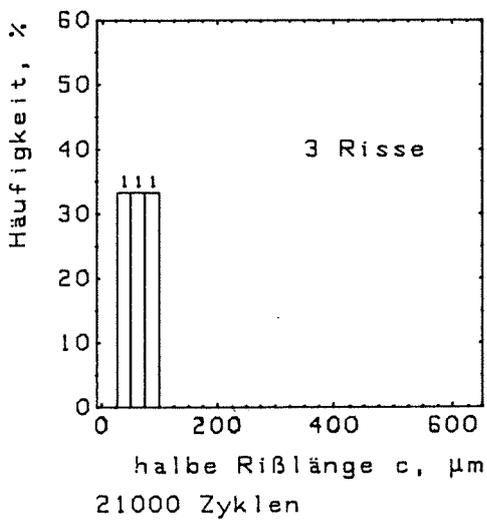


Abbildung 85. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 12, $\Delta\epsilon = 0.4\%$.

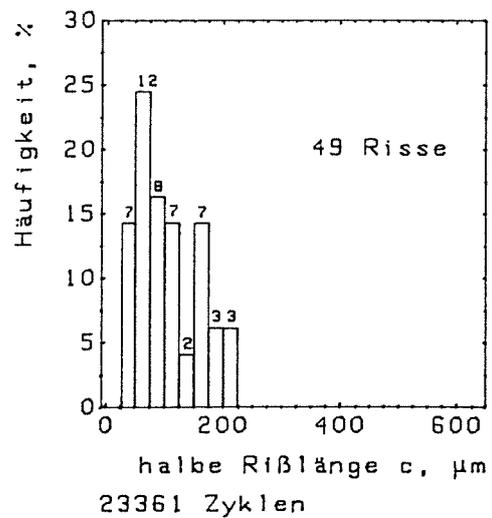
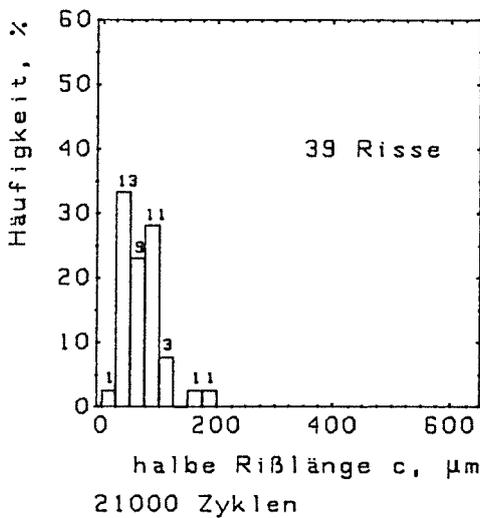
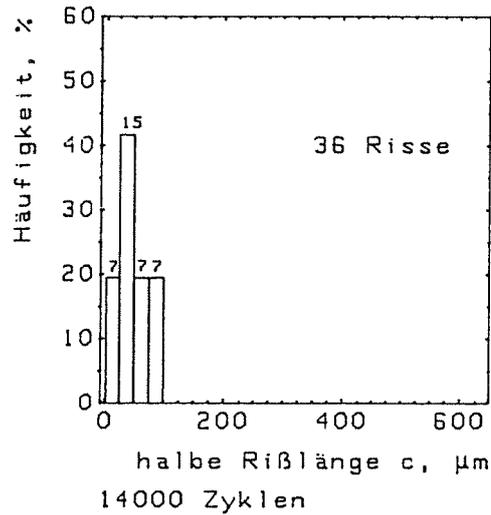


Abbildung 86. Rißentwicklung in Abhängigkeit von der Zyklenzahl, Versuch 11, $\Delta\epsilon = 0.6\%$.

Für alle Versuche gilt, daß ein Maximum der Häufigkeiten im Bereich von Rissen mit einer Länge bis $c = 100\mu\text{m}$ auftritt, das auch während des gesamten Versuchs erhalten bleibt.

Die Risse entstehen in Umfangsrichtung, Zusammenlagerung oder Verzweigung tritt dabei nicht auf.

Abbildung 37 beschreibt die Entwicklung der Risse pro Flächeneinheit (1mm^2) in Abhängigkeit von der Zyklenzahl N . Es ist zu erkennen, daß mit zunehmender Dehnschwingbreite die Anzahl der Risse bei einer bestimmten Lastwechselzahl ebenfalls ansteigt. Die Anzahl der Risse bei Probenversagen ist bei $\Delta\epsilon = 0.6\%$ allerdings niedriger als bei $\Delta\epsilon = 0.5\%$.

Ein Vergleich der maximalen Rißlängen in Abhängigkeit von der Zyklenzahl ist Abbildung 88 zu entnehmen. Zwar ist bei $\Delta\epsilon = 0.6\%$ zunächst stärkeres Wachstum zu be-

obachten als bei $\Delta\epsilon=0.5\%$, die maximale Rißlänge bei Versuchsende ist im untersuchten Bereich jedoch geringer. Die Entwicklung bei $\Delta\epsilon=0.4\%$ stimmt, soweit verfolgbar, mit der bei $\Delta\epsilon=0.5\%$ überein.

Die ermittelten Häufigkeiten lassen sich wie bei den Thermoermüdungsversuchen ab einer bestimmten Zyklenzahl mit einer Log-Normalverteilung beschreiben (siehe Gleichung (6.4)). Auch hier ist mit zunehmender Zyklenzahl eine Verschiebung nach rechts zu beobachten, d.h. das beobachtete Maximum der Rißhäufigkeiten verlagert sich etwas zu größeren Rissen hin.

Abbildung 89 und Abbildung 90 zeigt die Verteilungsfunktionen für die Versuche 7 und 9 ($\Delta\epsilon=0.5\%$) und Abbildung 91 für Versuch 11 ($\Delta\epsilon=0.6\%$).

Die Parameter für die Verteilungsfunktionen sind Tabelle 9 zu entnehmen.

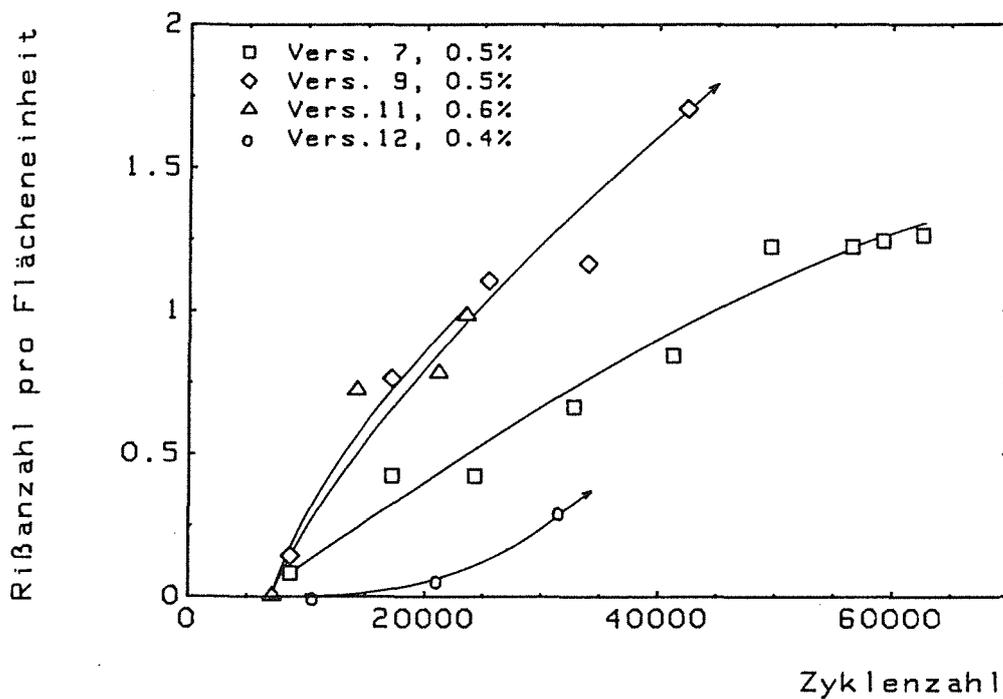


Abbildung 87. Anzahl der Risse pro Flächeneinheit in Abhängigkeit von der Zyklenzahl.: Die Pfeile geben an, daß der Versuch durch Versagen in der Schweißnaht vorzeitig beendet wurde.

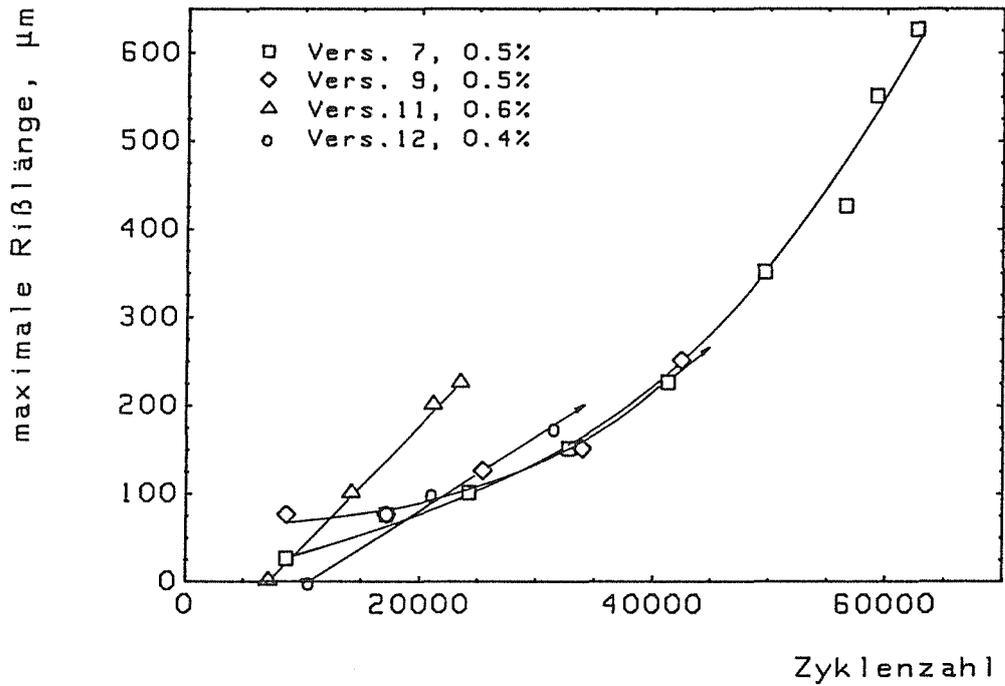


Abbildung 88. Maximale halbe Rißlänge c in Abhängigkeit von der Zyklenzahl: Die Pfeile geben an, daß der Versuch durch Versagen in der Schweißnaht vorzeitig beendet wurde.

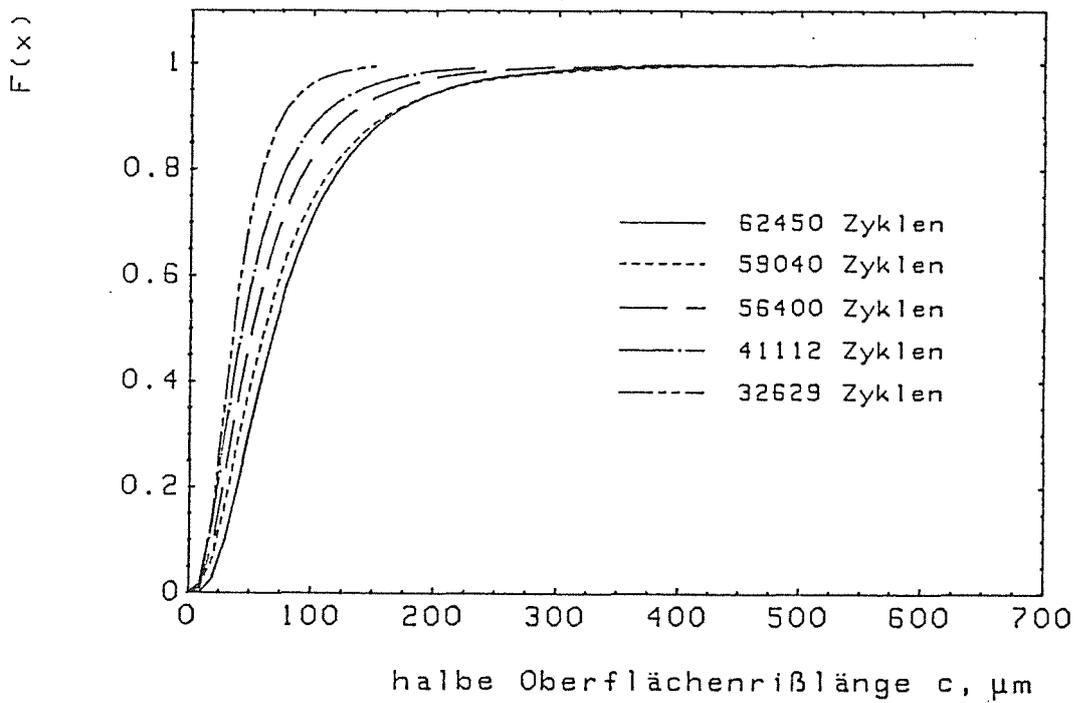


Abbildung 89. Verteilungsfunktionen, Versuch 7, $\Delta\epsilon = 0.5\%$.

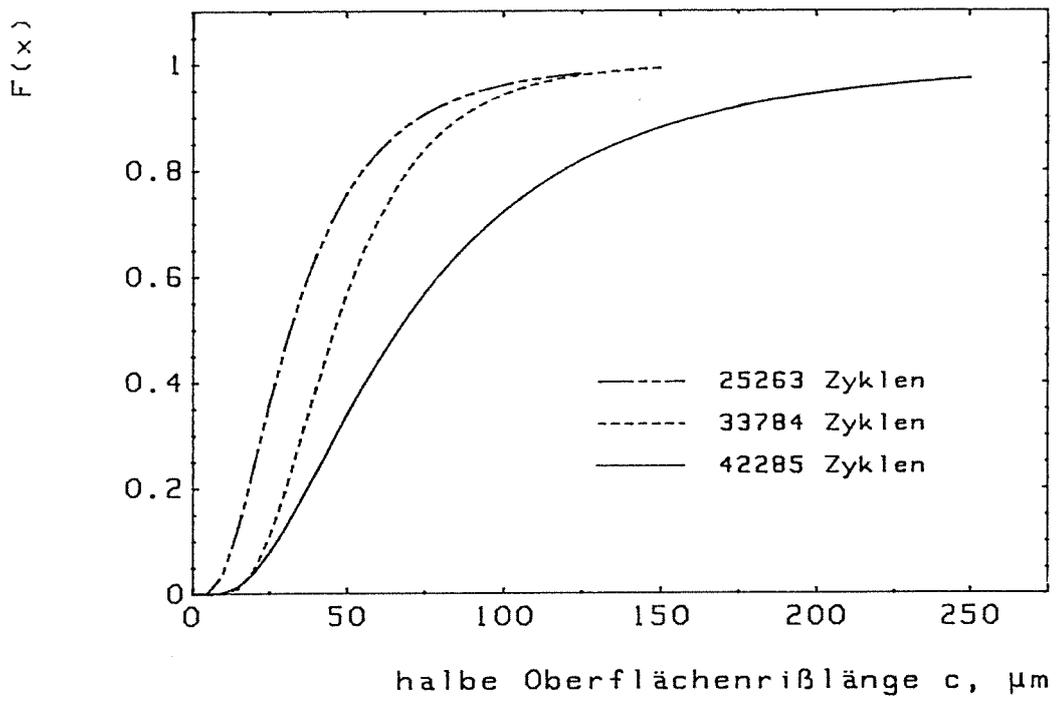


Abbildung 90. Verteilungsfunktionen, Versuch 9, $\Delta\epsilon = 0.5\%$.

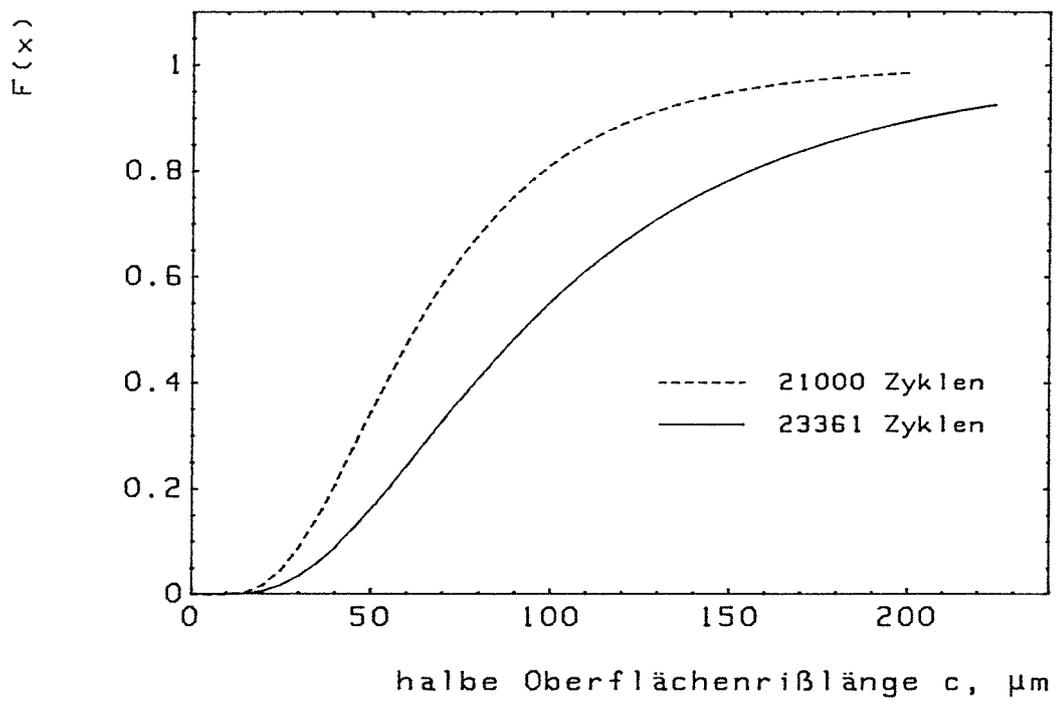


Abbildung 91. Verteilungsfunktionen, Versuch 11, $\Delta\epsilon = 0.6\%$.

Lastwechsel	Versuch 7		Versuch 9		Versuch 11	
	σ	a	σ	a	σ	a
21000	-	-	-	-	0.539	62.11
23361	-	-	-	-	0.619	92.26
25263	-	-	0.654	31.71	-	-
32629	0.565	36.55	-	-	-	-
33784	-	-	0.492	45.96	-	-
41112	0.702	43.49	-	-	-	-
42285	-	-	0.691	66.57	-	-
56400	0.705	51.83	-	-	-	-
59040	0.734	61.94	-	-	-	-
62450	0.657	70.00	-	-	-	-

Tabelle 9. Parameter für die Verteilungsfunktionen.

8.2.1.2 Fraktografische Analyse

Wie bei den thermozyklischen Experimenten wurde eine fraktografische Untersuchung einzelner Bruchflächen durchgeführt.

Bei allen Dehnschwingbreiten waren Schwingungsstreifen zu beobachten. Abbildung 92 zeigt für einen wanddurchdringenden Riß in Probe 6 ($\Delta\epsilon = 0.6\%$) die Punkte auf der kleinen Halbachse, die genauer untersucht wurden (Abbildung 93 bis Abbildung 95). Es ist zu erkennen, daß Streifenbildung erst bei größerer Rißtiefe auftritt. Die Streifen sind sehr ausgeprägt, ihre Breite nimmt mit der Rißtiefe zu. Gut zu beobachten ist die unterschiedliche Orientierung innerhalb der einzelnen Körner (Abbildung 94). Die aufgebrochenen Korngrenzen und die "Löcher" in der Bruchfläche, für die keine Erklärung vorliegt, wurden nur bei Probe 7 gefunden.

Schwingungsstreifenbildung war nur im Bereich B (Abbildung 92) zu erkennen, nicht aber in den Bereichen A und C.

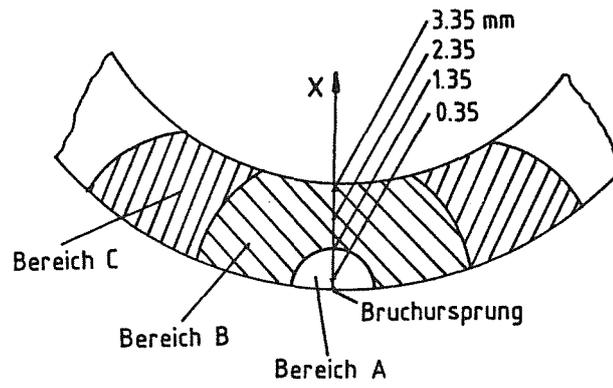


Abbildung 92. Bruchfläche, schematisch.

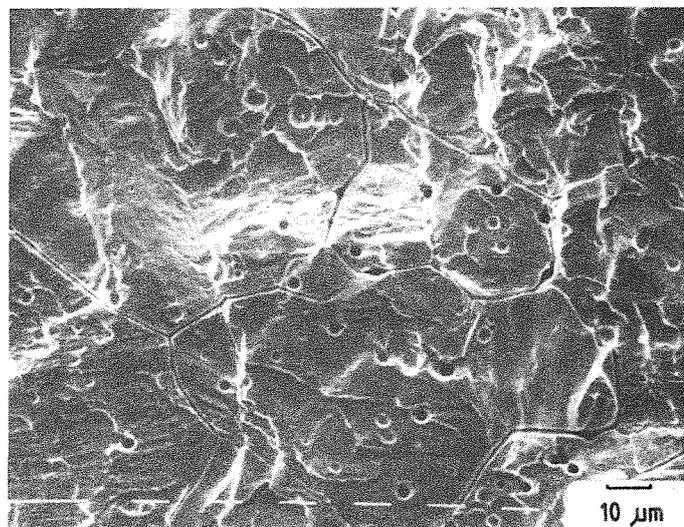
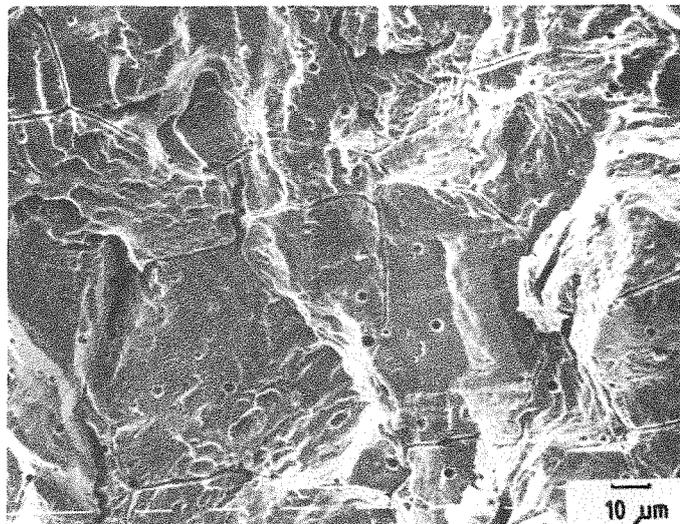


Abbildung 93. Bruchfläche in 0.35mm und 1.35mm Tiefe, Probe 6, $\Delta\epsilon = 0.6\%$.

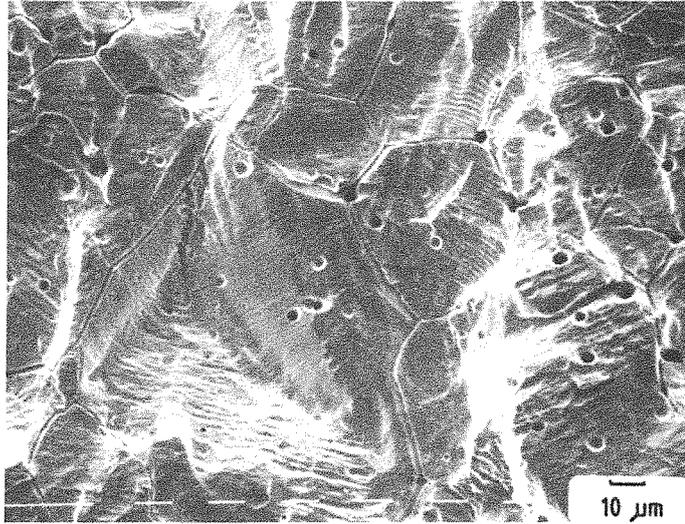


Abbildung 94. Bruchfläche in 2.35mm Tiefe, Probe 6, $\Delta\epsilon = 0.6\%$.

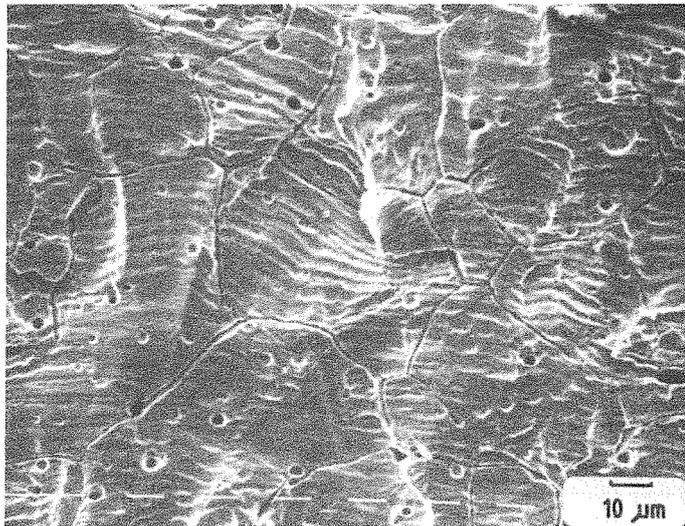


Abbildung 95. Bruchfläche in 3.35mm Tiefe, Probe 6, $\Delta\epsilon = 0.6\%$.

8.2.2 Rundproben (A316)

Für die dehnungsgesteuerten Versuche an Rundproben wurde eine servohydraulische Maschine mit einer Maximallast von $\pm 63kN$ verwendet. Der Dehnungsaufnehmer entsprach dem für die Rohrversuche verwendeten, die Dehnrate betrug ebenfalls 0.001/s.

Die Versuchsergebnisse sind Tabelle 10 zu entnehmen.

Probe	ϵ_{\max}	ϵ_{\min}	$\dot{\epsilon}$	N_f
16	0.25%	0.0%	0.1%/s	> 700000
10	0.4%	0.0%	0.1%/s	146500
15	0.4%	0.0%	0.1%/s	267300
26	0.5%	0.0%	0.1%/s	67781
13	0.5%	0.0%	0.1%/s	84244
17	0.6%	0.0%	0.1%/s	31435
29	0.6%	0.0%	0.1%/s	32616
18	0.7%	0.0%	0.1%/s	24313
33	0.7%	0.0%	0.1%/s	19030
1	0.7%	0.0%	0.1%/s	27147
14	0.8%	0.0%	0.1%/s	16696
4	0.8%	0.0%	0.1%/s	14084
42	0.9%	0.0%	0.1%/s	9962
6	0.9%	0.0%	0.1%/s	10998
35	1.0%	0.0%	0.1%/s	7092

Tabelle 10. Versuchparameter und Lebensdauer, A316.

Da eine große Anzahl von Proben zur Verfügung stand, wurden Dehnschwingbreiten zwischen 0.25% und 1.0% untersucht. Probenversagen trat nur im zylindrischen Teil auf, die entstehenden Risse verliefen in Umfangsrichtung.

Bei der Auftragung der maximalen Spannungen über der Zyklenzahl (Abbildung 96) ist bei diesem Material Verfestigung während der ersten 15 Zyklen zu beobachten, gefolgt von kontinuierlicher Entfestigung bis zum Probenversagen.

Für die drei eingezeichneten Schwingbreiten zeigt sich ein relativ geringer Unterschied zwischen den Maximalspannungen.

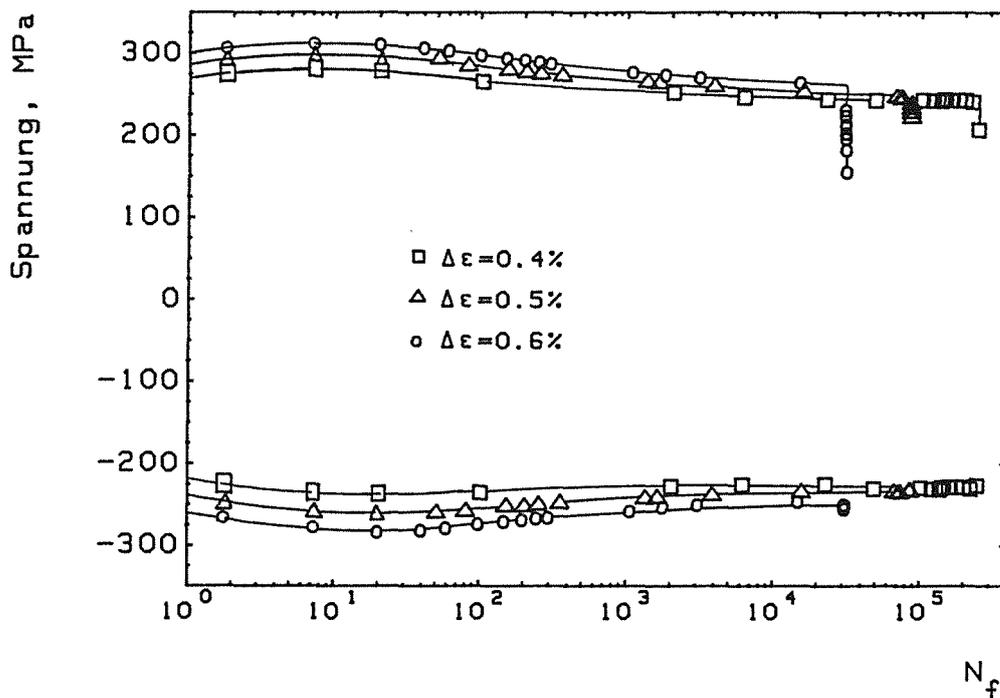


Abbildung 96. Maximale Zug- und Druckspannungen über der Zyklenzahl.

Da die einachsigen Versuche an diesem Material nur einen prinzipiellen Vergleich der zu erwartenden Lebensdauer bei einer vorgegebenen Dehnschwingbreite ermöglichen sollen, wurde die Rißentstehung und -ausbreitung nicht näher untersucht.

9.0 Diskussion

9.1 Vergleich der einachsigen, isothermen Experimente

Ein Vergleich des Verfestigungsverhaltens sowie die Entwicklung der Maximalspannungen mit zunehmender Lastwechselzahl der Stähle 1.4436 sowie A316 ergibt sich aus Abbildung 78 auf Seite 99 und Abbildung 96 auf Seite 113 .

Beide Materialien zeigen das gleiche Ver- und Entfestigungsverhalten. Allerdings sind die Differenzen der Maximalspannungen für verschiedene Schwingbreiten beim Stahl A316 niedriger, während der Absolutbetrag dieser Spannungen geringfügig über denen des Stahls 1.4436 liegt. Das Verhältnis aus Zug- und Druckspannung beträgt bei den Rohren mit zunehmender Zyklenzahl ungefähr 1, bei den Rundproben ergeben sich Werte von etwa 1.1.

Der Vergleich der Lebensdauer (Abbildung 97 auf Seite 115) zeigt ebenfalls ein gleichartiges Verhalten, die Werte für den Stahl 1.4436 liegen etwas unter denen des A316. Einen Einfluß darauf hat u.U. die unterschiedliche Probengeometrie.

Prinzipiell läßt sich feststellen, daß die beiden Stähle ein weitgehend ähnliches, aber nicht identisches Verhalten zeigen. Für eine erste Abschätzung des Materialverhaltens sind die durchgeführten Untersuchungen am Stahl 1.4436 geeignet.

In Abbildung 97 auf Seite 115 sind neben den in dieser Arbeit ermittelten Werten Ergebnisse verschiedener Autoren für den Stahl A316 eingetragen.

Die Ergebnisse von *Jaske et al.* /90/ zeigen bei RT eine sehr gut Übereinstimmung, bei 427°C ist eine geringe Abnahme der Lebensdauer zu beobachten. Dagegen ermittelten *Conway et al.* /91/ für 430°C sogar gerigfügig höhere Lebensdauern als bei Raumtemperatur, was allerdings auf einer etwas stärkeren Abweichung in der Materialzusammensetzung des dort untersuchten A316 beruhen dürfte.

Der Vergleich zeigt, daß nach /90/ zwar eine Temperaturabhängigkeit vorliegt, diese aber im untersuchten Temperaturbereich nur schwach ausgeprägt ist.

9.2 Vergleich der isothermen mit den thermozyklischen Experimenten

Der wesentliche Unterschied zwischen den Experimenten ist neben der ausschließlich temperaturabhängigen Lastaufbringung der mehrachsige Spannungszustand im Fall der Thermoermüdung. Dieser ist im vorliegenden Fall wegen der geringen Rohrwandstärke zweiachsig mit betrags- und vorzeichenmäßig gleichgroßen Spannungskomponenten.

Ein Vergleich mit einachsigen Experimenten ist möglich durch die Bildung einer Vergleichsgröße nach v. Mises /92/- /93/, d.h. im vorliegenden Fall ist wegen der dehnungsgesteuerten Versuchsführung eine Vergleichsdehnung zu ermitteln (siehe Kap. 5).

Da die Dehnung sich über den Wandquerschnitt ändert, die Rißentstehung aber an der Innenwand stattfindet, wird die Vergleichsdehnung aus den an dieser Stelle vorliegenden Dehnungskomponenten gebildet. Sie beträgt 0.375% für $T_{\max} = 365 \text{ °C}$ bzw. 0.322% für $T_{\max} = 335 \text{ °C}$.

Mit der schon in den vorherigen Kapiteln gewählten Definition der Lebensdauer - vollständiges Versagen bei den einachsigen, wanddurchdringender Riß bei den mehrachsigen Versuchen - ergeben sich die in Abbildung 97 gezeigten Daten.

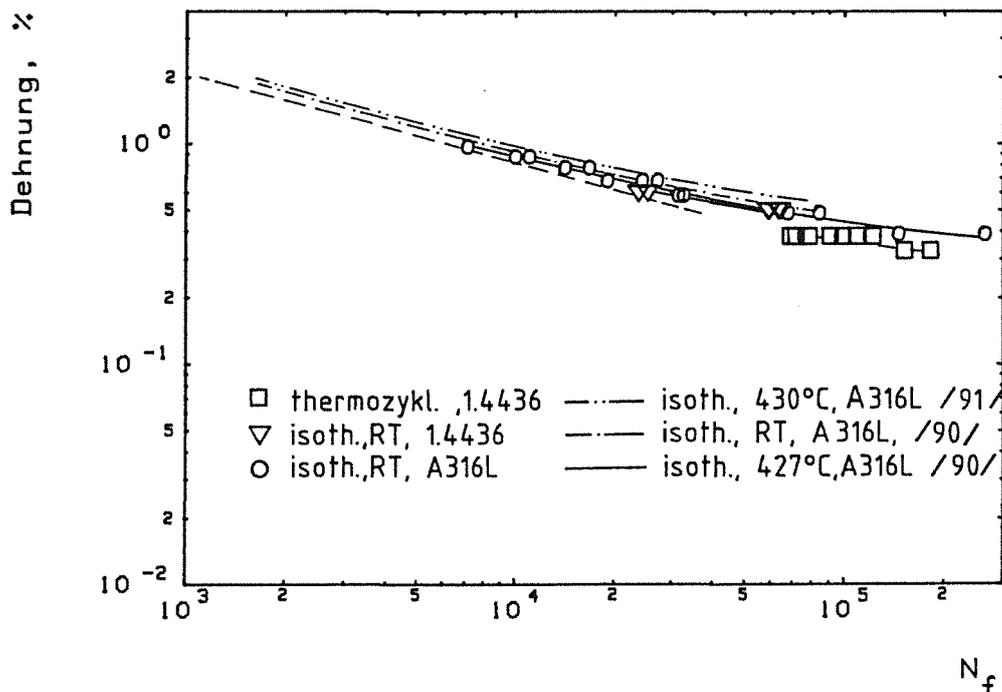


Abbildung 97. Vergleich der Lebensdauer.

Es ist zu erkennen, daß die Lebensdauer bei der Thermoermüdung geringer ist als bei isothermer Versuchsführung (Faktor 2). Dies entspricht etwa dem Unterschied, der von *Jaske et al.* [90] bei isothermer Versuchsführung für RT und 427°C ermittelt wurde.

Da die Rißentstehung bei den Thermoermüdungsexperimenten an der Rohrrinnenwand stattfindet und wegen der dort herrschenden konstanten Temperatur von 100°C in guter Näherung dieselben Materialparameter wie bei den isothermen Versuchen bei Raumtemperatur vorliegen, ist ein diesbezüglicher Vergleich der Experimente möglich. Dazu wird die (Vergleichs-) Dehnschwingbreite über der Lastwechselzahl bis zum Erreichen einer Rißlänge von $c = 100\mu\text{m}$ aufgetragen.

Die Meßpunkte lassen sich durch eine Gerade verbinden, d.h. der mehrachsige Spannungszustand beeinflusst die Rißentstehung nicht.

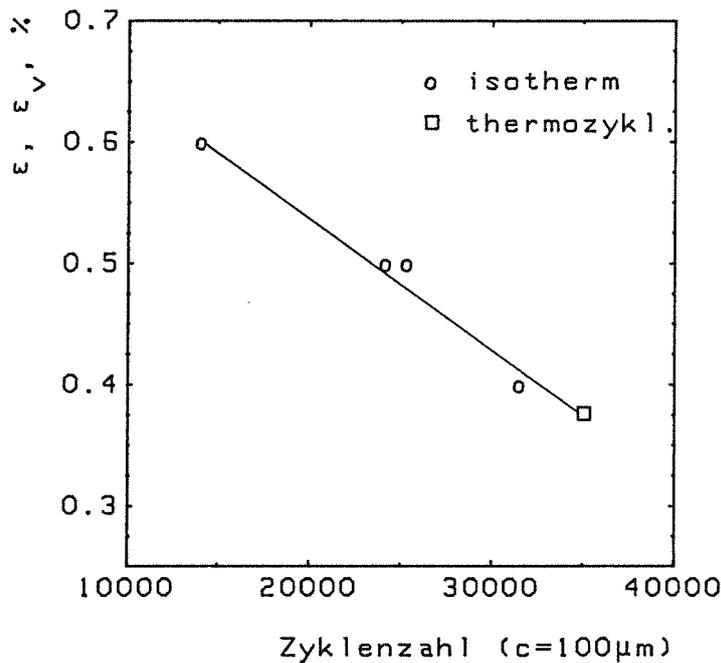


Abbildung 98. Vergleich der Rißentstehung: Aufgetragen ist die (Vergleichs-) Dehnschwingbreite über der Zyklenzahl, bei der erstmals ein Riß mit einer Länge von $c = 100\mu\text{m}$ auftritt.

Dieses Ergebnis wurde auch von *Miller* [93] festgestellt, der scheibenförmige Proben aus verschiedenen Werkstoffen unter einem äquibiaxialen Spannungszustand bei Raumtemperatur untersuchte. Bei den durchgeführten Zug-Druck-Versuchen ergab sich eine gute Vergleichbarkeit von ein- und mehrachsigen Experimenten, die Zyklenzahl bis zur Rißentstehung betreffend, wenn als Vergleichsparameter die effektive Dehnung nach v.Mises gewählt wurde.

Entsprechende Untersuchungen von *Ives et al.* [92] an drei verschiedenen Kesselstählen erbrachten denselben Befund.

Ein Vergleich bezüglich der Rißausbreitung ergibt sich aus Abbildung 99. Aufgetragen ist die maximale Rißlänge aus den isothermen Versuchen 7 und 11 (reguläres Versagen im mittleren Wandbereich) sowie dem Thermoermüdungsversuch 11 über der Lastwechselzahl. Es ist zu erkennen, daß bei thermozyklischer Belastung ein ausgeprägteres Längenwachstum auftritt. Dieses Verhalten geht prinzipiell auch aus den Histogrammen hervor.

Das Verhalten im Anschluß an die Rißenstehungsphase weist also deutliche Unterschiede auf.

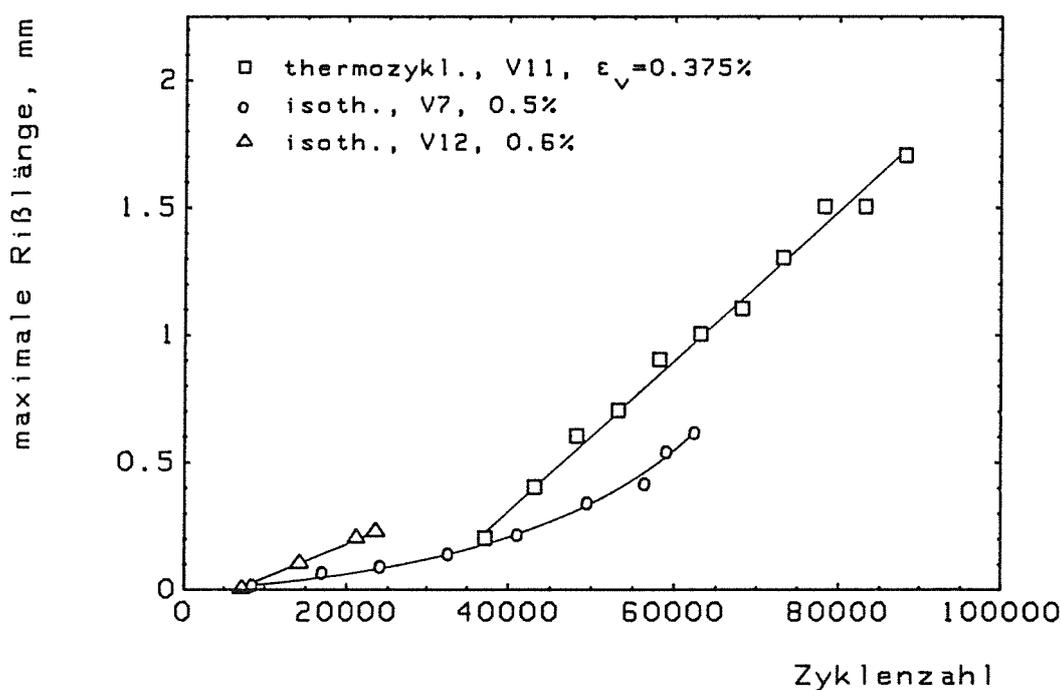


Abbildung 99. Vergleich der maximalen halben Rißlängen c.

Entgegen diesen Ergebnissen zeigten Untersuchungen zum Rißausbreitungsverhalten unter isothermen Bedingungen am Stahl A316 von *Brown* [94] an Plattenproben mit Riß unter äquibiaxialer Belastung eine gute Übereinstimmung mit einachsigen Versuchen. Das R-Verhältnis betrug -1, die Versuchstemperatur 20 °C und 550 °C. Das Wachstumsverhalten wurde mit der LEBM beschrieben, wobei angenommen wurde, daß der Riß einer reinen Modus I -Belastung ausgesetzt war, d.h. nur die jeweils senkrecht zum Riß anliegende Spannungsamplitude für die Rißverlängerung verantwortlich war. Es zeigte sich, daß die Wachstumsrate bei einachsiger Belastung sogar geringfügig höher war, der Effekt nahm mit zunehmender Spannungsamplitude zu.

Diese Ergebnisse wurden von *Smith und Pascoe /95/* durch Untersuchungen an einem Stahl für $R=0.1$ bestätigt. In allen Fällen war für die Übereinstimmung wesentlich, daß das Verhältnis der Spannungskomponenten eins war. Für den Fall, daß $\sigma_1/\sigma_2 = -1$ war, trat Schubbeanspruchung und somit eine Kombination aus Modus I- und Modus II-Belastung auf. Die Wachstumsrate wurde wesentlich größer als im einachsigen Fall.

Nach obigen Versuchsergebnissen ist davon auszugehen, daß unter den vorliegenden Bedingungen ein anderer Faktor als die Mehrachsigkeit für das vorzeitige Versagen bei thermozyklischer Belastung verantwortlich sein muß.

Zur Abschätzung der Temperatur als zweiter wesentlicher Einflußgröße sind verschiedene Faktoren zu berücksichtigen /15/, /17/ - /19/ :

- Umgebungsmedium
- Temperaturdifferenz, Maximaltemperatur
- Heizrate (Aufheizgeschwindigkeit), Frequenz
- Haltezeiten
- Werkstoff

Untersuchungen zur thermozyklischen Ermüdung unter einachsigen Bedingungen (Thermal Cycling) wurden von verschiedenen Autoren durchgeführt.

Sheffler /96/ untersuchte Hourglass-Proben aus dem Stahl A304 bei $T_{\max} = 649^\circ\text{C}$ und im Temperaturbereich von $T_{\min} = 316^\circ\text{C}$ bis T_{\max} für zwei Versuchsfrequenzen. Dabei ergaben sich für die isothermen Versuche höhere Lebensdauerdaten. Dies war besonders ausgeprägt bei niedrigen Frequenzen, wo die relativ lange Verweildauer im Hochtemperaturbereich das Versagen stark beeinflusste. Ähnliche Versuche von *Udoguchi et al. /16/* am Stahl A347 im Temperaturbereich von 200°C bis 500°C an zylindrischen Hohlproben bestätigten obigen Befund. *Taira et al. /17/* unterscheiden bei Untersuchungen an zwei Stählen (A347, niedriglegierter Stahl mit 0.16% Kohlenstoff) zwischen einem Hoch- und einem Tieftemperaturbereich, wobei die Grenztemperatur für diese Werkstoffe 650°C bzw. 350°C betrug. Für den Fall, daß T_{\min} und T_{\max} gemeinsam in einem der Bereiche lagen, ergab sich für die isothermen Versuche eine höhere Lebensdauer, ansonsten war sie gleich groß oder sogar geringer.

Durch Einführung einer effektiven Temperatur, die je nach untersuchtem Temperaturbereich zu bestimmen war, ergab sich für den oben erwähnten Kohlenstoffstahl nach /18/ eine gute Übereinstimmung.

Prinzipiell scheint die für die isotherme Versuchsführung zu wählende Maximaltemperatur abhängig zu sein vom untersuchten Material /19/.

Zusammenfassend läßt sich aus obigen Untersuchungen feststellen, daß die zu wählende Versuchstemperatur für verschiedene Materialien jeweils neu zu bestimmen ist, sich jedoch deutlich oberhalb der Minimaltemperatur T_{\min} des thermozyklischen Versuches befindet.

Neben den beschriebenen isothermen mehrachsigen und thermozyklischen einachsigen Versuchen kommt es unter rein thermischer Belastung von geeigneten Proben zu einer Kombination der Belastungsfälle.

Hoddinott und Love [9] untersuchten die Lastwechselzahl bis zur Rißentstehung an dickwandigen Rohren aus dem austenitischen Stahl A316 ($T_{\min} = 200^{\circ}\text{C}$, $T_{\max} = 625^{\circ}\text{C}$). Temperaturgradienten in der Wand entstanden sowohl in der Aufheiz- als auch in der Abkühlphase. Rißentstehung erfolgte auf der Rohraußenwand. Ein Vergleich mit isothermen Experimenten bei T_{\max} ergab eine gute Übereinstimmung, wenn als Vergleichsgröße eine effektive Dehnung verwendet wurde.

Thermoschockexperimente zum Vergleich der Rißentstehung und des Rißausbreitungsverhaltens mit isothermen Experimenten von *Marsh* [11] (Stahl A316 und A304) an stirnseitig mit einem durchgehenden Riß versehenen Plattenproben zeigten ebenfalls eine gute Übereinstimmung. Die Versuche wurden bei Maximaltemperaturen von 250°C bis 500°C durchgeführt. Eine Beschreibung mit Hilfe der LEBM war möglich, sobald die Rißfront sich nicht mehr im stark plastifizierten Bereich befand. Der $da/dN-\Delta K$ -Verlauf entsprach dem aus isothermen Versuchen bei 400°C .

Ähnliche Untersuchungen an halbelliptischen Oberflächenrissen in Plattenproben aus dem austenitischen Stahl I.4948 wurden von *Bethge* [20] bei Temperaturdifferenzen von 280°C bis 380°C durchgeführt ($T_{\min} = RT$). Für Spannungen, die die Anwendung der LEBM zuließen, ergab sich auch hier eine gute Übereinstimmung mit isothermen Versuchen bei Raumtemperatur.

Zusammenfassend lassen sich anschließende Folgerungen ziehen:

- Unter vergleichbaren, d.h. isothermen Versuchsbedingungen beeinflusst die mehrachsige Beanspruchung die Rißbildung und die Lebensdauer kaum, sofern ein näherungsweise zweiachsiger Spannungszustand mit positivem Spannungsverhältnis vorliegt (vorzugsweise äquibiaxial) und als Vergleichsparameter eine effektive Dehnung verwendet wird.
- Versuche mit zyklischen Temperaturänderungen lassen sich nur unter bestimmten Voraussetzungen mit isothermen Experimenten vergleichen (geeignete Temperatur, Berücksichtigung des Werkstoffeinflusses, Frequenz). Dies betrifft sowohl die Rißentstehung als auch die Rißausbreitung.

Damit dürfte der Temperatureinfluß im vorliegenden Fall zu einem beschleunigten Rißwachstum im Anschluß an die Initiierungsphase führen und so eine Verminderung der Lebensdauer im Vergleich mit Experimenten bei Raumtemperatur bewirken.

Eine Beschreibung der Thermoermüdung im Temperaturbereich zwischen T_{\min} und T_{\max} durch einachsige Versuche bei RT ist umso besser möglich, je geringer die Differenz zwischen T_{\min} und RT bzw. T_{\max} und RT ist. Experimentelle Untersuchungen nach [20] scheinen dies zu belegen.

Der im vorliegenden Fall auftretende Faktor 2 im Lebensdauervergleich der Thermoermüdungsexperimente mit den isothermen, einachsigen Experimenten entspricht dem Unterschied in der Lebensdauer, der von *Jaske et al.* [90] in isothermen Untersuchungen bei RT und 427°C für den Stahl A316 ermittelt wurde.

Für weitere Untersuchungen scheint es demzufolge sinnvoll zu sein, die Versuchstemperatur für die isothermen Experimente zu erhöhen.

Neben dem oben erwähnten Einfluß der Temperatur auf das Rißwachstumsverhalten tritt bei den durchgeführten Untersuchungen das Problem der "kleinen Risse" auf. Ein Vergleich mit da/dN -, dc/dN - ΔK -Verläufen bei RT wurde bereits in Kap. 7 vorgestellt. Es ergaben sich vor allen Dingen bei kleinen ΔK -Werten zu hohe Rißgeschwindigkeiten bei der Thermoermüdung, was auf die Verletzung der Anwendbarkeitsgrenzen der LEBM zurückzuführen ist.

Die Anwendung des J-Integralverfahrens erbrachte nur eine geringfügige Korrektur dieses Effekts, der auch von anderen Autoren beschrieben wird.

Einen Hinweis zur Berechnung des Rißfortschritts großer Risse mit Hilfe des J-Integrals bei thermozyklischer Ermüdung geben *Okazaki et al.* [21], die durch die Berücksichtigung des temperaturabhängigen Fließverhaltens eine einheitliche Beschreibung des Rißwachstums ermitteln konnten.

Bei der Untersuchung der Rißbruchflächen konnten Schwingungstreifen ermittelt werden. Allerdings waren sie bei thermozyklischer Belastung wesentlich schwächer ausgeprägt als unter isothermen Bedingungen.

Die in Abbildung 43 auf Seite 55 erhöhte lokale Rißgeschwindigkeit dr/dN gegenüber der makroskopischen Wachstumsgeschwindigkeit entspricht prinzipiell den bekannten experimentellen Befunden [39], [42]. Die hier ermittelte Abweichung um das 20-fache wird hingegen durch isotherme Untersuchungen nicht bestätigt [97], [98].

10.0 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde das Verhalten von Rohren aus dem austenitischen Stahl 1.4436 unter thermozyklischer Belastung untersucht. Zudem war zu klären, ob das auftretende Rißwachstum mit bekannten Versagenskonzepten (linear-elastische Bruchmechanik, J-Integral) beschreibbar ist und ob ein Zusammenhang mit einachsigen isothermen Experimenten herstellbar ist.

Zusammenfassend läßt sich feststellen:

- Zur Untersuchung des Thermoermüdungsverhaltens wurde ein Versuchsstand entwickelt. Auf der Innenseite wassergekühlte Rohrproben wurden von außen induktiv von 100 °C auf 365 °C (335 °C) zyklisch aufgeheizt. Die Heizdauer betrug 2.2s (1.7s), die Abkühlphase ca. 6s (5s).

Die zyklische Belastung führte je nach Maximaltemperatur zum Probenversagen durch wanddurchdringende Risse nach 68000 bis 120000 Zyklen, bzw. 150000 bis 180000 Zyklen.

Axiale Risse entstanden ausschließlich auf der Rohrrinnenwand und konnten ab einer Länge von 100 μm (ca. 30000 Zyklen) ermittelt werden. Das Oberflächenwachstum in Abhängigkeit von der Zyklenzahl wurde durch regelmäßige Inspektionsintervalle über ein Endoskop bestimmt.

Durch Aufbrechen unterschiedlich langer Risse nach Versuchsende ergab sich der Zusammenhang zwischen Rißlänge und Rißtiefe in Abhängigkeit von der Zyklenzahl.

Die Risse zeigten ein ausgeprägtes Wachstum in Oberflächenrichtung, sodaß sich eine stark halb elliptische Geometrie ergab. Mit zunehmender Versuchsdauer trat wegen der zunehmenden Rißdichte eine Abweichung von der axialen Vorzugsrichtung und Vernetzung auf.

Bestimmte Innenwandbereiche wurden bezüglich Rißenstehung und Rißwachstum vollständig ausgewertet. Die Darstellung erfolgte in Form von Histogrammen, die Häufigkeiten ließen sich durch eine Log-Normalverteilung beschreiben.

Ergänzende metallografische und fraktografische Untersuchungen zeigten sowohl trans- als auch interkristallinen Rißverlauf, auf der Bruchfläche wurden in bestimmten Bereichen Schwingungstreifen als Kennzeichen für duktile Rißausbreitung gefunden.

- Zusätzliche isotherme, einachsige Versuche bei Raumtemperatur am Stahl 1.4436 sowie A316 zeigten für verschiedene Dehnschwingbreiten eine gute Übereinstimmung bzgl. der Lebensdauer. Einige Proben wurden mit Hilfe des Folienabdruckverfahrens statistisch ausgewertet. Die Rißhäufigkeiten ließen sich ebenfalls mit einer Log-Normalverteilung beschreiben.
- Ein Vergleich dieser Ergebnisse mit den Thermoermüdungsexperimenten ergab eine höhere Lebensdauer unter isothermen, einachsigen Bedingungen. Die Rißentstehung wurde nicht durch die Versuchsführung beeinflusst. Dagegen erfolgte die Rißausbreitung bei thermozyklischer Belastung beschleunigt.
- Ausgehend von bekannten Materialparametern und den Oberflächentemperaturen während der Aufheizphase wurde eine analytische Lösung der instationären Temperaturverteilung in der Rohrwand vorgestellt.
- Diese diente wiederum als Ausgangsbasis zur Bestimmung der Spannungs- und Dehnungsverteilung in der Wand.

Bei angenommenem rein elastischen Materialverhalten ergaben sich vernachlässigbar kleine Radialspannungen und betrags- und vorzeichenmäßig gleich große Spannungskomponenten in Längs- und Umfangsrichtung (äquibiaxialer Spannungszustand). Die Spannungen an der Innenwand erreichten maximal 607 MPa, an der Außenwand maximal -576 MPa.

Für elastisch plastisches Materialverhalten ließen sich durch Wahl eines geeigneten Ansatzes die Spannungen und Dehnungen während des ersten Halbzyklus bestimmen. Die maximalen Spannungen an der Innenwand betrugen 273 MPa und -220 MPa an der Außenwand, wobei die Umfangs- und die Längskomponente wiederum gleich groß waren. Die Vergleichsdehnung nach v.Mises, gebildet aus den drei Dehnungskomponenten, erreichte Werte von 0.375% bzw. 0.5% an der Innen- und Außenwand.

- Die Berechnung gemittelter Spannungsintensitätsfaktoren für halbelliptische Oberflächenrisse erfolgte mit der Gewichtsfunktionsmethode, für lokale K-Faktoren wurde mit Hilfe von Literaturdaten eine Lösung für die Rohrgeometrie entwickelt. Zugrundegelegt wurde sowohl der Spannungsverlauf bei rein elastischem als auch der bei inelastischem Materialverhalten.

Es zeigte sich, daß der da/dN , dc/dN - ΔK -Verlauf vor allen Dingen für kleine ΔK -Werte keine Übereinstimmung mit Vergleichsdaten aus der Literatur für große, eindimensionale Risse ergab. Durch Berücksichtigung des R-Verhältnisses sowie Korrekturen der Anfangsrißlänge konnte eine Verbesserung erzielt werden.

- Da der da/dN - ΔK -Verlauf ein für kleine Risse typisches Verhalten aufwies, d.h. vergleichsweise hohe Rißgeschwindigkeiten bei kleinen Spannungsintensitätsfaktoren, war

zu vermuten, daß die Belastung zu größeren plastischen Verformungen führte, als die Grenzbedingungen der LEBM zulassen. Die Anwendung einer Näherungslösung des J-Integrals für halb elliptische Oberflächenrisse ergab allerdings ebenfalls keine grundsätzliche Veränderung dieses Verhaltens.

Abschließend läßt sich aufgrund der durchgeführten Untersuchungen sowie unter Berücksichtigung der in der Literatur angegebenen Ergebnisse die Vermutung formulieren, daß

- die wesentliche Einflußgröße auf das Rißausbreitungsverhalten bzw. die Lebensdauer die Temperatur ist.
- eine Beschreibung mit isothermen, einachsigen Experimenten prinzipiell möglich ist, wenn dieser Temperatureinfluß bzw. die dadurch beeinflussten Materialparameter entsprechend berücksichtigt werden.

11.0 Literaturverzeichnis

- /1/ Spera D. A., "What is Thermal Fatigue", in "Thermal Fatigue of Materials and Components", ASTM STP 612, (1976), 3-9.
- /2/ Coffin L. F., Wesley R. P., Schenectady N. J., "Apparatus for Study of Effects of Cyclic Thermal Stresses on Ductile Materials", Transactions of the ASME, Vol. 76, (1954), 923-930.
- /3/ Marchand N., Pelloux R. M., "A Computerized Test System for Thermal-Mechanical Fatigue Crack Growth", Journal of Testing and Evaluation, Vol. 14, No. 6, (1986), 303-311.
- /4/ Hopkins S. W., "Low-Cycle Thermal Mechanical Fatigue Testing", in "Thermal Fatigue of Materials and Components", ASTM STP 612, (1976), 157-169.
- /5/ Okazaki M., Koizumi T., "Crack Propagation of Steel During Low Cycle Thermal-Mechanical and Isothermal Fatigue at Elevated Temperatures", Metallurgical Transactions, Vol. 14A, (1983), 1641-1648.
- /6/ Harrison G. F., Goodwin J. E., Dennis R. S., "Laboratory Simulation of Thermal Fatigue", Fatigue Testing and Design, (1976), 16.1-16.14.
- /7/ Taro U., "On the Change of Hardness in 18-8-Stainless Steel During Thermal Fatigue", Soc. Mat. Sci. J., Vol. 16, No. 162, (1967), 44-50.
- /8/ Glenny E., "A Technique for Thermal-Shock and Thermal-Fatigue Testing Based on the Use of Fluidized Solids", J. of the Institute of Metals, Vol. 87, (1958-59), 294-302.
- /9/ Love J. B., Hoddinott D. S., "Endurance of Type 316 Stainless Steel Subjected to Cyclic Thermal Shock - an Experimental and Theoretical Investigation", Transactions of the 7th International Conference on "Structural Mechanics in Reactor Technology", G/F1/11, Chicago, Illinois, USA, (1983), 157-164.
- /10/ Howes M. A. H., "Evaluation of Thermal Fatigue Resistance of Metals Using the Fluidized Bed Technique", in "Fatigue at Elevated Temperatures", ASTM STP 520, (1973), 243-253.
- /11/ Marsh D. J., "A Thermal Shock Fatigue Study of Type 304 and 316 Stainless Steel", Fatigue of Engng. Mat. and Struct., Vol. 4, No. 2, (1981), 179-195.
- /12/ Czuck G., Mattheck C., Munz D., Stamm H., "Crack Growth under Cyclic Thermal Shock Loading", Nuclear Engng. and Design, Vol. 84, (1985), 189-199.

- /13/ Matera R., Cerrai G., Botti S., "Thermal Fatigue of a Model of Tubular First Wall", *Fusion Technology*, Vol. 2, (1984), 959-965.
- /14/ Bulet H., Vasseur S., Besson J., Pineau A., "Crack Growth Behaviour in a Thermal Fatigue Test. Experiments and Calculations", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 12, No. 2, (1989), 123-133.
- /15/ Kawamoto M., Tanaka M., Nakajima H., "Effects of Several Factors on Thermal Fatigue", *Journal of Fatigue*, Vol. 1, No. 4, (1966), 719-758.
- /16/ Udoguchi T., Wada T., "Thermal Effect on Low Cycle Fatigue Strength of Steels", in "Thermal Stresses and Fatigue", ed. by D. J. Littler, Butterworth, London, 109-123.
- /17/ Taira S., Fujino M., Haji T., "A Method for Life Prediction of Thermal Fatigue by Isothermal Fatigue Testing", *Mechanical Behavior of Materials*, Society of Materials Science, Kyoto, Japan, (1974), 257-264.
- /18/ Taira S., "Relationship Between Thermal Fatigue and Low-Cycle Fatigue at Elevated Temperature", in "Fatigue at Elevated Temperatures", ASTM STP 520, (1973), 80-101.
- /19/ Taira S., Fujino M., Ohtani R., "Collaborative Study of Thermal Fatigue Properties of High Temperature Alloys in Japan", *Fatigue of Engng. Mat. and Struct.*, Vol. 1, (1979), 495-508.
- /20/ Bethge K., "Ausbreitung von halb elliptischen Oberflächenrissen in ferritischen und austenitischen Stahlplatten unter thermozyklischer Belastung", Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe, (1988).
- /21/ Okazaki M., Koizumi T., "Relationship of Crack Growth Between Thermal-Mechanical and Isothermal Low-Cycle Fatigue at Elevated Temperatures", *Transactions of the ASME*, Vol. 109, (1987), 114-118.
- /22/ Marchand N. J., Pelloux R. M., Ilchner B., "A Fracture Mechanics Criterion for Thermal-Mechanical Fatigue Crack Growth of Gas Turbine Materials", *Engng. Fract. Mech.*, Vol. 31, No. 3, (1988), 535-551.
- /23/ DIN 17440, 1982.
- /24/ Wareing J., Vaughan H. G., "Influence of Surface Finish on Low Cycle Fatigue Characteristics of Type 316 Stainless Steel at 400 °C.", *Metal Science*, (1979), 1-8.
- /25/ Maya P. S., Bush D. E., "Effect of Surface Roughness on Low Cycle Fatigue Behavior of Type 304 Stainless Steel", *Metallurgical Transactions*, Vol. 6A, (1975), 1761-1766.
- /26/ Brockhaus abc, Brockhaus Verlag, Leipzig, (1972), 1395.

- /27/ "Manual on the Use of Thermocouples", ASTM STP 470B.
- /28/ "Berührungslose Temperaturmessung", industrie-elektrik + elektronik, Dr. Alfred Hüthig Verlag, 28. Jahrgang, Nr.5, Heidelberg, (1983), 46-47.
- /29/ "Probleme der berührungslosen Temperaturmessung", Sonderdruck aus "Fachbericht Hüttenpraxis, Metallverarbeitung", Nr. 9/10, (1976).
- /30/ "Diskussion der Emissionsgradabhängigkeit von Gesamt-, Teilstrahl- und Quotientenpyrometern", Sonderdruck aus "Archiv für technisches Messen", Heft 7, (1974).
- /31/ Morrison R., "Grounding and Shielding Technics in Instrumentation", Verlag Wiley & Sons, New York, (1967).
- /32/ Smirnow W. I., "Lehrgang der höheren Mathematik", Teil III/2, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1974).
- /33/ Preininger D., unveröffentlichter Bericht des Kernforschungszentrums Karlsruhe, (1986).
- /34/ Timoshenko S., Goodier J. N., "Theory of Elasticity", Mc Graw-Hill, New York, (1951).
- /35/ Kraus H., "Creep Analysis", Wiley & Sons, New York, (1980).
- /36/ Odqvist F., Hult J., "Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe", Springer-Verlag, Berlin, (1962).
- /37/ Reckling K., "Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme", Springer-Verlag, Berlin, (1967).
- /38/ Prager W., Hodge P. G., "Theorie ideal plastischer Körper", Springer-Verlag, Wien, (1954).
- /39/ D. Munz, K. Schwalbe, P. Mayr, "Dauerschwingverhalten metallischer Werkstoffe", vieweg, (1971).
- /40/ Kemppainen M., Törrönen K., "An Evaluation of Oxide Removal from Corrosion Fatigue Fracture Surfaces", Tech. Research Center of Finland, UTF-MET B-43.
- /41/ Schwalbe, K., "Bruchmechanik metallischer Werkstoffe", Hanser-Verlag, (1980).
- /42/ Munz D., "Mikroskopische Erscheinungsformen des Schwingbruchs" in "Systematische Beurteilung technischer Schadensfälle", Deutsche Gesellschaft für Metallkunde, (1987), 155-184.

- /43/ Forman R. G., Kearney V. E., Engle R. M., "Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic Loaded Structures", Trans. ASME, Journ. of Basic Engineering 89, (1967), 459.
- /44/ Erdogan F., Ratwani M., "Fatigue and Frcture of Cylindrical Shells Containing a Circumferential Crack", Int. Journ. of Fract. Mech. 6, (1970), 379.
- /45/ Klesnil M., Lukas P., "Effect of Sress Cycle Asymetry on Fatigue Crack Growth", Mat. Sci. Engng. 9, (1972), 231.
- /46/ Paris P. C., Erdogan F., "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", Trans. ASME, Journ. of Basic Engineering, Series D, 85, (1963), 528-534.
- /47/ Speidel M. O., "Interkristalline Korrosionsermüdung in Stahl", in "Bruchuntersuchung und Schadensklärung", Allianz-Versicherungs AG, München, Berlin, (1976).
- /48/ Barsom J. N., "Corrosion Fatigue Crack Propagation below K_{ISCC} ", Eng. Fract. Mech. 3, (1971), 15-25.
- /49/ Krompholz K., Grosser E. D., Moritz E., "Untersuchungen zum Ermüdungsrißwachstum des austenitischen Stahls X6CrNi 18 11 (1.4948)", Z. Werkstofftechn. 12, (1981), 440-449.
- /50/ Cullen W., Gabetta G., Hanninen H., "A Review of the Models and Mechanisms for Environmentally Assisted Crack Growth of Pressure Vessel and Piping Shells in PWR-Environments", U. S. Nuclear Regulatory Commission Washington D. C., NUREG/CR-4422.
- /51/ Achilles R. D., Bulloch J. H., "The Effect of Frequency and Environment on the Fatigue Crack Growth Behavior of SA 508 cl III RPV STEEL", Int. Jour. Pres. Ves. and Piping 30, (1987), 171-192.
- /52/ Elber W., "Fatigue Crack Closure Under Cyclic Tension", Engng. Fracture Mech. 2, (1970), 37.
- /53/ Kurihara M., Katoh A., Kawahara M., "Analysis on Fatigue Crack Growth Rates Under a Wide Range of Stress Ratios", J. Pres. Ves. Tech., Vol. 108, (1986), 209-213.
- /54/ Rice J. R., "Some Remarks on Elastic Crack Tip Stress Fields", International Journal of Solids and Structures 8, (1972), 751.
- /55/ Fett T., Mattheck C., Munz D., "On the Accuracy of the Cruse-Besuner Weight Function Approximation for Two-Dimensional Cracks", Int. J. of Frac., 40, (1989), 307-313.

- /56/ Newman J.C., Raju I.S., "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack", *Engng. Fract. Mech.* 15, (1981), 185-192.
- /57/ Fett T., "The Crack Opening Displacement Field of Semi-Elliptical Surface Cracks in Tension for Weight Function Applications", *Int. J. of Fract.*, (1988), 55-69.
- /58/ Cruse T.A., Besuner P.M., "Residual Life Prediction for Surface Cracks in Complete Structural Details", *J. of Aircraft* 12, (1975), 369-375.
- /59/ Newman J.C., Raju I.S., "Analysis of Surface Cracks in Finite Plates Under Tension or Bending Loads", *NASA Technical Paper* 1578, (1979).
- /60/ Fett T., "Spannungsintensitätsfaktoren für halbelliptische Oberflächenrisse in Platten für polynomförmige Spannungsverteilungen", unveröffentlichter Bericht des Kernforschungszentrums Karlsruhe, (1989).
- /61/ Shiratori M., Miyoshi T., Tanikawa K., "Analysis of Stress Intensity Factors for Surface Cracks Subjected to Arbitrarily Distributed Surface Stresses", *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.* 52, (1986), (zitiert in /62/), 390-398.
- /62/ Murakami V. et al., *Stress Intensity Factors Handbook*, Pergamon Press, (1987).
- /63/ Raju I.S., Newman J.C., "Internal and External Surface Cracks in Cylindrical Vessels", in /70/, 751-758.
- /64/ Andrasic C.P., Parker A.P., "Thin Cylinder With One or Two Internal or External Radial Cracks Under Polynomial Crack Face Loadings", zitiert in /62/, 309-317.
- /65/ Milella P.P., Pini A., "Stress Intensity Factor Solution for Semi-Elliptical Surface Flaws of Any Aspect Ratio and Depth Longitudinally Oriented in Cylinders Subjected to Arbitrary Loading", *Interner Bericht ACO/ATEM RT 3*, (1988).
- /66/ McGowan J.J., Raymund M., "Stress Intensity Factor Solutions for Internal Longitudinal Semi-Elliptical Surface Flaws in a Cylinder Under Arbitrary Loadings" *ASTM STP 677*, (1979), 365-380.
- /67/ Heliot J., Labbens R.C., Pellisier-Tanon A., "Semi-Elliptical Cracks in a Cylinder Subjected to Stress Gradients", *ASTM STP 677*, (1979), 341-364.
- /68/ Lange H., "Rißausbreitungsverhalten verschiedener Stähle bei negativen R-Verhältnissen", Diplomarbeit am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe, (1987).

- /69/ Balzer G., Müller S., "Rißgeschwindigkeits- und Schallemissions- Messungen am Stahl A316 LSPH. Teil 1: Messungen bei Raumtemperatur", unveröffentlichter Bericht des Kernforschungszentrums Karlsruhe, (1987).
- /70/ El Haddad M. H., Dowling N. E., Topper T. H., Smith K. N., "J Integral Applications for Short Fatigue Cracks at Notches", *Int. J. of Fracture*, Vol. 16, No. 1, (1980), 15-30.
- /71/ El Haddad M. H., Smith K. N., Topper T. H., "Fatigue Crack Propagation of Short Cracks", *Transactions of the ASME*, Vol. 101, (1979), 42-46.
- /72/ Irwin G. R., "Structural Aspects of Brittle Fracture", *Appl. Mat. Res.*, 65, (1964).
- /73/ ASTM-E647-78T, "Tentative Test Method for Constant-Load-Amplitude Fatigue Crack Growth Rates Above 10^{-8} m/Cycle", *Annual Book of ASTM-Standards*, Part 10, American Society of Testing and Materials, Philadelphia Pa.
- /74/ Munz D., "Bruchmechanische Bewertung von Ermüdungsrissen" in "Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe", DGM Informationsgesellschaft, Verlag, (1984), 129-166.
- /75/ Brown M. W., "Interfaces Between Short, Long and Non-Propagating Cracks", in "Behaviour of Short Fatigue Cracks", EGF Pub. 1, Mechanical Engineering Publications, London, (1986), 423-439.
- /76/ Miller K. J., "The Behaviour of Short Fatigue Cracks and Their Initiation, Part II - A General Summary", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 10, No. 2, (1987), 93-113.
- /77/ Okazaki M., Endoh T., Koizumi T., "Surface Small Crack Growth Behavior of Type 304 Stainless Steel in Low-Cycle Fatigue at Elevated Temperature", *J. of Engng. Mat. and Techn.*, Vol. 110/9, (1988), 9-16.
- /78/ Shin C. S., Smith R. A., "Fatigue Crack Growth at Stress Concentrations - The Role of Notch Plasticity and Crack Closure", *Engng. Frac. Mech.*, Vol. 29, No. 3, (1988), 301-315.
- /79/ Skelton R. P., "Growth of Short Cracks During High Strain Fatigue and Thermal Cycling", *ASTM STP 770*, (1982), 337-381.
- /80/ Leis B. N., Hopper A. T., Broek D., Kanninen M. F., "Critical Review of the Fatigue Growth of Short Cracks", *Engng. Frac. Mech.*, Vol. 2, No. 5, (1986), 883-898.
- /81/ Kitagawa H., Takahashi S., Suh C. M., Miyashita S., "Quantitative Analysis of Fatigue Process - Microcracks and Slip Lines Under Cyclic Strains", *ASTM STP 675*, (1978), 420-449.

- /82/ Begley J.A., Landes J.D., "The J Integral as a Fracture Criterion", Fracture Toughness Proceedings of the 1971 National Symposium on Fracture Mechanics, ASTM STP 514, (1972), 1-20.
- /83/ Rice J. R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentrations by Notches and Cracks", Trans. ASME, J. Appl. Mech., (1968), 379-386.
- /84/ Munz D., "Das J-Integral- ein neues Bruchkriterium", Zeitschrift für Werkstofftechnik, 7, (1976), 11-120.
- /85/ He M. Y., Hutchinson J. W., "The Penny-Shaped Crack and the Plain Strain Crack in an Infinite Body of Power Law Material", Transactions of the ASME, Vol. 48, (1981), 830-840.
- /86/ Watson R.D., "The Impact of Inelastic Deformation, Radiation Effects and Fatigue Damage of Fusion Reactor First Wall Lifetime", Dissertation an der Universität Wisconsin-Madison, (1981).
- /87/ Dowling N. E., Crack Growth During Low-Cycle Fatigue of Smooth Axial Specimens", ASTM STP 637, (1977), 97-121.
- /88/ Zenner H., Heidenreich R., "Zum Anrißbeginn im Niedriglastwechselbereich", Materialprüfung, DVM, Band 20, (1978), 421-423.
- /89/ Ebi G., Riedel H., Neumann P., "Ein Abdruckverfahren zur Beobachtung von Rißbildung und Rißwachstum in einem austenitischen Stahl", Berichtsband Tagung Werkstoffprüfung, Bad Nauheim, DVM (1985), 129-136.
- /90/ Jaske C.E., Mindlin H., Perrin J.S., "Development of Elevated Temperature Fatigue Design Information for Type 316 Stainless Steel" in "Creep and Fatigue in Elevated Temperature Applications", Inst. Mech. Eng., (1974), C163.1-C163.7.
- /91/ Conway J. B., Stentz R. H., Berling J. T., "Fatigue, Tensile and Relaxation Behavior of Stainless Steels", Technical Information Center, Office of Information Services, United States Atomic Energy Commission, 1975.
- /92/ Ives K.D., Kooistra L.F., Tucker J.T., "Equibiaxial Low Cycle Fatigue Properties of Typical Pressure-Vessel Steels", Transactions of the ASME, Series D, Journal of Basic Engineering, (3/1966), 745-754.
- /93/ Miller J., "Low Cycle Fatigue Under Biaxial Strain-Controlled Conditions", Journal of Materials, JMLSA, Vol. 7, No. 3, (1972), 307-314.

- /94/ Brown M. W., Miller K. J., "Mode I Fatigue Crack Growth under Biaxial Stress at Room and Elevated Temperature" in "Multiaxial Fatigue", ASTM STP 853, (1985), 135-152.
- /95/ Smith E. W., Pascoe K.J., "Fatigue Crack Initiation and Growth in a High-Strength Ductile Steel Subjected to In-Phase Biaxial Loading" in "Multiaxial Fatigue", ASTM STP 853, (1985), 111-134.
- /96/ Sheffler K. D., "Vacuum Thermal Fatigue Behavior of Two Iron-Base Alloys", in "Thermal Fatigue of Materials and Components", ASTM STP 612, (1976), 214-226.
- /97/ Heiser F.A., Hertzberg R.W., "Anisotropy of Fatigue Crack Propagation", Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, (1971), zitiert in /42/, 211-217.
- /98/ Albertin L., Hudak S.J., "Effekt of Compressive Loading on Fatigue Crack Growth Rate and Striation Spacing in Type 2219-T851 Aluminum Alloy", in ASTM STP 733, (1981), zitiert in /42/, 187-201.

12.0 Anhang

12.1 Erweiterte Lösung der instationären Wärmeleitungsgleichung

Eine Erweiterung der in Kap. 3 angegebenen Lösung ist durch die Berücksichtigung variabler Wärmeübergänge an der Rohrrinnenwand und der Rohraußenwand möglich. Die Randbedingungen schreiben sich dann in der Form

$$\frac{\partial T}{\partial \rho}(\rho = R) = \frac{h_1}{\lambda} [T(R) - T_u]$$

bzw.

$$\frac{\partial T}{\partial \rho}(\rho = r) = \frac{h_2}{\lambda} [T(R) - T_i]$$

h_1 und h_2 sind die Wärmeübergangszahlen an der Außen-, bzw. Innenwand, T_u die Umgebungstemperatur, T_i die Innentemperatur, die beide als konstant angenommen und identisch 0 gesetzt werden.

Als bestimmungsgleichung für die v Nullstellen α_v ergibt sich

$$\frac{h_1 J_0(\alpha R) + \lambda \alpha J_1(\alpha R)}{h_1 Y_0(\alpha R) + \lambda \alpha Y_1(\alpha R)} = \frac{h_2 J_0(\alpha r) + \lambda \alpha J_1(\alpha r)}{h_2 Y_0(\alpha r) + \lambda \alpha Y_1(\alpha r)}$$

Entsprechend der Vorgehensweise in Kap. 3 ergibt sich die Temperaturverteilung zu

$$T(\rho, t) = \left\{ \sum_{v=0}^{\infty} A_v \cdot \frac{[h_2 J_0(\alpha_v \rho) Y_0(\alpha_v r) + \lambda \alpha_v J_0(\alpha_v \rho) Y_1(\alpha_v r) - h_2 J_0(\alpha_v r) Y_0(\alpha_v \rho) - \lambda \alpha_v J_1(\alpha_v r) Y_0(\alpha_v \rho)]}{h_2 Y_0(\alpha_v r) + \lambda \alpha_v Y_1(\alpha_v r)} \right\}.$$

$$e^{-\alpha^2 \kappa t} + c_1 \left[\ln\left(\frac{\rho}{r}\right) + \frac{\lambda}{h_2 r} \right] - \frac{1}{\lambda} \int_r^\rho \frac{1}{\rho} \int_\rho^R \dot{q}(\rho) \rho d\rho d\rho - \frac{1}{h_2 r} \int_r^R \dot{q}(\rho) \rho d\rho$$

mit

$$c_1 = \frac{-\left[\frac{h_1}{\lambda^2} \int_r^R \frac{1}{\rho} \int_\rho^R \dot{q}(\rho) \rho d\rho d\rho + \frac{h_1}{h_2} \frac{1}{r\lambda} \int_r^R \dot{q}(\rho) \rho d\rho \right]}{\frac{1}{R} - \frac{h_1}{\lambda} \ln\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{h_1}{h_2} \frac{1}{r}}$$

Mit den Abkürzungen

$$F(\rho) = \frac{1}{\lambda} \int_r^R \frac{1}{\rho} \int_\rho^R \dot{q}(\rho) \rho d\rho d\rho$$

und

$$L(a_\nu \rho) = h_2 J_0(a_\nu \rho) Y_0(a_\nu r) + \lambda a_\nu J_0(a_\nu \rho) Y_1(a_\nu r) - h_2 J_0(a_\nu r) Y_0(a_\nu \rho) - \lambda a_\nu J_1(a_\nu r) Y_0(a_\nu \rho)$$

ergeben sich die A_ν aus

$$A_\nu = [h_2 Y_0(a_\nu r) + \lambda a_\nu Y_1(a_\nu r)] \cdot \frac{\int_r^R \left\{ \frac{1}{\lambda} F(\rho) + \frac{1}{h_2 r} \int_r^R r \rho R \dot{q}(\rho) \rho d\rho - c_1 \left[\ln\left(\frac{\rho}{r}\right) + \frac{\lambda}{h_2 r} \right] \right\} L(a_\nu \rho) \rho d\rho}{\int_r^R L(a_\nu \rho)^2 \rho d\rho}$$

12.2 Lösung der Integrale aus Kap. 3.2.3

Bei der Bestimmung der Koeffizienten A_ν sind für $\nu = \mu$ folgende Integrale zu lösen :

$$\int_r^R [J_0(a_\nu \rho) Y_1(a_\nu R) J_0(a_\nu \rho) Y_1(a_\nu R)] \rho d\rho = \frac{\rho^2}{2} [J_0(a_\nu \rho)^2 + J_1(a_\nu \rho)^2] Y_1(a_\nu R) \Big|_r^R$$

$$- \int_r^R [J_0(a_\nu \rho) Y_1(a_\nu R) Y_0(a_\nu \rho) J_1(a_\nu R)] \rho d\rho =$$

$$\frac{1}{2} J_1(a_\nu R) Y_1(a_\nu R) \left\{ [J_1(a_\nu \rho) Y_1(a_\nu \rho) + J_0(a_\nu \rho) Y_0(a_\nu \rho)] \rho^2 \right\} \Big|_r^R$$

$$\int_r^R [Y_0(a_\nu \rho) J_1(a_\nu R) Y_0(a_\nu \rho) J_1(a_\nu R)] \rho d\rho = \frac{\rho^2}{2} [Y_0(a_\nu \rho)^2 + Y_1(a_\nu \rho)^2] J_1(a_\nu R) \Big|_r^R$$

12.3 Geometriefunktionen für gewichtet gemittelte K -Faktoren

12.3.1 Elastisches Materialverhalten

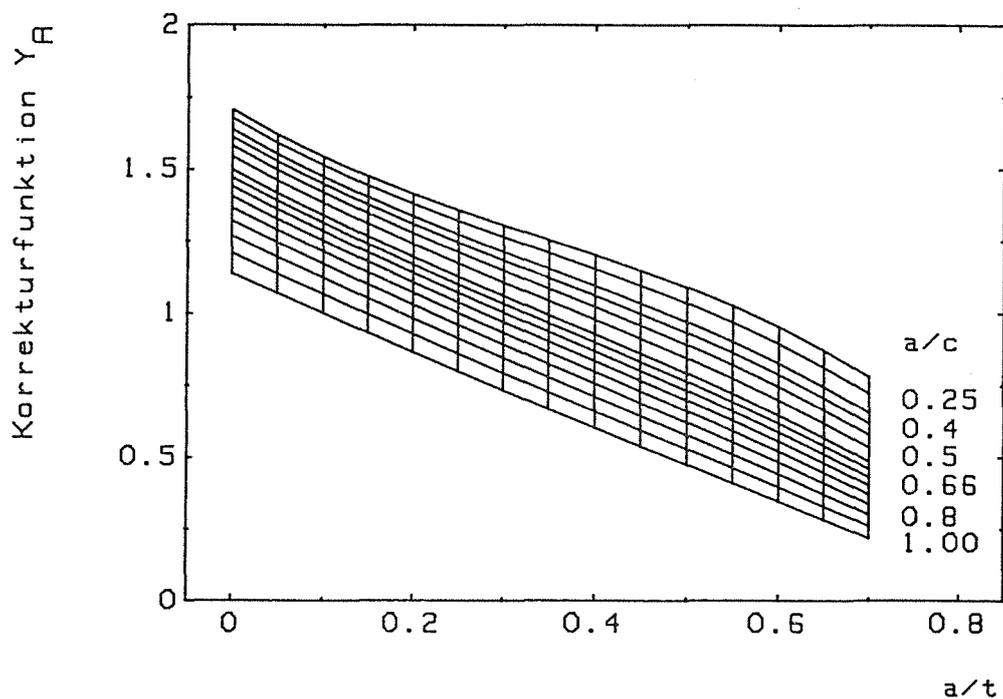


Abbildung 100. Geometriefunktionen im Punkt A in Abhängigkeit von der Rißgeometrie.

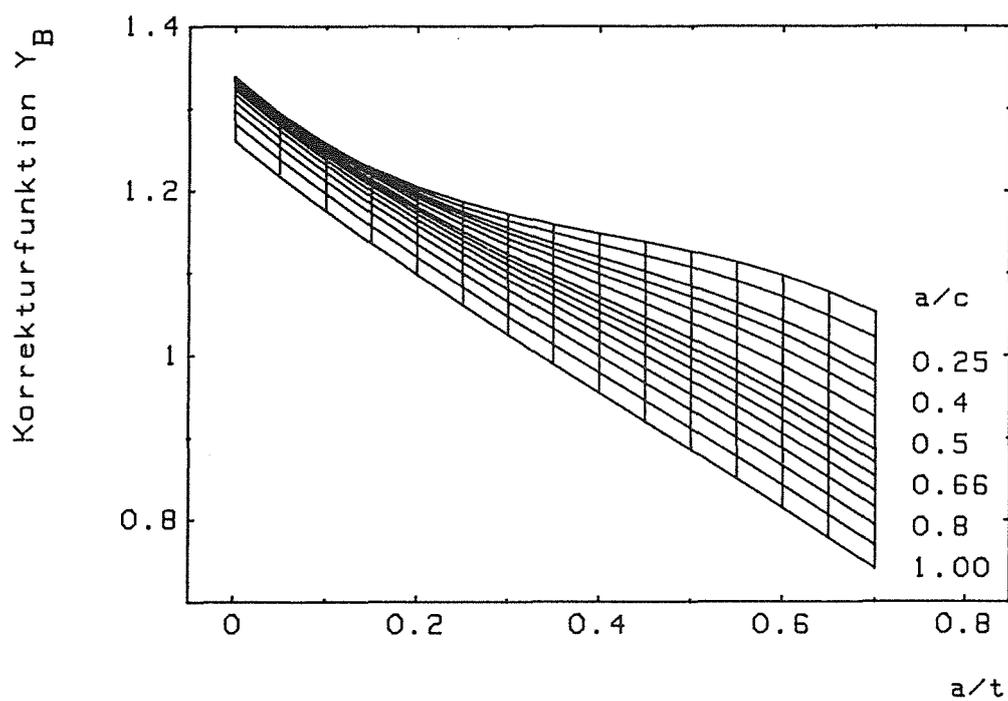


Abbildung 101. Geometriefunktionen im Punkt B in Abhängigkeit von der Rißgeometrie.

12.3.2 Inelastisches Materialverhalten

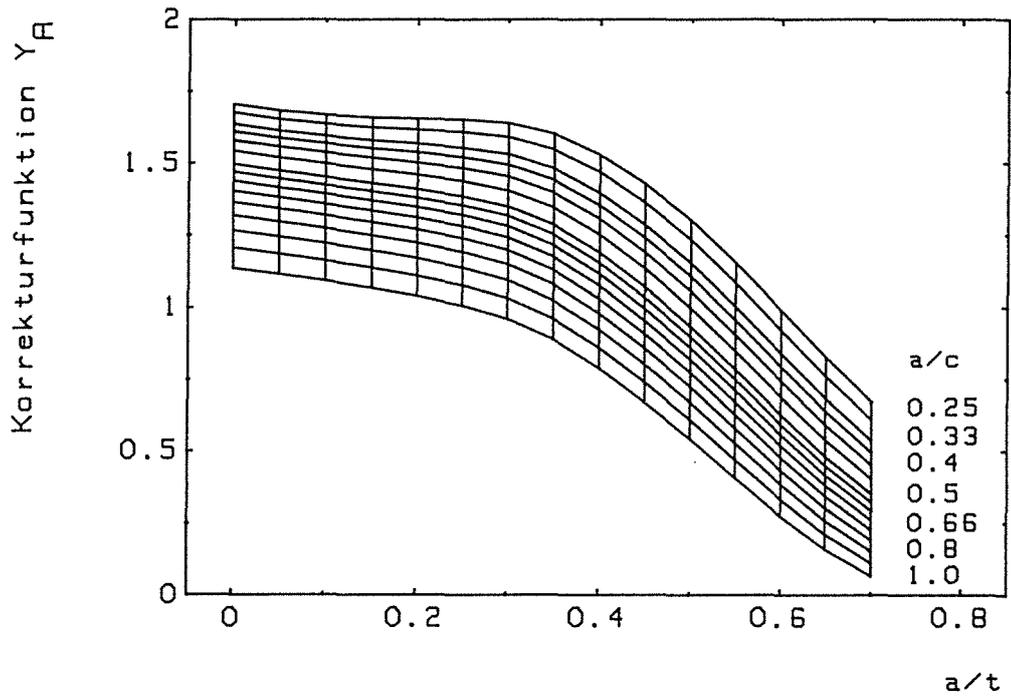


Abbildung 102. Geometriefunktionen im Punkt A in Abhängigkeit von der Rißgeometrie.

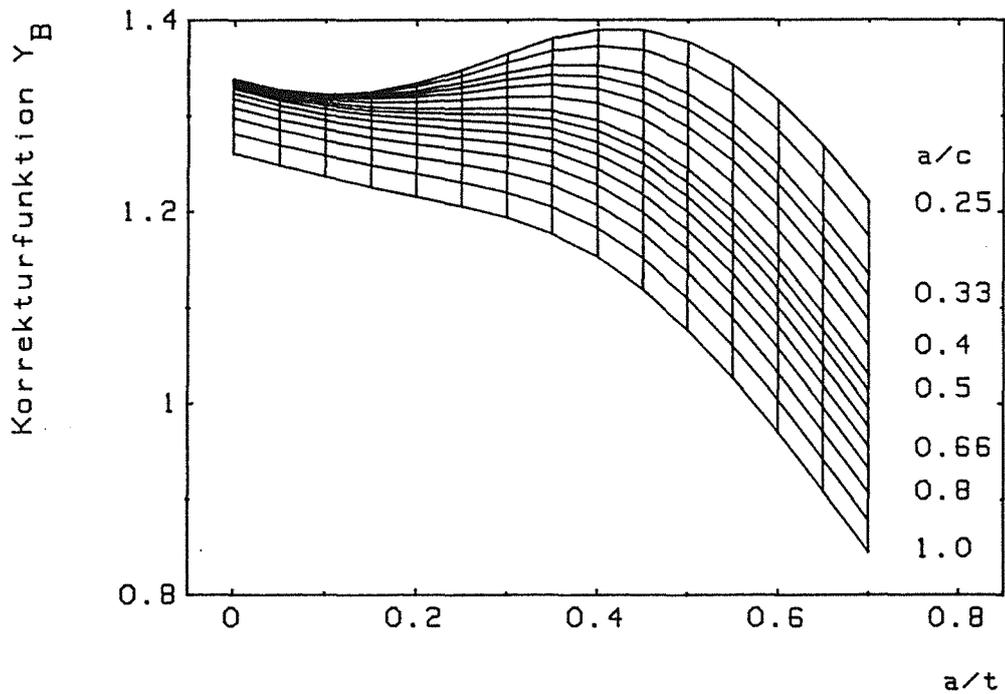


Abbildung 103. Geometriefunktionen im Punkt B in Abhängigkeit von der Rißgeometrie.

12.4 Geometriefunktionen nach RAJU und NEWMAN

Die von Newman und Raju [66],[67] angegebenen Formeln lauten:

$$Y_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{E} (k)(M_1 + M_2 a^2 + M_3 a^4) f(\phi) g(\phi) \quad a = a/t$$

mit

$$M_1 = 1.13 - 0.09 \frac{a}{c}$$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + a/c}$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1}{0.65 + a/c} + 14(1 - a/c)^{24}$$

$$g(\phi) = 1 + (0.1 + 0.35 a^2)(1 - \sin \phi)^2$$

$$f(\phi) = \left[\sin^2 \phi + \left(\frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \phi \right]^{1/4}$$

und dem elliptischen Integral zweiter Art $E(k)$. Die in Gleichung (7.13) auftretende Funktion H lautet

$$H = H_1 + (H_2 - H_1) \sin^p \phi$$

mit

$$p = 0.2 + \frac{a}{c} + 0.6 \frac{a}{t}$$

$$H_1 = 1 - 0.34 \frac{a}{t} - 0.11 \frac{a}{c} \frac{a}{t}$$

$$H_2 = 1 + G_1 a + G_2 a^2$$

$$G_1 = -1.22 - 0.12 \frac{a}{c}$$

$$G_2 = 0.55 - 1.05 \left(\frac{a}{c} \right)^{0.75} + 0.47 \left(\frac{a}{c} \right)^{1.5}$$

12.5 Geometriefunktion bei quadratischer Spannungsverteilung

Für den *halbelliptischen Oberflächenriß* in der ebenen Platte lautet die Geometriefunktionen bei quadratischer Spannungsverteilung:

$$Y_2 = \left(\frac{a}{t}\right)^2 \left\{1 + \left[0.1 + 0.35\left(\frac{a}{t}\right)^2\right](1 - \sin \phi)^2\right\} \cdot \left[\sin^2 \phi + \left(\frac{a}{c}\right)^2 \cos^2 \phi\right]^{1/4} \cdot F$$

Die Geometriefunktion ist in /60/ tabelliert. Für die Wertebereiche $0.1 < a/c < 1$ und $a/t < 0.7$ kann die Funktion F durch

$$F = A + B \cos^2 \phi + C \cos^4 \phi$$

mit

$$A = A_1 + A_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + A_3 \left(\frac{a}{t}\right)^3$$

$$B = B_1 + B_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + B_3 \left(\frac{a}{t}\right)^3$$

$$C = C_1 + C_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + C_3 \left(\frac{a}{t}\right)^3$$

und

$$A_1 = 0.9529 - 0.2787 \frac{a}{c} + 0.0409 \left(\frac{a}{c}\right)^2$$

$$B_1 = -0.7646 + 0.1194 \frac{a}{c} - 0.0712 \left(\frac{a}{c}\right)^2$$

$$C_1 = -0.1725 + 0.3857 \frac{a}{c} - 0.1424 \left(\frac{a}{c}\right)^2$$

$$A_2 = 0.2511 - 0.4448 \frac{a}{c} + 0.1780 \left(\frac{a}{c}\right)^2$$

$$B_2 = 5.6746 - 12.606 \frac{a}{c} + 7.2796 \left(\frac{a}{c}\right)^2$$

$$C_2 = -5.6546 + 12.748 \frac{a}{c} - 7.3959 \left(\frac{a}{c}\right)^2$$

$$A_3 = 0.4679 - 1.2264 \frac{a}{c} + 0.7591 \left(\frac{a}{c} \right)^2$$

$$B_3 = -4.1933 + 9.4918 \frac{a}{c} - 5.4197 \left(\frac{a}{c} \right)^2$$

$$C_3 = 3.5834 - 8.1194 \frac{a}{c} + 4.6481 \left(\frac{a}{c} \right)^2$$

angenähert werden.

12.6 Koeffizienten für den durchgehenden Oberflächenriß

Die Koeffizienten in Gleichung (7.14) für den gerade durchgehenden Oberflächenriß nach /60/ können als Funktionen von a/t dargestellt werden:

$$A_1 = 2 + a \frac{11.702 + a - 8(1-a)^{11/2}}{(1-a)[(1-a)^{11/2} + 3.234 + a]}$$

$$A_2 = -0.5478 + \frac{0.701a + 0.207a^2 + 4.152a^3 - 0.707a^4}{\sqrt{1-a}}$$

$$A_3 = -0.3652 + \frac{0.390a + 1.152a^2 + 8.927a^3 - 4.619a^4}{\sqrt{1-a}^3}$$

$$A_4 = 0.5159 + \frac{-0.234a - 0.059a^2 - 1.415a^3 + 0.263a^4}{\sqrt{1-a}}$$

$$A_5 = 0.2064 + \frac{-5.945a^4 + 5.112a^5 + 3.811a^6 - 4.330a^7}{\sqrt{1-a}^3}$$

12.7 Tabellierte Geometriefunktionen für das Rohr

a/t	a/c						
	0.00	.20	.40	.60	.80	1.00	
.01	A	1.1218	1.0589	.9512	.8427	.7457	.6625
	B	0.0000	.5209	.6618	.7180	.7337	.7288
.20	A	1.3819	1.1221	.9834	.8603	.7553	.6676
	B	0.0000	.5589	.6928	.7423	.7526	.7437
.40	A	2.1119	1.3006	1.0723	.9084	.7817	.6814
	B	0.0000	.6723	.7840	.8134	.8083	.7877
.50	A	2.8032	1.4236	1.1316	.9401	.7990	.6905
	B	0.0000	.7560	.8499	.8647	.8486	.8199
.60	A	4.0046	1.5610	1.1955	.9737	.8172	.7001
	B	0.0000	.8559	.9270	.9247	.8960	.8583
.80	A	11.9900	1.8476	1.3150	1.0334	.8488	.7171
	B	0.0000	1.0940	1.1011	1.0598	1.0051	.9494

Tabelle 11a: $\frac{Y_0}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0$.

a/t	a/c						
	0.00	.20	.40	.60	.80	1.00	
.01	A	1.1218	1.0589	.9512	.8427	.7457	.6625
	B	0.0000	.5209	.6618	.7180	.7337	.7288
.20	A	1.3670	1.0769	.9477	.8380	.7401	.6530
	B	0.0000	.5713	.6825	.7135	.7274	.7339
.40	A	2.0500	1.2700	1.0250	.8650	.7500	.6650
	B	0.0000	.6850	.7650	.7830	.7800	.7700
.50	A	2.6300	1.3759	1.0764	.8929	.7612	.6772
	B	0.0000	.7546	.8321	.8302	.8127	.7931
.60	A	3.6300	1.5000	1.1300	.9250	.7770	.6850
	B	0.0000	.8500	.9150	.8750	.8520	.8230
.80	A	9.5000	1.7949	1.2651	.9908	.8197	.7008
	B	0.0000	1.1112	1.0695	1.0025	.9445	.8887

Tabelle 11b: $\frac{Y_0}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.05$.

a/t	a/c						
	0.00	.20	.40	.60	.80	1.00	
.01	A	1.1218	1.0589	.9512	.8427	.7457	.6625
	B	0.0000	.5209	.6618	.7180	.7337	.7288
.20	A	1.3507	1.0617	.9321	.8106	.7196	.6466
	B	0.0000	.5780	.6756	.7057	.7196	.7263
.40	A	1.9800	1.2400	1.0100	.8530	.7420	.6600
	B	0.0000	.6790	.7550	.7700	.7730	.7530
.50	A	2.4700	1.3588	1.0582	.8811	.7598	.6689
	B	0.0000	.7532	.8138	.8145	.8049	.7766
.60	A	3.3100	1.4800	1.1050	.9120	.7780	.6770
	B	0.0000	.8570	.8860	.8680	.8430	.8010
.80	A	7.7300	1.7825	1.2112	.9814	.8197	.6944
	B	0.0000	1.1226	1.0599	.9962	.9247	.8588

Tabelle 11c: $\frac{Y_0}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.10$.

a/t	a/c						
	0.00	.20	.40	.60	.80	1.00	
.01	A	1.1218	1.0589	.9512	.8427	.7457	.6625
	B	0.0000	.5209	.6618	.7180	.7337	.7288
.20	A	1.3340	1.0541	.9277	.8145	.7196	.6447
	B	0.0000	.5780	.6730	.7127	.7189	.7224
.40	A	1.9100	1.2280	1.0000	.8480	.7290	.6550
	B	0.0000	.6750	.7500	.7700	.7620	.7470
.50	A	2.3300	1.3455	1.0460	.8709	.7400	.6651
	B	0.0000	.7551	.8104	.8145	.7964	.7677
.60	A	3.0200	1.4750	1.0980	.8950	.7510	.6750
	B	0.0000	.8870	.8950	.8630	.8320	.7920
.80	A	6.4500	1.7901	1.2173	.9555	.7824	.6957
	B	0.0000	1.1312	1.0599	.9892	.9177	.8492

Tabelle 11d: $\frac{Y_0}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.15$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	1.1218	1.0589	.9512	.8427	.7457	.6625
	B	0.0000	.5209	.6618	.7180	.7337	.7288
.20	A	1.3180	1.0484	.9199	.8161	.7246	.6434
	B	0.0000	.5770	.6712	.7088	.7189	.7199
.40	A	1.8500	1.2250	.9880	.8370	.7310	.6530
	B	0.0000	.6680	.7470	.7640	.7550	.7460
.50	A	2.2200	1.3397	1.0399	.8607	.7394	.6625
	B	0.0000	.7570	.8078	.8067	.7859	.7619
.60	A	2.7700	1.4850	1.0950	.8890	.7500	.6720
	B	0.0000	.8570	.8820	.8570	.8230	.7860
.80	A	5.6000	1.8187	1.2260	.9555	.7894	.6989
	B	0.0000	1.1379	1.0599	.9829	.9106	.8422

Tabelle 11e: $\frac{Y_0}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.20$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	1.1218	1.0589	.9512	.8427	.7457	.6625
	B	0.0000	.5209	.6618	.7180	.7337	.7288
.20	A	1.3040	1.0446	.9191	.8161	.7246	.6428
	B	0.0000	.5770	.6695	.7180	.7337	.7186
.40	A	1.7840	1.2150	.9840	.8500	.7460	.6520
	B	0.0000	.6700	.7450	.7600	.7630	.7450
.50	A	2.1320	1.3378	1.0373	.8811	.7598	.6632
	B	0.0000	.7589	.8034	.8004	.7824	.7587
.60	A	2.5660	1.4800	1.1000	.9160	.7750	.6730
	B	0.0000	.8650	.8820	.8510	.8040	.7740
.80	A	4.9700	1.8654	1.2547	.9868	.8105	.7040
	B	0.0000	1.1436	1.0599	.9861	.9099	.8384

Tabelle 11f: $\frac{Y_0}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.25$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.6812	.6572	.6024	.5442	.4906	.4440
	B	0.0000	.0943	.1270	.1458	.1570	.1625
.20	A	.7841	.6667	.6096	.5511	.4971	.4493
	B	0.0000	.1011	.1329	.1507	.1611	.1674
.40	A	1.0609	.7366	.6497	.5773	.5147	.4606
	B	0.0000	.1217	.1505	.1651	.1730	.1772
.50	A	1.3139	.7865	.6776	.5949	.5261	.4678
	B	0.0000	.1368	.1631	.1755	.1816	.1845
.60	A	1.7424	.8408	.7074	.6136	.5381	.4754
	B	0.0000	.1549	.1780	.1877	.1917	.1931
.80	A	4.4523	.9437	.7597	.6458	.5591	.4891
	B	0.0000	.1980	.2114	.2151	.2151	.2136

Tabelle 12a: $\frac{Y_1}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.6816	.6572	.6024	.5442	.4906	.4440
	B	0.0000	.0943	.1270	.1458	.1570	.1625
.20	A	.7785	.6504	.5921	.5294	.5004	.4670
	B	0.0000	.0876	.1148	.1300	.1396	.1465
.40	A	1.0300	.7180	.6250	.5440	.5040	.4640
	B	0.0000	.1020	.1380	.1470	.1480	.1460
.50	A	1.2600	.7580	.6443	.5600	.5096	.4657
	B	0.0000	.1324	.1552	.1582	.1558	.1510
.60	A	1.6100	.8100	.6660	.5780	.5180	.4710
	B	0.0000	.1620	.1760	.1740	.1660	.1580
.80	A	3.0270	.9217	.7130	.6187	.5427	.4867
	B	0.0000	.2304	.2209	.2052	.1903	.1765

Tabelle 12b: $\frac{Y_1}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.05$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.6820	.6572	.6024	.5442	.4906	.4440
	B	0.0000	.0943	.1270	.1458	.1570	.1625
.20	A	.7729	.6408	.5843	.5341	.4906	.4555
	B	0.0000	.0752	.1087	.1175	.1233	.1255
.40	A	1.0100	.7030	.6100	.5550	.5050	.4600
	B	0.0000	.1050	.1340	.1400	.1410	.1350
.50	A	1.2000	.7456	.6286	.5678	.5124	.4644
	B	0.0000	.1314	.1530	.1551	.1501	.1408
.60	A	1.4900	.7960	.6520	.5820	.5230	.4710
	B	0.0000	.1630	.1760	.1690	.1600	.1480
.80	A	2.3700	.9141	.7008	.6109	.5427	.4842
	B	0.0000	.2409	.2252	.2013	.1804	.1625

Tabelle 12c: $\frac{Y_1}{\sqrt{n}}$ für $t/R = 0.10$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.6824	.6572	.6024	.5442	.4906	.4440
	B	0.0000	.0943	.1270	.1458	.1570	.1625
.20	A	.7672	.6370	.5817	.5294	.4899	.4549
	B	0.0000	.0752	.1078	.1167	.1219	.1249
.40	A	.9800	.6980	.6060	.5460	.5020	.4590
	B	0.0000	.1050	.1330	.1360	.1370	.1330
.50	A	1.1500	.7427	.6252	.5600	.5096	.4638
	B	0.0000	.1317	.1522	.1504	.1459	.1382
.60	A	1.3900	.7930	.6480	.5750	.5190	.4710
	B	0.0000	.1660	.1750	.1670	.1560	.1440
.80	A	1.9600	.9170	.7017	.6093	.5399	.4859
	B	0.0000	.2447	.2269	.2044	.1804	.1605

Tabelle 12d: $\frac{Y_1}{\sqrt{n}}$ für $t/R = 0.15$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.6828	.6572	.6024	.5442	.4906	.4440
	B	0.0000	.0943	.1270	.1458	.1570	.1625
.20	A	.7616	.6351	.5799	.5287	.4899	.4549
	B	0.0000	.0752	.1069	.1167	.1219	.1242
.40	A	.9600	.6970	.6030	.5490	.5020	.4590
	B	0.0000	.1050	.1320	.1390	.1390	.1320
.50	A	1.1000	.7399	.6226	.5631	.5096	.4631
	B	0.0000	.1327	.1515	.1527	.1466	.1370
.60	A	1.3000	.7970	.6470	.5780	.5200	.4720
	B	0.0000	.1680	.1740	.1680	.1570	.1430
.80	A	1.7100	.9284	.7086	.6109	.5427	.4875
	B	0.0000	.2476	.2278	.2029	.1797	.1586

Tabelle 12e: $\frac{Y_1}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.20$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.6835	.6572	.6024	.5442	.4906	.4440
	B	0.0000	.0943	.1270	.1458	.1570	.1625
.20	A	.7560	.6342	.5791	.5310	.4891	.4542
	B	0.0000	.0752	.1069	.1175	.1226	.1236
.40	A	.9387	.6900	.6000	.5390	.4970	.4570
	B	0.0000	.1060	.1320	.1380	.1400	.1320
.50	A	1.0674	.7389	.6217	.5600	.5061	.4625
	B	0.0000	.1343	.1513	.1512	.1452	.1363
.60	A	1.2268	.7950	.6510	.5780	.5170	.4680
	B	0.0000	.1690	.1750	.1680	.1560	.1430
.80	A	1.5700	.9484	.7199	.6187	.5441	.4893
	B	0.0000	.2495	.2287	.2044	.1804	.1580

Tabelle 12f: $\frac{Y_1}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.25$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.5239	.5070	.4784	.4515	.4266	.4035
	B	0.0000	.0142	.0309	.0430	.0479	.0431
.20	A	.5823	.5118	.4811	.4526	.4266	.4031
	B	0.0000	.0163	.0336	.0454	.0499	.0443
.40	A	.7356	.5316	.4911	.4565	.4264	.4021
	B	0.0000	.0222	.0407	.0522	.0555	.0481
.50	A	.8725	.5488	.4997	.4587	.4259	.4012
	B	0.0000	.0279	.0457	.0570	.0595	.0508
.60	A	1.1001	.5754	.5111	.4620	.4251	.4003
	B	0.0000	.0309	.0515	.0626	.0642	.0542
.80	A	2.4879	.6494	.5436	.4706	.4220	.3979
	B	0.0000	.0409	.0648	.0756	.0756	.0630

Tabelle 13a: $\frac{Y_2}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.5250	.5070	.4784	.4515	.4266	.4035
	B	0.0000	.0142	.0309	.0430	.0479	.0431
.20	A	.5793	.4951	.4652	.4347	.4082	.3835
	B	0.0000	.0200	.0361	.0442	.0471	.0461
.40	A	.7150	.5220	.4770	.4380	.4090	.3840
	B	0.0000	.0345	.0483	.0515	.0519	.0500
.50	A	.8350	.5456	.4869	.4450	.4120	.3861
	B	0.0000	.0438	.0556	.0568	.0553	.0529
.60	A	1.0250	.5740	.5010	.4520	.4180	.3880
	B	0.0000	.0555	.0635	.0620	.0594	.0560
.80	A	1.7400	.6399	.5304	.4700	.4299	.3956
	B	0.0000	.0857	.0809	.0748	.0687	.0631

Tabelle 13b: $\frac{Y_2}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.05$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.5250	.5070	.4784	.4515	.4266	.4035
	B	0.0000	.0142	.0309	.0430	.0479	.0431
.20	A	.5763	.4894	.4547	.4261	.4000	.3746
	B	0.0000	.0219	.0374	.0446	.0479	.0471
.40	A	.7000	.5200	.4660	.4340	.4040	.3770
	B	0.0000	.0380	.0513	.0543	.0530	.0517
.50	A	.8050	.5437	.4773	.4378	.4067	.3797
	B	0.0000	.0495	.0600	.0599	.0571	.0542
.60	A	.9600	.5710	.4910	.4420	.4077	.3840
	B	0.0000	.0640	.0698	.0672	.0615	.0571
.80	A	1.3900	.6389	.5226	.4503	.4100	.3937
	B	0.0000	.0990	.0922	.0822	.0719	.0631

Tabelle 13c: $\frac{Y_2}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.10$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.5250	.5070	.4784	.4515	.4266	.4035
	B	0.0000	.0142	.0309	.0430	.0479	.0431
.20	A	.5732	.4880	.4539	.4268	.3996	.3746
	B	0.0000	.0219	.0374	.0446	.0479	.0471
.40	A	.6850	.5170	.4620	.4280	.4000	.3770
	B	0.0000	.0390	.0520	.0545	.0530	.0517
.50	A	.7800	.5418	.4756	.4347	.4017	.3791
	B	0.0000	.0505	.0613	.0603	.0571	.0538
.60	A	.9050	.5730	.4900	.4440	.4070	.3840
	B	0.0000	.0650	.0715	.0683	.0622	.0567
.80	A	1.2100	.6418	.5226	.4699	.4278	.3943
	B	0.0000	.1009	.0956	.0862	.0747	.0624

Tabelle 13d: $\frac{Y_2}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.15$.

a/t	a/c						
	0.00	.20	.40	.60	.80	1.00	
.01	A	.5250	.5070	.4784	.4515	.4266	.4035
	B	0.0000	.0142	.0309	.0430	.0479	.0431
.20	A	.5702	.4871	.4530	.4245	.3996	.3746
	B	0.0000	.0219	.0370	.0439	.0465	.0465
.40	A	.6750	.5170	.4630	.4280	.3990	.3750
	B	0.0000	.0390	.0520	.0540	.0527	.0509
.50	A	.7550	.5408	.4747	.4355	.3996	.3791
	B	0.0000	.0509	.0609	.0595	.0564	.0532
.60	A	.8600	.5750	.4830	.4420	.4030	.3840
	B	0.0000	.0650	.0694	.0648	.0605	.0561
.80	A	1.0800	.6494	.5260	.4597	.4201	.3956
	B	0.0000	.1019	.0869	.0768	.0691	.0624

Tabelle 13e: $\frac{Y_2}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.20$.

a/t	a/c						
	0.00	.20	.40	.60	.80	1.00	
.01	A	.5262	.5070	.4784	.4515	.4266	.4035
	B	0.0000	.0142	.0309	.0430	.0479	.0431
.20	A	.5672	.4866	.4521	.4237	.3982	.3746
	B	0.0000	.0219	.0365	.0439	.0458	.0459
.40	A	.6687	.5130	.4610	.4270	.4000	.3750
	B	0.0000	.0395	.0500	.0510	.0508	.0495
.50	A	.7388	.5399	.4739	.4331	.4010	.3784
	B	0.0000	.0514	.0591	.0580	.0550	.0522
.60	A	.8252	.5740	.4910	.4420	.4070	.3840
	B	0.0000	.0662	.0695	.0648	.0606	.0551
.80	A	1.0169	.6589	.5339	.4644	.4220	.3969
	B	0.0000	.1028	.0948	.0854	.0740	.0618

Tabelle 13f: $\frac{Y_2}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.25$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.4394					
	B	0.0000					
.20	A	.4782	.3742	.3634	.3587	.3470	.3364
	B	0.0000	.0114	.0209	.0211	.0222	.0223
.40	A	.5784	.4199	.3887	.3705	.3482	.3351
	B	0.0000	.0209	.0278	.0305	.0298	.0268
.50	A	.6664	.4333	.3982	.3759	.3552	.3383
	B	0.0000	.0267	.0339	.0368	.0352	.0287
.60	A	.8108	.4485	.4069	.3806	.3600	.3421
	B	0.0000	.0333	.0409	.0423	.0384	.0306
.80	A	1.6669	.4809	.4278	.3994	.3714	.3491
	B	0.0000	.0562	.0539	.0470	.0409	.0357

Tabelle 14a: $\frac{Y_3}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.4398					
	B	0.0000					
.20	A	.4764	.4094	.3756	.3556	.3411	.3281
	B	0.0000	.0105	.0191	.0219	.0233	.0236
.40	A	.5670	.4265	.3870	.3635	.3455	.3300
	B	0.0000	.0190	.0275	.0275	.0270	.0262
.50	A	.6460	.4390	.3956	.3697	.3489	.3319
	B	0.0000	.0257	.0322	.0313	.0296	.0280
.60	A	.7550	.4540	.4050	.3770	.3541	.3345
	B	0.0000	.0340	.0380	.0354	.0322	.0297
.80	A	1.2800	.4932	.4278	.3947	.3651	.3415
	B	0.0000	.0543	.0496	.0446	.0388	.0338

Tabelle 14b: $\frac{Y_3}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.05$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.4402					
	B	0.0000					
.20	A	.4745	.4171	.3834	.3603	.3418	.3262
	B	0.0000	.0095	.0183	.0219	.0240	.0242
.40	A	.5590	.4292	.3900	.3585	.3423	.3268
	B	0.0000	.0190	.0264	.0270	.0273	.0268
.50	A	.6280	.4399	.3965	.3611	.3425	.3281
	B	0.0000	.0257	.0313	.0305	.0296	.0280
.60	A	.7150	.4560	.4053	.3674	.3460	.3306
	B	0.0000	.0330	.0367	.0345	.0322	.0295
.80	A	1.0700	.5037	.4287	.3900	.3609	.3389
	B	0.0000	.0533	.0487	.0439	.0381	.0325

Tabelle 14c: $\frac{Y_3}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.10$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.4408					
	B	0.0000					
.20	A	.4727	.4142	.3852	.3618	.3425	.3262
	B	0.0000	.0095	.0183	.0219	.0240	.0242
.40	A	.5500	.4270	.3890	.3587	.3419	.3269
	B	0.0000	.0192	.0265	.0270	.0273	.0268
.50	A	.6100	.4390	.3930	.3603	.3425	.3281
	B	0.0000	.0257	.0313	.0305	.0296	.0280
.60	A	.6830	.4550	.4003	.3658	.3443	.3304
	B	0.0000	.0336	.0367	.0345	.0322	.0295
.80	A	.9200	.5094	.4313	.3846	.3510	.3376
	B	0.0000	.0543	.0487	.0439	.0381	.0325

Tabelle 14d: $\frac{Y_3}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.15$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.4412					
	B	0.0000					
.20	A	.4708	.4094	.3852	.3618	.3418	.3255
	B	0.0000	.0095	.0183	.0219	.0233	.0236
.40	A	.5420	.4260	.3850	.3550	.3390	.3262
	B	0.0000	.0195	.0265	.0270	.0267	.0260
.50	A	.5930	.4390	.3878	.3579	.3397	.3281
	B	0.0000	.0267	.0313	.0305	.0289	.0274
.60	A	.6580	.4570	.3937	.3638	.3431	.3304
	B	0.0000	.0340	.0371	.0345	.0315	.0289
.80	A	.8300	.5132	.4365	.3900	.3573	.3389
	B	0.0000	.0552	.0496	.0439	.0374	.0319

Tabelle 14e: $\frac{Y_3}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.20$.

a/t		a/c					
		0.00	.20	.40	.60	.80	1.00
.01	A	.4416					
	B	0.0000					
.20	A	.4690	.4056	.3817	.3611	.3418	.3255
	B	0.0000	.0095	.0183	.0219	.0233	.0236
.40	A	.5351	.4240	.3872	.3641	.3423	.3264
	B	0.0000	.0195	.0265	.0270	.0267	.0260
.50	A	.5802	.4380	.3947	.3681	.3447	.3281
	B	0.0000	.0267	.0313	.0305	.0289	.0274
.60	A	.6356	.4565	.4057	.3742	.3488	.3311
	B	0.0000	.0345	.0375	.0348	.0318	.0289
.80	A	.7615	.5161	.4426	.3994	.3665	.3415
	B	0.0000	.0562	.0513	.0446	.0388	.0319

Tabelle 14f: $\frac{Y_3}{\sqrt{\pi}}$ für $t/R = 0.25$.

13.0 Symbolverzeichnis

A	– Scheitelpunkt des halb elliptischen Risses, Arbeit der äußeren Kräfte, Seite 92.
A_v	– Koeffizienten der Besselschen Differentialgleichung.
a	– Rißtiefe, kleine Halbachse des halb elliptischen Risses.
B	– Probendicke.
b	– elektrische Eindringtiefe.
C	– Proportionalitätsfaktor, Rißwachstumsparameter, Seite 69ff.
c	– halbe Oberflächenrißlänge, große Halbachse des halb elliptischen Risses.
c_p	– spezifisches Gewicht.
E	– Elastizitätsmodul.
E_2	– 2. Invariante des Dehnungstensors.
Ei	– Exponential-Integral.
$F(c_k)$	– Verteilungsfunktion.
$f(c)$	– Verteilungsdichte.
G	– Energiefreisetzungsrate.
I_2	– 2. Invariante des Spannungsdeviators.
J	– J-Integral.
J_0, J_1	– Besselfunktionen.
$i(\rho)$	– ortsabhängige, volumenbezogene Stromdichte.
K, \bar{K}	– lokaler bzw. gemittelter Spannungsintensitätsfaktor.
$\Delta K, \Delta \bar{K}$	– Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors.
K_r, \bar{K}_r	– lokaler bzw. gemittelter Referenz-Spannungsintensitätsfaktor.
K_{th}	– Schwellenspannungsintensitätsfaktor.
k	– Konstante.
m	– Rißwachstumsparameter.
l	– momentane Meßlänge.
l_0	– Anfangsmeßlänge.
N	– Lastwechselzahl.
N_f	– Bruchlastspielzahl.
$N_{100\mu m}$	– Lastspielzahl bis zum Erreichen einer Rißlänge von $2c = 100\mu m$.
n	– Konstante.
n_i	– Anzahl der Risse einer Klasse.
n_0	– Gesamtanzahl der Risse.
\vec{n}_i	– Normalenvektor.
P	– Potentielle Energie.
\dot{Q}_{zu}	– dem Rohr integral zugeführte Leistung.
\dot{q}	– volumenbezogene, ortsabhängige Leistungseinkopplung.
\dot{q}_0	– Proportionalitätsfaktor.
R	– Außenwandradius bzw. Spannungsverhältnis, Seite 69ff.
R_{es}	– Streckgrenze.

$R_{p, 0.2}$	– 0.2%-Dehngrenze.
R_m	– Zugfestigkeit.
R_{\max}	– maximale Rauhtiefe.
r	– Innenwandradius bzw. Schwingungsstreifenabstand, Seite 55ff.
S	– Reißfläche.
ΔS	– virtueller, inkrementeller Reißflächenzuwachs.
S_{ij}	– Spannungsdeviator.
T	– Temperatur.
T_a, T_i	– Außen- bzw. Innenwandtemperatur.
$T_{K, \text{ein}}$	– Kühlwassereintrittstemperatur.
$T_{K, \text{aus}}$	– Kühlwasseraustrittstemperatur.
T_m	– Mitteltemperatur.
\vec{T}_i	– Spannungsvektor am Linienelement.
t	– Zeit bzw. Wandstärke, Seite 53ff.
U	– innere Energie.
u_r	– Referenzrißuferverschiebungsfeld.
\vec{u}_i	– Verschiebungsvektor.
W	– volumenbezogene Verformungsenergie.
x	– Ortskoordinate.
Y_0, Y_1	– Neumannsche Funktionen.
Y	– Geometriefunktion.
y	– Ortskoordinate.
z	– Ortskoordinate.

Griechische Symbole

α	– Parameter der Verteilungsfunktionen, Seite 66,68,111.
α_ν	– Nullstellen der Zylinderfunktionen.
β	– Wärmeausdehnungskoeffizient.
γ	– Dichte.
Γ	– Integrationsweg.
δ_{ij}	– Kronecker-Symbol.
Δ	– Laplace-Operator.
$\epsilon, \bar{\epsilon}$	– lokale, mittlere Dehnung.
$\dot{\epsilon}$	– Dehnrage.
$\Delta\epsilon$	– Dehnschwingbreite.
ϵ_{ij}	– Dehnungstensor.
θ	– Ortskoordinate in der Rohrwand.
κ	– Temperaturleitwert.

- λ — Wärmeleitfähigkeit.
- μ_0, μ_r — absolute, relative Permeabilität.
- ν — Querkontraktionszahl.
- ρ — Radius, Ortskoordinate in der Rohrwand.
- ρ_θ — elektrischer Widerstand.
- σ — Spannung bzw Parameter der Verteilungsfunktionen, Seite 66,68,111.
- $\Delta\sigma$ — Spannungsschwingbreite.
- $\Delta\sigma_{th}$ — Schwellenspannungsamplitude.
- σ_r — Referenzbelastungsfall.
- σ_D — Dauerfestigkeit.
- $\sigma_{hydr.}$ — hydrostatischer Druck.
- σ_{ij} — Spannungstensor.
- σ_L — elektrische Leitfähigkeit.
- ω — Kreisfrequenz bzw. plastische Zone, Seite 86ff.
- $\Delta\omega$ — zyklische plastische Zone.

Indices

- A — Scheitelpunkt der Ellipse (kleine Halbachse).
- B — Scheitelpunkt der Ellipse (große Halbachse).
- el — effektiv.
- e — elastisch.
- $Ell.$ — Ellipse.
- i — Laufparameter.
- max — Maximalwert.
- min — Minimalwert.
- pl — plastisch.
- t — technisch.
- th — thermisch.
- w — wahr.
- ν — Laufparameter.
- ρ, θ, z — Koordinatenrichtungen.