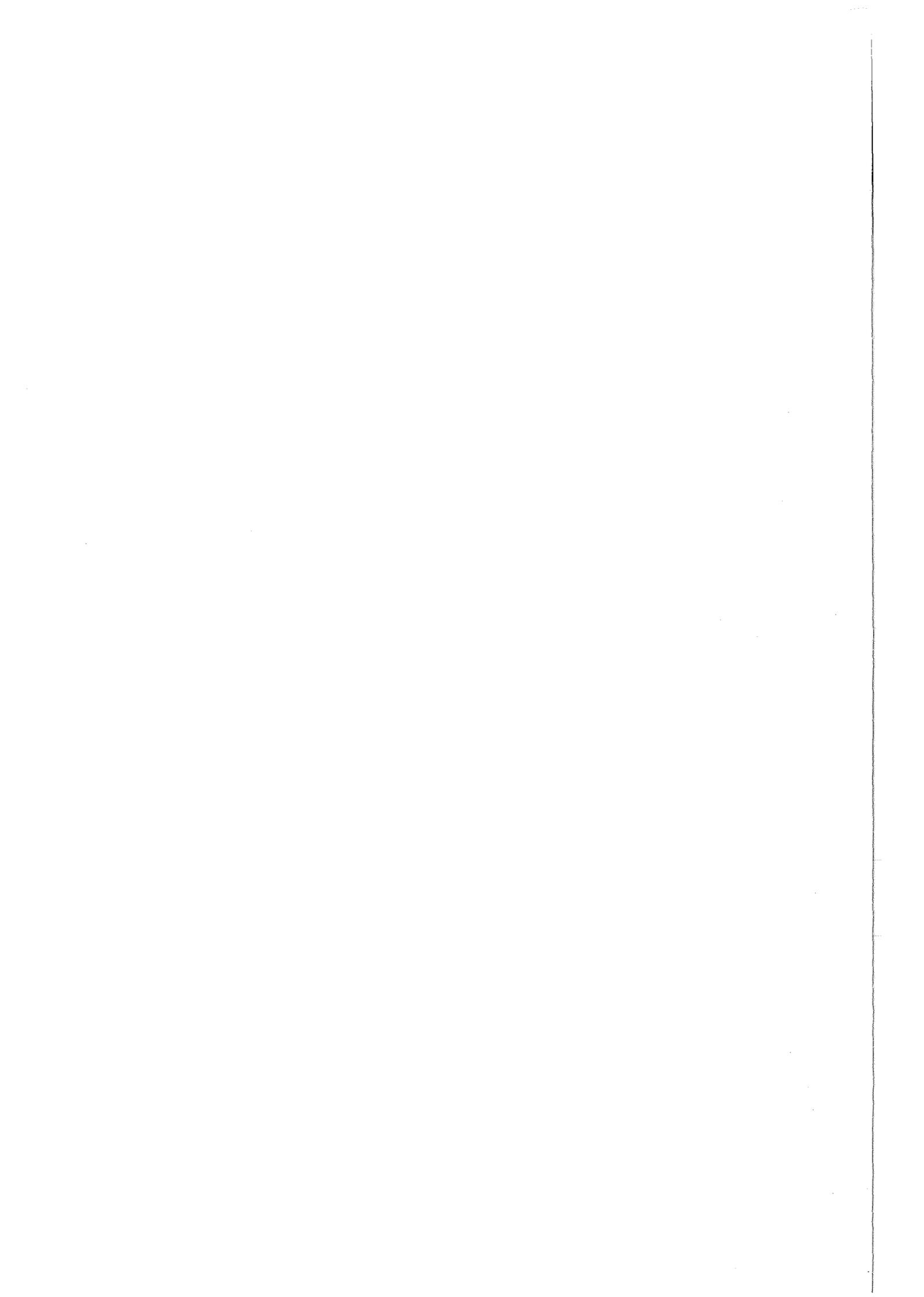


**KfK 4611**  
**August 1989**

# **Benard-Konvektion in flüssigen Natriumschichten**

**V. Kek**  
**Institut für Reaktorbauelemente**  
**Projekt Schneller Brüter**

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



**KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE**

INSTITUT FÜR REAKTORBAUELEMENTE

PROJEKT SCHNELLER BRÜTER

**KfK 4611**

**Benard-Konvektion in flüssigen Natriumschichten**

**Volker Kek**

Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (T.H.)  
genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

## ABSTRACT

### Benard-Konvektion in flüssigen Natriumschichten

Mit Hilfe von Temperaturmessungen in einer horizontalen flüssigen Natriumschicht, werden in einem Rayleigh-Zahlbereich von  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  die integralen Nusselt-Zahlen bestimmt. Hierbei ergibt sich, daß der Wärmedurchgang durch die Schicht bis zu Rayleigh-Zahlen um  $10^4$  wesentlich durch Wärmeleitung erfolgt. Darüber hinaus zeigt sich eine rasche Zunahme des konvektiven Wärmetransports, so daß bereits bei Rayleigh-Zahlen um  $4 \cdot 10^4$  Wärmeübergangszahlen  $Nu \approx 1.7$  beobachtet werden.

Aus den Experimenten folgen für die Nusselt-Zahlen in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl die folgenden empirischen Beziehungen:

$$Nu = 0.59 \cdot Ra^{0.072}, \quad 1.5 \cdot 10^3 < Ra < 8 \cdot 10^3 ;$$

$$Nu = 0.059 \cdot Ra^{0.32}, \quad 1.2 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^4 ;$$

$$Nu = 0.117 \cdot Ra^{0.25}, \quad 4 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5 .$$

Eine Analyse der zeitlich veränderlichen Temperaturschwankungen in der Natriumschicht ergibt, daß die gemessenen Temperatursignale überwiegend stochastischen Charakter besitzen. Genauere Analysen zeigen aber, daß im unteren Rayleigh-Zahlbereich zwischen  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2 \cdot 10^4$  zu bestimmten Zeitabschnitten über Zeiträume bis zu 800 Sekunden regelmäßige Signalschwankungen detektiert werden können. Die Signalanteile besitzen Perioden zwischen 80 und 200 Sekunden.

# ABSTRACT

## Bénard Convection in Liquid Sodium Layers

In a sodium layer heated from below and cooled from above, the integral Nusselt numbers are determined in a range of Rayleigh numbers  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$ . The experiments are performed in containers with dimensions of 500 mm in diameter and 15 mm and 45 mm in height. The relevant quantities are evaluated from measured temperature and heating power data.

The experiments show that the heat transfer across the layer is determined mainly by heat conduction up to Rayleigh number  $Ra \approx 10^4$ . Beyond this value a significant increase of the convective heat transport is observed. At a Rayleigh number of  $4 \cdot 10^4$  the Nusselt number achieves the value  $Nu = 1.7$ . This result differs from values given by Nusselt-Rayleigh number correlations reported in the literature for liquids with higher Prandtl number.

A regression analysis of the experimental data results in the following empirical correlations for the Nusselt number:

$$\begin{aligned} Nu &= 0.59 \cdot Ra^{0.072}, & 1.5 \cdot 10^3 < Ra < 8 \cdot 10^3; \\ Nu &= 0.059 \cdot Ra^{0.32}, & 1.2 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^4; \\ Nu &= 0.117 \cdot Ra^{0.25}, & 4 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5; \end{aligned}$$

A time series analysis of the time dependent temperature signals shows that the measured temperature fluctuations exhibit predominantly stochastic features. However, in the lower range of Rayleigh numbers  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2 \cdot 10^4$  certain regular frequencies can be identified from peaks in broadband power density spectra. These frequencies correspond to fluctuations of a period of 80 to 200 seconds. These regular frequencies are explained by instabilities of the cellular pattern in the convection layer reported in the literature.

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>Seite</b>
<b>1. Einleitung</b>	
1.1 Motivation und Ziel der Arbeit	1
1.2 Darstellung des Problems	2
1.3 Aufgabenstellung	9
<b>2. Literaturübersicht</b>	
2.1 Wärmedurchgang durch ebene Flüssigkeitsschichten bei kleinen Prandtl-Zahlen	10
2.2 Zur Struktur der Zellularkonvektion	18
<b>3. Die Grundgleichungen für das Benardproblem</b>	
3.1 Die Grundgleichungen in dimensionsloser Form	21
3.2 Das Programmsystem COMMIX	27
3.21 Allgemeine Bemerkungen	27
3.22 Das Lösungsverfahren	27
<b>4. Versuchsaufbau</b>	
4.1 Der Wärmedurchgangsprüfstand	29
4.2 Das Meßsystem	33
4.21 Allgemeine Bemerkungen	33
4.22 Leistungsmessung	33
4.23 Temperaturdifferenzmessung über die Metallschichten	33
4.24 Erfassung der Randtemperaturen	35
4.25 Aufzeichnung dynamischer Temperatursignale	36
4.3 Das Meßdatenerfassungssystem	36
4.31 Stationäre Meßsignale	36
4.32 Dynamische Meßsignale	38
<b>5. Versuchsdurchführung und Auswertung</b>	
5.1 Vorbemerkungen zu systembedingten Temperaturinhomogeni- täten auf der Heiz- und Kühlplatte	40

	Seite
5.2 Das Auswerteverfahren	42
5.21 Lokale und mittlere Wärmedurchgangszahlen	42
5.22 Dynamische Temperatursignale.	49
<b>6. Versuchsergebnisse</b>	
6.1 Ergebnisse für den Wärmedurchgang bei einer Schicht- höhe $h = 15.5$ mm.	57
6.2 Ergebnisse für den Wärmedurchgang bei einer Schicht- höhe $h = 46.5$ mm.	62
6.3 Darstellung der Meßergebnisse in einem Nusselt- Rayleigh-Zahldiagramm.	65
6.4 Rechnungen zum Wärmedurchgang mit dem Programmsystem Commix	70
6.41 Allgemeine Bemerkungen zu Commix	70
6.42 Ergebnisse	70
6.5 Diskussion der Ergebnisse zum Wärmedurchgang	73
6.6 Interpretation dynamischer Temperatursignale in der Natriumschicht.	
6.61 RMS-Wert und höhere Momente der Temperaturfluktuationen	80
6.62 Korrelationsfunktionen und Spektren	86
6.621 Zeitabhängige Strukturen	87
6.622 Zweipunkt-Korrelationen	98
6.6221 Laufzeiten in Vertikalrichtung	98
6.6222 Laufzeiten in Horizontalrichtung	99
<b>7. Zusammenfassung</b>	103
<b>Literatur</b>	106

<b>Anhang</b>	<b>Seite</b>
A1 Versuchsaufbau	
A1.1 Natriumkreislauf	A.1
A1.2 Versuchsapparatur für Wärmedurchgangsmessungen	A.4
A1.3 Prüfstandsdaten	A.8
A2 Auswertebeziehungen für die Berechnung der Stoffdaten von Natrium.	A.11
A3 Regressionsanalyse	A.13
A4 Fehlerfortpflanzung	A.16
A5 Meßdaten	A.18

## Nomenklatur

A	$m^2$	Schichtfläche
A	m	Amplitude
$A_R$	$m^2$	Fläche des Zwischenrings
$A_{iso}$	$m^2$	Oberfläche Wärmedämmung
a	-	Konstante
c	-	Konstante
$c_p$	J/kg·K	spez. Wärmekapazität
D	N·m	Dissipation
$F_A$	N	Auftriebskraft
$F_R$	N	Reibungskraft
f	Hz	Frequenz
f'	-	normierte Frequenz
$f_{tast}$	Hz	Abtastfrequenz
$f_{max}$	Hz	maximale Nutzfrequenz
g	$m \cdot s^{-2}$	Erdbeschleunigung
h	mm	Schichthöhe
$h^*$	-	normierte Schichthöhe
$h_{m1}$	mm	Meßfühlerabstand von der Heizplatte Pos.1
$h_{m3}$	mm	Meßfühlerabstand von der Heizplatte Pos.3
$h_{Va}$	m	Gesamthöhe des Zwischenrings
k	-	Wellenzahl
$k_c$	-	kritische Wellenzahl
$k_x$	-	Wellenzahl in x-Richtung
$L_R$	$N \cdot m \cdot s^{-1}$	Leistung der Reibungskräfte
l	m	Höhe der seitlichen Wärmedämmung
p	$N \cdot m^{-2}$	Druck
$p_o$	$N \cdot m^{-2}$	Bezugsdruck

$\phi_a$	m	Anfachungsamplitude
r	cm	Randabstand, Radius
$r_a$	m	Außenradius der Wärmedämmung
$r_i$	m	Innenradius der Wärmedämmung
$s_{iso}$	m	Dicke des Isolationsrings
$S_{Cu}(j)$	mm	Meßfühlerabstand zur Natriumoberfläche
T	C	Temperatur
T'	C	Schwankungstemperatur
$T_m$	C	Mittlere Schichttemperatur
$T_o$	C	Bezugstemperatur Schichtunterseite
$T_1$	C	Bezugstemperatur Schichtoberseite
$T_{sat}$	C	Sättigungstemperatur von Diphyl
$T_p$	s	Periodendauer
$\Delta T$	K	Temperaturdifferenz
$\Delta T_{ges}$	K	Temperaturdifferenz über alle Schichten
$\Delta T_H$	K	Temperaturdifferenz in der Heizplatte zwischen Meßfühlerebene und Fluidoberfläche
$\Delta T_{Kü}$	K	Temperaturdifferenz in der Kühlplatte zwischen Meßfühlerebene und Fluidoberfläche
$\Delta T_{Na}$	K	Temperaturdifferenz über die Natriumschicht
$\Delta T_{Va}$	K	Temperaturdifferenz über den Zwischenring
$\Delta T_u$	K	Temperaturdifferenz über die Wärmedämmung an der Heizplattenunterseite
$\Delta T_s$	K	Temperaturdifferenz über die Wärmedämmung am Zwischenring
$\Theta$	-	Dimensionslose Temperatur
t	s	Zeit
t'	-	dimensionslose Zeit
Q	W	Wärmestrom
$Q_L$	W	Wärmeleitungsstrom
$Q_L(j)$	W	lokaler Wärmeleitungsstrom

$Q_v$	W	Gesamtverlustwärmestrom
$Q_{v1}$	W	Verlustwärme am Zwischenring
$Q_{v2}$	W	Verlustwärme an der Unterseite
$Q_{v3}$	W	Verlustwärme am Seitenrand
$q$	W/cm <sup>2</sup>	Wärmestromdichte
$q_o$	W/cm <sup>2</sup>	örtliche Wärmestromdichte
$\sigma_a$	s <sup>-1</sup>	Anfachungsrate
$\omega$	s <sup>-1</sup>	Kreisfrequenz, Anfachungsrate
$\sigma_r$	-	Realteil der dimensionslosen Anfachung
$\sigma_i$	-	Imaginärteil der dimensionslosen Anfachung

### Statistische Größen:

$\hat{y}_i$	Schätzwert einer Meßpunktfolge
$e_i$	Einzelfehler
$e_i^*$	rel. Einzelfehler
$\bar{e}$	mittl. Fehler
$\bar{e}^*$	mittl. relativer Fehler
$F_{Sys}$	systematischer Fehler
$c$	Konstante
$u$	Meßunsicherheit
$\bar{x}$	arithmetischer Mittelwert
$s^2$	Varianz
$S$	Schiefe
$F$	Flachheit
$\sigma$	Streuung
$\sigma_{Stand}$	Standardabweichung
$\sigma_F$	Standardabweichung zur Fitkurve
$\sigma_F^*$	rel. Standardabweichung zur Fitkurve

$\sigma_F^2$	mittl. quadratische Abweichung
$\sigma_F^{2*}$	mittl. rel. quadratische Abweichung
$\sigma_G$	Gaußverteilung
$\eta_e$	Einzelfehler
$\eta_e^*$	rel. Einzelfehler
$w(x)$	Wahrscheinlichkeitsverteilung

### Stoffkonstanten :

$\alpha$	$W/m^2 K$	Wärmeübergangszahl
$\alpha_R$	$W/m^2 K$	Wärmedurchgangszahl im Rand
$\alpha(i)$	$W/m^2 K$	lokale Wärmeübergangszahl
$\bar{\alpha}$	$W/m^2 K$	mittlere Wärmeübergangszahl
$\beta$	$1/K$	Volumenausdehnungskoeffizient
$\lambda$	$W/m^2 K$	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda_{Cu}$	$W/m^2 K$	Wärmeleitfähigkeit in Kupfer
$\lambda_{iso}$	$W/m^2 K$	Wärmeleitfähigkeit in der Wärmedämmung
$\lambda_{Na}$	$W/m^2 K$	Wärmeleitfähigkeit in flüssigem Natrium
$\lambda_{Va}$	$W/m^2 K$	Wärmeleitfähigkeit in Edelstahl
$\lambda_w'$	m	Wellenlänge
$\lambda_w$	-	dimensionslose Wellenlänge
$\kappa$	$m^2/s$	Temperaturleitfähigkeit
$\mu$	$kg/m \cdot s$	dyn. Zähigkeit
$\nu$	$m^2/s$	kin. Zähigkeit
$\rho$	$kg/m^3$	Dichte
$\rho_o$	$kg/m^3$	Bezugsdichte
$\rho_a$	$kg/m^3$	Dichte außen
$\rho_i$	$kg/m^3$	Dichte innen

$\tau$	s	Laufzeit
$\tau^+$	-	dimensionslose Laufzeit
$\tau_A$	s	Abkühlzeit
$\tau_\nu$	-	dimensionsloser Zeitmaßstab
$\tau_\kappa$	-	dimensionsloser Zeitmaßstab
$\tau_g$	-	dimensionsloser Zeitmaßstab
$\psi$	-	Phasenverschiebung

**Dimensionslose Kennzahlen :**

$$Bi = \frac{\alpha_R \cdot h}{\lambda} \quad \text{Biot-Zahl}$$

$$Nu = \frac{Q}{Q_L} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} \quad \text{Nusselt-Zahl}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \quad \text{Prandtl-Zahl}$$

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot h^3}{\kappa \cdot \nu} \quad \text{Rayleigh-Zahl}$$

$$Ra_c \quad - \quad \text{erste kritische Rayleigh-Zahl}$$

$$Ra_c^* \quad - \quad \text{zweite kritische Rayleigh-Zahl}$$

$$Re = \frac{v \cdot l}{\nu} \quad \text{Reynolds-Zahl}$$

$$Pe = \frac{v \cdot l}{\kappa} \quad \text{Peclet-Zahl}$$

## Korrelationsfunktionen und Spektren :

$\phi_{xx}$	Autokorrelationsfunktion
$\phi_{xy}$	Kreuzkorrelationsfunktion
$\Phi_{xx}$	normierte Autokorrelationsfunktion
$\Phi_{xy}$	normierte Kreuzkorrelationsfunktion
$F_{xx}$	Autoleistungsdichtespektrum
$F_{xx}^*$	normiertes Autoleistungsdichtespektrum
$F_{xy}$	Kreuzleistungsdichtespektrum
$F_{xy}^*$	normiertes Kreuzleistungsdichtespektrum

## Koordinaten:

$x, y, z$	kartesische Koordinaten
$x', y', z'$	dimensionslose Koordinaten
$e_x, e_y, e_z$	Einheitsvektoren

## Indizes:

$i$	Summationsindex
$j$	Summationsindex
$m$	Summationsindex
$n$	Summationsindex

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) ; \quad \text{Nabla-Operator}$$

$$\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) ; \quad \text{Laplace-Operator}$$

## Geschwindigkeiten:

$\vec{c}$	$\vec{c}(u, v, w)$	Geschwindigkeitsvektor
u		Horizontalgeschwindigkeit x-Richtung
v		Horizontalgeschwindigkeit y-Richtung
w		Vertikalgeschwindigkeit z-Richtung
u'	}	dimensionslose Geschwindigkeiten in x-y-z Richtung
v'		
w'		

## 1. Einleitung

### 1.1. Motivation und Ziel der Arbeit

Die Kenntnis des Wärmetransportes durch Naturkonvektion in erwärmten Flüssigmetallschichten stellt für viele technische Anwendungen ein wichtiges Anliegen dar. Im Rahmen der Technologieentwicklung für den natriumgekühlten Brutreaktor ist zum Beispiel der Nachweis zu führen, daß die nach Störfällen anfallende Nachzerfallswärme durch freie Konvektion aus dem Reaktor sicher abgeführt werden kann. Untersuchungen zum Wärmedurchgang in flüssigen Metallen sind weiterhin für das physikalische Verständnis der Transportvorgänge von genereller Bedeutung. Flüssige Metalle besitzen i.a. eine hohe Wärmeleitfähigkeit und eine geringe Zähigkeit. In Flüssigkeiten mit solchen Eigenschaften stellen sich bei Konvektion unter der Wirkung von Temperaturdifferenzen stark unterschiedliche Dicken der hydrodynamischen und thermischen Grenzschicht ein. Hieraus ergeben sich Schwierigkeiten bei der genauen Berechnung von Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldern. Ein Vergleich rechnerischer Resultate mit Meßdaten kann für die Überprüfung und Bewertung der numerischen Resultate von großem Nutzen sein.

Der Wärmedurchgang durch horizontale, erwärmte Flüssigmetallschichten ist bisher nur wenig untersucht worden. Unterschiedliche Ergebnisse in der Theorie und im Experiment zeigen, daß die Vorgänge des Wärmetransports bei Fluiden mit sehr kleinen Prandtl-Zahlen und kleinen Konvektionsgeschwindigkeiten nicht ausreichend verstanden sind, (vgl. dazu Clever & Busse (1981)). Es ist das Ziel dieser Arbeit, den Wärmedurchgang durch eine ebene von unten erwärmte Schicht aus flüssigem Natrium zu untersuchen. Besondere Bedeutung wird dabei der Frage des Wärmedurchgangs durch Naturkonvektion und der Art der turbulenten Strömungsvorgänge in der Schicht zukommen.

## 1.2 Darstellung des Problems

In dieser Arbeit werden Experimente dargelegt, die den Wärmedurchgang durch eine von unten beheizte und oben gekühlte Fluidschicht mit festen Berandungen behandeln. Diese Experimente werden mit flüssigem Natrium mit einer Prandtl-Zahl  $Pr = 0.006$  durchgeführt.

Den Konvektionsvorgängen in ebenen, von unten beheizten Flüssigkeitsschichten liegt folgende Vorstellung zugrunde. Der Beginn der Konvektion erfolgt aus einem Ruhezustand der reinen Wärmeleitung. Erst nach Überschreiten eines bestimmten kritischen Temperaturgradienten in der Fluidschicht kommt es an der beheizten Oberfläche der Schichtunterseite oder an der kalten Oberseite infolge kleiner Störungen des Temperaturfeldes lokal zur Ablösung heißer bzw. kalter Fluidballen. Diese lokal ausgelösten Auftriebsströmungen formieren sich unter dem Zwang der Kontinuitätsbeziehung zu einer räumlich regelmäßigen

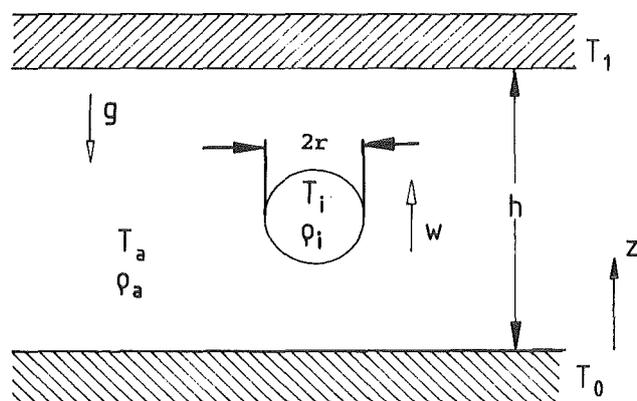


Abb. 1 Auftriebsmodell einer Bénard-Konvektion.

Zellularströmung. Dieser Vorgang kann durch ein einfaches Modell erläutert werden. Hierzu wird ein kugelförmiges Flüssigkeitsteilchen betrachtet, welches sich aufgrund eines temperaturabhängigen Dichteunterschieds mit einer Übertemperatur zum umgebenden Medium z.B. von

der heißen Oberfläche gelöst hat (siehe Abb. 1).

Aus einer Betrachtung der Auftriebs- und Reibungskräfte am aufsteigenden Fluidteilchen ergeben sich die Größenordnungsbeziehungen

$$F_A \sim (\rho_a - \rho_i) g r^3 \quad (\text{Auftrieb}) , \quad (1.1)$$

$$F_R \sim \mu w r \quad (\text{Reibung}) . \quad (1.2)$$

Anhand eines Leistungsvergleichs können Aussagen zur Stabilität des Wärmeleitzustands gewonnen werden. Für die Leistung der Auftriebskraft gilt in der Größenordnung

$$L_A \sim (\rho_a - \rho_i) g r^3 w \quad . \quad (1.3)$$

Entsprechend folgt für die Leistung der Reibungskraft nach der Stokesschen Formel näherungsweise

$$L_R \sim \mu w^2 r \quad . \quad (1.4)$$

Für den Fall, daß die Leistung der Reibungskraft größer als die Leistung der Auftriebskraft ist, also

$$L_A < L_R \quad (1.5)$$

gilt, wird das aufsteigende Teilchen verzögert und kommt zur Ruhe. Liegt dagegen der umgekehrte Fall

$$L_A > L_R \quad (1.6)$$

vor, so kommt es zur Ausbildung einer selbsterhaltenden Bewegung. Eine Störung in der Wärmeleitungsschicht wird angefacht. Ersetzt man die Dichtedifferenz zwischen dem Fluidteilchen und der umgebenden Flüssig-

keit durch die lineare Dichte - Temperaturbeziehung

$$\rho_i = \rho_a (1 - \beta \cdot (T_i - T_a)), \quad (1.7)$$

so wird ersichtlich, daß der Auftrieb dem Temperaturgefälle zwischen dem aufsteigenden Teilchen und der umgebenden Flüssigkeit proportional ist. Beim Aufstieg verliert das Teilchen durch Wärmeleitung an Wärme; damit sinkt seine Temperatur und der Auftrieb wird geringer. Zur Beschreibung dieses Vorgangs führt man eine charakteristische Abkühlzeit ein. Für Stoffe mit sehr niedriger Wärmeleitfähigkeit ergeben sich relativ große Abkühlzeiten, d.h. die Bewegung von Fluidballen wird wesentlich durch die, über lange Zeiten anhaltende Temperaturdifferenz zwischen den Fluidteilchen und der Umgebung kontrolliert. Bei hoher Wärmeleitfähigkeit im Fluid kommt es dagegen zu einem raschen Temperatúrausgleich zwischen aufsteigendem Medium und der umgebenden Flüssigkeit.

Es ist zweckmäßig für schlecht wärmeleitende Flüssigkeiten in ebenen Schichten den relevanten Zeitmaßstab

$$\tau_{\kappa} = \frac{r^2}{\kappa} \quad (1.8)$$

einzuführen.

Um die lokalen Dichteunterschiede  $\rho_a - \rho_i$  mit dem Temperaturabfall über die Schicht zu verknüpfen wird die Temperaturdifferenz zwischen dem Fluidteilchen und der Umgebung in eine Taylor-Reihe entwickelt. Dies ergibt:

$$T_i - T_a = \frac{\partial T}{\partial z} \cdot w \cdot \tau + \dots \quad (1.9)$$

wobei  $\tau$  der relevante Zeitmaßstab und  $w$  die momentane Geschwindigkeit des Teilchens ist.  $w \cdot \tau$  ist der vom Teilchen während der charakteristischen Zeit  $\tau$  zurückgelegte Weg, auf dem sich die Temperatur wesentlich ändert. Führt man das Verhältnis

$$\frac{L_A}{L_R} = \frac{(\rho_a - \rho_i) \cdot g \cdot r^2}{\mu \cdot w} \quad (1.10)$$

ein, so folgt mit Gln.(1.7, 1.8, bzw 1.10) und mit Einführung der typischen Geschwindigkeitsmaßstäbe für w

$$\frac{L_A}{L_R} = \frac{\rho_a \cdot \beta \cdot g \cdot \left(-\frac{\partial T}{\partial z}\right) \cdot r^2 \cdot \tau}{\mu} \quad (1.11)$$

Für die Umgebung des Ruhezustands gilt :

$$-\frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{T_o - T_1}{h} = \frac{\Delta T}{h} \quad (1.12)$$

Für das Einsetzen einer maßgeblichen Konvektion gilt die Bedingung

$$\frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot r^4}{\kappa \cdot \nu \cdot h} > 1 \quad (1.13)$$

Wird der Radius r durch die bei Flüssigkeitsschichten relevante Skalierungslänge h ersetzt, erhält man, die für Konvektionsströmungen in horizontalen Schichten typische dimensionslose Kennzahl, die Rayleigh-Zahl Ra.

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot h^3}{\kappa \cdot \nu} \quad (1.14)$$

Für das Einsetzen einer Instabilität des Ruhezustandes muß demnach  $Ra > 1$  gelten. Diese einfachen Überlegungen machen deutlich, daß für Stabilität einer wärmeleitenden Schicht zwei unterschiedliche Mechanismen eine Rolle spielen können. Zum einen ist der Temperaturausgleichsvorgang wesentlich für das Einsetzen der Konvektion. Zum anderen kann die hemmende Wirkung der Reibungskräfte von maßgeblichem Einfluß sein.

Aus dem Verhältnis der kinematischen Zähigkeit und der Temperaturleit-zahl ergibt sich eine weitere dimensionslose Kennzahl, die Prandtl-Zahl. Diese beschreibt den Zusammenhang zwischen Energie- und Impulstransport in einer Fluidschicht. Sie ist definiert als

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa} . \quad (1.15)$$

Das Einsetzen der Konvektion hängt außer von der Rayleigh-Zahl fernerhin von den kinematischen und thermischen Randbedingungen des betrachteten Systems ab. Sparrow, Goldstein und Jonsson (1964) führen zur Erfassung des thermischen Randeinflusses die Biot-Zahl  $Bi$  ein. Diese Kennzahl ist definiert als

$$\text{Bi} = \frac{\alpha_R \cdot h}{\lambda} . \quad (1.16)$$

$\alpha_R$  ist die Wärmedurchgangszahl im Rand,  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit im Fluid und  $h$  die Dicke der Fluidschicht. Für  $Bi = 0$  liegt ein adiabater und für  $Bi = \infty$  ein isothermer Rand vor. Wenn der Beginn der Konvektion durch einen festen Wert der Rayleigh-Zahl  $Ra_c$  charakterisiert ist, so wird im allgemeinen dieser Wert eine Funktion der Biot-Zahl sein, also  $Ra_c = f(Bi)$ .

Der Wärmedurchgang durch die Flüssigkeitsschicht bei Konvektion setzt sich aus einem Wärmeleitungsanteil und einem durch die Konvektion verursachten Wärmetransport zusammen. Es ist üblich ihn auch durch eine dimensionslose Kennzahl die Nusselt-Zahl zu charakterisieren. Sie stellt das Verhältnis aus der Gesamtwärmestromdichte zur Wärmestromdichte durch Wärmeleitung dar. Es gilt somit

$$\text{Nu} = \frac{q \cdot h}{\lambda \cdot \Delta T} \quad (1.17)$$

mit  $q$  der Gesamtwärmestromdichte,  $\lambda$  der Wärmeleitfähigkeit des Fluids,  $\Delta T$  der treibenden Temperaturdifferenz und  $h$  der Schichthöhe. Im allgemeinen hängt diese Kennzahl nach den Aussagen der Ähnlichkeitsmechanik von allen anderen relevanten Kennzahlen des Problems ab. Demnach gilt

$$\text{Nu} = f(\text{Ra}, \text{Pr}, \text{Bi}). \quad (1.18)$$

Aus vielen Experimenten und theoretischen Untersuchungen (vgl. Chandrasekar (1961), Gershuni & Zhukhovitskii (1976)) ist bekannt, daß sich nach dem Einsetzen der Konvektion regelmäßige Konvektionsmuster ausbilden.

Zur Beschreibung der räumlichen Strukturen der Strömungsvorgänge im überkritischen Rayleigh-Zahlbereich wird eine Wellenzahl  $k$  eingeführt. Diese ist definiert als

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_w}. \quad (1.19)$$

$\lambda_w/2$  ist die horizontale Ausdehnung eines einzelnen Konvektionswirbels. Die Wellenlänge  $\lambda_w$  ist mit der Schichthöhe  $h$  dimensionslos gemacht.

Aus der linearen Stabilitätstheorie und aus Experimenten ist bekannt, daß in beheizten ebenen Fluidschichten bei mittleren Rayleigh-Zahlen zunächst stationäre Konvektionsmuster in Form von Rollzellen auftreten. Wird die Rayleigh-Zahl im überkritischen Rayleigh-Zahlbereich weiter erhöht, werden zeitabhängige periodische Bewegungen beobachtet. Der Strömungscharakter ist in diesem Bereich noch laminar. Erhöht man die Rayleigh-Zahl weiter, dann treten ungeordnete Bewegungen in der Schicht auf. Das Strömungsverhalten wird zunehmend stochastisch. Bei noch höheren Rayleigh-Zahlen wird das System schließlich in einen vollturbulenten Strömungszustand überführt. Zur Beschreibung des periodischen Zeitverhaltens wird in der linearen Stabilitätstheorie ein Ansatz zur Beschreibung der örtlichen und zeitlichen Anfachung der Störungsamplitude eingeführt. Dieser besitzt die Form :

$$\phi_a \sim A \cdot e^{i(kx - \omega t)}. \quad (1.20)$$

Der erste Teil des Exponenten beschreibt das ortsabhängige der zweite Teil das zeitliche Verhalten der Störgröße  $\phi_a$ . Hierin ist  $k$  die in Gl.

1.22 eingeführte Wellenzahl und  $\omega$  die komplexe Anfachungsrate der Störgröße. Der Imaginärteil von  $\omega$  stellt die zeitliche Anfachungsrate  $\sigma_a$  dar. Der Realteil von  $\omega$  ist die physikalische Frequenz. Die Untersuchung des Zeitverhaltens erfolgt im Rahmen einer linearen Stabilitätsanalyse durch eine Bewertung des Exponenten  $i(kx - \omega t)$ . Hieraus kann geschlossen werden, ob eine periodische oder aperiodische Dämpfung bzw. Anfachung oder ein indifferentes Verhalten der Störgrößen vorliegt. Es kann ferner gefolgert werden, ob sich stationäre oder periodische Strömungsvorgänge nach Beginn der Konvektion einstellen.

### 1.3 Aufgabenstellung

In dieser Arbeit werden Wärmedurchgangsmessungen durch horizontale Natriumschichten vorgenommen. Es soll außerdem aus dem Verlauf der Temperatursignale im Innern der Schicht auf die Struktur der Strömungsvorgänge geschlossen werden. Die Versuchsführung konzentriert sich im wesentlichen auf vier Punkte:

- \* Es soll der mittlere Wärmedurchgang durch eine horizontale Natriumschicht mit einer Prandtl-Zahl von 0.006 in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl gemessen werden.
  
- \* Im Bereich  $2 \cdot 10^3 < Ra < 10^4$  soll der Übergang von stationärer zu zeitabhängiger Strömung in der Schicht mit Thermoelementsonden gemessen und mit einer Signalanalyse charakterisiert werden.
  
- \* Für Rayleigh-Zahlen  $> 10^4$  sollen die Temperaturschwankungen in der Schicht gemessen und hieraus die Eigenschaften der turbulenten Konvektionsströmung mit Hilfe der Methode statistischer Signalanalyse erfaßt und interpretiert werden.
  
- \* Es sollen Vergleichsrechnungen mit dem Rechenprogramm "COMMIX" im niedrigen Rayleigh-Zahlbereich durchgeführt und die Ergebnisse mit den Daten aus Experimenten verglichen werden.

## 2. Literaturübersicht

### 2.1 Wärmedurchgang durch ebene Flüssigkeitsschichten bei kleinen Prandtl-Zahlen

Die Frage des Wärmedurchgangs durch ebene von unten beheizte Flüssigkeitsschichten ist für Flüssigkeiten mit mittleren und hohen Werten der Prandtl-Zahl in vielen experimentellen und einigen theoretischen Untersuchungen behandelt worden. Man findet ausführliche Diskussionen zu den experimentellen Daten u.a. bei O'Toole und Silveston (1961) und Rossby (1969). Numerische Berechnungen des Wärmedurchgangs unter der natürlichen Annahme einer dreidimensionalen Strömung sind bisher nur in begrenztem Umfang und für spezielle Werte der Prandtl-Zahl, in der Mehrheit der Fälle mit  $Pr = 0.71$  für Luft, durchgeführt worden so z. B. von Lipps (1976), Veltishchev und Zelin (1975) und von Grötzbach (1982). Die Grenzen der Kapazität verfügbarer Rechner sind Ursache für die noch spärlichen Resultate aus dreidimensionalen numerischen Simulationsrechnungen. Für einen Vergleich von rechnerisch und experimentell ermittelten Zuständen stehen für mittlere und große Prandtl-Zahlen dennoch ausreichend viele experimentelle Daten zur Verfügung. Die Situation ist weit ungünstiger für den Vergleich von theoretischen Aussagen und experimentellen Befunden im Fall sehr kleiner Prandtl-Zahlen, d.h.  $Pr < 0.025$ .

Globe und Dropkin (1959) führen u. a. Experimente mit Quecksilber,  $Pr = 0.025$ , in einem Rayleigh-Zahlbereich  $2 \cdot 10^5 < Ra < 2 \cdot 10^7$  durch. Sie finden, daß sich die Messungen des Wärmedurchgangs in der Quecksilberschicht durch die allgemeine für andere Flüssigkeiten hergeleitete empirische Beziehung

$$Nu = 0.069 Ra^{0.33} \cdot Pr^{0.074} \quad (2.1)$$

erfassen lassen. Allerdings weisen die Meßdaten für Quecksilber im Bereich der Rayleigh-Zahlen  $10^5 < Ra < 10^6$  merkbar kleinere Werte auf, als die Beziehung angibt. Dieser Sachverhalt deutet bereits auf ein

anderes Wärmeübertragungsverhalten von Flüssigkeiten mit kleinen Prandtl-Zahlen und kleinen Werten der Rayleigh-Zahlen hin. Die Beziehung (2.1) gilt nach Globe und Dropkin für Prandtl-Zahlen  $0.02 < Pr < 8750$  und Rayleigh-Zahlen  $1.5 \cdot 10^5 < Ra < 6.8 \cdot 10^8$ . Aus der Art der Potenzabhängigkeit der Nusselt-Zahl von der Rayleigh-Zahl kann gefolgert werden, daß in dem Anwendungsbereich eine weitgehend vollausgebildete turbulente Konvektionsströmung vorliegt, da der Wärmedurchgangskoeffizient nicht mehr von der geometrischen Länge der Schichthöhe abhängt. Dies ist auch plausibel, da im vollturbulenten Strömungsbereich die molekularen Transportgrößen eine untergeordnete Rolle spielen und die Wärmeleitung nur noch in der thermischen Grenzschicht den Wärmetransport besorgt.

McDonald und Connolly (1960) messen den Wärmeübergang an der Unterseite einer kalten Platte, die ein heißes Natriumbad bestimmter Tiefe abdeckt. Diese Autoren finden für den mittleren Wärmeübergang die Beziehung

$$Nu = 0.0785 Ra^{0.32} \quad (2.2)$$

für einen Anwendungsbereich  $4.8 \cdot 10^6 < Ra < 4 \cdot 10^7$ . Die Beziehung (2.2) läßt erkennen, daß der Wärmedurchgang an der Plattenunterseite praktisch durch eine vollturbulente Konvektionsströmung mit Grenzschichtcharakter erfolgt. Dies kommt wiederum durch die quasi 1/3 Potenzbeziehung zum Ausdruck. Wertet man die Beziehung von Globe und Dropkin Gl. (2.1) für  $Pr = 0.004$  aus, was in etwa den Versuchsbedingungen von McDonald und Connolly entspricht, so kommt  $Nu = 0.0458 Ra^{0.33}$ . Es zeigt sich, daß der Koeffizient in dieser Relation um etwa den Faktor 2 kleiner ist als in Gl. (2.2) von McDonald und Connolly.

Kudryavtsev et al. (1967) führen Wärmedurchgangsmessungen in Natrium in einem zylindrischen Behälter mit einem Höhen zu Durchmesser Verhältnis von etwa 1 durch und geben für den Kennzahlbereich  $2 \cdot 10^3 < Ra \cdot Pr < 8 \cdot 10^3$  die Beziehung an. Eine Auswertung der Relation für  $Pr = 0.0043$

$$\text{Nu} = 0.38 (\text{Ra} \cdot \text{Pr})^{0.33} \quad (2.3)$$

entsprechend den Versuchsbedingungen der Autoren (Natrium bei 600°C) ergibt  $\text{Nu} = 0.062 \cdot \text{Ra}^{0.33}$ . Zieht man zum Vergleich noch eine von Kutateladze (1958) vorgeschlagene Beziehung für den turbulenten Wärmeübergang der Form

$$\text{Nu} = 0.16 \frac{\text{Pr}^{0.33}}{1+\text{Pr}} \cdot \text{Ra}^{0.33} \quad (2.4)$$

hinzu und wertet sie ebenfalls aus für  $\text{Pr} = 0.0043$  aus so ergibt sich  $\text{Nu} = 0.0259 \cdot \text{Ra}^{0.33}$ . Aus diesen Ausführungen geht hervor, daß für den Bereich der hohen Rayleigh-Zahlen von der Größenordnung  $\text{Ra} > 10^5$  von vielen Autoren aus Messungen die Abhängigkeit der Nusselt-Zahl von der Rayleigh-Zahl einheitlich durch die 1/3 Potenz angegeben werden. Es bestehen jedoch erhebliche Abweichungen in den Vorfaktoren der Beziehungen, die bei den hier angeführten Beispielen bis zu einem Faktor 3 ausmachen können. In diesem Sachverhalt kommt die unzureichende Kenntnis über die Abhängigkeit der Wärmeübertragung von der Rayleigh-Zahl für den Bereich kleiner Prandtl-Zahlen deutlich zum Ausdruck.

Rossby (1969) führt in einem Bereich  $10^3 < \text{Ra} < 5 \cdot 10^5$  Experimente zum Wärmedurchgang in ebenen Schichten u.a. mit Quecksilber als Versuchsflüssigkeit durch. Er findet als Wärmeübergangsbeziehung für  $2 \cdot 10^4 < \text{Ra} < 5 \cdot 10^5$

$$\text{Nu} = 0.147 \text{Ra}^{0.257} \quad (2.5)$$

Diese Relation unterscheidet sich in der Potenzfunktion deutlich von den oben angeführten Korrelationen. Daraus läßt sich schließen, daß die 1/4 Potenz der Rayleigh-Zahl auf eine Konvektionsströmung hinweist, die noch einen überwiegend laminaren Charakter hat oder sich in einem Übergangszustand zur vollturbulenten Strömung befindet. Ein Vergleich mit den Verhältnissen des Wärmeübergangs an der vertikalen erwärmten Platte legt diesen Schluß nahe (vgl. Müller (1985)). Die Korrelation

von Rossby stimmt in der Potenz der Rayleigh-Zahl mit einer von Kutateladze (1958) für laminare Konvektionsströmungen angegebene Wärmeübergangsbeziehung überein. Sie lautet

$$\text{Nu} = 0.67 \text{ Ra}^{0.25} \cdot \frac{\text{Pr}^{0.25}}{1 + \text{Pr}} \quad (2.6)$$

und ergibt für Quecksilber mit  $\text{Pr} = 0.025$  die Auswertung  $\text{Nu} = 0.26 \text{ Ra}^{0.25}$ . Es sei hier angemerkt, daß Rossby die Auffassung vertritt, daß die Konvektionsströmung in der Quecksilberschicht immer turbulent ist. Er schließt dies aus der relativ großen Streuung der Temperaturmeßwerte beim Einsetzen der Konvektion im Vergleich zu Messungen mit anderen Versuchsflüssigkeiten.

Die hier angeführten wenigen Messungen zum Wärmedurchgang in ebenen Flüssigkeitsschichten mit sehr kleiner Prandtl-Zahl machen den Mangel an verlässlichen Meßdaten im gesamten Bereich der experimentell realisierbaren Rayleigh-Zahlen deutlich.

Dieses Defizit an verlässlichen Daten wird besonders deutlich, wenn man die mannigfachen theoretischen Aussagen zum Charakter der Konvektionsströmungen in ebenen Fluidschichten und zum Wärmedurchgang analysiert. Schlüter, Lortz & Busse (1965) machen zum ersten Mal darauf aufmerksam, daß nach Beginn einer Zellularkonvektion in Form von Roll-, Rechteck- oder Sechseckzellen die Nusselt-Zahl für den Grenzfall sehr kleiner Prandtl-Zahlen sehr stark von der Prandtl-Zahl abhängt. Sie finden für den Fall fester isothermer Ränder

$$\text{Nu} - 1 = (\text{Ra} - \text{Ra}_c) \cdot \text{Pr}^2 \cdot \frac{1}{a}, \quad (2.7)$$

wobei der Faktor  $a$  von der jeweiligen Zellform abhängt. Zu ähnlichen Aussagen kommen Liang, Vidal & Acrivos (1969) für den Fall der Torus-Zellen. Die Beziehung 2.7 hat entsprechend ihrer Herleitung mit Hilfe einer Störungsrechnung mit  $\epsilon = \frac{\text{Ra} - \text{Ra}_c}{\text{Ra}_c} \ll 1$  einen sehr

beschränkten Gültigkeitsbereich, der für  $Pr \neq 0$  und  $Pr \ll 1$  von verschiedenen Autoren unterschiedlich bewertet wird. Jones et al. (1976) fordern für die Konvergenz der Störungsentwicklung  $\epsilon \ll 1$  und  $\epsilon/Pr \ll 1$ . Proctor (1977) fordert  $Nu-1 = O(Pr^2)$ . Die Beziehung macht jedoch deutlich, daß im schwach überkritischen Rayleigh-Zahlbereich der konvektive Wärmetransport sehr gering ist. Die Frage stellt sich, ab welchen Werten der Rayleigh-Zahl der konvektive Wärmetransport in Flüssigkeiten mit sehr kleinen Prandtl-Zahlen einen maßgeblichen Beitrag liefert und ob es einen Schwellwert der Rayleigh-Zahl für diesen Vorgang gibt.

Zu dieser Frage nehmen verschiedene Autoren im Rahmen analytischer und numerischer Untersuchungen Stellung. Jones et al. (1976) untersuchen den Wärmetransport durch torusförmige Konvektionszellen (Ringzellen) für den Fall zweier freier isothermer Ränder an der Unterseite und Oberseite der Schicht. Mit Hilfe einer Entwicklung der Zustandsgrößen nach Eigenfunktionen und durch direkte numerische Simulation führen sie den Nachweis, daß für den Grenzfall  $Pr \rightarrow 0$  eine zweite kritische Rayleigh-Zahl existiert, ab der ein maßgeblicher konvektiver Wärmetransport beginnt. Bis zu diesem Wert existiert in der Schicht zwar schon eine Konvektionsströmung, die bei der Stabilitätsschwelle der ersten kritischen Rayleigh-Zahl einsetzt, aber die Intensität dieser Strömung wird durch die starke nichtlineare hydrodynamische Wechselwirkung beim Impulstransport klein gehalten. Erst wenn der nichtlineare Impulsaustausch durch eine besondere Strom- und Wirbellinienverteilung bei höheren Rayleigh-Zahlen unterbunden wird, kann die Intensität der Konvektionsströmung und damit der Wärmetransport kräftig anwachsen. Dies tritt ein, wenn für die Geschwindigkeit  $\vec{u}$  und die Wirbelstärke  $\vec{\omega}$  der Konvektionsströmung  $\vec{u} \cdot \nabla \vec{\omega} = 0$  gilt. Man kann sich überlegen, daß dies für eine wie ein Starrkörper rotierende Flüssigkeit zutrifft. In diesem Zusammenhang spricht man auch von dem "Schwungrad"-Effekt. Es ist plausibel, daß ein solcher Zustand in einer Flüssigkeitsschicht nur bei hinreichend großen Reynolds-Zahlen  $Re = \frac{(\beta g \Delta T h)^{1/2} \cdot h}{\nu}$  auftreten kann, weil nur so eine Entkoppelung zwischen den am Rand wirkenden Zähigkeitskräften und der praktisch starr rotierenden Kernströmung auftreten kann. Da gerade hier  $Re = Gr^{1/2}$  gilt, besagt dies auch, daß die zweite kritische Rayleigh-Zahl eigentlich ein Maß

für die Scherinstabilität der Konvektionsströmung im Randbereich der Konvektionszelle darstellt.

Die Darstellung für die Nusselt-Zahlen als Funktion der Rayleigh-Zahlen nach Jones et al. (1976) ist in Abb.2 wiedergegeben. Die Kurven  $Nu = 1$  und  $Nu = \chi \cdot (Ra - Ra_c^*) / Ra_c$  sind als Grenzkurven für die allgemeinen Beziehungen  $Nu(Ra, Pr)$  zu verstehen ( $\chi$  - Proportionalitätsfaktor).

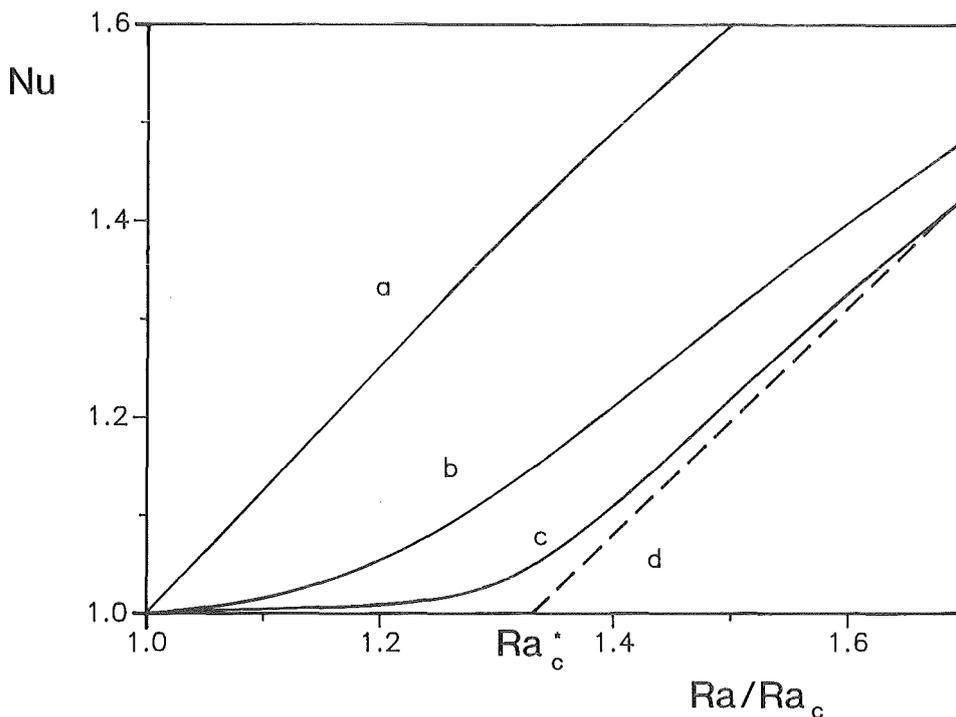


Abb. 2. Konvektiver Wärmetransport als Funktion der Rayleigh-Zahl nach Jones et al. (1976); a)  $Pr = 1$ , b)  $Pr = 0.1$ , c)  $Pr = 0.03$ , d) Grenzkurve für  $Pr \rightarrow 0$ .

Aus der Abbildung wird deutlich, daß für  $Ra_c < Ra_c^*$  der konvektive Wärmetransport auch noch bei endlichen aber sehr kleinen Werten der Prandtl-Zahl erheblich behindert wird. Die numerischen Resultate von Jones et al. (1976) zeigen fernerhin, daß für hinreichend große Werte  $Ra$  die starke Abhängigkeit des Wärmetransports von der Prandtl-Zahl verschwindet, ein Effekt der sich auch in der Abb. 3 andeutet.

Die Aussagen von Jones et al. (1976) sind von Proctor (1977) für eine andere spezielle Geometrie, einen auf der unteren Halbschale beheizten und auf der oberen Halbschale gekühlten horizontalen Zylinder bestätigt worden. Proctor gibt für diesen Fall eine asymptotische Lösung für kleine Prandtl-Zahlen an, die eine zweite kritische Rayleigh-Zahl für den Grenzfall  $Pr \rightarrow 0$  aufweisen. Seine asymptotischen Lösungen für große Reynolds-Zahlen verdeutlichen, daß ein sich einstellendes Gleichgewicht zwischen den Auftriebs- und den Trägheitskräften einer reibungsfreien Kernströmung den steilen Anstieg des Wärmetransports jenseits der zweiten kritischen Rayleigh-Zahl verursacht. Die kritischen Rayleigh-Zahlen werden für einen haftenden Rand mit  $Ra_0 = 406$  und  $Ra_1 = 432$  angegeben. Diese Werte können mit dem kritischen Wert der Rayleigh-Zahl für den Beginn der Konvektion in einer unendlich ausgedehnten Schicht zwischen zwei festen isothermen Rändern nicht unmittelbar verglichen werden.

In zwei Abhandlungen greifen Clever & Busse (1981) das Problem auf. Einerseits führen sie mit Hilfe eines Spektralverfahrens eine numerische Simulation einer zweidimensionalen Konvektionsströmung bis zu Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 2 \cdot 10^4$  durch für Prandtl-Zahlen  $0.001 \leq Pr \leq 0.71$ . Ihre wesentliche Feststellung aus den numerischen Rechnungen ist die, daß für Rayleigh-Zahlen  $Ra \geq 10^4$  der Wärmeübergang praktisch unabhängig von der Prandtl-Zahl wird. Eine entsprechende Aussage gilt für die Intensität der kinetischen Energie der Konvektion. Sie deuten dieses Resultat zusammen mit dem Ergebnis von Schlüter, Lortz und Busse (1965)  $Nu \sim Pr^2$  für  $Pr \ll 1$  als einen deutlichen Hinweis auf die Existenz einer zweiten krit. Rayleigh-Zahl im Bereich  $10^3 < Ra < 10^4$  im Grenzfall  $Pr \rightarrow 0$ . Ein bemerkenswertes Resultat der numerischen Rechnungen ist die quasi kreisförmige Gestalt der Stromlinien und der Linien konstanter Wirbelstärke im Kernbereich der Konvektionszelle für  $Pr \ll 1$  und  $Ra \approx 10^4$ . Dies kann als weiterer Hinweis auf den "Schwungrad"-Effekt und eine drastische Reduzierung der nichtlinearen Wechselwirkung in der Impulsbilanzgleichung gewertet werden. Der Verlauf der von Clever und Busse (1981) berechneten Nusselt-Zahlen ist als Funktion der Rayleigh-Zahl für verschiedene Werte von Prandtl in Abb. 3 dargestellt. Die Übereinstimmung der berechneten Werte der Nusselt-Zahl mit gemessenen Werten von

Krishnamurti (1974) und Rossby (1969) ist jedoch nicht zufriedenstellend. Die Ursache für diese Diskrepanz ist vermutlich in dem prinzipiell anderen Wärmeübertragungsvermögen einer rein zweidimensionalen Konvektionsströmung wie sie den Rechnungen zugrunde liegt und den realen dreidimensionalen Konvektionsströmungen im Experiment zu suchen. Es ist aus anderen Untersuchungen bekannt, daß zweidimensionale Konvektionsmuster den Wärmetransport maximieren (vgl. hierzu Schlüter, Lortz & Busse (1965), Malkus & Veronis (1958)). In weiteren dreidimensionalen numerischen Rechnungen finden Clever & Busse (1987) Anhaltspunkte für diese Annahme.

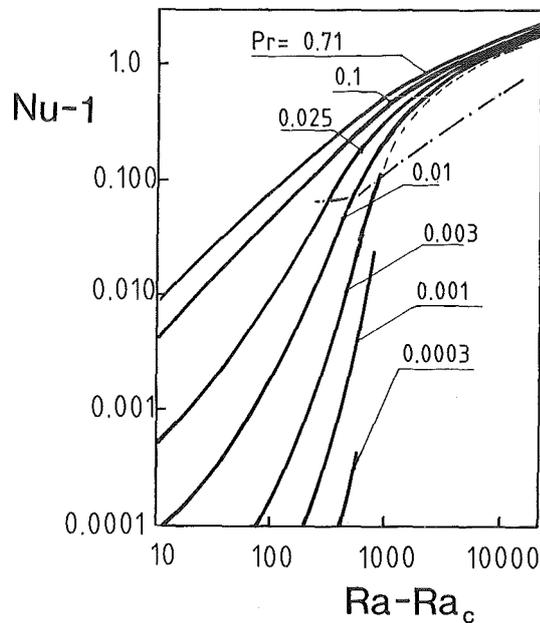


Abb. 3 Nusselt-Zahlen in Abhängigkeit der Rayleigh- und Prandtl-Zahl nach Clever und Busse (1981);  
 --- Experimente Rossby (1969).

Busse & Clever behandeln das gleiche Problem auch im Rahmen einer analytischen Näherung. Sie gehen dabei aufgrund der Erkenntnisse aus ihren numerischen Ergebnissen von der Vorstellung aus, daß sich das Geschwindigkeitsfeld der Konvektionsströmung mit Ausnahme dünner

Wandgrenzschichten wie das einer Starrkörperrotation verhält (Schwungrad-Charakter). Eine Oseen'sche Näherungslösung für die Wärmetransportgleichung führt dann für den Fall kleiner Peclet-Zahlen, d.h. für  $Pe = (Gr \cdot Pr^2)^{1/2} \ll 1$ , zur Aussage, daß die trägheitsfreie Konvektion erst oberhalb einer zweiten kritischen Rayleigh-Zahl  $Ra_c^*$  einsetzt. Ihr Wert wird von den Autoren für den Fall der ebenen Flüssigkeitsschicht mit zwei festen isothermen Rändern mit

$$Ra_c^* \approx 7373 \quad (2.8)$$

angeben. Als weiteres Ergebnis dieser Untersuchungen geben die Autoren für große Peclet-Zahlen eine asymptotische Beziehung für die Nusselt-Zahl an. Sie lautet

$$Nu - 1 \approx \frac{3\pi}{64} (2 Ra)^{1/4} = 0.175 Ra^{1/4} \quad (2.9)$$

Diese Beziehung stimmt überraschend gut mit der von Rossby angegebenen empirischen Korrelation nach Gl. (2.5) für die Daten aus Messungen mit Quecksilber überein. Diese asymptotische Relation zeigt auch die Unabhängigkeit von der Prandtl-Zahl, wie sie von den gleichen Autoren aus ihren numerischen Simulationsrechnungen geschlossen wird.

Es wird sich zeigen müssen, in wie weit die experimentellen Befunde und theoretischen Aussagen für Fluide mit kleiner Prandtl-Zahl durch die experimentellen Untersuchungen in Schichten aus flüssigem Natrium bestätigt werden können. Eines der Hauptanliegen wird es sein, die Existenz der von Trägheitseffekten bestimmten Konvektion nachzuweisen und deren typische Wärmeübertragungskorrelation zu validieren.

## 2.2 Zur Struktur der Zellularkonvektion

Die Struktur der Naturkonvektion in erwärmten ebenen Flüssigkeitsschichten ist für wachsende Rayleigh-Zahlen durch eine Folge von verschiedenen Strömungszuständen mit unterschiedlichem Stabilitätsverhalten charakterisiert. Sieht man von besonderen Effekten bei

Flüssigkeiten mit Nicht-Boussinesq'schen Eigenschaften ab, so bildet sich nach Überschreiten der kritischen Rayleigh-Zahl einheitlich in allen Flüssigkeiten zwischen isothermen festen Wänden ein Konvektionsmuster in Form von stationären Konvektionswalzen aus. Die weiteren Entwicklungsstufen des Konvektionsmusters bei wachsenden Rayleigh-Zahlen hängen jedoch wesentlich von der Größe der Prandtl-Zahl des Fluids ab. Diesen Sachverhalt hat Krishnamurti (1973) durch experimentelle Untersuchungen genauer

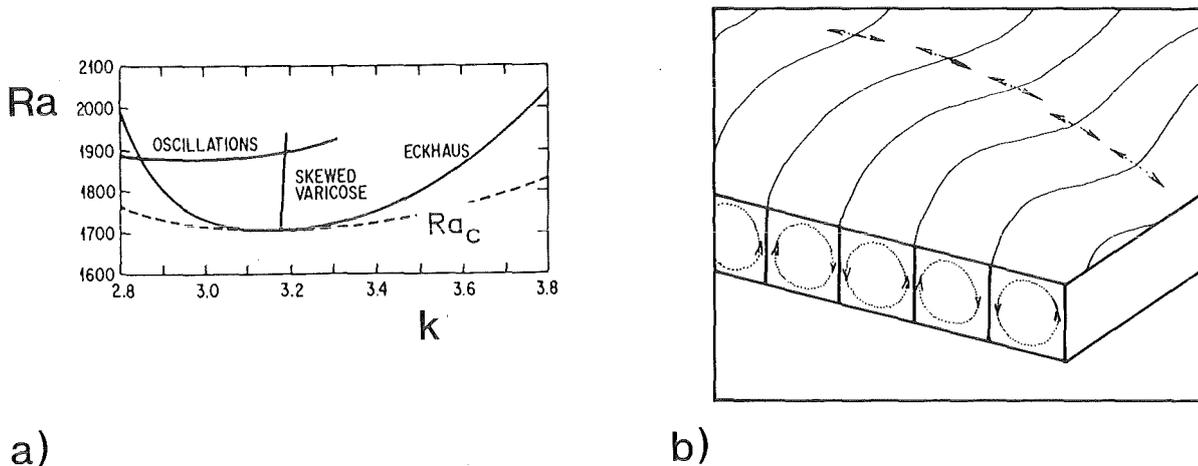


Abb. 4 a) Stabilitätsdiagramm nach Clever & Busse (1978)  
 b) Oszillierende Walzenstrukturen bei Quecksilber,  
 $Pr = 0.025$  nach Clever & Busse (1974).

analysiert. Clever & Busse (1974, 1979) haben die Konvektionszustände und Übergänge bei höheren Rayleigh-Zahlen numerisch mit Hilfe eines Spektralverfahrens analysiert. Diese Autoren finden, daß für kleine Prandtl-Zahlen schon bei niedrigen überkritischen Werten der Rayleigh-Zahl die stationäre Konvektion in eine instationäre Konvektion übergeht (siehe Abb. 4a). Krishnamurti beobachtet den Beginn der zeitabhängigen Konvektion in Quecksilberschichten mit  $Pr = 0.025$  bei  $Ra_t = 2.4 \cdot 10^3$  und bei Schichten aus Luft mit  $Pr = 0.71$  bei  $Ra_t = 5.6 \cdot 10^3$ . Clever & Busse (1974) erhalten aus ihren Rechnungen als Schwellwert für den Übergang von stationärer zu instationärer Konvektion für Quecksilber  $Ra_t = 1.9 \cdot 10^3$ . Dieses Ergebnis kann als eine qualitative Erfassung der experimentellen Befunde von Krishnamurti gesehen werden. Die

Modellrechnungen von Clever & Busse zeigen, daß die instationäre Konvektion durch Störungen verursacht werden, die sich wellenartig entlang der Achsen der zweidimensionalen Konvektionswalzen ausbreiten (siehe Abb. 4b). Als Begleiterscheinung bildet sich beim Auftreten der wellenartigen Störungen eine vertikale Komponente der Wirbelstärke aus, die bei der stationären Walzenkonvektion fehlt.

Die Aussagen zur Periodendauer bzw. zur Frequenz der oszillatorischen Konvektionsbewegung bei niedrigen Prandtl-Zahlen ist nicht einheitlich bei den verschiedenen Autoren. Krishnamurti (1973) findet bei Beginn der instationären Konvektion in Quecksilber Periodendauern zwischen 1000 und 100 s. Skaliert man diesen Wert mit der thermischen Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  für ihre Anordnung so kommt  $\tau^+ = 4.2 - 42$ . Im Vergleich dazu ergeben die Rechnungen von Clever & Busse (1974)  $\tau^+ \approx 3 - 12$  je nach der Größe der Abmessung der Konvektionszellen. Der Unterschied in den Werten der Modellrechnungen im Vergleich zu den experimentellen Daten können durch die i.a. unregelmäßige stationäre Walzenstruktur in der experimentellen Anordnung im Vergleich zum theoretischen Modell aber auch durch die nicht ganz isothermen experimentellen Randbedingungen bei einer von Kupferplatten begrenzten Quecksilberschicht verursacht sein.

Sorgfältige Messungen der Oszillationsfrequenz einer Konvektionsströmung in Quecksilber haben in jüngster Zeit Fauve & Libchaber (1982) durchgeführt. Sie benutzen einen verhältnismäßig kleinen Rechteckbehälter von  $1.6 \times 0.8 \times 0.8 \text{ cm}^3$ . Bedingt durch die enge Geometrie finden diese Autoren den Beginn einer oszillatorischen Konvektion für eine Rayleigh-Zahl, die das etwa 2.5-fache der kritischen Rayleigh-Zahl übersteigt. Sie geben die Frequenz bei Beginn der oszillatorischen Konvektion mit  $f = 120 \text{ mHz}$  an. Das entspricht einer, mit der thermischen Diffusionszeit dimensionslos gemachten Periodendauer von  $\tau \approx 0.5$ . Eine klare Beurteilung, ob die experimentellen Befunde mit den theoretischen Aussagen nach Clever & Busse (1974) in einfachen Zusammenhang stehen, kann bei den beträchtlichen Unterschieden in den Periodendauern schwerlich gegeben werden. Ein Bedarf an weiteren meßtechnischen Daten, die weitere Informationen über das oszillatorische Verhalten der Konvektionsströmung liefern ist daher in jeder Hinsicht angezeigt.

### 3. Die Grundgleichungen für das Benard-Problem

#### 3.1 Die Grundgleichungen in dimensionsloser Form

Die Grundgleichungen werden an dieser Stelle diskutiert weil sie die Basis für die im Zusammenhang der Arbeit durchgeführten numerischen Rechnungen mit Hilfe des COMMIX-Programms darstellen. Zur Herleitung der relevanten Transportgleichungen für das Benard-Problem werden die Navier-Stokes Gleichungen sowie die Gleichungen zur Energie- und Massenerhaltung benutzt. Es gilt

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] = - \nabla p - \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho g \vec{e}_z ,$$
$$\rho \cdot c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T \right] = \lambda \nabla^2 T + Q + D , \quad (3.1 \text{ a,b,c})$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 ,$$

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) ; \quad \nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) .$$

In dieser Schreibweise sind bereits folgende Annahmen gemacht:

$$\lambda = \text{konst.}, \quad c_p = \text{konst.}, \quad \mu = \text{konst.} .$$

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird die Dichte  $\rho$  mit Ausnahme des Auftriebsterms als konstant betrachtet (Boussinesq Approximation). Damit folgt für die Massenbilanz:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 . \quad (3.2)$$

Zur Beschreibung der Auftriebseffekte wird ein linearer Ansatz für die Dichteänderungen in Abhängigkeit der Temperatur eingeführt :

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta \cdot \Delta T) . \quad (3.3)$$

Diese Zustandsgleichung gilt in guter Näherung für inkompressible Flüssigkeiten. Ersetzt man nun die Dichte im Auftriebsterm durch die

lineare Dichte-Temperaturbeziehung und betrachtet diese sonst aber bei den restlichen Termen als konstant, dann lassen sich die Transportgleichungen weiter vereinfachen. Dabei soll in der Energiegleichung Wärmeerzeugung durch Reibung nicht berücksichtigt werden d.h.,  $D = 0$ . Es wird ferner vorausgesetzt, daß keine inneren Wärmequellen anderer Art vorhanden sind, d.h.  $Q = 0$ .

Neben den Bilanzgleichungen in Differentialgleichungsform, sind für die Beschreibung des Problems Randbedingungen erforderlich. An festen Berandungen gilt die Haftbedingung, also ist

$$\vec{u} = 0 \quad \text{bei } z = 0 \text{ und } z = h. \quad (3.4)$$

Im Experiment kann an festen Rändern die Temperatur  $T = T_1$  oder der Wandwärmestrom  $q_w$  vorgegeben werden. Bei den vorliegenden Untersuchungen wird im wesentlichen an der Unterseite der Schicht der Wärmestrom an der oberen Berandung die Temperatur aufgeprägt. Deshalb kann man von folgenden thermischen Randbedingungen ausgehen:

$$q_w = \lambda \frac{\partial T}{\partial z}, \quad z = 0 \quad (3.5a)$$

$$T = T_1, \quad z = 1 \quad (3.5b)$$

Für die weiteren Überlegungen wird der Druck in den Impulsgleichungen in einen hydrostatischen und einen dynamischen Anteil aufgespalten. Entsprechend wird die Temperatur in einen Wärmeleit- und einen Konvektionsanteil zerlegt. Die Lösungen für die statischen Anteile der Zustandsfunktionen werden von den ursprünglichen Bilanzgleichungen abgezogen. Auf diese Weise erhält man die sogenannten Boussinesq-Gleichungen für die Beschreibung der Naturkonvektion in inkompressiblen Flüssigkeiten. Sie lauten :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}(\nabla \cdot \vec{u}) = - \frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \cdot (\nabla^2 \vec{u}) + \beta \cdot g \cdot \Theta \vec{e}_z ,$$

$$\left\{ \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \Theta \right\} - w \frac{T_0 - T_1}{h} = \kappa \nabla^2 \Theta , \quad (3.6 \text{ a,b,c})$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 .$$

Es ist zweckmäßig in den Boussinesq-Gleichungen dimensionslose Größen einzuführen. Dies kann im Prinzip auf drei verschiedene Arten erfolgen, da 3 verschiedene Zeitmaßstäbe zur Verfügung stehen. Zwei wurden bereits in Abschnitt 1.2 erläutert, nämlich die Zeitmaßstäbe für den molekularen Wärmeaustausch  $\tau_\kappa = h^2 / \kappa$  und für den molekularen Impulsaustausch  $\tau_\nu = h^2 / \nu$ . Das System verfügt jedoch noch über einen weiteren durch Auftriebskräfte bedingten Zeitmaßstab. Man kann ihn als eine Art Aufstiegszeit eines heißen Teilchens in einer nicht zähen, nicht wärmeleitenden aber temperaturgeschichteten Flüssigkeit auffassen. Dieses Maß ist

$$\tau_g = \frac{h}{(g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot h)^{1/2}} .$$

Es ist einleuchtend, daß die verschiedenen Zeitmaßstäbe für ganz unterschiedliche Konvektionszustände in der Schicht besondere Bedeutung haben. Wenn Zähigkeit und Wärmeleitung bei kleinen Konvektionsgeschwindigkeiten dominieren, werden die Maßstäbe  $\tau_\nu = \frac{h^2}{\nu}$  und  $\tau_\kappa = \frac{h^2}{\kappa}$  das Geschehen erfassen. Es ist plausibel, daß der Maßstab  $\frac{h^2}{\kappa}$  zur Erfassung des Übergangs vom Zustand der Wärmeleitung in den Zustand der schwachen Konvektionsbewegung für alle Flüssigkeiten das Geschehen bestimmt. Ist erst eine Bewegung in Gang gekommen, so hängt es von der Entwicklung des konvektiven Wärme- und Impulstransports mit wachsenden Rayleigh-Zahlen ab, welche Zeitskala für die Darstellung der Vorgänge bei schleichenden, moderat bewegten oder turbulenten Strömungen maßgebend ist. Man kann sich überlegen, daß diese Aussagen unmittelbar mit der Ausbildung von Strömungs- und Temperaturgrenzschichten an dem

festen unteren und oberen Rand der Schicht in Zusammenhang stehen. Für  $Pr \ll 1$  (d.h.  $h^2/\nu \gg h^2/\kappa$ ) kommt es bei mäßig hohen überkritischen Temperaturdifferenzen mit zunehmenden Temperaturdifferenzen zunächst zur Ausbildung einer Strömungsgrenzschicht, für  $Pr \approx 1$  bilden sich Temperatur- und Strömungsgrenzschicht in gleichem Maße aus und für  $Pr \gg 1$  erscheint zuerst eine ausgeprägte Temperaturgrenzschicht. Es ist plausibel, daß für extrem große Temperaturgefälle die molekularen Eigenschaften des Fluids keine Rolle spielen und daß dann für voll turbulente Strömungen nur die Zeitskala  $\tau_g \sim h \cdot (\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot h)^{-1/2}$  eine Rolle spielt.

Das Anliegen dieser Arbeit ist es, die Konvektionsvorgänge in einer Schicht aus flüssigem Natrium mit  $Pr \ll 1$  über einen größeren Bereich treibender Temperaturdifferenzen zu erfassen. Da die Untersuchungen schleichende und turbulente Konvektionsströmungen umfassen, ist es zweckmäßig, für die Einführung dimensionsloser Strömungsgrößen als Leitwert die Zeit  $\tau_g = h \cdot (\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot h)^{1/2}$  zu wählen. Dann werden für die Bewertung der Vorgänge die Verhältnisse  $\tau_\nu / \tau_g$  und  $\tau_\kappa / \tau_g$  eine Rolle spielen. Diese Verhältnisse sind aber gerade die mit der Auftriebsgeschwindigkeit der Schichthöhe und den molekularen Transportkoeffizienten gebildeten dimensionslosen Kennzahlen, die Reynolds-Zahl  $Re = \frac{u \cdot d}{\nu}$  und die Peclet-Zahl  $Pe = \frac{u \cdot d}{\kappa}$ .

Der folgende Satz dimensionsloser Variabler

$$t = \frac{h}{u_g} t', \quad u_g = (\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot h)^{1/2},$$

$$(x, y, z) = h \cdot (x', y', z')$$

$$\Theta = (T_0 - T_1) \Theta'$$

$$p = \rho_\infty U_g^2 \cdot p'$$

transformiert die Boussinesq-Gleichungen in folgende dimensionslose Form:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot (\nabla \vec{u}) = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{u} + \Theta \vec{e}_z,$$

$$\text{Pe} \left\{ \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot (\nabla \Theta) \right\} - \text{Pe} \cdot w = \nabla^2 \Theta \quad (3.7 \text{ a,b,c})$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0.$$

Zwischen den hier auftretenden Kennzahlen, Reynolds-Zahl  $\text{Re}$ , Peclet-Zahl  $\text{Pe}$  und den schon früher eingeführten Größen  $\text{Ra}$ ,  $\text{Gr}$  besteht folgender Zusammenhang

$$\text{Re} = \text{Gr}^{1/2} = (\text{Ra} \cdot \text{Pr}^{-1})^{1/2}, \quad (3.8)$$

$$\text{Pe} = \text{Re} \cdot \text{Pr}. \quad (3.9)$$

Für die spätere Diskussion der Resultate wird sich der Rückgriff auf die für Fragen der Wärmeübertragung bei Zwangskonvektion eingeführten Größen  $\text{Re}$  und  $\text{Pe}$  als nützlich erweisen.

Zur vollständigen Beschreibung des Problems sind neben dem Satz der partiellen Differentialgleichungen noch Randbedingungen erforderlich. Für die dimensionslosen Zustandsgrößen lauten die Randbedingungen

$$\vec{u} = 0 \quad \text{bei } z = 0, z = 1, \quad (3.10)$$

$$\text{Nu} - 1 = \frac{\partial \Theta}{\partial z} \quad z = 0, \quad (3.11a)$$

$$\Theta = 0 \quad z = 1, \quad (3.11b)$$

$$\text{mit } Nu = \frac{q_w \cdot h}{\lambda \cdot \Delta T} .$$

Hier ist  $Nu$  die bereits in Abschnitt 1.2 eingeführte Nusselt-Zahl. Sie stellt das Verhältnis von der gesamten durch die Schicht transportierten Wärme zum durch reine Wärmeleitung transportierten Anteil dar.

In Abschnitt 1.2 wurde auf Grund der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Ähnlichkeitsmechanik geschlossen, daß zwischen den Kennzahlen  $Nu, Ra, Pr$  der funktionale Zusammenhang

$$Nu = f ( Ra, Pr ) \quad (3.12)$$

besteht. Die Überlegungen und Herleitungen dieses Abschnitts legen eine äquivalente Darstellung der Form

$$Nu = f ( Re, Pe ) \quad (3.13)$$

nahe.

## 3.2 Das Programmsystem COMMIX

### 3.21 Allgemeine Bemerkungen

COMMIX (vgl. Domanus et al. (1985)) ist ein Rechenprogramm, das stationäre und transiente Vorgänge der Thermo- und Fluidodynamik in einphasigen Strömungen berechnen kann. Es basiert auf einem Differenzenverfahren zur Lösung der thermohydraulischen Grundgleichungen in allgemeiner Form. Das bedeutet, daß im Vergleich zum Gleichungssystem (3.1) in COMMIX die Bilanzgleichungen für Impuls und Wärme und Masse für temperatur- und druckabhängige molekulare Transportkoeffizienten formuliert sind.

### 3.22 Das Lösungsverfahren

COMMIX benutzt für die Lösung der thermohydraulischen Grundgleichungen ein Differenzenverfahren, welches halb- und vollimplizite Lösungsschemen zur Verfügung stellt. Es löst Randwert- und Anfangswertprobleme. Die direkte Berechnung des Geschwindigkeits- und des Temperaturfeldes geschieht bei der vorliegenden Version mit Hilfe einer sogenannten "UP-WIND" Methode 1. Ordnung.

Zur Diskretisierung des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes wird ein versetztes Maschennetz verwendet. Die Temperaturen und die Drücke werden in Zellmitte, die Geschwindigkeiten an den Zellrändern berechnet. Die Ankopplung der Randwerte erfolgt durch Extrapolation. Hierbei wird bei Temperaturrandbedingungen ein Wärmeleitungsansatz und bei der Geschwindigkeit eine lineare Extrapolation des Geschwindigkeitsprofils benutzt. Die Rechnungen können in kartesischen und zylindrischen Koordinaten durchgeführt werden. In der vorliegenden Form des Programms COMMIX können laminare und turbulente Strömungen simuliert werden. Bei den hier durchgeführten Rechnungen werden jedoch keine Turbulenzmodelle verwendet.

Zur Durchführung der Rechnungen wird die Testkammergeometrie der Natriumexperimente exakt nachgebildet. Hierbei wird angenommen, daß beim Geschwindigkeits- und Temperaturfeld Rotationssymmetrie vorliegt. Die halbe Querschnittsfläche der Natriumschicht hat einen Radius  $r$  von

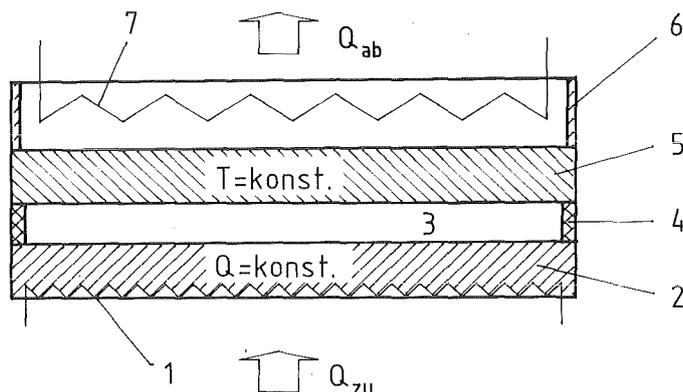
250 mm. Die Gesamtschicht wird horizontal in 150 und vertikal in 10 Gitterpunkte aufgeteilt.

Als kinematische Randbedingungen werden an der Schichtober- und Unterseite sowie an der Außenseite Haftbedingungen angesetzt. Aufgrund der Singularität auf der Symmetrieachse benötigt das Rechenprogramm dort eine weitere Bedingung. Diese wird als "freie zylindrische Oberfläche" mit adiabaten Eigenschaften definiert. Die Temperaturrandbedingungen werden an der Heizplatte durch eine Wärmestromvorgabe, entsprechend der Beziehung (3.11a) und an der Kühlplatte durch Temperaturvorgabe (3.11b) fixiert. Alle anderen Ränder werden als adiabatisch betrachtet. Die erforderlichen Stoffdaten wie die Zähigkeit, die Wärmeleitfähigkeit, die Dichte und die spez. Wärme werden in Abhängigkeit von einer mittleren Maschentemperatur berechnet. Diese Methode ist auf einen Temperaturbereich zwischen 200 und 400°C beschränkt. Weitere Einzelheiten können der Programmbeschreibung von Domanus et al. (1985) und Maekawa (1987) entnommen werden.

## 4. Versuchsaufbau

### 4.1 Der Wärmedurchgangsprüfstand

In Abb. 5 ist der schematische Aufbau einer Versuchsanordnung zur Bestimmung des Wärmedurchgangs durch flüssige Natriumschichten dargestellt.



- |                        |                 |
|------------------------|-----------------|
| 1 Widerstandsbeheizung | 5 Kühlplatte    |
| 2 Heizplatte           | 6 Kühlergehäuse |
| 3 Natriumschicht       | 7 Siedekühler   |
| 4 Zwischenring         |                 |

Abb. 5 Versuchsanordnung für Wärmedurchgangsmessungen in flüssigen Natriumschichten.

Die Natriumschicht wird mit einer elektrischen Heizplatte von unten beheizt und mittels einer Kühlplatte an der Schichtoberseite gekühlt. Durch Verwendung von unterschiedlichen Distanzringen können verschiedene Schichthöhen  $h$  eingestellt werden. Hierdurch ist eine zusätzliche Variation der Rayleigh-Zahl möglich. Weitere technische Einzelheiten sind im Anhang dargestellt.

Nahezu alle theoretischen Arbeiten behandeln das Benard-Problem unter der Voraussetzung isothermer Ränder, deshalb wird versucht dies auch im Experiment zu realisieren. Zur Erzielung solcher Randbedingungen werden an der Unter- und Oberseite der Natriumschicht zur Wärmezufuhr und

Wärmeabfuhr eine Heiz- bzw. Kühlplatte aus Kupfer verwendet. Dieser Werkstoff besitzt eine ca. 5-fach höhere Wärmeleitfähigkeit als Natrium. Er stellt zugleich den einzigen technisch nutzbaren Werkstoff mit einer so hohen Wärmeleitfähigkeit dar. Dennoch kann die gewünschte Isothermie der Ränder nur annähernd erreicht werden. Ein Maß für die Qualität der Randbedingungen ist die Biot-Zahl  $Bi$  die für diesen Aufbau durch  $Bi = \frac{\lambda_{Na}}{\lambda_{Cu}} \cdot \frac{d}{h}$  definiert ist. Im vorliegenden Fall ist  $Bi \approx 2.5$  für die Schichthöhe  $h = 15.5$  mm und  $Bi \approx 7.5$  für  $h = 46.5$  mm.

Die Wärmezufuhr an die Schicht erfolgt durch elektrische Widerstandsbeheizung der unteren Kupferplatte. Hierzu sind 4 Mantelheizleiter spiralförmig an der Unterseite der Heizplatte eingelötet. Der seitliche Abstand zwischen den Heizleitern beträgt pro Windung ca. 1 mm. Die Wärmezufuhr an die Fluidschicht ist deshalb sehr gleichmäßig. Insgesamt stehen  $\approx 40$  kW Heizleistung zur Verfügung.

Durch Verwendung eines Konvektionskühlers, der mit flüssigem Natrium gekühlt wird, ergeben sich im Versuchsbetrieb Schwierigkeiten. Diese Konstruktion erfordert eine spiralförmige Kühlkanalführung nach dem Prinzip des Gegenstromwärmetauschers. An der Kühlplattenoberseite müssen Anschlußstutzen für den Kühlmittelmassenstrom an die Kühlplatte angebracht werden. Diese versagen während des Versuchsbetriebs wiederholt. Bei den ersten Versuchen stellt sich heraus, daß ein erhebliches radiales Temperaturgefälle zwischen dem Zentrum der Kühlplatte und dem Rand vorliegt (vgl. Kapitel 5.1).

Angesichts dieser Schwierigkeiten wird eine Modifikation der Versuchsvorrichtung vorgenommen. Durch die Verwendung eines Siedekühlers kann die technische Apparatur wesentlich vereinfacht werden. Außerdem ergibt sich durch den Siedevorgang an der Kühlplattenoberseite über die gesamte Oberfläche der Kühlplatte eine gleichmäßigere Wärmeabfuhr.

Zur Bestimmung der lokalen Plattentemperaturen werden am Umfang 6 Tieflochbohrungen angebracht. Die Einstecktiefen variieren von

Position :	Heizplatte		Kühlplatte	
1	r= 80 mm	$S_{Cu} = 21.15$ mm	r= 75 mm	$S_{Cu} = 26.80$ mm
2	r= 95 mm	$S_{Cu} = 21.25$ mm	r= 90 mm	$S_{Cu} = 26.87$ mm
3	r=105 mm	$S_{Cu} = 21.40$ mm	r=100 mm	$S_{Cu} = 26.98$ mm
4	r=155 mm	$S_{Cu} = 20.95$ mm	r=150 mm	$S_{Cu} = 27.00$ mm
5	r=205 mm	$S_{Cu} = 20.78$ mm	r=200 mm	$S_{Cu} = 27.32$ mm
6	r=255 mm	$S_{Cu} = 20.62$ mm	r=250 mm	$S_{Cu} = 27.57$ mm

Tab. 1 Position der Pt-100 Temperaturmeßfühler in Heiz- und Kühlplatte.

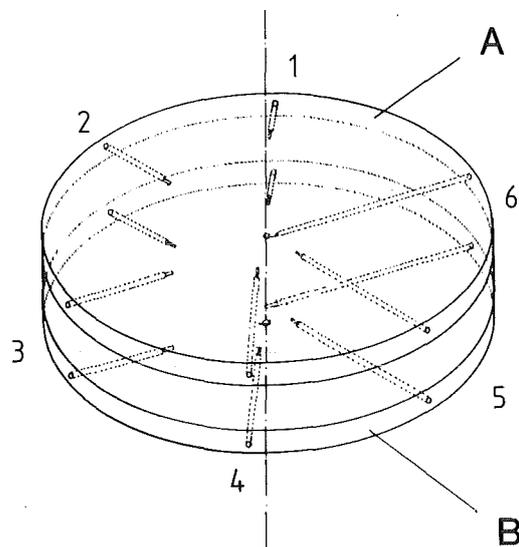


Abb. 6 Anordnung der Platinwiderstandsthermometer in den Kupferplatten; A, Kühlplatte; B, Heizplatte.

Plattenmitte bis zu einem seitlichen Randabstand von 80 mm (siehe Abb. 6). Danach werden die Abstände der Sonden zu den Natriumoberflächen mittels Ultraschallmessungen bestimmt. Die geometrische Lage der Meßsonden ist für jede Meßfühlerposition in Tabelle 1 dargestellt. Die Einstecktiefen  $r$  sind auf den seitlichen Schichtrand bezogen. Die Abstände der Meßfühler zu den Natriumoberflächen sind mit  $S_{Cu}$  bezeichnet.

Natriumexperiment $h = 15.5 \text{ mm}$			Natriumexperiment $h = 46.5 \text{ mm}$		
Pos 1	$r =$	$z = 2 \text{ mm}$	Pos 1	$r =$	$z = 2 \text{ mm}$
Pos 2	$r =$	$z = 7.5 \text{ mm}$	Pos 2	$r =$	$z = 23 \text{ mm}$
Pos 3	$r =$	$z = 13 \text{ mm}$	Pos 3	$r =$	$z = 44 \text{ mm}$
Pos 4	$r =$	$z = 7.5 \text{ mm}$	Pos 4	$r =$	$z = 23 \text{ mm}$
Pos 5	$r =$	$z = 7.5 \text{ mm}$	Pos 5	$r =$	$z = 1 \text{ mm}$
Pos 6	$r =$	$z = 7.5 \text{ mm}$	Pos 6	$r =$	$z = 45 \text{ mm}$
Pos 7	$r =$	$z = 7.5 \text{ mm}$	Pos 7	$r =$	$z = 45 \text{ mm}$
Pos 8	$r =$	$z = 1 \text{ mm}$	Pos 8	$r =$	$z = 23 \text{ mm}$
Pos 9	$r =$	$z = 14 \text{ mm}$	Pos 9	$r =$	$z = 1 \text{ mm}$

Tab. 2 Geometrische Daten der Meßsonden in der Natriumschicht.

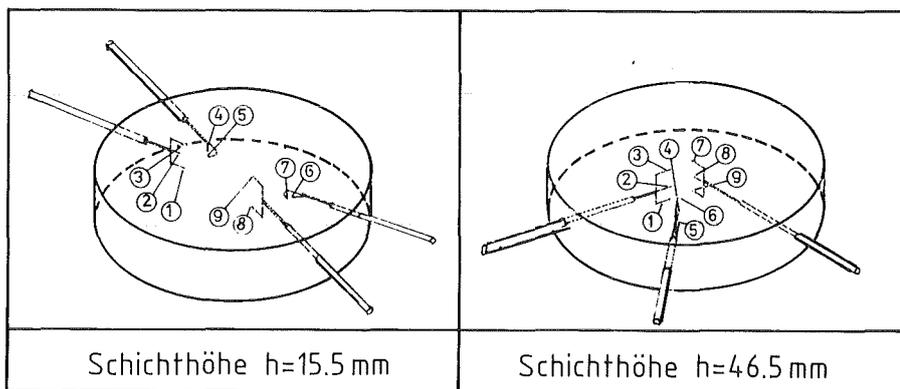


Abb. 7 Anordnung der Thermoelementsonden in der Natriumschicht.

Zur Erfassung von Schwankungstemperaturen  $T'$  innerhalb der Konvektionsschicht werden in die Außenwand des Zwischenrings 4, später 3 Temperatursonden mit je 2 bzw. 3 Nickelchrom-Nickel Thermoelementen eingebaut. Die einzelnen Meßelemente sind radial und axial an unterschiedlichen Schichtpositionen angeordnet. Die prinzipielle Anordnung ist in Abb.7 dargestellt. Der Tab. 2 können die exakten Positionen entnommen werden. Die seitlichen Wandabstände sind mit  $r$  bezeichnet. Der Abstand  $h$  ist in vertikaler Richtung auf die Heizplattenoberfläche bezogen.

## **4.2 Das Meßsystem**

### **4.21 Allgemeine Bemerkungen**

Es treten bei der meßtechnischen Erfassung des Problems im wesentlichen 4 unterschiedliche Gruppen von Meßsignalen auf. Dies sind Meßgrößen zur Bestimmung der zugeführten Heizleistung, Meßwerte von lokalen und mittleren Temperaturdifferenzen über die Natriumschicht, die Messung von Randtemperaturen zur Verlustwärmebestimmung sowie die Meßwerte der dynamischen Temperatursignale in der Natriumschicht.

### **4.22 Leistungsmessung**

Die Bestimmung der zugeführten elektrischen Heizleistung erfolgt mit 4 Präzisionswiderständen mit je 10 m $\Omega$ . Durch Messung des Spannungsabfalls an den Widerständen lassen sich zusammen mit den Widerstandswerten der Meßshunts die Heizleiterströme berechnen. Gleichzeitig erfolgt die Messung der Klemmenspannungen am Anschluß der Heizleiter. Eine Fehlerbetrachtung zeigt, daß sich mit diesen Parametern die zugeführte elektrische Leistung mit einer Genauigkeit besser 1 % ermitteln läßt.

### **4.23 Temperaturdifferenzmessung über die Metallschichten**

Die Oberflächentemperaturen können aus technischen Gründen nicht direkt an der Oberfläche der Natriumschicht gemessen werden. Deshalb werden die Meßelemente in die Kupferplatten eingebracht. Diese Anordnung

ermöglicht es außerdem einen defekten Meßfühler während des laufenden Versuchsbetriebs auszutauschen.

Bei Berührungsthermometern kommt es zu einem Meßfehler aufgrund der endlichen Meßfühlergröße. Die hier verwendeten Meßfühler haben einen Durchmesser von 1.6 mm. Dieser Fehler ist umso kleiner je größer die Wärmeleitfähigkeit des umgebenden Werkstoffs ist. Bei einer Wärmestromdichte von ca.  $2 \text{ W/cm}^2$  entspricht dies einem Temperaturgradienten in Kupfer von ca.  $0.05 \text{ K/mm}$ . Unter der Annahme, daß ein Meßfühler  $\pm 0.05 \text{ mm}$  von dem angenommenen Ort entfernt positioniert wäre, hätte dies einen Meßfehler von  $\pm 0.0025 \text{ K}$  zur Folge. Bei einer direkten Messung in Natrium wäre dieser Wert ca. 5-mal höher. Im Bereich der Meßfühlerbohrungen kommt es zu Temperaturinhomogenitäten in den Kupferplatten. Diese können sich bis zur Schichtoberfläche infolge der hohen Wärmeleitung des Kupfers abbauen. Daher können die hierdurch bedingten Temperaturstörungen in der Konvektionsschicht vernachlässigt werden.

Diese Anordnung erfordert allerdings eine leistungs- und abstandsabhängige Berechnung der effektiven Temperaturdifferenz über die Natriumschicht. Aufgrund der Analyse von Vorversuchen und unter Zugrundelegung der Rechenergebnisse von Clever & Busse kann angenommen werden, daß die Nusselt-Zahlen im schwach überkritischen Rayleigh-Zahlbereich nur 1 bis 2 % vom Wärmeleitungszustand abweichen. Sollen in diesem Bereich verlässliche Aussagen zum Wärmedurchgang anhand von Messungen vorgenommen werden, dann muß von der Meßgenauigkeit bei der Temperaturdifferenz eine Genauigkeit besser  $0.1 \text{ K}$  gefordert werden. Diese Vorgabe ergibt sich aus einer Abschätzung des Fehlers im Bereich der kritischen Rayleigh-Zahl. Dort liegt bei Verwendung einer Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$  eine Temperaturdifferenz über die Natriumschicht von ca.  $6 \text{ K}$  vor. Unter Zugrundelegung der Proportionalität  $Ra \sim \Delta T$  folgt bei einer Meßunsicherheit von  $0.1 \text{ K}$  in der Temperaturdifferenz eine Unsicherheit der Bestimmung der Rayleigh-Zahl von etwa 2 %. Für die Bestimmung der Nusselt-Zahl ist der Fehler proportional  $1/\Delta T$  (vgl. Gl. 3.26). Deshalb müssen an die Temperaturmeßtechnik sehr hohe Anforderungen bezüglich Auflösung und Temperaturdrift gestellt werden. Zu diesem Zweck werden Meßgeräte für

Platinwiderstandsthermometer mit einer Auflösung von 0.01 K eingesetzt. Die 6 verwendeten Geräte werden in Vorversuchen mittels Kalibrierwiderstände bezüglich Linearität und Temperaturdrift untersucht und miteinander verglichen. In einem weiteren Schritt werden die in 4-Leitertechnik ausgeführten Widerstandsthermometer überprüft. Das geschieht durch einen Temperaturvergleich aller Pt-100 mit einem ausgesuchten Referenzfühler. Durch diese Methode können die Relativabweichungen der Fühler untereinander bestimmt werden. Bei diesen Messungen zeigt sich, daß die Kennlinien der Meßsonden im interessierenden Temperaturbereich identische Steigungen aufweisen.

Die Kalibrierung der Meßfühler erfolgt nach Inbetriebnahme des Prüfstandes im stationären Betriebszustand der Konvektionskammer. Damit die Temperaturgradienten über die Meßfühlerabmessungen klein bleiben, erfolgt der Vergleich der Einzelfühler bei einer Heizleistung von ca. 1000 W. Wenn das System seinen stationären Zustand erreicht hat, werden die einzelnen Temperaturfühler nacheinander in die äußerste Meßposition der Kühlplatte gesteckt. Die gemessenen Werte werden registriert und mit dem Referenzfühler verglichen. Die vorliegenden Abweichungen werden später bei den Auswertungen der Versuche im Auswertprogramm zur Bestimmung der effektiven lokalen Temperaturdifferenzen berücksichtigt. Durch diese Vorgehensweise läßt sich die Meßgenauigkeit bei Differenzmessungen fast bis zur Auflösungsgrenze der Meßgeräte steigern. Eine Nachkalibrierung ergibt, daß die Reproduzierbarkeit der Meßwerte über den gesamten Versuchszeitraum besser als  $\pm 0.04$  K ist.

#### **4.24 Erfassung der Randtemperaturen**

Zur Abschätzung der Randwärmeverluste werden während des laufenden Versuchsbetriebs Oberflächentemperaturen an den Außenwänden der Konvektionskammer und an der Oberfläche der Wärmedämmung sowie die Umgebungstemperatur mit Thermoelementen erfaßt und gespeichert. Hierdurch lassen sich relativ exakte Aussagen über die axialen und radialen Wärmeflüsse über den Randbereich machen. Unter Verwendung dieser Größen erfolgt die unter Kapitel 5.2 beschriebene Berechnung des Gesamtwärmeverluststroms  $Q_v$ .

## 4.25 Aufzeichnung dynamischer Temperatursignale

Zur Untersuchung des Strömungsverhaltens werden in der Natriumschicht in Abhängigkeit des zugeführten Wärmestromes 9 Temperaturfühler in die Fluidschicht eingebracht. Hierzu werden Nickelchrom-Nickel Mantelthermoelemente mit verjüngter Meßspitze, Durchmesser 0.25 mm eingesetzt. Nach Krebs & Weinkötz (1976) und Bunschi (1977) können mit solchen Thermoelementen zeitlich veränderliche Temperatursignale in flüssigem Natrium bis ca. 40 Hz nahezu ungedämpft registriert werden. Um Schwingungen der relativ dünnen Meßsonden aufgrund von Erschütterungen zu verhindern werden diese ca. 60 mm von der Meßspitze entfernt mit Miniaturabstandshalter abgestützt. Zusätzlich sind die Einzellemente in ein Hüllrohr mit einem Außendurchmesser von 1.5 mm eingelötet. Dies ist erforderlich, da die Elemente durch die Außenwand geführt und abgedichtet werden müssen (siehe Abb. 8).

### Nickelchrom-Nickel Thermoelemente Ø 0.025 mm

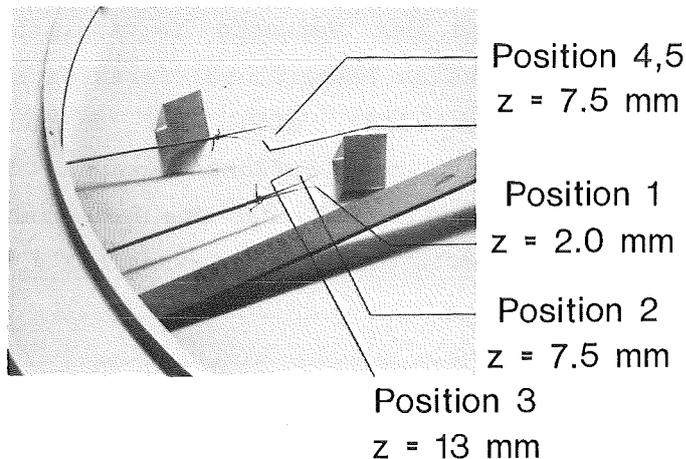


Abb. 8 Justierte Innenthermoelemente in der Natriumschicht.

## 4.3 Das Meßdatenerfassungssystem

### 4.31 Stationäre Meßsignale

Da für die Auswertung der Versuchsergebnisse zur Bestimmung der Wärmedurchgangszahlen eine Vielzahl von Meßgrößen erfaßt und verar-

beitet werden müssen, kommt einer effektiven und genauen Erfassung der Meßdaten während des laufenden Versuchsbetriebs besondere Bedeutung zu.

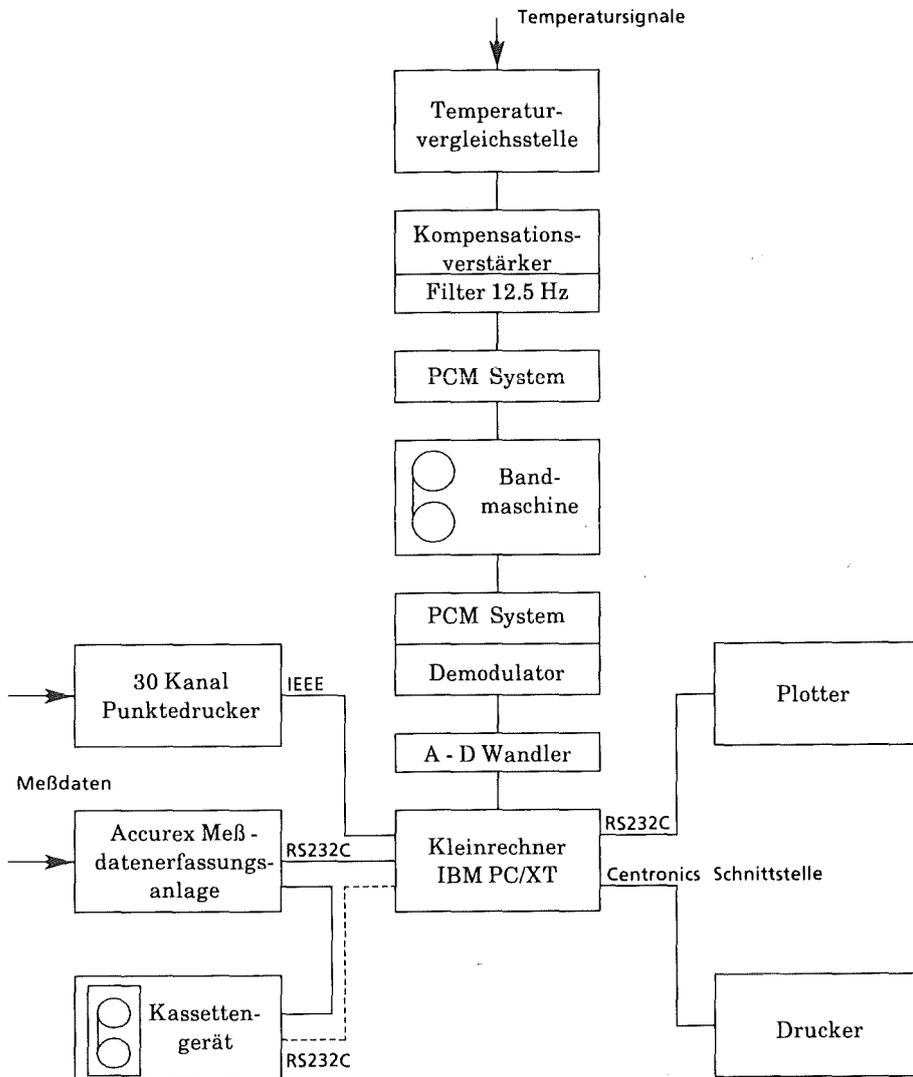


Abb. 9 Schematische Darstellung der Meßgeräteanordnung für die Temperaturdifferenzmessungen.

Im vorliegenden Fall erfolgt die Verarbeitung der Meßdaten mit einer mikroprozessorgesteuerten Meßdatenerfassungsanlage. Diese Anlage konvertiert während des Meßvorgangs die analogen Spannungssignale kontinuierlich in digitale Impulse und gibt diese Werte über serielle Schnittstellen an einen Kleinrechner und ein Kassettengerät weiter.

Der Datenlogger erfaßt im normalen Versuchsbetrieb ca. 50 Meßzyklen für jeden der 60 einzelnen Meßstellen. Diese werden unbearbeitet an einen Kleinrechner übergeben. Mittels eines speziellen Auswerteprogramms werden die Rohdaten über den vorliegenden Zeitraum gemittelt und falls erforderlich in die gewünschten physikalischen Einheiten umgerechnet bzw. kalibriert ( siehe dazu Kapitel 5.2 Auswerteverfahren). Die Versuchsergebnisse werden unmittelbar nach Versuchsende in Form einer Liste ausgedruckt und bei Bedarf mit einem Plotter graphisch dargestellt. Der gesamte Meßgeräteaufbau ist in Abb. 9 schematisch aufgezeigt.

#### 4.32 Dynamische Meßsignale

Die schwankenden Temperatursignale in der Natriumschicht werden mit einem PCM-System (Pulse Code Modulation) aufgezeichnet. Durch dieses Verfahren kann eine Beeinflussung der Analyseergebnisse aufgrund von niederfrequenten Geschwindigkeitsschwankungen des Aufzeichnungsbandgerätes eliminiert werden. Bevor die Spannungssignale aufgenommen werden, werden diese durch Aufschalten einer Kompensationsspannung mittelwertfrei gemacht und danach so verstärkt, daß das verbleibende Nutzsignal für die nachfolgende Signalanalyse einen ausreichenden Signalpegel besitzt.

Bei den Versuchen mit der Schichthöhe  $h = 15.5$  mm werden Signale von 9 Meßfühlern (zu einem späteren Zeitpunkt aufgrund von Ausfällen noch von 4) und beim Experiment mit Schichthöhe  $h = 46.5$  mm mit 8 Fühlern aufgezeichnet. Pro Versuch werden über einen Zeitraum ca. 40 bis 50 Minuten Temperatursignale aufgezeichnet. Dabei wird angenommen, daß die zu erwartenden Temperaturschwankungen Perioden unter 5 Minuten besitzen. Dann können auch bei solch niederfrequenten Signalen noch mindestens 10 Schwankungsperioden analysiert werden.

Bevor Aussagen zur Dynamik der Meßsignale erfolgen können, muß das dynamische Verhalten der Meßkette untersucht werden. Frequenzgang und Phasenlage sind hauptsächlich durch Verstärkungsteil und Analogfilter bestimmt. Dem Bodediagramm kann entnommen werden, daß bei 12.5 Hz ein

Abfall der Kurve von 10 dB vorliegt und höherfrequente Signalanteile mit 120 dB pro Dekade gedämpft werden (Tiefpaß 6. Ordnung). Die Anordnung erlaubt es daher, daß Temperatursignale bis zu 10 Hz ungedämpft zu übertragen. Bei allen Meßkanälen werden identische Phasenverschiebungen ermittelt, die bereits bei 0.2 Hz einsetzen. Für die Berechnung der Autokorrelationsfunktion bzw. des Autospektrums ist dies ohne Bedeutung. Bei Laufzeituntersuchungen sind unterschiedliche Phasenverschiebungen zu vermeiden, da sie zu einer Verfälschung der Ergebnisse führen.

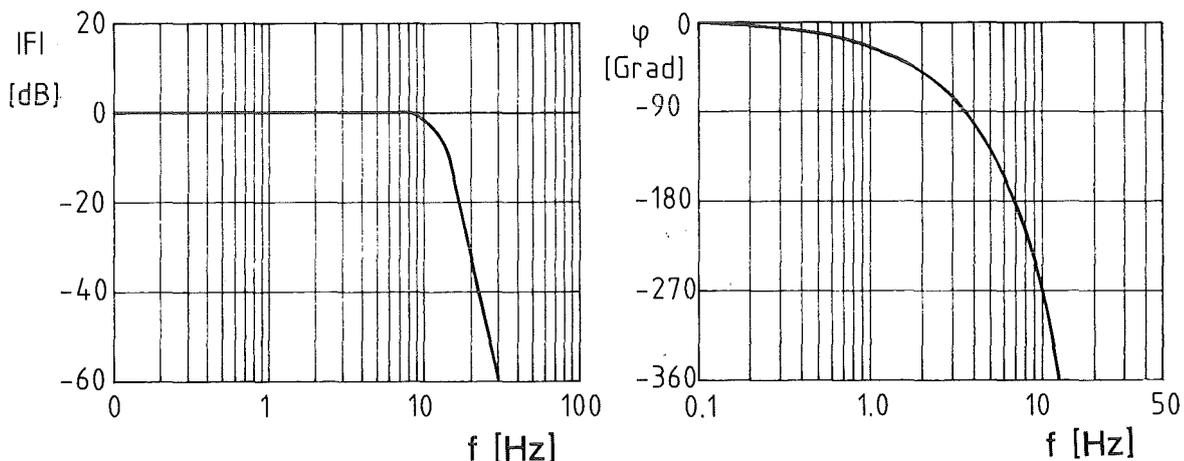


Abb. 10 a) Bodediagramm der Verstärker und Filter,  
b) Phasenlage.

Die Analogsignale werden in äquidistanten Zeitintervallen unter Beachtung des Abtasttheorems nach Shannon mit einem Personal-Computer digitalisiert. Es wird stets beachtet, daß

$$f_{\text{tast}} > 2 \cdot f_{\text{max}} \quad (4.1)$$

Erste Auswertungen zeigen, daß Nutzsignale in einem Frequenzbereich zwischen 0.001 bis 1 Hz erwartet werden können. Die Daten werden deshalb mit einer Abtastfrequenz von 5 Hz bzw bei höheren Rayleigh-Zahlen mit 10 Hz pro Kanal digitalisiert. Danach werden diese auf einen Großrechner übertragen und analysiert. Die weitere Vorgehensweise wird in Abschnitt 5.22 "Auswertung dynamischer Temperatursignale" beschrieben.

## 5. Versuchsdurchführung und Auswertung

### 5.1 Vorbemerkungen zu systembedingten Temperaturinhomogenitäten auf der Heiz- und Kühlplatte

Unmittelbar nach Beginn des Versuchsbetriebs zeigt sich, daß auf den wärmeübertragenden Platten beträchtliche radiale und azimutale Temperaturgradienten auftreten ( siehe Abb. 11), die vom zugeführten Wärmestrom abhängen.

Aufgrund der vorliegende Temperaturvariation auf der Heiz- und Kühlplatte muß im Bereich unterkritischer Rayleigh-Zahlen mit einer lokalen Varianz des Wärmestroms von mindestens 30 % gerechnet werden. Durch Einführung einer mittleren Temperaturdifferenz wird erreicht, daß dieser Effekt zwischen der Heiz- und Kühlplatte im wesentlichen ausgeglichen werden kann. Dennoch verbleibt auch nach der Mittelung ein nicht zu vernachlässigender Unterschied zum homogenen Wärmeleitzustand. Daher muß damit gerechnet werden, daß es bereits im unterkritischen Bereich der Rayleigh-Zahlen zur Ausbildung von schwachen Konvektionsströmungen kommt. Dieser Umstand hat einen Einfluß auf das Wärmedurchgangsverhaltens in der Natriumschicht. Wegen dieses Sachverhalts scheint es zunächst nicht möglich Wärmedurchgangsmessungen durchzuführen. Die Beseitigung dieser experimentellen Schwierigkeiten erweist sich als außerordentlich aufwendig.

Zunächst ist zu klären wodurch die Temperaturinhomogenitäten verursacht werden. Als mögliche Ursachen kommen in Frage :

- Genauigkeit der Meßwerterfassung,
- lokale Gaspolster an der Fluid-Oberseite,
- Kühlerkonstruktion,
- Randwärmeverluste,
- Benetzungsverhalten der Natriumschicht an der vernickelten Kupferoberfläche,
- Oxidablagerungen auf den wärmeübertragenden Oberflächen.

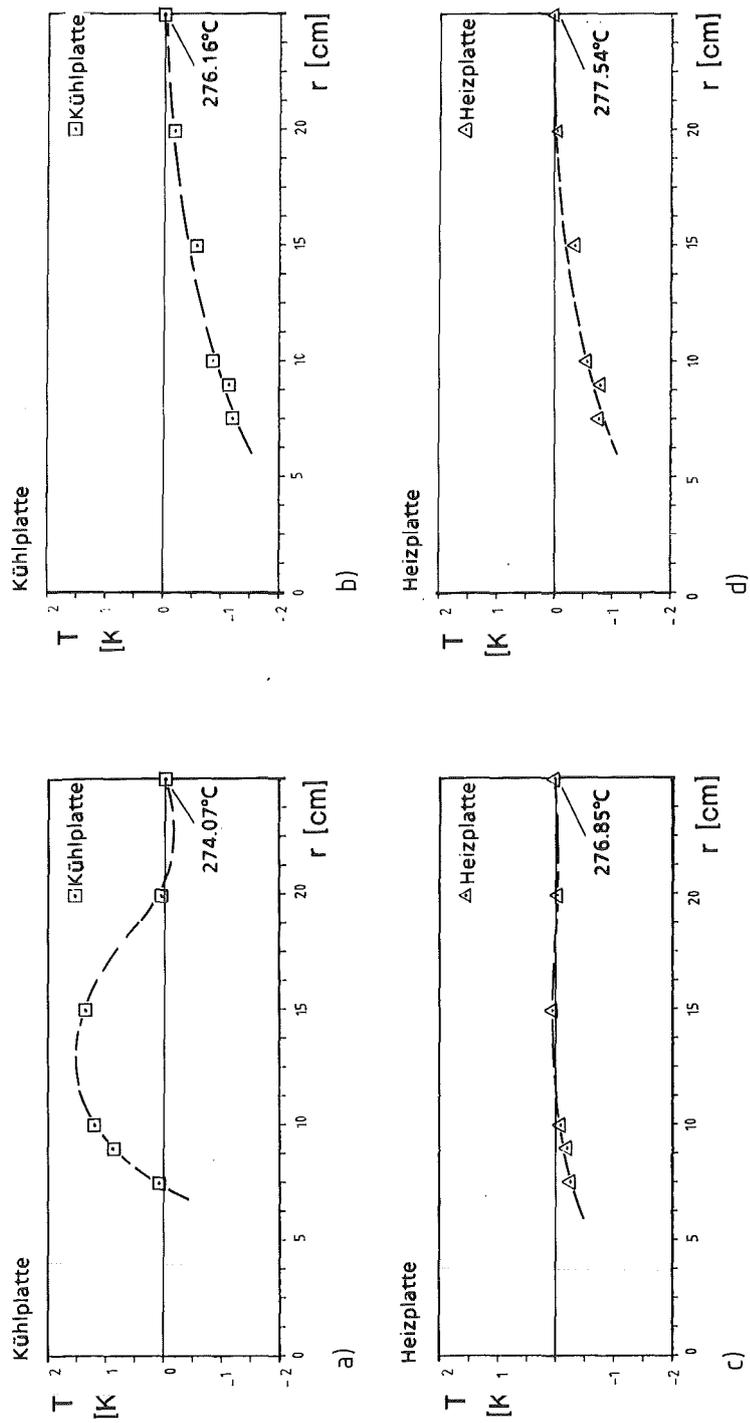


Abb. 11 Temperaturvarianz auf Heiz- und Kühlplatte bei  $Q \approx 2000$  W  
a, c) vor dem Reinigungsprozeß,  
b, d) nach dem Reinigungsprozeß.

Verschiedene Vorversuche und rechnerische Abschätzungen deuten darauf hin, daß sich in Natrium gelöste Oxide beim Befüllen der Teststrecke an der relativ kalten Kühlplatte ablagern. Dadurch wird der Wärmeübergang zur Kühlplatte infolge der geringen Wärmeleitfähigkeit solcher Oxidschichten beeinträchtigt. Dies führt zu den beobachteten Variationen in den örtlichen Randtemperaturen. Die Versuchsapparatur wird mehrmals gereinigt. Dabei wird die Versuchsapparatur zuletzt bei einem hohen Temperaturniveau stärker und über den doppelten Zeitraum beheizt. Danach treten merkliche Veränderungen der Temperaturverteilung auf den Kupferplatten auf. Diese sind auf der Kühlplatte größer als auf der Heizplatte. Aus Abb. 11 ist zu entnehmen, daß sich die Verteilung nach dem Reinigungsprozeß geglättet hat. Hierdurch kommt es bei den danach durchgeführten Experimenten zu merklich geringeren Unterschieden in den lokalen Temperaturdifferenzen und folglich zu einem homogeneren Wärmefluß in der Natriumschicht. Aus diesem Ergebnis wird geschlossen, daß bei den ersten Versuchen Schmutzeffekte an der Oberseite der Natriumschicht eine wesentliche Ursache für örtliche Unterschiede in der Temperaturverteilung gewesen sind. Nach Durchführung des Reinigungsprozesses können Wärmedurchgangsmessungen mit genügender Genauigkeit durchgeführt werden.

## **5.2 Das Auswerteverfahren**

### **5.21 Lokale und mittlere Wärmedurchgangszahlen**

Zur Bestimmung des integralen Wärmedurchgangs in der Natriumschicht werden insgesamt 50 Meßwerte über einen Versuchszeitraum von ca. 5 Minuten mit einer Mikroprozessor gesteuerten Meßdatenerfassungsstation aufgezeichnet und an einen Kleinrechner übertragen. Zeitliche Signalschwankungen werden durch Mittelung für jeden Einzelkanal aus 50 Einzelmeßwerten eliminiert. Unmittelbar nach der Messung können die Meßpegel in physikalische Einheiten umgerechnet und die berechneten Werte in Form einer Liste ausgegeben werden.

Zur Bestimmung des Wärmedurchgangs durch die Natriumschicht ist es erforderlich die von der Mitteltemperatur des Systems und von der

Temperaturdifferenz abhängigen Verlustwärmeströme zu berechnen. Dies geschieht mittels aufgezeichneter Randtemperaturen an den Seitenwänden der Konvektionskammer und an der Außenseite der Wärmedämmung sowie der vorliegenden Temperaturdifferenz über die Kupfer- und Fluidschichten. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 12 schematisch dargestellt. Die Berechnung der Gesamtwärmeverluste erfolgt unter Benutzung nachfolgender Beziehungen. Für die, von der Temperaturdifferenz abhängigen Wärmeverluste über den seitlichen Rand gilt:

$$Q_{v1} = A_R \lambda_{Vd} \frac{\Delta T_{Vd}}{h_{Vd}} \quad (5.1)$$

Die Bedeutung der Symbole ist der Nomenklatur zu entnehmen. Die Abschätzung der von der mittleren Systemtemperatur abhängigen

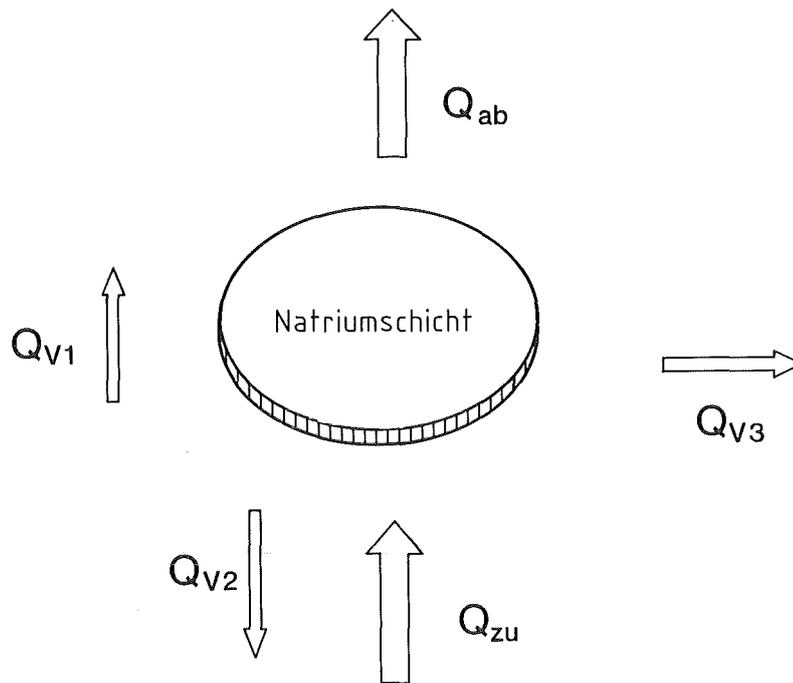


Abb. 12 Wärmeverluste an der Konvektionskammer

Wärmeverluste an die Umgebung wird in zwei Anteile aufgeteilt. Für die Plattenunterseite gilt:

$$Q_{v2} = \frac{\lambda_{iso}}{s_{iso}} A_{iso} \cdot \Delta T_u \quad (5.2)$$

Die Berechnung der seitlichen Wärmeverluste erfolgt mit der Wärmestrombeziehung für eine Zylinderwand:

$$Q_{v3} = \frac{\lambda_{iso} \cdot 2\pi \cdot l}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \cdot \Delta T_s \quad (5.3)$$

Bei Anwendung der Beziehungen 5.1-5.3 ergeben sich für die Verlustwärmeströme aus den Experimenten mit der Schichthöhe 15.5 mm die in Abb. 13 in Abhängigkeit der gemessenen Temperaturdifferenz aufgetragenen Kurven. Durch Addition derselben folgt für den Gesamtwärmeverlust:

$$Q_v = Q_{v1} + Q_{v2} + Q_{v3} \quad (5.4)$$

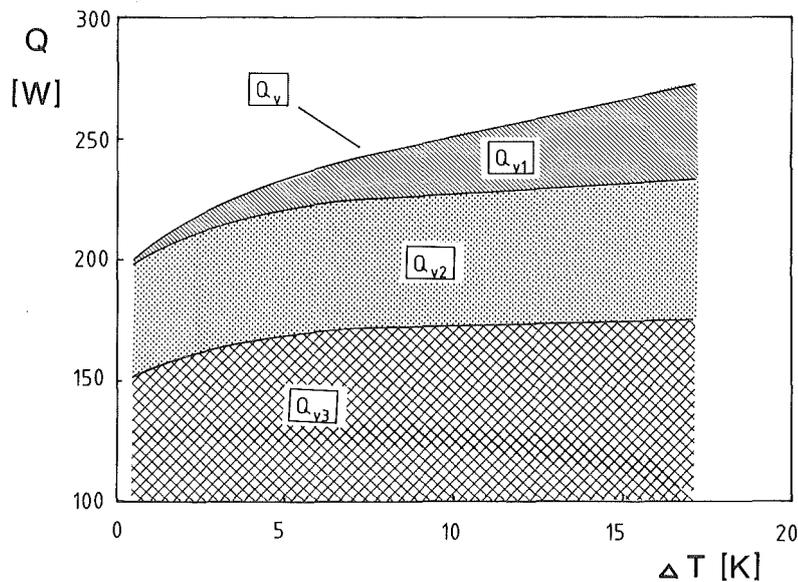


Abb. 13 Wärmeverluste an der Konvektionskammer in Abhängigkeit der Temperaturdifferenz über die Natriumschicht,  
 $Q_{v1}$ , Wärmeverluste über dem Seitensteg;  
 $Q_{v2}$ , Wärmeverluste an der Schichtunterseite;  
 $Q_{v3}$ , Wärmeverluste am Seitenrand.

der als Grenzkurve der Abb. 13 entnommen werden kann. Anhand dieses Schaubildes zeigt sich, daß für niedrige Wärmestromdichten die von der Systemtemperatur abhängigen Anteile überwiegen. Erst bei Temperaturdifferenzen größer 15 K werden vergleichbare Größenordnungen bei dem im wesentlich temperaturdifferenzabhängigen Randwärmestrom über die vertikalen Stege erreicht. Bei niedrigen Wärmestromdichten in der Fluidschicht ist eine genaue Abschätzung der Wärmeverluste besonders wichtig. Die vorab beschriebene Methode zur Festlegung der Wärmeverluste wird bei einer elektrischen Heizleistung von ca. 503 W auf ihre Genauigkeit überprüft. Hierbei wird angenommen, daß in der Fluidschicht reine Wärmeleitungsvorgänge stattfinden. Die Bestimmung der mittleren Nusselt-Zahl ergibt für diese Wärmestromdichte mit einem Wert von 0.94 im Mittel nur eine Abweichung von 6 % vom Wärmeleitungs-zustand der Fluidschicht. Im vorliegenden Fall liegen die Verlustwärmeströme von 196 W in der gleichen Größenordnung wie der Wärmestrom von 306 W durch die Fluidschicht. Daraus kann geschlossen werden, daß der mittels äußerer Parameter gerechnete Gesamtwärmeverlust die realen Verluste im Experiment gut erfaßt.

Die Differenz zwischen zugeführter elektrischer Heizleistung und den berechneten Wärmeverlusten ergibt den mittleren Wärmestrom durch die Fluidschicht. Danach wird die Bestimmung der mittleren Schichttemperatur vorgenommen. Diese ist zu Berechnung der temperaturabhängigen Stoffdaten erforderlich. Aus Gründen der Meßtechnik ist es zur Erzielung der maximalen Genauigkeit erforderlich, die Meßwerte binärcodiert auf die Meßdatenerfassungsanlage zu übertragen. Hierbei können jedoch nur die Temperaturdifferenzen über die Kupfer- und Natriumschichten in dieser Form an das Datenerfassungsgerät übergeben werden. Für die Berechnung der Stoffdaten sind jedoch Absoluttemperaturen erforderlich. Diese Größen müssen über eine zweifache Analog-Digital Wandlung an den Auswerterechner übergeben werden. Hierdurch wird die Meßgenauigkeit bei den Absoluttemperaturen geringfügig verschlechtert. Der hieraus resultierende Fehler wird mit  $\pm 0.1$  K abgeschätzt.

Die Temperaturfühler sind in der Heizplatte ca. 27 mm unterhalb der Natriumschicht bzw. in der Kühlplatte 21 mm oberhalb der Natriumschicht

in die Kupferplatten eingebracht (siehe Abb. 14). Aufgrund dieser Anordnung muß eine leistungs- und abstandsabhängige Berechnung der Temperaturdifferenzen in den Kupferplatten an jeder einzelnen Meßposition durchgeführt werden. Aufgrund der vorliegenden Temperaturinhomogenitäten (vgl. hierzu Kapitel 5.1) wird zur Berechnung einer

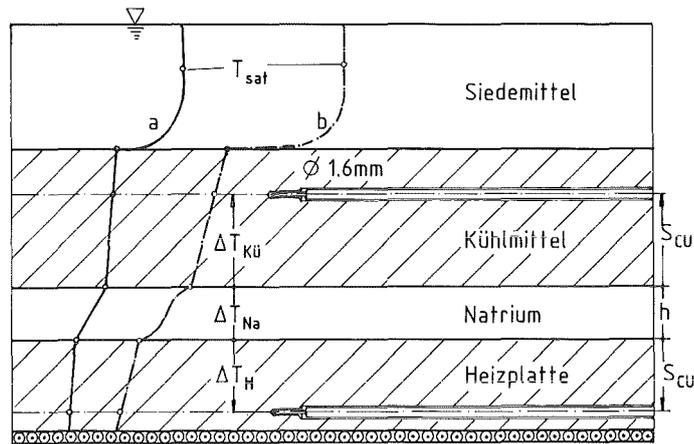


Abb. 14 Temperaturverlauf über die Kupfer- und Natriumschichten,  
a) bei Wärmeleitung  
b) bei Konvektion.

mittleren Wärmeübergangszahl die nachfolgend beschriebene Berechnungsmethode angewendet. Zur Verdeutlichung des Rechenwegs wird anhand der Abb. 14 der Temperaturverlauf durch die Metallschichten durch ein Schnittbild im Bereich der Meßfühler erläutert.

Bei den Experimenten kann der lokale Wärmestrom nicht gemessen werden. Deshalb muß angenommen werden, daß in der Heizplatte eine homogene Wärmestromdichte  $q$  vorliegt.

$$q = \alpha \cdot \Delta T. \quad (5.5)$$

Unter Einbeziehung des Meßfühlerabstands  $S_{Cu}(j)$  von der Natriumoberfläche und einer eindimensionalen Wärmeleitungsrechnung wird der Temperaturabfall in der Heizplatte bestimmt.

Es gilt:

$$\Delta T_H(j) = \frac{Q}{A} \cdot \frac{S_{Cu}(j)}{\lambda_{Cu}}, \quad j = 1, \dots, 6. \quad (5.6)$$

Wird dieser Anteil von der gemessenen Temperaturdifferenz subtrahiert, verbleibt eine Resttemperaturdifferenz über die Natriumschicht und über den Meßfühlerabstand in der Kühlplatte.

$$\Delta T_{Na+Kü}(j) = \Delta T_{ges}(j) - \Delta T_H(j), \quad j = 1, \dots, 6. \quad (5.7)$$

Die Berechnung des Temperaturabfalls in der Kühlplatte erfolgt in gleicher Weise. Unter Zuhilfenahme dieser Zwischenschritte erhält man die lokalen Temperaturdifferenzen über die Natriumschicht:

$$\Delta T_{Na}(j) = \Delta T_{ges}(j) - \Delta T_H(j) - \Delta T_{Kü}(j) \quad j = 1, \dots, 6. \quad (5.8)$$

Die Darstellung von lokalen und mittleren Wärmedurchgangszahlen erfolgt in dimensionsloser Form. Hierzu werden die in Kapitel 2 eingeführten Definitionen der Einflußgrößen des Problems und der eindimensionale Ansatz für den Wärmedurchgang in einer Schicht mit der Höhe  $h$  benutzt. Es gilt für den Wärmetransport insgesamt:

$$Q(j) = \alpha(j) \cdot A \cdot \Delta T_{Na}(j), \quad j = 1, \dots, 6 \quad (5.9)$$

und für die Wärmeleitung in der Schicht

$$Q_L(j) = \lambda_{Na} \cdot A \cdot \frac{\Delta T_{Na}}{h}(j), \quad j = 1, \dots, 6. \quad (5.10)$$

Hier ist  $\alpha(j)$  die lokale Wärmedurchgangszahl an der Meßstelle  $j$  und  $Q$  bzw.  $\Delta T$  sind der lokale Wärmestrom und die gemessene lokale Temperaturdifferenz. Damit folgt für die lokalen Nusselt-Zahlen

$$Nu(j) = \alpha(j) \cdot \frac{h}{\lambda_{Na}} = \frac{Q}{Q_L(j)} \quad j = 1, \dots, 6. \quad (5.11)$$

Aufgrund der Temperaturinhomogenitäten auf den wärmeübertragenden Platten muß lokal von unterschiedlichen Wärmestromdichten ausgegangen

werden. Diese können im Versuch nicht ermittelt werden. Als mittlere Wärmeübergangszahl  $\bar{\alpha}$  wird der arithmetische Mittelwert der lokalen Wärmeübergangszahlen gewählt. Die Auswertebeziehung lautet:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha(j) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{q(j)}{\Delta T_{Na}(j)}, \quad j = 1, \dots, 6. \quad (5.12)$$

Zur Auswertung dieser Gleichung liegen nur die örtlich gemessenen Temperaturdifferenzen  $\Delta T(j)$  vor. Die Größen  $q(j) = \frac{Q(j)}{A}$  sind jedoch nicht bekannt. Wegen dieser Schwierigkeit wird zur Auswertung der Beziehung ein konstanter Wärmefluß  $\bar{q} = \frac{Q}{A}$  über die Schicht angenommen. Die Mittelung wird über die lokal gemessenen Temperaturdifferenzen der Form

$$\bar{\alpha} = \bar{q} \cdot \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\Delta T_{Na}(j)}, \quad j = 1, \dots, 6 \quad (5.13)$$

durchgeführt. Diese Vorgehensweise ist vertretbar, da an der Schichtunterseite im Experiment durch die Widerstandsbeheizung im wesentlichen der Wärmestrom aufgeprägt ist. In der Natriumschicht selbst ist diese Annahme in guter Näherung erfüllt. Die mittlere Nusselt-Zahl  $Nu$  wird mit der Beziehung

$$Nu = \frac{\bar{\alpha} \cdot h}{\lambda_{Na}} \quad (5.14)$$

berechnet. Weiterhin wird für jede einzelne Meßposition die von der lokalen Temperaturdifferenz abhängige lokale Rayleigh-Zahl nach der Beziehung

$$Ra(j) = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T(j) \cdot h^3}{\nu \cdot \kappa} \quad j = 1, \dots, 6. \quad (5.15)$$

ermittelt.

## 5.22 Dynamischer Temperatursignale

Die analogen Temperatursignale werden digitalisiert und dann auf einen Großrechner übertragen. Dort sind umfangreiche Programmbibliotheken zur Auswertung und Analyse von dynamischen Signalen verfügbar. Die Temperatursignale besitzen im höheren Rayleigh-Zahlbereich stochastischen Charakter, deshalb erfolgt zunächst die Berechnung der Verteilungsmomente 1. bis 4. Ordnung. Danach werden die Korrelationsfunktionen und daraus die zugehörigen Leistungsdichtespektren berechnet. Durch diese Vorgehensweise können harmonische Frequenzanteile auch bei sehr ungünstigen Signal- zu Rauschpegelverhältnissen festgestellt werden.

Bei der Auswertung wird angenommen, daß die Signale ein ergodisches Verhalten besitzen. Als erstes werden die zeitabhängigen Temperatursignale linear gemittelt und danach der Gleichanteil der Signale eliminiert. Dies geschieht mit der Beziehung

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(i) \quad i = 1, n \quad (5.16)$$

und

$$x' = x(i) - \bar{x}. \quad (5.17)$$

$n$  ist die Anzahl der Mittelungspunkte.

Nach Smol'yakov und Tkachenko (1983) ist eine Zufallsvariable im statistischen Sinne vollständig bestimmt, wenn ihre Verteilung in differentieller oder integraler Form bekannt ist oder aber alle Verteilungsmomente bekannt sind. Die Momente einer Verteilung sind definiert durch die Beziehung :

$$M^k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k w(x) dx, \quad k = 1, \dots, \infty. \quad (5.18)$$

Hierin ist  $k$  die Ordnung des Moments und  $w(x)$  die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen. Für praktische Anwendungen genügt es meistens, wenn die Verteilungsmomente 1. bis 4. Ordnung bestimmt werden. Für  $k = 1$  erhält man den Mittelwert der Größe  $x$ . Es folgt:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot w(x) dx \quad . \quad (5.19)$$

Die höheren Momente bis vierter Ordnung sind in diskreter Schreibweise wie folgt definiert:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{x})^2, \quad \text{Varianz.} \quad (5.20)$$

Die Varianz ist bei Geschwindigkeitsschwankungen ein Maß für die kinetische Energie der turbulenten Bewegungsvorgänge in einer Strömung. Die Wurzel aus der Varianz ist die Standardabweichung der Schwankungsgröße  $x$ . In der Meßtechnik wird diese Größe oft als RMS-Wert bezeichnet. Dieser ist definiert :

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{x})^2} \quad . \quad (5.21)$$

Das Moment 3. Ordnung ist die Schiefe einer Verteilung. Diese stellt ein Maß für die Symmetrie einer Verteilung dar (siehe Abb. 15). Die Schiefe ist durch folgende Größe charakterisiert :

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{x})^3, \quad \text{Schiefe.} \quad (5.22)$$

Bei negativer Schiefe liegt eine Häufung von Amplituden bei den Schwankungsgrößen mit negativen und im umgekehrten Fall bei den Schwankungsgrößen mit positiven Vorzeichen vor.

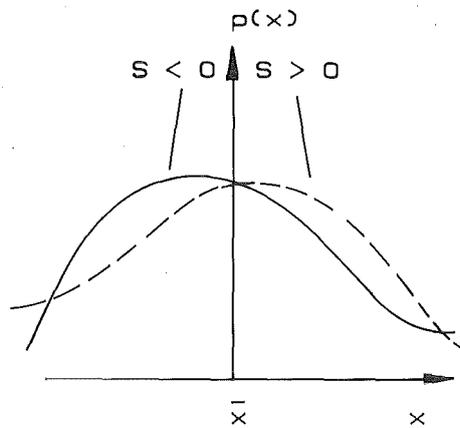


Abb. 15 Schiefe einer Verteilung.

Bei regellosen Signalen ist das Moment 4. Ordnung ein Maß für den Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte-Kurve im Maximum. Es wird als Flachheit einer Verteilung bezeichnet. Die Flachheit kann auch für periodische Signale berechnet werden. Für ein sinusförmiges Signal ist die Flachheit  $F = 1.5$ . Die Flachheit ist durch die Beziehung

$$F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{x})^4, \quad (5.23)$$

definiert.

Eine, zur Bewertung statistischer Vorgänge besonders bekannte Verteilung ist die Gauß'sche Normalverteilung einer Schwankungsgröße. Diese Verteilung ist durch die Momente mit gerader Ordnung vollständig definiert, da alle Momente mit ungerader Ordnung verschwinden. Bei einer Gauß-Verteilung gilt für die Schiefe  $S = 0$  und für die Flachheit  $F = 3$ .

Ist die Flachheit  $F > 3$  ergibt sich der in Abb. 16 dargestellte steilere Verlauf im Bereich des Kurvenmaximums und für  $F < 3$  ist die Verteilung flacher.

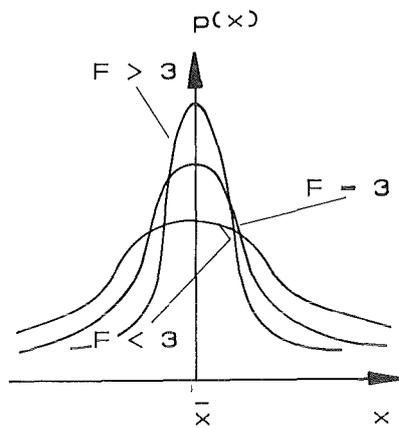


Abb. 16 Flachheit einer Verteilung

Ältere Untersuchungen der Mikro-Strukturen in turbulenten Strömungen gaben Anlaß zu der Hoffnung, daß Fluktuationen in solchen Strömungen gaußverteilt sind (vgl. Smol'yakov und Tkachenko (1983)). Die Gauß-Verteilung charakterisiert die maximal möglichen Freiheitsgrade einer Zufallsvariablen  $x$ . Neuere Untersuchungen weisen jedoch darauf hin, daß die nichtlinearen Wechselwirkungen zwischen unterschiedlichen Strömungswirbeln in turbulenten Strömungen nicht vollständig von einander unabhängig sein können. Damit werden die Freiheitsgrade eingeschränkt. Infolgedessen kommt es zwischen der Verteilungsdichte einer turbulenten Schwankungsgröße  $x$  und einem Prozeß mit einer Gauß-Verteilung zu Unterschieden in den Verteilungsdichtefunktionen. Diese Unterschiede können zur Charakterisierung der zeitlichen und örtlichen Abhängigkeiten zwischen den bestimmenden Strömungsgrößen benutzt werden. Je kleiner der Wert für die Flachheit eines stochastischen Signals ist, umso größer wird die Schwankung um einen Mittelwert sein. Die Flachheit kann aber auch für periodische Signale mit grundlegend anderen Verteilungsdichten berechnet werden. So erhält man den Wert  $F = 1.5$  für ein Sinussignal. Die Schwankungsbewegung ist

in diesem Fall deterministisch, d.h. die Schwankungen sind durch einen funktionalen Zusammenhang eindeutig festgelegt und daher im statistischen Sinne nicht voneinander unabhängig. Wird daher für die Flachheit eines Signals ein Wert  $F < 3$  festgestellt, so können in diesem Signal auch periodische Anteile vorhanden sein. Diese Möglichkeit ist bei der später durchzuführenden Analyse der Temperaturschwankungssignale in der Natriumschicht in Erwägung zu ziehen.

Zur weiteren Interpretation der Schwankungssignale werden Korrelationsfunktionen benutzt. Die Autokorrelationsfunktion ist definiert durch:

$$\phi_{xx} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) dt . \quad (5.24)$$

Wegen der endlichen Meßzeit  $T$  erfolgt die Berechnung mit einer Näherung der Form

$$\phi_{xx} \approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) dt . \quad (5.25)$$

Die Kreuzkorrelation wird nach der Vorschrift:

$$\phi_{xy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t+\tau) dt \quad (5.26)$$

ermittelt. Auch diese Funktion kann aufgrund der endlichen Meßzeit  $T$  nur näherungsweise berechnet werden. Es gilt

$$\phi_{xy} \approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t+\tau) dt . \quad (5.27)$$

Durch Normierung der obengenannten Beziehungen mit dem Wert der Korrelationsfunktion an der Stelle  $\tau = 0$  werden die normierten Korrelationsfunktionen eingeführt:

$$\Phi_{xx} = \frac{\phi_{xx}(\tau)}{\phi_{xx}(0)}, \quad (5.28)$$

$$\Phi_{xy} = \frac{\phi_{xy}(\tau)}{\phi_{xy}(0)}. \quad (5.29)$$

Zur Interpretation eines Schwankungssignals ist es häufig vorteilhaft Korrelationsfunktionen mittels Fourier-Transformation in den Frequenzbereich zu überführen. Das zugehörige Autoleistungsdichtespektrum ergibt sich nach der Berechnungsvorschrift:

$$F_{xx} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{xx}(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (5.30)$$

Durch Normierung mit der Varianz folgt für das normierte Autoleistungsdichtespektrum:

$$F_{xx}^* = \frac{F_{xx}}{\phi_{xx}(0)}. \quad (5.30a)$$

Für das Kreuzleistungsdichtespektrum folgt:

$$F_{xy} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{xy}(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (5.31)$$

Ebenso folgt für das normierte Kreuzleistungsdichtespektrum:

$$F_{xy}^* = \frac{F_{xy}}{\phi_{xy}(0)}. \quad (5.31a)$$

Die zugehörige Phasenbeziehung ergibt sich gemäß:

$$\psi = \frac{\text{Imag. Teil } |F_{xy}|}{\text{Real Teil } |F_{xy}|} \quad (5.32)$$

Damit sind die, für das vorliegende Problem relevanten Auswerteberechnungen bereitgestellt. Für weitergehende Betrachtungen muß auf spezielle Fachliteratur verwiesen werden ( Bendat & Piersol (1966), Beauchamb & Yuen (1979), Hesselmann (1983), Smol'yakov & Tkachenko (1983)).

Die zur Auswertung verwendeten Programme benutzen zur Berechnung der Autokorrelationsfunktion (AKF), der Kreuzkorrelationsfunktion (KKF), des Autoleistungsdichtespektrums (ALDS), des Kreuzleistungsdichtespektrums (KLDS) und der Phasenlage intern die Mathematik-Bibliothek IMSL (1984) sowie weitere Hilfsprogramme. Die prinzipielle Vorgehensweise ist in der nachfolgenden Abb. 17 an Hand eines sinusförmigen Testsignals dargestellt. Dort sind digitalisierte Testsignale aufgetragen. Diese werden über einen Analysezeitraum von 400, 800 oder 1000 Sekunden untersucht. Unter Zugrundelegung einer mittleren Periodenlänge von ca. 40, 80 und 100 Sekunden können in diesem Intervall ca. 10 Perioden analysiert werden. Damit kann über den Betrachtungszeitraum eine ausreichende statistische Analysegenauigkeit erreicht werden.

In Abb. 17a sind die Eingangssignale im Zeitbereich über den halben Analysezeitraum aufgetragen. Abb. 17b zeigt die zugehörigen Autokorrelationsfunktionen und in Abb. 17c ist die Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Signale aufgetragen. In Abb. 17d sind die zugehörigen Autoleistungsdichtespektren der Testsignale dargestellt. In Abb. 17 e,f ist die Phasenlage und das Kreuzspektrum der Signale A und B aufgetragen.

Die vorgegebene Testfrequenz von 0.1 Hz wird erwartungsgemäß durch die Korrelationsfunktionen bzw. durch die Spektren bei 0.1 Hz wiedergefunden. Bei realen Signalen liegen nicht so ideale Verhältnisse vor. Deshalb wird eine Peakdetektion vorgenommen. Dies geschieht durch

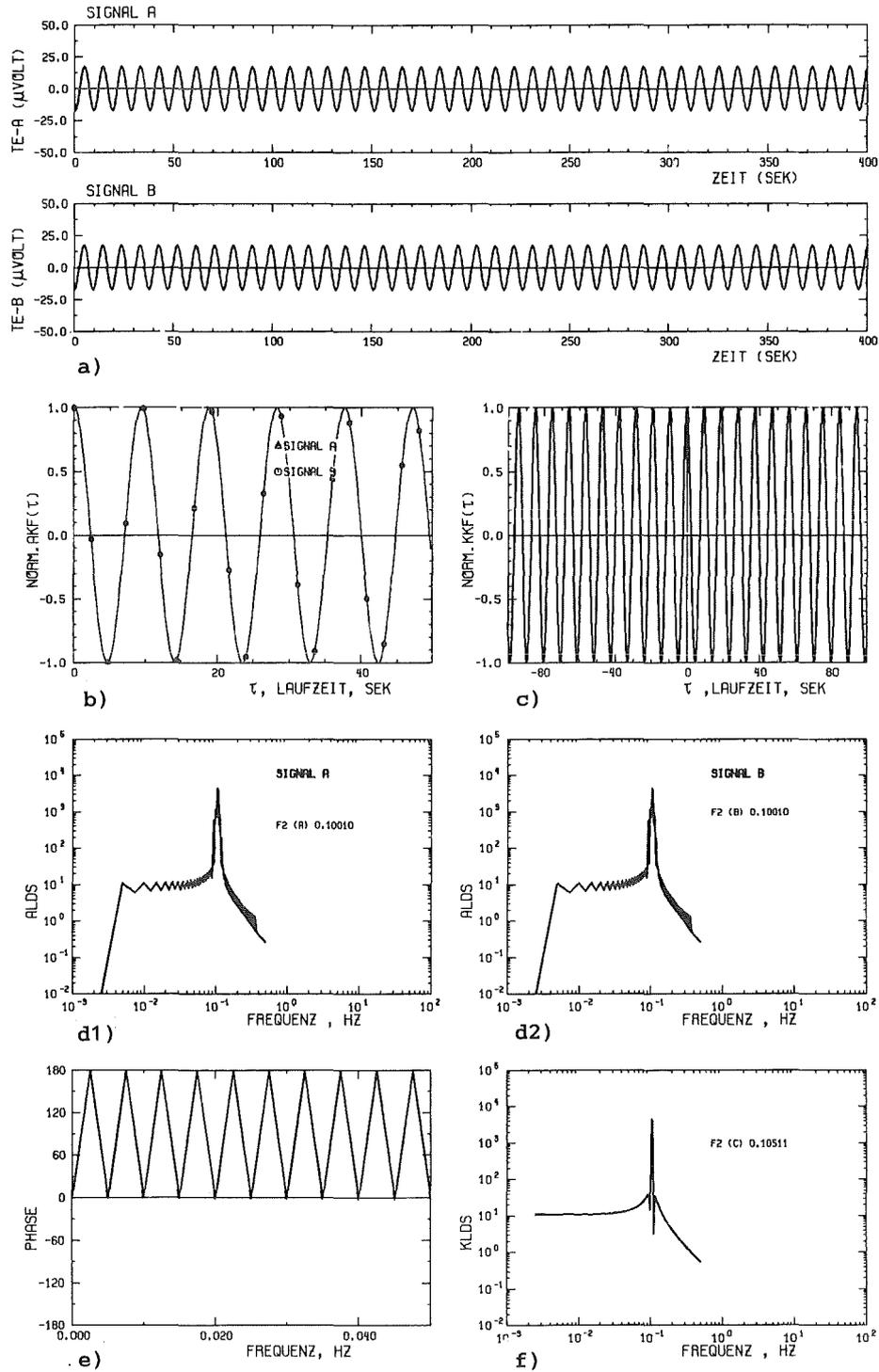


Abb. 17 Signalanalyse mit einem sinusförmigen Testsignal (0.1 Hz).  
 a) digitalisierte Zeitsignale; b) Autokorrelations-  
 funktionen; c) Kreuzkorrelationsfunktion; d1) Autospektrum  
 Meßposition 1, d2) Autoleistungsdichtespektrum Meßposition 3  
 und e, f) Phasenlage mit Kreuzleistungsdichtespektrum.

eine numerische Bestimmung der Kurvenmaxima. Hierdurch können insbesondere im niederfrequenten Signalbereich die Frequenzen und Amplituden einer periodischen Schwingung genauer bestimmt werden. Zur Bewertung der Spektren wird der Abbildungsmaßstab in Ordinateenrichtung bei allen Auftragungen konstant gehalten. Hierdurch wird der Unterschied zwischen periodischen und stochastischen Schwankungssignalen deutlich hervorgehoben, (vgl. Abbn. 30 und 31).

## 6. Versuchsergebnisse

### 6.1 Ergebnisse für den Wärmedurchgang bei einer Schichthöhe $h = 15.5 \text{ mm}$

In Abb. 18 ist der mittlere zugeführte Wärmestrom  $Q$  in Abhängigkeit der lokalen Temperaturdifferenzen über die Natriumschicht für Heizleistungen von 200 bis 18000 W aufgetragen. Aufgrund von Temperaturinhomogenitäten auf den wärmeübertragenden Platten werden die gemessenen Temperaturdifferenzen zur Bewertung der lokalen Unterschiede einer Regressionsanalyse unterzogen. Hierzu werden in einem Temperaturbereich  $4 \text{ K} \leq \Delta T \leq 9 \text{ K}$  für jeden Meßort lineare Ausgleichsgeraden zu den Meßpunkten bestimmt. Das Temperaturintervall für die Regressionsanalyse wird so ausgewählt, daß Meßpunkte die vor bzw. nach dem zuletzt durchgeführten Reinigungsprozeß aufgezeichnet werden, verglichen werden können (vgl. Tab. 4a, 4b). Der Ausgleichsprozeß wird nach einer Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt.

Die zu den lokalen Meßkurven zugehörigen Kurvenparameter sind in Tab. 3 dargestellt. Durch Extrapolation der Ausgleichsgeraden über den dort genannten Bereich hinaus kann nachgewiesen werden, daß die Meßwerte über den gesamten Meßbereich durch Geradengleichungen angenähert werden können. Die durch Extrapolation für  $\Delta T = 0$  erhaltenen Achsenabschnittswerte  $q_0$  können Tab. 3 entnommen werden. Diese sind als lokale Änderung der Wärmestromdichte auf den wärmeübertragenden Platten zu inter-

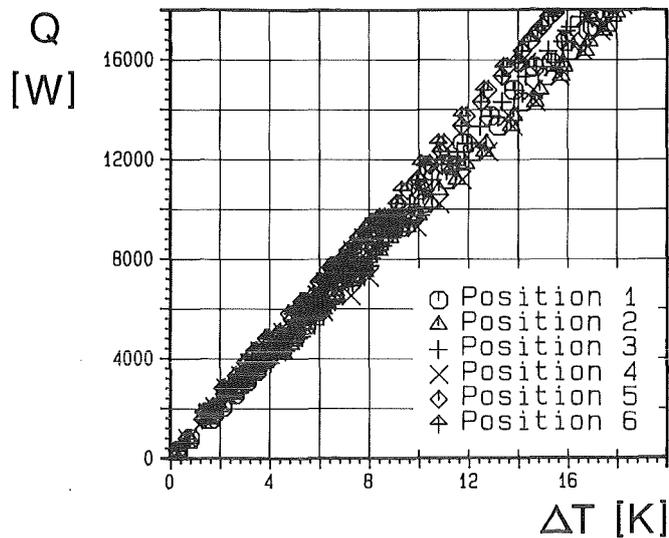


Abb. 18 Mittlerer Wärmestrom durch die Natriumschicht in Abhängigkeit lokaler Temperaturdifferenzen, Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$ .

Regressionsanalyse 1. Ordnung  $4 \text{ K} \leq \Delta T \leq 9 \text{ K}$

	Steigung W/K	Achsenabschnitt W	Streuung (abs) W	Streuung (rel) %
Pos. 1	1062	-164	225.32	3.41
Pos. 2	999	57	143.24	1.93
Pos. 3	1081	-606	264.11	3.97
Pos. 4	1068	59	456.55	6.89
Pos. 5	1125	-51	339.97	5.53
Pos. 6	1183	340	287.07	4.70

Tab. 3 Fehlerstatistik, Natriumexperimente mit Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$ , lokale Meßwerte, Regressionsanalyse 1. Ordnung.

pretieren. Die zugehörigen Kurvensteigungen entsprechen einer lokalen Wärmedurchgangszahl  $\alpha(j)$  an der jeweilig betrachteten Schichtstelle. Dieser Vorstellung liegt die folgende Beziehung zugrunde:

$$q(j) = \alpha(j) \cdot \Delta T(j) + q_0(j). \quad (6.1)$$

Der Abb. 18 ist zu entnehmen, daß mit Ausnahme von Meßposition 2 und 3 eine stetige Zunahme des Wärmestroms von der äußeren Meßposition zur Plattenmitte hin vorliegt. Diese Tendenz wird durch Wärmeverluste an den Seitenrändern verursacht. Dieser Effekt ist wärmestromabhängig. Bei Leistungen um 18 000 W variieren die Temperaturdifferenzen zwischen der innersten und äußersten Meßposition um  $\Delta T \approx 3$  K.

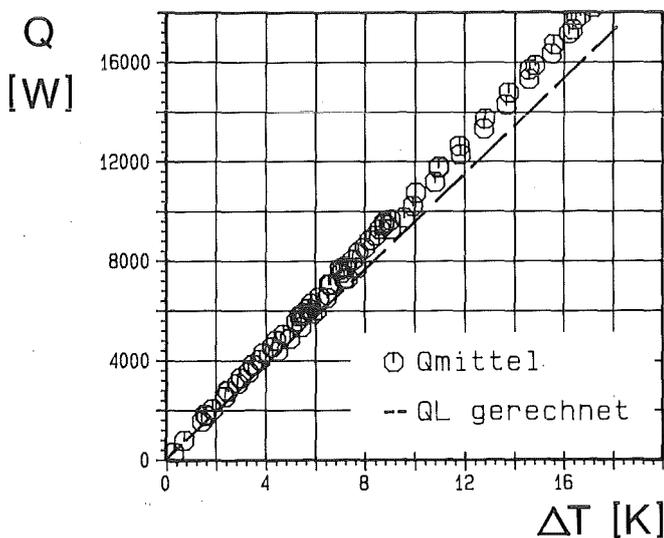


Abb. 19 Mittlerer Wärmestrom in Abhängigkeit der mittleren Temperaturdifferenz über die Natriumschicht, Schichthöhe  $h = 15.5$  mm.

Wie bereits erwähnt verursachen noch andere Einflußgrößen radiale Temperaturunterschiede (vgl. Kapitel 5.1). Diese Temperaturinhomogenitäten können nicht vollständig eliminiert werden, deshalb wird aus den örtlichen Größen ein arithmetischer Mittelwert bestimmt.

In Abb. 19 sind die über 6 Meßpositionen gemittelten Meßwerte aufgetragen. In diese Abbildung ist zusätzlich die Wärmeleitungsgerade eingezeichnet. Diese wird unter Vorgabe einer konstanten Wärmeleit-

fähigkeit für flüssiges Natrium mit der mittleren Temperaturdifferenz bestimmt.

Die Regressionsanalyse über die gemittelten Meßwerte für den Wärmestrom zeigt, daß auch diese über den gesamten Leistungsbereich durch eine Gerade gut approximiert werden (siehe Tab. 4a). Die relative Abweichung der Meßwerte zu der Ausgleichsgeraden beträgt bezogen auf den Maximalwert ca. 3.5 % . Daraus ist zu schließen, daß durch den Mittelungsprozeß die Streuung bei den lokalen Temperaturdifferenzen nahezu vollständig kompensiert wird. Im oberen Leistungsbereich liegen die Meßwerte bei einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T = 16 \text{ K}$  ca. 10 % über der Wärmeleitungsgeraden.

Regressionsanalyse 1. Ordnung, $4 \text{ K} \leq \Delta T \leq 9 \text{ K}$			
Steigung	Achsenabschnitt	Streuung (abs.)	Streuung(rel.)
W/K	W	W	%
1098	-249	223.41	3.56
Wärmeleitung : gerechnet			
975	0	-	-

Tab. 4a Fehlerstatistik, Natriumexperimente mit Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$ , Mittelwerte, Regressionsanalyse 1. Ordnung, Temperaturdifferenzbereich  $4 \text{ K} \leq \Delta T \leq 9 \text{ K}$ .

Durch wiederholte Reinigungsprozesse des Natriums können die Temperaturinhomogenitäten über die Platten reduziert werden können. Nach solchen Reinigungsvorgängen werden 12 weitere Meßpunkte aufgenommen. Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit dieser Datenpunkte wird die Wärmezufuhr von niedrigen Heizleistungen zu höheren und umgekehrt variiert (Temperaturbereich  $4 \text{ K} \leq \Delta T \leq 9 \text{ K}$ ). Hierbei kann eine ausgezeichnete Reproduzierbarkeit der Meßpunkte nachgewiesen werden. Die resultierende Streuung liegt dort unter 1 % (vgl. Tab. 4b). Ein Vergleich zwischen den gemessenen Punkten mit der gerechneten Wärmeleitungsgeraden zeigt, daß die Meßwerte bis zu einer Temperatur-

---

Regressionsanalyse 1. Ordnung,  $4 \text{ K} \leq \Delta T \leq 9 \text{ K}$

---

Steigung W/K	Achsenabschnitt W	Streuung (abs) W	Streuung(rel) %
1074	-435	7.33	0.72
Wärmeleitung gerechnet:			
975	0	- -	

---

Tab :4b Fehlerstatistik, Natriumexperiment mit Schichthöhe  
 $h = 15.5 \text{ mm}$ , Mittelwerte, Regressionsanalyse 1. Ordnung  
über 12 Datenpunkte, Temperaturdifferenzbereich  
 $4 \text{ K} \leq \Delta T \leq 9 \text{ K}$ .

differenz von  $\Delta T \approx 6 \text{ K}$  mit dieser zusammenfallen. Für größere  $\Delta T$  ist ein schwacher Anstieg der Meßpunkte zu beobachten. Ab einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T \approx 14 \text{ K}$  erreichen die Meßwerte identische Werte wie die Meßgrößen, welche vor den Reinigungsprozessen aufgezeichnet werden. Aufgrund dieser Ergebnisse kann geschlossen werden, daß bei den Natriumexperimenten mit größeren Temperaturinhomogenitäten bereits im unterkritischen Temperaturbereich eine schwache Konvektion auftritt. Für die Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$  ist der unterkritische Temperaturbereich, d.h. der Bereich der reinen Wärmeleitung für das Rayleigh-Benardproblem für isotherme Ränder durch  $0 \text{ K} < \Delta T < 6 \text{ K}$  gegeben. Der Einfluß unterkritischer Konvektion zeigt sich in Abb. 19 durch die Abweichung der Meßpunkte von der durch den Ursprung gezeichneten Gerade der Wärmeleitung. Unter verbesserten Randbedingungen fallen die Meßpunkte bis hin zu Temperaturdifferenzen  $\Delta T \approx 6 \text{ K}$  mit der Wärmeleitungskurve zusammen. Erst bei höheren Temperaturdifferenzen kommt es dort zu einer Zunahme des Wärmestroms und folglich setzt unter verbesserten Randbedingungen auch erst ab dort der konvektive Wärmetransport merklich ein. Der Einfluß der Temperaturinhomogenitäten nimmt für Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  größer 14 K ab.

Aufgrund dieser Erkenntnisse erfolgt die Auswertung des Wärmedurchgangs im Bereich der niederen Rayleigh-Zahlen nur unter Benutzung der Meßwerte, welche unter den verbesserten Randbedingungen aufgezeichnet

werden. Zur Auswertung des Wärmedurchgangs im oberen Heizleistungsbereich werden jedoch alle Meßwerte herangezogen. Hierdurch kann eine höhere statistische Sicherheit der Meßkurve erreicht werden.

## 6.2 Ergebnisse für den Wärmedurchgang bei einer Schichthöhe $h = 46.5 \text{ mm}$

Durch Verdreifachung der Schichthöhe  $h$  kann der zu untersuchende Bereich der Rayleigh-Zahlen von  $Ra \approx 6000$  auf  $Ra \approx 250000$  ausgedehnt werden. Diese Erhöhung stellt zugleich einen Kompromiß zwischen der Meßgenauigkeit im niedrigen und der Erfassung von Wärmeübergangszahlen im höheren Rayleigh-Zahlbereich dar. Auch bei diesen Versuchsserien treten im höheren Heizleistungsbereich Temperaturinhomogenitäten auf den wärmeübertragenden Platten auf. Die Variation der lokalen Temperaturdifferenzen nimmt ab Heizleistungen von  $6000 \text{ W}$  spürbar zu. Die Unterschiede sind auf Einflüsse, die bereits in Kapitel 5.1 diskutiert und erläutert wurden, zurückzuführen. Sie halten sich jedoch in einem Rahmen, der das Ergebnis nicht maßgeblich beeinflusst.

In Abb. 20 ist der vorgegebene Wärmestrom über die lokal gemessene Temperaturdifferenz aufgetragen. Da die Werte bereits bei kleinen Temperaturdifferenzen überproportional ansteigen, werden Meßpunkte dort über ein ausgewähltes Temperaturintervall zunächst einer linearen, danach einer einer Regressionsanalyse 2. Ordnung unterzogen. Die zugehörigen Kurvenparameter sind in Tab. 5a und 5b dargestellt. Tabelle 5a ist zu entnehmen, daß die Achsenabschnitte der Ausgleichsgeraden Werte zwischen  $11$  und  $-67 \text{ W}$  aufweisen. Diese Abweichungen liegen innerhalb der Meßunsicherheit bei der Bestimmung des Wärmestroms. Die Steigung der Ausgleichsgeraden zeigen außer Position 1 nur geringfügige Unterschiede. Daraus ist zu schließen, daß bei niedrigen Heizleistungen gleichmäßige Verhältnisse an den einzelnen Meßpositionen vorliegen. Das Resultat des Ausgleichsprozesses 2. Ordnung ist in Tab. 5b aufgeführt. Vergleicht man die Streuung der unterschiedlichen Ausgleichsrechnungen dann erkennt man, daß in diesem Bereich der Unterschied zwischen einem linearen und einem Ausgleichsprozeß 2. Ordnung nur wenige Prozent beträgt. Daraus ist zu schließen, daß bei der Schichthöhe

$h = 46.5$  mm in diesem Temperaturbereich ein noch nahezu linearer Kurvenanstieg vorliegt. Erst bei Temperaturdifferenzen  $> 10$  K erkennt man, daß die Datenpunkte einer Kurve zweiter Ordnung folgen. Zur weiteren Interpretation werden die gemittelten Temperaturdifferenzen über dem mittleren Wärmestrom  $Q$  aufgetragen.

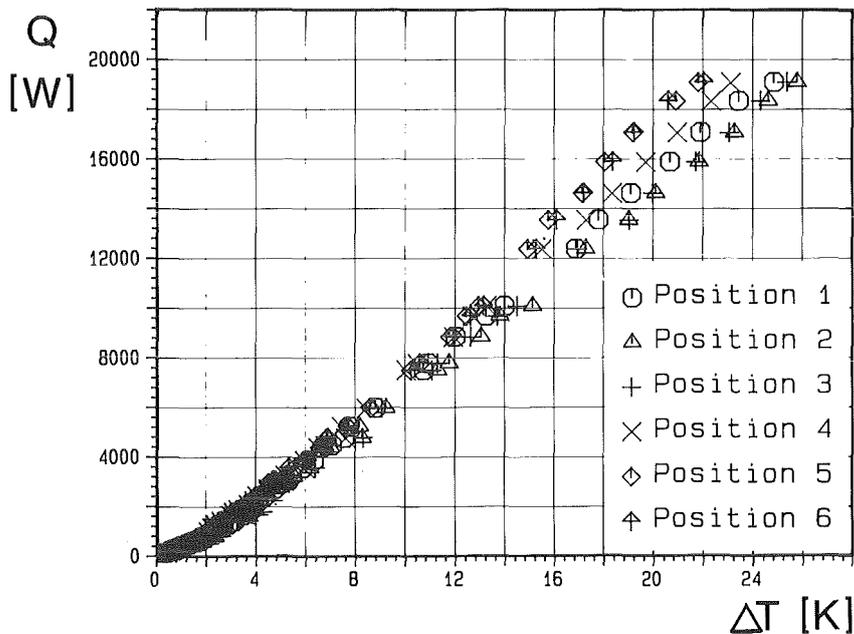


Abb. 20 Mittlerer Wärmestrom in Abhängigkeit lokaler Temperaturdifferenzen über die Natriumschicht, Schichthöhe 46.5 mm.

Regressionsanalyse 1. Ordnung		0.3 K $\leq$ $\Delta T$ $\leq$ 1.5 K		
	Steigung m	Achsenabschnitt $q_0$	Streuung (abs)	Streuung (rel)
	W/K	W	W	%
Pos. 1	359	11	12.12	6.18
Pos. 2	385	-48	7.85	3.92
Pos. 3	416	-28	9.80	5.30
Pos. 4	436	-64	12.61	6.39
Pos. 5	436	-67	11.98	6.34
Pos. 6	411	-47	16.75	8.29

Tab.5a Fehlerstatistik, Natriumexperiment mit der Schichthöhe  $h = 46.5$  mm, Regressionsanalyse 1. Ordnung, Temperaturdifferenzbereich  $0.3 \text{ K} \leq \Delta T \leq 1.5 \text{ K}$ .

Regressionsanalyse 2. Ordnung : (  $y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$  )

$$0.3 \leq \Delta T \leq 2 \text{ K}$$

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	Streuung(abs)	Streuung(rel)
	$W/K^2$	$W/K$	$W/K$	$W$	%
Pos. 1	27.7	253.8	97.2	12.25	5.12
Pos. 2	-26.8	305.6	73.0	10.30	3.94
Pos. 3	-47.3	455.4	-1.1	12.85	4.84
Pos. 4	-57.5	94.9	54.0	11.88	4.74
Pos. 5	-29.8	205.4	114.1	11.09	4.53
Pos. 6	-18.2	292.7	117.7	13.15	5.39

Tab. 5b Fehlerstatistik, Natriumexperiment mit der Schichthöhe  $h = 46.5 \text{ mm}$ , Regressionsanalyse 2. Ordnung, Temperaturdifferenzbereich  $0.3 \leq \Delta T \leq 2 \text{ K}$ .

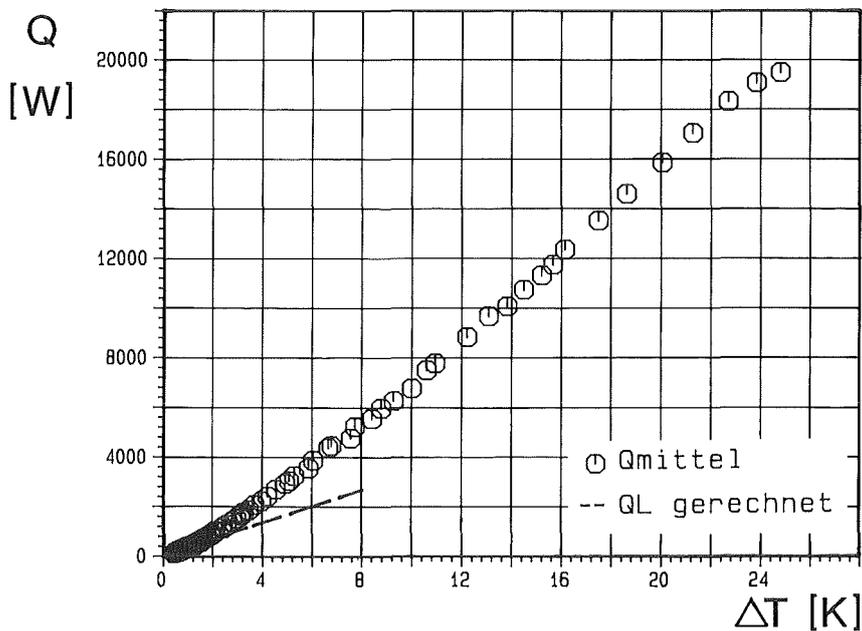


Abb. 21 Mittlerer Wärmestrom in Abhängigkeit der mittleren Temperaturdifferenz, Schichthöhe  $h = 46.5 \text{ mm}$ .

Abb. 21 zeigt den mittleren Wärmestrom in Abhängigkeit der gemittelten lokalen Temperaturdifferenz. Zum Vergleich ist zusätzlich im niederen Heizleistungsbereich eine gerechnete Wärmeleitungsgerade eingezeichnet. Diese wird mittels einer konstanten Wärmeleitfähigkeit und der mittleren gemessenen Temperaturdifferenz  $\Delta T$  berechnet. Ein Vergleich der Daten zeigt, daß die experimentell ermittelten Werte bei Temperaturdifferenzen  $\Delta T \approx 4$  K merklich über der Wärmeleitungsgeraden liegen. Bereits ab dort nimmt der Einfluß des konvektiven Wärmetransports in der Schicht merklich zu.

### 6.3 Darstellung der Meßergebnisse in einem Nusselt-Rayleigh-Zahl Diagramm.

In Abb. 22 sind die nach den Auswertebeziehungen 5.11-5.14 ermittelten Nusselt-Zahlen aller Experimente mit der Schichthöhe  $h = 15.5$  mm und  $h = 46.5$  mm in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl in doppeltlogarithmischem Maßstab dargestellt. Der Verlauf der Meßpunkte zeigt, daß im unteren Rayleigh-Zahlbereich eine starke Häufung von Meßwerten vorliegt. Die Datenpunkte liegen dort nur unwesentlich über der Grenzkurve für den Wärmeleitungsbereich  $Nu = 1$ . Bei Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  ist ein zügiger Anstieg der Meßwerte zu verzeichnen, der sich für  $Ra > 4 \cdot 10^4$  wieder etwas abflacht. Bis hin zu Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 2.5 \cdot 10^5$  liegt ein gleichmäßiger Anstieg der Datenpunkte vor. Bei den hohen Rayleigh-Zahlen ist bei den beiden letzten Meßwerten wieder eine Abnahme der Nusselt-Zahlen zu beobachten. Zu diesem Verhalten kann derzeit keine schlüssige Erklärung gegeben werden. Spekulativ sei angemerkt, daß dieser Effekt möglicherweise auf die endliche horizontale Abmessung der Meßkammer zurückzuführen ist. Es ist denkbar, daß dadurch ab einer bestimmten Rayleigh-Zahl die Ausbildung von größeren Konvektionsstrukturen behindert wird.

Die Meßdaten werden bereichsweise einem Ausgleichsprozeß unterzogen. Die zu den Ausgleichsgeraden zugehörigen Parameter sind in Tab. 6 dargestellt. Bei den Experimenten mit der Schichthöhe  $h = 15.5$  mm wird die Regressionsanalyse über alle Meßpunkte und danach allein über die zuletzt aufgenommenen Meßwerte bei verbesserten thermischen Randbedingungen durchgeführt. Sie sind in dieser Reihenfolge mit Ia bzw Ib bezeichnet.

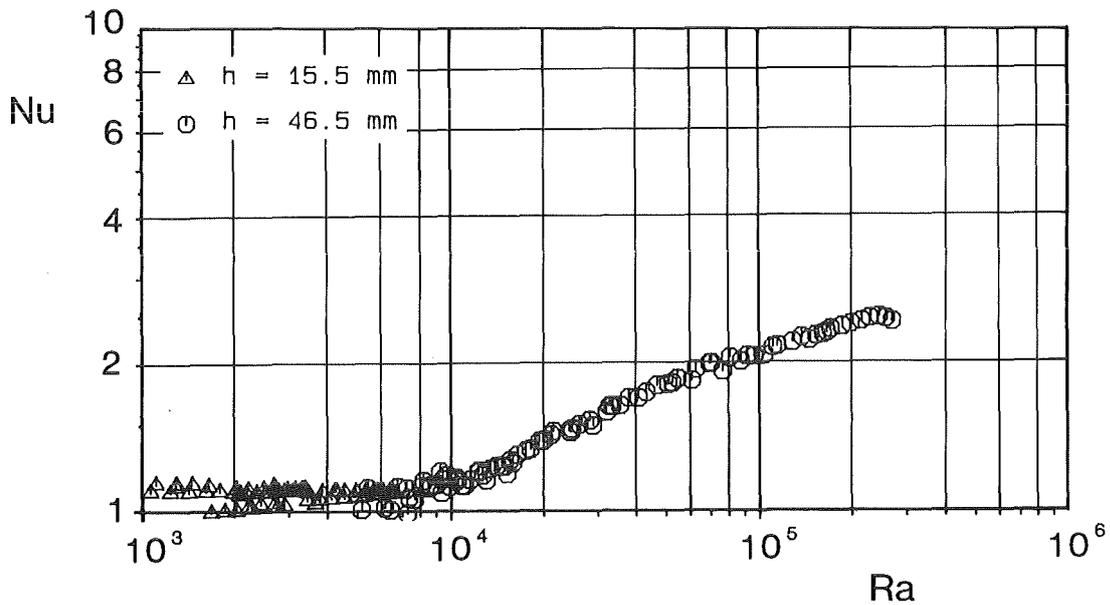


Abb. 22 Nusselt-Zahlen in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl für Natrium,  $Pr = 0.006$ .

Es zeigt sich, daß für die Meßserie mit der Schichthöhe  $h = 15.5$  mm die Kurvensteigung der linearen Ausgleichsgerade über alle Meßpunkte um den Faktor 4 niedriger liegt als die Ausgleichsgerade der Meßpunkte, die unter verbesserten thermischen Randbedingungen aufgezeichnet werden. Für die Darstellung der Nusselt-Zahlkurve wird folgende Vorgehensweise gewählt. Für den Rayleigh-Zahlbereich  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 8 \cdot 10^3$  werden zur Ermittlung einer empirischen Wärmeübergangsbeziehung  $Nu = f(Ra)$  nur die Meßpunkte einbezogen, welche unter verbesserten thermischen Randbedingungen aufgezeichnet werden (Natriumexperimente Ib).

---

Regressionsanalyse 1. Ordnung über Nusselt-Zahlen

---

	Natriumexperimente	Streuung	Steigung	Achsenabschnitt
Ia	1600 < Ra < 7000	3.17%	$5.360 \cdot 10^{-6}$	1.063
Ib	1600 < Ra < 7000	0.80%	$1.876 \cdot 10^{-5}$	0.975
II	4000 < Ra < 8000	5.52%	$3.520 \cdot 10^{-5}$	0.819

---

Tab. 6 Fehlerstatistik der dimensionslosen Wärmeübergangszahlen.

Aus der Anfangskurvensteigung von  $dNu/dRa \approx 2 \cdot 10^{-5}$  wird geschlossen, daß aufgrund der geringen Steigung bis hin zu Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  Wärmeleitungsvorgänge in der Natriumschicht dominant sind. Der Anteil des konvektiven Wärmetransports beträgt bei  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  nur etwa 10 % (vgl. Abb. 22 und Tab. 6). Für den Wärmeübergang in der Natriumschicht wird an Hand dieser Meßwerte im niederen Rayleigh-Zahlbereich die Abhängigkeit

$$Nu = 0.59 \cdot Ra^{0.072}, \quad 1.5 \cdot 10^3 < Ra < 8 \cdot 10^3 \quad (6.2)$$

mit Hilfe einer graphischen Extrapolation festgelegt. Im daran anschließenden Rayleigh-Zahlbereich wird der Wärmetransport zunehmend durch Konvektion beeinflusst. Im Übergangsbereich zwischen Wärmeleitung und dem stärker konvektiv beeinflussten Rayleigh-Zahlbereich wird das Wärmedurchgangsverhalten durch die Schicht durch die Beziehung

$$Nu = 0.059 \cdot Ra^{0.32}, \quad 1.2 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^4 \quad (6.3)$$

wiedergegeben. In dem darüberliegenden Rayleigh-Zahlbereich ergibt sich die Abhängigkeit der Nusselt-Zahl von der Rayleigh-Zahl zu

$$Nu = 0.117 \cdot Ra^{0.25}, \quad 4 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5 \quad (6.4)$$

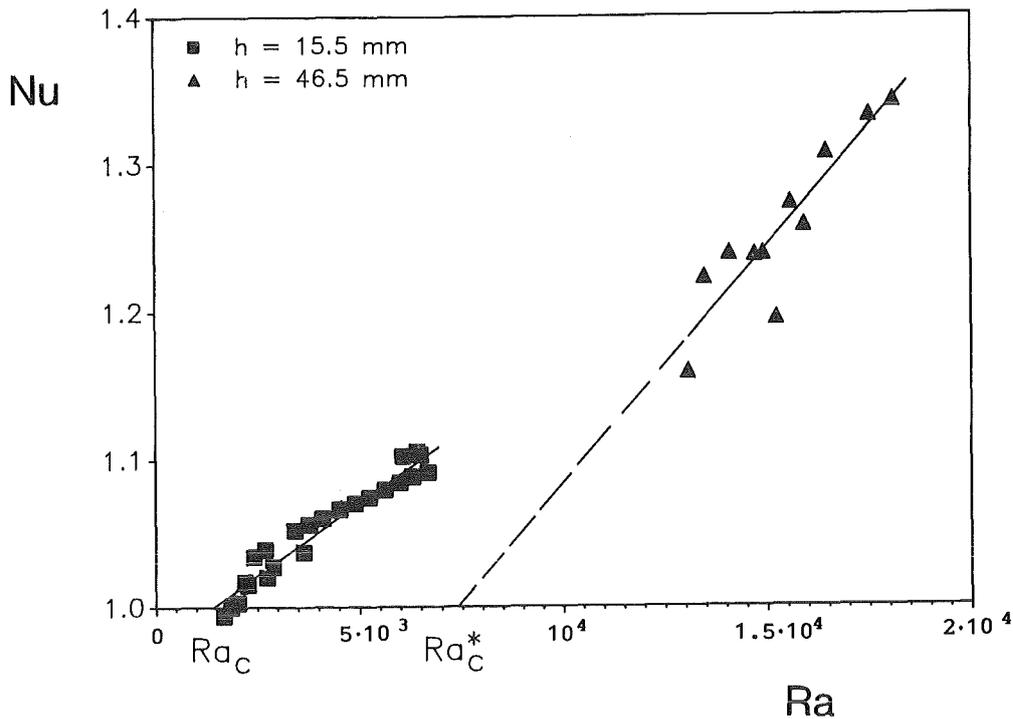


Abb. 23 Nusselt-Zahlen im Übergangsbereich zwischen Wärmeleitung und Konvektion für Natrium,  $Pr = 0.006$ .

In Abb. 23 ist eine Teilmenge der ausgewerteten Meßdaten zusammen mit den zugehörigen linearen Ausgleichsgeraden zur Bewertung des Übergangs von der quasiwärmeleitenden Fluidschicht zur Wärmekonvektion dargestellt. Durch Rückextrapolation werden eine erste und zweite kritische Rayleigh-Zahl bestimmt. Die Werte hängen von Regressionsintervall ab. Dieser Einfluß ist in Tab. 7 für unterschiedliche Bereiche aufgezeigt. Durch Mittelung ergibt sich für die erste kritische Rayleigh-Zahl der Wert  $Ra_c \approx 1.57 \cdot 10^3$ . Dieser liegt damit etwas höher als der Wert  $Ra_c \approx 1.10 \cdot 10^3$  wie er von Sparrow, Goldstein & Jonsson (1964) für Wärmestromvorgabe an der Schichtunterseite für eine Biot-Zahl  $Bi \approx 2.5$  angegeben wird.

Die zweite kritischen Rayleigh-Zahl wird ebenfalls durch Mittelung über die in Tab. 7 genannten Regressionsintervalle ermittelt. Dabei ergibt sich eine zweite kritische Rayleigh-Zahl  $Ra_c^* \approx 7000$  die gut mit dem berechneten Wert von Busse & Clever (1981) übereinstimmt. In Kapitel 2.1 wird ausgeführt, daß die Autoren diesen Wert mit Hilfe eines

Extrapolation der ersten kritischen Rayleigh-Zahl	
Regressionsintervall	$Ra_c$
1500 < Ra < 3000	1782
1500 < Ra < 4000	1692
1500 < Ra < 6000	1437
1500 < Ra < 7000	1384
Extrapolation der zweiten kritischen Rayleigh-Zahl	
Regressionsintervall	$Ra_c^*$
10000 < Ra < 20000	5305
10000 < Ra < 22000	5673
13000 < Ra < 18000	7386
15000 < Ra < 18000	9925

Tab. 7 Einfluß des Regressionsintervalls für die Bestimmung der kritischen Rayleigh-Zahlen durch Rückextrapolation.

analytischen Modells unter der Annahme einer Starrkörperrotation für die Konvektionsströmung in einer zweidimensionalen Schicht und einer verschwindenden Prandtl-Zahl ( $Pr \rightarrow 0$ ) erhalten.

## 6.4 Rechnungen zum Wärmedurchgang mit dem Programmsystem COMMIX

### 6.41 Allgemeine Bemerkungen zu COMMIX

Es werden numerische Rechnungen zum Wärmedurchgang mit Hilfe des in Kapitel 3.2 erläuterten COMMIX-Rechenprogramms durchgeführt und zwar für den Rayleigh-Zahlbereich  $10^3 < Ra < 3.6 \cdot 10^4$ . Dies erfolgt unter Variation der Heizleistung  $Q$  an der Schichtunterseite. Die Rechnungen werden im Wärmeleitungsbereich begonnen. Dort wird die numerische Genauigkeit des Verfahrens überprüft. Bei den Rechenläufen wird nach 120 Minuten Rechenzeit abgebrochen und eine Ausgabe des Geschwindigkeit- bzw. Temperaturfeldes sowie der Kontrollparameter für die Programmsteuerung vorgenommen. Falls hierbei keine Unregelmäßigkeiten festgestellt werden, erfolgt ein weiterer Rechenlauf über den selben Zeitraum. Dies geschieht durch einen erneuten Start der Rechnung unter Benutzung der Ergebnisse des vorangegangenen Rechenlaufs. Nach Berechnung der dimensionslosen Rayleigh- und Nusselt-Zahl mit der berechneten Temperaturdifferenz über die Natriumschicht erfolgt ein Vergleich zwischen den aufeinander folgenden Rechenläufen. Falls sich die Nusselt-Zahlen um weniger als 1 % unterscheiden werden die Ergebnisse als voll eingelaufen (stationär) betrachtet. Die Rechnungen werden auf dem Rechner vom Typ Siemens 7890 durchgeführt.

### 6.42 Ergebnisse

Für Rayleigh-Zahlen  $10^3 < Ra < 1.78 \cdot 10^3$  werden bereits nach 120 Minuten Rechenzeit stationäre Zustände gefunden. Die Nusselt-Zahlen variieren hierbei zwischen 1.004 und 1.006. In diesem Bereich liefern die Rechnungen praktisch reine Wärmeleitung. Aus der Streuung der Endziffern dieser Werte kann geschlossen werden, daß in diesem Bereich die numerische Genauigkeit des Rechenverfahrens bei der Berechnung der Nusselt-Zahlen in der Größenordnung von  $\pm 0.2$  % liegt.

In dem daran anschließenden Rayleigh-Zahlbereich ist ein geringes Ansteigen der Nusselt-Zahlen zu beobachten (siehe Abb. 24). Bis zu Rayleigh-Zahlen um  $4 \cdot 10^3$  werden nach Rechenzeiten von 240 Minuten

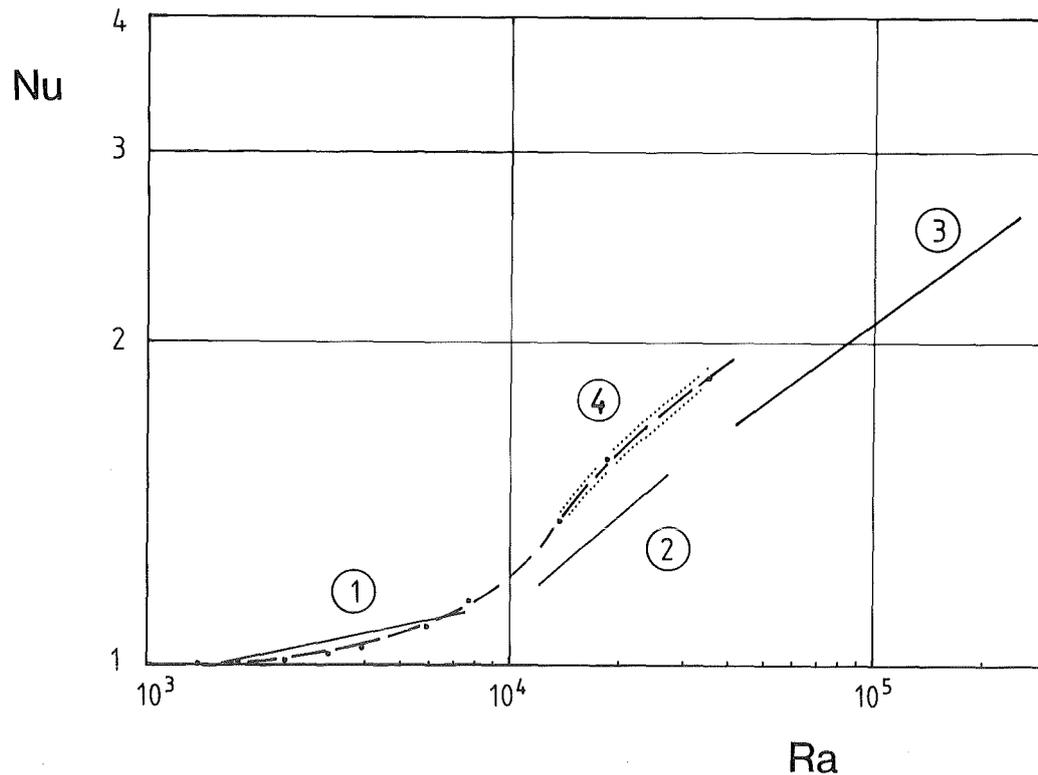


Abb. 24 Gerechnete und gemessene Nusselt-Zahlen in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl für  $Pr = 0.006$ ; 1, Gl. 6.2; 2, Gl. 6.3; 3, Gl. 6.4 und 4 COMMIX-Rechnungen.

stationäre Lösungen für das Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld erreicht. Bei Rayleigh-Zahlen zwischen  $4 \cdot 10^3$  und  $1.2 \cdot 10^4$  werden zum Erreichen stationärer Zustände 360 Minuten Rechenzeit benötigt. Für den darüberliegenden Rayleigh-Zahlbereich zwischen  $1.2 \cdot 10^4$  und  $3.6 \cdot 10^4$  sind für jeden Punkt 480 Minuten erforderlich. Es zeigt sich, daß in diesem Rayleigh-Zahlbereich über den Zeitraum eines Rechenlaufs immer wieder Änderungen im Geschwindigkeitsfeld auftreten. Durch weitere Rechenläufe wird festgestellt, daß dort die Nusselt-Zahlen um einen Mittelwert mit  $\pm 5\%$  schwanken. Diese Schwankungen treten nicht regelmäßig auf. Es kann nicht geklärt werden ob dies ein physikalischer oder numerischer Effekt ist. Die berechneten dimensionslosen Wärmeübergangszahlen  $Nu$  sind in Abb. 24 in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl in einem Diagramm mit doppellogarithmischer Teilung aufgetragen.

Rayleigh	Nusselt
969	1.005
1378	1.004
1789	1.006
2393	1.013
3178	1.024
3893	1.039
5894	1.087
7647	1.158
13584	1.361
18376	1.570
35164	1.852

Tab. 8 Gerechnete Nusselt-Zahlen (COMMIX) als Funktion der Rayleigh-Zahl.

In diesem Diagramm ist der Schwankungsbereich der Wärmeübergangszahlen im Rahmen der numerischen Berechnungen durch gepunktete Kurvenverläufe angedeutet. Die COMMIX-Rechnungen werden mit den Meßergebnissen in Natrium verglichen. Zu diesem Zweck sind in Abb. 24 die Korrelationsbeziehungen aus den Natriumexperimenten in einem Bereich  $10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  eingezeichnet.

Die gerechneten Nusselt-Zahlen stimmen mit den experimentell ermittelten Nusselt-Zahlen im unteren Rayleigh-Zahlbereich gut, bei höheren Rayleigh-Zahlen befriedigend überein. Die relativen Abweichungen zwischen den gerechneten Punkten und den Näherungskurven der Natriumexperimente liegen für Rayleigh-Zahlen unter  $8 \cdot 10^3$  in der Größenordnung von  $\pm 3\%$ . In dem daran anschließenden Rayleigh-Zahlbereich bis hin zu Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 3.6 \cdot 10^4$  liegt die gerechnete Nusselt-Zahlkurve ca.  $10\%$  über den Meßpunkten. Bei den vorliegenden Rechnungen werden keine Turbulenzmodelle verwendet. In den Experimenten liegt in diesem Rayleigh-Zahlbereich bereits überwiegend zeitabhängiges Verhalten in der Strömung vor. Aus dem Kurvenlauf kann jedoch geschlossen werden, daß trotz der Unterschiede in den Strukturen des Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldes die laminare Rechnung auch für Rayleigh-Zahlen  $Ra > 10^4$  den konvektiven Wärmetransport in der Natriumschicht noch befriedigend erfaßt.

## 6.5 Diskussion der Ergebnisse zum Wärmedurchgang

Das auffallende Ergebnis der Wärmedurchgangsmessung ist der besondere Verlauf der Nusselt-Rayleigh-Zahlfunktion im untersuchten Meßbereich. Einem sehr schwachen Anwachsen der Nusselt-Zahlen im Bereich  $10^3 < Ra < 10^4$  folgt eine rasche Zunahme von Nu im Bereich  $10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  (vgl. Abb. 22). Dieser, durch die niedrige Prandtl-Zahl erzeugte Effekt kommt auch deutlich in Abb. 25 zum Ausdruck. Dieses Bild zeigt im Vergleich die Unterschiede im Verlauf der Nusselt-Zahlen für mittlere Rayleigh-Zahlen und verschiedene Prandtl-Zahlen. Die funktionale Abhängigkeit steht qualitativ in Einklang mit den numerischen Ergebnissen von Jones et al. (1976) (siehe Abb. 2, Kurve

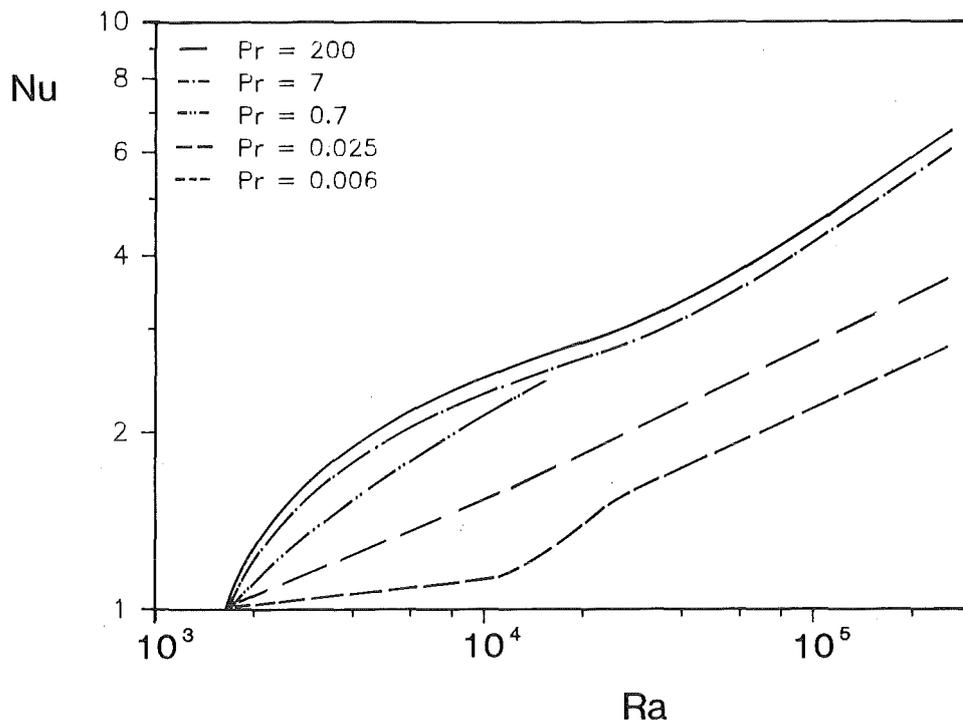


Abb. 25 Nusselt-Zahlkurven in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl für Prandtl-Zahlen 0.006, 0.025, 0.7, 7.0 und 200, (die Werte für Pr = 0.025, 7.0 und 200 sind der Arbeit von Rossby (1969) entnommen, die Werte für Pr = 0.7 entstammen der Arbeit von Threllfall (1975)).

b und c). Diese Autoren finden für kleine Prandtl-Zahlen einen Tendenzwende im Anstieg der Nusselt-Rayleigh-Zahlfunktion. Jones et al. bringen diese Erscheinung in Verbindung mit der Ausbildung einer Wirbelströmung vom Charakter einer Starrkörperrotation. Für den Sonderfall verschwindender Prandtl-Zahl,  $Pr = 0$ , ist der Beginn dieses Bildungsprozesses sogar durch einen Schwellwert der Rayleigh-Zahl gekennzeichnet (vgl. Jones et al. (1976), Proctor (1977), Clever & Busse (1981)). Einen Anhaltspunkt für den Wert dieser kritischen Rayleigh-Zahl beim Einsetzen der "Schwungrad-Konvektion" kann aus den in Abb. 22 dargestellten gemessenen Nusselt-Zahlen im Bereich  $1.3 \cdot 10^4 < Ra < 1.9 \cdot 10^4$  durch lineare Rückextrapolation gewonnen werden. Das Ergebnis einer solchen Auswertung ist in Abb. 23 gezeigt. Der Einfluß des Regressionsintervalls ist für verschiedene Rayleigh-Zahlbereiche in Tab. 7 festgehalten. Demnach ist nach Mittelung der Ergebnisse der Wert der zweiten kritischen Rayleigh-Zahl mit  $Ra \approx 7 \cdot 10^3$  anzusetzen. Berücksichtigt man, daß die lineare Extrapolation einer Nusselt-Zahlkurve für  $0 < Pr \ll 1$  den Wert  $Ra_c$  stets unterschätzt (vgl. Abb. 23 und Abb. 2), so kommt dieser Wert dem von Clever & Busse berechneten Wert  $Ra = 7373$  für feste Berandungen sehr nahe. Dabei ist zu beachten, daß der theoretische Wert von Clever & Busse unter der vereinfachenden Annahme einer zweidimensionalen Walzenkonvektion und der Modellvorgabe einer Starrkörperrotation für das Geschwindigkeitsfeld erzielt wird. Bei den durchgeführten Experimenten ist demgegenüber davon auszugehen, daß das Konvektionsmuster dreidimensionale Strukturen hat und daß isotherme Randbedingungen nicht in vollem Umfang zu realisieren sind. Aufgrund diese Sachverhalts kann der Verlauf der experimentell ermittelten Werte der Nusselt-Zahl für flüssige Natriumschichten als sicherer Hinweis auf die Existenz einer auf den Schwungradeneffekt zurückzuführenden Instabilität der Konvektionsströmung gewertet werden. Dieser Effekt ist offenbar nur bei sehr niedrigen Prandtl-Zahlen so markant ausgeprägt (vgl. Abb. 25).

Eine weitere Abstützung der Modellvorstellung der Starrkörperbewegung wird durch den funktionalen Zusammenhang  $Nu(Ra)$  auf der Basis der vorliegenden Messungen und der theoretischen Aussagen nach Clever & Busse (1981) gegeben. Die Experimente liefern für den Bereich hoher

Rayleigh-Zahlen  $4 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  die Beziehung  $Nu = 0.117 Ra^{0.25}$ . Die gleiche funktionale Abhängigkeit, nämlich die Einviertel-Potenzabhängigkeit, wird auch von Clever & Busse (1981) angegeben. Die Herleitung der Beziehung durch Clever & Busse steht in direktem Zusammenhang mit ihrer Modellannahme über den Schwungradcharakter des Wirbelfeldes. Sie ergibt sich als asymptotische Entwicklung für große Peclet-Zahlen aus der Lösung für die Temperatur und die Geschwindigkeit. An Hand der Gl. 3.7 kann man erkennen, daß für  $Re \gg Pe \gg 1$  die Reibungsterme in der Impulsbilanzgleichung 3.7a vernachlässigt werden können es aber sinnvoll ist, in der Wärmetransportgleichung die Wärmeleitungsterme wegen der hohen Wärmeleitfähigkeit von Natrium beizubehalten. Diese Vereinfachung entspricht der Vorstellung, die dem "Schwungrad"-Modell von Busse & Clever (1981) zugrunde liegt.

Rosby (1969) findet aus seinen Experimenten mit Quecksilberschichten mit  $Pr = 0.025$  eine im Aufbau gleichwertige Nusselt-Rayleigh-Zahlbeziehung, deren Anwendungsbereich sich in diesem Fall auch noch für den Bereich kleinerer Rayleigh-Zahlen  $Ra < 2 \cdot 10^4$  fortzusetzen scheint. Rosby findet keine ausgeprägte Richtungsänderung im Verlauf seiner  $Nu(Ra)$ -Abhängigkeit im Bereich kleinerer Rayleigh-Zahlen (vgl. dazu Abb. 26). Dies ist ein Hinweis darauf, daß das Einsetzen der Schwungrad-Instabilität für  $Pr \rightarrow 0$  einen ausgesprochen asymptotischen Charakter hat und sich deshalb erst für sehr kleine Werte  $Pr$  merklich auswirkt. Ein Vergleich der Proportionalitätsfaktoren in den Nusselt-Zahlbeziehungen nach Rosby (1969) und nach eigenen Messungen zeigt, daß hier ein beachtlicher Unterschied vorhanden ist (siehe Tab. 9). Eine Erklärung kann dafür zur Zeit nicht gegeben werden.

Ein Vergleich der experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen (Kurven 8 und 9 in Abb. 26) mit den numerisch ermittelten Nusselt-Zahlen (Kurven 1a und 1b in Abb. 26) nach Clever & Busse (1981) und nach den Rechnungen mit dem COMMIX-Programm lassen quantitative Unterschiede erkennen, die bei den Daten nach Clever & Busse sogar gravierend sind. Aus der Abb. 26 und der Tab. 9 ist zu entnehmen, daß die gerechneten Werte jeweils größer ausfallen. Beide gerechneten Kurven geben jedoch qualitativ jene markante Richtungsänderung mit steigender Rayleigh-Zahl wieder, die auch die experimentellen Daten für  $Nu$  ausweisen. Sieht man

bei der Diskussion von einem möglichen Einfluß numerischer Effekte ab, so bleibt als maßgeblicher Faktor für die Überbewertung des Wärmeübergangs durch die numerischen Verfahren der Sachverhalt, daß diese unter der Annahme einer zweidimensionalen Strömung und idealer thermischer Randbedingungen durchgeführt werden. Es ist aus anderen Untersuchungen bekannt, daß zweidimensionale Konvektionsmuster höhere mittlere Wärmeströme aufweisen als eine dreidimensionale Konvektion (Schlüter et al. (1965), Malkus und Veronis (1958)). Neuere Rechnungen von Clever und Busse (1987) bestätigen diese Aussage. In dieser Arbeit führen die Autoren dreidimensionale Berechnungen für den Wärmedurchgang durch eine Schicht für  $Pr = 0.025$  durch. Sie finden reduzierte Werte der Nusselt-Zahl im Vergleich zu ihren früheren zweidimensionalen Rechenmodellen. Ihre Aussage ist, daß ihre berechneten Daten mit den gemessenen Werten nach Rossby (1969) gut übereinstimmen.

Es ist bemerkenswert, daß die neuen Messungen keinen Hinweis auf eine Verbesserung des Wärmeübergangs für Rayleigh-Zahlen  $Ra \geq 10^5$  geben. Ein solches Anwachsen wird durch die empirischen Wärmeübergangskorrelationen der Form  $Nu \sim Ra^{1/3}$  einiger Autoren wie Katadeladze (1958), Kudryavtsev et al. (1967), McDonald & Connolly (1960), Globe & Dropkin (1959) nahegelegt. Dieser funktionale Zusammenhang resultiert aber auch aus Ähnlichkeitsmechanischen Überlegungen unter Einbeziehung einfacher Modellvorstellungen für turbulente Strömungen (Im wesentlichen sind dies die Mischungswegansätze und die universellen Wandgesetze für Geschwindigkeit und Temperatur). Kraichnan (1962) und Long (1976) geben als Beziehungen für die Nusselt-Zahl für hinreichend große Rayleigh- und kleine Prandtl-Zahlen die Funktion

$$Nu = K \cdot Ra^{1/3} \cdot Pr^{1/3} \quad (6.5)$$

an, wobei  $K$  nach Kraichnan nur noch von der Wirbelviskosität der turbulenten Konvektion und der Temperaturleitfähigkeit abhängt. Dem Sinne nach ist diese Beziehung in einem solchen Rayleigh-Zahlbereich anwendbar, in dem die Ausdehnung der turbulenten Geschwindigkeitsgrenzschicht deutlich kleiner, die Dicke der Wärmeleitungsschicht aber merklich größer ist als eine vergleichbare Reibungsgrenzschicht auf der Basis der molekularen Zähigkeit. Kraichnan formuliert diese Aussage in

Form der Bedingungen  $\frac{1}{8} \cdot Ra \cdot Pr \left[ \frac{\kappa}{\nu_t} \right]^3 > 1$  wobei  $\nu_t$  die Wirbelviskosität bedeutet und  $Ra > 32 \pi^2 \left[ \frac{\nu_t}{\nu} \right]$  gilt. Kraichnan gibt plausible Schätzwerte für die Größen  $\nu_t / \kappa = Pe_t = 3$  und  $\nu_t / \nu = Re_t = 30$ . Dabei sind  $Pe_t$  und  $Re_t$  die mit der Schwankungsgeschwindigkeit und der Dicke der turbulenten Geschwindigkeitsgrenzschicht gebildete Peclet- bzw. Reynolds-Zahl. Der Gültigkeitsbereich für die  $1/3$ -Potenzbeziehung nach Gl. 6.5 ist somit  $(Ra \cdot Pr)^{1/3} > 6$ . Kraichnan folgert weiterhin, daß für Werte  $(Ra \cdot Pr)^{1/3} < 6$  die Nusselt-Zahl den Wert  $Nu \approx 1$  annimmt. Dies steht nicht in Übereinstimmung mit den Ergebnissen dieser Untersuchungen und der Theorie von Jones et al., Proctor, Busse & Clever. Denn einerseits ergeben die Experimente  $Nu \sim Ra^{0.32}$  in einem Bereich für den  $(Ra \cdot Pr)^{1/3} < 6$  und andererseits wird  $Nu \sim Ra^{0.25}$  gefunden für  $(Ra \cdot Pr) > 6$ . Für die Diskrepanz zwischen der funktionalen  $Nu$  ( $Ra$ )-Abhängigkeit der vorliegenden Messungen für  $Ra \geq 10^5$  und den empirischen Daten sowie den Ähnlichkeitsmechanischen Aussagen anderer Autoren können keine schlüssigen Erklärungen gegeben werden. Als

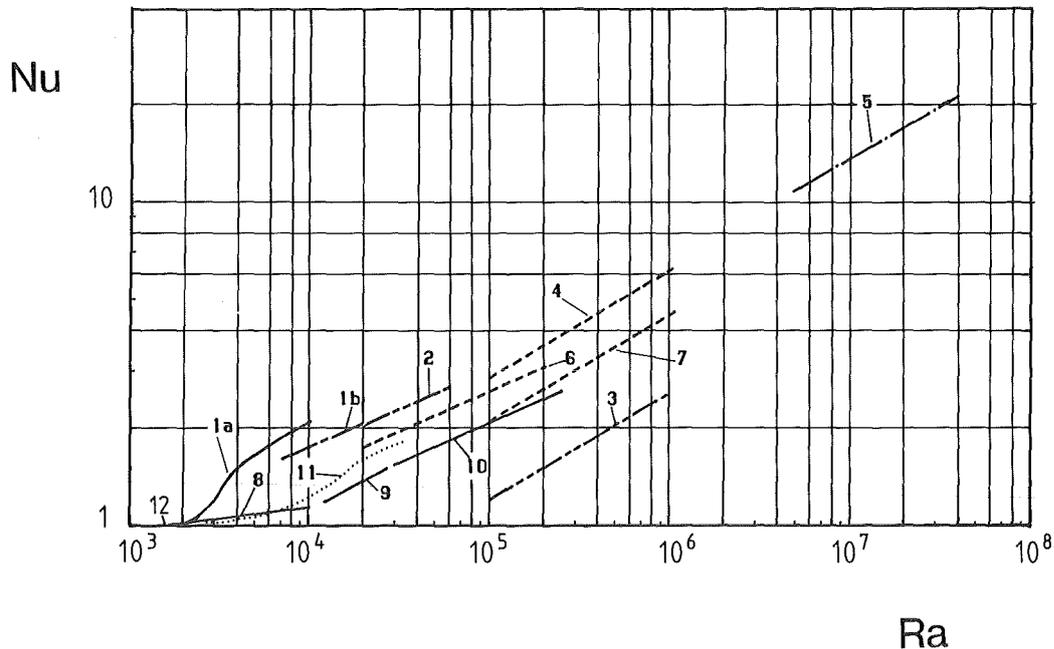


Abb. 26 Nusselt-Zahlen in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl bei kleinen Prandtl-Zahlen.

Legende	Autoren	Wärmeübergangsbeziehungen	
1a	Clever & Busse (1981)	Rechnungen $Ra_c < Ra < 2 \cdot 10^4$	Pr=0.003
1b	Busse & Clever (1981) Gl. (2.9)	$Nu-1 = 0.175 \cdot Ra^{0.25}$	Pr->0
2	Kutadeladze (1958)	$Nu \approx 0.0259 \cdot Ra^{0.33}$ $10^5 < Ra < 10^6$	Pr≈0.004
3	Kutadeladze (1958)	$Nu \approx 0.1708 Ra^{0.25}$ $Ra < 4 \cdot 10^4$	Pr≈0.004
4	Kudryavtsev, Ovechkin, Sorokin, Subbotin & Tsyganok (1967)	$Nu \approx 0.0618 \cdot Ra^{0.33}$ $10^5 < Ra < 10^6$	Pr≈0.004
5	McDonald & Connolly (1960) Gl. (2.2)	$Nu = 0.0785 \cdot Ra^{0.32}$ $4.8 \cdot 10^5 < Ra < 4 \cdot 10^6$	Pr≈0.004
6	H.T.Rossby (1969) Gl. (2.5)	$Nu = 0.147 \cdot Ra^{0.25}$ $2 \cdot 10^4 < Ra < 5 \cdot 10^5$	Pr=0.025
7	Globe & Dropkin (1959) Gl. (2.1)	$Nu = 0.069 \cdot Ra^{0.33} \cdot Pr^{0.074}$ $1.5 \cdot 10^5 < Ra < 6.8 \cdot 10^6$	
8	Natriumexperiment Gl. (6.2)	$Nu = 0.590 \cdot Ra^{0.072}$ $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 8 \cdot 10^3$	Pr=0.006
9	Natriumexperiment Gl. (6.3)	$Nu = 0.059 \cdot Ra^{0.32}$ $1.2 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^4$	Pr=0.006
10	Natriumexperiment Gl. (6.4)	$Nu = 0.117 \cdot Ra^{0.25}$ $4 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$	Pr=0.006
11	COMMIX Rechnungen	$Ra_c < Ra < 3.5 \cdot 10^4$	Pr=0.006
12	Schlüter, Lortz & Busse (1965)	$Nu = 1 + (Ra - Ra_c) Pr^2 \cdot \frac{1}{0.00832}$ $Ra_c < Ra < Ra_c + 50$	

Tab. 9 Wärmedurchgangsbeziehungen für kleine Prandtl-Zahlen

Spekulation sei hier eingefügt, daß der Unterschied zwischen den Werten der empirischen Nusselt-Zahlbeziehungen der verschiedenen Autoren (vgl. Abb. 26 und Tab. 9) auf Unterschiede in den Versuchsanordnungen und auf nicht hinreichend kontrollierte Wärmeverluste zurückzuführen sind. Im Hinblick auf die theoretischen Aussagen mag gefolgert werden, daß die Voraussetzungen der Theorie für die Anwendungsbedingung des  $1/3$ -Potenzgesetzes nicht erfüllt sind. Es müßten erst weitere relevante turbulente Zustandsgrößen in der Konvektionsschicht vermessen werden, die einen Schluß auf die Ausdehnung von Strömungs- und Temperaturgrenzschicht und auf die Struktur der Turbulenz zulassen, bevor schlüssige Aussagen möglich sind. Dies trifft in besonderem Maße für den Übergangsbereich der Rayleigh-Zahlen  $1.2 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  zu, in dem die Messungen eine empirische Beziehung  $Nu \sim Ra^{1/3}$  ergeben. Weitere Wärmedurchgangsmessungen könnten bei noch höheren Rayleigh-Zahlen der Ordnung  $10^6 - 10^{10}$  Aufschluß darüber bringen, ab welchem Wert der Rayleigh-Zahl das  $1/3$ -Potenzgesetz für die Nusselt-Zahl gilt und ab welcher Rayleigh-Zahl schließlich die Beziehung  $Nu \sim (Ra \cdot Pr)^{1/2}$  Gültigkeit hat. Kraichnan (1962) und vor ihm Ledoux et al. (1961) leiten die letztere Beziehung unter der Voraussetzung sehr großer Rayleigh-Zahlen her. Unter astrophysikalischen Bedingungen sind darunter Werte der Ordnung  $Ra \sim O(10^{18} - 10^{20})$  zu verstehen. Es wäre wertvoll die Gültigkeitsgrenzen experimentell zu erkunden. Die bisher vorhandenen Meßdaten aus Laborexperimenten lassen keinen Schluß auf den Anwendungsbereich des Wurzelgesetzes  $Nu \sim Ra^{1/2}$  zu. Diese Beziehung wird jedoch bei astrophysikalischen Betrachtungen üblicherweise verwendet (vgl. Spiegel (1971)).

Zusammengefaßt sind aus den Experimenten und den Rechnungen die folgenden neuen Ergebnisse festzuhalten:

- Bis hin zu Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  erfolgt die Wärmeübertragung in der Natriumschicht fast ausschließlich durch Wärmeleitung. Ab diesem Wert wächst die Wärmeübertragung durch Konvektion merklich an.

- Der merkliche Anstieg der aus Messungen hergeleiteten Nusselt-Zahlkurve im Bereich der Rayleigh-Zahlen  $8 \cdot 10^3 < Ra < 10^4$  unterstützt die Aussagen eines analytischen Modells von Busse und Clever (1981), daß für  $Pr \rightarrow 0$  eine zweite hydrodynamische Instabilität den Wärmetransport anfacht.
- Die numerische Berechnung der Nusselt-Zahl für eine rotationssymmetrische Konvektionsströmung stimmt zufriedenstellend mit dem experimentellen Befund überein.
- Die Wärmeübertragungsfunktion  $Nu(Ra)$  folgt für Rayleigh-Zahlen  $4 \cdot 10^4 < Ra < 3 \cdot 10^5$  dem 1/4-Potenzgesetz und noch nicht einem 1/3-Potenzgesetz.

## 6.6 Interpretation dynamischer Temperatursignale in der Natriumschicht.

Zur Analyse der Schwankungseigenschaften der Strömung in der Fluidschicht wird eine Zeitreihenanalyse durchgeführt (vgl. hierzu Kapitel 5.22). Dies geschieht in folgender Reihenfolge. Zunächst werden die statistischen Kenngrößen linearer Mittelwert, Varianz, RMS-Wert, Schiefe und Flachheit aus den digitalisierten Analogsignalen bestimmt. Dann erfolgt die Berechnung der Auto- bzw. Kreuzkorrelationsfunktionen und daraus mit Hilfe einer Fourier-Transformation die Berechnung der Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren sowie der zugehörigen Phasenlage.

### 6.61 RMS-Wert und höhere Momente der Temperaturfluktuationen

Der absolute RMS-Wert der Temperaturschwankung hängt von der Temperaturdifferenz in der Schicht ab. Deshalb wird für die unterschiedlichen Schichthöhen eine Normierung mit der mittleren Temperaturdifferenz  $\Delta T$  eingeführt. Diese lautet:

$$\text{RMS}^{\dagger} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T - \bar{T})^2}}{\Delta T} \quad (6.6)$$

(vgl. hierzu Gl. (5.22)). Anhand des RMS-Werts  $\text{RMS}^{\dagger}$  können Aussagen zu den Schwankungsamplituden in der Konvektionsschicht getroffen werden. Diese Größe ist ein Maß dafür wie stark die Momentanwerte einer Meßpunktfolge  $x$  von ihrem linearen Mittelwert abweichen. Hieraus ist zu schließen, daß bei kleinen RMS-Werten nur geringe Signalschwankungsamplituden vorliegen; es gilt auch der umgekehrte Schluß.

In Abb. 27 sind RMS-Werte aus den Experimenten mit Schichthöhe  $h = 15.5$  mm und  $h = 45.5$  mm für die Meßposition 2 eingezeichnet. Diese Werte sind doppeltlogarithmisch in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl aufgetragen. Die Ergebnisse sind bis hin zu Rayleigh-Zahlen um  $6 \cdot 10^3$  mit einer Schichthöhe  $h = 15.5$  mm gemessen. Für den daran anschließenden Rayleigh-Zahlbereich sind Werte aus den Natriumexperimenten mit der Schichthöhe  $h = 46.5$  mm aufgetragen. Durch die verwendete Normierung kann eine stetige Fortsetzung des Punkteverlaufs auch für höhere Rayleigh-Zahlen erreicht werden.

Aus Gründen der Übersicht sind nur die normierten Temperatursignale in Schichtmitte dargestellt. Die Temperaturschwankungen am Schichtrand besitzen qualitativ den gleichen Kurvenverlauf, jedoch sind die Amplituden in Schichtmitte etwa doppelt so hoch wie am Schichtrand. Diese Ortsabhängigkeit der Schwankungssignale steht im Zusammenhang mit der höheren Bewegungsfreiheit der Fluidteilchen. In der Schichtmitte werden die Temperaturschwankungen nicht durch die gute Wärmeleitung der Wand gedämpft.

Zur Untersuchung von Hystereseeffekten wird bei der Aufzeichnung der Temperatursignale die Heizleistung vom niedrigen zum höheren Leistungsbereich variiert und umgekehrt. Durch erneutes Anfahren eines alten Meßpunktes zu einem späteren Zeitpunkt wird die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse überprüft. Dabei wird festgestellt, daß die Meßpunkte bei Wiederholungsmessungen zu jedem Zeitpunkt innerhalb einer Schwankungsbreite  $\pm 5$  % liegen. Dieses Verhalten ist durch schraffierte Bereiche angedeutet. Aus dem Verlauf der Datenpunkte ist zu entnehmen, daß bei

Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 1.5 \cdot 10^3$  die Schwankungsbewegung einsetzt. Die RMS-Werte betragen dort etwa 1 % der Temperaturdifferenz in der Schicht (entspricht einem Meßsignal von ca. 1-2  $\mu V$  oder einer Temperaturschwankung von ca. 0.025 K bis 0.05 K). Es folgt ein rasches Anwachsen

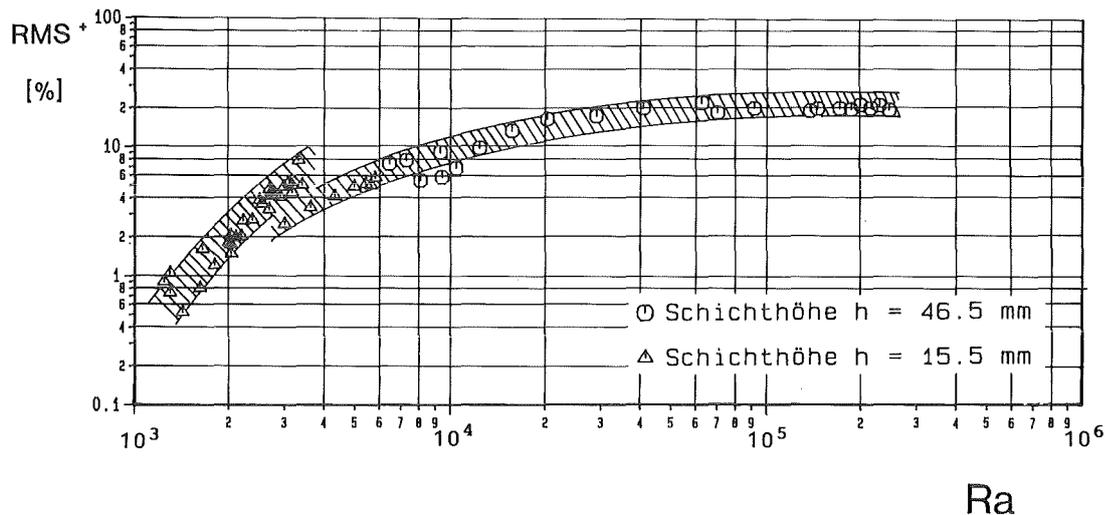


Abb. 27 Normierte RMS-Werte der Temperaturschwankungen in Schichtmitte der Natriumschicht in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl (Meßposition 1).

der Temperaturschwankung bis hin zu Rayleigh-Zahlen zwischen  $3 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^3$  mit RMS-Werten  $> 5\%$ . Dies ist der Bereich in dem noch regelmäßige Konvektionsmuster erwartet werden, (vgl. Clever & Busse (1974) und Krishnamurti (1973)). Bei höheren Rayleigh-Zahlen nehmen die Schwankungen sprunghaft ab. Aus der abrupten Änderung der Schwankungsamplituden kann geschlossen werden, daß dort eine Umstrukturierung der Fluidbewegung von einer mehr regelmäßigen Strömung mit einer bevorzugten Frequenz und hohen Schwankungsamplitude zu unregelmäßiger Strömung mit gleichmäßig verteilten Frequenzen und kleineren Schwankungsamplituden stattfindet. Bei höheren Rayleigh-Zahlen nehmen die RMS-Werte wieder zu und erreichen bereits bei Rayleigh-Zahlen um  $6 \cdot 10^4$  Werte um 20 %. Darüber nehmen die normierten RMS-Werte praktisch nicht mehr zu. Dies deutet darauf hin, daß die Konvektionsströmung sich dem voll turbulenten Zustand annähert.

Zur weiteren Charakterisierung der Schwankungssignale im Bereich der turbulenten Strömung werden die Verteilungsmomente 3. und 4. Ordnung benutzt. Das Strömungsverhalten in der Natriumschicht wird an Hand einer Auswahl von 4 Experimenten in einem Rayleigh-Zahlbereich  $4 \cdot 10^4 < Ra < 2.4 \cdot 10^5$  diskutiert. Die Schiefe und Flachheit ist in den Abbn. 28 und 29 in Abhängigkeit der Schichthöhe  $h$  für 3 unterschiedliche Sondenpositionen aufgetragen. Die Koordinate  $z$  ist mit  $h_2 = 46.5 \text{ mm}$  normiert ( $z / h_2$ ). Zur Unterscheidung der Meßsondenpositionen werden die zusammengehörigen Meßfühler mit einer Geraden verbunden.

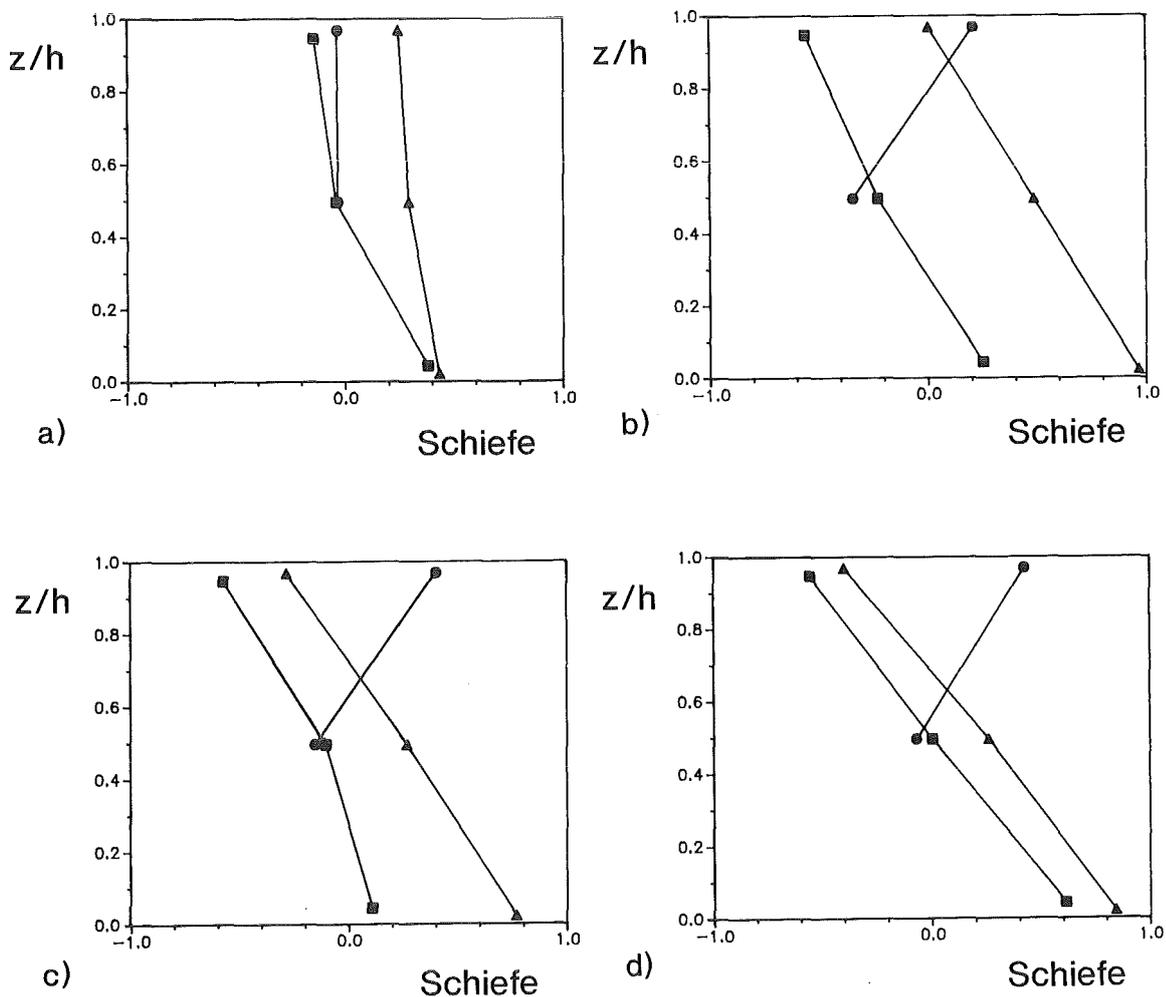


Abb. 28 Schiefe der Temperaturverteilung in der Natriumschicht in Abhängigkeit der normierten Schichthöhe  $h^+ = z/h$ ; a),  $Ra = 4 \cdot 10^4$ ; b),  $Ra = 1.4 \cdot 10^5$ ; c),  $Ra = 2 \cdot 10^5$ ; d)  $Ra = 2.4 \cdot 10^5$ .

■—■ Sonde I, ▲—▲ Sonde II, ●—● Sonde III

Abb. 28 ist zu entnehmen, daß bei Rayleigh-Zahlen um  $4 \cdot 10^4$  die Schiefe der Temperaturverteilung an allen Meßpositionen wenig von der eines Gaußprozesses abweicht. Dieser hat die Schiefe 0. Bei höheren Rayleigh-Zahlen ändert sich dieses Verhalten. Es treten dann im Randbereich in

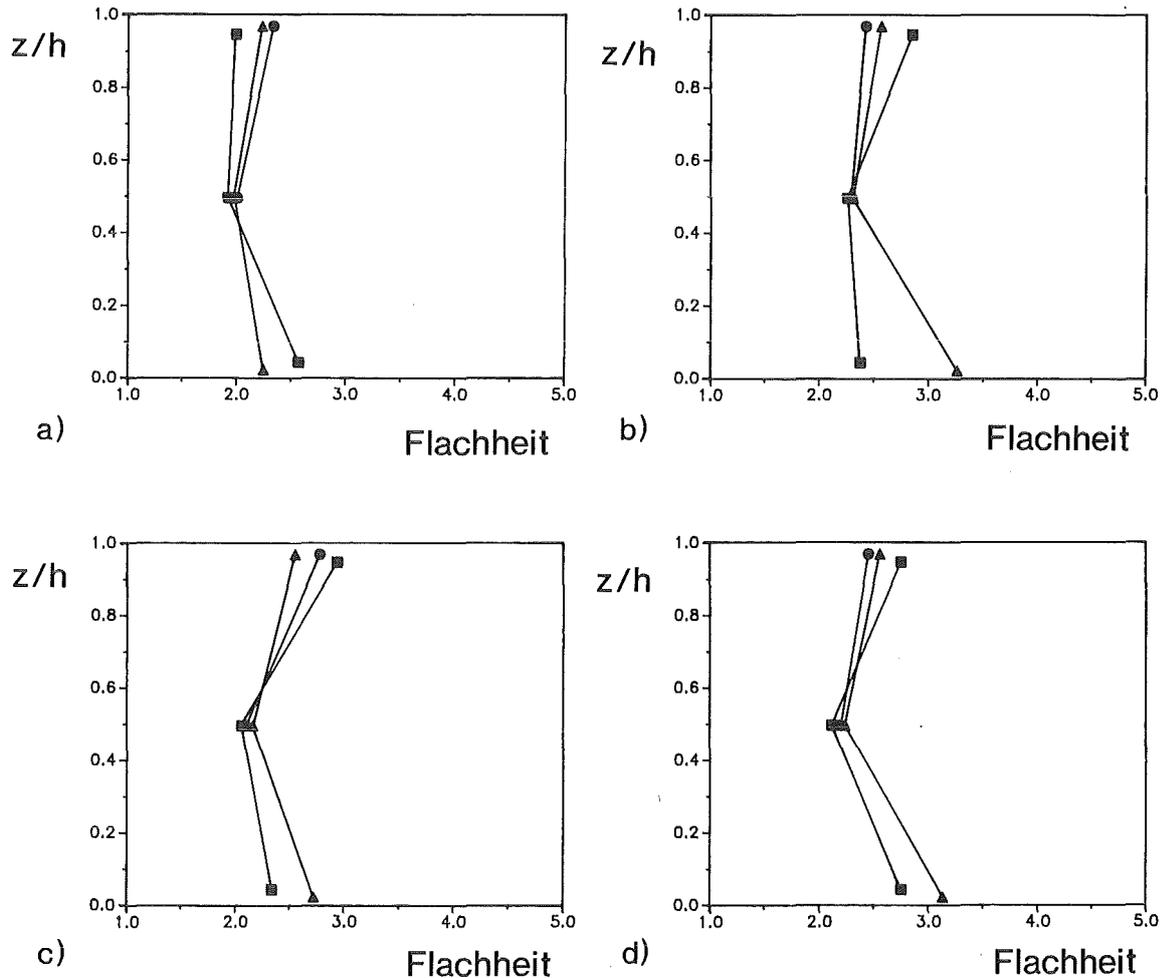


Abb. 29 Flachheit der Temperaturverteilung in der Natriumschicht in Abhängigkeit der normierten Schichthöhe  $h^+ = z/h$ ; a),  $Ra = 4 \cdot 10^4$ , b),  $Ra = 1.4 \cdot 10^5$ ; c),  $Ra = 2 \cdot 10^5$ ; d),  $Ra = 2.4 \cdot 10^5$ .

■—■ Sonde I, ▲—▲ Sonde II, ●—● Sonde III

der Nähe der Heiz- und Kühlplatte schiefsymmetrische Temperaturschwankungen auf. Die Schiefen erreichen an der Heizplatte Werte um 1 und an

der Kühlplatte Werte um  $-0.6$ . Es tritt auch der umgekehrte Fall auf (vgl. Abb. 28).

Weitere Auswertungen zeigen, daß die Vorzeichen der Schiefen von Experiment zu Experiment unterschiedlich sein können. Dabei wird festgestellt, daß diese etwa linear über die Schichthöhe zu- oder abnehmen.

Dieses Verhalten zeigt an, ob eine Meßsonde im Auf- oder Abstrom der Konvektionsströmung liegt.

Für den Fall des Aufstroms werden in der Nähe der Heizplattenoberfläche negative Schiefen, bei den Temperaturschwankungen und positive in in der Nähe der Kühlplatte festgestellt. Im Bereich des Abstroms gilt der umgekehrte Fall. In beiden Fällen ist das Verhalten wesentlich durch turbulente Austauschvorgänge zwischen den Grenzschichten und der relativ kälteren bzw. wärmeren Kernströmung in der Konvektionsschicht geprägt.

Die Flachheit der Temperaturverteilung ist in Abb. 29 dargestellt. Dort ist ersichtlich, daß die Werte der Flachheit für alle 4 untersuchten Experimente ( $Ra = 4 \cdot 10^4$ ,  $1.4 \cdot 10^5$ ,  $2 \cdot 10^5$  und  $2.4 \cdot 10^5$ ) qualitativ ähnlich sind. Es zeigt sich, daß an der Schichtunter- und auch an der Schichtoberseite bei den hier aufgetragenen Rayleigh-Zahlen die Flachheit der Verteilungen Werte zwischen 2 und 3 aufweist. Die Werte in Schichtmitte sind stets kleiner als am Rand. Mit steigender Rayleigh-Zahl erreicht die Flachheit in Wandnähe Werte um  $F = 3$ , die einer gaußförmigen Wahrscheinlichkeitsdichte entsprechen.

Kleine Werte für die Flachheit bedeuten bei einem stochastischen Signal, daß große Schwankungen um den Mittelwert vorhanden sind. Daher können die kleineren Werte in Schichtmitte dahingehend interpretiert werden, daß dort die größten Temperaturschwankungen auftreten. Aus der Tatsache, daß Signale mit vorwiegend periodischen Anteilen ebenfalls

kleine Werte für die Flachheit aufweisen (wie z.B. ein sinusförmiges Signal mit  $F = 1.5$ ), kann jedoch auch abgeleitet werden, daß im vorliegenden Fall die Temperaturschwankungen in Schichtmitte mehr periodische Schwankungsanteile enthalten, als am Schichtrand.

Diese Möglichkeit würde die Vorstellung über eine Zellularstruktur der Konvektionsströmungen stützen. Danach werden bei mäßig hohen Rayleigh-Zahlen um  $Ra \approx 10^4 - 10^5$  die Schwankungen in der Schichtmitte weitgehend von der noch regelmäßigen horizontalen Pendelbewegung der Konvektionszellen bestimmt, die im Bewegungsablauf relativ langsam ist. An den Rändern werden die Schwankungen der Temperatur vornehmlich durch die turbulenten Austauschbewegungen in der vollausgebildeten Geschwindigkeitsgrenzschicht verursacht (vgl. hierzu Kapitel 6.5).

In dieses Bild paßt auch der experimentelle Befund über die Schiefe der Temperaturschwankungen. Die dem Betrag nach erhöhten Werte an den Rändern stützen die Vorstellung, daß in Strömungsgrenzschichten im laminar-turbulenten Übergangszustand, aber auch im vollturbulenten Zustand ein Impulstransport von der Wand weg erfolgt. Dieser Transport manifestiert sich in schiefsymmetrischen Abweichungen der Schwankungen des passiven Skalars Temperatur von seinem lokalen Mittelwert.

## 6.62 Korrelationsfunktionen und Spektren

Insgesamt werden Korrelationsfunktionen und Spektren für 58 Versuche ausgewertet. Diese sind an den Meßpositionen 1 und 3 (Wandabstand  $r = 80$  mm, vertikaler Sondenabstand von der Heizplatte  $h_{m1} = 1$  mm und  $h_{m3} = 14$  mm) und an den Meßpositionen 2 und 4 ( $r = 80$  mm in Schichtmitte) aufgezeichnet. Zur Analyse der Vorgänge in der Schicht werden stellvertretend für alle Versuche zwei Schwankungssignale bei typischen Werten der Rayleigh-Zahl zur Darstellung ausgewählt.

In Abb. 30 und 31 sind für die Rayleigh-Zahlen  $1.8 \cdot 10^3$  und  $2.4 \cdot 10^5$  zwei Versuche der Meßpositionen 1 und 3 ausgewertet. Erstere sind mehr dem

regelmäßigen und letztere dem stochastischen Strömungsbereich zuzuordnen. Die Abbn. 30a und 31a zeigen die Temperatursignale der Meßposition 1 und 3 über den halben Analysezeitraum. In den Abbn. 30b und 31b, sind die normierten Autokorrelations- (AKF) und unter den Abbn. 30c, 31c sind die normierten Kreuzkorrelationsfunktionen (KKF) dargestellt. Die Abbn. 30d1,2 und 31d1,2 zeigen die nicht normierten Autoleistungsdichtespektren (ALDS). Das ebenfalls nichtnormierte Kreuzleistungsdichtespektrum (KLDS) sowie die dazugehörigen Phasenlage sind in den Abbn. 30f,e und 31f,e dargestellt.

In den Leistungsdichtespektren können beim Auftreten von periodischen Schwankungsgrößen diese direkt als Frequenzlinie entnommen werden. Zur Unterscheidung regelmäßiger Temperaturschwankungen von stochastischen Vorgängen wird festgelegt, daß Spitzen mit einer spektralen Leistungsdichte unter  $4 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$  nicht mehr als periodische Schwankungsanteile aufgefaßt werden. Die prinzipielle Vorgehensweise ist in Kapitel 5.22 bereits beschrieben.

#### 6.621 Zeitabhängige Strukturen

Bereits an den zeitabhängigen Temperatursignalen sind wesentliche Unterschiede im Schwankungsverhalten bei niedrigen und hohen Rayleigh-Zahlen zu erkennen. Bei der Rayleigh-Zahl  $1.8 \cdot 10^3$  liegt eine niederfrequente Signalschwankung um einen Mittelwert vor, die eine regelmäßige Struktur aufweist. Bei  $Ra = 2.4 \cdot 10^5$  zeigt sich hingegen eine stochastische und höherfrequente Signalschwankung (vgl. Abbn. 30a, 31a). Dieser Sachverhalt wird durch die durchgeführte Signalanalyse bestätigt. Die Berechnung der Autokorrelationsfunktionen bei der Rayleigh-Zahl  $Ra = 1.8 \cdot 10^3$  zeigt, daß bei den Meßpositionen 1 und 3 eine fast periodische Signalschwankung mit einer Periodendauer von etwa 85 Sekunden gemessen wird. Bei  $Ra = 2.4 \cdot 10^5$  liegt hingegen eine stochastische Signalschwankung vor. Die Periodendauer von 85 Sekunden entspricht in den Autoleistungsdichtespektren (Abb. 30d1,2) bei der niedrigen Rayleigh-Zahl einer Frequenz von ca. 0.0118 Hz. Zu höheren Frequenzen hin fallen die Spektren rasch ab. Dies ist durch das Fehlen eines höherfrequenten Schwankungsanteils in den Temperaturen bedingt. Im Gegensatz zu diesen Ergebnissen, können bei der hohen Rayleigh-Zahl

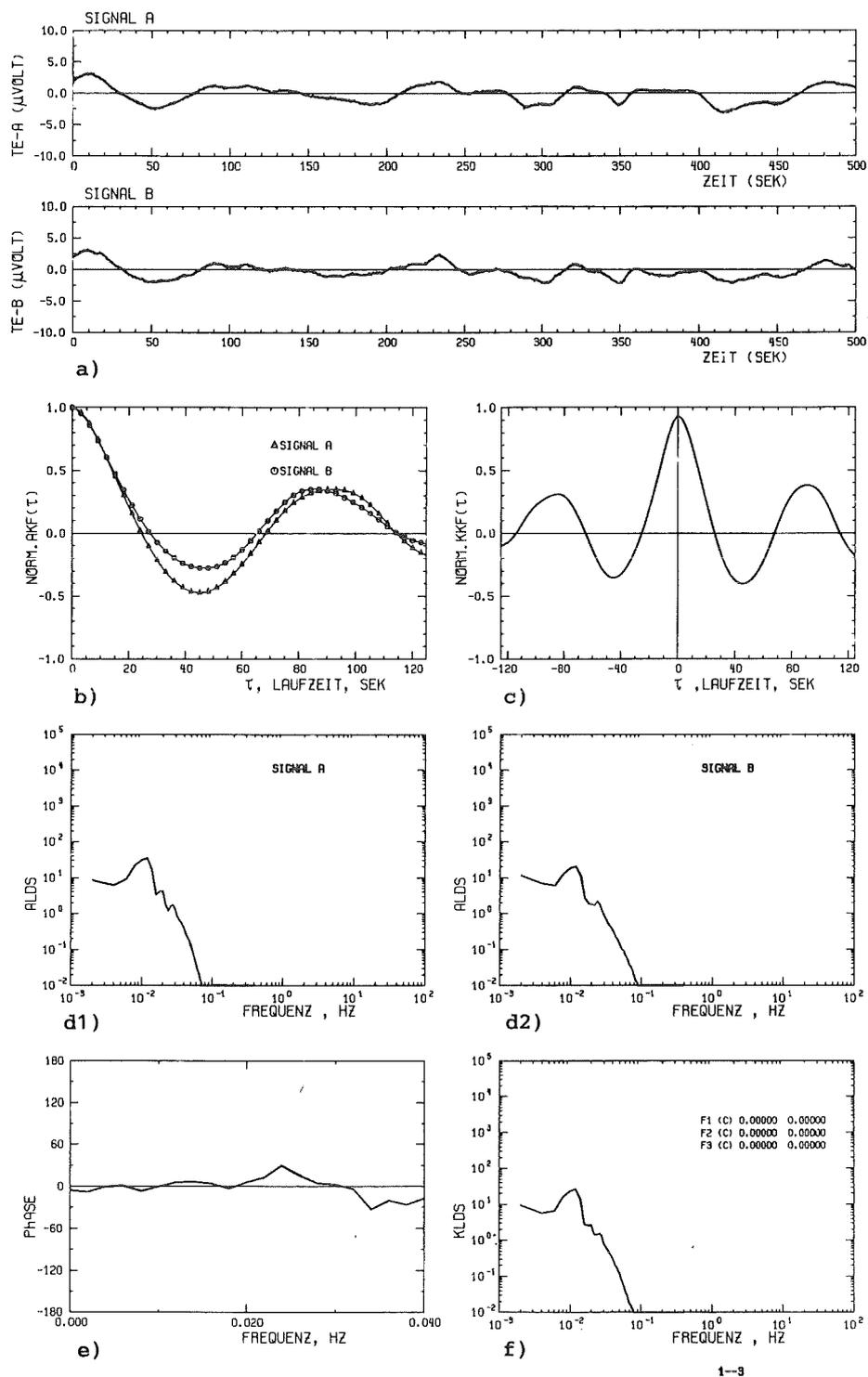


Abb. 30 Signalanalyse bei  $R_a = 1.8 \cdot 10^3$ , Meßposition 1 und 3.  
 a) digitalisierte Zeitsignale; b) Autokorrelationsfunktion  
 c) Kreuzkorrelationsfunktion; d1) Autoleistungsdichte-  
 spektrum Meßposition 1, d2) Autoleistungsdichtespektrum  
 Meßposition 3 und f,e) Kreuzleistungsdichtespektrum mit  
 Phasenlage.

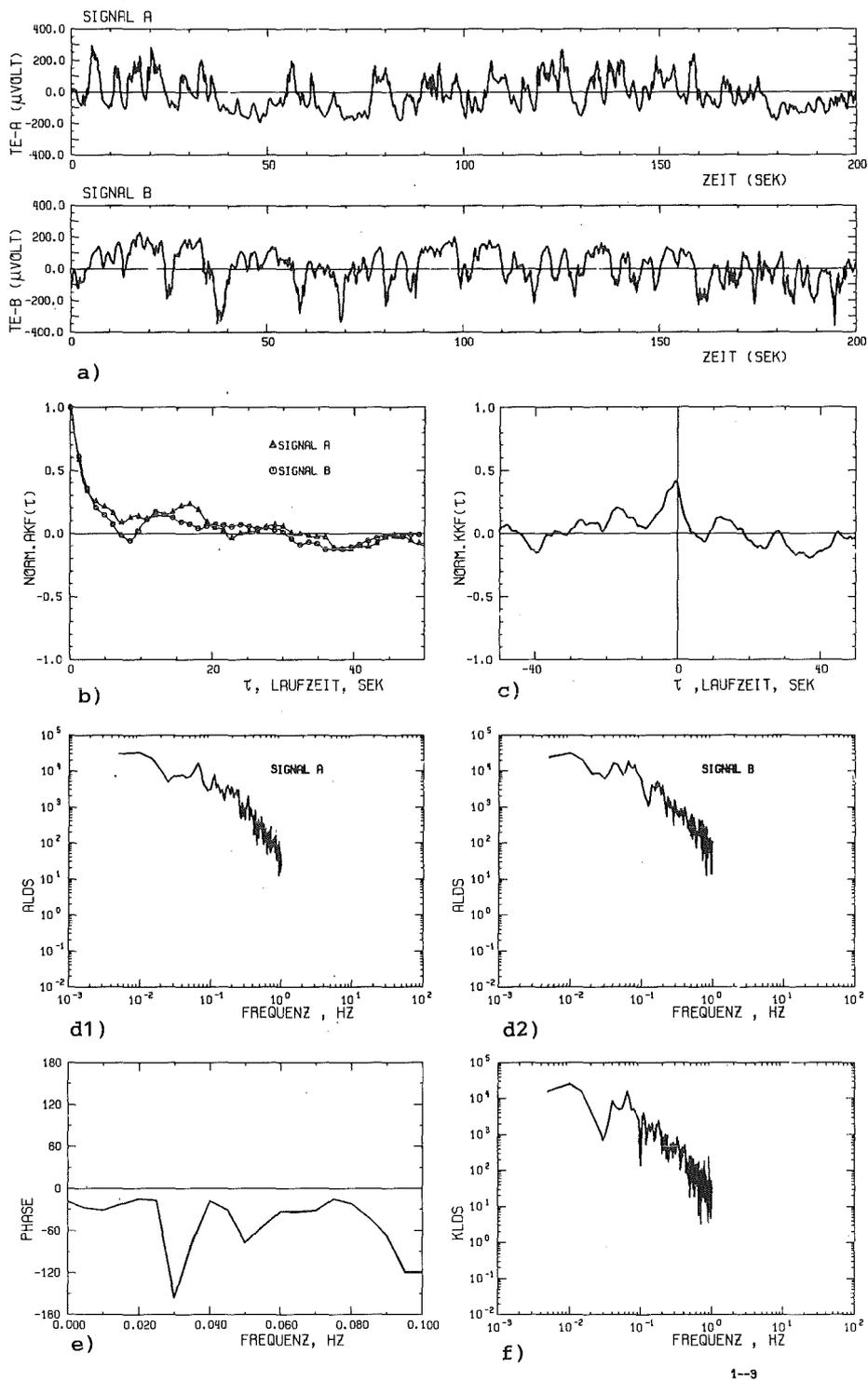


Abb. 31: Signalanalyse bei  $Ra = 2.4 \cdot 10^5$ , Meßposition 1 und 3.  
 a) digitalisierte Zeitsignale; b) Autokorrelationsfunktionen; c) Kreuzkorrelationsfunktion; d1) Autoleistungsdichtespektrum Meßposition 1, d2) Autoleistungsdichtespektrum Meßposition 3 und f,e) Kreuzleistungsdichtespektrum mit Phasenlage.

keine regelmäßigen Schwankungsanteile detektiert werden. Die Autoleistungsdichtespektren (Abb. 31d1,2) weisen dort ein eher bandbegrenztes Rauschverhalten auf.

In Abb. 32a sind zur Bewertung des zeitlichen Verhaltens für den Bereich der regelmäßigen Strömungen die aus den Autoleistungsdichtespektren ermittelten Frequenzen periodischer Signalanteile als Funktion der Rayleigh-Zahl aufgetragen. Die Abb. 32b zeigt die zugehörigen Amplituden in Abhängigkeit der Frequenz. Aus Übersichtsgründen sind nur Werte der Meßposition 1 dargestellt. Zwischen Schichtmitte, Schichtober- und Schichtunterseite liegen quantitative Unterschiede bei den Temperatursignalen vor. Die Schwankungssignale unterscheiden sich dort durch die Größe ihrer Amplitude.

Aus Abb. 32a ist zu entnehmen, daß regelmäßige Schwankungen mit Anteilen eines periodischen Zeitverhaltens etwa bei  $Ra \approx 1.5 \cdot 10^3$  beginnen und bis hin zu Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 3.5 \cdot 10^3$  auftreten. Bei

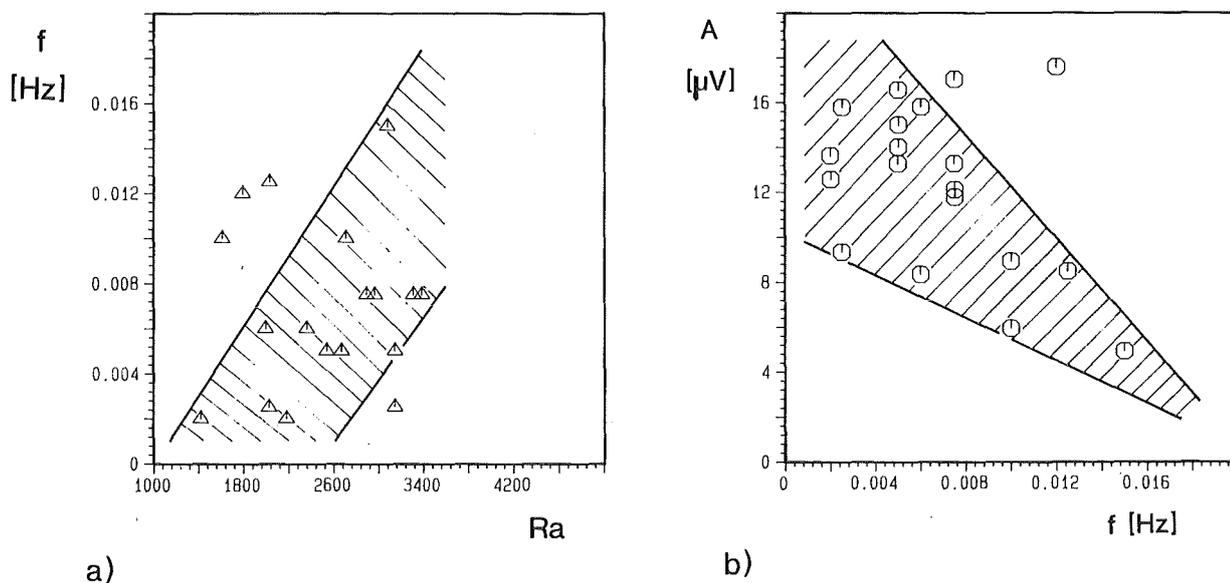


Abb. 32 Frequenz(a) und Amplitude (b) periodischer Temperatursignale, Schichthöhe  $h = 15.5$  mm.

Rayleigh-Zahlen  $Ra > 3.5 \cdot 10^3$  verliert die Strömung ihren regelmäßigen Charakter.

Die ermittelten Frequenzen der regelmäßigen Anteile der Temperaturschwankungen zeigen keine scharf definierte Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl. Es liegt vielmehr im Rayleigh-Zahlbereich  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 3.5 \cdot 10^3$  eine Verteilung mit einer Bandbreite zwischen  $0.002 \text{ Hz} < f < 0.016 \text{ Hz}$  vor. Bei vorsichtiger Bewertung lässt sich ein Trend zum Anstieg der Schwankungsfrequenzen mit der Rayleigh-Zahl erkennen. Dies ist durch schraffierte Bereiche angedeutet. Beide Trendaussagen entsprechen den allgemeinen Erfahrungen über die Abhängigkeit von Frequenz und Amplitude im laminar-turbulenten Übergangsbereich von Strömungen unter wachsenden äußeren Zwängen.

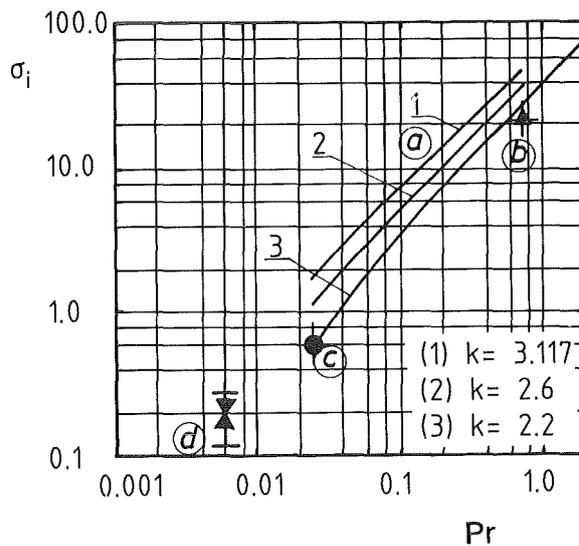


Abb.33 Dimensionslose Oszillationsfrequenzen über der Prandtl-Zahl;  
a) Clever und Busse (1974); b) Willis & Deardorf (1970);  
c) Krishnamurti (1973); d) Natriumexperimente

Zum Vergleich der Oszillationsfrequenzen aus den Natriumexperimenten mit gerechneten Werten von Clever & Busse (1974), werden dimensionslose Frequenzen  $\sigma_i$  der Form

$$\sigma_i = \frac{2 \cdot \pi}{T_p} \cdot \frac{h^2}{\kappa} \quad (6.7)$$

eingeführt und in ein Diagramm in Abhängigkeit der Prandtl-Zahl aufgetragen.  $T_p$  ist die Periodendauer der periodischen Schwankung. Im Diagramm der Abb. 33 sind noch zwei weitere experimentell ermittelte Datenpunkte, für Prandtl-Zahlen  $Pr = 0.7$  und  $Pr = 0.025$  eingezeichnet. Der Wert für  $Pr = 0.7$  ist einer Arbeit von Willis & Deardorf (1970) entnommen. Dieser Meßpunkt entspricht einer Wellenzahl von  $k \approx 2.2$  bei  $Ra \approx 6 \cdot 10^3$ . Der zweite Meßpunkt stammt aus der Arbeit von Krishnamurti (1973). Hierbei wird die kleinste von Krishnamurti gemessene Oszillationsfrequenz  $f = 0.1$  Hz ausgewählt.

Da bei den vorliegenden Natriumexperimenten das Einsetzen der Oszillationsbewegung nicht exakt ermittelt werden kann, wird eine Abschätzung der Frequenz durch Mittelung zwischen längeren und kürzeren Perioden im Bereich  $2000 < Ra < 3 \cdot 10^3$  vorgenommen. In diesem Bereich werden Oszillationsperioden zwischen 80 und 200 Sekunden festgestellt. Die umgerechneten Werte sind in Form eines Streubalkens in das Diagramm der Abb. 33 eingezeichnet. Der Mittelwert ergibt für  $Pr = 0.006$  eine mittlere dimensionslose Frequenz von  $\sigma_i \approx 0.2$ .

Vergleicht man die Oszillationsfrequenzen der Natriumexperimente mit den Ergebnissen der anderen Autoren so zeigt sich, daß die experimentellen Ergebnisse aus den Natriumversuchen für Wellenzahlen zwischen  $k = 2.2$  und  $k = 3.117$  relativ gut mit berechneten Werten nach Clever & Busse (1974) übereinstimmen. Sie bestätigen fernerhin, daß die berechneten Kurven  $\sigma_i(Pr)$  nach Clever & Busse das Verhalten über den gesamten Bereich der Prandtl-Zahlen  $0.002 < Pr < 1$  richtig erfassen.

Zur Charakterisierung des integralen Verhaltens der Temperaturschwankungen im Bereich  $Ra > 10^4$  wird untersucht, ab welcher Frequenz eine merkliche Dämpfung der Schwankungen auftritt. In der Meßtechnik wird der Frequenzwert bei dem ein Signal um 3 dB pro Dekade gedämpft

ist, als Eckfrequenz bezeichnet. Für die folgende Betrachtung wird die Eckfrequenz graphisch ermittelt und in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl dargestellt. Außerdem wird in einem weiteren Schritt die Steigung der abfallenden Flanke der Spektralkurve bestimmt.

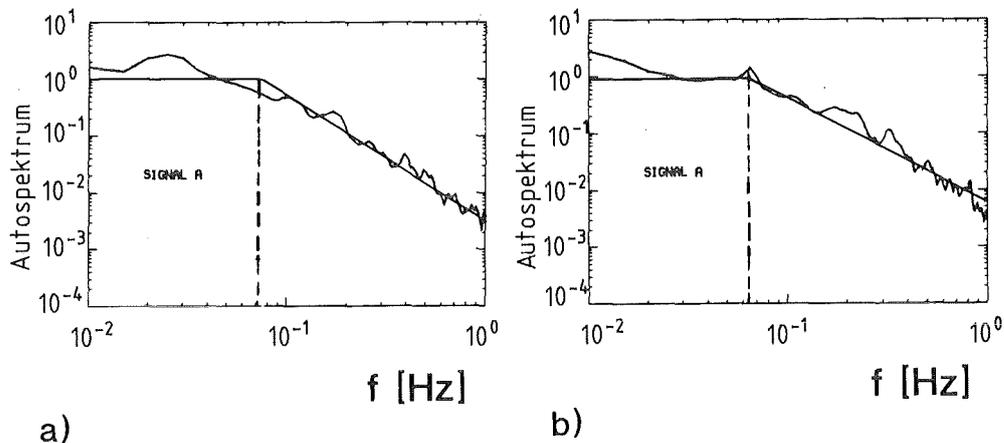


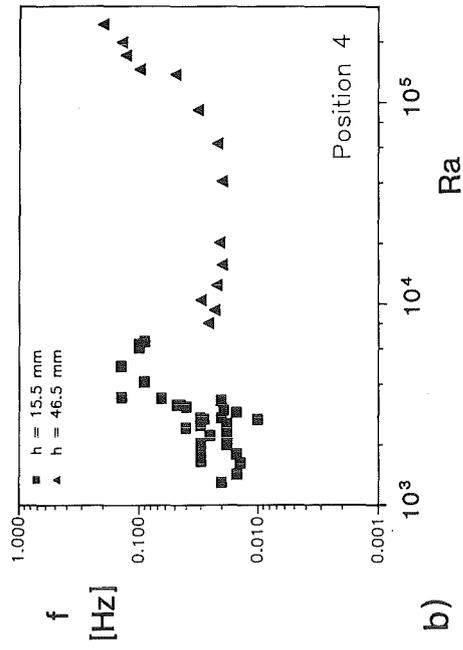
Abb. 34 Autospektren bei Rayleigh-Zahlen  $2 \cdot 10^5$ , a) und  $2.4 \cdot 10^5$ , b); Meßposition 1.

Zur Auswertung der Spektren eignet sich die Darstellung in doppeltlogarithmischem Maßstab. In diesem Fall kann die Steigung der Spektralkurve direkt in Dekaden abgegriffen werden. In Abb. 34a,b wird exemplarisch für zwei hohe Rayleigh-Zahlen ( $Ra = 2 \cdot 10^5$ ,  $Ra = 2.4 \cdot 10^5$ ) die prinzipielle Vorgehensweise an der Meßposition 1 erläutert. Durch eine lineare graphische Interpolation die Eckfrequenz werden die Beträge der Steigungen aus den Spektren im Bereich der Dämpfung ermittelt. Diese Größen sind in Abb. 35 in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl in einem Bereich  $10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  für die Meßposition 1 und 4 halblogarithmisch aufgetragen. Die Versuche mit der Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$  und  $h = 46.5 \text{ mm}$  sind durch unterschiedliche Symbole gekennzeichnet.

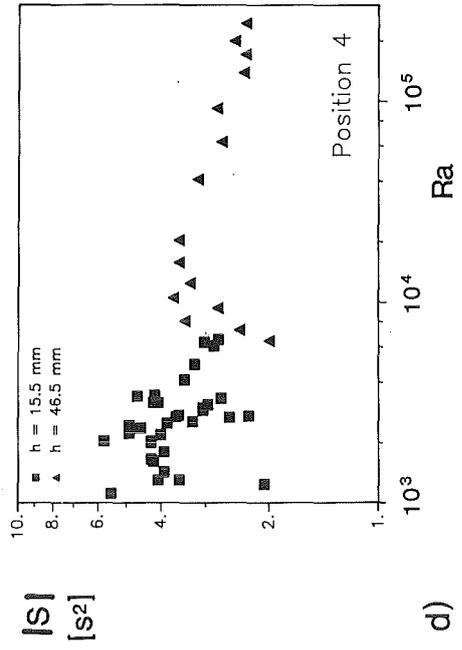
Abb. 35a,b zeigt an den Meßpositionen 1 (Rand) und 4 (Schichtmitte) 2 charakteristische Strömungsbereiche. Bei den kleineren Rayleigh-Zahlen tritt zunächst ein steiler Abfall der Steigung der Spektren bis hin zu Rayleigh-Zahlen um  $8 \cdot 10^3$  auf. Die Streuung der Datenpunkte ist in diesem Bereich an beiden Meßpositionen hoch. Dies resultiert aus der Festlegung von Ausgleichsgeraden in den entsprechenden Spektren. In

diesem Bereich erscheinen in den Autoleistungsdichtespektren noch einige lokale Maxima, die regelmäßige Frequenzanteile anzeigen. Diese Frequenz-Peaks bewirken in gewissem Umfang eine Verzerrung des Abfalls hoher Frequenzanteile im Spektrum. Es ist deshalb schwierig die Kurvensteigung in solchen Fällen exakt zu ermitteln. Die dadurch bedingte Streuung ist in Abb. 35a durch die Streuung der Datenpunkte im niedrigen Rayleigh-Zahlbereich ersichtlich.

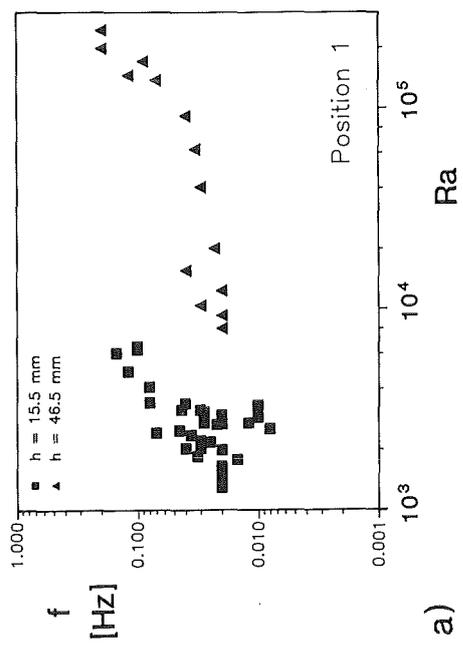
Bei Rayleigh-Zahlen  $Ra > 8 \cdot 10^3$  wird eine Zunahme der Steigung beobachtet. Dies führt zur Ausbildung eines relativen Maximums im Punkteverlauf, das nach vorsichtiger Bewertung nicht von der Schichthöhe abhängig zu sein scheint, da Datenpunkte aus Experimenten mit unterschiedlichen Schichthöhen im Überlappungsbereich vergleichbare Größenordnung aufweisen. Es fällt auf, daß in diesem Bereich außerdem ein deutlicher Anstieg des konvektiven Wärmetransports in der Natriumschicht zu beobachten ist (vgl. Abb. 22). Nach Proctor (1977), Busse & Clever (1981) ist dieses Anwachsen des Wärmetransports durch die Ausbildung der Trägheitskonvektion bedingt, bei welcher das Geschwindigkeitsfeld in der Konvektionszelle dem einer Starrkörperrotation ähnlich ist ("Schwungrad"-Konvektion). Theoretische Überlegungen lassen den Schluß zu, daß mit der Ausbildung dieser Strömungsform auch in gewissem Umfang eine Relaminarisierung der Konvektionsströmung eintritt. Dies würde in diesem Übergangsbereich zu einer stärkeren Dämpfung der hohen Frequenzanteile und somit zu einer begrenzten Zunahme des Anstiegs führen. Für Rayleigh-Zahlen  $Ra > 2 \cdot 10^4$  wird eine erneute allmähliche Abnahme der Steigung festgestellt. Dies ist eine plausible Beobachtung, da mit steigenden Rayleigh-Zahlen die Schwankungsbewegungen wieder zunehmen. Bei Rayleigh-Zahlen  $Ra > 10^5$  erreichen die Steigungen der Temperaturspektren Werte in der Größenordnung von  $S \approx -2$ . Diese liegen damit im Bereich von Werten wie sie bei isotroper Turbulenz in Freistrahlsströmungen gemessen werden (vgl. Hinze (1959)). Die Spektren von Freistrahlen weisen im Bereich der hohen Frequenzen eine Steigung  $S = -5/3$  auf. Für die Natriumexperimente ist hieraus zu schließen, daß bei Rayleigh-Zahlen über  $10^5$  die gemessenen Schwankungsbewegungen zunehmend denen in einer Strömung mit isotrop-turbulentem Charakter entsprechen.



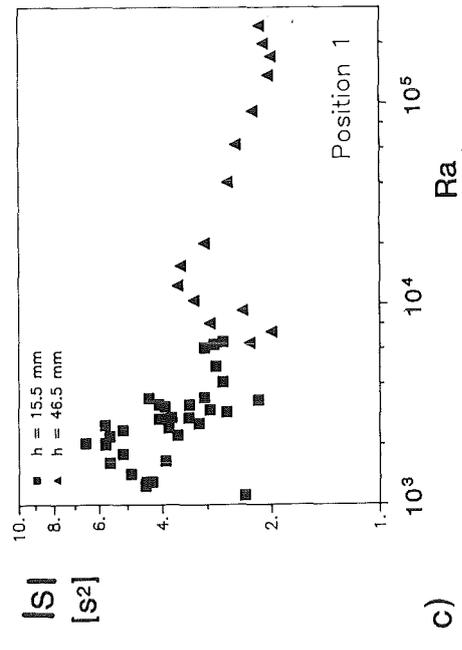
b)



d)



a)



c)

Abb. 35 Eckfrequenzen a,b) und Steigungen c,d) in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl für Meßposition 1 und 4.

Die dimensionsbehaftete Darstellung der Eckfrequenz und der Steigung als Funktion der Rayleigh-Zahl in Abb. 35 lassen vermuten, daß für die sprunghaften Änderungen der Datenpunkte im Bereich der Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  auch die Abänderung der Schichthöhe in der Versuchsanordnung verantwortlich sein könnte. Wenn dies der Fall wäre so müßten die Meßdaten durch eine geeignete Skalierung mit den äußeren Parametern wie Höhe der Schicht und treibendes Temperaturgefälle im Bereich der sprunghaften Änderung vergleichmäßig werden können. Da Eckfrequenzen und Steigung des Autoleistungsspektrums nur durch Zeitmaßstäbe dimensionslos zu machen sind, stellt sich hier die Frage nach der Wahl des relevanten Zeitmaßstabs für die Vorgänge bei der Anfachung der Schwungrad-Instabilität. Nach den Ausführungen des Kapitels 3.1 stehen dazu die Maßstäbe  $\tau_v = h^2 / \nu$ ,  $\tau_\kappa = h^2 / \kappa$  und  $\tau_g = h / (\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot h)^{0.5}$  zur Verfügung. Es zeigt sich nun bei der Verwendung jedes dieser Zeitmaßstäbe, daß der Sprung in der Datenfolge für die Eckfrequenz durch die Verwendung einer dieser Maßstäbe geschlossen werden kann. Das bedeutet, daß an der Sprungstelle in Abb. 35 die Umrechnungsbeziehung  $f_r \cdot h_1^2 = f_l \cdot h_2^2$  anzuwenden ist (wobei der Index "l" für links der Sprungstelle und "r" für rechts der Sprungstelle steht). Die Umrechnungen zeigen jedoch fernerhin, daß die Änderungen im Verlauf der Steigungsdaten in der Umgebung von  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  nicht geglättet sondern vielmehr verstärkt werden, wenn einer der Zeitmaßstäbe  $\tau_v$ ,  $\tau_\kappa$ ,  $\tau_g$  verwendet wird. Dieser Sachverhalt kann als Hinweis auf die Relevanz von internen, durch die Struktur der von Geschwindigkeits- und Temperaturfelder bedingten Zeitmaßstäbe gedeutet werden. Auf diese Möglichkeit haben Jones et al. (1976) hingewiesen, in dem sie an Hand der Boussinesq-Gleichungen für den Fall  $Pr \ll 1$  mit Hilfe ähnlichkeitsmechanischer Abschätzungen Längen-, Zeit- und Geschwindigkeitsmaßstäbe angeben. Dabei gehen sie von Vorstellungen aus, daß im Übergang von einer dissipativen zur trägheitsbestimmenden Konvektion die Strömungsgrenzschicht in der Nähe der festen Ränder bereits voll ausgebildet ist, die Temperaturgrenzschicht sich aber noch wegen der extrem guten Wärmeleitfähigkeit des Fluids über die ganze Schichthöhe erstreckt. Aus einer Darstellung der Boussinesq-Gleichungen in einer Grenzschichtform einerseits und einer reibungsfreien, durch Trägheitskräfte bestimmten Formulierung andererseits schließen die

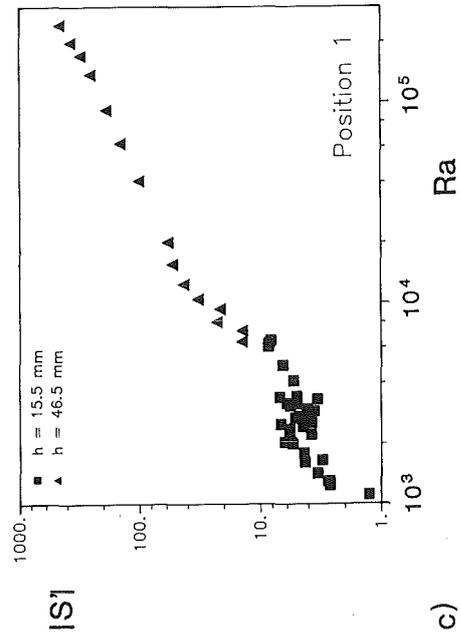
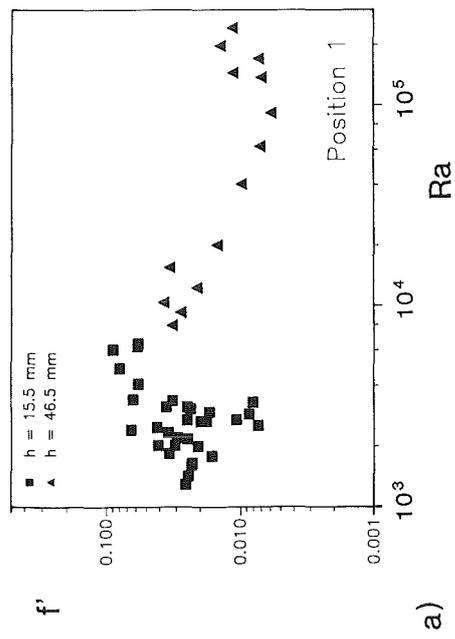
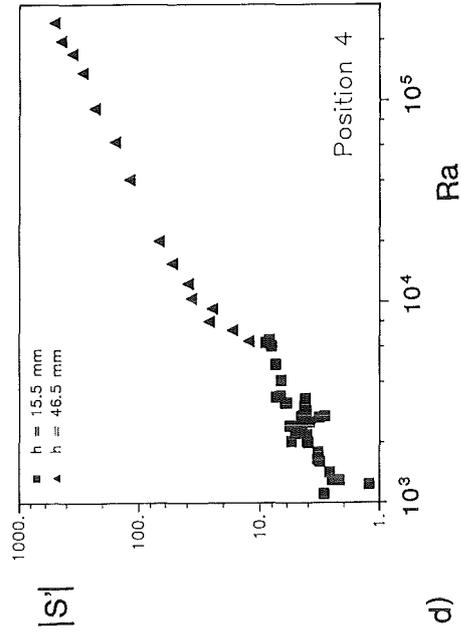
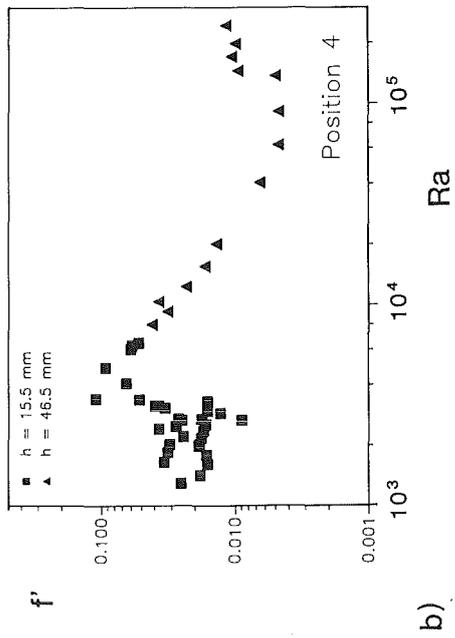


Abb. 36 normierte Eckfrequenzen a,b) und normierte Steigungen c,d) in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl für Meßposition 1 und 4.

Verfasser, daß für die dissipative Konvektion der Zeitmaßstab  $\tau_g$  und für die durch Trägheitskräfte geprägte Schwungradkonvektion der Zeitmaßstab  $\tau_g^* = \tau_g \cdot Pr^{1/2}$  relevant ist. (In ihrer Abhandlung führen die Autoren ihre Argumentation für den Geschwindigkeitsmaßstab durch). Übernimmt man diese Maßstäbe zur bereichsweisen Skalierung der Meßdaten für die Steigung und die Eckfrequenz ( $\tau_g$  in  $10^3 < Ra < 8 \cdot 10^3$  und  $\tau_g^*$  in  $8 \cdot 10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$ ), so kann ein glatter Anschluß der Daten in der Umgebung von  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  hergestellt werden. Das Resultat ist in der Abb. 36 für die Meßpositionen 1 und 4 dargestellt. Die Abbildung zeigt, daß die dimensionslose Eckfrequenz zunächst bis zu Rayleigh-Zahlen um  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  ansteigt, danach abfällt und erst bei Werten  $Ra \approx 10^5$  erneut zunimmt. Dieses Verhalten ist mit der bereits früher erwähnten Vorstellung verträglich, daß die einsetzende Trägheitskonvektion eine stabilisierende Wirkung auf die turbulente Konvektion ausübt, indem sie die energietragenden Schwankungsbewegungen zu niedrigeren Frequenzen hin verlagert. Diese Aussage impliziert, daß die gemessenen Temperaturschwankungen wesentlich durch Geschwindigkeitsschwankungen verursacht werden. Dieses Ergebnis kann als eine weitere Bestätigung der Richtigkeit der Modellvorstellungen über die Struktur und das Einsetzen der Schwungradkonvektion gewertet werden. Eine detaillierte Untersuchung und meßtechnische Erfassung weiterer relevanter lokaler Größen der turbulenten Konvektionsströmung ist jedoch wünschenswert.

## 6.622 Zweipunkt-Korrelationen

Zur Untersuchung räumlicher Bewegungen werden die aufgezeichneten Temperatursignale auf Signallaufzeiten in Vertikal- und Horizontalrichtung untersucht. Dies geschieht mit Hilfe der Kreuzkorrelationsfunktion bzw. mit dem Kreuzleistungsdichtespektrum. Hierbei wird angenommen, daß ein Schwankungssignal durch die Strömung von einer Meßsonde zur anderen transportiert wird oder umgekehrt.

### 6.6221 Laufzeiten in Vertikalrichtung

Die Untersuchung des Laufzeitverhaltens von Temperaturschwankungen in Auftriebsrichtung ergibt, daß die gemessenen Temperatursignale bei

niederen Rayleigh-Zahlen Laufzeiten  $\tau \approx 0$  und Korrelationskoeffizienten von ca. 0.9 besitzen. Bei hohen Rayleigh-Zahlen liegt das Maximum der Korrelationsfunktion ebenfalls bei  $\tau \approx 0$ , die Amplitude dieser Funktion besitzt dort jedoch nur noch einen Wert von  $\approx 0.4$ , d.h. es besteht eine geringe Korrelation zwischen den Signalen. Das vorliegende Signalverhalten kann nur durch eine Querbewegung in der Schicht erklärt werden. Diese Phänomene werden im nächsten Abschnitt näher untersucht und interpretiert.

### 6.6222 Laufzeiten in Horizontalrichtung

In Abb. 37 sind 4 typische Laufzeitsignale bei niedrigen Rayleigh-Zahlen zwischen Meßposition 2 und 4 (Abstand ca. 25 mm) dargestellt. Die berechneten Korrelationskoeffizienten sind dort über eine Laufzeit

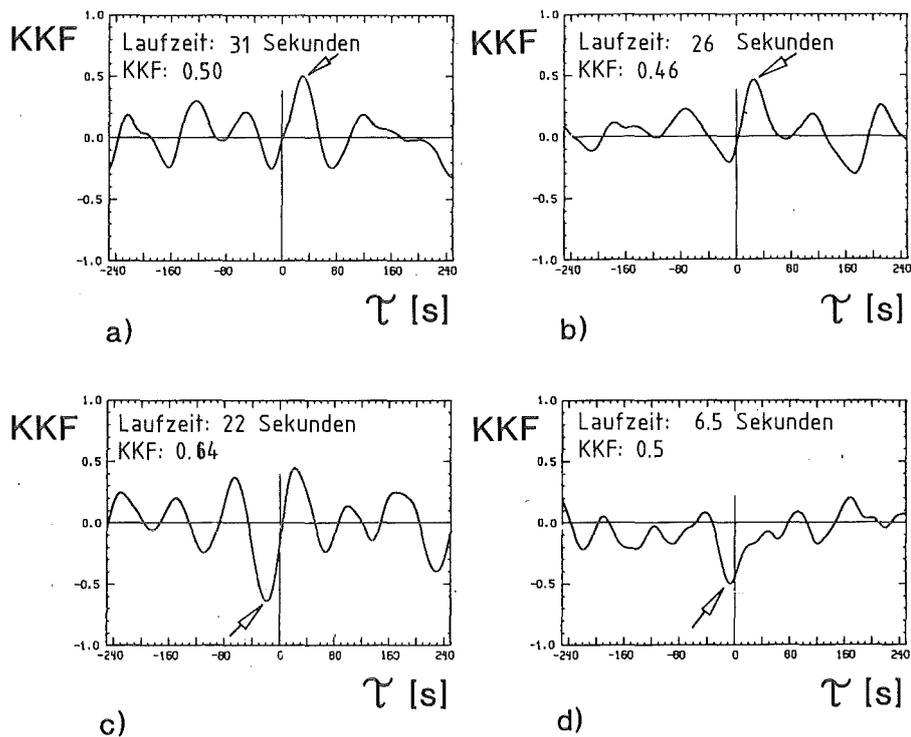


Abb. 37 Kreuzkorrelationsfunktionen bei Rayleigh-Zahlen  
a) 1420, b) 1610, c) 1800 und d) 2000.

von 240 Sekunden aufgetragen. Die Korrelationskoeffizienten werden auf ein betragsmäßiges Maximum untersucht und die zugehörige Laufzeit ermittelt. Das Vorzeichen der Laufzeit zeigt die Richtung des Signals (positives Vorzeichen ergibt Laufrichtung von Meßposition 2 nach 4, bei negativen Werten ist die Signalrichtung umgekehrt) an. Korrelationskoeffizienten kleiner 0.4 werden als nicht mehr korreliert betrachtet.

Abbildung 38a zeigt Laufzeiten aus den Natriumexperimenten mit der Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$  in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl. Die zugehörigen Amplituden der Korrelationsfunktion sind als Funktion der Rayleigh-Zahl in Abb. 38b aufgetragen.

Bei der Auswertung wird festgestellt, daß bei manchen Versuchen über den untersuchten Zeitraum Laufzeiten vorliegen, bei anderen tritt hingegen nur eine unregelmäßige Schwankungsbewegung auf. Aufgrund dieses nicht klaren Bildes über die ermittelten Laufzeiten werden zusätzlich Untersuchungen mit einem Hardware-Korrelator durchgeführt. Mit diesem Gerät kann eine Auswertung der Signale im Echtzeitbetrieb

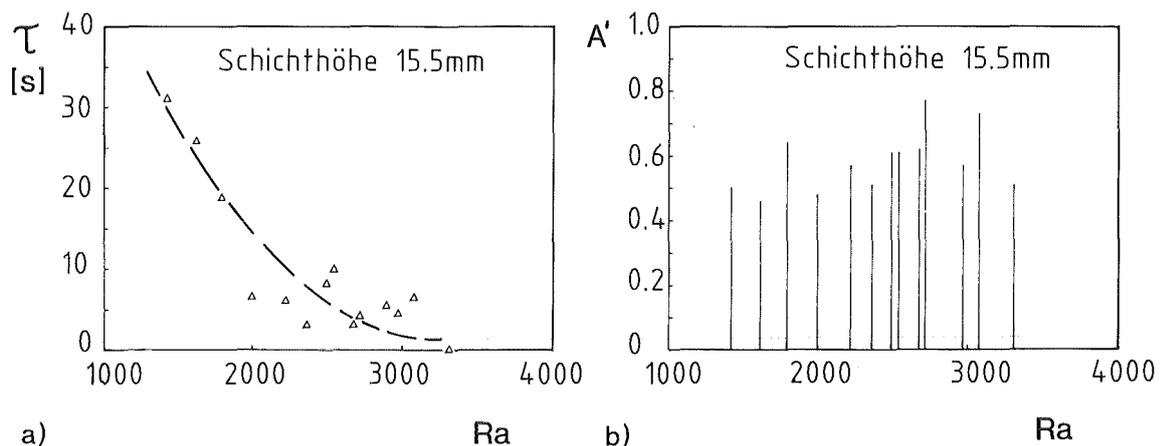


Abb. 38 Horizontale Temperatursignallaufzeiten, a) und Amplituden b) in Abhängigkeit der Rayleigh-Zahl, für Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$ .

vorgenommen werden. Hierdurch ist es möglich die Schwankungssignale über unterschiedliche Zeiträume auf Laufzeiten zu untersuchen. Diese Vorgehensweise ergibt, daß die ermittelten Laufzeiten von der Länge des Analysezeitraums abhängen. Es zeigt sich außerdem, daß bei manchen Signalen die Laufzeiten sowohl das Vorzeichen als auch die Phasenlage während des Untersuchungszeitraums mehrmals ändern. Die hier vorliegenden Ergebnisse sind deshalb als Mittelwert über den analysierten Zeitraum zu interpretieren.

Bei Rayleigh-Zahlen  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2 \cdot 10^3$  werden über einem Zeitraum von 800 bis 1000 Sekunden mittlere Signallaufzeiten zwischen  $\tau_1 = 20$  und 30 Sekunden festgestellt. Für höhere Rayleigh-Zahlen nehmen diese Werte rasch ab und streuen im Bereich  $2 \cdot 10^3 < Ra < 4 \cdot 10^3$  zwischen 3 und 10 Sekunden (siehe Abb. 38a). Die zugehörigen Amplitudenverteilung ist Abb. 38b zu entnehmen. Dort zeigt sich, daß ein geringfügiges Ansteigen der Amplituden zwischen  $2.3 \cdot 10^3 < Ra < 4 \cdot 10^3$  auftritt. Darüber hinaus ist eine abnehmende Tendenz der Amplitudenwerte zu beobachten.

Unter der Annahme, daß die Schwankungssignale auf direktem Wege von Meßfühler zu Meßfühler transportiert werden, ergeben sich bei Rayleigh-Zahlen um  $1.5 \cdot 10^3$  und einem Meßfühlerabstand von 25 mm zu Beginn der Konvektionströmung Horizontalgeschwindigkeiten in der Größenordnung von ca. 1 mm/s. Für Rayleigh-Zahlen  $Ra > 2 \cdot 10^3$  steigen diese auf etwa 6 mm/s an. Die Korrelationskoeffizienten besitzen bei  $Ra \approx 2.6 \cdot 10^3$  ein schwach ausgeprägtes Maximum. Offensichtlich sind in diesem Bereich die Temperaturschwankungen in Querrichtung sehr regelmäßig. Für Rayleigh-Zahlen  $Ra > 3 \cdot 10^3$  verschwindet dieses Verhalten. Für noch höhere Rayleigh-Zahlen liegen bei der Schichthöhe 15.5 mm keine weiteren Ergebnisse vor. Deshalb kann über den weiteren Verlauf der Datenpunkte keine abschließende Aussage gemacht werden. Die hier getroffenen Aussagen über die Konvektionsgeschwindigkeit sollten insgesamt mit einem notwendigen Vorbehalt bewertet werden. Für belastbare Laufzeitmessungen mit Hilfe von Temperaturschwankungen bedarf es in Natriumströmungen mit einer dem Fluid eigenen hohen Wärmeleitfähigkeit noch weiterer grundlegender Untersuchungen.

Als wesentliche Ergebnisse der Signalanalyse werden folgende Fakten und Schlußfolgerungen vermerkt:

- \* Auf eine Umstrukturierung des Konvektionsmusters bei Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 3 \cdot 10^3$  aus einer regelmäßigen Oszillationsbewegung mit identifizierbaren Frequenzen in eine Bewegungsform mit stochastischem Zeitverhalten kann aus der sprunghaften Änderung der Varianzfunktion und den Leistungsdichtespektren der Temperaturschwankungen geschlossen werden. Die (indirekt) erfaßten regelmäßigen Oszillationsbewegungen im Bereich kleiner Rayleigh-Zahlen  $Ra_c < Ra < 3 \cdot 10^3$  stehen in Einklang mit den Ergebnissen der Stabilitätsanalyse von Clever & Busse (1981) für die Benard-Konvektion bei kleinen Prandtl-Zahlen. Diese Autoren finden eine Wellenausbreitung der Störungen entlang der Achsen der Konvektionswalzen.
  
- \* Die von der Normalverteilung eines stochastischen Prozesses abweichenden Werte der höheren statistischen Momente Schiefe und Flachheit für die Temperatursignale in der Nähe des warmen und kalten Schichtrandes stützen die Vorstellung, daß sich in Wandnähe ausgeprägte Strömungsgrenzschichten ausbilden, welche Fluid mit Übertemperatur von der Wand forttransportieren.
  
- \* Ein glatter Anschluß der Meßdaten für die Eckfrequenz und die Steigung des normierten Autoleistungsdichtespektrums, die aus Experimenten in verschiedenen Anordnungen gewonnen werden, kann durch Normierung mit spezifischen, die Struktur der Strömung berücksichtigenden Zeitmaßstäben  $\tau_g$  und  $\tau_g^*$  erreicht werden. Dieser Sachverhalt wird als belastbarer Nachweis für die Ausbildung der "Schwungrad"-Konvektion gewertet mit der ihr eigenen Zeitskala  $\tau_g^*$ . Der Abfall der Werte der dimensionslosen Eckfrequenz suggeriert einen stabilisierenden Einfluß dieser Konvektionsform.

## 7. Zusammenfassung

In flüssigen Natriumschichten werden Wärmedurchgangsmessungen durchgeführt. Dabei werden Korrelationen für den Wärmedurchgang bei freier Konvektion bestimmt. Diese Beziehungen erfassen das Wärmedurchgangsverhalten in einem Rayleigh-Zahlbereich  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$ .

Zur Untersuchung der Strömungsvorgänge in den Schichten wird eine statistische Signalanalyse der Temperatursignale durchgeführt. Diese liefert neue Aussagen zum Verhalten der Strömung beim Einsetzen der Konvektion bis hin zu voll turbulenter Strömung.

Aus den Wärmedurchgangsmessungen werden die folgenden neuen Erkenntnisse gewonnen.

Vom Beginn der schwachen Konvektion bei einer Rayleigh-Zahl  $Ra_c \approx 1.5 \cdot 10^3$  bis hin zu Werten  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  wird die Wärme in flüssigen Natriumschichten im wesentlichen durch Wärmeleitung übertragen. Erst ab diesen Werten der Rayleigh-Zahl kommt es zu einem deutlichen Anstieg des konvektiven Wärmetransports. Dieser Sachverhalt erhärtet die Vorhersage der theoretischen Untersuchungen anderer Autoren, die für den Grenzfall verschwindender Prandtl-Zahlen eine neue Stabilitätsgrenze für den Beginn der Konvektion finden. Ab Rayleigh-Zahlen um  $4 \cdot 10^4$  besitzt die Nusselt-Zahlkurve für Natrium dieselbe Steigung, wie die Kurve, die von Rossby (1969) aus Quecksilberexperimenten gewonnen wird. Ab dort nimmt der Einfluß der Prandtl-Zahl ab. Die Nusselt-Zahlen für Natrium liegen jedoch in diesem Bereich um etwa 22 % niedriger als die für Quecksilber und ca. 50 % niedriger als die für Wasser und Silikonöl. Die Ergebnisse stehen damit im Gegensatz zu anderen Untersuchungen in flüssigen Metallen, in denen für Rayleigh-Zahlen über  $10^4$  Wärmeübergangszahlen in der gleichen Größenordnung wie für Flüssigkeiten mit einer Prandtl-Zahl  $Pr \geq 0.7$  gefunden werden. Die Nusselt-Zahlkurven für Flüssigmetalle zeigen nach den vorliegenden Messungen und nach denen von Rossby (1969) Abhängigkeiten der Form  $Nu \sim Ra^{0.25}$ . Bei Prandtl-Zahlen  $Pr \geq 0.7$  werden in der Literatur in diesem Bereich Beziehungen der Form  $Nu \sim Ra^{0.33}$  angegeben.

Die Simulationsrechnungen mit dem Programmsystem COMMIX ergeben im Rayleigh-Zahlbereich  $Ra_c < Ra < 8 \cdot 10^3$  gute, bei darüberliegenden Rayleigh-Zahlen bis  $Ra \approx 3.6 \cdot 10^4$  befriedigende Übereinstimmung mit den gemessenen Nusselt-Zahlen der Natriumexperimente.

Die Signalanalysen der in der Schicht gemessenen Temperaturen haben folgendes Ergebnis:

Beim Einsetzen der Konvektion werden in der Natriumschicht bis hin zu Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 3.5 \cdot 10^3$  zu bestimmten Zeiten und über nicht allzu-lange Zeiträume periodische Anteile in den Temperaturschwankungen in der Fluidschicht gefunden. Die Perioden der Schwankung liegen zwischen 80 und 200 Sekunden. Diese Werte stehen in Einklang mit theoretischen Aussagen der Literatur. Bei höheren Rayleigh-Zahlen werden die Temperaturschwankungen in der Schicht regellos. Dies wird so interpretiert, daß sich ab dort der Übergang zu turbulenter Strömung vollzieht. Bei Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 10^4$  kommt es zu einer sprunghaften Änderung im Charakter der Temperaturschwankungen. Aus der Bewertung der Eckfrequenz der Leistungsdichtefunktion folgt, daß sich eine Leistungsverlagerung von höheren zu niederen Frequenzen hin vollzieht. Dies wird als ein Anzeichen einer stabilisierenden Wirkung der "Schwungrad"-Konvektion angesehen. Für  $Ra > 6 \cdot 10^4$  setzt erneut eine Energieverschiebung zu höherfrequenten Anteilen des Spektrums mit kleineren Amplituden ein. Dieses Verhalten fällt mit dem merklichen Einsetzen des konvektiven Wärmetransports in der Natriumschicht zusammen. In dem daran anschließenden Rayleigh-Zahlbereich  $Ra > 6 \cdot 10^4$  vollzieht sich ein Übergang zu vollturbulenter Strömung. Bei Rayleigh-Zahlen  $Ra \approx 2 \cdot 10^5$  werden bei den Spektren der Temperaturfluktuationen im Dämpfungsbereich Steigungen in der Größenordnung von -2 festgestellt. Dieser Wert entspricht nahezu den Verhältnissen in einer vollturbulenten Freistrahlsströmung für die die Steigung der Leistungsdichtespektren im höheren Frequenzbereich den Wert  $-5/3$  hat.

Mit Hilfe der Kreuzkorrelationsfunktion werden in Vertikal- und Horizontalrichtung Laufzeiten bestimmt. In Auftriebsrichtung werden im niederen Rayleigh-Zahlbereich Korrelationskoeffizienten in der Größenordnung von 0.9 gefunden. Die Signallaufzeiten  $\tau$  sind in Vertikalrichtung null. In Querrichtung werden bei einem Meßsondenabstand von

ca. 25 mm Laufzeiten  $\tau$  in der Größenordnung  $6 < \tau < 30$  Sekunden im Rayleigh-Zahlbereich  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 4 \cdot 10^3$  festgestellt. Unter der Voraussetzung, daß die Strömung die Schwankungsgrößen direkt von einer Meßposition zur anderen transportiert, liegen die Horizontalgeschwindigkeiten in der Größenordnung von 1 - 6 mm/s. Für Rayleigh-Zahlen  $Ra > 4 \cdot 10^3$  können keine Laufzeiten festgestellt werden. Die letzteren Aussagen sind aus dem Hintergrund zu sehen, daß die Geschwindigkeitsmessungen mit Hilfe von Laufzeitmessungen von Temperaturschwankungssignalen noch der weiteren technischen Entwicklung bedürfen.

## Literatur

Baehr H.D. (1973). Thermodynamik. Springer-Verlag 3.Auflage 1973, Berlin, Heidelberg, New York.

Beauchamp K.G. & Yuen C.K. (1979). Digital Methods for Signal Analysis. G. Allen & Unwin, London, Boston, Sydney.

Bendat J.S. & Piersol A.G. (1966). Measurement and Analysis of Random Data. New York, London, Sydney, J. Wiley & Sons, Inc., 1966.

Bronstein I.N. (1975). Taschenbuch der Mathematik. Deutsch-Verlag Frankfurt und Zürich.

Boussinesq J. (1903). Theorie analytique de la chaleur 1903. Vol 2 Paris.

Bunshi J. (1977). Turbulente Temperaturschwankungen in flüssigem Natrium. Dissertation ETH Zürich.

Busse F.H. (1972). The oscillatory instability of Convection rolls in a low Prandtl number fluid. J. Fluid Mech. 52, pp. 97-112.

Busse F.H. & Clever R.M. (1981). An asymptotic model of two-dimensional convection in the limit of low Prandtl number. J. Fluid Mechanics 102, pp 75-83.

Chandrasekhar, S. (1961), Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford: Clarendon Press.

Clever R.M. & Busse F.H. (1974). Transition to time-dependent convection. J. Fluid Mech., 65, pp. 625-645.

Clever R.M. & Busse F.H. (1978). Large Wavelength Convection Rolls in Low Prandtl Number Fluids. J. Appl. Mathematics and Physics (ZAMP), 29, pp. 711-714.

Clever R.M. & Busse F.H. (1981). Low Prandtl-number convection in a layer heated from below. J. Fluid Mech., 102, pp. 61-74.

Clever R.M. & Busse F.H. (1987). Nonlinear oscillatory convection. J. Fluid Mech., 176, pp. 403-417.

Commix (1983). A Three-Dimensional Transient Single-Phase Computer Programm for Thermal Hydraulic Analysis of Single and Multi-component Systems. US Nuclear Regularity Commission, Washington DC, NUREG/CR-2896 Vol. 1.

Domanus H.M. et al. (1985). COMMIX 1B : 3D-Transient Single-phase Computer Programm for Thermal Hydraulic Analysis of Single and Multi Component System. NUREG/CR-4348, ANL-85-42, VOL.1 pp 289-294.

Fauve & Libchaber (1982). Rayleigh-Benard-Experiment in a low Prandtl Number Fluid, Mercury. In "Chaos and Order in Nature" Editor H. Haken, Springer 1984, pp 25-35.

Foust O. J. (1976). Sodium-NaK Engineering-Handbook. Gordon and Breach, Science Publishers, Inc, New York, London, Paris, Vol. 1 - 6.

Gershuni G.Z. & Zhukhovitskii E.M. (1976). Convective Stability of incompressible Fluids. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem 1976.

Globe S.& Dropkin D. (1959). Natural-Convection Heat Transfer in Liquids confined by Two Horizontal Plates and Heated From Below. Journal of Heat Transfer, February 1959, pp 24-28.

Gröber H., Erk S. & Grigull U.(1963). Wärmeübertragung. Springer-Verlag 3.Auflage, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1963.

Grötzbach, G. (1982), Direct numerical simulation of laminar and turbulent Benard convection, J. Fluid Mech., 119, pp. 27-53.

Jones, C.A., Moore D.R. & Weiss N.O. (1976), Axisymmetric convection in a cylinder. J. Fluid Mech. 73, pp. 353-388.

Hesselmann N. (1983). Digitale Signalverarbeitung. 1. Auflage 1983, Vogel-Buchverlag Würzburg.

Horani S. & Kek V. (1987). Private Mitteilungen, Programmbeschreibung Signalanalyse.

IMSL Library (1984) Users Manual, Volume 1-4, Houston, Texas, USA.

Kraichnan, R. H., (1962), Turbulent thermal convection at arbitrary Prandtl number. Phys. Fluids 5, pp 1374-1389.

Krebs L. & Weinkötz G. (1976), Indication of a Coolant Blockage in a Sodium-Cooled Reactor by Temperature Fluctuation Measurements with Steel Sodium-Thermocouples. Proceedings of the International Meeting on Fast Reactor Safety and Related Physics, Chicago, Vol.II, p. 665.

Krishnamurti R. (1973). Some further studies on the transition to turbulent convection. J. Fluid Mech. 60, pp. 285-303.

Kronmüller H. (1979). Methoden der Meßtechnik. Schnäcker-Verlag Karlsruhe.

Kudryavtsev A.P., Ovechkin D.M., Sorokin D.N., Subbotin V.I. und Tsyganok A.A. (1967). "Zhidkie Metally" a collection of Papers of liquid metal technology. Atomizdat 1967 131-136.

Kutateladze S.S. et al.(1958). Liquid-metal coolants. Moskau,Atomizdat.

Ledoux P., Schwarzschild M. & Spiegel E. (1961), On the spectrum of turbulent convection. J. Astrophys. Vol. 133, pp 184-192.

Liang S.F., Vidal A. & Acrivos A. (1969). Buoyancy driven convection in cylindrical geometries. J. Fluid Mech., 36, p 239-248.

Lipps, F. B. (1976), Numerical simulation of three-dimensional Benard convection in air. J. Fluid Mech., 75, pp. 113-148.

Long, R.R. (1976), Relation between Nusselt number and Rayleigh number in turbulent thermal convection. J. Fluid Mech. 105, pp. 445-451.

Maekawa I., Muramatsu T & Matsumoto M (1987), AQUA, a three dimensional transient computer program for thermal hydraulic analysis of single and multicomponent systems. Thermal Hydraulic Analysis Group Reactor Engineering Section, Safety Engineering Division OEC-PNC, Mito, Japan.

Malkus, V.W.R. & Veronis G. (1958), Finite amplitude convection. J. Fluid Mech. 23, pp. 225-260.

McDonald J.S. & Connolly T.J. (1960). Investigation of Natural Convection Heat Transfer in Liquid Sodium. J. Nuclear Science and Engineering 8, pp 369 - 377.

Müller U. (1985). Hydrodynamische Stabilität. Skriptum zur Vorlesung Sommersemester 1985, Universität Karlsruhe.

Müller U. (1985). Freie Konvektion und Wärmeübertragung. Skriptum zur Vorlesung Wintersemester 1985/86, Universität Karlsruhe.

O'Toole J.L. & Silveston P.L (1961), Correlations of convective heat transfer in confined horizontal layers. Chem. Engineering Progress Symposium Series, 1961, 67, pp. 81-86.

Proctor M.R.E. (1977), Inertial convection at low Prandtl number. J. Fluid. Mech., 82, pp 97-114.

Rosby H.T. (1969). A study of Benard convection with and without rotation. J. Fluid. Mech., 36, pp 309-335.

Schlüter A., Lortz D. & Busse F.H. (1965). On the stability of steady finite amplitude convection. Journal of Fluid Mech. 1965, 23, pp 129-144.

Smol'yakov A.V. & Tkachenko V.M. (1983). The Measurement of Turbulent Fluctuations. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York.

Subbotin V.I., Sorokin D.N., Ovechkin D.M. and Kudryavtsev A.P. (1972). Heat Transfer In Boiling Metals by Natural Convection. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.

Sparrow E.M., Goldstein R.J. & Jonsson (1964). Thermal Instability in Horizontal Fluid Layer. J. Fluid Mech. 18(4) p 513.

Spiegel, E.A. (1971). Convection in Stars. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 9, p 323.

Veltishchev & Zelin (1975). Numerical simulation of cellular convection in air. J. Fluid Mech. 68, pp 352 - 368.

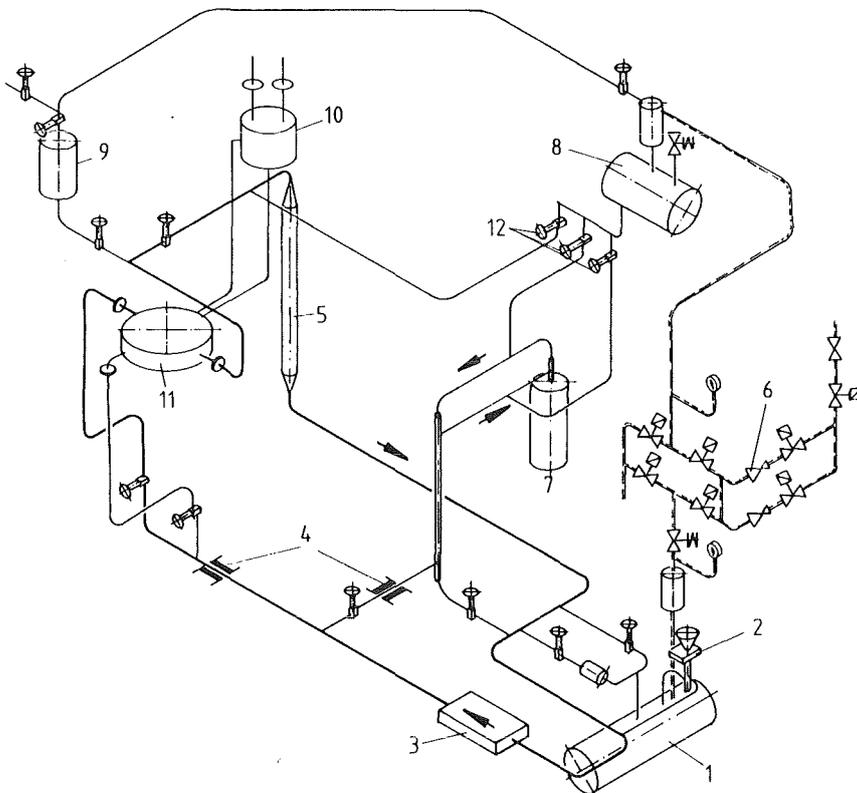
Willis G.E. & Deardorf J.W. (1965). Measurements on the Development of Thermal Turbulence in Air between horizontal Plates. Physics of Fluids, 8, pp 225-229.

## Anhang

### A1. Versuchsaufbau

#### A1.1 Natriumkreislauf

Eine schematische Darstellung aller wesentlichen Prüfstandskomponenten ist in Abb.39 dargestellt. Die Funktion der einzelnen Teile wird nachfolgend erläutert.



- |                       |                        |                         |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| 1 Sumpftank           | 5 Kühler               | 9 Ausgleichsbehälter    |
| 2 Schnellablaßventil  | 6 Schutzgassystem      | 10 Siedekühler          |
| 3 MHD-Pumpe           | 7 Kaltfalle            | 11 Konvektionsprüfstand |
| 4 MHD-Durchflußmesser | 8 Ausgleichsbehälter I |                         |

Abb. 39 Natriumkreislauf mit Hilfskomponenten und Konvektionskammer.

Der Sumpftank enthält das erstarrte Natrium. Die Gesamtmenge beträgt ca. 120 Liter. Tritt während des Versuchsbetriebs ein Leck auf, kann das flüssige Natrium ohne äußere Hilfe in diesen Behälter zurückfließen und erkalten. Bei Inbetriebnahme des Kreislaufs wird das bei Umgebungstemperatur erstarrte Metall mit elektrischen Erhitzern auf 200 Grad Celsius aufgeheizt (Schmelzpunkt von Natrium ca 98 Grad C) und danach mittels Gasdruck in den Loop gedrückt.

Das Schnellablaßventil ist ein Sicherheitssystem, welches für das gefahrlose Betreiben des Kreislaufs erforderlich ist. Dieses Ventil öffnet sich bei technischen Störungen durch eine Alarmschaltung automatisch. Gleichzeitig wird die Heizung des Prüfstands und die Natriumpumpe des Kreislaufs abgeschaltet. Hierdurch kann das flüssige Metall in wenigen Sekunden gefahrlos in den Sumpftank zurückfließen.

Bevor die Versuchsapparatur mit flüssigem Natrium befüllt werden kann, muß der Kreislauf von Oxiden gereinigt werden. Hierzu wird das Natrium mit einer elektromagnetischen Linearpumpe umgewälzt und durch eine sogenannte "Kaltfalle" gedrückt. Der Durchfluß durch Rohrleitungen und Prüfstandskomponenten wird mittels induktiver Durchflußmesser kontrolliert.

Die einzelnen Prüfstandskomponenten sind mit natriumbeständigen Edelstahlrohren mit Nennweite 25 mm verbunden. Aus Sicherheitsgründen werden die Rohrverbindungen und Prüfstandskomponenten fest miteinander verschweißt. Durch Verwendung von Dehnbögen können mechanische Schäden aufgrund von Temperaturspannungen verhindert werden.

Damit das flüssige Natrium während des Füllvorgangs nicht erstarrt, müssen sämtliche Rohre und Kreislaufkomponenten von außen über Begleitheizungen elektrisch beheizt werden. Die Steuerung dieser Heizstäbe erfolgt über einen speziellen Prüfstandsrechner, welcher mit einer Maximal-Minimal-Überwachung den Beheizungs Vorgang steuert. Alle Rohre und Prüfstandskomponenten werden zur Reduzierung der Wärmeverluste mit Steinwolle und Silberfolie wärme gedämmt.

Aus konstruktiven Gründen kommt es im Rohrleitungssystem und beim Einbau von Ventilen zu unerwünschten Gasansammlungen in bestimmten Bereichen des Natriumkreislaufs. Die Entfernung solcher Restgasmengen erfolgt durch spezielle Entgasungsleitungen, welche an kritischen Stellen im Kreislauf angebracht werden.

Damit Oxidationsvorgänge innerhalb des Rohrnetzsystems vermieden werden, wird der Kreislauf und die eingebauten Testteilkomponenten mit einer Schutzgasatmosphäre geschützt. Dies geschieht durch ein Argonschutzgassystem. Mittels eines geringen Überdrucks im System wird verhindert, daß durch kleine Leckagen Sauerstoff in den Natriumbereich eindringt. Außerdem wird durch das Gaspolster die temperaturbedingte Ausdehnung des Flüssigmetalls kontrolliert. Hierdurch können mechanische Beschädigungen aufgrund eines unkontrollierten Druckanstiegs im Rohrleitungssystem und in den restlichen Prüfstandskomponenten ausgeschlossen werden.

Die "Kaltfalle" wird zum Reinigen des Natriumloops benötigt. Diese besteht aus einem siebartigen Oxidabscheider der durch Kühlung auf eine Temperatur von ca 120 Grad C gehalten wird. Hierbei wird die Eigenschaft einer temperaturabhängigen Löslichkeit von Natriumoxid benutzt, um den Sauerstoffgehalt im umlaufenden Natriumstrom unter eine Grenze von 10 ppm zu bringen.

Der Luftwärmetauscher dient zur Wärmeabfuhr im Kreislauf. Die Kühlleistung kann mittels einer Luftklappe geregelt werden.

Die Niveauregulierung der Flüssigkeitsmenge im Kreislauf und in den Versuchskomponenten geschieht mittels Ausgleichsbehälter. Zu diesem Zweck wird im Hauptkreislauf und im Entlüftungskreislauf der Konvektionskammer jeweils ein Natriumbehälter angebracht. Während des Versuchsbetrieb sind diese etwa zur Hälfte mit flüssigem Natrium gefüllt. Zur Trennung des Gasraums vom Flüssigkeitsraum ist über dem Ausgleichsbehälter je ein Dampfabscheider angebracht. Hierdurch wird ein Eindringen von Natriumdämpfen in Meß- und Regelarmaturen des Schutzgassystems vermieden.

Die Versuchsanlage wird vor dem Füllvorgang evakuiert. Deshalb muß am zweiten Ausgleichsbehälter zusätzlich ein Vakuumanschluß angebracht werden.

Im nachfolgenden Unterkapitel werden die speziellen technischen Eigenschaften einer Versuchsapparatur zur Messung des Wärmedurchgangs bei Naturkonvektion für flüssiges Natrium aufgezeigt.

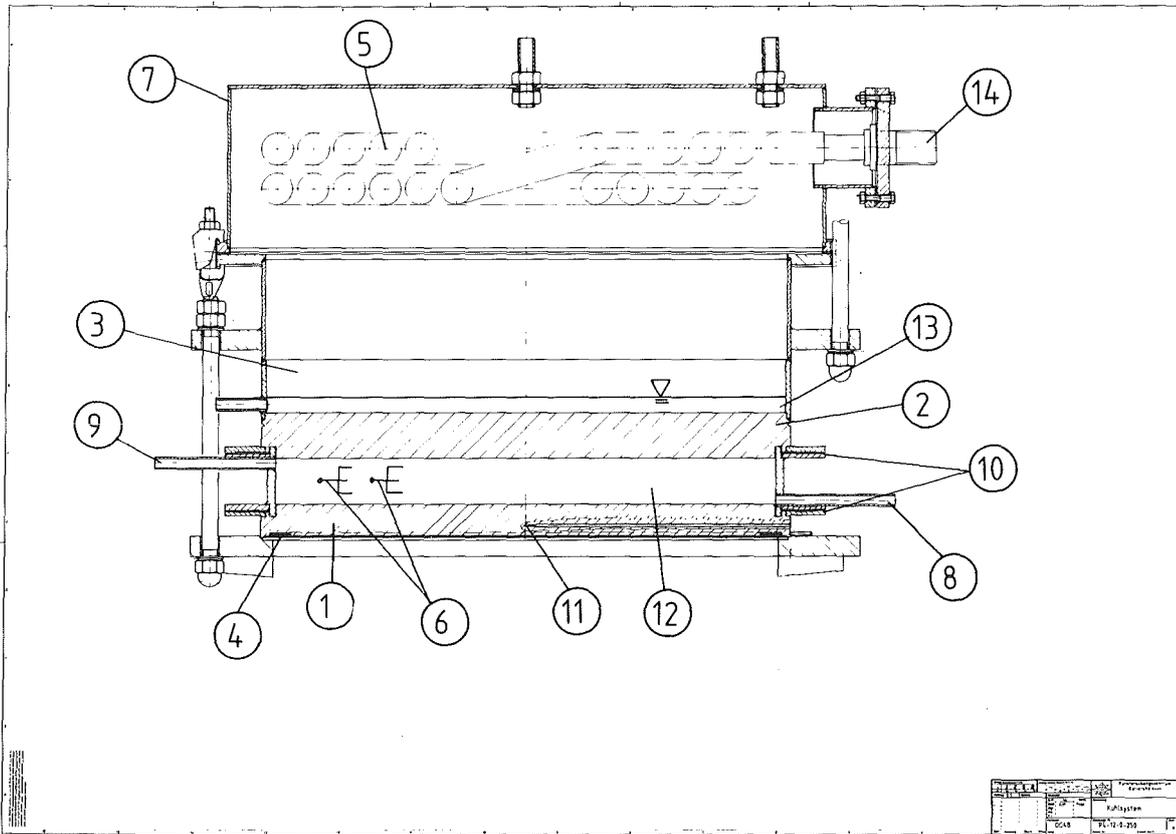
## **A1.2 Versuchsapparatur für Wärmedurchgangsmessungen**

Die Versuchsapparatur wird während der Dauer der Experimente mehrmals technisch modifiziert. Dies ist erforderlich, da bei der zunächst verwendeten Variante des Kühlers Lecks im Natriumkühlkreislauf auftreten. Für diese Probleme sind auch technische Schwierigkeiten ursächlich, die beim Verschweißen von Anschlußstutzen an die Seitenwand des Kühlers auftreten. Darüberhinaus kommt es auch zu Leckagen bei den Füll- und Entgasungsleitungen der Konvektionskammer. Da die in dieser Arbeit diskutierten Experimente mit einer Versuchsapparatur mit Siedekühlung gemessen werden, wird nachfolgend nur diese Konfiguration erläutert.

Dieser Wärmedurchgangsprüfstand ist in Abb. 40 dargestellt. Die Wärmezufuhr an die Natriumschicht erfolgt über eine Widerstandsbeheizung mit isolierten Mantelheizleitern. Diese setzen pro Längeneinheit eine dem Heizleiterstrom proportionale Wärmemenge frei. Damit eine gleichmäßige Wärmezufuhr gewährleistet ist, sind die 4 Heizleiter fest in die Kupferplatte eingelötet. Der Anschluß an den Stromkreislauf erfolgt mit speziellen Kupplungen. Dadurch können die relativ dünnen Heizleiter auf Dauer mit elektrischen Strömen bis zu 30 Ampere belastet werden.

Durch die Verwendung eines Siedekühlers wird die konstruktiv und fertigungstechnisch sehr aufwendige Natriumkühlung ersetzt. Insbesondere sind auch terminliche Erwägungen bezüglich des Fertigungsablaufs ausschlaggebend für diese Vorgehensweise.

Aus thermodynamischer Sicht kann durch die Abkopplung des Kühlers vom Natriumhauptidekreislauf mit einer geringeren Temperaturdrift und damit mit einer besseren Stationarität des System beim laufenden Versuchsbetrieb gerechnet werden.



Legende:

- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 1 Heizplatte                            | 9 Entgasungsstutzen                   |
| 2 Kühlplatte                            | 10 Schweißlippendichtung              |
| 3 Siedekühler mit Wärmeträger<br>Diphyl | 11 Pt-100 Widerstands-<br>thermometer |
| 4 elektr. Widerstandsbeheizung          | 12 Natriumschicht                     |
| 5 Rippenrohrwärmetauscher               | 13 Siedemittel                        |
| 6 Innentemperaturfühler                 | 14 Kühlmassenstrom<br>Sekundärkreis   |
| 7 Kühlergehäuse                         |                                       |
| 8 Füll- und Ablaufstutzen               |                                       |

Abb. 40 Prüfstand mit Siedekühler

Aus schweißtechnischen Gründen muß die Seitenwand des Siedekühlers in einen Nickel- und Edelstahlring unterteilt werden. Dieser wird an der Oberseite durch einen abnehmbaren Deckel aus Edelstahl mit integriertem Dampfwärmetauscher abgeschlossen (vgl. Abb.40). An dem, mit Wasser gekühlten Wärmetauscher kondensiert der aufsteigende Dampfstrom und das Kondensat fällt direkt in die siedende Flüssigkeit zurück.

Bei späteren Versuchen wird der Kondensator in einem separaten Behälter untergebracht. Hierdurch ist es möglich, das stark unterkühlte Kondensat vor der Rückführung in den Siederaum vorzuwärmen.

Als Wärmeträger im inneren Kühlkreislauf wird eine organische Mischung aus Diphyl und Diphenyloxid verwendet. Diese Flüssigkeit besitzt einen kleinen Siedebereich von 256 bis 258 Grad C und ist thermisch stabil. Die Auflistung der relevanten Stoffdaten von Diphyl ist in Tabelle 11 dargestellt.

An der Oberseite des Kühlergehäuses werden Füllstutzen für das Siedemittel sowie Anschlüsse für die Schutzgaszuführung und zur Kontrolle des Innendrucks angebracht. Aufgrund der vorliegenden Kühleranordnung muß die obere Spannplattenanordnung geändert werden. Das Kühlergehäuse kann in dieser Anordnung einem möglichen Überdruck in der Natriumkammer und die daraus resultierenden Druckkräfte nicht mehr allein aufnehmen. Diese Funktion wird durch Anbringen eines Flanschrings im unteren Kühlerwandbereich gewährleistet.

Bei der Versuchsanordnung mit Konvektionskühlung treten große Schwierigkeiten beim Anbringen von Entgasungsöffnungen in den Kupferplatten auf. Durch eine geeignete Anordnung der Dichtlippen kann bei der Versuchsanordnung mit Siedekühlung erreicht werden, daß die Füll- und Entgasungsstutzen nicht mehr an der neuen Heiz- und Kühlplatte angebracht werden müssen. Die Füllrohre können deshalb in herkömmlicher Schweißtechnik an den Zwischenringen aus Edelstahl angebracht werden. Die Zu- und Ablaufrohre der Natriumkammer besitzen bei dieser Anordnung noch ein geringes Gefälle. Infolge dieser Vorgehensweise kann das Verschweißen der Kupfer- und Nickelteile auch beim Elektronenstrahlschweißen stark vereinfacht werden.

Damit das eventuell verbliebene Restgas an der Schichtoberseite rascher entfernt werden kann, werden zu einem späteren Zeitpunkt alle Zuleitungen zum Prüfstand mittels Faltenbälgen beweglich gemacht. Hierdurch können die Füllstutzen während des Füllvorgangs ca. 20 mm abgesenkt bzw. angehoben werden. Nach Abschluß des Füllvorgangs wird die Schicht mittels Wasserwaage wieder exakt in horizontaler Richtung ausnivelliert.

Zur Untersuchung des Wärmedurchgangs in einem bestimmten Nusselt-Rayleigh-Zahlbereich ist es zweckmäßig die Variation der Schichthöhe  $h$  so zu wählen, daß die zu messenden Größen, Heizleistung und die Temperaturdifferenzen mit einer geringen Fehlerbandbreite festgelegt werden können. Dies geschieht durch Zwischenringe mit unterschiedlicher Höhe  $h$ . Diese werden aus fertigungstechnischen Gründen mit einer Wandstärke von ca. 8 mm hergestellt. Dadurch kommt es parallel zur Fluidschicht zu einem Wärmefluß durch die seitliche Wand. Um diesen Einfluß klein zu halten, wird dieses Teil aus Edelstahl gefertigt. Dieser Werkstoff besitzt eine ca. 5-mal geringere Wärmeleitfähigkeit als flüssiges Natrium. Bei der Herstellung der Ringe wird auf eine enge Toleranz der Ringhöhe  $h$  am Umfang geachtet da lokale Abweichungen aufgrund der Proportionalität

$$Ra \approx h^3 \quad (A.1)$$

stark Einfluß auf das Einsetzen der Konvektion hat und deshalb merkliche Variationen bei den Konvektionszuständen in der Natriumschicht nach sich zieht.

In die Zwischenringe sind 4 bzw. 3 Meßsonden mit 2 oder 3 Mantelthermoelemente eingeschweißt. Diese werden zur Erfassung der Schichttemperatur benötigt.

Die gesamte Versuchsanordnung wird auf eine kreisrunde Rippenplatte aufgelegt und mit dem Flansch am Kühler fest verschraubt. Durch diese Anordnung kann eine Verbiegung der Kupferplatten aufgrund des hohen Gewichts sowie unter Temperatureinfluß ausgeschlossen werden. Außerdem muß unter allen Umständen eine mechanische Belastung der Schweißnähte aufgrund von Innendruckschwankungen vermieden werden. Dies könnte zu einer Beschädigung der Dichtlippen und damit zur Undichtigkeit der Meßkammer führen.

Zur Verbesserung der Wärmedämmung wird die Heizplatte nicht direkt auf die Spannplatte sondern auf eine Glingerit-Dichtung aufgelegt und die Gesamtanordnung mittels Gewindestangen aufgestützt.

Nachfolgend sind die technischen Daten der Versuchsapparatur tabellarisch aufgelistet.

### A1.3 Prüfstandsdaten:

#### (a) *Zwischenring*

Werkstoff:	Edelstahl
Durchmesser innen:	500 mm
Durchmesser außen:	516 mm
Wärmeleitfähigkeit:	15 W/m·K
Schichthöhen:	15.5 mm und 46.5 mm
Gewicht ca.:	10.3 kg und 13.4 kg

Natriumvolumen ca.: 3.04 l und 9.13 l

#### (b) *Heizplatte*

Werkstoff: Kupfer 99.9, sauerstofffrei

Durchmesser:	520 mm
Plattendicke:	35 mm
Gewicht ca.:	66 kg
Wärmeleitfähigkeit:	380 W/m·K
Heizleistung max.:	ca. 40 000 W

Meßfühler Temperatur: 6 X Pt-100 am Umfang, r = 80 mm bis 250 mm.

#### (c) *Kühlplatte*

Werkstoff: Kupfer 99.9, sauerstofffrei

Durchmesser:	520 mm
Plattendicke:	40 mm
Gewicht ca.:	75 kg
Wärmeleitfähigkeit:	380 W/m·K

Meßfühler Temperatur: 6 X Pt-100 am Umfang, r = 80 mm bis 250 mm.

(d) *Kühleinrichtung*

Werkstoff:	Nickel, Kupfer und Edelstahl
Wärmetauscher	Rippenrohrwärmetauscher
max. Kühlleistung ca.	60 kW
Siedeflüssigkeit:	
Primärkreis	Dyphil (siehe Tab. 11 )
Kühlmittelmenge ca.	6 l
Konvektion:	
Sekundärkreis	Wasser
Kühlmassenstrom ca.	400 - 800 l/h
Gewicht ca.	46 kg

Tab. 10 Technische Daten des Wärmedurchgangsprüfstand

## Stoffdaten von Diphyl bei 250 C und Atmosphärendruck

---

### Flüssigkeit:

---

Dichte	0.9609 kg/m <sup>3</sup>
spez. Wärme	2.1560 kJ/kg·K
Wärmeleitfähigkeit	0.1050 W/m·K
kin. Viskosität	0.0330 · 10 <sup>-5</sup> · m <sup>2</sup> /s
Temperaturleitfähigkeit	5.6400 · 10 <sup>-8</sup> · m <sup>2</sup> /s
Prandtlzahl	5.85
spez. Enthalpie (flüssig)	437.00 kJ/kg
Verdampfungsenthalpie	290.90 kJ/kg

---

Tab. 11 Stoffdaten des Siedemittels Diphyl

## A2 Auswertebeziehungen für die Berechnung der Stoffdaten von Natrium

Die Beziehungen zur Berechnung der temperaturabhängigen Stoffdaten wurden dem Handbuch für flüssige Alkalimetalle Foust (1976) Band 1 entnommen.

Für die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von flüssigem Natrium wird eine Beziehung von Thomson und Garelis benutzt.

$$\lambda_{\text{Na}} = 90.7 - 4.85 \cdot 10^{-2} \cdot T_m \quad \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \sigma = \pm 1.9 \% \quad (\text{A2.1})$$

Die Berechnung der spezifischen Wärme  $c_p$  erfolgt nach Ginnings

$$c_p = 1.4371 \cdot 10^3 - 5.8065 \cdot 10^{-1} T_m + 4.6214 \cdot 10^{-4} \cdot T_m^2 \quad \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\sigma = \pm 0.2 \% \quad (\text{A2.2})$$

Für die Dichte  $\rho$  von flüssigem Natrium folgt nach Stone

$$\rho = 950.1 - 2.2976 \cdot 10^{-1} \cdot T_m - 1.46 \cdot 10^{-5} \cdot T_m^2$$

$$+ 5.638 \cdot 10^{-9} \cdot T_m^3 \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \sigma = \pm 0.15 \% \quad (\text{A2.3})$$

Zur Berechnung der Volumenänderung wird die Berechnungsvorschrift

$$\beta = 2.418 \cdot 10^{-4} + 7.385 \cdot 10^{-8} \cdot T_m + 15.64 \cdot 10^{-12} \cdot T_m^2 \quad \frac{1}{\text{C}}$$

$$98^\circ \text{C} < T_m < 1360^\circ \text{C}, \quad \sigma = \pm 0.4 \% \quad (\text{A2.4})$$

Die dynamische Zähigkeit  $\mu$  wird in dieser Arbeit nach einer Beziehung von Andrade:

$$\mu = 0.1235 \cdot \rho^{0.33} \cdot e^{\left(\frac{697.8}{T_m + 273.1}\right)} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \quad (\text{A2.5})$$

berechnet. Durch Division mit der Dichte folgt für die kinematische Viskosität  $\nu$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (\text{A2.6})$$

$\mu$  wird aus  $\lambda$ ,  $\rho$  und  $c_p$  bestimmt.

### A3 Regressionsanalyse

Bestimmung zufälliger Fehler:

Der lineare Mittelwert einer Größe  $x$  ergibt sich mit der Berechnungsvorschrift

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{A3.1})$$

Die Differenz zwischen dem richtigen Wert  $x$  und Mittelwert  $\bar{x}$  wird

$$F_{\text{Sys}} = x_i - \bar{x} \quad (\text{A3.2})$$

als systematischer Meßfehler bezeichnet.

Die Berechnung eines mittleren quadratischen Fehlers erfolgt über die Stichprobenvarianz

$$s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad i = 1, n \quad (\text{A3.3})$$

Die Wurzel aus dieser Varianz ergibt die Standardabweichung einer Meßpunktverteilung. Für den Fall einer nicht mittelwertfreien Verteilung folgt mit der Wurzel aus der Stichprobenvarianz die Streuung  $\sigma$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{A3.4a})$$

einer Meßpunktfolge. Die Standardabweichung einer Stichprobe ist ein Maß für die Meßunsicherheit. Allerdings müssen zusätzlich noch Aussagen zur statistischen Sicherheit dieser Grenzen gemacht werden. Dies geschieht über die Beziehung

$$u = c \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (\text{A3.5})$$

Hierin ist  $c$  eine Konstante deren Wert Tabellen bzw. Diagrammen entnommen wird,  $n$  ist die Anzahl der Datenpunkte und  $s$  die Standardabweichung.

Zur Bestimmung von Ausgleichskurven wird bei den hier vorliegenden Meßpunktfolgen ein Koeffizientenansatz

$$\hat{y}_i = \sum_{j=1}^m a_j x_i^{(j-1)} \quad j = 1, m \quad (\text{A3.6})$$

gewählt. Die Fehlerminimierung erfolgt nach einer Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

Durch Definition eines Einzelfehler folgt für diesen:

$$\hat{e}_i = y_i - \hat{y}_i \quad (\text{A3.7})$$

und relativ

$$e_i^* = 1 - \frac{\hat{y}_i}{y_i} \quad (\text{A3.8})$$

durch Aufsummierung und Mittelung ergibt sich ein mittlerer Fehler

$$\bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{e}_i \quad i = 1, n \quad (\text{A3.9})$$

bzw. relativ

$$\bar{e}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^* \quad i = 1, n \quad (\text{A3.10})$$

Durch aufsummieren über den Betrag des Einzelfehlers folgt für den einfachen Fehler

$$\eta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{e}_i| \quad i = 1, n ; \quad (\text{A3.11})$$

bzw. für den einfachen Relativfehler

$$\eta^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i^*| \quad i = 1, n . \quad (\text{A3.12})$$

Die Berechnung des mittleren quadratischen Fehlers erfolgt gemäß

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \quad i = 1, n ; \quad (\text{A3.13})$$

bzw.

$$\sigma^{2*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\hat{y}_i}{y_i}\right)^2 \quad i = 1, n . \quad (\text{A3.14})$$

Aus der Wurzel der Stichprobenvarianz ergibt sich die Standardabweichung der Meßwerte und der Fitkurve

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2} \quad i = 1, n ; \quad (\text{A3.15})$$

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\hat{y}_i}{y_i}\right)^2} \quad i = 1, n . \quad (\text{A3.16})$$

Für eine Normalverteilung nach Gauß folgt nach Bronstein (1975)

$$\sigma_G = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \eta \quad (\text{A3.17})$$

Falls die Standardabweichung mit der Normalverteilung nach Gauß

übereinstimmt, liegt bei der Verteilung der Datenpunkte ebenfalls ein Gaußverteilung vor. Hierdurch kann ein Prozeß einer speziellen Signalklasse zugeordnet werden.

#### A4 Fehlerfortpflanzung.

Falls eine Größe  $y$  von Meßwerten  $x(i)$ , die voneinander unabhängig sind, berechnet werden muß

$$y = f(x(i)) \quad i = 1, n \quad (A4.1)$$

kommt es zu einer Fehlerfortpflanzung in  $y$ . Zur Abschätzung dieses Fehlers wird die Funktion  $y$  in eine Taylor-Reihe entwickelt. Unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung folgt für die Varianz der Rayleigh- und Nusselt-Zahl

$$\frac{\sigma_{Ra}^2}{Ra^2} = \frac{\sigma_{\beta}^2}{\beta^2} + 9 \frac{\sigma_h^2}{h^3} + \frac{\sigma_{\kappa}^2}{\kappa^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2} + \frac{\sigma_T^2}{\Delta T^2} \quad (A4.2)$$

$$\frac{\sigma_{Nu}^2}{Nu^2} = \frac{\sigma_Q^2}{Q^2} + \frac{\sigma_h^2}{h^2} + \frac{\sigma_{\lambda}^2}{\lambda^2} + \frac{\sigma_T^2}{\Delta T^2} \quad (A4.3)$$

Hierbei sind im ersten Fall fünf abhängige Größen und bei der Wärmeübergangszahl der zugeführte Wärmestrom  $Q$  sowie 3 abhängige Größen zu berücksichtigen.

In der nachfolgenden Tabelle sind für eine niedrige, mittlere und hohe Rayleigh-Zahl und den zugehörigen Nusselt-Zahlen mittlere Schwankungsbreiten in Tabelle 12 dargestellt.

Aufgrund nicht unerheblicher Schwankungsbreiten bei den Einzelmeßwerten, werden diese einem Fitprozeß unterzogen. Die Berechnung der Kenngrößen erfolgt mit einem Rechenprogramm auf einem Personalcomputer.

Rayleigh	Varianz	Streuung
2000	2.0 %	4.1 %
20000	2.1 %	4.3 %
200000	1.9 %	3.5 %
Nusselt	Varianz	Streuung
2000	1.50 %	2.4 %
20000	1.80 %	3.2 %
200000	1.40 %	2.0 %

Tab.12 Mittlere Schwankungsbreiten bei unterschiedlichen Rayleigh- und Nusselt-Zahlen.

## A5 Meßdaten

Schichthöhe  $h = 15.5 \text{ mm}$  :

Versuch	$\Delta T$	$T_m$	$Q$	$Ra$	$Nu$
NA001.DAT	1.54	275.82	1835	573	1.211
NA002.DAT	2.43	278.87	2781	915	1.162
NA003.DAT	2.42	278.89	2808	911	1.178
NA004.DAT	2.95	279.72	3301	1113	1.138
NA005.DAT	3.43	280.81	3829	1297	1.136
NA006.DAT	3.85	281.53	4291	1460	1.135
NA007.DAT	4.34	282.57	4804	1652	1.126
NA008.DAT	5.30	284.10	5790	2025	1.113
NA009.DAT	5.78	285.05	6282	2216	1.107
NA010.DAT	6.48	286.08	7065	2489	1.113
NA011.DAT	7.04	287.05	7710	2712	1.118
NA012.DAT	6.93	287.27	7650	2671	1.127
NA013.DAT	7.68	288.19	8329	2968	1.108
NA014.DAT	8.14	288.72	8841	3149	1.110
NA015.DAT	8.55	289.20	9287	3313	1.111
NA016.DAT	8.73	289.73	9455	3389	1.107
NA017.DAT	8.37	289.41	9028	3246	1.102
NA018.DAT	7.94	289.07	8538	3075	1.100
NA019.DAT	7.47	288.65	8037	2892	1.099
NA020.DAT	7.02	288.17	7519	2713	1.094
NA021.DAT	6.57	287.66	7048	2536	1.095
NA022.DAT	6.12	287.11	6548	2358	1.092
NA023.DAT	5.67	286.53	6070	2182	1.092
NA024.DAT	5.19	285.78	5559	1993	1.092
NA025.DAT	4.68	284.98	5045	1791	1.099
NA026.DAT	4.23	283.74	4555	1614	1.097
NA027.DAT	3.75	282.15	4030	1423	1.094
NA028.DAT	3.28	280.34	3532	1240	1.094
NA029.DAT	2.85	278.58	3075	1070	1.097
NA030.DAT	2.35	276.28	2552	879	1.099
NA031.DAT	1.85	273.97	2047	685	1.121
NA032.DAT	1.41	271.25	1558	519	1.116
NA033.DAT	10.92	293.26	11747	4278	1.103
NA034.DAT	14.77	297.39	15866	5817	1.104
NA035.DAT	0.31	262.18	306	109	1.005
NA036.DAT	0.71	269.06	792	258	1.128
NA037.DAT	1.60	277.48	1783	599	1.130
NA038.DAT	3.47	285.40	3819	1289	1.123
NA039.DAT	5.43	286.36	5811	2085	1.093
NA040.DAT	7.19	286.39	7772	2764	1.102
NA041.DAT	8.75	287.97	9545	3379	1.114
NA042.DAT	5.49	279.90	5831	2070	1.080
NA043.DAT	5.55	279.74	5897	2091	1.081
NA044.DAT	9.00	285.64	9656	3452	1.094
NA045.DAT	10.00	287.08	10753	3852	1.098
NA046.DAT	10.93	288.23	11804	4224	1.103
NA047.DAT	11.73	288.28	12636	4535	1.100
NA048.DAT	12.76	289.05	13731	4942	1.100

Versuch	$\Delta T$	$T_m$	$Q$	$Ra$	$Nu$
NA049.DAT	13.70	290.54	14775	5329	1.103
NA050.DAT	14.53	291.38	15698	5665	1.106
NA051.DAT	15.53	291.13	16716	6051	1.102
NA052.DAT	16.60	292.10	17879	6484	1.103
NA053.DAT	16.42	291.67	17718	6405	1.105
NA054.DAT	16.13	290.72	17151	6277	1.088
NA055.DAT	17.08	291.67	18201	6663	1.091
NA056.DAT	16.28	290.84	17311	6291	1.088
NA057.DAT	15.41	289.87	16339	5984	1.084
NA058.DAT	14.51	288.92	15323	5619	1.079
NA059.DAT	13.59	287.48	14294	5240	1.074
NA060.DAT	12.71	286.71	13325	4890	1.070
NA061.DAT	11.76	285.91	12297	4515	1.066
NA062.DAT	10.75	285.03	11176	4095	1.060
NA063.DAT	9.87	283.98	10221	3766	1.056
NA064.DAT	8.98	283.02	9280	3419	1.052
NA065.DAT	7.12	280.93	7272	2693	1.039
NA066.DAT	6.41	280.03	6521	2419	1.034
NA067.DAT	5.87	277.98	5882	2201	1.017
NA068.DAT	6.03	278.66	6026	2266	1.015
NA069.DAT	7.64	280.54	7719	2889	1.027
NA070.DAT	9.57	282.66	9745	3638	1.037
NA071.DAT	4.95	277.25	4876	1852	1.000
NA072.DAT	4.49	276.63	4394	1675	0.994
NA073.DAT	5.41	277.74	5344	2026	1.003
NA074.DAT	7.27	279.96	7298	2744	1.020

Tab. 13 Meßwerte Natriumexperimente mit der Schichthöhe 15.5 mm.

Schichthöhe  $h = 46.5 \text{ mm}$  :

Versuch	$\Delta T$	$T_m$	$Q$	$Ra$	$Nu$
NA075.DAT	0.43	256.38	133	4142	0.944
NA076.DAT	3.70	272.92	2069	37885	1.710
NA077.DAT	4.55	273.64	2698	46712	1.814
NA078.DAT	5.30	274.25	3242	54397	1.876
NA079.DAT	6.05	275.02	3861	62299	1.955
NA080.DAT	6.78	275.50	4457	69891	2.015
NA081.DAT	2.86	267.85	1404	28819	1.499
NA082.DAT	1.53	264.25	599	15215	1.195
NA083.DAT	0.95	261.56	340	9358	1.093
NA084.DAT	1.12	262.14	416	11111	1.129
NA085.DAT	1.60	263.79	659	15891	1.258
NA086.DAT	2.11	265.65	993	21126	1.435
NA087.DAT	0.53	255.73	176	5143	1.008
NA088.DAT	3.22	270.65	1735	32758	1.645
NA089.DAT	3.98	272.18	2224	40665	1.709
NA090.DAT	6.66	277.18	4369	69031	2.012
NA091.DAT	7.73	278.32	5215	80343	2.072
NA092.DAT	8.77	278.74	5963	91325	2.088
NA093.DAT	10.58	280.45	7487	110666	2.176
NA094.DAT	0.49	246.73	147	4598	0.908
NA095.DAT	1.35	263.25	544	13448	1.223
NA096.DAT	1.93	265.54	882	19328	1.392
NA097.DAT	2.45	267.27	1188	24686	1.478
NA098.DAT	4.21	272.63	2417	43104	1.755
NA099.DAT	10.92	280.56	7768	114295	2.187
NA100.DAT	12.19	281.51	8831	127926	2.229
NA101.DAT	13.78	282.79	10070	145099	2.251
NA102.DAT	0.65	257.75	217	6383	1.006
NA103.DAT	0.74	258.51	271	7231	1.116
NA104.DAT	0.94	261.61	372	9275	1.207
NA105.DAT	1.24	263.21	491	12332	1.204
NA106.DAT	1.56	264.45	652	15555	1.273
NA107.DAT	2.00	266.13	919	20059	1.402
NA108.DAT	13.05	282.40	9672	137308	2.281
NA109.DAT	16.08	284.95	12366	170380	2.372
NA110.DAT	18.55	287.02	14607	197775	2.431
NA111.DAT	23.71	292.51	19078	256651	2.493
NA112.DAT	22.58	291.03	18328	243402	2.513
NA113.DAT	21.14	290.01	17063	227254	2.498
NA114.DAT	19.94	289.02	15868	213766	2.461
NA115.DAT	17.38	286.64	13530	185149	2.403
NA116.DAT	0.58	240.97	216	5393	1.116
NA117.DAT	0.73	261.17	240	7262	0.992
NA118.DAT	0.77	261.48	270	7659	1.061
NA119.DAT	0.87	262.04	325	8640	1.133
NA120.DAT	1.06	263.76	404	10568	1.160
NA121.DAT	2.13	267.93	1018	21473	1.460
NA122.DAT	1.80	266.53	792	18078	1.342
NA123.DAT	1.47	265.24	596	14688	1.238
NA124.DAT	1.49	265.23	605	14892	1.239

Versuch	$\Delta T$	$T_m$	$Q$	$Ra$	$Nu$
NA125.DAT	1.31	264.49	498	13053	1.159
NA126.DAT	1.09	263.65	407	10900	1.131
NA127.DAT	1.00	263.26	371	9966	1.126
NA128.DAT	0.87	262.57	319	8594	1.120
NA129.DAT	0.74	261.85	260	7326	1.067
NA130.DAT	0.62	261.01	208	6114	1.018
NA131.DAT	0.68	261.22	252	6750	1.123
NA132.DAT	0.83	261.98	315	8194	1.157
NA133.DAT	0.98	262.69	384	9771	1.186
NA134.DAT	1.23	264.10	491	12308	1.211
NA135.DAT	1.41	264.89	573	14071	1.239
NA136.DAT	1.74	266.32	761	17495	1.332
NA137.DAT	1.97	267.26	903	19854	1.396
NA138.DAT	2.39	268.76	1147	24167	1.465
NA139.DAT	2.42	268.76	1152	24477	1.454
NA140.DAT	2.57	269.41	1270	26060	1.508
NA141.DAT	2.78	270.12	1400	28230	1.539
NA142.DAT	3.14	271.33	1646	32034	1.601
NA143.DAT	3.27	271.90	1760	33397	1.646
NA144.DAT	3.47	272.36	1871	35449	1.650
NA145.DAT	4.92	275.08	2931	50705	1.825
NA146.DAT	5.08	275.13	3043	52340	1.836
NA147.DAT	5.86	276.11	3547	60527	1.857
NA148.DAT	7.52	278.10	4757	76136	1.941
NA149.DAT	8.36	278.68	5539	87103	2.034
NA150.DAT	9.23	279.47	6259	96271	2.085
NA151.DAT	9.92	280.22	6755	103775	2.093
NA152.DAT	14.40	284.78	10743	152578	2.300
NA153.DAT	15.10	285.79	11323	160403	2.314
NA154.DAT	15.53	286.45	11752	165366	2.335
NA155.DAT	24.62	295.98	19491	268898	2.458
NA156.DAT	0.95	262.56	363	9404	1.164
NA157.DAT	1.05	263.19	405	10480	1.170
NA158.DAT	1.28	263.97	497	12713	1.187
NA159.DAT	1.17	263.60	445	11603	1.162
NA160.DAT	1.05	263.10	397	10394	1.155
NA161.DAT	0.91	262.44	339	8998	1.135
NA162.DAT	0.81	261.83	299	7992	1.125
NA163.DAT	1.64	265.62	704	16431	1.307
NA164.DAT	2.97	270.18	1529	30204	1.571

Tab. 14 Meßwerte Natriumexperimente mit Schichthöhe 46.5 mm.



Q	Ra	RMS	Tm	Tmax	Tmin	Sch	F
W	-	$\mu V$					
DIGIO221							
700448	2256	6.20	-19.87	-7.56	-31.39	0.00	1.83
700448	2256	4.42	-11.18	21.07	-17.50	0.00	2.07
700448	2256	9.42	6.73	23.53	-13.96	-0.35	1.97
DIGIO222							
666448	2258	4.21	-23.41	-14.99	-33.00	-0.10	2.05
666448	2258	6.60	11.10	25.29	-22.99	0.00	2.24
666448	2258	3.08	16.37	13.42	-11.26	0.35	2.11
666448	2258	7.20	10.13	27.24	-21.78	0.14	2.02
DIGIO223							
666770	2182	2.92	1.99	8.25	-5.27	-0.03	2.08
666770	2182	4.57	11.62	12.89	-6.88	-0.24	2.24
666770	2182	2.18	5.76	11.76	-1.75	-0.48	2.47
666770	2182	4.61	7.19	16.99	-3.61	-0.12	1.99
DIGIO224							
666555	1993	2.35	-7.18	-2.44	-12.59	-0.43	2.20
666555	1993	3.73	-6.99	1.31	-15.57	-0.27	2.18
666555	1993	1.71	-4.15	0.43	-7.91	0.02	2.28
666555	1993	3.37	1.88	10.05	-4.68	0.25	2.24
DIGIO225							
666555	1791	1.40	2.55	5.71	-0.58	0.05	2.14
666555	1791	2.24	-0.79	5.95	-3.71	-0.13	2.07
666555	1791	1.19	-3.87	7.03	-1.61	-0.50	2.47
666555	1791	2.30	-0.24	5.41	-5.17	-0.07	2.14
DIGIO226							
666444	1614	0.92	5.14	7.22	0.53	-0.40	2.86
666444	1614	3.55	3.53	6.73	0.58	-0.00	2.31
666444	1614	0.93	4.27	6.39	1.46	-0.36	2.32
666444	1614	1.47	3.75	7.32	0.34	-0.10	2.32
DIGIO227							
666444	1423	0.46	-0.65	1.75	-0.73	-0.18	2.41
666444	1423	7.77	-0.17	1.05	-2.00	-0.12	2.46
666444	1423	0.66	-0.74	1.00	-2.34	-0.07	2.38
666444	1423	0.89	-0.52	2.39	-2.53	-0.45	2.95
DIGIO228							
666555	1240	1.29	-0.03	31.34	-20.80	2.07	12.95
666555	1240	1.17	-0.96	2.09	-3.02	-0.32	11.94
666555	1240	1.12	-0.53	2.14	-3.12	-0.03	2.11
666555	1240	1.09	-1.57	12.50	-3.80	-0.66	8.58
DIGIO229							
666555	5389	20.99	5.93	54.78	-85.88	-0.41	3.26
666555	5389	31.96	-31.93	99.95	-77.68	-0.07	3.59
666555	5389	16.66	-11.45	71.33	-40.91	0.75	3.59
666555	5389	32.34	-22.07	82.27	-100.00	0.06	2.84
DIGIO230							
666777	5774	26.48	13.24	71.48	-80.37	-0.65	3.22
666777	5774	38.23	-2.00	91.55	-100.00	-0.11	2.49
666777	5774	18.69	-3.62	56.15	-49.75	-0.23	2.55
666777	5774	38.45	-12.27	99.95	-100.00	0.22	2.59
DIGIO231							
666777	5597	22.43	22.48	78.17	-78.36	-0.89	4.12
666777	5597	32.73	10.94	96.38	-100.00	-0.13	3.99
666777	5597	16.06	-32.54	57.07	-106.79	0.48	3.33
666777	5597	37.06	-38.54	69.82	-100.00	0.31	2.46
DIGIO232							
666555	4952	20.10	6.40	50.24	-52.05	-0.49	2.73
666555	4952	28.48	-14.86	63.18	-82.66	-0.00	2.52
666555	4952	13.40	-3.99	53.90	-27.00	0.40	2.04
666555	4952	30.91	-4.34	83.74	-87.69	0.15	2.48
DIGIO233							
666555	4298	14.13	0.78	33.78	-56.73	-0.55	3.63
666555	4298	20.93	20.59	81.68	-50.87	0.03	2.98
666555	4298	10.51	-7.35	30.56	-100.00	0.33	4.58
666555	4298	21.06	9.07	71.63	-51.12	0.20	2.64
DIGIO234							
666004	3604	9.87	10.40	33.15	-28.51	-0.48	2.80
666004	3604	14.47	10.54	45.89	-34.37	-0.15	2.53
666004	3604	6.73	19.08	38.72	0.87	0.19	2.51
666004	3604	14.69	-5.96	39.59	-49.31	0.14	2.57
DIGIO235							
666991	2986	6.18	-1.69	15.96	-17.23	-0.35	2.79
666991	2986	9.01	-8.13	16.94	-31.59	-0.02	2.71
666991	2986	4.23	-1.07	13.91	-11.13	-0.44	3.17
666991	2986	9.52	1.21	26.75	-22.75	-0.06	2.53
DIGIO236							
666444	2099	3.33	2.16	11.52	-7.03	-0.21	2.88
666444	2099	0.99	-0.05	23.19	-2.83	-0.22	2.74
666444	2099	2.22	-5.13	12.45	0.29	-0.49	3.10
666444	2099	5.95	-5.33	10.59	-22.07	-0.28	3.13
DIGIO237							
666444	2026	1.96	2.16	6.05	-2.63	-0.11	2.06
666444	2026	1.19	-2.39	9.22	-5.17	0.09	2.06
666444	2026	1.43	-1.85	7.56	-4.98	0.00	2.14
666444	2026	3.03	0.63	7.56	-6.00	0.08	2.01
Dig (Schichthöhe = 46.5 mm)							
666555	3302	3.12	3.30	75.57	-43.82	-0.30	2.29
666555	3302	3.76	3.66	146.30	-79.11	-0.13	1.33
666555	3302	3.53	1.31	70.00	-50.59	-0.00	2.44
666555	3302	11.87	5.66	107.31	-100.33	-0.68	2.22
666555	3302	9.25	4.41	39.97	-66.11	-0.33	2.35
666555	3302	7.11	1.19	101.83	-98.61	-0.33	1.66
666555	3302	19.04	-1.93	49.79	-50.43	0.44	2.63
Dig							
666008	2370	3.70	-9.90	59.29	-66.70	0.11	2.68
666008	2370	2.25	0.63	119.72	-113.27	0.01	1.19
666008	2370	28.49	49.58	116.49	-34.48	0.06	2.14
666008	2370	61.67	55.81	186.10	-58.16	0.19	2.94
666008	2370	24.93	12.69	71.86	-35.61	0.14	2.16
666008	2370	7.05	19.95	80.08	-38.67	0.23	2.18
666008	2370	7.69	-17.73	133.25	-92.81	0.00	1.81
666008	2370	7.71	-1.03	92.97	-48.17	0.39	2.37



Q	Ra	RMS	Tm	Tmax	Tmin	Sch	F
W	-	$\mu V$	$\mu V$	$\mu V$	$\mu V$	$\mu V$	$\mu V$
DI GI 1 0 8	1 3 7 4 4 9 7	5 0 0 1	- 2 0 2	1 2 5 4	- 1 2 0 9	- 0 2 5	2 3 7
0 0 0 0 0 0 0	1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 0	- 1 1 1	1 9 4 5	- 4 0 7 7	- 0 2 2	2 3 4
0 0 0 0 0 0 0	1 3 3 3 3 3 3	0 3 4	- 2 2 2	2 2 9 7	- 3 6 1 2	- 0 5 6	2 3 8
0 0 0 0 0 0 0	1 4 4 4 4 4 4	0 4 1	- 1 1 1	2 0 9 8	- 1 5 2 8	- 0 2 9	2 3 9
0 0 0 0 0 0 0	1 3 3 3 3 3 3	0 6 7	- 3 3 3	1 4 8 9	- 1 1 5 2	- 0 9 6	2 3 5
0 0 0 0 0 0 0	1 3 3 3 3 3 3	0 8 9	- 4 4 4	2 6 3 7	- 2 2 1 1	- 0 0 0	2 3 6
0 0 0 0 0 0 0	1 3 3 3 3 3 3	0 3 7	- 1 1 1	2 4 1 2	- 1 1 2 2	- 0 2 0	2 3 4
0 0 0 0 0 0 0	1 3 3 3 3 3 3	0 3 7	- 1 1 1	3 6 9 1	- 1 0 9 3	- 0 3 4	2 2 8
DI GI 1 1 0 8	1 1 7 0 8 7 4	7 7 0 3	- 1 9 9	2 2 8 5	- 1 7 4 8	- 0 1 6	2 3 2
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 3 3	- 5 7 5	3 3 6 9	- 2 6 0 7	- 0 1 3	2 3 3
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 2 0	- 7 8 3	1 9 2 3	- 2 2 9 4	- 0 1 7	2 3 7
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 3 3	- 4 6 9	3 3 6 1	- 2 2 9 4	- 0 1 3	2 3 3
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 4 5	- 6 9 3	4 3 1 1	- 6 0 5 9	- 0 1 8	2 3 5
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 6 6	- 3 9 9	3 4 6 6	- 5 9 8 8	- 0 7 3	2 3 6
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 5 6	- 3 7 7	1 6 7 7	- 1 3 1 3	- 0 2 1	2 3 4
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 5 6	- 3 3 3	2 5 9 9	- 1 7 3 3	- 0 6 1	2 3 0
1 1 2 2 2 2 2	1 1 7 0 8 7 4	0 3 5	- 5 5 7	5 3 2 2	- 1 2 3 5	- 0 0 7	2 3 2
DI GI 1 1 1 0 8	1 1 1 1 1 1 1	0 1 8	- 2 0 7	2 9 5 4	- 1 7 7 7	- 0 1 0	2 3 3
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 6 9	- 5 3 3	3 9 6 6	- 3 3 7 8	- 0 1 7	2 3 5
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 1 1	- 6 4 4	1 0 0 0	- 3 3 7 0	- 0 1 5	2 3 3
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 7 7	- 8 8 8	3 3 9 1	- 3 3 3 0	- 0 1 7	2 3 5
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 2 2	- 7 3 3	2 2 1 8	- 2 2 0 0	- 0 1 5	2 3 3
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 5 8	- 1 4 4	4 3 5 5	- 1 7 7 0	- 0 1 5	2 3 9
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 4 0	- 2 3 3	2 3 5 0	- 2 1 2 2	- 0 1 5	2 3 0
DI GI 1 1 1 1 0 8	1 2 4 4 4 3 6	1 0 6 9	- 2 5 7	4 3 3 5	- 1 6 6 9	- 0 6 0	2 7 5
1 1 1 1 1 1 1	1 2 4 4 4 3 6	0 9 9	- 1 1 1	4 1 1 1	- 4 1 6 0	- 0 0 0	2 1 1
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 3 7	- 1 4 4	2 1 3 3	- 4 2 5 7	- 0 5 5	2 7 4
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 6 5	- 6 1 1	5 5 8 5	- 3 1 4 4	- 0 2 5	2 2 3
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 7 6	- 7 7 7	3 4 2 7	- 1 4 1 6	- 0 8 3	2 3 1
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 9 5	- 3 3 3	1 5 3 3	- 3 1 4 9	- 0 4 0	2 5 5
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 6 8	- 8 7 7	3 7 8 4	- 9 0 3 3	- 0 4 2	2 4 4
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	0 5 8	- 9 9 9	5 9 3 2	- 2 1 0 4	- 0 0 7	2 1 9
DI GI 1 1 1 1 1 0 8	2 2 2 2 2 2 2	0 7 1	- 4 1 1	3 4 2 2	- 1 7 8 2	- 0 5 3	2 6 4
1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	0 1 6	- 5 7 7	3 4 8 1	- 4 3 6 1	- 0 1 3	2 0 3
1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	0 4 9	- 1 0 1	1 1 9 9	- 4 8 5 8	- 0 8 3	2 6 6
1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	0 3 3	- 1 4 4	5 6 0 0	- 3 3 4 4	- 0 9 6	2 5 9
1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	0 6 8	- 2 7 7	2 7 1 1	- 1 5 2 2	- 0 8 3	2 9 9
1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	0 8 4	- 9 9 9	1 2 1 1	- 3 8 4 4	- 0 2 7	2 7 5
1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	0 2 8	- 1 6 3	4 8 8 8	- 2 3 3 3	- 0 8 8	2 4 1
1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	0 2 8	- 6 4 3	3 9 3 5	- 1 2 9 8	- 0 5 0	3 1 3
DI GI 1 1 1 1 1 1 0 8	2 1 1 1 1 1 1	0 9 6	- 3 7 3	2 9 7 8	- 2 4 4 1	- 0 4 8	2 7 4
1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1 1	0 5 9	- 7 7 7	1 0 0 0	- 4 9 7 7	- 0 7 4	2 0 0
1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1 1	0 7 0	- 1 4 8	2 8 7 8	- 5 5 9 9	- 0 7 4	2 5 9
1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1 1	0 3 3	- 3 8 8	3 4 3 7	- 1 8 6 6	- 0 5 2	2 9 9
1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1 1	0 3 3	- 1 8 4	1 9 7 7	- 4 8 6 6	- 0 3 2	2 5 4
1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1 1	0 1 9	- 1 4 5	4 4 6 2	- 2 7 2 2	- 0 1 9	1 1 4
1 1 1 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1 1	0 1 9	- 4 5 4	3 3 6 9	- 1 3 8 1	- 0 3 4	2 5 0
DI GI 1 1 1 1 1 1 1 0 8	1 8 5 1 1 4 9	0 3 3	- 1 2 5	2 8 2 7	- 2 8 3 6	- 0 3 5	2 5 0
1 1 1 1 1 1 1	1 8 5 1 1 4 9	0 6 9	- 2 0 8	1 2 6 4	- 5 3 3 2	- 0 2 0	2 2 7
1 1 1 1 1 1 1	1 8 5 1 1 4 9	0 1 3	- 1 1 8	1 1 8 1	- 6 0 2 5	- 0 4 8	2 7 1
1 1 1 1 1 1 1	1 8 5 1 1 4 9	0 1 3	- 1 6 4	2 5 0 0	- 4 3 6 0	- 0 4 6	2 4 3
1 1 1 1 1 1 1	1 8 5 1 1 4 9	0 6 2	- 1 1 3	1 0 1 0	- 2 5 3 4	- 0 8 7	2 3 7
1 1 1 1 1 1 1	1 8 5 1 1 4 9	0 8 0	- 3 3 5	1 7 9 6	- 5 5 2 7	- 0 0 3	2 3 3
1 1 1 1 1 1 1	1 8 5 1 1 4 9	0 1 7	- 1 9 4	3 2 4 7	- 3 7 1 5	- 0 0 9	2 2 0
1 1 1 1 1 1 1	1 8 5 1 1 4 9	0 9 8	- 6 2 1	1 7 2 8	- 2 0 2 6	- 0 3 2	2 3 9
DI GI 1 1 1 1 1 1 1 0 8	1 1 0 4 0 0 6	1 2 3	- 5 4 3	- 1 0 9	- 9 8 6	- 0 2 7	2 9 2
1 1 1 1 1 1 1	1 1 0 4 0 0 6	0 8 7	- 7 0 3	- 0 7 3	- 1 5 0 1	- 0 3 5	2 6 4
1 1 1 1 1 1 1	1 1 0 4 0 0 6	0 4 2	- 5 7 5	- 2 3 4	- 9 3 2	- 0 3 4	2 5 7
1 1 1 1 1 1 1	1 1 0 4 0 0 6	0 1 0	- 5 1 0	- 0 8 7	- 1 4 6 2	- 0 7 0	2 3 5
1 1 1 1 1 1 1	1 1 0 4 0 0 6	0 1 1	- 2 2 1	- 0 8 3	- 4 8 5	- 0 5 2	2 3 2
1 1 1 1 1 1 1	1 1 0 4 0 0 6	0 0 1	- 6 6 4	- 1 4 1	- 9 5 7	- 0 5 2	2 9 3
1 1 1 1 1 1 1	1 1 0 4 0 0 6	0 1 7	- 3 3 0	- 6 5 1	- 0 5 6	- 0 0 3	2 7 3
1 1 1 1 1 1 1	1 1 0 4 0 0 6	0 9 4	- 2 3 0	- 7 3 7	- 2 8 3	- 0 1 9	2 5 1
DI GI 1 1 1 1 1 1 1 1 0 8	8 0 0 1 1 5	0 8 5	- 4 6 8	- 1 8 0	- 7 9 5	- 0 4 9	2 4 7
1 1 1 1 1 1 1	8 0 0 1 1 5	0 7 7	- 2 8 6	- 0 8 0	- 5 3 5	- 0 6 2	2 5 8
1 1 1 1 1 1 1	8 0 0 1 1 5	0 2 3	- 0 9 3	- 1 1 1	- 3 5 5	- 0 6 6	2 4 9
1 1 1 1 1 1 1	8 0 0 1 1 5	0 8 4	- 1 7 7	- 0 7 1	- 3 3 6	- 0 2 4	2 4 2
1 1 1 1 1 1 1	8 0 0 1 1 5	0 6 6	- 0 4 0	- 2 4 0	- 1 6 7	- 0 1 5	2 5 2
1 1 1 1 1 1 1	8 0 0 1 1 5	0 6 6	- 0 0 6	- 1 5 1	- 2 8 5	- 0 1 9	2 4 2
1 1 1 1 1 1 1	8 0 0 1 1 5	0 1 9	- 3 0 6	- 1 3 8	- 0 4 1	- 0 3 8	2 5 2

Tab. 15 Auswertegrößen der statistischen Signalanalyse Schicht-  
höhe 15.5 mm und 46.5 mm.