

KfK 5436
Dezember 1994

Beschreibung und Analyse räumlicher kinematischer Strukturen

U. Gengenbach
Institut für Angewandte Informatik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Institut für Angewandte Informatik

KfK 5436

Beschreibung und Analyse räumlicher kinematischer Strukturen

U. Gengenbach

Als Dissertation genehmigt von der Fakultät für
Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

ISSN 0303-4003

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden Datenstrukturen und Algorithmen eines neuen Verfahrens zur Beschreibung und Analyse räumlicher kinematischer Strukturen mit Änderung des topologischen Aufbaus beschrieben. Die Beschreibung einer Kinematikstruktur wird in geometrische und topologische Größen unterteilt. Zur Beschreibung der geometrischen Größen, der lokalen Koordinatensysteme auf den Gliedern, dient die Sheth-Uicker Notation. Die topologische Struktur wird mittels graphentheoretischer Methoden beschrieben. Aufgrund dieser Trennung ist es möglich, Algorithmen zu entwickeln, die aus elementarer Gelenk- und Gliedinformation automatisch die topologische Struktur klassifizieren und orientieren und die Transformationsmatrizen der Glieder und Gelenke berechnen. Daraus lassen sich ebenfalls automatisch die kinematischen Gleichungen ableiten. Das Verfahren unterscheidet selbständig zwischen offenen und geschlossenen sowie zwischen ebenen und räumlichen kinematischen Ketten. Zur Berechnung der Stellungsgeometrie, sowie der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit von lokalen Koordinatensystemen auf Gliedern wurde eine Modifikation des iterativen Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg entwickelt. Die Trennung von Geometrie und Topologie und die daraus resultierende automatische Ableitung der kinematischen Gleichungen erlaubt die Simulation von kinematischen Strukturen mit veränderlicher Topologie, wie z.B. Kletterrobotern und Schreitwerken. Der wesentliche Teil der Algorithmen und Datenstrukturen wurde prototypisch implementiert und anhand einiger Beispiele getestet.

Description and analysis of three-dimensional kinematic structures

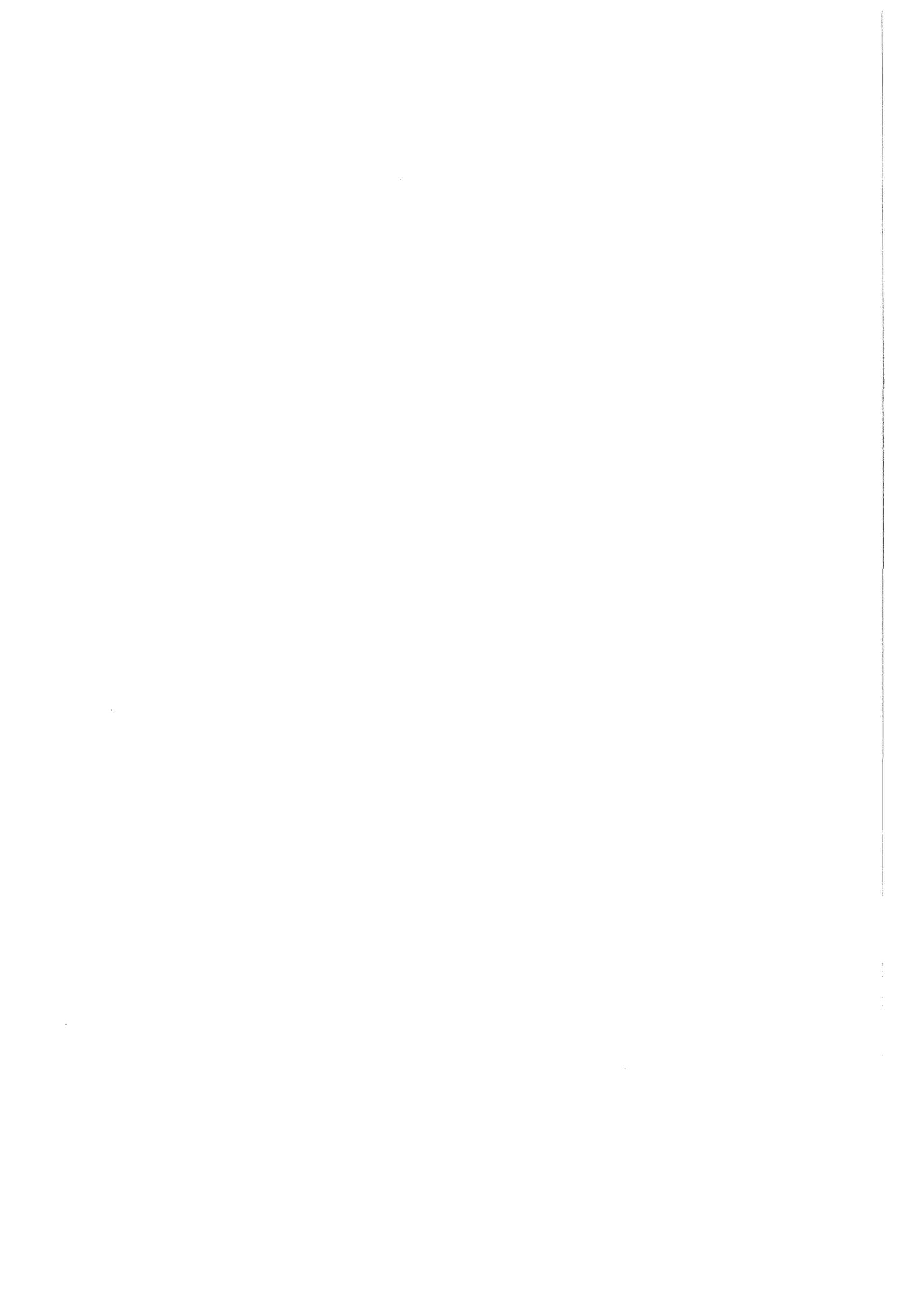
Abstract

Datastructures and algorithms of a new method for the description and analysis of spatial kinematic chains with variable topological structure are described in this thesis. The description of the kinematic structure is separated into geometric and topological quantities. Geometric quantities, i.e. local coordinate systems on links, are described by means of the Sheth-Uicker notation. The topological structure is described by means of graph theoretical methods. This separation, makes it possible to develop algorithms, that based on elementary joint and link information automatically classify and orient the topological structure and calculate the transformation matrices of joints and links. The kinematic equations are also automatically deduced from this structure. The method distinguishes automatically both between open and closed and planar and spatial kinematic chains. A modification of the iterative method by Uicker, Denavit and Hartenberg has been developed for the calculation of position, velocity and angular velocity of local coordinate systems on links. The separation of geometry and topology and the automatic generation of kinematic equations makes the simulation of kinematic structures with variable topology, e.g. climbing or walking machines, feasible. The major part of these algorithms and datastructures was implemented in a prototype system and tested on a few examples.

1.0 Einleitung	1
2.0 Rolle der Kinematikanalyse bei der Konstruktion technischer Produkte	7
3.0 Verfahren zur Beschreibung und Analyse von Kinematikstrukturen	11
3.1 Aufgaben der Analyse kinematischer Strukturen	11
3.2 Klassifizierung kinematischer Strukturen	11
3.3 Verfahren zur Beschreibung und Analyse offener kinematischer Ketten	12
3.3.1 Matrizenverfahren nach Denavit und Hartenberg	13
3.3.2 Matrizenverfahren nach Sheth und Uicker	13
3.3.3 Matrizenverfahren nach Khalil und Kleinfinger	15
3.3.4 Quaternionenverfahren	16
3.3.5 Gegenüberstellung der Verfahren zur Beschreibung offener kinematischer Ketten	18
3.4 Verfahren zur Beschreibung und Analyse von Koppelgetrieben	19
3.4.1 Typspezifische Analyseverfahren	20
3.4.2 Modulare Analyseverfahren	21
3.4.3 Iterative Analyseverfahren auf Matrizenbasis	24
3.4.4 Gegenüberstellung der Verfahren zur kinematischen Analyse von Koppelgetrieben	25
3.5 Schlußfolgerung	26
4.0 Konzeption einer neuen Datenstruktur zur einheitlichen Darstellung kinematischer Systeme	27
4.1 Graphentheorie zur Beschreibung der Strukturinformation	27
4.1.1 Beschreibung der Strukturinformation mittels Inzidenzmatrizen und Wegematrizen nach Wittenburg	28
4.2 Herleitung der neuen Datenstruktur zur einheitlichen Darstellung kinematischer Systeme	30
4.2.1 Topologische Elemente der Datenstruktur	30
4.2.1.1 Beschreibung einer ungerichteten Kante des Graphen durch das KINEMATIC_JOINT Entity	31
4.2.1.2 Beschreibung einer Ecke im Graph mit dem KINEMATIC_LINK Entity	31
4.2.1.3 Beschreibung einer gerichteten Kante des Graphen durch das JOINT_SIDE Entity	34
4.2.1.4 Beschreibung eines Teilgraphen mit Baumstruktur mit dem Entity KINEMATIC_TREE_STRUCTURE	35
4.2.1.5 Beschreibung eines Fundamentalkreises eines Graphen mit dem KINEMATIC_LOOP Entity	35
4.2.1.6 Beschreibung eines Weges durch einen Graph mit dem KINEMATIC_BRANCH Entity	36
4.2.1.7 Beschreibung eines Teilgraphen mit Netzwerkstruktur mit dem KINEMATIC_NETWORK Entity	36
4.2.1.8 Beschreibung allgemeiner kinematischer Teilstrukturen mit dem GENERALIZED_JOINT Entity	37
4.2.1.9 Zusammensetzung der kinematischen Gesamtstruktur aus Teilstrukturen im KINEMATIC_STRUCTURE Entity	42
4.2.1.10 Definition eines Mechanismus mit dem MECHANISM Entity	43
4.2.2 Geometrische Elemente der Datenstruktur	44
4.2.2.1 Beschreibung kinematischer Eigenschaften von Gelenken mit dem KINEMATIC_PAIR Entity	44
4.2.2.2 Beschreibung eines Drehgelenkes mit dem ROTATIONAL_PAIR Entity	45

4.2.2.3	Beschreibung des Schubgelenkes mit Hilfe des PRISMATIC_PAIR Entity	46
4.2.2.4	Beschreibung des Kugelgelenkes mit Hilfe des SPHERICAL_PAIR Entity	47
4.2.2.5	Beschreibung des Dreh-/Schubgelenkes mit Hilfe des CYLINDRICAL_PAIR Entity	49
4.2.2.6	Beschreibung des Kreuzgelenkes mit Hilfe des UNIVERSAL_PAIR Entity	50
4.2.2.7	Beschreibung der Transformation zwischen lokalen Koordinatensystemen mit dem PLACEMENT-Entity	51
4.2.2.8	Beschreibung eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied mit dem FRAME-Entity	51
4.2.3	Zusammenfassende Darstellung der Kinematikdatenstruktur	52
5.0	Algorithmen zur Erzeugung der einheitlichen Datenstruktur	53
5.1	Aufbau des topologischen Modelles	53
5.1.1	Zerlegung des Graphen in Teilgraphen	53
5.1.2	Suche des aufspannenden Baumes des Netzwerkes	58
5.1.3	Suche der Fundamentalkreise des Graphen	61
5.1.4	Suche eines Weges durch einen Graphen	61
5.2	Aufbau des geometrischen Modelles	62
5.2.1	Berechnung von Startwerten für die Gelenkparameter	63
5.2.2	Festlegung der Gliedkoordinatensysteme	63
5.2.3	Berechnung der Gestalt-Matrizen der Glieder	65
6.0	Operationen auf der Kinematikstruktur	67
6.1	Kinematische Analyse	67
6.1.1	Berechnung der Stellungsgeometrie offener kinematischer Ketten	67
6.1.2	Berechnung der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied einer offenen kinematischen Kette	67
6.1.3	Berechnung der Stellungsgeometrie geschlossener kinematischer Ketten nach dem Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg	68
6.1.4	Nachteile des Verfahrens zur Berechnung der Stellungsgeometrie von Uicker, Denavit und Hartenberg	73
6.1.5	Maßnahmen zur Verbesserung des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg	74
6.1.5.1	Bestimmung des Laufgrades eines Mechanismus	74
6.1.5.2	Erkennung eines Totpunktes	76
6.1.5.3	Normierung der kinematischen Gleichung	77
6.1.6	Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg	81
6.1.7	Berechnung der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied einer geschlossenen kinematischen Kette	82
6.1.8	Berechnung der Rückwärtstransformation von komplexen kinematischen Ketten	84
6.1.9	Aufzeichnung von Bahnkurven	86
6.2	Topologische Modifikationen	87
6.2.1	Änderung der topologischen Struktur	87
6.2.2	Änderung der Orientierung der topologischen Struktur	87
7.0	Beschreibung einer Implementierung der einheitlichen Datenstruktur	91
7.1	Aufbau des Programmsystemes MIDAS	91
7.1.1	Beschreibung der Datenstrukturschicht	91
7.1.2	Beschreibung der Datenstrukturmanipulationsschicht	92
7.1.3	Beschreibung der Anwendungsschicht	93
7.1.3.1	Ein-/Ausgabefunktionen	93
7.1.3.2	Analysefunktionen	93
7.1.3.3	Geometrische Modifikationen	94
7.1.3.4	Topologische Modifikationen	94

7.1.4 Beschreibung der Benutzerschnittstelle	94
7.1.5 Darstellung der Kinematikstruktur mit PHIGS	95
7.2 Beispiele von Kinematikstrukturen	97
7.2.1 Beispiel "Beinstruktur"	98
7.2.2 Beispiel "Delta-Roboter"	98
7.2.3 Beispiel "Zweibeiner"	99
8.0 Schlussbetrachtung	101
9.0 Literatur	105
Anhang A. Liste der Symbole und Abkürzungen	109
Anhang B. Graphentheoretische Begriffe	111



1. Ebenen der informationstechnische Beschreibung einer Kinematikstruktur	2
2. Vorgehensplan für das Schaffen neuer Produkte nach VDI-Richtlinie 2222	8
3. Kinematikanalyse im Konstruktionsprozess	9
4. Definition der DH-Parameter	14
5. Definition der "Shape-Parameter" nach Sheth/Uicker	15
6. Definition eines dualen Winkels	16
7. Definition eines linienflüchtigen Vektors	17
8. Definition eines Schraubenoperators zwischen zwei windschiefen Geraden	18
9. Typspezifische Analyse für eine zentrische Schubkurbel.	20
10. Grundprinzip der modularen Getriebeanalyse	21
11. Auftrennen einer Masche am charakteristischen Gelenkepaar	22
12. Hochflexibles Handhabungsgerät für den Streckenausbau im Steinkohlebergbau	23
13. Graphendarstellung einer offenen verzweigten kinematischen Kette	32
14. Einwertiges Glied mit Greifer	33
15. Zerlegung eines dreiwertigen Gliedes in zwei zweiwertige Teiglieder	34
16. Fundamentalkreis eines Graphen	36
17. Graph mit Netzwerkstruktur	37
18. Zerlegung des Graphen mit Netzwerkstruktur in zwei Fundamentalkreise	38
19. Allgemeine kinematische Struktur	39
20. Graph der allgemeinen kinematischen Struktur	40
21. Zerlegung des Graphen in Teilgraphen	41
22. Darstellung des Mechanismus als Hypergraph	42
23. Konventionen am Drehgelenk nach Sheth/Uicker	44
24. Konventionen am Schubgelenk nach Sheth/Uicker	45
25. Konventionen am Kugelgelenk nach Sheth/Uicker	46
26. Konventionen am Dreh\Schubgelenk nach Sheth/Uicker	47
27. Konventionen am Kreuzgelenk nach Sheth/Uicker	48
28. Schematische Darstellung der kinematischen Datenstruktur	51
29. Schematische Darstellung der Boundary Representation Datenstruktur	52
30. Ablauf des Aufbaus der topologischen und geometrischen Struktur.	54
31. Zerlegung in Teilgraphen	57
32. Bewerteter Graph	59
33. Aufspannender Baum	60
34. Weg durch einen Graphen, der aus einem Netzwerk und aus einer Baumstruktur besteht	62
35. Hilfskonstruktion zur Initialisierung eines lokalen Gliedkoordinatensystemes	63
36. Ergebnis der Zerlegung der Struktur in Teilstrukturen	64
37. Gelenk- und Gliedmatrizen an einer zweifach geschlossenen Kette	69
38. Eigenwertverlauf des Bricard-Mechanismus in Abhängigkeit von der Winkelstellung des Antriebsgelenkes	81
39. Transformationsketten für die Berechnung der Rücktransformation	85
40. Rekonfigurierbarer Roboter	88
41. Wechsel der Basis bei einem "kletternden" Roboter	89
42. Schichtenaufbau des Programmsystems MIDAS	92
43. Darstellung eines Gelenkes und eines Gliedes in der PHIGS-Datenstruktur	96
44. Bein in Ausgangsstellung	97
45. Bein nach links bewegt und gestreckt	98
46. Delta-Roboter in Ausgangsstellung	99
47. Delta-Roboter mit nach links verschobener Plattform	99
48. Zweibeiner in Ausgangsstellung	100
49. Zweibeiner nach einem Schritt	100

Viele Produkte des täglichen Lebens und vor allem eine Vielzahl von Maschinen enthalten kinematische Komponenten, wie Koppel-, Kurven- oder Rädergetriebe, zur Erfüllung ihrer Funktion. Beispiele hierfür sind:

- Schalter,
- Verpackungsmaschinen,
- Lenkung und Fahrwerk von Fahrzeugen,
- Industrieroboter.

Produkte mit kinematischen Eigenschaften, wie sie hier betrachtet werden sollen, bestehen nicht nur aus starren Teilkörpern, deren Gestalt, Material, Oberfläche etc. im Verlaufe des Konstruktionsprozesses festgelegt werden müssen. Sie bestehen vor allem aus der Verbindung dieser Einzelteile in ihren Gelenken.

Zur Untersuchung und Auslegung dieser Produkte wurden früher überwiegend zeichnerische Verfahren, in den letzten Jahren jedoch zunehmend computerunterstützte Verfahren, angewendet. Der Einsatz computergestützter Verfahren erfordert die informationstechnische Aufbereitung der kinematischen Struktur. Dies soll anhand eines Beispiels dargestellt werden. Abb. 1 zeigt die unterschiedlichen Aspekte der informationstechnischen Beschreibung eines Teilausschnittes einer kinematischen Struktur. Der gewählte Ausschnitt stellt die Verbindung eines Gliedes A mit einem Glied B über ein Gelenk dar. Die informationstechnische Beschreibung wird hierzu über drei Abstraktionsschritte, sogenannte Abstraktionsstufen, erreicht.

Die erste Abstraktionsstufe dient der Beschreibung der geometrischen Gestalt der Bauteile. Die Art der Beweglichkeit zwischen zwei Gliedern hängt zunächst von der Gestaltung der Wirkflächen ab, über die die beiden Glieder Kontakt haben. Eine Wirkfläche auf einem Glied wird als Element bezeichnet. Die Paarung zweier verträglicher Elemente nennt man Elementepaar. Ein Elementepaar bildet ein Gelenk. In Abb. 1 besteht das Gelenk aus den Elementen "Zapfen" und "Bohrung". Diese Beschreibung des Gelenkes bezieht sich auf die geometrische Gestalt der Einzelteile. Aus der geometrischen Gestalt kann man in diesem Beispiel erkennen, daß Glied A und Glied B gegeneinander rotieren können, wenn der Zapfen von Glied B in die Bohrung von Glied A eingeführt ist. Die geometrische Gestalt impliziert jedoch noch nicht die kinematischen Eigenschaften der Struktur. So kann eine lokale Querschnittsverringernng unter Ausnutzung der Elastizität, ein sogenanntes Filmgelenk, auch wie ein Rotationsgelenk wirken, ohne daß dies anhand des Geometriemodelles erkennbar wäre.

Aus diesen Gründen wird auf der zweiten Abstraktionsstufe die Beweglichkeit eines Gliedes relativ zum anderen mathematisch formal beschrieben. Eine mögliche Beschreibungsweise besteht in der Definition von lokalen kartesischen Koordinatensystemen auf beiden Gliedern. Das Gelenk wird durch Angabe der Transformation zwischen diesen lokalen kartesischen Koordinatensystemen definiert.

In unserem Beispiel lassen sich die beiden lokalen Koordinatensysteme $F1_A$ und $F1_B$ durch eine Rotationstransformation ineinander überführen. Dieses Verfahren stellt eine Abstraktion der Beschreibung der kinematischen Struktur dar. Lediglich die Lage und Orientierung von lokalen Koordinatensystemen auf Gliedern und die Festlegung der Transformation zwischen Koordinatensystemen zur Beschreibung von Gelenken repräsentieren dabei die kinematische Struktur.

Auf der dritten Abstraktionsstufe werden nur noch die Nachbarschaftsbeziehungen festgehalten. Dies ist die topologische Information der Kinematikstruktur. Die topologische Information besteht im Beispiel in Abb. 1 in der Aussage:

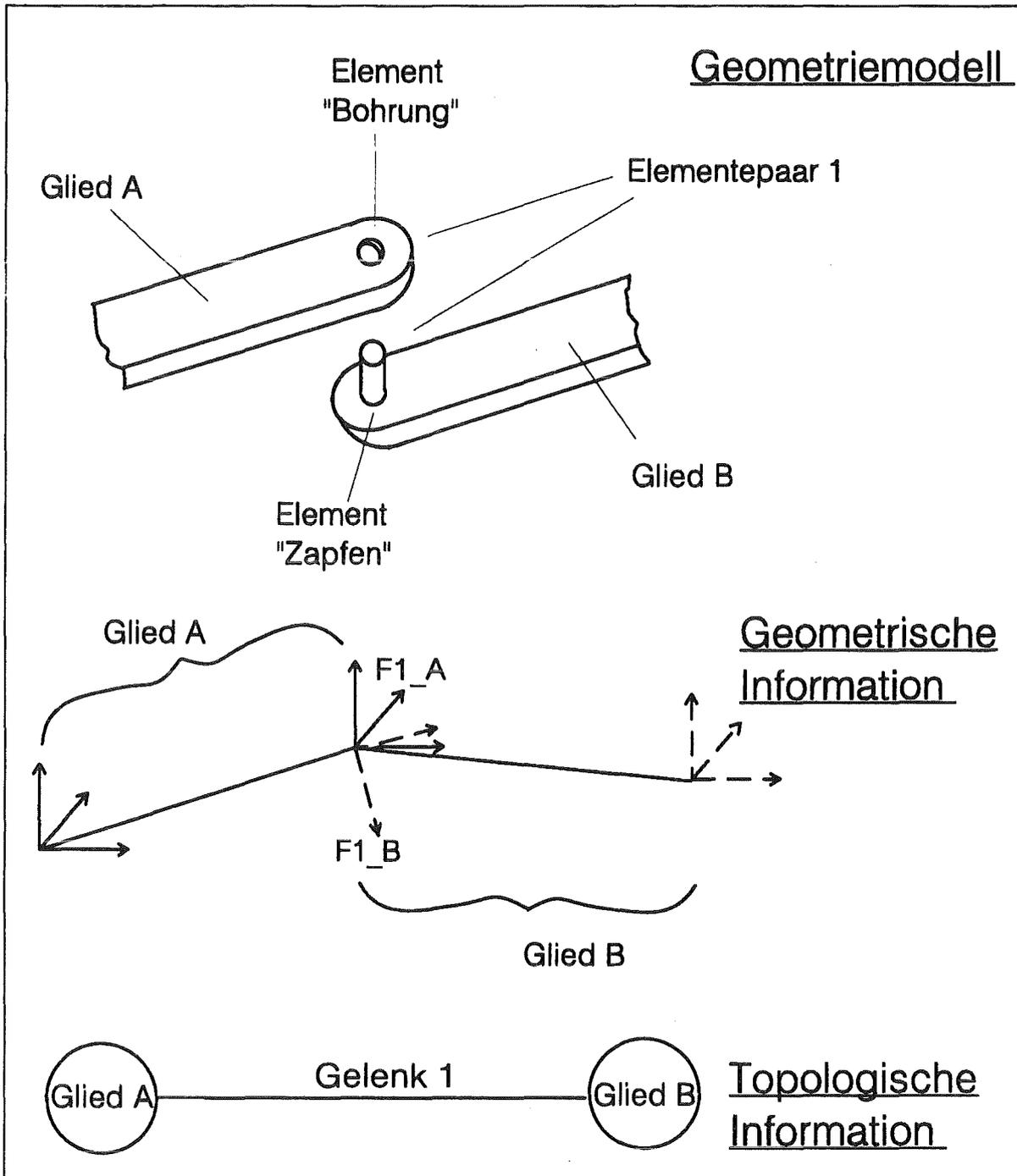


Abbildung 1. Ebenen der informationstechnische Beschreibung einer Kinematikstruktur

"Gelenk 1 verbindet Glied A und Glied B."

Eine mögliche Repräsentation dieses Sachverhaltes ist ein Graph.

Diese drei Ebenen der informationstechnischen Beschreibung einer kinematischen Struktur werden in Programmsystemen für die kinematische Analyse je nach Anwendungsgebiet unterschiedlich implementiert. Die ersten Computerprogramme zur Untersuchung kinematischer Problemstellungen, wie z.B. ADAMS /32/ oder IMP /48/, waren stapelorientiert. Das bedeutet, daß der Benutzer die Aufgabenstellung, d.h. die Struktur des Mechanismus und die Eingabedaten für die Analyse, in einer problemorientierten Sprache zu formulieren hatte. Die Struktur des Mechanismus umfaßt bei diesen Systemen die geometrische Information der Kinematikstruktur, lokale Koordinatensysteme auf den Gliedern und Gelenkty-

pen, sowie die topologische Information. Eine Beschreibung der geometrischen Gestalt der Glieder in Form eines Geometriemodelles existiert in diesen Systemen nicht.

Mit dem zunehmenden Einsatz von rechnerunterstützter Konstruktionsverfahren wurde angestrebt, die kinematische Analyse in CAD-Systeme zu integrieren, bzw. sie mit CAD-Systemen zu koppeln /6/. Die Motivation hierfür war die Erkenntnis, daß im CAD-System bereits ein Teil der Eingabedaten für das Kinematiksystem vorhanden ist, bzw. abgeleitet werden kann. Diese umfassen überwiegend topologische und geometrische Daten. Weiter erlaubt die Darstellung der Ergebnisse der kinematischen Analyse im CAD-System ihre direkte Berücksichtigung im Konzeptions-, Entwurfs- und Detaillierungsprozess. Zu beachten ist jedoch, daß CAD-Systeme im wesentlichen auf Geometriebeschreibungen basieren, so daß die Aspekte der Kinematikbeschreibung hinzugefügt werden müssen. Die Datenstruktur wurde hierzu um Datentypen zur Beschreibung der geometrischen und topologischen Aspekte einer kinematischen Struktur erweitert. Weiterhin wurden Algorithmen hinzugefügt, welche die Berechnung der Stellungsgeometrie, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen erlauben. Die Fähigkeiten des Geometriemodellersystems können dann oft genutzt werden, um unter Anwendung der Geometriemodelle eine Animation des Mechanismus zu erzeugen. Diese Art von Integration wird z.B. in den Softwarepaketen KINEMAT und KINEMUSE für das CAD-System CATIA von Dassault Systems realisiert /33/. Bei anderen Systemen blieb die Datenstruktur unverändert, es wurden lediglich Schnittstellen zu separaten Kinematiksystemen geschaffen. Die über das CAD-System eingegebene Struktur wird an das Kinematiksystem übertragen und mit seinen Algorithmen analysiert. Das Ergebnis kann zur Darstellung, eventuell auch mittels Animation an das CAD-System zurückgegeben werden.

Ein Beispiel für eine Kopplung über eine solche Schnittstelle ist das "Mechanisms" Programm von der Firma Schlumberger, das Pre- und Postprozessordienste zwischen dem CAD-System Applicon BRAVO und Kinematik-/Dynamiksystem ADAMS zur Verfügung stellt /40/.

Neben diesen Kinematikmodulen in CAD-Systemen gibt es noch Robotersimulationssysteme wie z.B. IGRIP /41/ und CATIA ROBOTICS /34/, die die kinematische Simulation von Roboterbewegungen, bzw. die Offlineprogrammierung von Robotern erlauben. Systeme dieser Art decken im allgemeinen nicht die volle Breite der Fähigkeiten allgemeiner Kinematiksysteme ab. Sie bieten Lösungen für eine bestimmte Klasse von Mechanismen, meist nur ebene, offene kinematische Ketten und ebene einfach geschlossene kinematische Ketten /41/. Diese Strukturen werden über Gelenkgrundelemente aufgebaut. Durch diese Beschränkung auf einfache kinematische Strukturen wird die Berechnung der inversen Kinematik, d.h. die Berechnung der Gelenkstellungen für vorgegebene Greiferstellungen vereinfacht. In vielen Fällen erhalten diese Robotersimulationssysteme die Geometriemodelle von dem CAD-System, in das sie eingebettet sind, über direkte oder neutrale Schnittstellen zu CAD-Systemen oder sie besitzen einen eigenen Modul zur Geometriemodellerstellung. Während in CAD-Systemen mit Kinematikfunktionen die Datenstrukturen und Algorithmen zur Geometriebeschreibung die primäre Repräsentation eines Produktes sind, ist es in Roboter-Simulationssystemen anders. Der Schwerpunkt liegt hier auf der Beschreibung der geometrischen Information der Kinematikstruktur und ihrer Topologie. Geometriemodelle mit vergleichsweise geringer Qualität, z.B. Polyedermodelle, dienen zur Visualisierung und Kollisionskontrolle.

In vielen dieser Kinematikanalyssysteme, seien sie eigenständig oder in CAD- bzw. Roboteroffline-Programmiersysteme eingebettet, muß der Benutzer die kinematische Struktur nach gewissen Regeln aufbauen, um die Analyse durch das System möglich zu machen. So ist es beispielsweise in einigen Systemen erforderlich, die Struktur ausgehend von der Basis nach außen aufzubauen oder geschlossene kinematische Ketten zu identifizieren.

Zur Analyse von kinematischen Ketten mit Änderung der topologischen Struktur, wie z.B. Schreitwerke oder Kletterroboter, sind bisher Speziallösungen erforderlich, für die der Benutzer ein Modell für jeden einzelnen topologischen Zustand erstellen muß.

Resultierend aus diesen heutigen Anwendungsszenarien ergibt sich die Notwendigkeit nach einem Verfahren, das es erlaubt, komplexe kinematische Strukturen mit möglichst geringem Beschreibungsaufwand für den Benutzer zu analysieren. Es soll offene Ketten, geschlossene Ketten, Ketten, die aus beiden Typen bestehen und Ketten mit Änderung der topologischen Struktur unterstützen.

Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt daher in der Beschreibung von Datenstrukturen und Algorithmen, die es dem Benutzer erlauben, eine Kinematikstruktur mit einfachen Grundelementen wie "Gelenk" und "Glied" aufzubauen. Die weitere Klassifizierung in ebene oder räumliche Struktur bzw. offene oder geschlossene kinematische Kette und die Auswahl der entsprechenden Algorithmen für die Analyse soll das System selbständig vornehmen. Geometrische Modelle, die die Gestalt der Komponenten beschreiben, mit denen bestimmte kinematische Eigenschaften erzielt werden, sind nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Zunächst wird der Stand der Technik aufgezeigt und werden Kinematikbeschreibungs- und Analyseverfahren gegenübergestellt. Ausgehend von diesem Vergleich wird eine Datenstruktur konzipiert, die eine kinematische Struktur in topologische und geometrische Information gliedert.

Aufbauend darauf werden in dieser Arbeit neue Algorithmen vorgestellt, die aus elementaren Informationen, dem Typ von Gelenken und der Lage von Gliedkoordinatensystemen, die topologische Struktur klassifizieren und für eine Analyse der Stellungsgeometrie aufbereiten. Bei der Klassifizierung der topologischen Struktur wird zwischen Baum-, Netzwerkstrukturen und Strukturen, die sich aus Komponenten beiderlei Typs zusammensetzen, unterschieden. Für die Berechnung der Stellungsgeometrie und der Berechnung der Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten von lokalen Koordinatensystemen auf Gliedern geschlossener kinematischer Ketten wird eine Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg /53/ vorgeschlagen. Dieses modifizierte Verfahren deckt ebene und räumliche Strukturen ab. Zur Berechnung der inversen Kinematik von Strukturen, die aus einer Mischung von offenen und geschlossenen kinematischen Ketten bestehen, wird ein Verfahren aufgezeigt, das die topologische Information in der Datenstruktur ausnützt.

Die Arbeit liefert einen Beitrag zu folgenden Teilproblemen:

- Datenstruktur zur Beschreibung komplexer kinematischer Strukturen (offene und geschlossene Strukturen, ebene und räumliche Strukturen).
- Algorithmen zur Klassifizierung und Unterteilung komplexer kinematischer Strukturen in berechenbare Untereinheiten (Bäume und Netzwerke).
- Verfahren zur automatischen Aufstellung der kinematischen Gleichungen komplexer kinematischer Strukturen zur
 - Berechnung der Vorwärtstransformation,
 - Berechnung der Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten von lokalen Koordinatensystemen auf Gliedern der Struktur und zur
 - Berechnung der Rückwärtstransformation.
- Anwendung des kleinsten Eigenwertes der Jacobi-Matrix der kinematischen Gleichung zur Erkennung von Totpunkten.

- Unterstützung der kinematischen Analyse von Mechanismen, deren topologische Struktur sich im Verlauf der Bewegung ändert (z.B. Schreitwerke).
- Ausnutzung der hierarchischen Struktur des Computergrafikstandards PHIGS zur grafischen Darstellung bewegter Mechanismen.

Die entwickelten Datenstrukturen und Verfahren wurden in dem Programmsystem MIDAS prototypisch implementiert.

2.0 Rolle der Kinematikanalyse bei der Konstruktion technischer Produkte

Nach VDI-Richtlinie 2222 [42] wird die Vorgehensweise (Abb. 2) beim Schaffen neuer technischer Produkte in vier Hauptphasen untergliedern:

1. Planen
2. Konzipieren
3. Entwerfen
4. Ausarbeiten

Anhand eines vereinfachten Vorgehens beim Entwurf eines Großraummanipulators soll die Stellung der Kinematikanalyse in diesem Ablauf analysiert werden.

In der Planungsphase wird der Entwicklungsauftrag anhand von Marktanalysen, Kundenanfragen, Vorentwicklungen, Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen und anderen Entscheidungsgrundlagen festgelegt.

Im vorliegenden Beispiel könnte der Entwicklungsauftrag lauten:

“Entwicklung eines Lkw-transportablen Großraummanipulators mit großer Traglast und großer Beweglichkeit.“

In der Konzeptionsphase wird zunächst, ausgehend vom Entwicklungsauftrag, die Aufgabenstellung geklärt. Ergebnis ist die Anforderungsliste in der der Gesamtaufgabe, gegebenenfalls auch den Teilaufgaben, Festforderungen, Mindestforderungen, Wünsche, Kosten und Terminforderungen zugeordnet werden.

In unserem Beispiel werden dabei technische Daten, wie z.B.

- Gesamtgewicht einschließlich Versorgungseinheiten max. 15t,
- Reichweite ca. 20m,
- Tragfähigkeit ca. 1t,

festgelegt.

Um bei der Lösungssuche Vorfixierungen zu vermeiden, ist es zweckmäßig mit dem Abstrahieren der Aufgabe zu beginnen. Die sich dabei ergebende Gesamtfunktion wird nun in einzelne Teilfunktionen untergliedert. Unser Großraummanipulator könnte so z.B. untergliedert werden in die Teilfunktionen:

- Greifer führen
- Gelenke antreiben
- Gelenkstellungen messen
- Bewegung steuern

Für jede Teilfunktion, werden nun Lösungsprinzipien und Bausteine zu ihrer Erfüllung gesucht. Lösungsprinzipien zur Erfüllung der Teilaufgabe “Gelenke antreiben” sind z.B.:

1. Direkter Gelenkantrieb durch Elektro- oder Hydraulikmotor
2. Indirekter Gelenkantrieb mit Elektromotor (Spindelantrieb) oder Hydraulikzylinder über Koppelgetriebe

Die Eignung dieser Lösungsprinzipien wird über erste Berechnungen und/oder Versuche validiert.

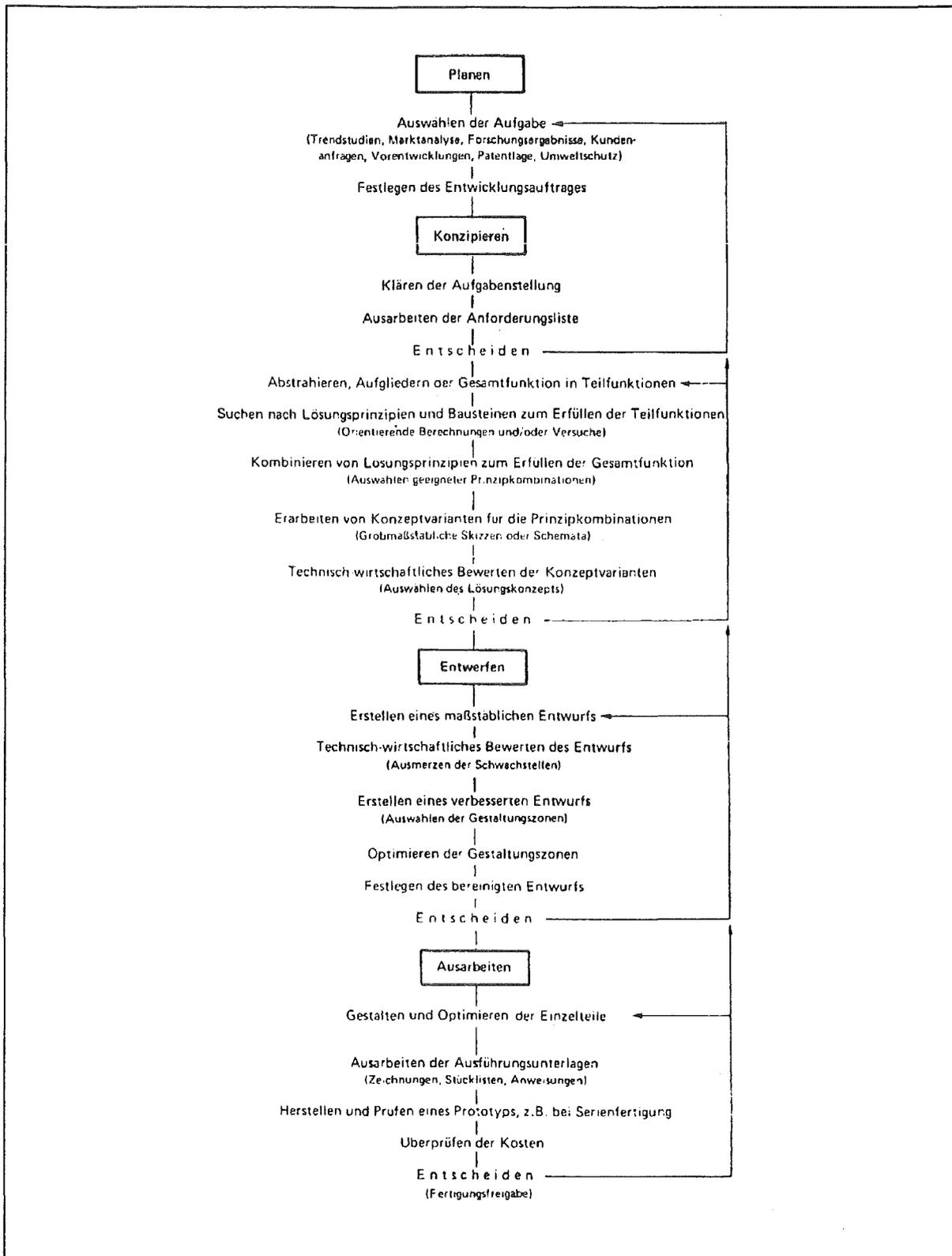


Abbildung 2. Vorgehensplan für das Schaffen neuer Produkte nach VDI-Richtlinie 2222

Hier ist das erste Einsatzgebiet für die rechnergestützte Kinematikanalyse, zur Untersuchung der Eignung der Varianten für das Lösungsprinzip zwei. Von den drei Arten kinematischer Information kommt es hier lediglich auf die topologische Information und die geometrische Information der Kinematikstruktur an. Die Gestaltung der Elemente und der Glieder spielt in diesem Schritt noch keine Rolle. Aus diesem Grunde genügt als geometrische Darstellung ein "Skelettmodell" der Kinematikstruktur, d.h. eine einfache Liniendarstellung, die lediglich die wesentlichen Abmessungen der Glieder, jedoch nicht ihre endgültige

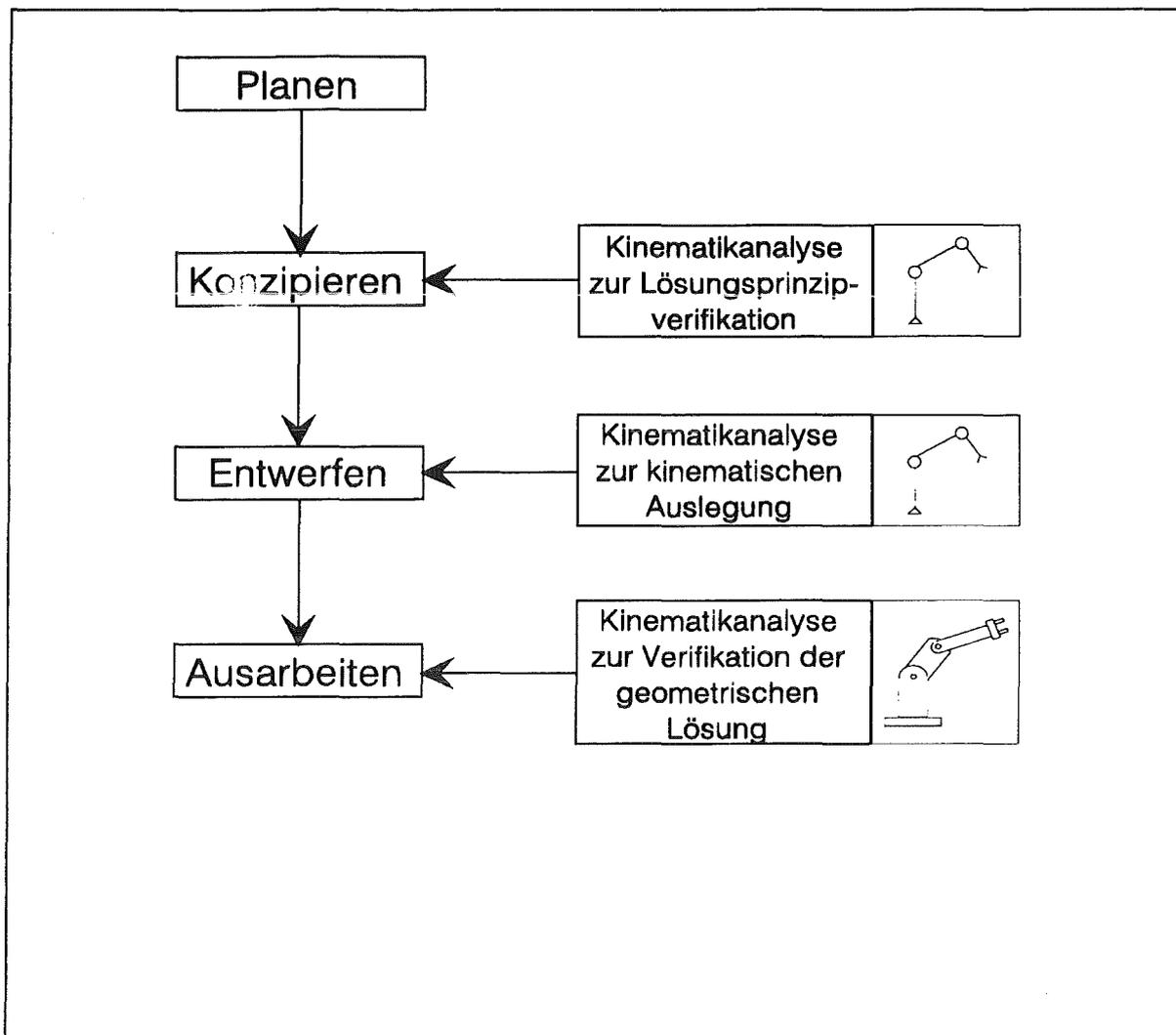


Abbildung 3. Kinematikanalyse im Konstruktionsprozess

tige Gestalt beschreibt. Diese abstrahierte Darstellung läßt sich aus der geometrischen Beschreibung der Kinematikstruktur, den lokalen Koordinatensystemen auf den Gliedern, und den Gelenktypen ableiten.

Im nächsten Schritt des Konstruktionsprozesses werden die ausgewählten Lösungsprinzipien zur Erfüllung der Gesamtfunktion kombiniert. In dieser Phase entstehen die ersten grobmaßstäblichen Skizzen. Unter diesen Konzeptvarianten wird schließlich das Lösungskonzept ausgewählt.

Der erste Schritt in der Entwurfsphase ist das Erstellen eines maßstäblichen Entwurfes. Er enthält die wesentlichen für die Funktion entscheidenden geometrischen Abmessungen.

Nachdem in der Konzeptphase die Variante "Indirekter Gelenkantrieb über Koppelgetriebe" gewählt wurde, kann in dieser Phase die Kinematikanalyse zur kinematischen Auslegung der Koppelgetriebe eingesetzt werden. In weiteren Schritten wird der Entwurf verbessert und optimiert.

Auch in dieser Phase sind nur die topologische und die geometrische Information der Kinematikstruktur wesentlich, so daß das Skelettmodell zur Kinematikanalyse ausreicht.

Im Ausarbeitungsschritt folgt nun das Detaillieren und Optimieren der Einzelteile. Hier werden nun die Gestalt der Elemente, der Arm des Manipulators, der einzelne Umlenkhebel der Koppelgetriebe, ausgearbeitet. Es entstehen Geometriebeschreibungen aller Glieder,

deren Gestalt mit den zuvor festgelegten kinematischen Eigenschaften verträglich sein muß. Grundlage dafür sind die Hauptabmessungen aus dem maßstäblichen Entwurf.

In vielen Fällen mußte bisher ein Prototyp oder eine Pilotanlage zur Prüfung der Gesamtfunktion gebaut werden. Dank rechnerunterstützter Verfahren wie CAD (Computer Aided Design) oder CAE (Computer Aided Engineering) kann ein Teil dieser Untersuchungen bereits durch Simulation ersetzt werden. Dabei kann die Kinematikanalyse mit Hilfe einer Darstellung der Glieder als Körpermodell zur Selbstkollisionskontrolle eingesetzt werden.

Abb. 3 zeigt die verschiedenen Stufen der Kinematikanalyse im Laufe des Konstruktionsprozesses. Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich die Kinematikanalyse in den Phasen "Konzipieren" und "Entwerfen" betrachtet.

3.0 Verfahren zur Beschreibung und Analyse von Kinematikstrukturen

Die bisher existierenden Verfahren zur Beschreibung und Analyse von Kinematikstrukturen entstanden in unterschiedlichen Ingenieursdisziplinen zu verschiedenen Zeiten.

In der klassischen Getriebelehre werden schon seit Mitte des letzten Jahrhunderts zeichnerische und mathematische Verfahren zur Analyse von Getrieben eingesetzt. Mit dem Aufkommen der elektronischen Datenverarbeitung wurden die existierenden mathematischen Verfahren "rechnergerecht" gemacht und auch neue Verfahren entwickelt, deren Anwendung erst durch die hohen Rechenleistungen der Rechner möglich war.

Mit dem Beginn der Entwicklung von Industrierobotern und Handhabungsgeräten wurden Verfahren zur Beschreibung und Analyse offener kinematischer Ketten zur

- Auslegung der Robotermechanik und zur
- Steuerungsentwicklung benötigt.

Für diese Anwendungen wurde zum Teil auf die Verfahren der Getriebelehre zurückgegriffen und auch neue Verfahren entwickelt.

Als Grundlage eines Vergleiches dieser Verfahren soll nach einer allgemeinen Betrachtung der Aufgaben der kinematischen und dynamischen Analyse, eine Klassifizierung kinematischer Strukturen gebildet werden. Anhand dieser Klassifizierung werden anschließend die wesentlichen Verfahren in jeder Klasse behandelt.

3.1 Aufgaben der Analyse kinematischer Strukturen

Das Ziel der Analyse kinematischer Strukturen ist es, die kinematischen und dynamischen Eigenschaften der Struktur zu ermitteln.

Nach [15] ist die **Kinematik** die Lehre von der Bewegung von Körpern oder Punkten. Eine Bewegung ist durch Änderung des Ortes in einer bestimmten Zeit gegeben. Zu ihrer Kennzeichnung dienen Geschwindigkeit und Beschleunigung. Die Kinematik beschäftigt sich mit der Bestimmung dieser Kenngrößen allein mit Hilfe von Angaben der zeitabhängigen Ortsänderung. Dabei bleibt die Frage nach ihrer Ursache unberührt. Es kann deshalb auch auf die Angabe der Masse verzichtet werden.

Die **Dynamik** beschreibt die Wechselwirkung zwischen Kraft und Bewegung an Massen und Massensystemen. Ihre Gliederung erfolgt häufig nach der Struktur der betrachteten Systeme. So unterscheidet man die Dynamik der Punktmasse, des Systems von Punktmassen, des starren Körpers und der Mehrkörpersysteme [15].

3.2 Klassifizierung kinematischer Strukturen

Die Beschreibung kinematischer Strukturen hängt von ihrem Aufbau ab. Es lassen sich unterscheiden:

- Offene kinematische Ketten (verzweigt oder unverzweigt)
- Geschlossene kinematische Ketten

Geschlossene kinematische Ketten werden in der klassischen Getriebelehre behandelt. Hier existieren verschiedene Klassifizierungsmethoden, von denen für die weitere Arbeit zwei von besonderer Bedeutung sind [55]:

1. Klassifizierung der Getriebe nach charakteristischen Bestandteilen

Nach charakteristischen Bestandteilen lassen sich unterscheiden:

- Koppelgetriebe
- Kurvengetriebe
- Zahnradgetriebe
- Reibrädergetriebe
- Schraubenge triebe
- Keilschubgetriebe
- Zugmittelgetriebe
- Druckmittelgetriebe

2. Ordnung der Getriebe nach Lage der Drehachsen

Nach der Lage der Drehachsen lassen sich unterscheiden:

- ebene Getriebe** alle Drehachsen liegen parallel
- sphärische Getriebe** alle Drehachsen schneiden sich in einem Punkt
- räumliche Getriebe** die Drehachsen liegen windschief im Raum

Für den folgenden Überblick über Verfahren zur Beschreibung der Kinematikstruktur sollen offene kinematische Ketten und räumliche Koppelgetriebe aus Dreh-, Schub-, Dreh-/Schub-, Kreuz- und Kugelgelenken betrachtet werden.

3.3 Verfahren zur Beschreibung und Analyse offener kinematischer Ketten

Die Verfahren zur Beschreibung und Analyse offener kinematischer Ketten lassen sich untergliedern in:

- Matrizenverfahren** Unter Matrizenverfahren versteht man Verfahren nach Denavit-Hartenberg, Sheth-Uicker und daraus abgeleitete Verfahren auf der Basis von homogenen Koordinaten.
- Quaternionenverfahren** Quaternionen dienen in den letzten Jahren alternativ zu den Matrizenverfahren zur Beschreibung von kinematischen Größen. Sie basieren auf der Quaternionenmathematik und erlauben die Verknüpfung skalarer und vektorieller Größen mit einer einheitlichen Notation.
- Sonstige Verfahren** Neben den genannten Methoden existieren weitere wie z.B.
- Zero Reference Position Description von Gupta /17/
 - Schraubentheorie /65/

Eine ausführliche Diskussion dieser Beschreibungsverfahren findet sich z.B. in /23/. Es läßt sich jedoch zusammenfassen, daß sie für die kinematische Analyse von untergeordneter Bedeutung sind. Ihr Anwendungsbereich und ihre Verbreitung in Systemen sind im Vergleich zu den Matrizen- bzw. Quaternionenverfahren sehr ein-

geschränkt. Weiter erlauben diese Verfahren nicht, ausgezeichnete Punkte auf den Gliedern, z.B. zur Ermittlung von Geschwindigkeiten, zu beschreiben.

Im folgenden sollen die Matrizenverfahren sowie das Quaternionenverfahren weiter betrachtet werden.

3.3.1 Matrizenverfahren nach Denavit und Hartenberg

Matrizenverfahren zur Beschreibung von Industrierobotern basieren auf der Beschreibung von Manipulatoren durch homogene Koordinaten [43]. Homogene Koordinaten erlauben es, Lage und Orientierung zwischen lokalen Koordinatensystemen (Frames) in einer Transformationsmatrix zu beschreiben. Denavit und Hartenberg entwickelten darauf aufbauend eine Matrizendarstellung zur Beschreibung der Transformation zwischen zwei Gliedkoordinatensystemen. Dieses Beschreibungsverfahren hat sich aufgrund seiner guten Eignung für rechnerunterstützte Verarbeitung schnell verbreitet. In der weiteren Behandlung dieses Verfahrens wird Denavit-Hartenberg mit DH abgekürzt. Zur Definition der DH-Parameter (a, α, θ, s) dient die gemeinsame Normale der Gelenkpaarachsen. Abb. 4 zeigt die Definition der DH-Parameter. Eine Matrizengleichung zur Beschreibung einer offenen kinematischen Kette mit n Gliedern läßt sich mit den Denavit/Hartenberg Matrizen A_i schreiben als:

$$T_n = \prod_{i=1}^n A_i \quad \{1\}$$

Auf der Grundlage dieser Notation wurden Verfahren zur kinematischen und dynamischen Analyse entwickelt, die in einer Vielzahl von Systemen, wie z.B. KISMET [27] oder ROB-SIM [61], zum Einsatz kommen.

Im Laufe ihres Einsatzes in verschiedenen Kinematikanalyse- und -simulationssystemen stellten sich folgende Nachteile der DH-Notation heraus:

- Die DH-Parameter beschreiben in einer Matrix direkt die Transformation auf das nächste Glied. Das bedeutet, daß diese Matrix die konstante Gliederbeschreibung und die variable Gelenkbeschreibung vermengt.
- Sie ist nur zur Beschreibung niederer Elementepaare, wie Dreh- und Schubgelenke, geeignet.
- Ternäre und höherwertige Glieder, wie sie z.B. bei verzweigten kinematischen Ketten auftreten, führen zu Mehrdeutigkeiten in den DH-Parametern.
- Bei der Beschreibung von aufeinanderfolgenden nahezu parallelen Achsen nimmt der Parameter s im Verhältnis zum Parameter a sehr hohe Werte an. Dies kann zu numerischen Problemen bei der Verarbeitung in Matrizenform führen.

3.3.2 Matrizenverfahren nach Sheth und Uicker

Es gab verschiedene Versuche die genannten Probleme der DH-Notation zu beheben, eine ausführliche Gegenüberstellung findet man in [23].

Die wohl allgemeinste Lösung entwickelten Sheth und Uicker mit einer Beschreibungsmethode, die die Gelenk- und Gliedinformation explizit trennt [47]. In der weiteren Behandlung dieses Verfahrens wird Sheth/Uicker mit SU abgekürzt. Eine sogenannte "Shape Matrix" beschreibt die konstante Gestalt eines Gliedes. Sie wird ermittelt, indem in jedem

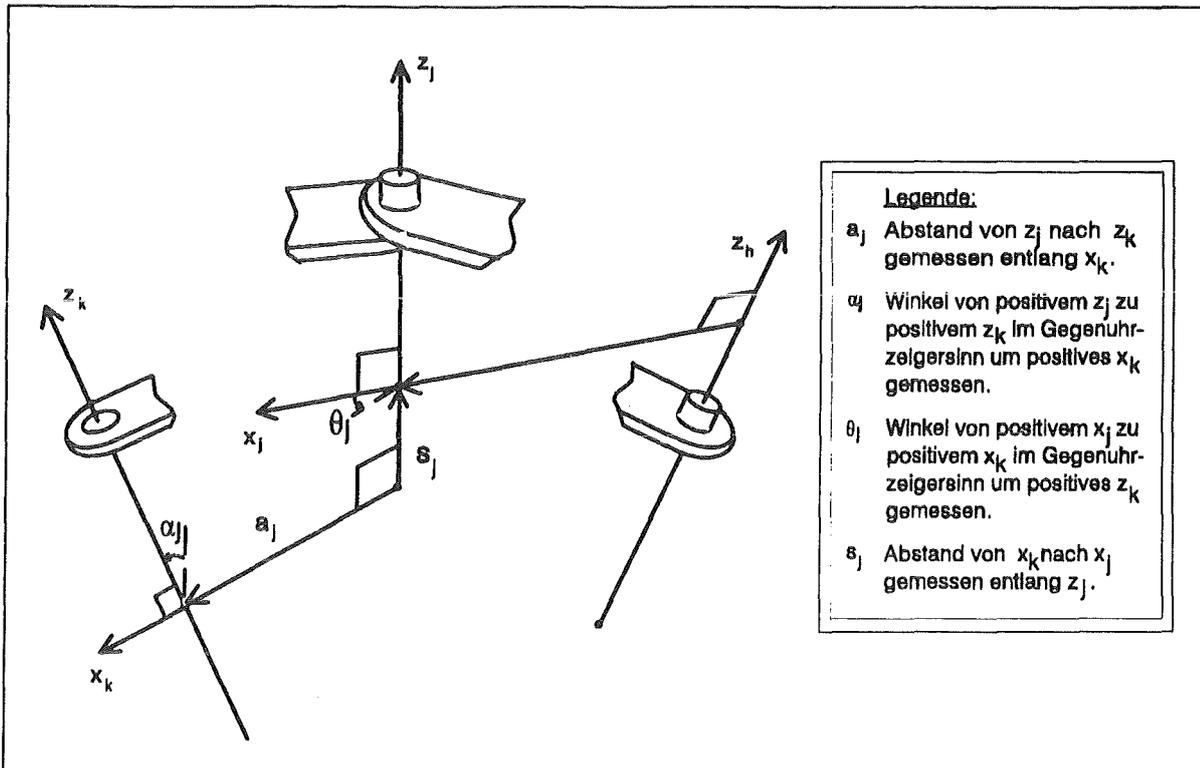


Abbildung 4. Definition der DH-Parameter

Teil eines Gliedes, das ein Elementpaar mit einem anderen Glied bildet, ein lokales Koordinatensystem festgelegt wird. Die "Shape Matrix" definiert die Transformation von einem Elementpaar an einem Ende eines Gliedes zu dem nächsten Koordinatensystem eines anderen Elementpaares.

Diese Transformationsmatrix kann in den sechs SU-Parametern ($a, \alpha, b, \beta, c, \gamma$) zusammengefaßt werden. Abb. 5 zeigt die Definition der SU-Parameter für die Gliedbeschreibung.

Die variablen Gelenkparameter sind in separaten Matrizen zusammengefaßt. Sie lassen sich für niederwertige Gelenke durch eine geringe Anzahl von Variablen beschreiben, wie z. B. durch den Drehwinkel θ für ein Drehgelenk und die Verschiebung s für ein Schubgelenk. Eine Matrixgleichung zur Beschreibung einer offenen kinematischen Kette läßt sich nach Sheth-Uicker schreiben als:

$$\underline{T}_n = \underline{L}_0 \prod_{i=1}^n (\underline{P}_i \underline{L}_i) \quad \{2\}$$

mit \underline{L}_0 als Basistransformation, \underline{P}_i als Gelenktransformation i , \underline{L}_i als Gestalts- (Shape) Matrix i und \underline{T}_n als Zieltransformation am Ende der kinematischen Kette.

Die Notation von Sheth und Uicker wurde von Paul /43/ modifiziert und ebenfalls zur Beschreibung von Robotern eingesetzt. Die Modifikation besteht darin, daß die Shape-Matrizen nicht mehr direkt zwischen Gelenkkoordinatensystemen, sondern von einem Referenzkoordinatensystem auf dem Glied zum Gelenkkoordinatensystem definiert werden.

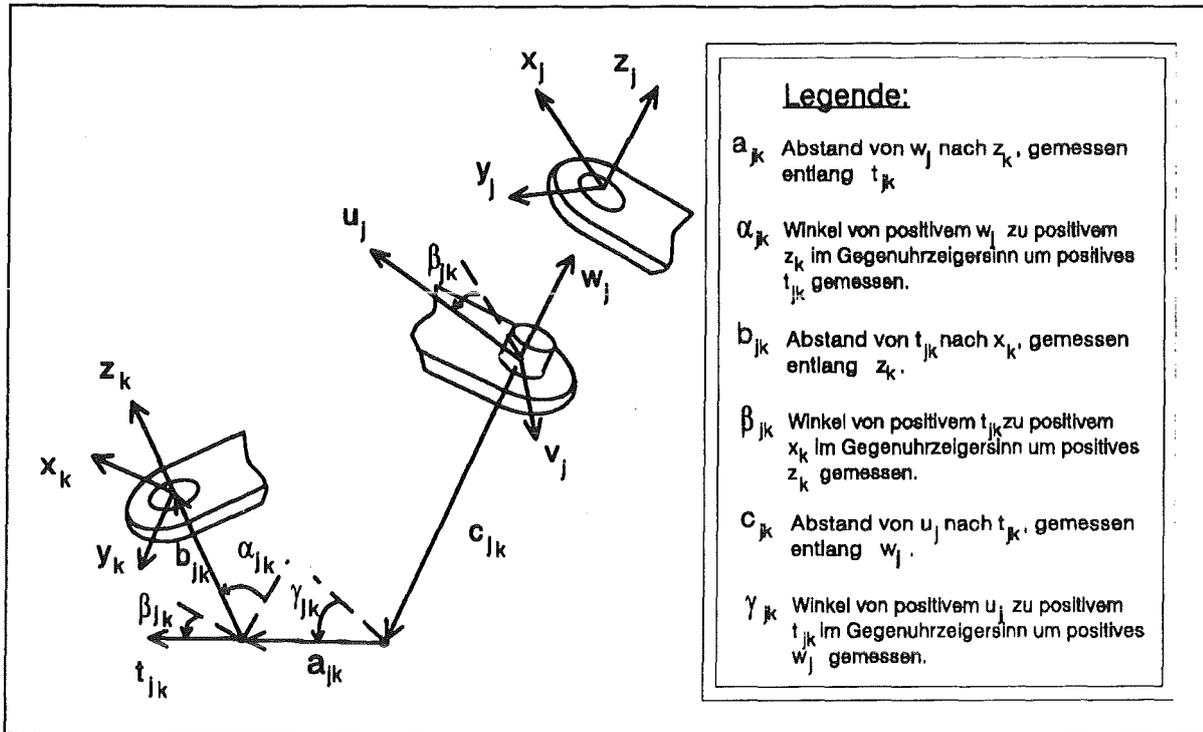


Abbildung 5. Definition der "Shape-Parameter" nach Sheth/Uicker

3.3.3 Matrizenverfahren nach Khalil und Kleinfinger

Khalil und Kleinfinger [24] haben eine Notation entwickelt, die die Vorteile der DH-Notation für offene Ketten beibehält und die Nachteile der SU-Notation, ihre aufwendige Darstellung, vermeidet. Binäre Glieder werden mit den Parametern α , d , r und θ beschrieben. Sie entsprechen den DH-Parametern. Bei Gliedern mit mehr als zwei Gelenken werden zwei weitere Parameter ε , γ hinzugefügt. Zunächst wird mittels der vier DH-Parameter ein Zwischenkoordinatensystem auf dem Glied definiert. Die anderen lokalen Koordinatensysteme der Gelenke werden mittels der sechs Parameter γ , ε , α , d , θ und r festgelegt. In einem Glied mit mehr als zwei Gelenken kommt man von einem Eingangskordinatensystem \underline{F}_i über ein Zwischenkoordinatensystem \underline{F}'_i zu einem Zielkoordinatensystem \underline{F}_j mit der Beziehung:

$$\underline{F}_j = \underline{F}_i \underline{A}_i \underline{A}_j \quad \{3\}$$

Eine geschlossene kinematische Kette wird behandelt, indem jede Masche in einem Gelenk aufgeschnitten wird, um einen Baum zu erhalten. Dieser Baum wird nach dem Verfahren mit der erweiterten Notation wie eine gewöhnliche Baumstruktur beschrieben. Die Koordinatensysteme auf den Endgliedern des Baumes, die durch das Aufschneiden des Gelenkes entstehen, werden durch DH-Parameter beschrieben. Der Übergang von einem Gelenkkoordinatensystem zum anderen wird durch eine Gelenkmatrix in den Parametern ρ , τ beschrieben. τ definiert die Translation und ρ die Rotation des Gelenkes. Diese Gelenkbeschreibung entspricht der Gelenkmatrix von Sheth und Uicker für Dreh- und Schubgelenke. Ein Nachteil der Notation von Khalil und Kleinfinger ist die Fallunterscheidung in Abhängigkeit von der Struktur der kinematischen Kette. Weiterhin beschränkt sie sich, wie die DH-Notation, auf Dreh- und Schubgelenke. Ihr Vorteil besteht in der Effizienz der Beschreibung.

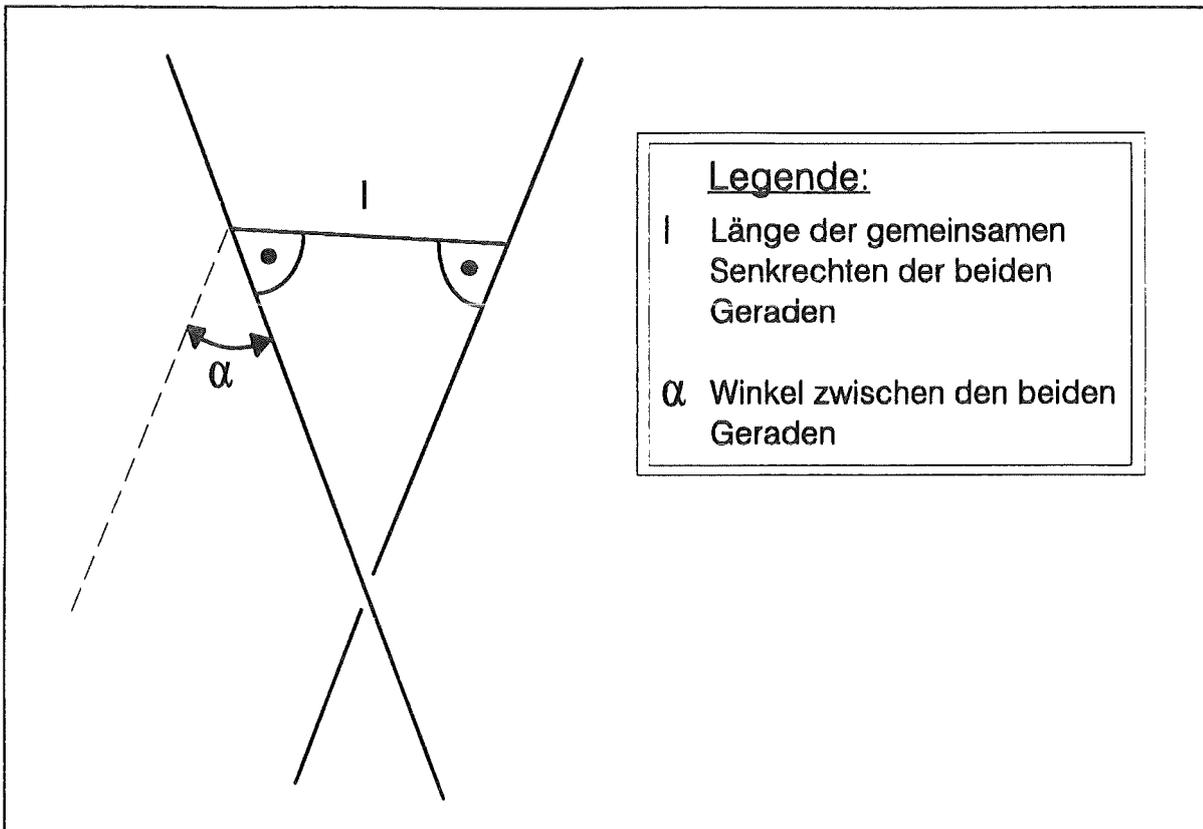


Abbildung 6. Definition eines dualen Winkels

3.3.4 Quaternionenverfahren

Als Alternative zu den Matrizenverfahren wurde die Kinematikbeschreibung durch Quaternionen entwickelt [64], [4], [60]. Sie entstanden auf der Basis des Schraubenkoordinatenformalismus von Dimentberg. Quaternionen bilden einen linearen Vektorraum der Dimension 4 über \mathbb{R} . Damit lassen sich in einer einheitlichen Notation skalare und vektorielle Größen beschreiben. Quaternionen lassen sich in der Form

$$q = s + jx + ky + lz \quad \{4\}$$

darstellen.

Dabei stellen $1, j, k, l$ die Basiselemente dar, während $s, x, y, z \in \mathbb{R}$ sind. Eine Quaternion setzt sich aus dem Skalarteil s und dem Vektorteil $V = jx + ky + lz$, ($q = s + V$) zusammen. Eine Erweiterung dieses Verfahrens sind Biquaternionen, deren einzelne Komponenten duale Zahlen der Form $x + \varepsilon y$ sind. x wird als Primärteil bezeichnet und εy als Dualteil, mit $\varepsilon = \sqrt{0}$ als der Einheit des dualen Teiles. Mit Hilfe dieser dualen Zahlen lassen sich duale Winkel beschreiben (Abb. 6):

$$\hat{\alpha} = \alpha + \varepsilon l \quad \{5\}$$

Ferner lassen sich damit linienflüchtige Vektoren darstellen (Abb. 7):

$$\hat{\vec{b}} = \vec{b} + \varepsilon \vec{r} \times \vec{b} \quad \{6\}$$

Damit läßt sich eine Biquaternion zur Beschreibung eines Schraubenoperators zwischen zwei linienflüchtigen Vektoren auf zwei windschiefen Geraden definieren (Abb. 8):

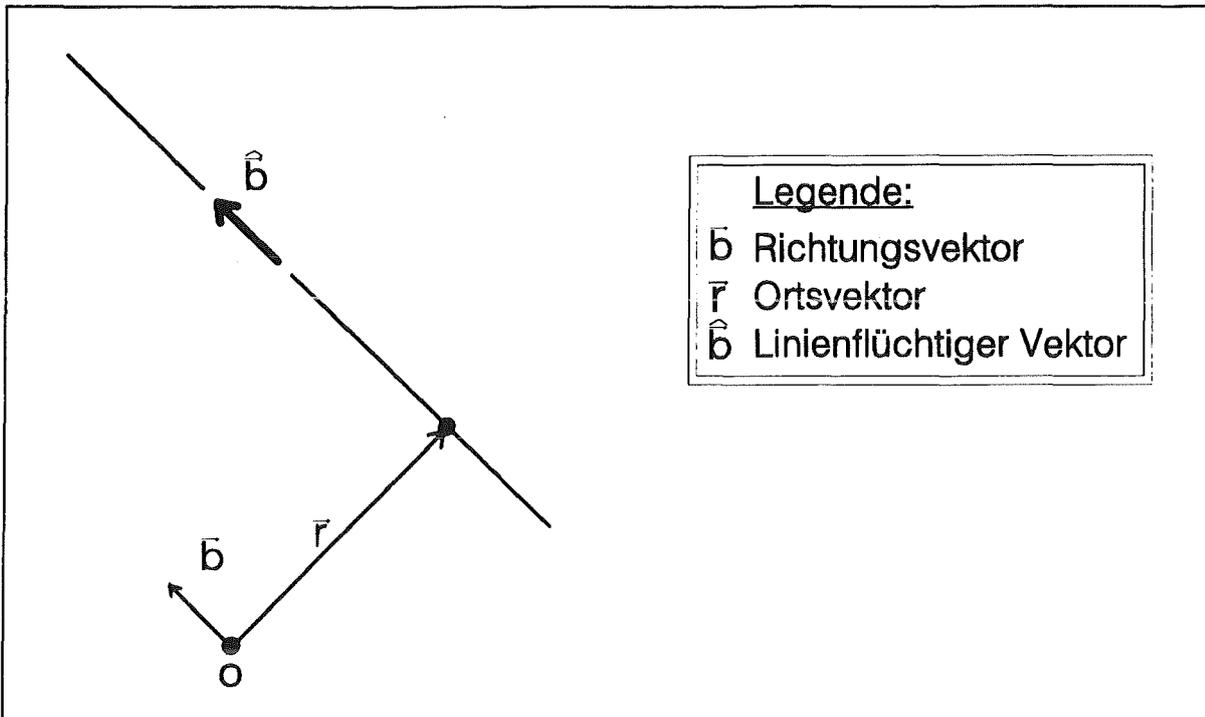


Abbildung 7. Definition eines linienflüchtigen Vektors

$$\hat{b}_j = \hat{q}_{ij} \hat{b}_i \quad \{7\}$$

Darin ist die Biquaternion \hat{q}_{ij} definiert als:

$$\hat{q}_{ij} = \cos \hat{\alpha} + \hat{a} \sin \hat{\alpha} \quad \{8\}$$

Diese Biquaternionen werden verwendet um elementare Transformationen wie Translation oder Rotation zu beschreiben. Eine Roboterkinematik läßt sich nun als Produkt von Biquaternionen beschreiben in der Form

$$\hat{q}^{0,n} = \hat{q}_{geo} \prod_{i=0}^n (\hat{q}_{kin} \hat{q}_{geo})_i \quad \{9\}$$

Auch bei diesem Beschreibungsverfahren werden Glied- und Gelenkbeschreibung getrennt. In diesem Ausdruck beschreiben:

- $\hat{q}_{geo} = \hat{q}_x \hat{q}_y \hat{q}_z \hat{q}_\alpha \hat{q}_\beta \hat{q}_\gamma$. Diese sechs Größen beschreiben die Gliedgeometrie. $\hat{q}_x, \hat{q}_y, \hat{q}_z$ sind Translationen in Richtung der lokalen Koordinatenachsen, $\hat{q}_\alpha, \hat{q}_\beta, \hat{q}_\gamma$ die Rotationen um die lokalen Koordinatenachsen.
- \hat{q}_{kin} = Transformation entsprechend dem kinematischen Freiheitsgrad des jeweiligen Gelenkes (Drehung oder Verschiebung).

Mit Hilfe der Biquaternionendarstellung lassen sich ebenfalls Gleichungssysteme zur Vorwärts- und Rückwärtstransformation aufstellen und iterativ lösen. Nach [4] liefert diese Darstellung schnellere und numerisch stabilere Lösungen als die Matrizenverfahren. Ein Nachteil bleibt jedoch die Beschränkung auf Dreh- und Schubgelenke.

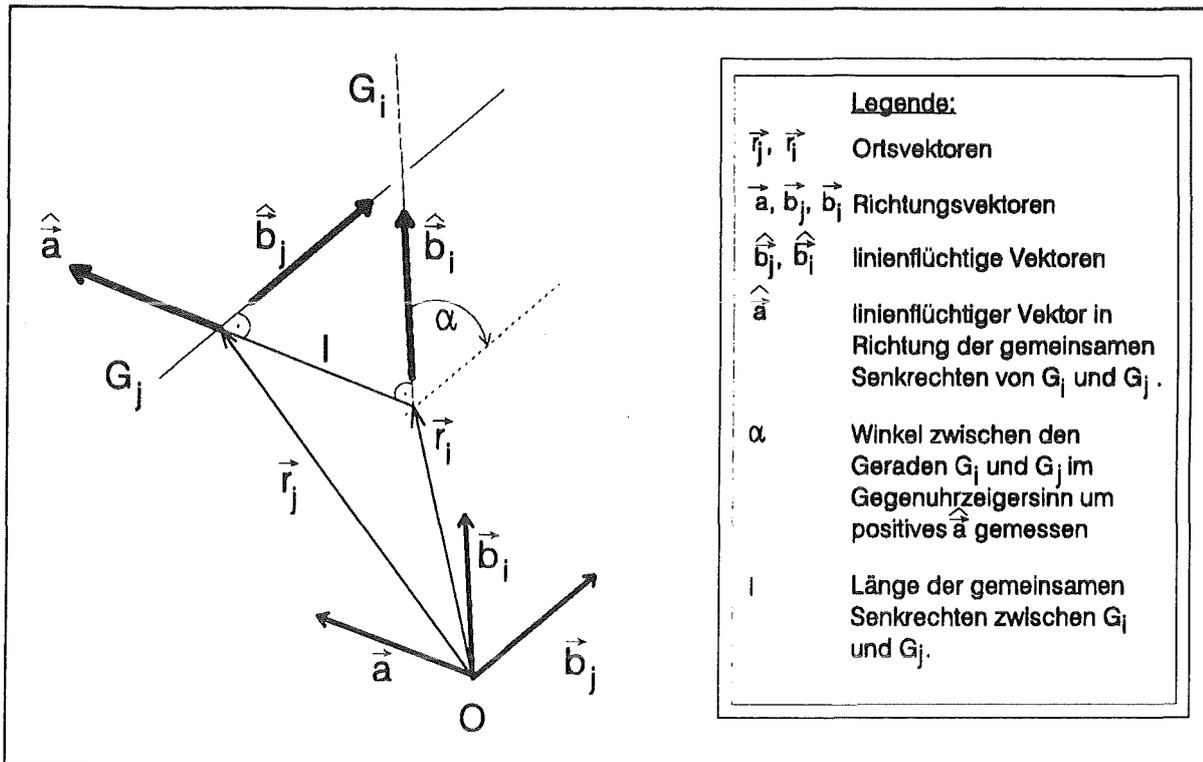


Abbildung 8. Definition eines Schraubenoperators zwischen zwei windschiefen Geraden

3.3.5 Gegenüberstellung der Verfahren zur Beschreibung offener kinematischer Ketten

Zur Gegenüberstellung der aufgeführten Verfahren (siehe Tabelle 1) zur Beschreibung offener kinematischer Ketten sollen folgende Kriterien verwendet werden:

Behandlung von Verzweigungen

Während die Mehrzahl der heute auf dem Markt befindlichen Industrieroboter einfache unverzweigte offene kinematische Ketten sind, befinden sich mittlerweile auch Roboter mit verzweigter Kinematik, also mit zwei oder mehr Armen, in der Entwicklung /10/.

Geometrische Relevanz der Gliedbeschreibung

Um eine große Konsistenz von Kinematikbeschreibung und eventuell vorhandener Geometriebeschreibung zu erzielen, müssen die Parameter der Gliedbeschreibung eine möglichst direkte Ableitung von Größen für die Geometriemodellerzeugung erlauben.

Behandlung höherer Elementepaare

Da das Hauptanwendungsgebiet der Kinematikbeschreibung und Analyse offener kinematischer Ketten die Handhabungstechnik ist, sind bisher niedere Elementepaare wie Dreh- und Schubgelenke voll ausreichend. In der Getriebelehre sind jedoch auch höhere Elementepaarungen wie z.B. Kurvengelenke oder Zugmittel von Bedeutung. Es ist zu erwarten, daß diese auch in Handhabungsgeräten zum Einsatz kommen.

Berechnungsaufwand

Zur effizienten Durchführung von kinematischen Simulationen, möglicherweise sogar in Echtzeit, ist der Berechnungsaufwand des Verfahren von Bedeutung. Dieser Berechnungsaufwand hängt zu einem erheblichen Anteil von der Wahl des Beschreibungsverfahrens ab /50/.

Tabelle 1. Gegenüberstellung der Beschreibungsverfahren für offene kinematische Ketten.				
Beschreibungsverfahren	Behandlung von Verzweigungen	Geometrische Relevanz der Gliedbeschreibung	Behandlung höherer Elementepaare	Berechnungsaufwand
Denavit-Hartenberg	Schwierig. Möglich durch Einführung von "Gliedmatrizen"	Nicht explizit vorhanden, da Glied und Elementbeschreibung in einer Matrix gemischt sind	Nicht möglich	Gering
Sheth-Uicker	Gut	Groß. Parameter beschreiben charakteristische Längen	Gut	Hoch
Khalil-Kleinfinger	Gut	Teilweise vorhanden, bei n-wertigen Gliedern	Nicht möglich	Gering
Quaternionen	Gut	Gering. Durch Quaternionendarstellung nicht direkt auf geometrische Größen übertragbar	Nicht möglich	Gering

Aus dieser Gegenüberstellung geht hervor, daß nach diesen Kriterien das Sheth-Uicker-Verfahren zur allgemeinen Beschreibung offener kinematischer Ketten am besten geeignet ist. Die Trennung von Glied- und Gelenkbeschreibung erlaubt die Behandlung von Verzweigungen und höheren Elementepaaren (wie. z.B. Kurvengelenken). Da die Kinematikbeschreibung zur Unterstützung der Konzept- und Entwurfsphase dienen soll, kann der erhöhte Berechnungsaufwand in Kauf genommen werden, da in diesen Phasen im allgemeinen keine Echtzeitfähigkeiten verlangt sind.

3.4 Verfahren zur Beschreibung und Analyse von Koppelgetrieben

Die Verfahren zur Beschreibung und Analyse von Koppelgetrieben lassen sich nach /28/ grob in drei Gruppen einteilen:

- Typspezifische Analyseverfahren
- Modulare Analyseverfahren
- Iterative Analyseverfahren

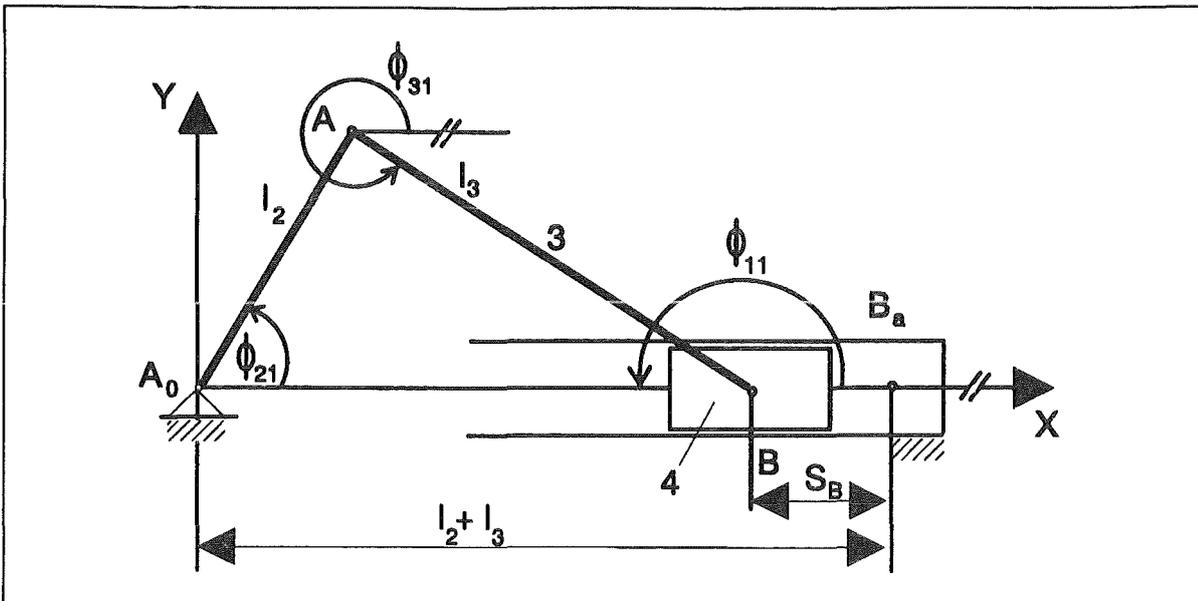


Abbildung 9. Typspezifische Analyse für eine zentrische Schubkurbel.

3.4.1 Typspezifische Analyseverfahren

Für einige einfache Getriebebauformen lassen sich für bestimmte Analyseaufgaben geschlossene analytische Lösungen angeben. Im allgemeinen handelt es sich dabei um ebene Probleme mit einer Masche. In getriebetechnischen Lehrbüchern werden für einzelne Klassen von Koppelgetrieben analytische Lösungen hergeleitet. Abb. 9 zeigt ein Beispiel für einen dieser Sonderfälle, eine zentrische Schubkurbel. Nach /56/ läßt sich für dieses Beispiel der Zusammenhang zwischen dem Kurbelwinkel ϕ_{21} und der Verschiebung s_B näherungsweise berechnen zu:

$$s_B \approx l_2 \left(1 - \cos \phi_{21} + \frac{k}{2} \sin^2 \phi_{21} \right) \quad \{10\}$$

Darin ist $k = l_2/l_3$ und die Koppellänge l_3 groß gegen l_2 angenommen.

Das Programmsystem GTR /46/ ist ein Beispiel für die Implementierung solcher typspezifischer Lösungen. Es erlaubt die kinematische Analyse von Koppelgetrieben mit vier Drehgelenken.

Chace /8/ verallgemeinert die typspezifische Analyse, indem er Dreh- und Schubgelenke für ebene und räumliche Gelenkvierecke zuläßt. Zur expliziten Lösung dienen Vektoren in Kugelkoordinaten. Im ebenen Fall ist die Aufstellung dieser Vektorgleichungen ohne Probleme möglich. Im räumlichen Fall jedoch erfordert ihre Aufstellung eine bildliche Vorstellung der räumlichen Bewegung und dabei ist das Anschauungsvermögen oft überfordert.

Da die typspezifischen Analyseverfahren auf geschlossenen Lösungen der kinematischen Gleichungen aufbauen, ist ihr Rechenaufwand sehr gering im Vergleich zu iterativen Verfahren. Allerdings ist ihre Gültigkeit sehr eingeschränkt. Sie gelten nur für das jeweilige angetriebene Gelenk. Soll bei sonst unveränderter Struktur ein anderes Gelenk angetrieben werden, so muß dafür eine neue Gleichung hergeleitet werden. Zur Analyse aller möglichen Antriebsvarianten eines viergliedrigen Koppelgetriebes sind somit vier verschiedene Gleichungen notwendig. Die vier Antriebsvarianten müssen also wie vier verschiedene Koppelgetriebe behandelt werden, obwohl die Struktur identisch ist. Typspezifische Analyseverfahren werden daher bevorzugt in zeitkritischen Anwendungen, wie z.B. in der Robotersimulation in Systemen wie KISMET /27/ und IGRIP /41/, eingesetzt. In diesen Fällen wird eine Vielzahl von Speziallösungen mit geringem Rechenaufwand einer einheitlichen allgemeinen Beschreibung mit hohem Rechenaufwand vorgezogen.

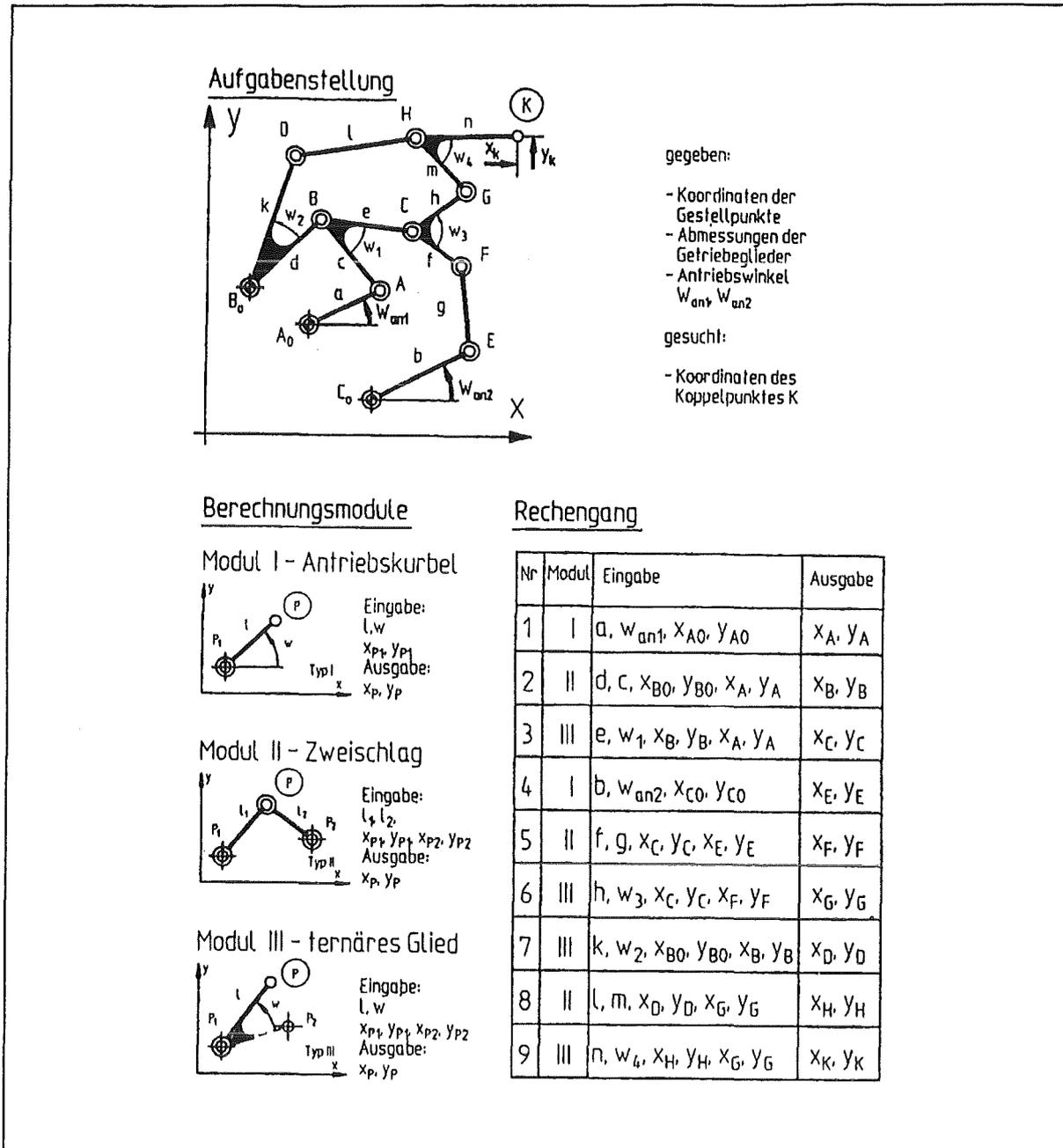


Abbildung 10. Grundprinzip der modularen Getriebeanalyse

3.4.2 Modulare Analyseverfahren

Der Hauptnachteil der typspezifischen Analyse einfacher kinematischer Strukturen ist ihr geringer Anwendungsbereich; sie sind praktisch begrenzt auf einfache ebene Getriebe. Bei der modularen Analyse darf ein ebenes Getriebe mehrere Maschen aufweisen sowie verschiedene Gelenktypen enthalten. Anstatt ein Koppelgetriebe als ganzes zu betrachten, kann es in Gliedergruppen, wie Antriebskurbel, Zweischlag, und ternäres Glied, zerlegt werden. Für jede Gliedergruppe können nun Eingangsgrößen, wie z.B. in einem Zweischlag die Lage von zwei Drehgelenken, festgelegt werden und daraus die Ausgangsgrößen, in diesem Beispiel die Lage des dritten Drehgelenkes, berechnet werden. Dieser Ansatz wird in der modularen Analyse dazu benutzt, ein zu untersuchendes Getriebe in Grundbaugruppen wie Antriebe, Zweischläge und Rädergruppen zu zerlegen (Abb. 10 /28/). Für jede Grundbaugruppe existieren festgelegte Ein- und Ausgabegrößen deren Beziehung in einer Anzahl geschlossener Formeln beschrieben ist. Diese Unterbaugruppen stehen dem Anwender in Form einer Unterprogramm-bibliothek, wie z.B. in DISKO /44/, /45/, oder in Form einer

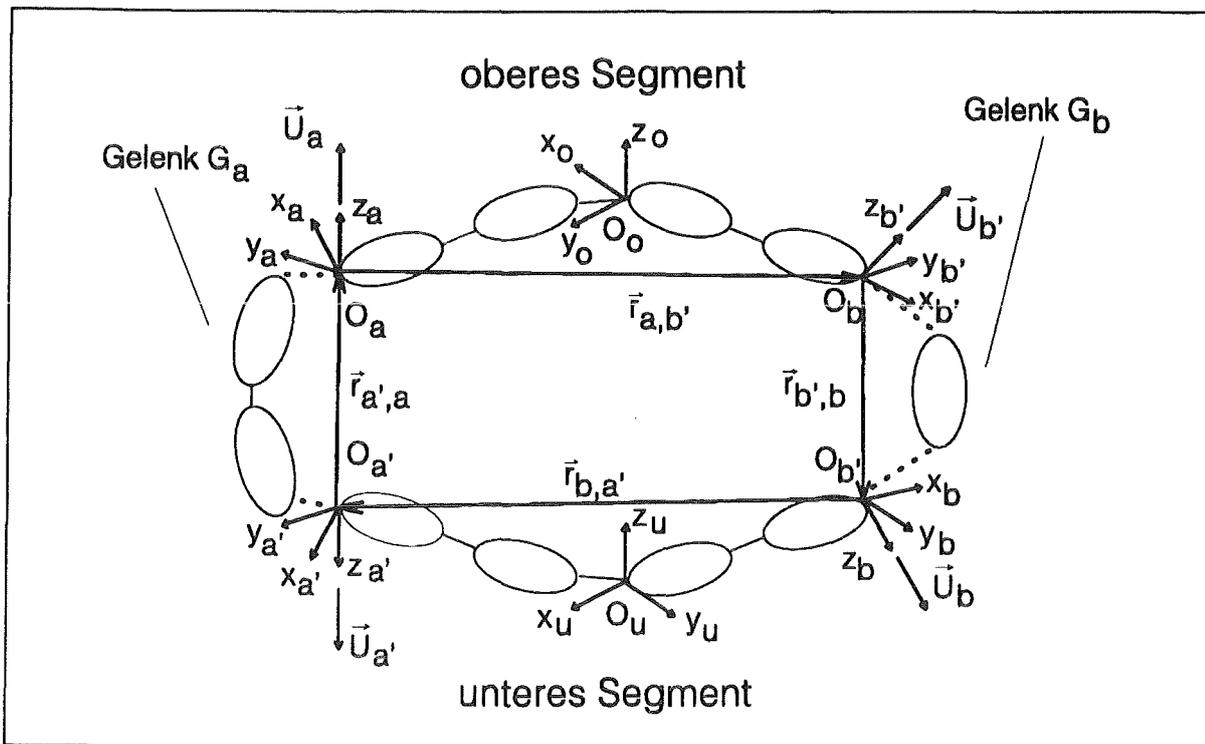


Abbildung 11. Auftrennen einer Masche am charakteristischen Gelenkepaar

Sprache wie in KAMOS /28/, zur Verfügung. Er muß nun sein Getriebe in diese Unterbaugruppen zerlegen und in Form von Unterprogrammaufrufen bzw. als Kommandodatei aufbereiten. Die Ablaufstruktur dieser Beschreibung muß in beiden Fällen so gestaltet werden, daß Ergebnisse eines Rechenschrittes, d.h. die Ausgabegrößen einer Unterbaugruppe als Eingabegrößen für die folgende dienen können.

Woernle stellt in /62/ ein Verfahren zur Aufstellung der kinematischen Gleichungen allgemeiner einfach geschlossener kinematischer Ketten vor. Da er bei der Aufstellung der Gleichungen und bei ihrer Lösung spezielle Anordnungen von Gelenken zur Vereinfachung der Beziehungen ausnützt, wird das Verfahren hier unter den modularen Analyseverfahren aufgeführt.

Wie Sheth und Uicker trennt Woernle die konstante Gliedbeschreibung von der variablen Gelenkbeschreibung. An jedem Gelenk werden auf den Gliedern Eingangs- und Ausgangskoordinatensysteme definiert. Die Beziehungen zwischen diesen Koordinatensystemen werden mittels Ortsvektoren für Verschiebungen und Rotationsmatrizen für Drehungen beschrieben. Gelenke mit Freiheitsgrad größer eins werden durch Elementargelenke (Drehgelenk oder Schubgelenk), die mit virtuellen Gliedern verbunden sind, abgebildet.

Zur Aufstellung der kinematischen Gleichungen wird die Kette an zwei Gelenken, dem charakteristischen Gelenkepaar, aufgetrennt. Diese Vorgehensweise soll anhand von Abb. 11 /62/ beschrieben werden. Die Glieder der Masche sind in dieser Abbildung durch elliptische Symbole, die Gelenke durch Verbindungslinien zwischen den Gliedern, dargestellt. Das Gelenk G_a ist ein Gelenk mit Freiheitsgrad drei. Die drei Elementargelenke sind über zwei virtuelle Glieder verbunden. Das Gelenk G_b ist ein Gelenk mit Freiheitsgrad zwei. Es besteht aus zwei Elementargelenken, die über ein virtuelles Glied verbunden sind. Das charakteristische Gelenkepaar muß aus den abhängigen Gelenken der Kette ausgewählt werden. Es besteht in Abb. 11 aus den Gelenken G_a und G_b . G_a besitzt den Freiheitsgrad drei, G_b den Freiheitsgrad zwei. Damit zerfällt die Kette in ein unteres und in ein oberes Segment. Die Schnittufer sind die lokalen Koordinatensysteme der beiden charakteristischen Gelenke. Auf jedem der beiden Segmente wird ein Bezugskörper mit einem Bezugskoordinatensystem gewählt, O_o, x_o, y_o, z_o auf dem oberen Segment und O_u, x_u, y_u, z_u auf dem unteren Segment.

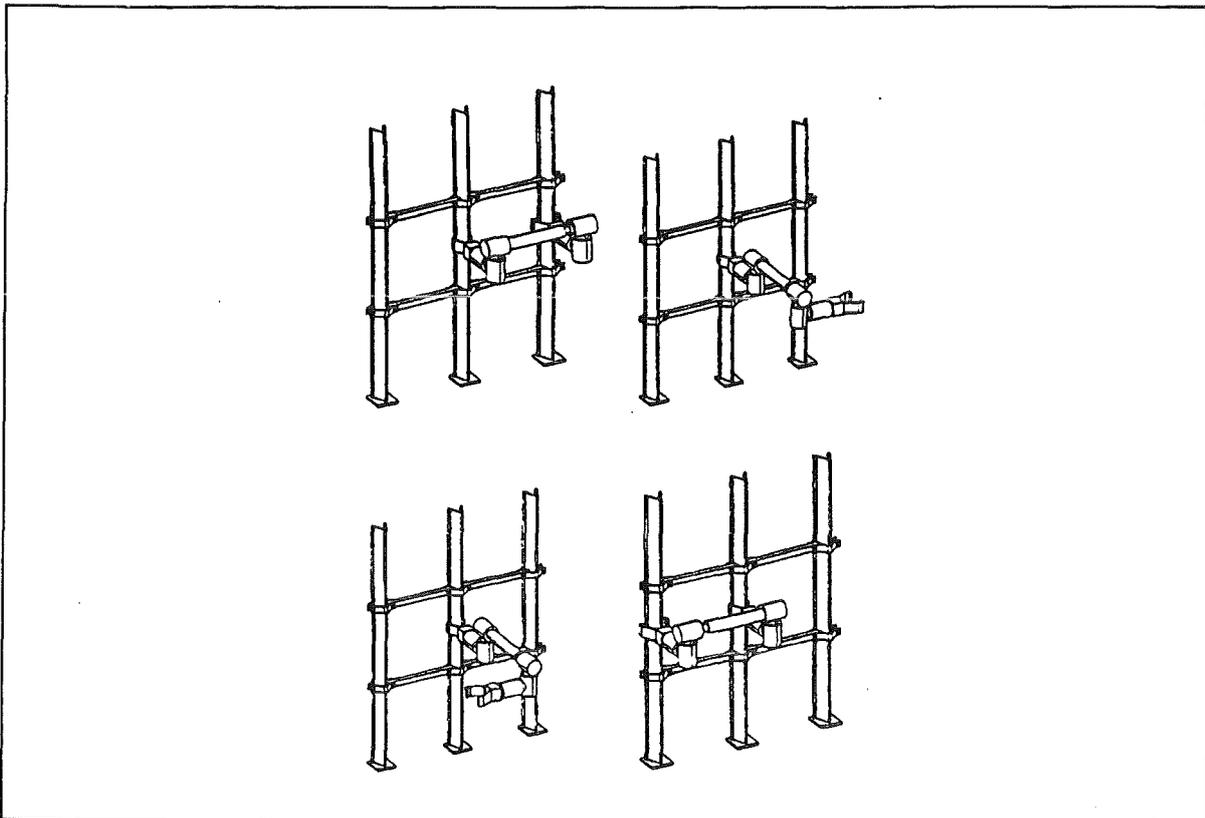


Abbildung 12. Hochflexibles Handhabungsgerät für den Streckenausbau im Steinkohlebergbau

Zwischen diesem Bezugskordinatensystem und den Koordinatensystemen der geschnittenen Gelenke werden auf jedem Segment die kinematischen Gleichungen aufgestellt. Um die Gelenkparameter des charakteristischen Gelenkpaares aus den Gleichungen zu eliminieren, werden direkt Beziehungen zwischen den lokalen Koordinatensystemen der Gelenke des charakteristischen Gelenkpaares formuliert. Diese werden z.B. für das obere Segment durch den Ortsvektor $\vec{r}_{a,b'}$ und die Richtungsvektoren \vec{u}_a und $\vec{u}_{b'}$ ausgedrückt. Diese Darstellung wird durch Vorwärtsrechnung ausgehend vom jeweiligen Segmentbezugskordinatensystem ermittelt. Dazu sind lediglich die Gelenkparameter innerhalb der Segmente und nicht die des charakteristischen Gelenkpaares erforderlich. Damit hat man nun Schließbedingungen in Form von impliziten Gleichungen für beide Segmente, die von den Gelenkparametern des charakteristischen Gelenkpaares unabhängig sind. Im allgemeinen Fall sind diese Gleichungen numerisch zu lösen. Wenn jedoch das charakteristische Gelenkpaar so gewählt wird, daß möglichst viele abhängige Freiheitsgrade in ihm liegen, so vereinfachen sich die kinematischen Gleichungen für die Segmente entsprechend. Woernle zeigt Lösungen für diese Fälle in Abhängigkeit von der Wahl des charakteristischen Gelenkpaares auf.

Nach Lösung dieser Gleichungen sind die Gelenkparameter der abhängigen Gelenke auf dem oberen und unteren Segment bekannt. Daraus lassen sich die lokalen Koordinatensysteme auf beiden Seiten eines charakteristischen Gelenkes berechnen. Nun müssen die beiden Segmente so zusammengebaut werden, daß die lokalen Koordinatensysteme der Gelenke G_a und G_b im oberen und unteren Segment entsprechend dem Typ der Gelenke übereinstimmen. Die Lage dieser beiden Koordinatensysteme wird z.B. für das Gelenk G_a durch den Ortsvektor $\vec{r}_{s',a}$ und die Rotationsmatrix sT_a ausgedrückt. Woernle gibt auch für diese Bedingungen Berechnungsmethoden an, wie sich in Abhängigkeit vom Gelenktyp die Gelenkparameter explizit aus den Beziehungen zwischen diesen Koordinatensystemen herauslösen lassen.

Durch geeignete Wahl des charakteristischen Gelenkpaares lassen sich in vielen Fällen vollständig explizit auflösbare kinematische Gleichungen aufstellen, es entstehen also sehr effi-

zierte Rechenvorschriften. Um diesen Vorteil auszunützen, ist allerdings eine Analyse der kinematischen Kette zur Auswahl des optimalen charakteristischen Gelenkpaares und der entsprechenden Lösungsansätze erforderlich. Durch Anwendung des Prinzips des "kinematische Transformators" /20/ lassen sich auch mehrfach geschlossene kinematische Ketten analysieren.

Da die modularen Verfahren auf der Ausnutzung der Eigenschaften spezieller Untergruppen der kinematischen Struktur beruhen, sind sie nur bei gleichbleibenden Analysebedingungen anwendbar. Bei Wechsel des angetriebenen Gelenkes und sonst unveränderter Struktur der Kette muß der komplette Prozess der Aufstellung die Gleichungen neu durchlaufen werden.

3.4.3 Iterative Analyseverfahren auf Matrizenbasis

Die beiden bisher beschriebenen Klassen von Analyseverfahren liefern exakte Lösungen für eine relativ eng abgegrenzte Klasse von Getrieben. Die modularen Analyseverfahren erweitern zwar das Anwendungsspektrum beträchtlich, den breitesten Anwendungsbereich unterstützen jedoch die iterativen Verfahren. Abweichend von der Vorgehensweise bei der typspezifischen und modularen Analyse, charakteristische Längen oder Winkel bzw. Vektoren zu verwenden, dienen nun Matrizen zur Beschreibung der Gelenk- und Gliedcharakteristika. Dabei wird nicht mehr zwischen ebenen und räumlichen Getrieben unterschieden. Die iterativen Analyseverfahren basieren auf der Aufstellung von Matrizen Gleichungen zur Beschreibung der kinematischen Ketten, wie sie bereits in Kapitel 3.3, „Verfahren zur Beschreibung und Analyse offener kinematischer Ketten“ beschrieben wurden. Das Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg /53/ erlaubt die Behandlung von allgemeinen ebenen oder räumlichen Getrieben durch iterative Lösung der Matrizen Gleichungen. Die Implementierung dieses Verfahrens in IMP /48/ verwendet eine Sprache zur Beschreibung der Struktur und der geometrischen Größen des Getriebes. Mit Hilfe graphentheoretischer Methoden werden daraus die Maschen des Mechanismus identifiziert und die Maschengleichungen aufgestellt. Die Maschengleichungen haben die Form:

$$\prod_{i=1}^n (P_i L_i) = I \quad \{11\}$$

Darin bedeuten L_i die Gestalts- (Shape) Matrix des Gliedes i , P_i die Gelenkmatrix i und I die Einheitsmatrix.

Aus diesen Matrizen Gleichungen lassen sich iterativ für vorgegebene Parameterwerte der angetriebenen Gelenke die Parameterwerte der anderen Gelenke berechnen. Da bei der Aufstellung der Gleichungen keinerlei Annahmen über den Aufbau der kinematischen Struktur (ebenen oder räumlich, Lage des charakteristischen Gelenkpaares etc.) gemacht wurden, sind diese Verfahren sehr flexibel. Bei Wechsel des angetriebenen Gelenkes einer geschlossenen Kette lassen sich die kinematischen Gleichungen automatisch wieder aufstellen.

Der Preis für die Freiheit bei der Beschreibung und Analyse der Struktur ist ein erhöhter Rechenaufwand gegenüber den zuvor aufgeführten analytischen Verfahren.

3.4.4 Gegenüberstellung der Verfahren zur kinematischen Analyse von Koppelgetrieben

Zur Gegenüberstellung dieser Verfahren (Tabelle 2) werden folgende Kriterien aufgestellt:

- Behandlung ebener Getriebe
- Behandlung räumlicher Getriebe
- Aufstellung der Maschengleichungen
- Berechnungsaufwand

Das Ergebnis dieser Gegenüberstellung ist, daß zur Analyse allgemeiner ebener und räumlicher Getriebe das iterative Analyseverfahren auf Matrizenbasis am besten geeignet ist. Es bietet die größte Flexibilität hinsichtlich der Art der zu analysierenden Getriebe und ermöglicht die automatisierte Erstellung von Maschengleichungen durch Trennung der Struktur des Mechanismus von seinen geometrischen Größen.

Tabelle 2. Gegenüberstellung der kinematischen Analyseverfahren				
Analyseverfahren	Behandlung ebener Getriebe	Behandlung räumlicher Getriebe	Aufstellung der Maschengleichungen	Berechnungsaufwand
Typspezifische Analyse	Gut: Für die meisten Getriebe mit einer Masche Keine Lösungen für mehrere Maschen	Lösungen für einige wenige Sonderfälle räumlicher Getriebe mit einer Masche. Keine Lösungen für Getriebe mit mehreren Maschen	Manuell bei Erstellung des Berechnungsprogrammes	Gering
Modulare Analyse	Gut	Gut	Manuell bei Beschreibung durch Unterprogrammaufrufe oder Kommando-datei	Gering
Iterative Analyse	Sehr gut	Sehr gut	Automatisch möglich bei Trennung von Topologie und Geometrie.	Hoch, da Iterationsverfahren

3.5 *Schlußfolgerung*

Bei der Gegenüberstellung der Beschreibungsverfahren für offene kinematische Ketten erwies sich das Matrizenverfahren nach Sheth und Uicker als das geeignetste. Hinsichtlich der Beschreibungs- und Analyseverfahren für geschlossene kinematische Ketten erweisen sich die iterativen Verfahren auf Matrizenbasis am besten geeignet. In beiden Fällen wird dabei in Kauf genommen, daß der Aspekt des Berechnungsaufwandes zugunsten der Allgemeinheit der Beschreibung geringer bewertet wurde. Dies ist legitim, da zeitkritische Anwendungen, wie Echtzeitsimulation von Robotern, nicht Gegenstand dieser Arbeit sind.

In den vorstehend aufgeführten Untersuchungen wurden Verfahren zur Beschreibung und Analyse offener und geschlossener kinematischer Ketten getrennt behandelt. Um jedoch eine möglichst große Allgemeinheit der beschreib- und berechenbaren kinematischen Strukturen zu erreichen, müssen auch Mischtypen unterstützt werden.

Hierzu ist jedoch eine Möglichkeit der Beschreibung der kinematischen Struktur auf logischer Ebene frei von ihren geometrischen Eigenschaften erforderlich. Auf der untersten Ebene dieser strukturellen Beschreibung liegt die Zusammenhangsinformation zwischen Gelenken und Gliedern. Die Beschreibung vereinfacht sich wenn man auf geometrischer Ebene ebenfalls die Gelenk- von der Gliedbeschreibung explizit trennt. Diese Beschreibungsmethodik unterstützt die Notation von Sheth/Uicker. Sie ist für offene und geschlossene Ketten gleichermaßen anwendbar. Auf diese Weise lassen sich bereits auf struktureller Ebene ohne Kenntnis geometrischer Zusammenhänge automatisch Methoden zur kinematischen Analyse ableiten. Dieser Aspekt ist von besonderer Bedeutung bei folgenden Arten von kinematischen Strukturen:

- Gemischte Strukturen, die sich sowohl aus offenen als auch aus geschlossenen kinematischen Ketten zusammensetzen
- Strukturen, deren kinematische Eigenschaften sich in Abhängigkeit von der Konfiguration ändern. Beispiele für diese Klasse von Mechanismen sind Schreitwerke oder hochflexible Handhabungssysteme wie z.B. der Manipulator zum Streckenausbau im Steinkohlebergbau in Abb. 12 (/19/).

Im Hinblick auf die Konzeption und Entwicklung eines Systemes zur Beschreibung- und Analyse von kinematischen Strukturen mit den oben genannten Eigenschaften ergeben sich also folgende Teilaufgaben:

1. Entwicklung einer Datenstruktur zur Beschreibung allgemeiner ebener und räumlicher Kinematiken. Sie soll es erlauben die Strukturinformation (Topologie) von der Geometrieinformation (Gliedlängen, Gelenktypen) zu trennen.
2. Entwicklung von Analyseverfahren für räumliche offene und geschlossene kinematische Ketten aufbauend auf dieser Datenstruktur.

4.0 Konzeption einer neuen Datenstruktur zur einheitlichen Darstellung kinematischer Systeme

Die Behandlung allgemeiner kinematischer Strukturen erfordert eine Zerlegung der Struktur in kleinere berechenbare Untereinheiten. Eine Möglichkeit, diese Zerlegung methodisch durchzuführen, ist die Trennung der kinematischen Beschreibung in Strukturinformation und geometrische Information. Eine allgemeine Kinematikbeschreibung läßt sich somit untergliedern in:

Strukturinformation

Die elementarste Strukturinformation besteht aus den Zusammenhangs- und Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den Gliedern der kinematischen Struktur. Darüber lassen sich dann weitere Strukturierungsebenen, wie Maschen, Baum-, Netzwerkstrukturen, identifizieren. Die Datenstrukturelemente zur Beschreibung der Strukturinformation werden in Kapitel 4.2.1, „Topologische Elemente der Datenstruktur“ eingeführt.

Geometrische Information

Die geometrische Information dient der Beschreibung der Gelenk- und Gliedcharakteristika. Einige Aspekte der Gliedcharakteristika werden mit den Datenstrukturelementen in Kapitel 4.2.1, „Topologische Elemente der Datenstruktur“ beschrieben. Datenstrukturen zur Beschreibung der Gelenkcharakteristika und weitere Elemente zur Gliedbeschreibung werden in Kapitel 4.2.2, „Geometrische Elemente der Datenstruktur“ eingeführt.

4.1 Graphentheorie zur Beschreibung der Strukturinformation

Strukturinformation tritt in einer Vielzahl von Anwendungsgebieten wie z.B. Elektrotechnik, Volumenmodellierung oder Kartographie auf. In diesen Anwendungsgebieten hat sich die Graphentheorie zur Beschreibung von Nachbarschaftsbeziehungen und Strukturinformation bewährt. Auch in der Getriebeanalyse und -synthese wurden graphentheoretische Verfahren mit Erfolg eingesetzt. So verwendet Woo [63] graphentheoretische Verfahren zur Klassifikation und Synthese von ebenen Koppelgetrieben. Dobrjanskyi und Freudenstein [11] setzen Graphentheorie zur Feststellung struktureller Gemeinsamkeiten von Mechanismen, zu ihrer automatischen Skizzierung sowie zur Aufzählung aller struktureller Varianten von geschlossenen räumlichen Ketten ein. In [12] gehen Freudenstein und Woo auf Anwendungen der Graphentheorie zur automatischen Ableitung der kinematischen Gleichungen von Getrieben ein. Sie weisen darauf hin, daß Mechanismen mit höherwertigen Gelenken, wie z.B. Zahnradgetriebe, weitere Anforderungen an die Beschreibung des Mechanismus als Graph stellen. Während bei Koppelgetrieben alle Gelenke und damit alle Kanten des Graphen gleichwertig sind, erfordert die Beschreibung von Zahnradgetrieben eine Färbung der Kanten im Graphen, die die höherwertigen Gelenke darstellen. Weiterhin weisen sie auf automatische Verfahren zur Erzeugung bewegter grafischer Darstellungen von Getrieben auf der Basis ihrer graphentheoretischen Beschreibung hin. Schließlich beschreiben Sheth und Uicker [48] einen Algorithmus zur Auffindung der charakteristischen Maschen eines Koppelgetriebes mit Hilfe seines Graphen.

4.1.1 Beschreibung der Strukturinformation mittels Inzidenzmatrizen und Wegematrizen nach Wittenburg

Wittenburg [59] integrierte als erster graphentheoretische Konzepte in die Berechnung der Dynamik von Mehrkörpersystemen. Die Zusammenhangsinformation des Mehrkörpersystems wird mittels Inzidenz- und Wegematrizen beschrieben. Zur Aufstellung der Inzidenzmatrix werden Ecken und Kanten eines gerichteten Graphen mit Integerindices versehen. Zwei Integerfunktionen $i^+(a)$ und $i^-(a)$ beschreiben den Zusammenhang zwischen Kanten- und Eckenindices. Für $a = 1 \dots n$ ist $i^+(a)$ der Index der Ecke, von der die gerichtete Kante K_j wegzeigt. Entsprechend ist $i^-(a)$ der Index der Ecke, zu der die gerichtete Kante K_j hinzeigt. Derselbe Sachverhalt läßt sich mittels der Inzidenzmatrix des Graphen beschreiben. Die Zeilen der Matrix entsprechen den Ecken $E_1, \dots, E_i, \dots, E_n$ die Spalten den gerichteten Kanten $K_1, \dots, K_j, \dots, K_n$

$$\underline{S}_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{falls Kante } K_j \text{ von Ecke } E_i \text{ wegzeigt} \\ -1 & \text{falls Kante } K_j \text{ zu Ecke } E_i \text{ hinzeigt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \{12\}$$

Für eine Baumstruktur mit $n + 1$ Ecken und n Kanten hat die Inzidenzmatrix die Dimension $(n + 1) \times n$.

Da die Spalten der Inzidenzmatrix die Kanten beschreiben, enthält jede Spalte einmal den Wert +1 und den Wert -1. Sie läßt sich unterteilen in zwei Untermatrizen \underline{S}_0 und \underline{S} . \underline{S}_0 ist eine Zeilenmatrix:

$$\underline{S}_0 = [S_{01} \dots S_{0n}] \quad \{13\}$$

\underline{S} ist eine quadratische Matrix:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{n1} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \quad \{14\}$$

Wittenburg leitet aus dem gerichteten Graphen eine weitere Matrix, die Wegematrix \underline{T} , ab. Ihre Elemente können die Werte +1, -1 und 0 annehmen. Hier entsprechen die Zeilen den gerichteten Kanten $K_1, \dots, K_j, \dots, K_n$ und die Spalten den Ecken $E_1, \dots, E_i, \dots, E_n$. Die Elemente T_{ji} der Wegematrix \underline{T} sind definiert als:

$$T_{ji} = \begin{cases} +1 & \text{falls Kante } K_j \text{ zum Weg zwischen der Ecke Basis und} \\ & \text{der Ecke } E_i \text{ gehört und in Richtung der Ecke Basis gerichtet ist} \\ -1 & \text{falls Kante } K_j \text{ zum Weg zwischen der Ecke Basis und} \\ & \text{der Ecke } E_i \text{ gehört und von Ecke Basis weggerichtet ist} \\ 0 & \text{falls Kante } K_j \text{ nicht zum Weg zwischen der Basis} \\ & \text{und der Ecke } E_i \text{ gehört} \end{cases} \quad \{15\}$$

Zwischen der Wegematrix \underline{T} und den Komponenten \underline{S}_0 und \underline{S} der Inzidenzmatrix gelten folgende Beziehungen:

$$\underline{T}^T \underline{S}_0^T = -\underline{1}_n \quad \{16\}$$

$$\underline{TS} = \underline{ST} = \underline{I} \quad \{17\}$$

I ist die $n \times n$ Einheitsmatrix und $\underline{1}$ ist eine Spaltenmatrix mit n Elementen mit Wert eins.

Für einen Graphen mit Netzwerkstruktur läßt sich ebenfalls eine Inzidenzmatrix definieren. Sie ist nicht länger quadratisch und läßt sich daher in vier Teilmatrizen \underline{S}_0 , \underline{S} , \underline{S}_0^* und \underline{S}^* untergliedern. Die Zeilenmatrix \underline{S} und die quadratische Matrix \underline{S}_0 sind die Anteile des aufspannenden Baumes. Die Zeilenmatrix \underline{S}_0^* sowie die Matrix \underline{S}^* beschreiben den Co-Baum.

Die Wegematrix \underline{T} läßt sich nur für den aufspannenden Baum des Netzwerkes bilden, da in einem Netzwerk kein eindeutiger Weg zwischen einer beliebigen Ecke E_i und der Basis definiert ist. Für den aufspannenden Baum gelten die Beziehungen {16} und {17}.

Die Teilmatrizen der Inzidenzmatrix für das Beispiel in Abb. 33 lauten:

$$\underline{S}_0 = [\quad 0 \quad 0 \quad +1 \quad 0 \quad 0] \quad \{18\}$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \{19\}$$

$$\underline{S}_0^* = [\quad +1 \quad +1] \quad \{20\}$$

$$\underline{S}^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \{21\}$$

Die Wegematrix des zugehörigen aufspannenden Baumes lautet:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \{22\}$$

Mit Hilfe der Matrizen \underline{T} und \underline{S} läßt sich die Reihenfolge der gerichteten Kanten eines Weges zwischen der Basis und einer Ecke E_j bestimmen.

Wittenburg /59/ führt eine reguläre Numerierung der Kanten und Ecken des Graphen ein. Dabei werden die Ecken und Kanten des Graphen von den Blättern zur Wurzel absteigend numeriert. Die daraus resultierenden \underline{S} - und \underline{T} -Matrizen sind lediglich oberhalb der Hauptdiagonalen ungleich Null. Aufgrund der regulären Numerierung der Ecken und Kanten steigen die Indices der Kanten monoton entlang eines Weges. Daher kann die Reihenfolge der Kanten direkt aus der entsprechenden Spalte der Matrix \underline{T} abgeleitet werden.

Die Inzidenzmatrix und die Wegematrix sind geeignet für die Beschreibung der statischen Zusammenhangsinformation einer kinematischen Struktur. Falls sich jedoch der topologische Aufbau oder die Orientierung der Struktur ändern sollte, ist eine explizite Abbildung der Graphenstruktur von Vorteil. Aus diesem Grunde werden Datenstrukturelemente eingeführt, die die graphentheoretischen Konzepte explizit beschreiben.

4.2 Herleitung der neuen Datenstruktur zur einheitlichen Darstellung kinematischer Systeme

Zur implementierungsunabhängigen Beschreibung der Datenstruktur dient in dieser Arbeit die Informationsmodellierungssprache EXPRESS /38/, die zur Beschreibung des Schnittstellenstandards STEP im ISO Komitee ISO TC184 SC4 WG1 entwickelt wurde. EXPRESS erlaubt es Entity- oder Datentypen durch Deklaration ihrer Attribute ähnlich wie in PASCAL zu definieren. Darüber hinaus können mit EXPRESS Bedingungen zwischen den einzelnen Attributen eines Entitytyps bzw. zwischen verschiedenen Entitytypen spezifiziert werden.

Bei der folgenden Beschreibung der Datenstruktur liegt das Schwergewicht auf den Datenstrukturelementen, die zur Beschreibung der Semantik der Kinematikstruktur erforderlich sind. In Abhängigkeit von der Implementierung der Algorithmen, die auf dieser Datenstruktur arbeiten, können weitere Hilfselemente hinzugefügt werden. Auf ihre Beschreibung wird hier zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet.

Die Datenstruktur läßt sich untergliedern in topologische Elemente und geometrische Elemente. Die topologischen Elemente beschreiben die Struktur des kinematischen Systemes. Sie sind unabhängig von geometrischen Abmessungen. Das Mittel zur Beschreibung dieser Information ist die Graphentheorie. Ausgehend von einer elementaren Beschreibung durch einen ungerichteten Graph, bestehend aus Ecken und Kanten, werden durch graphentheoretische Algorithmen höhere Strukturen wie Baumstrukturen, Fundamentalkreise und Netzwerke erzeugt. Diese graphentheoretischen Konzepte werden explizit als Datenstrukturelemente beschrieben.

Die geometrische Information besteht aus den Definitionen der Gelenktypen, wie z.B. Drehgelenk oder Schubgelenk, aus der Beschreibung lokaler Koordinatensysteme auf Gliedern und Transformationen zwischen Koordinatensystemen auf Gliedern. Die geometrische Datenstruktur wird auf der Grundlage der Gliedkoordinatensysteme initialisiert. Es werden Gelenkparameter und Transformationen zwischen Koordinatensystemen auf Gliedern berechnet.

Die topologischen Elemente der Datenstruktur referenzieren die geometrischen Elemente.

4.2.1 Topologische Elemente der Datenstruktur

Zur Veranschaulichung der topologischen Zusammenhänge werden einfache kinematische Strukturen mit ihrer Graphendarstellung grafisch dargestellt. Tabelle 3 auf Seite 31 zeigt die Äquivalenz zwischen den kinematischen Begriffen, den graphentheoretischen Elementen mit denen sie beschrieben werden, und die Bezeichnung des resultierenden Entitytyps.

Eine Kinematikstruktur läßt sich als eine Menge von Gliedern betrachten, die durch Gelenke zusammengefügt sind. Als Graph dargestellt werden die Glieder als Ecken und die Gelenke als die sie verbindenden Kanten repräsentiert.

Diese Darstellung setzt voraus, daß nur zweiwertige Gelenke, also nur Gelenke zwischen zwei Gliedern, betrachtet werden. Diese Einschränkung ist zulässig und wird daher in der weiteren Ableitung benutzt.

Tabelle 3. Gegenüberstellung der kinematischen und graphentheoretischen Begriffe und der Entitytypen		
Kinematischer Begriff	Graphentheoretischer Begriff	Entitytyp
Glied	Ecke	KINEMATIC_LINK
Gelenk	Kante	KINEMATIC_JOINT
-	Gerichtete Kante	JOINT_SIDE
-	Weg	KINEMATIC_BRANCH
Masche	Fundamentalkreis	KINEMATIC_LOOP
Offene kinematische Kette	Baumstruktur	KINEMATIC_TREE_STRUCTURE
Geschlossene kinematische Kette	Netzwerkstruktur	KINEMATIC_NETWORK_STRUCTURE
Teilstruktur	Teilgraph	KINEMATIC_SUB_STRUCTURE
Verallgemeinertes Gelenk	Teilgraph	GENERALISED JOINT

4.2.1.1 Beschreibung einer ungerichteten Kante des Graphen durch das *KINEMATIC_JOINT* Entity

Im Sinne der Graphentheorie verbindet eine Kante zwei Ecken im Graph. In Abb. 13 verbindet z.B. die Kante "K8" die Ecken "E5" und "E6".

Damit läßt sich die Strukturinformation eines Gelenkes durch die Referenzen auf seine beiden Ecken, d.h. in kinematischem Sinne auf die beiden Glieder, die es verbindet, und einen Verweis auf seine zugehörige geometrische Beschreibung, darstellen. Bei der Definition dieses Entities ist zu beachten, daß die Reihenfolge der Gliederreferenzen keine Richtung bedeutet. Die Kante, die durch das *KINEMATIC_JOINT_ENTITY* beschrieben wird, ist ungerichtet. Die Zugehörigkeit einer Kante zu einem Teilgraph wird durch eine Referenz auf ein *KINEMATIC_SUBSTRUCTURE_ENTITY* festgehalten.

link_a erste Ecke der Kante
link_b zweite Ecke der Kante
subgraph Teilgraph, zu dem die Kante gehört.
pair_description geometrische Beschreibung des Gelenkes

```
ENTITY kinematic_joint;
  link_a      : kinematic_link;
  link_b      : kinematic_link;
  subgraph    : kinematic_substructure;
  pair_description: kinematic_pair;
END_ENTITY;
```

4.2.1.2 Beschreibung einer Ecke im Graph mit dem *KINEMATIC_LINK* Entity

Eine Ecke des Graphen läßt sich durch die Menge der inzidierenden Kanten beschreiben. In kinematischem Sinne beschreiben die inzidierenden Kanten die Gelenke, die das Glied mit anderen Gliedern verbinden.

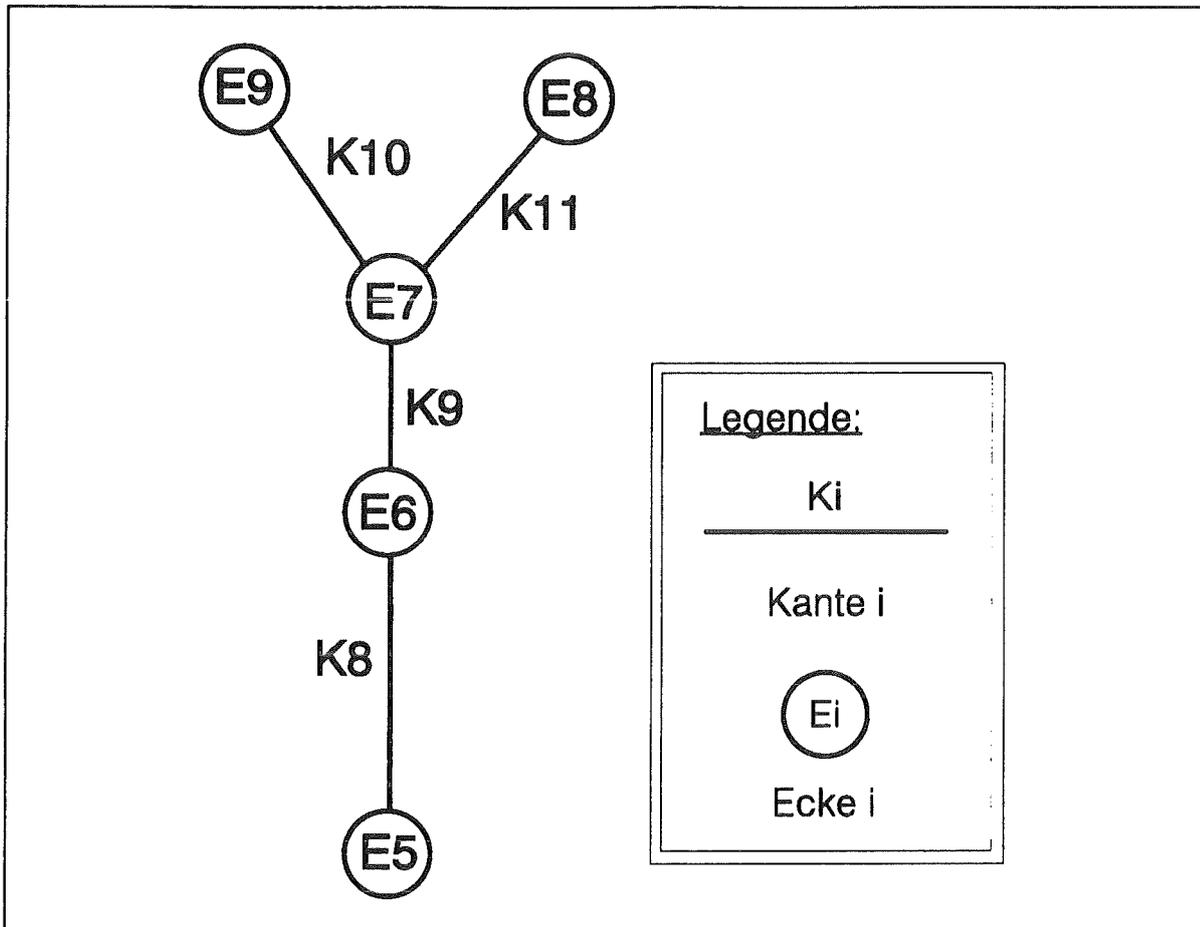


Abbildung 13. Graphendarstellung einer offenen verzweigten kinematischen Kette

Es lassen sich drei Arten von Ecken unterscheiden, die beim Aufbau der Datenstruktur unterschieden werden müssen:

- Einwertige Ecken** Nur eine Kante inzidiert in der Ecke. Ecke E_8 in Abb. 13 ist ein solcher Fall, sie ist ein Blatt eines Baumes.
- Zweiwertige Ecken** Zwei Kanten inzidieren in der Ecke. Ecke E_6 in Abb. 13 ist ein Beispiel für eine zweiwertige Ecke.
- N-wertige Ecken** Drei oder mehr Kanten inzidieren in der Ecke. In Abb. 13 inzidieren in der Ecke E_7 die Kanten K_9 , K_{10} und K_{11} .

Im Rahmen der Graphenanalyse werden die Kanten des Graphen gerichtet. Im Falle eines Graphen vom Typ Baum lässt sich ausgehend von einer Ecke, die als Wurzel des Baumes dient, eine eindeutige Richtung des Durchlaufs durch jede Ecke festlegen. Eine Ecke wird durch genau eine Kante betreten. Die anderen inzidierenden Kanten dienen zum Verlassen der Ecke. Bei einem Graph vom Typ Netzwerk gilt dies nur für den aufspannenden Baum des Netzwerkes. Die Ko-Kanten, die ein mehrfaches Betreten eines Gliedes ermöglichen würden, werden zur Orientierung des Gliedes ebenfalls als Ausgangskanten behandelt. Die Orientierung des Graphen wird in Kapitel 5.0, „Algorithmen zur Erzeugung der einheitlichen Datenstruktur“ behandelt.

Bei der Festlegung des Durchlaufs durch eine Ecke müssen die drei aufgeführten Fälle unterschieden werden.

In einer einwertigen Ecke inzidiert lediglich eine Kante, sie wird somit lediglich betreten aber nicht mehr verlassen. Aus graphentheoretischer Sicht ist sie mit Angabe dieser Kante vollständig beschrieben. Zur kinematischen Analyse wird jedoch oft noch eine geometrische

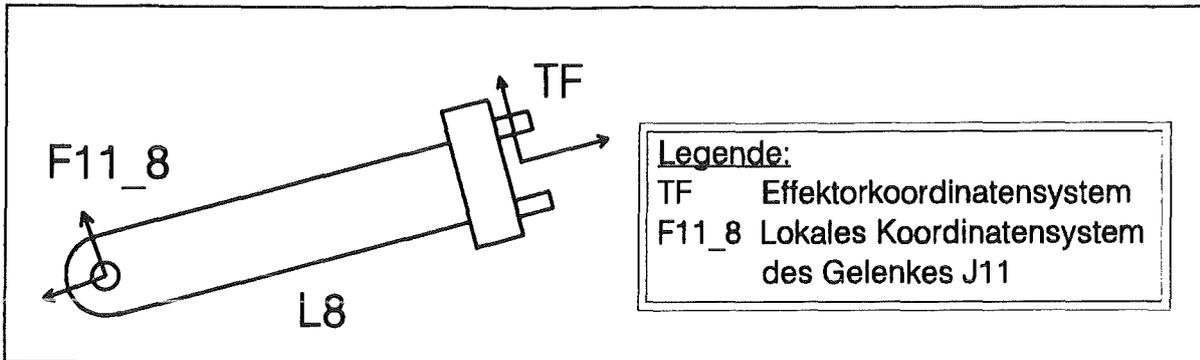


Abbildung 14. Einwertiges Glied mit Greifer

Information benötigt. So können sich auf dem Glied zusätzliche lokale Koordinatensysteme befinden, die zur Aufzeichnung von Bahnkurven oder zur Beschreibung eines Effektorkoordinatensystems dienen. Abb. 14 zeigt ein einwertiges Glied $L8$, dessen Effektorkoordinatensystem TF relativ zum lokalen Koordinatensystem $F11_8$ des Gelenkes $J11$ definiert ist.

Bei einer zweiwertigen Ecke ist die Orientierung eindeutig durch Angabe der Eingangskante, über die die Ecke betreten wird, und der Ausgangskante, über die sie verlassen wird, angegeben. Das lokale Koordinatensystem des Ausgangsgelenkes wird relativ zum lokalen Koordinatensystem des Eingangsgelenkes definiert.

Auch bei einer n -wertigen Ecke, läßt sich genau eine Eingangskante identifizieren. Alle anderen inzidierenden Kanten dienen zum Verlassen der Ecke. Eine n -wertige Ecke mit n inzidierenden Kanten ($n > 2$) läßt sich ausgehend von der Eingangskante in $n - 1$ zweiwertige Ecken zerlegen.

Aus kinematischer Sicht bedeutet dies, daß das Glied in $n - 1$ zweiwertige Teilglieder aufgelöst wird, die alle vom gleichen Eingangsgelenk ausgehen. Das lokale Koordinatensystem des Ausgangsgelenkes eines Teilgliedes wird relativ zum lokalen Koordinatensystem des Eingangsgelenkes definiert.

Die Beschreibung eines Teilgliedes besteht aus folgenden Attributen:

advent_joint	Kante über die das Teilglied betreten wird
exit_joint	Kante über die das Teilglied wieder verlassen wird.
relative_exit_joint_placement	Transformation vom lokalen Koordinatensystem des Eingangsgelenkes zum lokalen Koordinatensystem des Ausgangsgelenkes.

```

ENTITY kinematic_sublink;
  advent_joint      : kinematic_joint;
  exit_joint       : kinematic_joint;
  relative_exit_joint_placement: placement;
END_ENTITY;

```

Die Strukturinformation des Gliedes läßt sich mittels der Menge der inzidierenden Kanten und der Menge der zweiwertigen Teilglieder beschreiben. In Abb. 15 ist die Zerlegung eines dreiwertigen Gliedes "L7" relativ zu seiner Referenzkante "J9" in zwei zweiwertige Teilglieder "SUBLINK L7_1" und "SUBLINK L7_2" dargestellt. Die geometrische Gestalt des Gliedes wird durch eine Referenz auf ein Geometriemodell beschrieben. Zusätzliche lokale Koordinatensysteme z.B. zur Verfolgung einer Bahn während der kinematischen Analyse

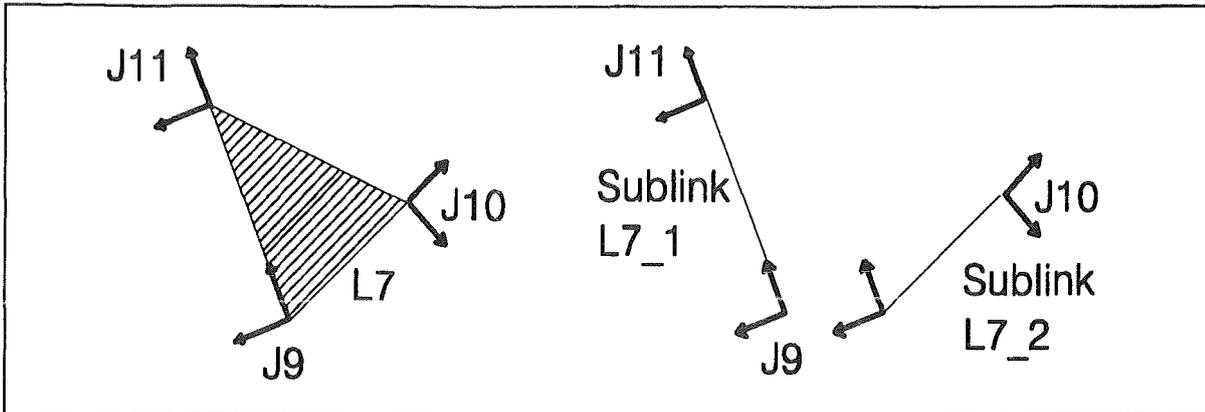


Abbildung 15. Zerlegung eines dreiwertigen Gliedes in zwei zweiwertige Teilglieder

oder zur Definition eines Effektorkoordinatensystems werden relativ zum lokalen Koordinatensystem der Eingangskante definiert.

incident_joints	Liste der Kanten, die in dem Glied zusammentreffen
sublinks	Menge der zweiwertigen Teilglieder, aus denen sich das Glied zusammensetzt. Im Falle einer einwertigen Ecke tritt kein Teilglied auf. Eine zweiwertige Ecke besteht aus einem Teilglied, eine n-wertige Ecke aus $n - 1$ Teilgliedern.
additional_frames	Beschreibung weiterer lokaler Koordinatensysteme auf dem Glied, um z.B. die Bewegungsbahn ausgezeichneter Punkte aufzuzeichnen. Sie sind ebenfalls relativ zum Gliedkoordinatensystem der Kante definiert, über die das Glied betreten wird.
geometric_representation	Geometrische Darstellung des Gliedes z.B. als Skelettmodell oder als detailliertes Geometriemodell je nach Anwendung. Datenstrukturen zur Beschreibung der geometrischen Gestalt des Gliedes sind nicht Gegenstand dieser Arbeit. Sie werden in allgemeiner, von jeglichem CAD-System unabhängiger Form, im Schnittstellenstandard STEP [37] spezifiziert.

```

ENTITY kinematic_link;
  incident_joints      : LIST [ 1 : # ] of kinematic_joint;
  sublinks             : SET [ 0 : # ] OF kinematic_sublink;
  additional_frames    : OPTIONAL SET [ 1 : # ] OF frame;
  geometric_representation: OPTIONAL geometric_representation;
END_ENTITY;

```

4.2.1.3 Beschreibung einer gerichteten Kante des Graphen durch das *JOINT_SIDE Entity*

Bereits mit den obengenannten Datenstrukturelementen lassen sich komplexe kinematische Strukturen beschreiben. Zur kinematischen Analyse einer Struktur ist jedoch eine Orientierung des Graphen notwendig. Erst wenn ausgehend von einem als Basis definierten Glied die Durchlaufrichtung durch jedes Glied und jedes Gelenk der Kette festgelegt werden kann, ist es möglich, die kinematischen Gleichungen eines Mechanismus automatisch aufzustellen und zu lösen.

Daher wird mit dem JOINT_SIDE Entity die Möglichkeit geschaffen, einer Kante im Graphen eine Durchlaufrichtung zuzuweisen. Der Durchlaufsinn einer Kante wird über eine logische Größe angezeigt.

joint Kante deren Richtung festgelegt werden soll.

sense logische Variable, deren Wert angibt, ob der Durchlaufsinn von KINEMATIC_JOINT.LINK_A nach KINEMATIC_JOINT.LINK_B gerichtet ist (TRUE) oder entgegengesetzt ist (FALSE).

```
ENTITY JOINT_SIDE;  
    joint : KINEMATIC_JOINT;  
    sense : LOGICAL;  
END_ENTITY;
```

4.2.1.4 Beschreibung eines Teilgraphen mit Baumstruktur mit dem Entity KINEMATIC_TREE_STRUCTURE

Offene kinematische Ketten, verzweigt oder unverzweigt, entsprechen Graphen mit Baumstruktur. Sie werden mit dem KINEMATIC_TREE_STRUCTURE Entity beschrieben. Es besteht aus den gerichteten Kanten des Graphen, die den Baum bilden. Abb. 13 zeigt ein Beispiel einer Baumstruktur.

tree_constituents Menge der gerichteten Kanten, aus denen der Baum aufgebaut ist.

```
ENTITY kinematic_tree_structure  
    tree_constituents : SET [ 1 : # ] OF joint_side;  
END_ENTITY;
```

4.2.1.5 Beschreibung eines Fundamentalkreises eines Graphen mit dem KINEMATIC_LOOP Entity

Geschlossene kinematische Ketten lassen sich durch Graphen vom Netzwerktyp darstellen. Der einfachste Fall ist eine einfach geschlossene kinematische Kette, wie zum Beispiel ein viergliedriges Koppelgetriebe. Eine einfach geschlossene kinematische Kette nennt man Masche, ihre Darstellung im Graph ist der Fundamentalkreis. Mehrfach geschlossene kinematische Ketten lassen sich im Graph in eine Menge von Fundamentalkreisen zerlegen. Die Zerlegung in Fundamentalkreise ist nicht eindeutig. In Kapitel 5.1.2, „Suche des aufspannenden Baumes des Netzwerkes“ wird ein Verfahren beschrieben, das eine Fundamentalkreisbasis liefert, die für die automatische Aufstellung der Maschengleichungen von Koppelgetrieben geeignet ist. Die kleinstmögliche Masche besteht aus zwei Translationsgelenken.

Ein KINEMATIC_LOOP Entity beschreibt die Strukturinformation einer Masche, den Fundamentalkreis des Graphen, als eine geordnete Liste von gerichteten Kanten. Als reines Strukturelement besitzt es keine geometrischen Attribute. Abb. 16 zeigt einen Fundamentalkreis, der aus vier gerichteten Kanten besteht. Es wird vorausgesetzt, daß sich der Fundamentalkreis vom letzten Element der Liste zum ersten schließt.

loop_constituents Liste der gerichteten Kanten, die den Fundamentalkreis beschreiben.

```
ENTITY kinematic_loop;  
    loop_constituents : LIST [ 2 : # ] OF joint_side;  
END_ENTITY;
```

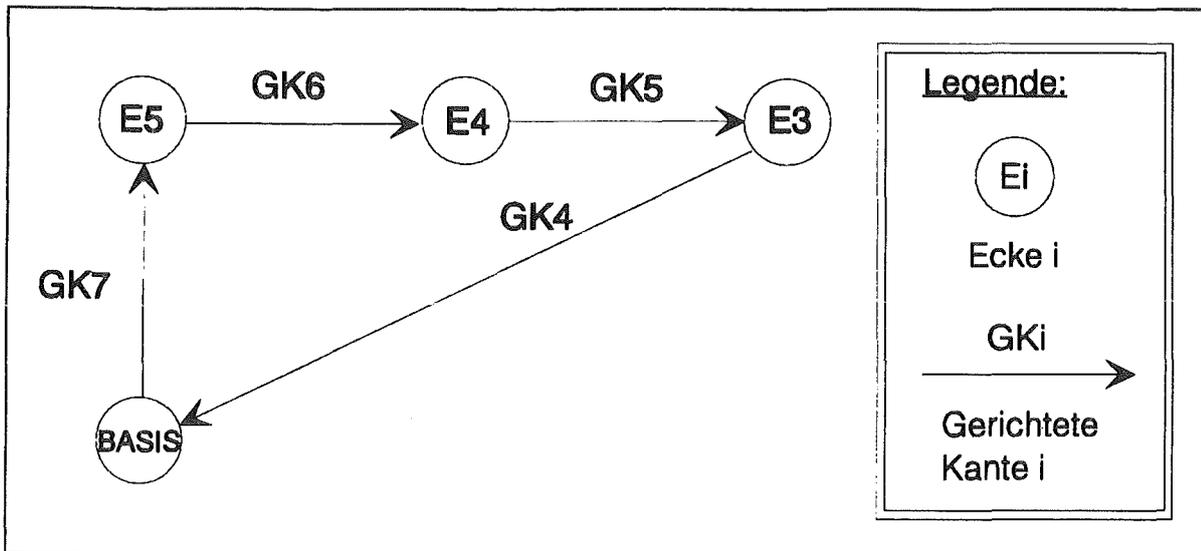


Abbildung 16. Fundamentalkreis eines Graphen

4.2.1.6 Beschreibung eines Weges durch einen Graph mit dem *KINEMATIC_BRANCH* Entity

Eine offene kinematische Kette von der Basis eines Mechanismus zu einem lokalen Koordinatensystem (Frame) auf einem Glied läßt sich durch einen Weg durch den Graph beschreiben. Dieser Weg besteht aus einer zusammenhängenden Folge von Ecken und gerichteten Kanten. Die Startecke ist die Basis und die Endecke ist das Glied, auf dem das Zielkoordinatensystem liegt.

Aus dem Weg durch den Graph läßt sich automatisch die Transformationskette bis zum lokalen Koordinatensystem des Eingangsgelenkes auf dem letzten Glied berechnen. Der kürzestmögliche Weg besteht aus zwei Ecken und einer Kante, also aus einem Glied, das über ein Gelenk mit der Basis verbunden ist.

Das *KINEMATIC_BRANCH* Entity beschreibt die Strukturinformation dieses Weges als eine geordnete Liste von Kanten. Das Zielkoordinatensystem legt den Frame fest, der über die resultierende Transformationskette erreicht werden soll.

branch_constituents Liste der gerichteten Kanten, die den Weg beschreiben.

target_frame lokales Koordinatensystem auf dem Endglied, das ausgehend von der Basis über eine Transformationskette erreicht werden soll.

```

ENTITY kinematic_branch;
  branch_constituents : LIST [ 1 : # ] OF joint_side;
  target_frame       : frame;
END_ENTITY;
  
```

4.2.1.7 Beschreibung eines Teilgraphen mit Netzwerkstruktur mit dem *KINEMATIC_NETWORK* Entity

Geschlossene kinematische Ketten besitzen eine Graphendarstellung vom Typ Netzwerk. Diese Netzwerkstruktur läßt sich mit einer Liste von Fundamentalkreisen beschreiben. Abb. 17 zeigt den Graph einer zweifach geschlossenen kinematischen Kette, Abb. 18 die Zerlegung dieses Graphen in zwei Fundamentalkreise.

Die kleinste Netzwerkstruktur besteht aus einem Fundamentalkreis.

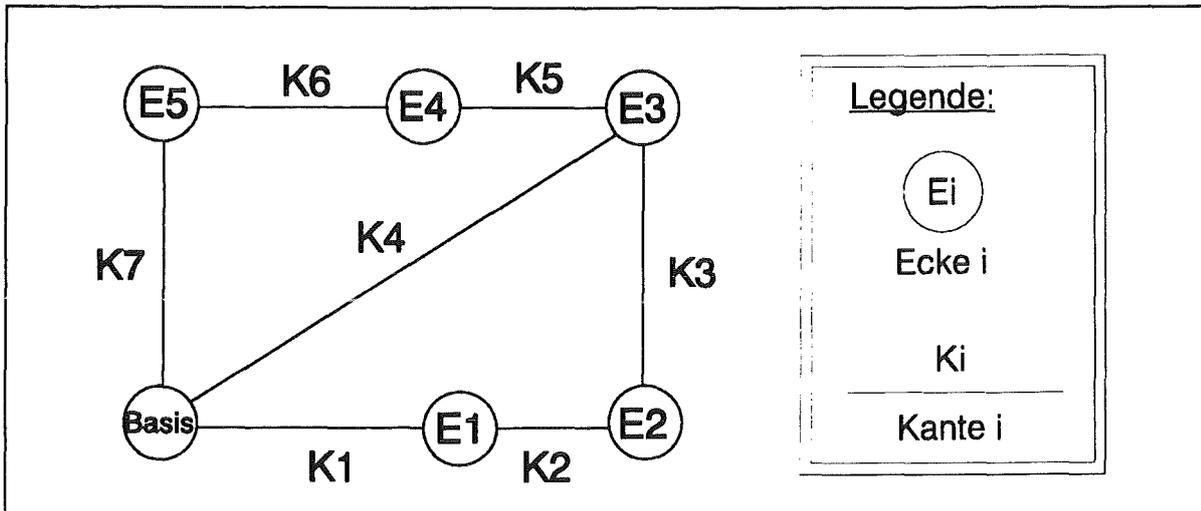


Abbildung 17. Graph mit Netzwerkstruktur

network_constituents Menge der Fundamentalkreise, aus denen die Netzwerkstruktur aufgebaut ist

```
ENTITY kinematic_network_structure;
  network_constituents : SET [ 1 : # ] OF kinematic_loop;
END_ENTITY;
```

4.2.1.8 Beschreibung allgemeiner kinematischer Teilstrukturen mit dem GENERALIZED_JOINT Entity

Die bisher entwickelten Datenstrukturen unterstützen Strukturen mit baumförmigem oder netzwerkförmigem Graph. Eine allgemeine Kinematikstruktur (z.B. Abb. 19) wird durch einen Graph beschrieben, der aus mehreren Blöcken dieser beiden Typen zusammengesetzt ist (Abb. 20). Um eine kinematische Analyse eines Mechanismus mit einer solchen Struktur durchzuführen, wird sie in diese Blöcke zerlegt. In einem solchen Graph lassen sich Ecken identifizieren, deren Entfernung den Graph in einzelne Blöcke zerfallen läßt. Diese Ecken werden Artikulationspunkte genannt. Dabei treten folgende Nachbarschaftsbeziehungen auf:

- Der Artikulationspunkt beschreibt den Übergang von einem Teilgraph vom Typ Netzwerk zu einem Teilgraph vom Typ Baum.
- Der Artikulationspunkt beschreibt den Übergang zwischen einem Teilgraph vom Typ Baum und einem Teilgraph vom Typ Netzwerk. In Teilgraphen vom Typ Baum ist im Grunde genommen jede Ecke ein Artikulationspunkt, da ihre Entfernung den Graph zerfallen läßt.

In diesem Fall ist jedoch der Artikulationspunkt, der zur nächsten Komponente vom Typ Netzwerk führt, von besonderem Interesse, also Ecke E5 im Beispiel in Abb. 20.

Bei Trennung in diesem Artikulationspunkt zerfällt der Graph in einen Teilgraph vom Typ Netzwerk und einen Teilgraph vom Typ Baum (Abb. 21). Daraus folgt, daß ein allgemeiner Graph durch Aufzählung seiner Teilgraphen und Angabe der Ecken, die die Übergänge zwischen ihnen darstellen, beschrieben werden kann. Auf diese Weise wird der Graph zum Hypergraph. Seine Kanten sind Blöcke vom Typ Netzwerk oder Baum. Die Ecken des Hypergraphen sind die durch die Zerlegung in Teilgraphen vorgegebenen Ecken, die Artikulationspunkte und die Basis, sowie weitere Ecken eines Teilgraph, die Glieder repräsentieren, die für die Funktion der Struktur von besonderer Bedeutung sind (Abb. 22). Beispiele hierfür sind z.B. der Effektor eines Roboters oder die Beine eines Schreitwerkes. Jede

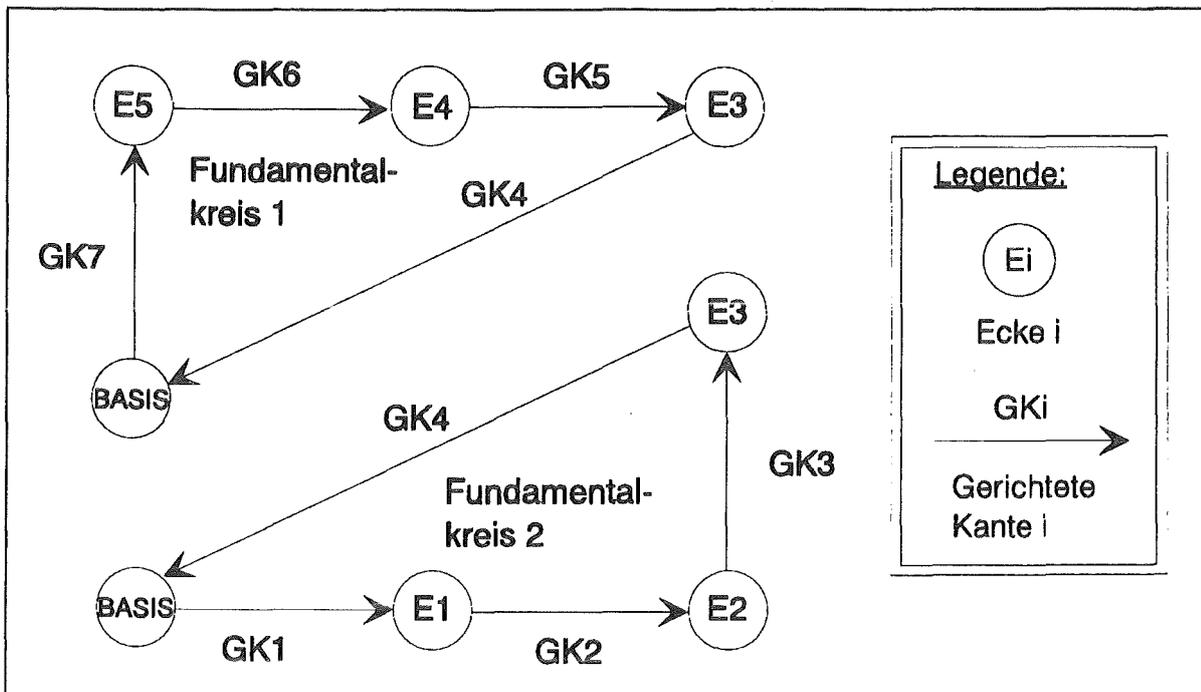


Abbildung 18. Zerlegung des Graphen mit Netzwerkstruktur in zwei Fundamentalkreise

Kante des Hypergraphen stellt den Graph eines für sich vollständig beschriebenen Teilmechanismus (offene oder geschlossene kinematische Kette) dar.

Die lokale Basis des Teilgraphen ist sein Artikulationspunkt. Für jeden der beiden Typen von Teilgraphen wird während der Analyse ein eigenes dediziertes Berechnungsverfahren eingesetzt.

```

ENTITY kinematic_substructure
  SUPERTYPE OF (ONEOF kinematic_tree_structure,
                kinematic_network_structure);
END_ENTITY;

```

Die Kanten des Hypergraph können somit als verallgemeinerte Gelenke des Mechanismus betrachtet werden. Dieser Vergleich ist gerechtfertigt, da eine Kante im Hypergraphen eine Beziehung zwischen zwei oder mehr Ecken beschreibt. In kinematischem Sinne bedeutet dies eine Beziehung zwischen zwei oder mehr Gliedern, einem Eingangsglied und einem oder mehreren Ausgangsgliedern in Abhängigkeit von einer Anzahl von Parametern. Diese Parameter, sozusagen die Gelenkparameter des verallgemeinerten Gelenkes, sind die einzelnen Gelenkparameter der Teilstruktur, die das verallgemeinerte Gelenk bildet. Die Verallgemeinerung des Gelenkbegriffes, gegenüber der in dieser Arbeit bisher verwendeten Definition, liegt in der Anzahl der Glieder, die ein solches verallgemeinertes Gelenk verbindet. Die Gelenke, z.B. Drehgelenke oder Kugelgelenke, wie sie hier definiert wurden, verbinden immer genau zwei Glieder, während ein verallgemeinertes Gelenk mehr als zwei Glieder verbinden kann.

Hiller und Kecskemethy stellen in [20] das Konzept eines kinematischen Transformators vor. Eine kinematische Teilstruktur wird als Block mit Eingangs- und Ausgangsgrößen behandelt. Eine komplexere Struktur läßt sich aus solchen Blöcken zusammensetzen. Der Vorschlag von Hiller und Kecskemethy beschränkt sich auf ebene geschlossene kinematische Ketten. Das verallgemeinerte Gelenk hingegen wird automatisch aus der Topologie der Struktur abgeleitet und beschreibt in einheitlicher Form sowohl ebene als auch räumliche Strukturen.

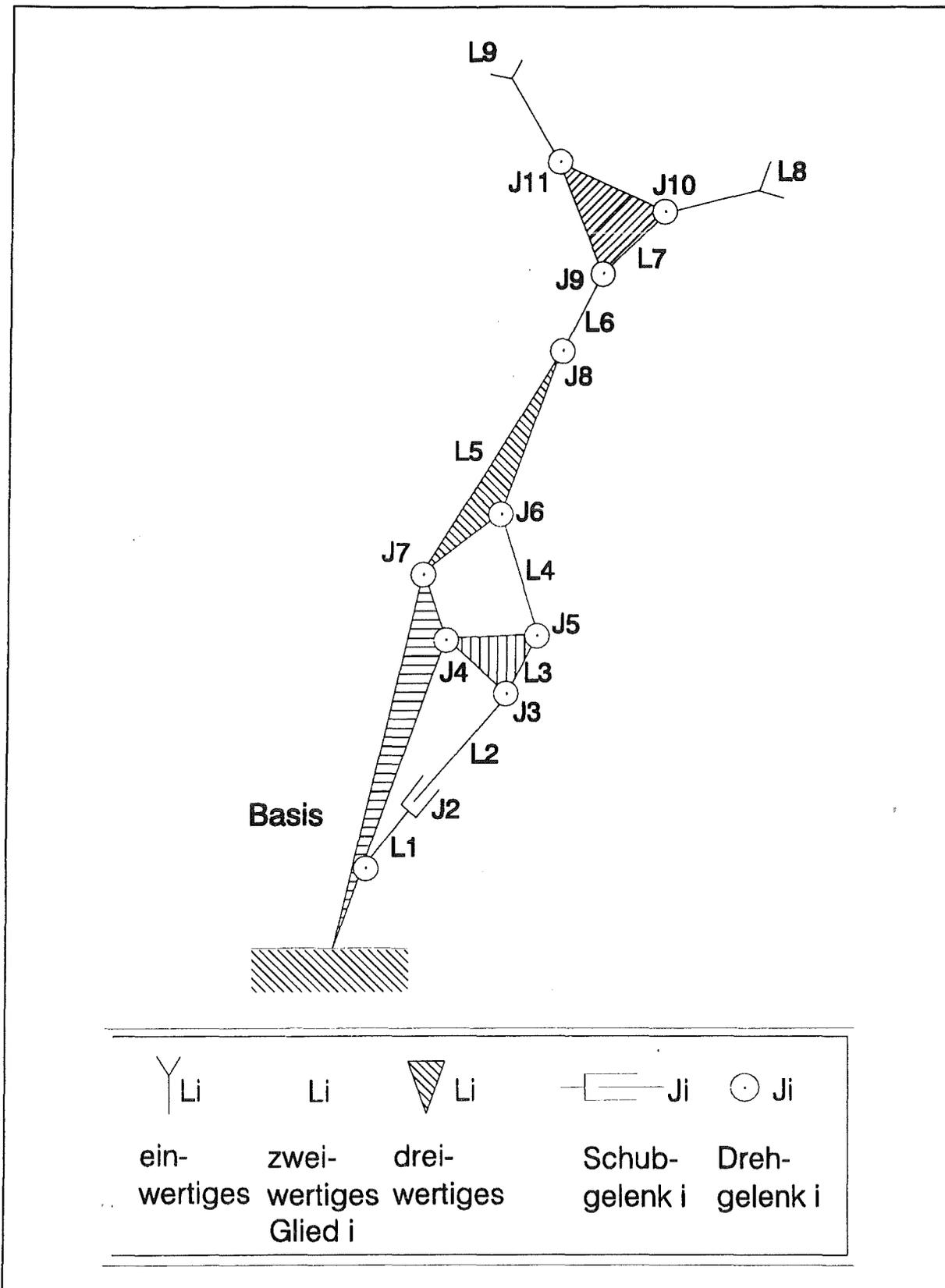


Abbildung 19. Allgemeine kinematische Struktur

Die Menge der Ecken, die Menge der Kanten sowie der Artikulationspunkt stellen die Grundinformation dar, die nach der Zerlegung des Graphen in Teilgraphen zur Verfügung steht. Daraus wird dann in einem weiteren Analyseschritt die gerichtete Teilstruktur, Baum oder Netzwerk, erzeugt.

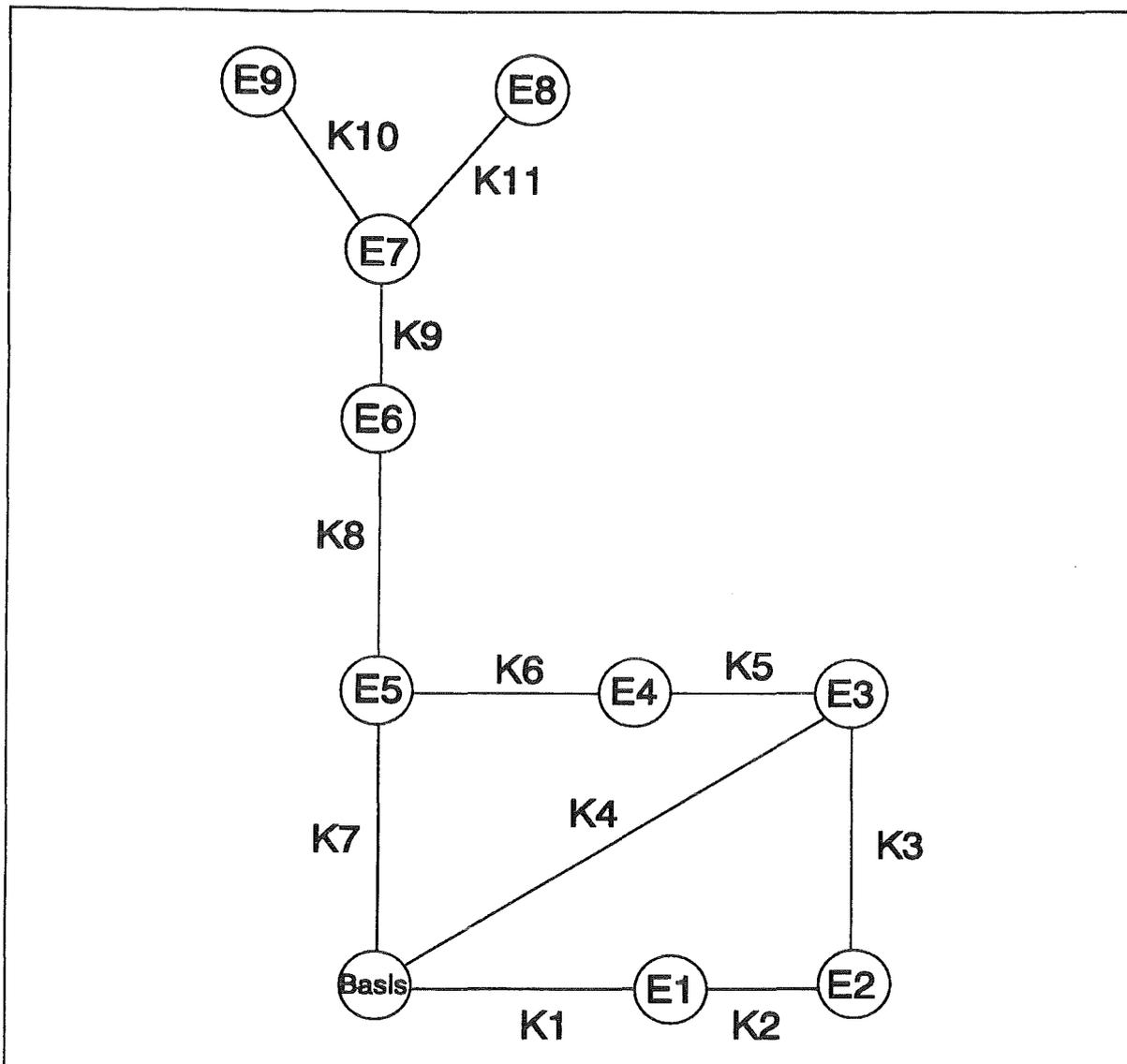


Abbildung 20. Graph der allgemeinen kinematischen Struktur

- sub_structure_joints** Menge der Kanten, die den Teilgraph bilden.
- sub_structure_links** Menge der Ecken, die den Teilgraph bilden.
- sub_structure** Teilgraph mit dessen Hilfe das verallgemeinerte Gelenk realisiert wird.
- articulation_point** Artikulationspunkt des Teilgraphen. Er bildet die Trennstelle zum vorhergehenden Teilgraph. Im Falle des ersten Teilgraphen in der Gesamtstruktur entspricht er der Basis, d.h. dem Gestell des Mechanismus. In allen anderen Fällen bildet er eine lokale Basis für die Analyse des Teilgraphen.
- hyper_links** Ecken des verallgemeinerten Gelenkes. Das verallgemeinerte Gelenk verbindet den Artikulationspunkt mit einer oder mehreren Ecken.

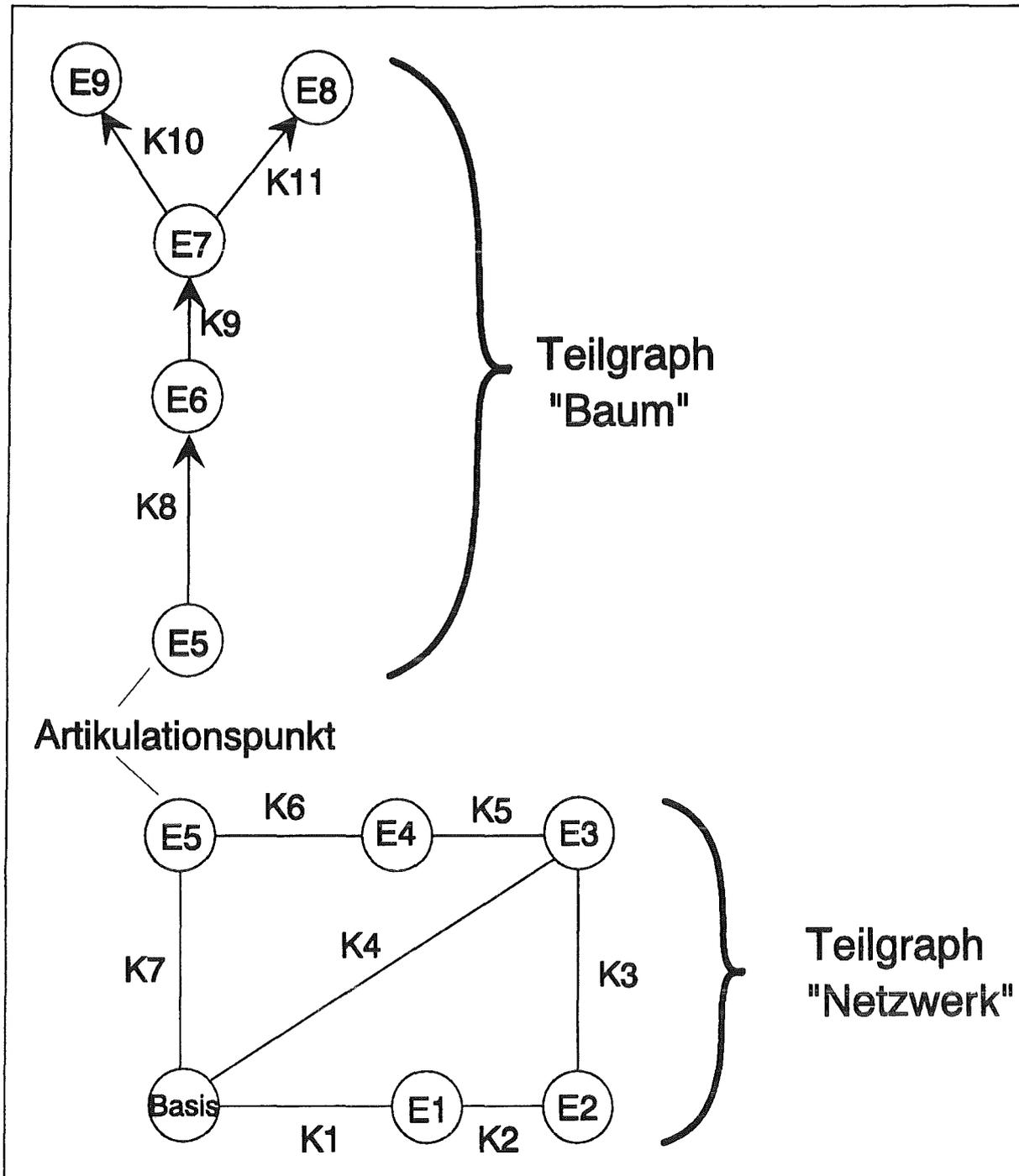


Abbildung 21. Zerlegung des Graphen in Teilgraphen

```

ENTITY generalized_joint;
  sub_structure_joints : SET [ 1 : # ] OF kinematic_joint;
  sub_structure_links  : SET [ 1 : # ] OF kinematic_link;
  sub_structure        : kinematic_substructure;
  articulation_point  : kinematic_link;
  hyper_links         : SET [ 1 : # ] OF kinematic_link;
END_ENTITY;

```

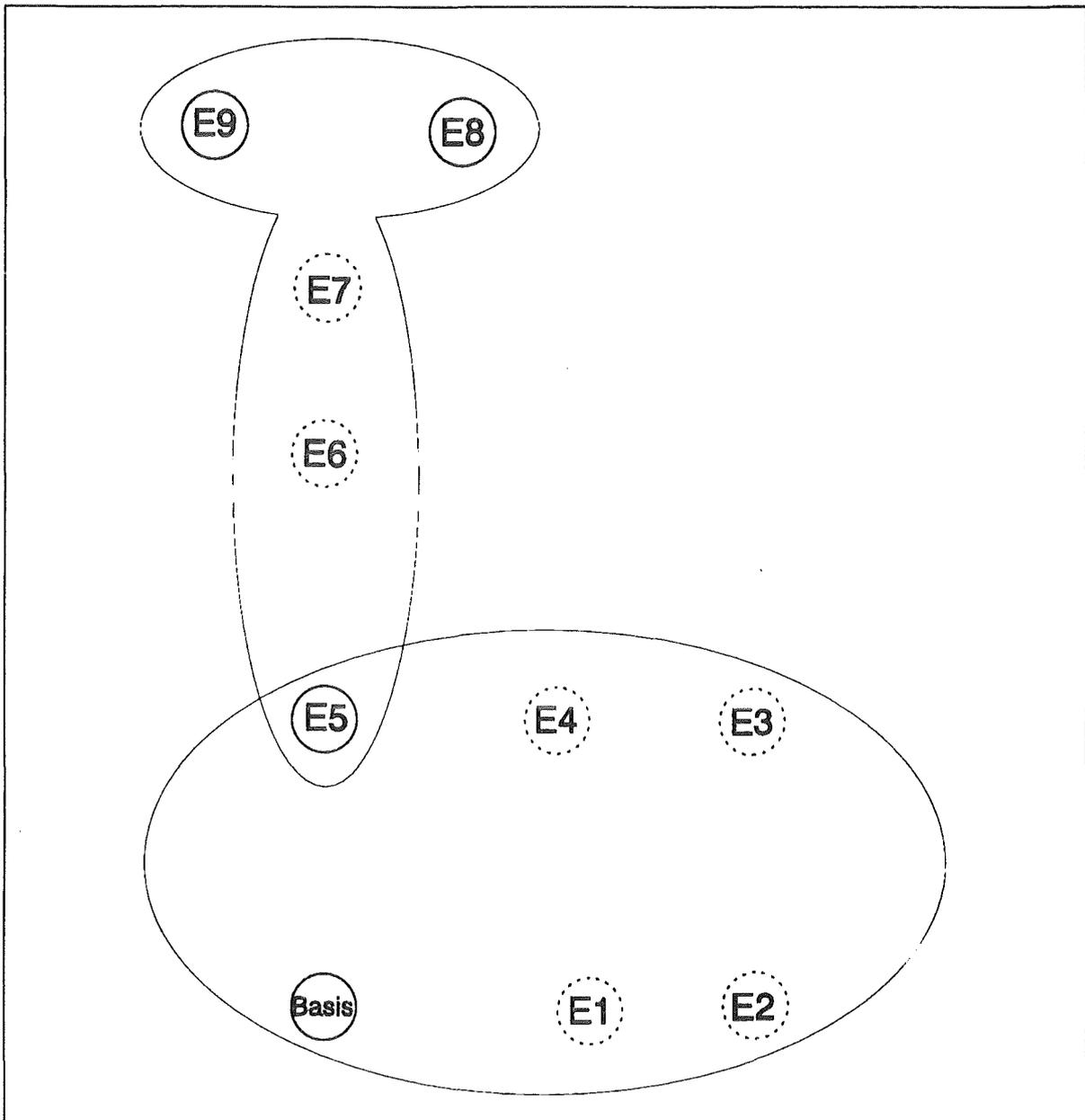


Abbildung 22. Darstellung des Mechanismus als Hypergraph

4.2.1.9 Zusammensetzung der kinematischen Gesamtstruktur aus Teilstrukturen im *KINEMATIC_STRUCTURE* Entity

Eine komplexe kinematische Struktur lässt sich als Menge von Gelenken und Gliedern beschreiben. Nach Orientierung des Graphen der kinematischen Struktur mit Hilfe graphentheoretischer Methoden erhält man daraus einen Hypergraph in Form einer Liste von verallgemeinerten Gelenken. Dieser Hypergraph besitzt grundsätzlich Baumstruktur.

Dies soll am Beispiel von Abb. 20 verdeutlicht werden. Die Menge der Kanten in dieser Struktur ergibt sich zu:

$$M_K = \{K1, K2, \dots, K11\}$$

Die Menge der Ecken besteht aus:

$$M_E = \{BASIS, E1, E2, \dots, E9\}$$

Durch die topologische Analyse wird dieser Graph in eine Netzwerkstruktur und eine Baumstruktur unterteilt (Abb. 21). Der resultierende Hypergraph ist in Abb. 22 dargestellt. Er besteht aus zwei Kanten. Der einen Kante liegt die Netzwerkstruktur zugrunde. Sie verbindet die Ecke "Basis" mit dem Artikulationspunkt "E5". Die andere Kante des Hypergraphen besteht aus der Baumstruktur. Sie verbindet den Artikulationspunkt "E5" mit den Ecken "E8" und "E9".

Damit ist die Grundlage geschaffen, die Kinematikstruktur in Abb. 19 in Teilstrukturen zu unterteilen. Das zweifach geschlossene Koppelgetriebe entspricht der Netzwerkstruktur im Graph. Die offene kinematische Kette entspricht der Baumstruktur. Das Koppelgetriebe verbindet das starr mit der Umgebung verbundene Glied "Basis" mit dem Glied "L5". Es stellt das verallgemeinerte Gelenk zwischen diesen beiden Gliedern dar. Eine Änderung eines Gelenkparameters im Koppelgetriebe, z.B. eine Verschiebung im Translationsgelenk "J2" ändert lediglich die Position des Ausgangsgliedes "L5". Das daran hängende verallgemeinerte Gelenk, die verzweigte offene kinematische Kette, kann als starr betrachtet werden und muß daher in diesem Fall nicht im Detail, also auf Gelenkebene, betrachtet werden. Analog verhält es sich bei einer Änderung eines Gelenkparameters in der offenen Kette. Davon bleibt das Koppelgetriebe unberührt.

Die kleinstmögliche kinematische Struktur besteht aus einem einzigen verallgemeinerten Gelenk, d.h. aus einem Teilgraph vom Typ Baum oder Netzwerk.

joint_set	Menge aller Kanten des Graphen
link_set	Menge aller Ecken des Graphen
generalized_joints	Menge aller verallgemeinerten Gelenke des Graphen

```

ENTITY kinematic_structure;
    joint_set      : SET [ 1 : # ] OF kinematic_joint;
    link_set       : SET [ 2 : # ] OF kinematic_link;
    generalized_joints : SET [ 1 : # ] OF generalized_joint;
END_ENTITY;

```

4.2.1.10 Definition eines Mechanismus mit dem MECHANISM Entity

Eine kinematische Struktur, wie bisher definiert, ist noch ohne jede Beziehung zum Untergrund. Um daraus jedoch einen Mechanismus zu machen, muß mindestens ein Glied als Basis oder feststehendes Glied definiert werden.

Von der Wahl dieses Gliedes hängt die gesamte Orientierung und Zerlegung des Graphen und damit auch das kinematische Verhalten der Struktur ab. Durch die separate Zuweisung der Rolle "Basis" zu einem Glied der Kinematikstruktur, ist es möglich, die Datenstruktur auch für Untersuchungen von Systemen mit Basiswechsel anzuwenden. Beispiele für solche Systeme sind Kletterroboter und Schreitwerke oder die kinematische Umkehr bei einem Koppelgetriebe.

Der geometrische Zusammenhang von Untergrund und Gestell wird über das Attribut `basis_placement` definiert.

structure	Kinematische Struktur, deren feststehendes Glied definiert werden soll.
basis	Feststehendes Glied.
basis_placement	Transformation vom Ursprung des Weltkoordinatensystemes zum Gliedkoordinatensystem des Eingangsgelenkes der Basis.

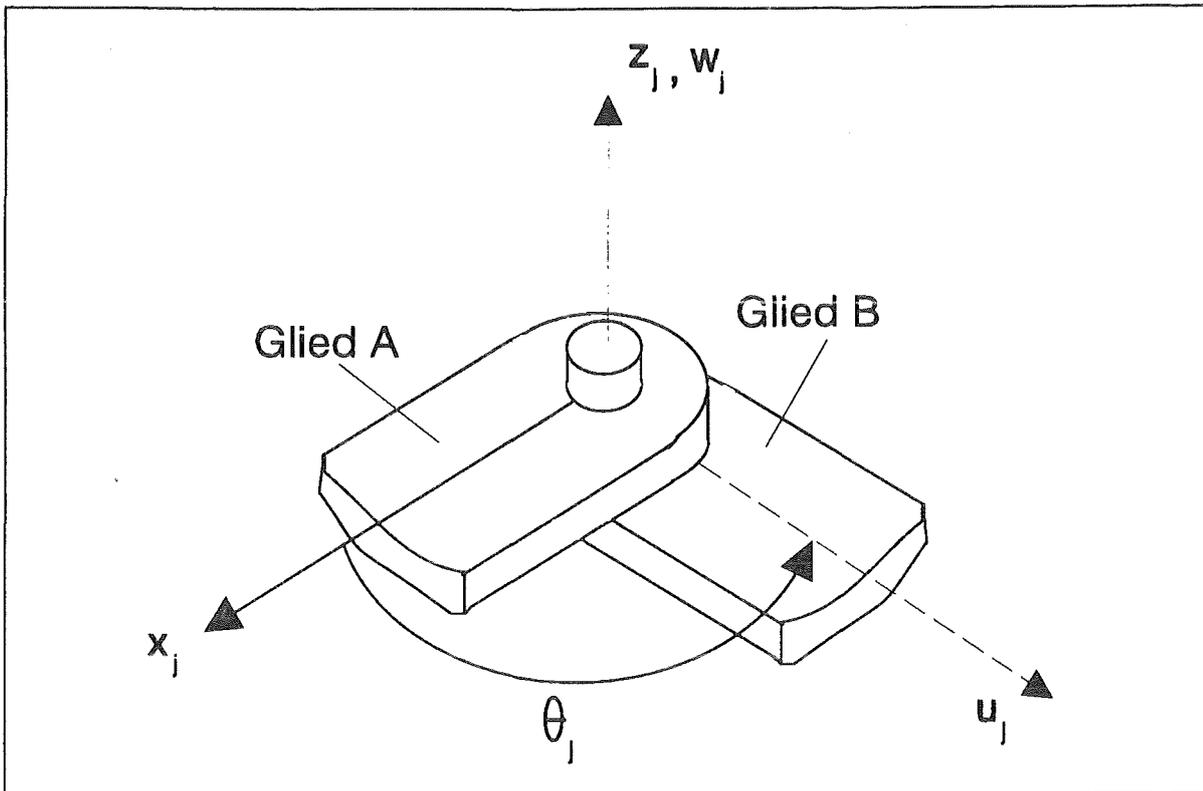


Abbildung 23. Konventionen am Drehgelenk nach Sheth/Uicker

```

ENTITY mechanism;
  structure      : kinematic_structure;
  basis          : kinematic_link;
  basis_placement : relative_frame_placement;
END_ENTITY;

```

4.2.2 Geometrische Elemente der Datenstruktur

Mit den Hilfsmitteln, die die bisher definierten Datenstrukturelemente zur Verfügung stellen, kann nur die Strukturinformation, also die Topologie kinematischer Systeme, nicht jedoch ihre geometrische Ausprägung beschrieben werden. Geometrische Eigenschaften kinematischer Strukturen sind:

- Typ (z.B. Drehgelenk) und Parameter (z.B. Drehwinkel) von Gelenken (kinematischen Elementepaaren)
- Abstände und Orientierungen zwischen den Gelenkkoordinatensystemen auf Gliedern, bzw. vom Weltkoordinatensystem zur Basis des Mechanismus.

4.2.2.1 Beschreibung kinematischer Eigenschaften von Gelenken mit dem KINEMATIC_PAIR Entity.

Während das KINEMATIC_JOINT Entity den Zusammenhang der kinematischen Struktur beschreibt, definiert das KINEMATIC_PAIR Entity seine geometrische Realisierung. Es beschreibt die Obermenge aller Gelenktypen. Das Modell umfasst

- Drehgelenk,
- Schubgelenk,

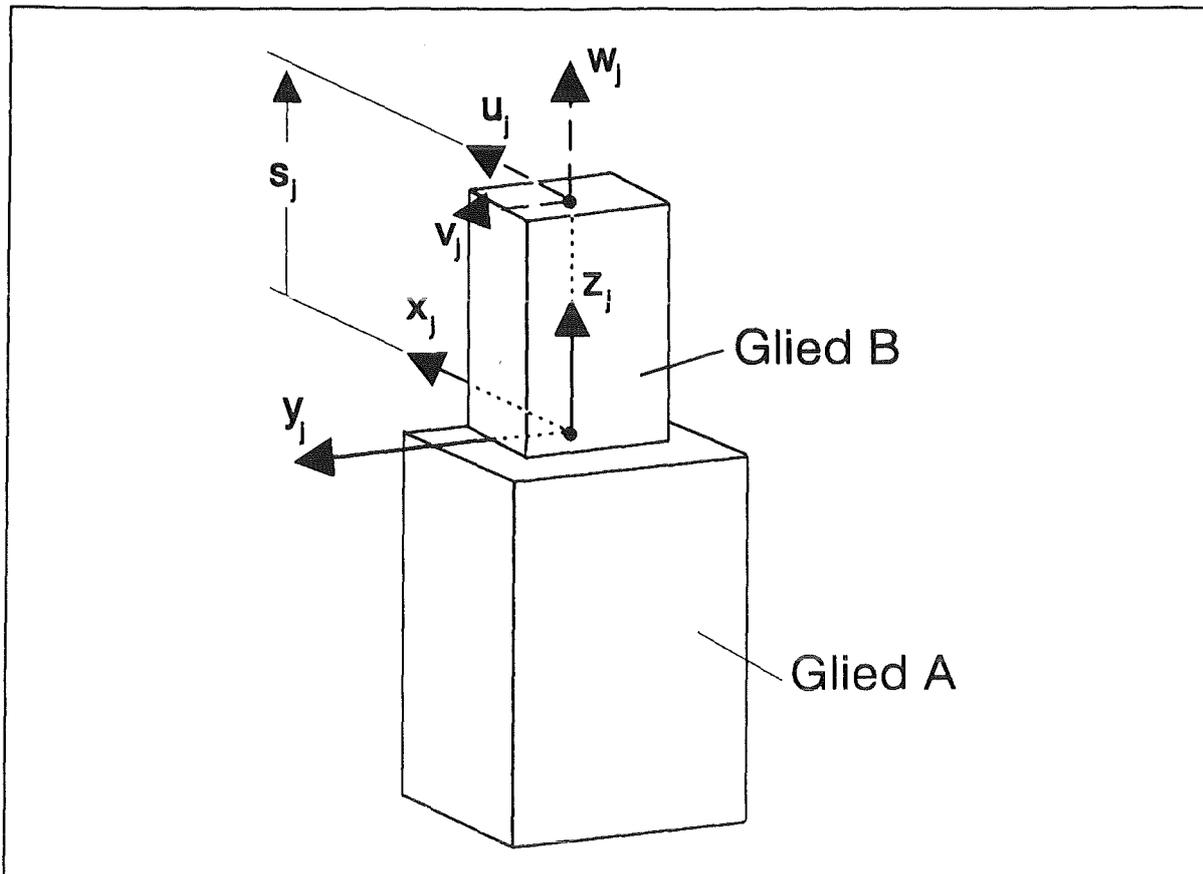


Abbildung 24. Konventionen am Schubgelenk nach Sheth/Uicker

- Kugelgelenk,
- Dreh-/Schubgelenk und
- Kreuzgelenk.

```

ENTITY kinematic_pair
  SUPERTYPE OF (ONEOF rotational_pair, prismatic_pair,
    spherical_pair, cylindrical_pair,
    universal_pair);
END_ENTITY;

```

4.2.2.2 Beschreibung eines Drehgelenkes mit dem *ROTATIONAL_PAIR* Entity

Zur Definition eines Drehgelenkes wird ein lokales Koordinatensystem auf jedem der beiden Glieder, die es verbindet, definiert. Ursprung, z-Achsen und Achsenrichtungen dieser beiden Koordinatensysteme müssen übereinstimmen. Der Drehwinkel ist definiert als der Winkel zwischen der x-Achse des "advent_link" und der x-Achse des "exit_link" des zugehörigen KINEMATIC_JOINT Entity. Der Winkel wird in Bogenmaß in mathematisch positivem Sinn um die positive z-Achse gemessen. In Abb. 23 ist θ_j der Winkel zwischen dem dem "advent_link" *Glied A* und dem "exit_link" *Glied B*.

Im Einzelnen wird das Drehgelenk durch folgende Attribute beschrieben:

actual_rot augenblicklicher Parameterwert des Gelenkes

par_change Parameteränderung im laufenden Analyseschritt

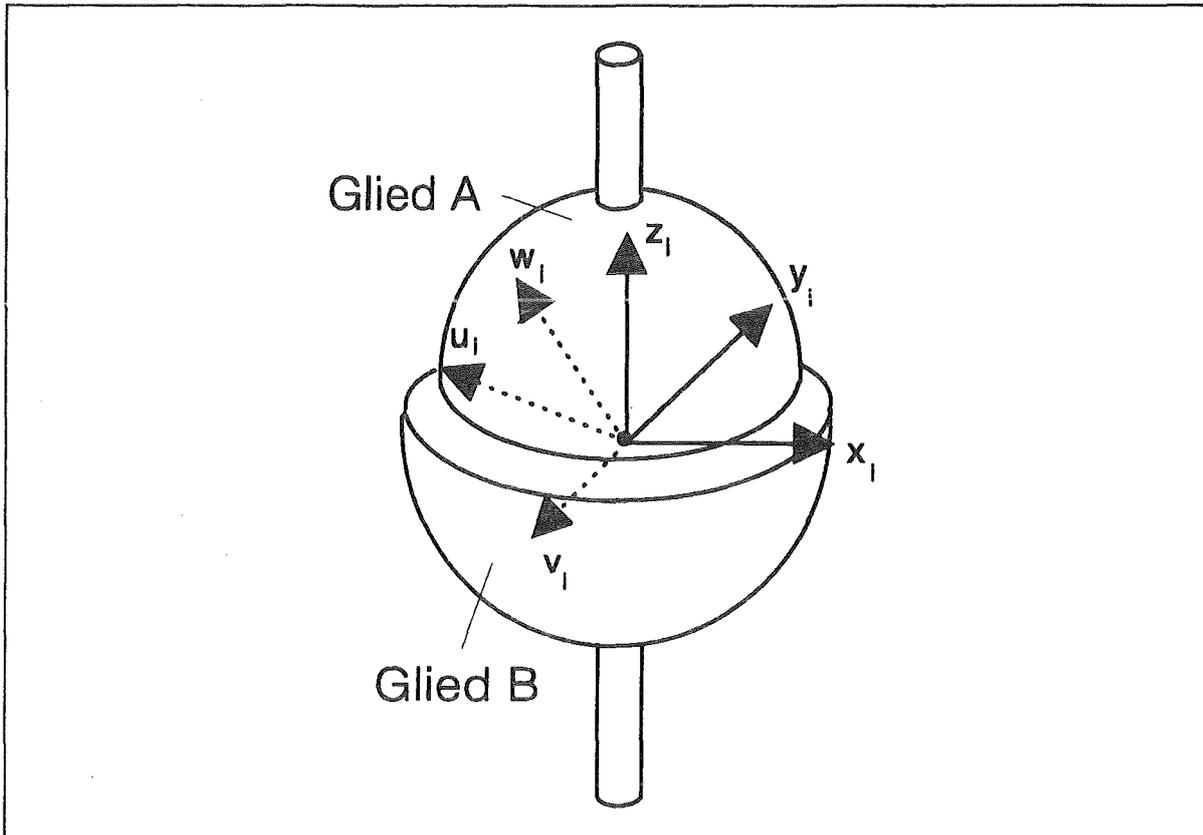


Abbildung 25. Konventionen am Kugelgelenk nach Sheth/Uicker

lower_limit untere Parametergrenze

upper_limit obere Parametergrenze

```

ENTITY rotational_pair
  SUBTYPE OF (kinematic_pair);
  actual_rot : REAL;
  par_change : REAL;
  lower_limit: REAL;
  upper_limit: REAL;
END_ENTITY;

```

4.2.2.3 Beschreibung des Schubgelenkes mit Hilfe des PRISMATIC_PAIR Entity

Zur Definition eines Schubgelenkes werden auf den Gliedern lokale Koordinatensysteme definiert. Sie sind so angeordnet, daß die z-Achsen zusammenfallen und die Achsenrichtungen übereinstimmen. Die lokalen x-Achsen auf beiden Gliedern müssen parallel sein und die Achsrichtungen müssen übereinstimmen. Der Betrag der Verschiebung wird vom Ursprung des "advent_link" zum Ursprung des "exit_link" in Richtung der positiven z-Achse gemessen. In Abb. 24 ist s , die Verschiebung zwischen dem "advent_link" Glied A und dem "exit_link" Glied B.

Im Einzelnen besteht das Schubgelenk aus folgenden Attributen:

actual_trans augenblicklicher Parameterwert des Gelenkes

par_change Parameteränderung im laufenden Analyseschritt

lower_limit Parameteruntergrenze des Gelenkes

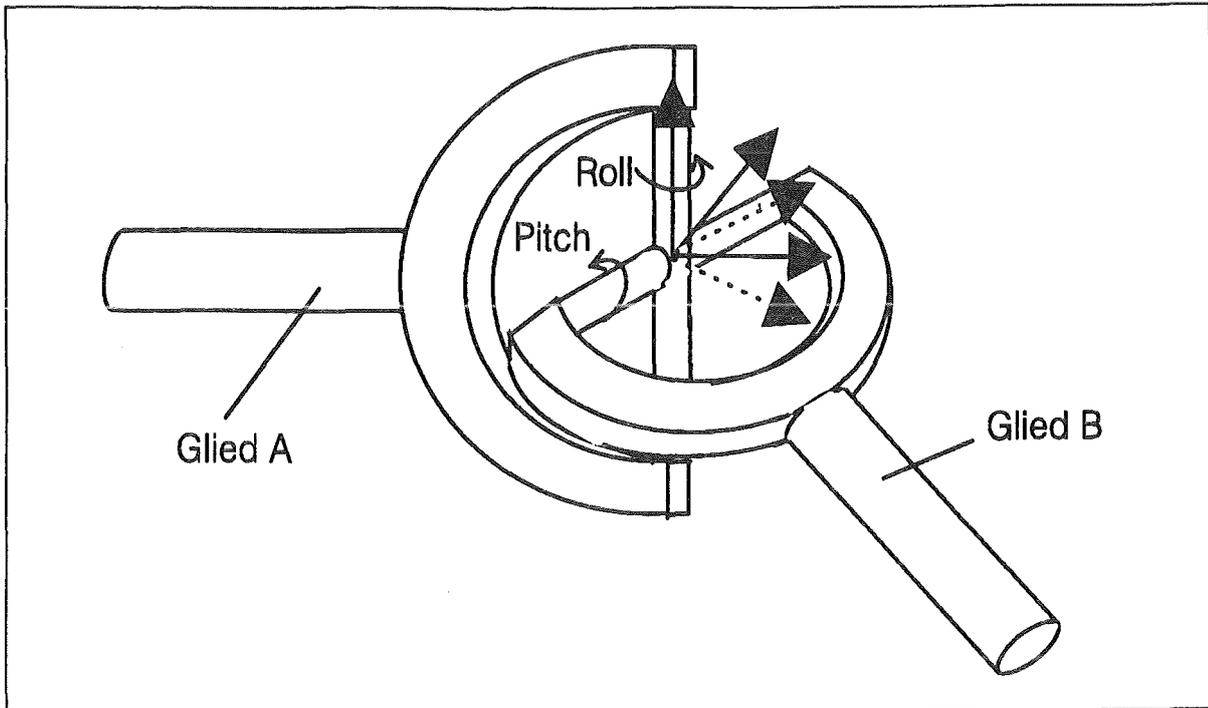


Abbildung 27. Konventionen am Kreuzgelenk nach Sheth/Uicker

- Drehung des Koordinatensystemes x', y', z' um die y' -Achse (pitch). Das Ergebnis ist das Koordinatensystem x'', y'', z'' .
- Dieses Koordinatensystem wird schließlich um die x'' -Achse gedreht. Damit erhält man das lokale kartesische Koordinatensystem x_{ex}, y_{ex}, z_{ex} auf dem "exit_link".

Im Einzelnen besteht das Kugelgelenk aus folgenden Attributen:

actual_roll	Winkeldrehung um die z_{adv} -Achse
actual_pitch	Winkeldrehung um die y' -Achse
actual_yaw	Winkeldrehung um die x'' -Achse
par_change_roll	Winkeländerung um die z_{adv} -Achse im laufenden Analyseschritt
par_change_pitch	Winkeländerung um die y' -Achse im laufenden Analyseschritt
par_change_yaw	Winkeländerung um die x'' -Achse im laufenden Analyseschritt
lower_limit_roll	Winkeluntergrenze bei Drehung um die z_{adv} -Achse
upper_limit_roll	Winkelobergrenze bei Drehung um die z_{adv} -Achse
lower_limit_pitch	Winkeluntergrenze bei Drehung um die y' -Achse
upper_limit_pitch	Winkelobergrenze bei Drehung um die y' -Achse
lower_limit_yaw	Winkeluntergrenze bei Drehung um die x'' -Achse
upper_limit_yaw	Winkelobergrenze bei Drehung um die x'' -Achse

```

ENTITY spherical_pair
  SUBTYPE OF (kinematic_pair);
  actual_roll      : REAL;
  actual_pitch     : REAL;
  actual_yaw       : REAL;
  par_change_roll  : REAL;
  par_change_pitch : REAL;
  par_change_yaw   : REAL;
  lower_limit_roll : REAL;
  upper_limit_roll : REAL;
  lower_limit_pitch : REAL;
  upper_limit_pitch : REAL;
  lower_limit_yaw  : REAL;
  upper_limit_yaw  : REAL;
END_ENTITY;

```

4.2.2.5 Beschreibung des Dreh-/Schubgelenkes mit Hilfe des *CYLINDRICAL_PAIR* Entity

Zur Definition eines Dreh-/Schubgelenkes werden auf den Gliedern lokale Koordinatensysteme definiert. Sie sind so angeordnet, daß der Ursprung und die z-Achse übereinstimmen. Die Drehung ist als der Winkel definiert, um den die x-Achse des lokalen Koordinatensystemes in positiver Richtung um die gemeinsame z-Achse gedreht werden muß, bis sie mit der x-Achse des zweiten lokalen Koordinatensystemes übereinstimmt. Die Verschiebung ist als der Weg definiert, um den die xy-Ebene des lokalen Koordinatensystemes auf dem "advent_link" in z-Richtung verschoben werden muß, bis sie mit der xy-Ebene des lokalen Koordinatensystemes auf dem "exit_link" übereinstimmt. Dieser Winkel wird in Bogenmaß in mathematisch positivem Sinn um die positive Achsenrichtung gemessen. In Abb. 26 ist s_i die Verschiebung und θ_i die Verdrehung des "advent_link" *Glied A* gegen das "exit_link" *Glied B*.

Im Einzelnen besteht das Dreh-/Schubgelenk aus folgenden Attributen:

actual_rot	Winkeldrehung um die z-Achse
actual_trans	Verschiebung entlang der z-Achse
par_change_rot	Winkeländerung im laufenden Analyseschritt
par_change_trans	Verschiebungsänderung im laufenden Analyseschritt
lower_limit_rot	Winkeluntergrenze
upper_limit_rot	Winkelobergrenze
lower_limit_trans	Verschiebungsuntergrenze
upper_limit_trans	Verschiebungsobergrenze

```

ENTITY cylindrical_pair
  SUBTYPE OF (kinematic_pair);
  actual_rot      : REAL;
  actual_trans    : REAL;
  par_change_rot  : REAL;
  par_change_trans : REAL;
  lower_limit_rot : REAL;
  upper_limit_rot : REAL;
  lower_limit_trans : REAL;
  upper_limit_trans : REAL;
END_ENTITY;

```

4.2.2.6 Beschreibung des Kreuzgelenkes mit Hilfe des UNIVERSAL_PAIR Entity

Zur Definition eines Kreuzgelenkes werden auf den beiden zusammenhängenden Gliedern lokale Koordinatensysteme definiert. Sie sind so angeordnet, daß der Ursprung übereinstimmt. Das Kreuzgelenk erlaubt die Drehung um die z-Achse und um die y-Achse des lokalen Koordinatensystemes auf dem "advent_link". Alle Winkel werden in Bogenmaß in mathematisch positivem Sinn um die positive Achsenrichtung gemessen. Die Reihenfolge der Drehungen ist zuerst die Drehung um die z-Achse (Roll) und dann die Drehung um die neue y-Achse (Pitch). Diese Konventionen sind in Abb. 27 dargestellt.

Im Einzelnen besteht das Kugelgelenk aus folgenden Attributen:

actual_roll	Winkeldrehung um die z-Achse
actual_pitch	Winkeldrehung um die y-Achse
par_change_roll	Winkeländerung um die z-Achse im laufenden Analyseschritt
par_change_pitch	Winkeländerung um die y-Achse im laufenden Analyseschritt
lower_limit_roll	Winkeluntergrenze bei Drehung um die z-Achse
upper_limit_roll	Winkelobergrenze bei Drehung um die z-Achse
lower_limit_pitch	Winkeluntergrenze bei Drehung um die y-Achse
upper_limit_pitch	Winkelobergrenze bei Drehung um die y-Achse

```

ENTITY universal_pair
  SUBTYPE OF (kinematic_pair);
  actual_roll      : REAL;
  actual_pitch     : REAL;
  par_change_roll  : REAL;
  par_change_pitch : REAL;
  lower_limit_roll : REAL;
  upper_limit_roll : REAL;
  lower_limit_pitch : REAL;
  upper_limit_pitch : REAL;
END_ENTITY;

```

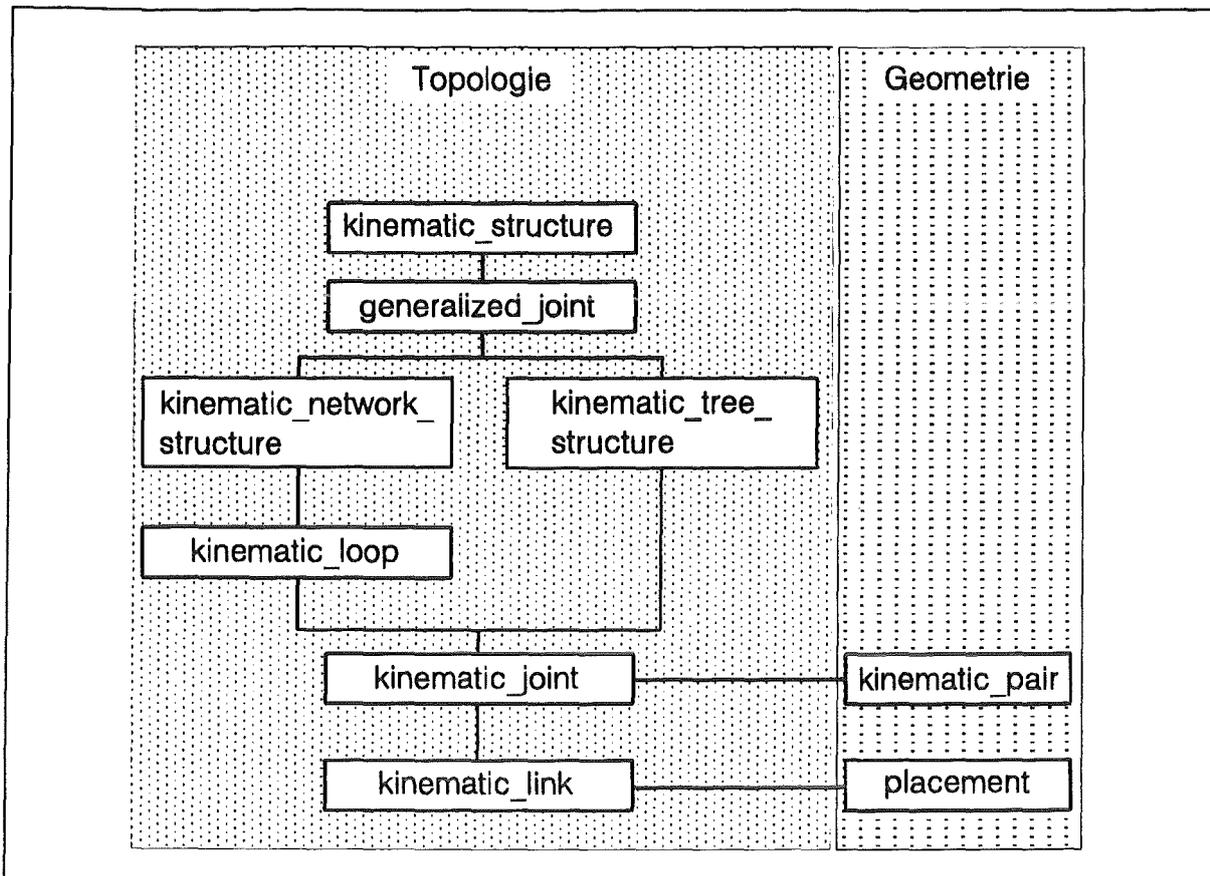


Abbildung 28. Schematische Darstellung der kinematischen Datenstruktur

4.2.2.7 Beschreibung der Transformation zwischen lokalen Koordinatensystemen mit dem PLACEMENT-Entity

Transformationen treten zwischen den lokalen Koordinatensystemen der Achsen auf einem Glied und vom Weltkoordinatensystem zum lokalen Koordinatensystem des Eingangs gelenkes der Basis auf.

Zur Beschreibung dieser Transformation dienen homogene Transformationsmatrizen. Aus ihnen können die Sheth-Uicker-Parameter abgeleitet werden.

```
ENTITY placement;
  ARRAY [ 1 : 4 ] OF
    [ 1 : 4 ] OF REAL;
END_ENTITY;
```

4.2.2.8 Beschreibung eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied mit dem FRAME-Entity

Lokale Koordinatensysteme auf Gliedern dienen als eigenständige Elemente zur Beschreibung des Referenzkoordinatensystemes des Gliedes oder zur Beschreibung von anwendungsspezifischen Koordinatensystemen, wie z.B. zur Definition des Greiferkoordinatensystemes eines Handhabungsgerätes. Implizit treten sie in der Beschreibung der Gelenktypen auf, ohne jedoch ein eigenständiges Element in der Datenstruktur zu bilden.

Sie bestehen aus dem Ursprung des lokalen Koordinatensystemes und den Richtungsvektoren der x-, y-, und z-Achse. x-, y-, z-Achse stehen orthogonal zu einander und bilden ein rechtshändiges Koordinatensystem.

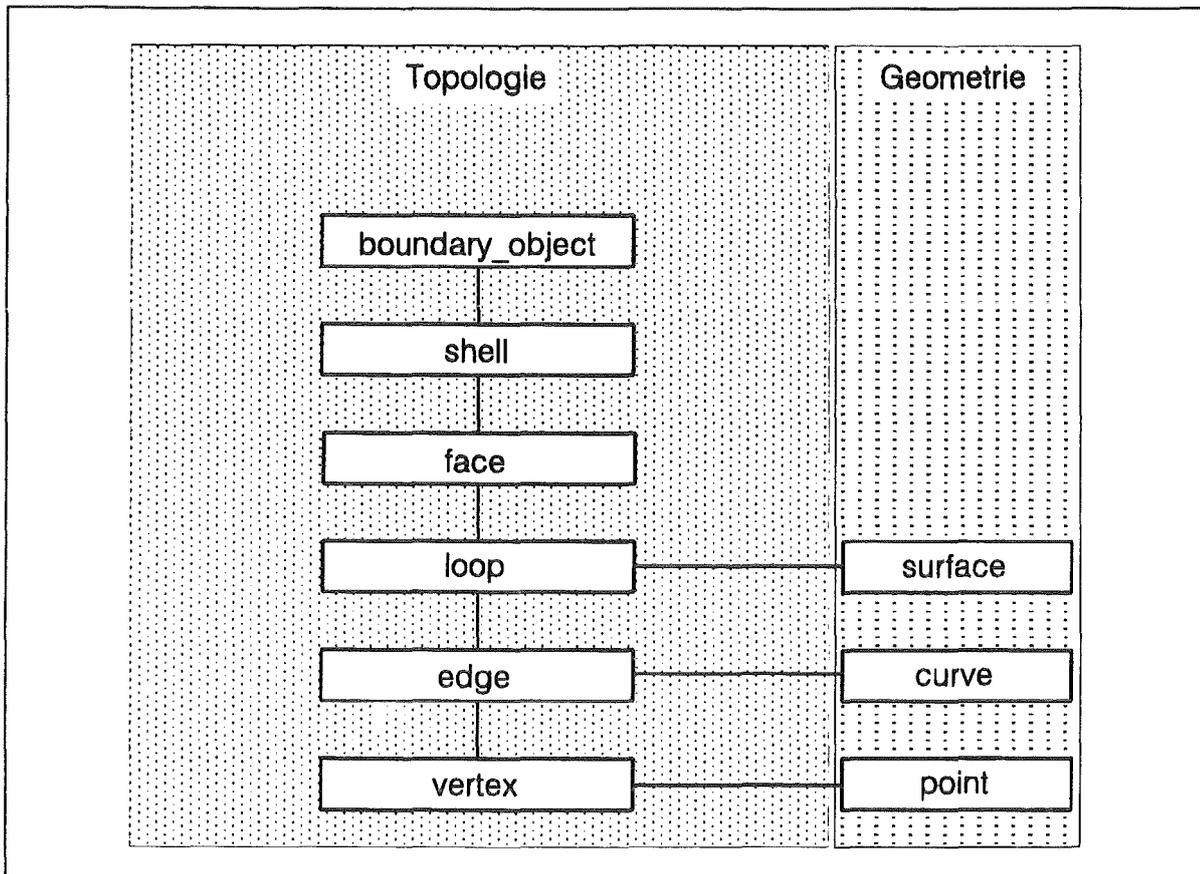


Abbildung 29. Schematische Darstellung der Boundary Representation Datenstruktur

Die Entitytypen "cartesian_point" und "direction" sind im Informationsmodell "Geometrie und Topologie" /37/ des internationalen Schnittstellenstandards STEP definiert.

```

ENTITY frame;
  origin : cartesian_point;
  x_axis : direction;
  y_axis : direction;
  z_axis : direction;
END_ENTITY;
  
```

4.2.3 Zusammenfassende Darstellung der Kinematikdatenstruktur

Abb. 28 zeigt schematisch die Trennung der Struktur- und Geometrieinformation in der Kinematikdatenstruktur. In der Beschreibung von Körpermodellen in CAD-Systemen nach der Boundary Representation Methode /57/ werden ebenfalls graphentheoretische Konzepte zur Beschreibung der Zusammenhangsinformation eines Körpers verwendet. Hier beschreibt eine Kante des Graphen (EDGE) eine Kante des Körpers, eine Ecke (VERTEX) seine Eckpunkte. Ein Fundamentalkreis (LOOP) beschreibt einen Konturzug, der eine Fläche begrenzt. Der topologischen Kante des Graphen ist als geometrische Beschreibung eine Kurve (CURVE) zugeordnet, einer Ecke ein Eckpunkt (VERTEX). Darüber werden weitere Konstrukte wie FACE und SHELL eingeführt, die keine direkte Entsprechung im Kinematikmodell haben. Diese Datenstruktur ist in Abb. 29 dargestellt. Die Ähnlichkeiten der unteren drei Hierarchieebenen sind deutlich erkennbar.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Konzepte sind in die Entwicklung des Informationsmodells "Kinematik" /39/ des internationalen Schnittstellenstandards STEP eingeflossen.

5.0 Algorithmen zur Erzeugung der einheitlichen Datenstruktur

Die Datenstruktur läßt sich in topologische und geometrische Elemente unterteilen. Aus diesem Grund bietet sich eine Trennung der Algorithmen zu ihrer Erzeugung in diese beiden Klassen ebenfalls an. Auf der Basis der Liste der Gelenke (`kinematic_joint`) und Glieder (`kinematic_link`) wird mit dem Aufbau der topologischen Struktur begonnen. Sie besteht aus einer Zerlegung des Graphen in einzelne Teilgraphen und der anschließenden Orientierung und weiteren Strukturierung jedes einzelnen Teilgraphen. Zur Beschreibung dieser Algorithmen dient eine symbolische Beschreibungssprache wie sie in [14] verwendet ist.

Daran schließt sich die Berechnung der lokalen Koordinatensysteme auf den Gliedern an. Aus ihnen lassen sich die Initialisierungswerte für die Gelenke und die Gestaltsmatrizen der Gliedbeschreibung berechnen. Abb. 30 zeigt schematisch diesen Ablauf.

5.1 Aufbau des topologischen Modelles

Ausgangsbasis für die topologische Analyse ist die Graphenstruktur der Kinematik, die sich in der Datenstruktur als eine Liste von `kinematic_joint`-Entities und eine Liste von `kinematic_link`-Entities niederschlägt. Die Vorgehensweise soll anhand der Graphenstruktur der Kinematik in Abb. 19 dargestellt werden. Der ungerichtete Graph ist in Abb. 20 dargestellt. Da im folgenden lediglich Graphenalgorithmen behandelt werden, die von Kinematikstrukturen unabhängig sind, wird die Terminologie der Graphentheorie verwendet.

Ausgehend von der Liste der Ecken und der Liste der ungerichteten Kanten des Graphen wird zunächst mit Hilfe einer Tiefensuche die Grobstruktur erzeugt. Dabei wird der Graph der Kinematikstruktur in Teilgraphen zerlegt. Die Übergänge zwischen den Teilgraphen, die Artikulationspunkte, werden gespeichert. Durch die Erzeugung des aufspannenden Baumes mit der Tiefensuche sind Teilgraphen vom Typ Baumstruktur bereits vollständig orientiert. Lediglich Teilgraphen vom Typ Netzwerk müssen weiter strukturiert werden.

5.1.1 Zerlegung des Graphen in Teilgraphen

Der gesamte bisher ungerichtete Graph, also die Liste von Ecken M_E (`kinematic_link` Entities) und Kanten (`kinematic_joint` Entities) M_K , wird in eine der folgenden Kategorien eingeordnet:

Elementartyp Der Graph ist entweder vom Typ BAUM oder vom Typ NETZWERK.

Mischtyp Der Graph ist ein Mischtyp, er besteht aus Teilgraphen beider Typen.

Handelt es sich bei dem Graphen um einen der Elementartypen, so wird zu seiner weiteren Analyse direkt das entsprechende Verfahren angewendet.

Handelt es sich um einen Mischtyp, so muß er in Teilgraphen der beiden Elementartypen zerlegt werden. Den Zusammenhang zwischen diesen Teilgraphen bildet der Hypergraph.

Grundsätzlich läßt sich jeder Graph in eine Vielzahl von Teilgraphen zerlegen. Für die kinematische Analyse besonders interessant ist jedoch eine Zerlegung in Blöcke. Von den oben genannten Typen von Teilgraphen ist jedoch nur das Netzwerk ein Block, da ein Baum eine Vielzahl von Artikulationspunkten enthält und somit jeder Ast einen Block darstellt. Daher werden lediglich die Artikulationspunkte benötigt, die den Übergang zwischen Netzwerkstrukturen oder den Übergang zwischen Baum- und Netzwerkstrukturen beschrei-

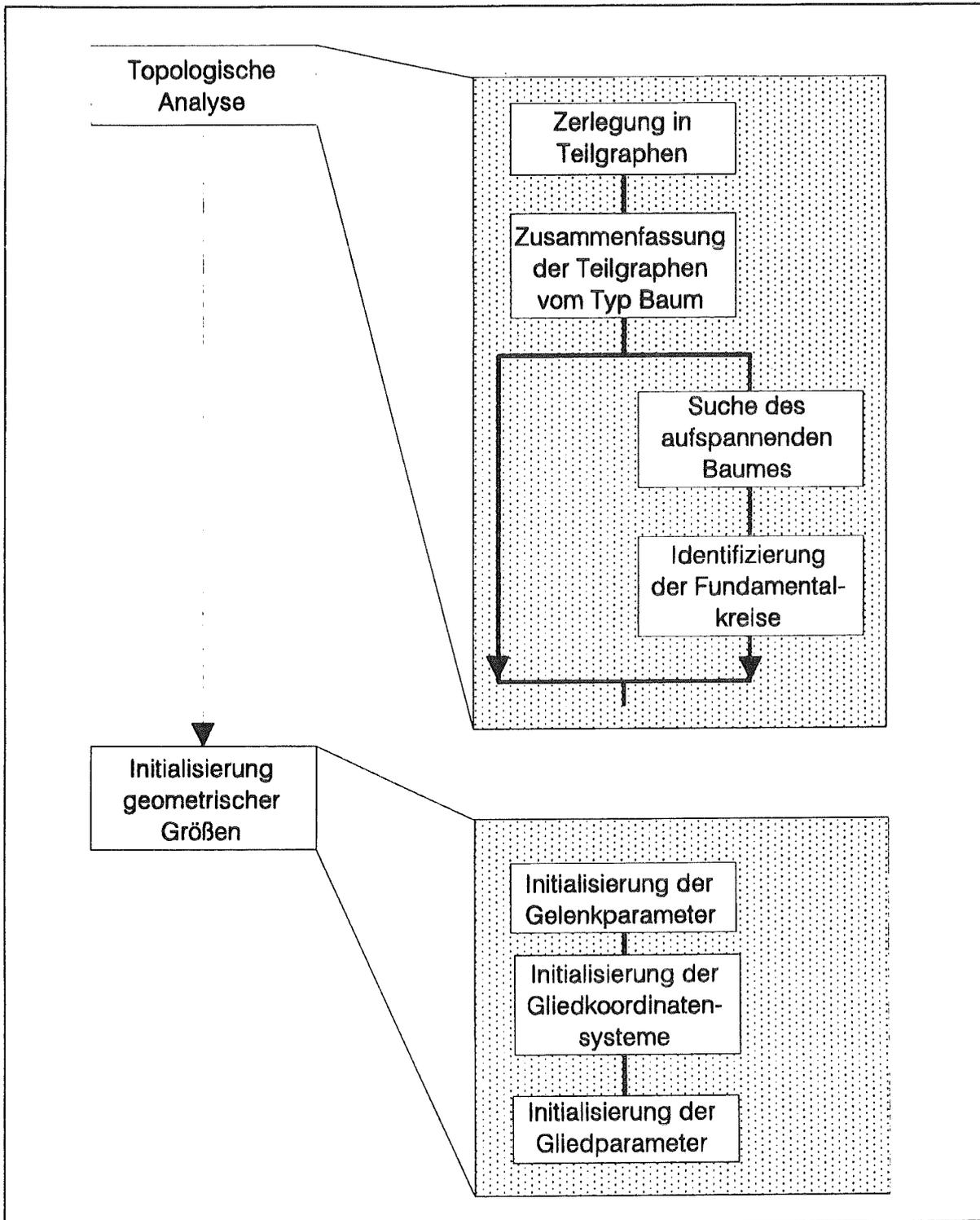


Abbildung 30. Ablauf des Aufbaus der topologischen und geometrischen Struktur.

ben. Innere Artikulationspunkte in Baumstrukturen werden während der Graphenanalyse wieder eliminiert.

Die Zerlegung eines Graphen in Teilgraphen läuft daher in zwei Schritten ab:

- Bildung der Teilgraphen ausgehend von den Artikulationspunkten
- Zusammenfassung von Teilgraphen vom Typ Baum

Grundlage des Verfahrens zur Zerlegung eines Graphen in Teilgraphen ist ein Algorithmus von Manber [31]. In der hier vorgestellten Form unterscheidet es sich von Manbers Ver-

fahren indem nicht nur Blöcke erkannt und identifiziert, sondern auch nach Baum und Netzwerk klassifiziert werden. Im Falle eines Baumes wird festgestellt, ob der vorhergehende Teilgraph ebenfalls ein Baum war und beide Bestandteile eines großen Baumes bilden. Dann wird die Vereinigungsmenge der Kanten der beiden Bäume gebildet und daraus ein neuer Teilgraph erzeugt.

Der zu zerlegende Graph besteht aus einer Menge von Ecken M_E und ungerichteten Kanten M_K . Er wird mittels einer Tiefensuche (Depth First Search, DFS) durchlaufen. Zu jeder Ecke v wird eine DFS-Nummer $v.DFS_Number$ berechnet, die die Position der Ecke im DFS-Baum angibt. Ausgehend von der Wurzel des Graphen E_{Root} werden fallende DFS-Nummern beginnend mit -1 vergeben. Zusätzlich wird für jede Ecke ein "High-Index" $v.High$ berechnet, der auf die DFS-Nummer des höchsten Vorgängers von v verweist. Durchlaufene Ecken und Kanten werden auf den Stack EK_STACK geschoben. Wenn eine Ecke v als Artikulationspunkt identifiziert wurde, dann werden alle Ecken und Kanten von EK_STACK entnommen, bis v oben auf dem Stack liegt.

Die Menge der Ecken und Kanten bildet einen Teilgraphen. Die Prozedur $SUCHE_AUSGANGS_ECKE$ liefert für eine Kante K_{akt} , die über die Ecke E_{akt} betreten wurde, die Ausgangsecke E_{ex} . Weiterhin dient die Prozedur $SUCHE_INZIDIERENDE_KANTEN$ dazu die Menge INZ_K der inzidierenden Kanten einer Ecke E_{akt} zu ermitteln.

```
PROCEDURE BILDE_TEILGRAPHEN ( $M_E, M_K, E_{Root}$ );
```

```
   $E_{akt} \leftarrow M_E$ 
```

```
  REPEAT
```

```
  BEGIN
```

```
     $E_{akt} \leftarrow \emptyset$ 
```

```
     $E_{akt} \leftarrow M_E$ 
```

```
  END;
```

```
  UNTIL ( $E_{akt} = \phi$ )
```

```
   $DFS\_N \leftarrow -1$ 
```

```
   $PARENT \leftarrow \phi$ 
```

```
  BC ( $E_{Root}, PARENT$ )
```

```
  END;
```

```
PROCEDURE BC ( $E_{akt}, PARENT$ );
```

```
  BEGIN
```

```
     $E_{akt}.DFS\_Number \leftarrow DFS\_N$ ;
```

```
     $DFS\_N \leftarrow DFS\_N - 1$ ;
```

```
     $EK\_STACK \leftarrow E_{akt}$ ;
```

```
     $E_{akt}.High \leftarrow E_{akt}.DFS\_Number$ ;
```

```
     $SUCHE\_INZIDIERENDE\_KANTEN(E_{akt}, INZ\_K)$ ;
```

```
     $K_{akt} \leftarrow INZ\_K$ ;
```

```
  REPEAT
```

```
  BEGIN
```

```
     $EK\_STACK \leftarrow K_{akt}$ ;
```

```
     $SUCHE\_AUSGANGS\_ECKE(E_{akt}, K_{akt}, E_{ex})$ ;
```

```

IF ( $E_{ex} \neq PARENT$ ) THEN
BEGIN
  IF ( $E_{ex}.DFS\_Number=0$ ) THEN
  BEGIN
     $PARENT \leftarrow E_{akt}$ ;
    BC ( $E_{ex}, PARENT$ );
    IF ( $E_{ex}.High < E_{akt}.DFS\_Number$ ) THEN

    BEGIN
      POP_TREE ( $E_{akt}$ );
       $EK\_STACK \leftarrow E_{akt}$ ;
      END;

    IF ( $E_{ex}.High=E_{akt}.DFS\_Number$ ) THEN
    BEGIN
      POP_NETWORK ( $E_{akt}$ );
       $EK\_STACK \leftarrow E_{akt}$ ;
      END;
       $E_{akt}.High \leftarrow \max(E_{akt}.High, E_{ex}.High)$ ;
    END

    ELSE
       $E_{akt}.High \leftarrow \max(E_{akt}.High, E_{ex}.DFS\_Number)$ ;
    END;
  END;
  UNTIL ( $K_{akt} = \phi$ );
END;

```

Sobald bei der Zerlegung ein Baum oder ein Netzwerk entdeckt wurden, werden die Kanten und Ecken mittels der Prozeduren POP_TREE bzw. POP_NETWORK vom Stack EK_STACK genommen, bis die Ecke E_{akt} wieder oben auf dem Stack liegt. Die Ecke E_{akt} bleibt auf dem Stack, da sie wieder als Artikulationspunkt für weitere Teilgraphen dienen kann. Im Falle eines Teilgraphen vom Typ Netzwerk wird direkt ein Netzwerkentity aufgebaut. Seine Kanten werden in der Reihenfolge des aufspannenden Baumes in die Jointliste einsortiert. Der Artikulationspunkt E_{akt} und dieses Netzwerkentity bilden ein neues Generalised Joint Entity.

Im Falle eines Teilgraphen vom Typ Baum wird nicht sofort ein neues Baum-Entity gebildet, da der Zerlegungsalgorithmus einen Baum, in einzelne Äste zerlegt, liefert. Daher werden zunächst die vorhandenen Baum-Entities überprüft, ob bereits ein Baum erzeugt wurde, von dem der augenblickliche Teilgraph ein Zweig ist. Dies wird durch Vergleich aller Ecken M_E mit dem Artikulationspunkt E_{art} des letzten verallgemeinerten Gelenkes vom Typ Baum festgestellt. Falls diese Überprüfung positiv ausfällt, wird der aktuelle Teilgraph mit diesem Baum vereinigt, indem die Kantenliste M_K , die vom Stack EK_STACK entnommen wurde, dem Baumes hinzugefügt wird. Weiterhin wird der Artikulationspunkt dieses verallgemeinerten Gelenkes mit BOUND aktualisiert. Bei einem negativen Ergebnis des Tests, wenn also kein Zusammenhang mit der letzten Baumstruktur besteht, wird direkt ein Baum-Entity B_{akt} aufgebaut. Seine Kanten werden in der Reihenfolge des aufspannenden Baumes in die Jointliste einsortiert. Der Artikulationspunkt E_{art} und dieses Baum-Entity bilden ein neues verallgemeinertes Gelenk GJ_{art} . Dieses verallgemeinerte Gelenk erhält nun die Rolle des "letzten verallgemeinerten Gelenkes vom Typ Baum".

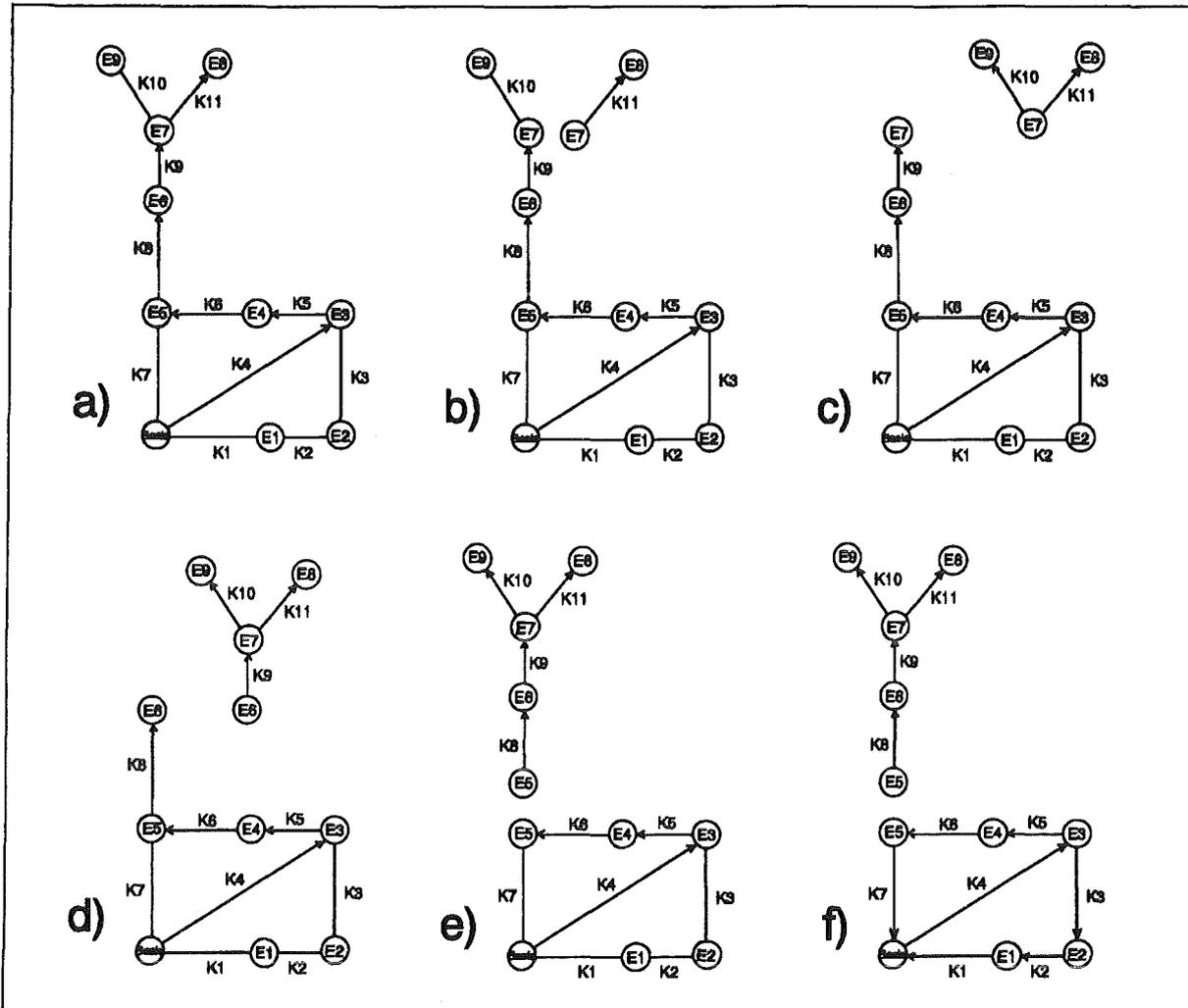


Abbildung 31. Zerlegung in Teilgraphen

```

PROCEDURE POP_TREE (BOUND);
BEGIN
  Ecur ← EK_STACK;
  REPEAT
  BEGIN
    ME ← Ecur;
    Kcur ← EK_STACK;
    MK ← Kcur;
    IF (LAST_TREE_GEN_JOINT ≠ ∅) THEN
      Eart ← LAST_TREE_GEN_JOINT;
      IF (Eart = ME) THEN
        TREE_CONNECTED ← 1;
      Ecur ← EK_STACK;
    END;
  UNTIL (Ecur = BOUND);

```

```

IF (TREE_CONNECTED) THEN
BEGIN
  LAST_TREE_GEN_JOINT.Kanten ←  $M_K \cup \text{LAST\_TREE\_GEN\_JOINT.Kanten}$ ;
  LAST_TREE_GEN_JOINT.Ecken ←  $M_E \cup \text{LAST\_TREE\_GEN\_JOINT.Ecken}$ ;
   $E_{art} \leftarrow \text{BOUND}$ ;
  LAST_TREE_GEN_JOINT.Art_punkt ←  $E_{art}$ ;
END

ELSE
BEGIN
   $E_{art} \leftarrow \text{BOUND}$ ;
   $B_{akt} \leftarrow \text{CREATE\_TREE}(M_K)$ ;
   $GJ_{akt} \leftarrow \text{CREATE\_GEN\_JOINT}(M_K, M_E)$ ;
   $GJ_{akt}.Baum \leftarrow B_{akt}$ ;
   $GJ_{akt}.Art\_punkt \leftarrow E_{art}$ ;
  LAST_TREE_GEN_JOINT ←  $GJ_{akt}$ ;
END;
END;

```

Abb. 31 zeigt einige Zwischenzustände bei der Zerlegung des ungerichteten Graphen in Teilgraphen. Ausgangspunkt der Zerlegung war die Ecke "BASIS". Der Artikulationspunkt zwischen den beiden Teilgraphen vom Typ Baum ist die Ecke "E5". Die einzelnen Äste des Baumes wurden zu einem Teilgraphen vom Typ Baum zusammengefaßt (Abb. 31 a) - e). In Abb. 31 f) ist der Rest des Graphen vollständig durchlaufen und als Netzwerk identifiziert.

Die Kanten des Baumes sind durch die Zerlegung bereits orientiert. Das Netzwerk muß weiter unterteilt werden.

5.1.2 Suche des aufspannenden Baumes des Netzwerkes

Zur Analyse einer Kinematikstruktur vom Typ Netzwerk ist die Identifizierung einzelner Maschen und die Aufstellung der Maschengleichungen erforderlich. Es stellt sich die Frage wieviele Maschen erforderlich sind, um eine linear unabhängige Menge von Gleichungen zur Beschreibung des Netzwerkes zu erhalten und wie diese gewählt werden müssen.

Diese Frage läßt sich mit Hilfe der Graphentheorie beantworten. Nach [14] bildet eine Menge von Fundamentalkreisen zu einem aufspannenden Baum eines Graphen G eine Basis für den Raum der Kreise von G . Die Dimension D_{K_r} dieses Raumes ist

$$D_{K_r} = (n_K - n_E + 1) \quad \{23\}$$

mit n_K als der Anzahl der Kanten des Graphen und n_E als der Anzahl der Ecken. Damit ist die minimale Anzahl der Maschengleichungen bekannt. Mit D_{K_r} Maschen, die sich aus den Fundamentalkreisen des Graphen ergeben, ist das Netzwerk vollständig beschrieben. Jede beliebige Masche in einem Netzwerk läßt sich entweder durch einen Fundamentalkreis oder durch eine Linearkombination von Fundamentalkreisen beschreiben. Für die kinematische Analyse ist man an einer minimalen Anzahl an Gleichungen interessiert und beschränkt sich daher auf D_{K_r} Fundamentalkreise. Diese Zusammenhänge wurden auch von Kirchhoff [25] zur Aufstellung von Gleichungssystemen zur Berechnung der Spannungsabfälle in einem elektrischen Netzwerk verwendet.

Zur Bildung der Fundamentalkreise eines Netzwerkgraphen muß ein aufspannender Baum gefunden werden. Zu einem Netzwerkgraphen lassen sich viele verschiedene aufspannende

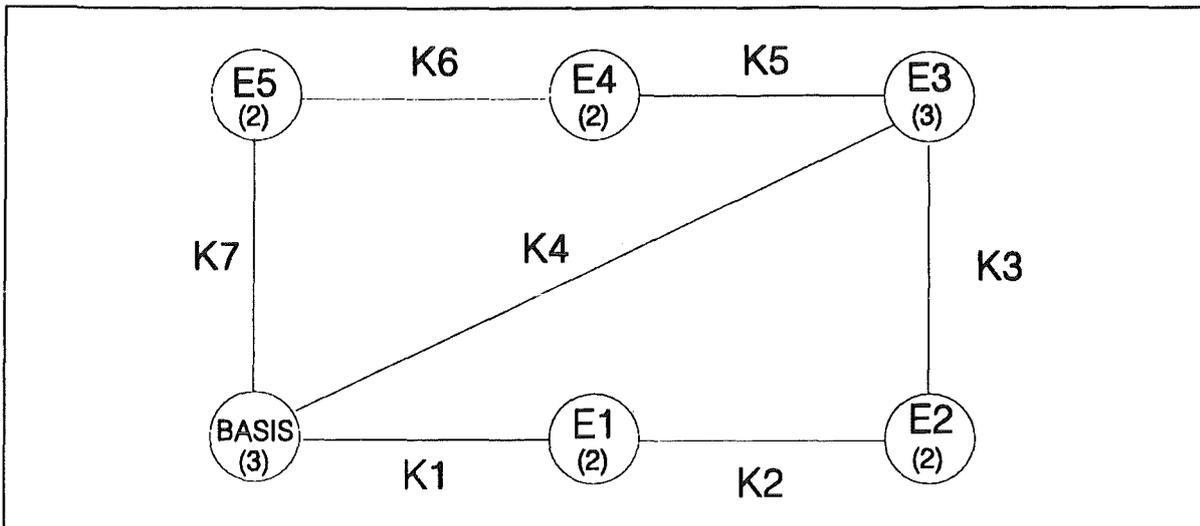


Abbildung 32. Bewerteter Graph

Bäume finden. Die Anzahl der aufspannenden Bäume ist gleich dem Wert der Determinanten einer Adjunkten der Kirchhoffmatrix [25] des Netzwerkes.

Aus dieser Vielzahl von Beschreibungsmöglichkeiten muß eine "optimale" Zerlegung gefunden werden. Optimal bedeutet, daß die Fundamentalkreise konsistent orientiert sein müssen, so daß eine Kante, die zu zwei Fundamentalkreisen gehört, in beiden in der gleichen Richtung durchlaufen wird. Weiterhin sollen Fundamentalkreise mit minimaler Länge erzeugt werden. Damit ist für die Analyse gewährleistet, daß die Bewegungsgleichungen simultan gelöst werden können und kleinstmögliche Maschen beschreiben. Somit muß ein nach diesem Kriterium optimaler aufspannender Baum gesucht werden. Eine konsistente Orientierung der Fundamentalkreise erzielt man mittels eines aufspannenden Baumes, der durch Tiefensuche aufgebaut wurde. Ein aufspannender Baum, der zu kleinen Maschen führt, muß bevorzugt die Ecken mit hohem Grad durchlaufen. Dies läßt sich erreichen, indem alle Ecken des Graphen mit ihrem Grad bewertet werden und der Graph so in einen bewerteten Graphen umgewandelt wird. Abb. 32 zeigt den Graphen des Netzwerkes aus Abb. 21 mit der Bewertung der Ecken in Klammern unter dem Namen der Ecken. Diese beiden Prämissen führen zu einer gewichteten Tiefensuche zur Erzeugung des aufspannenden Baumes. Eingabegröße der Prozedur AUFSPANNENDER_BAUM ist ein verallgemeinertes Gelenk GJ_{akt} vom Typ Netzwerk. Die lokale Basis für den Beginn der Tiefensuche bildet der Artikulationspunkt des Teilgraphen E_{adv} des verallgemeinerten Gelenkes. Die Grundlage der gewichteten Tiefensuche ist der Grad jeder Ecke, also die Anzahl der in dieser Ecke inzidierenden Kanten. Der Grad einer Ecke wird mit der Funktion $GRAD(E_{akt})$ ermittelt. Die rekursive Prozedur FINDE_NÄCHSTE_ECKE durchsucht, ausgehend von einer Ecke E_{akt} , die Elemente der Menge K_{INZ} der inzidierenden Kanten dieser Ecke. Falls eine Kante K_{akt} zum aktuellen verallgemeinerten Gelenk GJ_{akt} gehört, wird überprüft, ob sie schon durchlaufen ist, also $K_{akt}.Mark = 1$. Ist dies der erste Durchlauf durch diese Kante, so wird festgestellt, ob die Ecke in der sie endet, $E_{ex}(K_{akt})$ schon durchlaufen wurde. Falls diese Ecke bereits markiert ist, $E_{ex}(K_{akt}) = 1$, so schließt K_{akt} einen Fundamentalkreis im Graphen und wird daher der Menge der Co-Kanten $COBAUM$ zugefügt. Andernfalls wird die Ecke der Menge E_{NEU} hinzugefügt. Nach Bearbeitung aller Kanten von K_{INZ} enthält E_{NEU} alle Ecken, die von E_{akt} erreicht werden können und noch nicht durchlaufen wurden. Aus dieser Menge wird über die Funktion MAX_GRAD_ECKE die Ecke E_{max} mit maximalem Grad ermittelt. K_{max} ist die Kante, über die sie von E_{akt} erreicht wurde. Sie wird orientiert und dem Baum $SPAN_BAUM$ hinzugefügt. Die Ecke E_{max} wird durch einen erneuten Aufruf von $FINDE_NÄCHSTE_ECKE$ in gleicher Weise untersucht. Das Verfahren bricht ab, wenn die Basis wieder erreicht ist und keine Kanten mehr vorhanden sind, die nicht durchlaufen wurden. Damit sind die Kanten des Netzwerkes in einen aufspannenden Baum und in die Co-Kanten unterteilt. Abb. 33 zeigt den aufspannenden Baum des

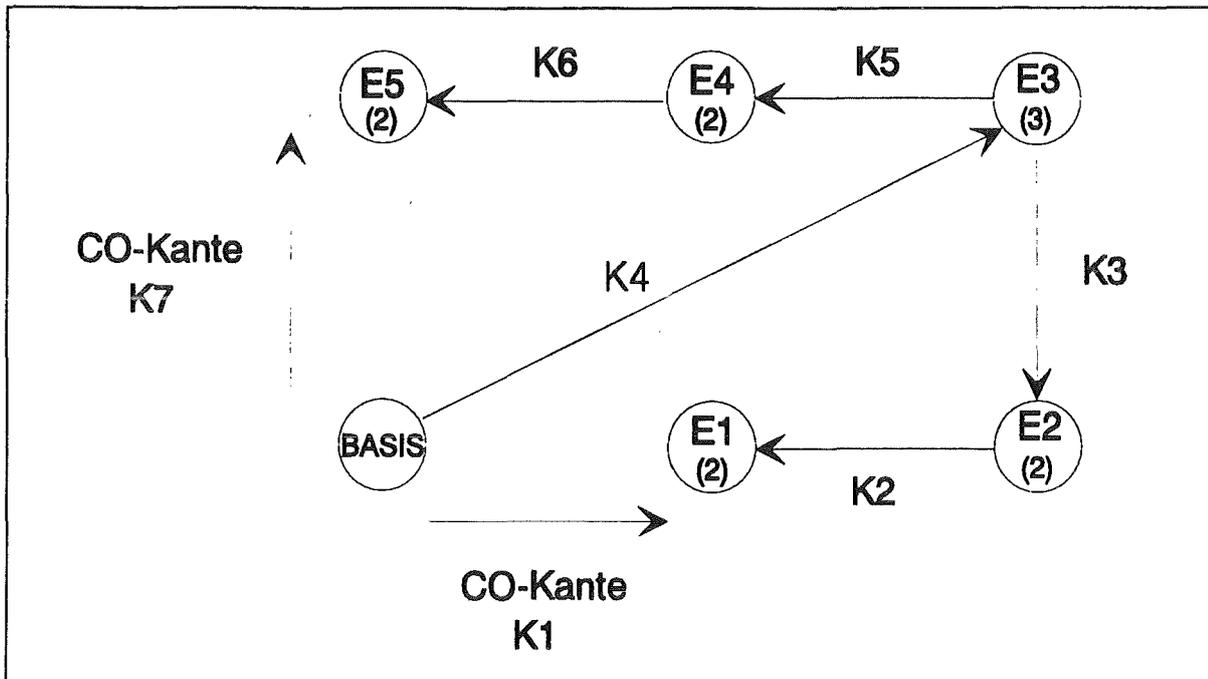


Abbildung 33. Aufspannender Baum

Graphen aus Abb. 32, der mittels der Eckenbewertung erzeugt wurde. Die Ecke *BASIS* war die Eingangsecke für diese Zerlegung des Teilgraphen. Die Kanten *K1* und *K7* sind die Kanten des zugehörigen Co-Baumes.

```

PROCEDURE AUFSPANNENDER_BAUM ( $G_{akt}$ );
  BASIS  $\leftarrow G_{akt}.ART\_PUNKT$ ;
   $M_E \leftarrow G_{akt}.Ecken$ ;
   $M_K \leftarrow G_{akt}.Kanten$ ;
  FOR ALL  $E_{akt} \in M_E$  DO
     $E_{akt}.Grad \leftarrow GRAD(E_{akt})$ ;
  FINDE_NÄCHSTE_ECKE (BASIS);
END_PROCEDURE;
```

```

PROCEDURE FINDE_NÄCHSTE_ECKE ( $E_{akt}$ );
   $E_{NEU} \leftarrow \phi$ ;
   $E_{akt}.Mark \leftarrow 1$ ;
  SUCHE_INZIDIERENDE_KANTEN( $E_{akt}, K_{INZ}$ );
  FOR ALL  $K_{akt} \in K_{INZ}$  DO
  BEGIN
    IF ( $K_{akt}.Mark \neq 1$ ) THEN
    BEGIN
      IF ( $E_{ex}(K_{akt}).Mark \neq 1$ ) THEN
         $E_{NEU} \leftarrow E_{ex}$ ;
      ELSE
        COBAUM  $\leftarrow K_{akt}$ ;
      END;
    END;
  END;
   $E_{max} \leftarrow MAX\_GRAD\_ECKE(E_{NEU})$ ;
   $K_{max} \leftarrow ORIENT(E_{akt}, E_{max}, K_{max})$ ;
  FINDE_NÄCHSTE_ECKE ( $E_{max}$ );
END_PROCEDURE;
```

5.1.3 Suche der Fundamentalkreise des Graphen

Jede Co-Kante K_{co} wird entgegen ihrer Durchlaufrichtung bei der Erstellung des aufspannenden Baumes zur gerichteten Kante GK_{co} orientiert. GK_{co} dient als Ausgangspunkt zur Suche eines Fundamentalkreises. Sie zeigt auf zwei Ecken des aufspannenden Baumes. Ausgehend von der Ausgangsecke von GK_{co} wird im aufspannenden Baum durch eine Breitensuche (Breadth First Search) ein Teilbaum gesucht, bis die Eingangsecke erreicht ist. Dabei werden alle Ecken nach folgendem Verfahren aufsteigend numeriert:

Sei $P(E_i)$ die Markierung der Ecke E_i , dann erhält jede Ecke, die über die in E_i inzidierenden Kanten erreicht werden kann, die Markierung $P(E_{i+1}) = P(E_i) + 1$. Das bedeutet, jede Ecke erhält die um 1 erhöhte Markierung ihres Vorgängers.

Im letzten Schritt wird ausgehend von der Eingangsecke E_{adv} der Co-Kante K_{co} ein Pfad durch diesen Baum gesucht, der die kürzeste Verbindung zur Ausgangsecke E_{ex} herstellt. Dabei wird die Menge aller Ecken, die über die inzidierenden Kanten K_{INZ} einer Ecke E_{akt} erreicht werden können, nach der Ecke untersucht, für die $P(E_i) = P_{akt} - 1$ gilt. Die Durchlaufrichtung jeder Kante K_i , die als zum Fundamentalkreis gehörig erkannt ist, wird in einer gerichteten Kante GK_i festgehalten. Die Liste der gerichteten Kanten L_{GK} , beschreibt den Fundamentalkreis.

```
PROCEDURE FINDE_FUNDAMENTALKREIS (GKco);  
  
  LGK ← GKco  
  Eakt ← Eex(GKco)  
  Pakt ← Eakt · Pmark;  
  REPEAT  
  BEGIN  
    KINZ ← SUCHE_INZIDIERENDE_KANTEN(Eakt);  
    REPEAT  
      Ki ← KINZ;  
      Ei ← Eex(Ki);  
    UNTIL (Ei · Pmark) = Pakt - 1);  
    LGK ← GKi;  
    Pakt = Pakt - 1  
    Eakt ← Ei  
  END  
  END  
  UNTIL (Eakt = Eadv(GKco))  
END_PROCEDURE
```

Mit diesem Verfahren wird für jede Kante des Co-Baumes ein Fundamentalkreis gefunden. Damit ist die Zerlegung des Netzwerkes in die Menge seiner Fundamentalkreise abgeschlossen. Abb. 18 zeigt die Fundamentalkreise, die aus dem aufspannenden Baum aus Abb. 33 resultieren. Die Kanten "K1" und "K7" sind die Kanten des Co-Baumes, die zur Suche der Fundamentalkreise verwendet wurden.

5.1.4 Suche eines Weges durch einen Graphen

Für Operationen wie die Berechnung der Rücktransformation oder die Aufzeichnung von Bahnkurven, wird ein Weg durch den Graphen von der Basis zu einem bestimmten Glied benötigt.

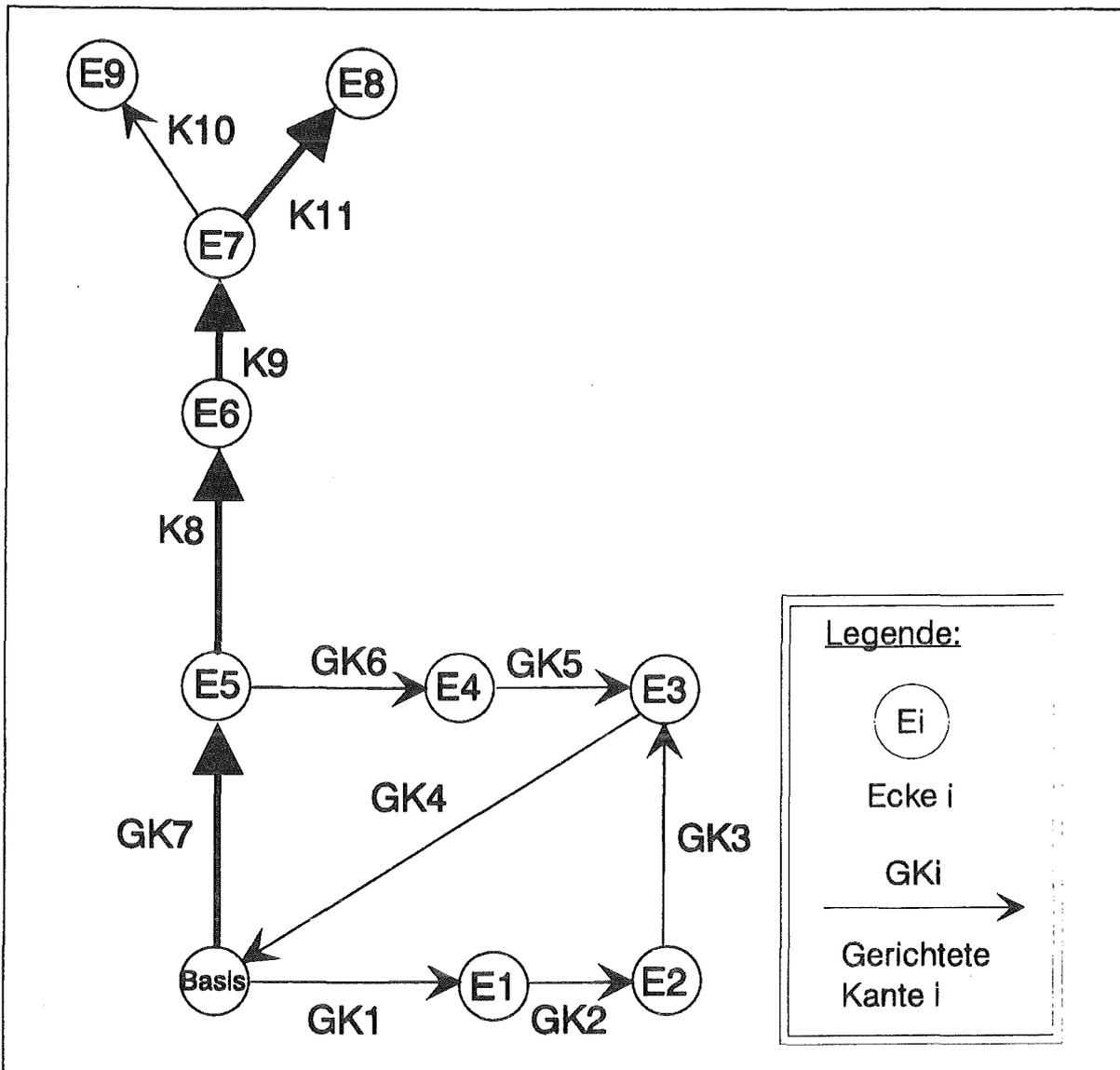


Abbildung 34. Weg durch einen Graphen, der aus einem Netzwerk und aus einer Baumstruktur besteht

Dieser Weg wird erst ermittelt, wenn der Graph in Teilstrukturen zerlegt und vollständig orientiert ist. Der gerichtete Graph wird von der Basis bis zum Endglied mit einer Tiefensuche durchlaufen. Diese Vorgehensweise gewährleistet, daß alle Kanten des so gefundenen Weges konsistent orientiert sind. Diese Folge von Ecken und Kanten im Graphen bzw. Gelenken und Gliedern in der Kinematikstruktur wird als KINEMATIC_BRANCH Entity abgespeichert. Dieser Weg ist oft nicht der kürzestmögliche durch den Graphen, wenn man die Anzahl der zu durchlaufenden Kanten als Maß für die Länge nimmt. Die Länge des Weges ist jedoch von untergeordneter Bedeutung, entscheidend ist, daß die durchlaufenen Kanten konsistent orientiert sind.

Abb. 34 zeigt einen Weg durch einen Graphen, der aus einem Netzwerk und aus einer Baumstruktur besteht. Ausgehend von dem Glied "BASIS" geht er über die gerichtete Kante "GK7" des Netzwerkes zum Artikulationspunkt "E5". Von dort führt er über die Kanten "K8", "K9" und "K11" und die dazwischen liegenden Ecken zur Ecke "E8".

5.2 Aufbau des geometrischen Modelles

Der Aufbau des geometrischen Modelles läuft in drei Schritten ab:

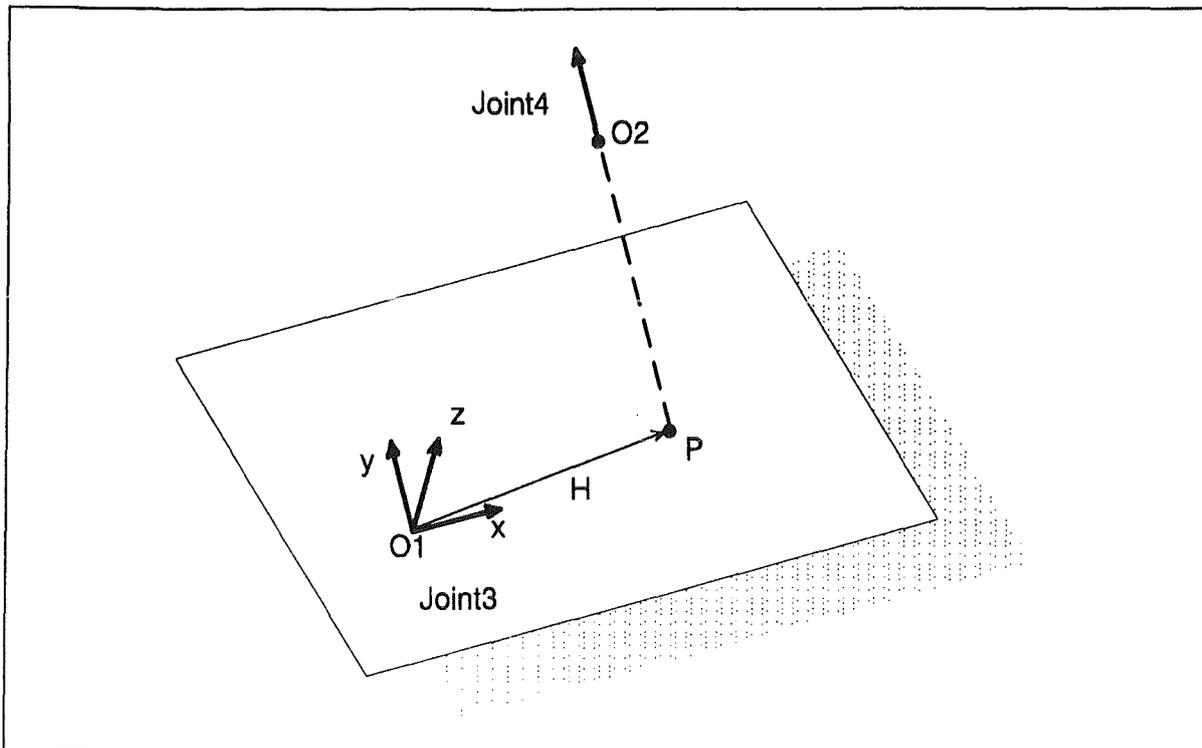


Abbildung 35. Hilfskonstruktion zur Initialisierung eines lokalen Gliedkoordinatensystemes

1. Berechnung von Startwerten für die Gelenkparameter
2. Festlegung der Gliedkoordinatensysteme
3. Berechnung der Gestaltmatrizen der Glieder

5.2.1 Berechnung von Startwerten für die Gelenkparameter

Die Parameterwerte der Gelenke lassen sich in einfachen Fällen aus geometrischen Beziehungen zwischen Gliedern ableiten, sofern die lokalen Koordinatensysteme auf den Gliedern zu beiden Seiten des Gelenkes bekannt sind. Dies trifft insbesondere auf Dreh- und Schubgelenke zu, hier lassen sich die Verdrehung bzw. die Verschiebung aus der Lage der lokalen Koordinatensysteme auf den beiden Gliedern berechnen.

In dieser Arbeit wird ein anderer Weg verfolgt; es werden Startwerte für die Gelenkparameter festgelegt und mit Hilfe der resultierenden Gelenkmatrizen die lokalen Koordinatensysteme berechnet. Durch Ausführung der aus den Gelenkparametern resultierenden Gelenktransformation kann das lokale Koordinatensystem auf dem Eingangsglied berechnet werden.

5.2.2 Festlegung der Gliedkoordinatensysteme

Die Information, die zur Festlegung der Gliedkoordinatensysteme zur Verfügung steht, hängt vom Gelenktyp ab. Sie besteht aus dem Ursprung des lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied und den Koordinatenachsen, die die Bewegungsrichtungen beschreiben:

Drehgelenk	Ursprung, z-Achse
Schubgelenk	Ursprung, z-Achse
Dreh-/Schubgelenk	Ursprung, z-Achse

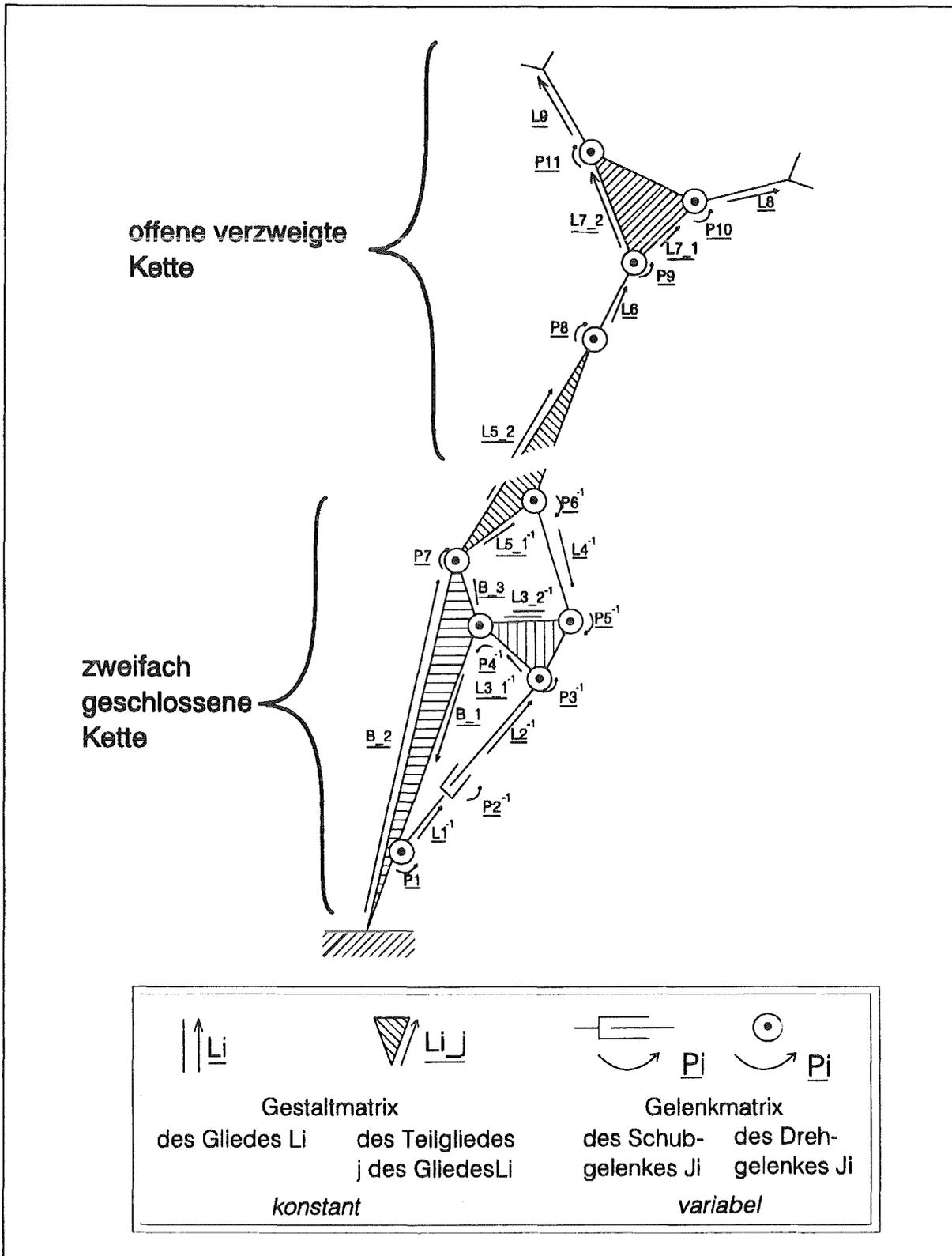


Abbildung 36. Ergebnis der Zerlegung der Struktur in Teilstrukturen

Kreuzgelenk Ursprung, y-, z-Achse

Kugelgelenk Ursprung, z-Achse

Dies ist die Information, die bei einer grafischen Beschreibung der Struktur vorgegeben wird. Es könnte auch für jeden Gelenktyp ein komplettes lokales Koordinatensystem vorgegeben werden, dies würde jedoch die Eingabe unnötig komplizieren und keine zusätzliche

Information hinzufügen. Daher werden die lokalen Koordinatensysteme automatisch vervollständigt.

Zur Festlegung der geometrischen Größen der Kinematikstruktur dient die orientierte Baumstruktur des Graphen. Im Falle eines Teilgraphen vom Typ Netzwerk übernimmt der aufspannende Baum diese Funktion. Die Baumstruktur wird durchlaufen und dabei geschieht die Festlegung der Gliedkoordinatensysteme in zwei Schritten:

- Festlegung des lokalen Koordinatensystemes des Eingangsgelenkes des Gliedes
- Festlegung der lokalen Koordinatensysteme der Ausgangsgelenke des Gliedes

Das lokale Koordinatensystem Fk_B des Eingangsgelenkes k des Gliedes B wird berechnet, indem das lokale Koordinatensystem Fk_A auf der anderen Seite des Gelenkes auf dem Vorgängerglied A ermittelt wird. Durch Transformation dieses Koordinatensystemes mit der Gelenkmatrix \underline{P} erhält man das lokale Koordinatensystem des Eingangsgelenkes:

$$Fk_B = \underline{P} Fk_A \quad \{24\}$$

Die lokalen Koordinatensysteme der Ausgangsgelenke werden mit Hilfe einer Hilfskonstruktion in Bezug auf die z-Achse des lokalen Koordinatensystemes des Eingangsgelenkes berechnet. Diese Vorgehensweise wird in Abb. 35 illustriert. Über die Richtung der z-Achse und den Ursprung des lokalen Koordinatensystemes $O1$ des Gelenkes $Joint3$ ist eine Ebene festgelegt. Eine Gerade, die durch den Ursprung $O2$ und die Richtung der z-Achse des Gelenkes $Joint4$ definiert ist, schneidet diese Ebene in einem Punkt P . Der Hilfsvektor \vec{H} vom Ursprung $O1$ zum Punkt P wird normiert. Die y-Achse wird berechnet mittels:

$$\vec{y} = \vec{z} \times \frac{\vec{H}}{|\vec{H}|} \quad \{25\}$$

Die x-Achse erhält man durch:

$$\vec{x} = \vec{y} \times \vec{z} \quad \{26\}$$

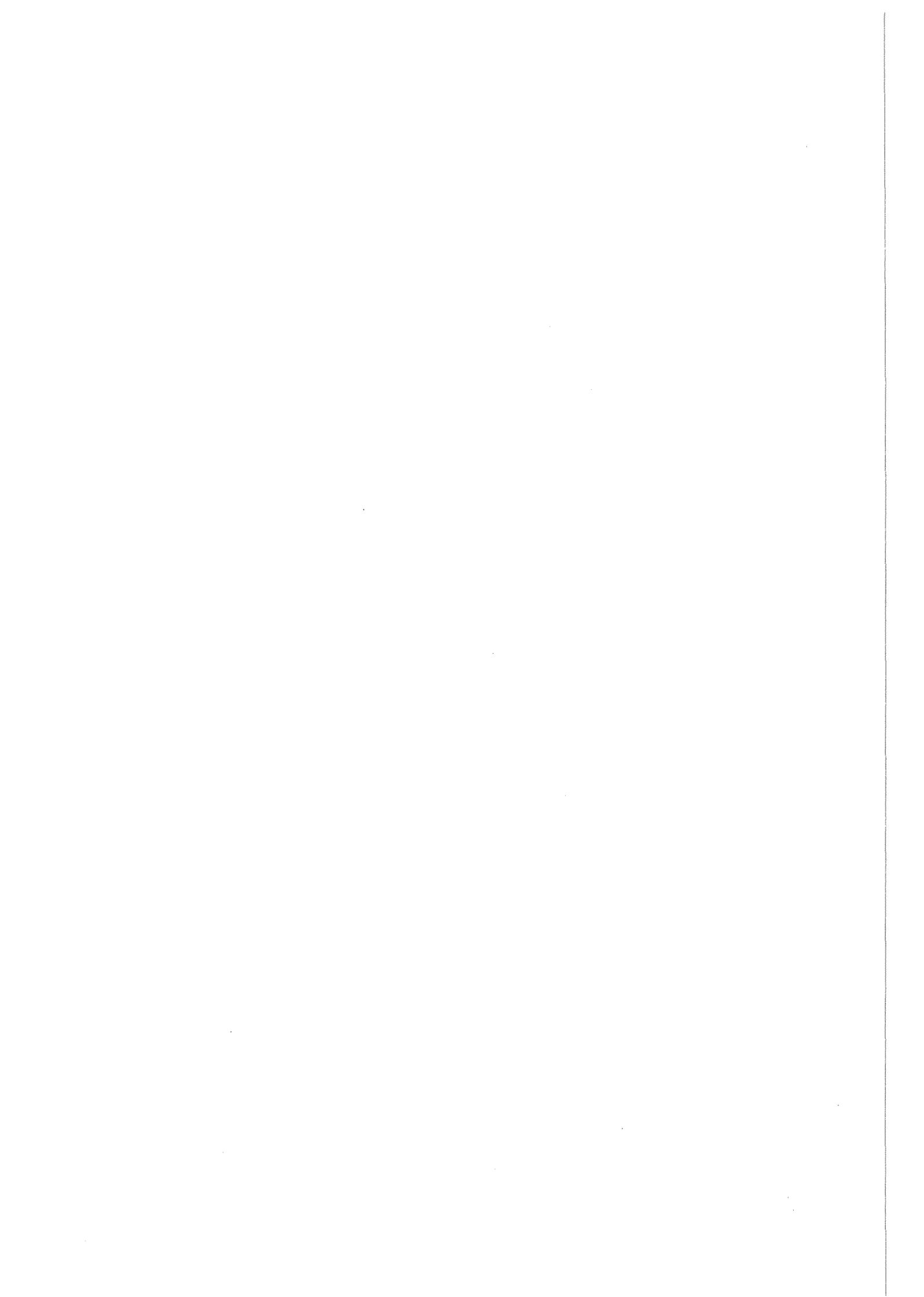
Dieses Verfahren versagt, wenn die z-Achsen beider Gelenke kollinear sind. In diesem Fall wird eine der globalen Koordinatenachsen, die nicht mit der z-Achse von $Joint4$ kollinear ist, als Hilfsvektor verwendet.

Beim Kreuzgelenk ist die y-Achse aufgrund der Gelenkdefinition bereits vorhanden. Somit entfällt in diesem Fall die Konstruktion mit dem Hilfsvektor H . Lediglich die x-Achse wird nach {26} berechnet.

5.2.3 Berechnung der Gestalt-Matrizen der Glieder

Die Gestalt des Gliedes ist hinsichtlich ihrer kinematisch relevanten Größen mit der Festlegung der lokalen Koordinatensysteme beschrieben. Zur kinematischen Analyse ist jedoch eine Matrizendarstellung erforderlich. Ausgehend von der Teilgliedstruktur, die beim Aufbau der topologischen Struktur festgelegt wurde, folgt nun die Berechnung der Übergangsmatrix, die die geometrischen Zusammenhänge zwischen dem lokalen Koordinatensystem des Eingangsgelenkes und dem lokalen Koordinatensystem des Ausgangsgelenkes des Teigliedes beschreibt.

Abb. 36 zeigt die in Teilstrukturen zerlegte und orientierte Struktur aus Abb. 19.



6.0 Operationen auf der Kinematikstruktur

Die vorgehend spezifizierte Datenstruktur erlaubt eine Anzahl von Operationen zur Analyse und Modifikation der kinematischen Struktur. Diese werden im folgenden in drei Klassen eingeteilt:

- Kinematische Analyse
- Topologische Modifikationen
- Geometrische Modifikationen

6.1 Kinematische Analyse

Unter kinematischer Analyse wird im folgenden die Berechnung der Stellungsgeometrie eines Mechanismus sowie die Berechnung der Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten von lokalen Koordinatensystemen auf Gliedern des Mechanismus verstanden. Die beiden Typen von Kinematikstrukturen, offene und geschlossene kinematische Ketten, werden dabei getrennt behandelt.

6.1.1 Berechnung der Stellungsgeometrie offener kinematischer Ketten

Die Berechnung der Stellungsgeometrie gestaltet sich sehr einfach, da alle variablen Größen des Mechanismus, die Gelenkparameter, voneinander unabhängig sind.

Ausgangsbasis für die Berechnung ist die Matrixgleichung des Mechanismus. Im Falle der offenen Kette ist sie, beginnend an der Basis \underline{L}_0 , eine Folge von Gelenk- \underline{P}_i und Gestaltsmatrizen \underline{L}_i . \underline{T}_n ist das Zielkoordinatensystem am Ende der offenen kinematischen Kette.

$$\underline{T}_n = \underline{L}_0 \prod_{i=1}^n (\underline{P}_i \underline{L}_i) \quad \{27\}$$

Alle in diesem Ausdruck auftretenden Gelenkmatrizen \underline{P}_i sind freie Variablen des Mechanismus. Sie sind voneinander unabhängig. Die Berechnung der Stellungsgeometrie des Mechanismus reduziert sich dadurch auf eine Multiplikation von Transformationsmatrizen.

6.1.2 Berechnung der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied einer offenen kinematischen Kette

Da alle Gelenke der offenen kinematischen Kette von einander unabhängig sind, sind alle Gelenkgeschwindigkeiten bekannt. Das Ziel ist es also aus diesen Gelenkgeschwindigkeiten die Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied zu berechnen. Diese Größen erhält man für das Zielkoordinatensystem \underline{T} , indem man Gleichung {27} für eine Stellung der Kette nach der Zeit ableitet. Die Stellung der Kette ist durch den Gelenkparametervektor $\bar{\theta}$ charakterisiert. Die zeitabhängigen Terme sind die Gelenkmatrizen \underline{P}_i , da sie von den Gelenkparametern θ_i abhängen. Die Gliedmatrizen \underline{L}_i sind konstant, da starre Glieder vorausgesetzt wurden. Die Ableitung von Gleichung {27} ergibt sich unter diesem Gesichtspunkt zu:

$$\dot{\underline{T}} = \sum_{i=1}^n \left(\underline{L}_0 \prod_{j=1}^{i-1} (\underline{P}_j \underline{L}_j) \left[\frac{\partial \underline{P}_i(\theta_i)}{\partial \theta_i} \right]_{\theta_i = \bar{\theta}_i} \dot{\theta}_i \prod_{k=i}^n (\underline{P}_k \underline{L}_k) \right) \quad \{28\}$$

Diese Gleichung läßt sich mit dem Vektor \vec{D} der Gelenkgeschwindigkeiten $\dot{\theta}_i$ und der Jacobimatrix $\underline{J}_{\vec{\theta}}$ zusammenfassen zu:

$$\dot{\underline{T}} = \underline{J}_{\vec{\theta}} \vec{D} \quad \{29\}$$

Die Jacobimatrix $\underline{J}_{\vec{\theta}}$ bildet in der durch $\vec{\theta}$ definierten Stellung die Geschwindigkeiten \vec{D} im Gelenkkoordinatenraum auf die Geschwindigkeiten \vec{v} und $\vec{\omega}$ des Zielkoordinatensystems T im kartesischen Raum ab. Der Translationsanteil der Matrix $\dot{\underline{T}}$ gibt den Geschwindigkeitsvektor \vec{v} , die Rotationsuntermatrix die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$, an.

6.1.3 Berechnung der Stellungsgeometrie geschlossener kinematischer Ketten nach dem Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg

Die Graphenanalyse liefert für eine Netzwerkstruktur die Menge der sie beschreibenden Fundamentalkreise. Jeder Fundamentalkreis beschreibt eine Masche der Netzwerkstruktur. Mit Hilfe der Zerlegung in Fundamentalkreise läßt sich somit eine Menge von Maschengleichungen aufstellen, die ein mathematisches Modell für die Beschreibung des kinematischen Verhaltens des Mechanismus darstellt. Die Berechnung der Stellungsgeometrie einer Struktur nach Uicker, Denavit und Hartenberg /53/ wird im folgenden beschrieben. Während das Originalverfahren auf einer Kinematikbeschreibung mittels Denavit-Hartenberg Matrizen beruht, wird hier der Formalismus von Sheth und Uicker, d.h. die Trennung von konstanter Glied- und variabler Gelenkinformation, verwendet.

Eine Maschengleichung nimmt in Matrizendarstellung folgende Form an

$$\prod_{i=1}^n (\underline{P}_i \underline{L}_i) = \underline{I} \quad \{30\}$$

Diese Gleichung stellt eine Folge von variablen Gelenkmatrizen \underline{P}_i und konstanten Gestaltsmatrizen \underline{L}_i dar, die sich am Startglied der Masche wieder schließt, also eine Einheitsmatrix ergibt. Sie gilt für Dreh- und Schubgelenke, die durch eine einzelne Gelenkmatrix beschrieben werden. Höhere Gelenktypen werden durch Kombinationen von Dreh- und Schubgelenken beschrieben:

- Ein Kugelgelenk entsteht durch Hintereinanderschaltung von drei Drehgelenken, die um die z-Achse, um die y-Achse und um die x-Achse drehen.

$$\underline{P}_{glob} = \underline{P}_{Rz} \underline{P}_{Ry} \underline{P}_{Rx} \quad \{31\}$$

- Ein Kreuzgelenk wird durch eine Drehung um die z-Achse und eine Drehung um die y-Achse beschrieben:

$$\underline{P}_{univ} = \underline{P}_{Rz} \underline{P}_{Ry} \quad \{32\}$$

- Das Drehschubgelenk setzt sich aus einem Drehgelenk um die z-Achse und einem Schubgelenk in Richtung der z-Achse zusammen.

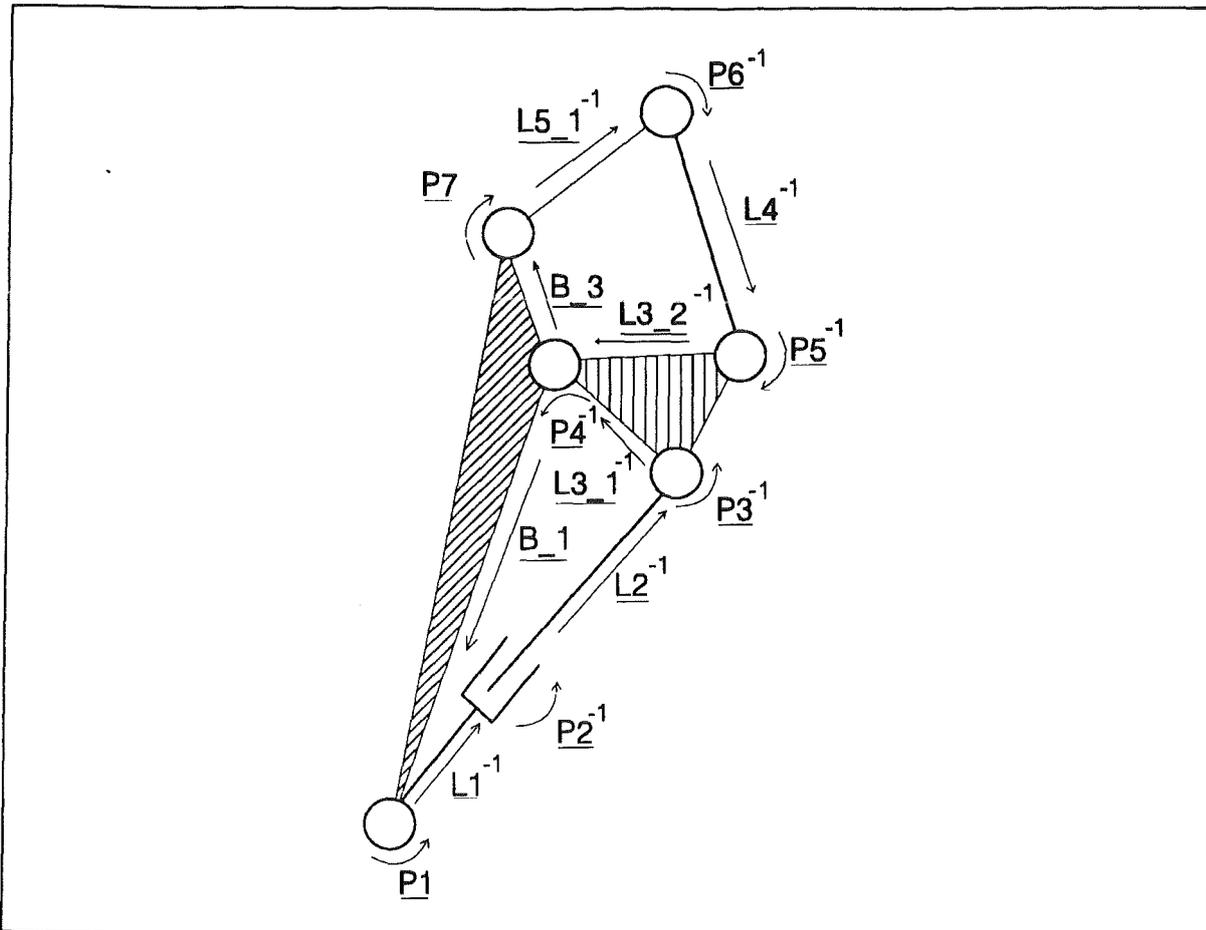


Abbildung 37. Gelenk- und Gliedmatrizen an einer zweifach geschlossenen Kette

$$\underline{P}_{cyl} = \underline{P}_{Rz} \underline{P}_{Tz} \quad \{33\}$$

Bei der Initialisierung der geometrischen Größen wurde die Orientierung des aufspannenden Baumes verwendet. Die Gelenke des Co-Baumes wurden willkürlich orientiert und daraus ergab sich auch eine willkürliche Richtung bei der Initialisierung ihrer geometrischen Größen. In der Beschreibung des Fundamentalkreises, in der Liste der JOINT_SIDE Entities des KINEMATIC_LOOP Entity, ist der Umlaufsinn in der Masche durch die Reihenfolge der KINEMATIC_JOINT Entities und durch ihren Richtungssinn festgelegt.

Bei der Aufstellung der Maschengleichungen ist es notwendig die Gelenk- und Gliedmatrizen in diesem Richtungssinn anzuordnen. Falls der Richtungssinn in der Masche nicht mit dem Richtungssinn bei der Initialisierung übereinstimmt, müssen Gelenk- und Gliedmatrizen invertiert und in der Maschengleichung in umgekehrter Reihenfolge angeordnet werden. Abb. 37 zeigt die Initialisierung der geometrischen Größen des Koppelgetriebes mit Hilfe der Orientierung seines aufspannenden Baumes (Abb. 33). Die Pfeilrichtung symbolisiert die Orientierung der entsprechenden Glied- oder Gelenkmatrix entsprechend der Aufstellung der Fundamentalkreise in Abb. 18. Die Bezeichnung der Pfeile gibt an, ob die Orientierung der Glied- oder Gelenkmatrix mit der Initialisierung über den aufspannenden Baum übereinstimmt (\underline{L}_i) oder invertiert werden muß (\underline{L}_i^{-1}). In diesem Beispiel lauten dann die Maschengleichungen:

$$\underline{B}_1 \underline{P}_1 \underline{L}_1^{-1} \underline{P}_2^{-1} \underline{L}_2^{-1} \underline{P}_3^{-1} \underline{L}_3 \underline{L}_3^{-1} \underline{P}_4^{-1} = I \quad \{34\}$$

$$\underline{B}_3 \underline{P}_7 \underline{L}_5 \underline{L}_5^{-1} \underline{P}_6^{-1} \underline{L}_4^{-1} \underline{P}_5^{-1} \underline{L}_3 \underline{L}_3^{-1} \underline{P}_4^{-1} = I \quad \{35\}$$

Auf diese Weise sind die beiden Maschengleichungen konsistent orientiert. Dies drückt sich dadurch aus, daß das Gelenk P_4 , in beiden Maschen im gleichen Sinn durchlaufen wird.

Zur Beschleunigung der Analyse ist es zweckmäßig, die konstanten Größen dieser Gleichung, die Gestaltsmatrizen \underline{L}_i der Glieder, vorab zu berechnen. Dann müssen lediglich die von Analyseschritt zu Analyseschritt veränderlichen Gelenkmatrizen \underline{P}_i aus den aktuellen Gelenkwerten berechnet werden.

Nachdem die Maschengleichungen des Mechanismus aufgestellt sind und die Anzahl der freien Gelenkparameter festgestellt wurde, kann zur Berechnung der Stellungsgeometrie geschritten werden. Dazu dient ein iteratives Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg /53/. Zur Berechnung einer neuen Stellung der Masche in Abhängigkeit eines Eingangswertes θ_1 dient ein Newtonverfahren. Dazu werden für nichtangetriebene Gelenke die augenblicklichen Werte als Abschätzung für die Iteration genommen: $\theta_i = \bar{\theta}_i + d\theta_i$, $d\theta_i$ ist der Fehler zwischen der Abschätzung und dem exakten Wert. Die Gleichung einer mit θ_1 angetriebenen Masche läßt sich nun ausdrücken als:

$$\underline{P}_1(\theta_1)\underline{L}_1\underline{P}_2(\bar{\theta}_2 + d\theta_2)\underline{L}_2 \dots \underline{P}_n(\bar{\theta}_n + d\theta_n)\underline{L}_n = \underline{I} \quad \{36\}$$

Die Matrix $\underline{P}_i = \underline{P}_i(\bar{\theta}_i + d\theta_i)$ läßt sich schreiben als:

$$\underline{P}_i(\theta_i) \cong \bar{\underline{P}}_i + \left[\frac{\partial \underline{P}_i(\theta_i)}{\partial \theta_i} \bigg|_{\theta_i = \bar{\theta}_i} \right] d\theta_i \quad \{37\}$$

Die partielle Ableitung in diesem Ausdruck kann als Operatormatrix dargestellt werden:

$$\frac{\partial \underline{P}_i(\theta_i)}{\partial \theta_i} \bigg|_{\theta_i = \bar{\theta}_i} = \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_i \quad \{38\}$$

Die Operatormatrix \underline{Q}_θ lautet für Rotationsgelenke

$$\underline{Q}_{\theta R} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \{39\}$$

bzw. für Translationsgelenke

$$\underline{Q}_{\theta T} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \{40\}$$

Somit ergibt sich also

$$\underline{P}_i(\theta_i) \cong \bar{\underline{P}}_i + \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_i d\theta_i \cong (\underline{I} + \underline{Q}_\theta d\theta_i) \bar{\underline{P}}_i \quad \{41\}$$

Wenn man dies in Gleichung {36} einsetzt, erhält man

$$\underline{P}_1 \underline{L}_1 (\underline{I} + \underline{Q}_\theta d\theta_2) \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 (\underline{I} + \underline{Q}_\theta d\theta_3) \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots (\underline{I} + \underline{Q}_\theta d\theta_i) \bar{\underline{P}}_i \underline{L}_i \dots (\underline{I} + \underline{Q}_\theta d\theta_n) \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n \cong \underline{I} \quad \{42\}$$

In Gleichung {42} sind nur einfache Gelenke mit Freiheitsgrad 1 berücksichtigt. Da komplexere Gelenke jedoch aus Elementargelenken (Dreh-, Schubgelenk) zusammengesetzt sind, läßt sich dasselbe Vorgehen anwenden. Ersetzt man beispielsweise in Gleichung {42} das zweite Gelenk \underline{P}_2 durch ein Dreh-/Schubgelenk, so lautet die Gleichung:

$$\begin{aligned} & \underline{P}_1 \underline{L}_1 (I + \underline{Q}_\theta d\theta_{2r}) \bar{\underline{P}}_{2r} (I + \underline{Q}_\theta d\theta_{2i}) \bar{\underline{P}}_{2i} \underline{L}_2 (I + \underline{Q}_\theta d\theta_3) \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots (I + \underline{Q}_\theta d\theta_i) \bar{\underline{P}}_i \underline{L}_i \dots \\ & (I + \underline{Q}_\theta d\theta_n) \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n \cong I \end{aligned} \quad \{43\}$$

Es werden also die einzelnen Elementargelenke differenziert, aus denen sich das Dreh-/Schubgelenk zusammensetzt. Bei Ausführung der Multiplikation und Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung läßt sich Gleichung {42} umschreiben zu

$$\begin{aligned} & (\underline{P}_1 \underline{L}_1 \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \dots \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_2 + (\underline{P}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \\ & \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_3 \dots + (\underline{P}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_{n-1} \underline{L}_{n-1} \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_n = \\ & I - (\underline{P}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) \end{aligned} \quad \{44\}$$

Dies ist die wesentliche Matrixgleichung für die iterative Berechnung der Stellungsgeometrie. Sie läßt sich abgekürzt schreiben als

$$\underline{B}_i = (\underline{P}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \dots \bar{\underline{P}}_{i-1} \underline{L}_{i-1} \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_i \underline{L}_i \dots \bar{\underline{P}}_{n-1} \underline{L}_{n-1} \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_i \quad (2 \leq i \leq n) \quad \{45\}$$

$$\underline{B}_1 = \underline{P}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n \quad \{46\}$$

Im Falle einer Masche ohne angetriebenes Gelenk sind für alle Gelenke nur Abschätzungen der Gelenkwerte vorhanden. Daher werden nun alle Gelenke mit der entsprechenden Operatormatrix multipliziert

$$\begin{aligned} & (\underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_1 + (\bar{\underline{P}}_1 \underline{L}_1 \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_2 + \dots \\ & (\bar{\underline{P}}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_{n-1} \underline{L}_{n-1} \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_n = \\ & I - (\bar{\underline{P}}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) \end{aligned} \quad \{47\}$$

Die abgekürzte Schreibweise lautet damit

$$\underline{B}_i = (\bar{\underline{P}}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \dots \bar{\underline{P}}_{i-1} \underline{L}_{i-1} \underline{Q}_\theta \bar{\underline{P}}_i \underline{L}_i \dots \bar{\underline{P}}_{n-1} \underline{L}_{n-1} \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n) d\theta_i \quad (2 \leq i \leq n) \quad \{48\}$$

$$\underline{B}_1 = \bar{\underline{P}}_1 \underline{L}_1 \bar{\underline{P}}_2 \underline{L}_2 \bar{\underline{P}}_3 \underline{L}_3 \dots \bar{\underline{P}}_n \underline{L}_n \quad \{49\}$$

Die ausgeschriebene \underline{B}_i -Matrix hat die Form

$$\underline{B}_i = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{i21} & B_{i22} & B_{i23} & B_{i24} \\ B_{i31} & B_{i32} & B_{i33} & B_{i34} \\ B_{i41} & B_{i42} & B_{i43} & B_{i44} \end{vmatrix} \quad \{50\}$$

Damit läßt sich die Matrixgleichung für eine Masche mit einem angetriebenen Gelenk schreiben als

$$\underline{B}_2 + \underline{B}_3 + \dots + \underline{B}_n \cong I - \underline{B}_1 \quad \{51\}$$

Für eine Masche ohne angetriebenes Gelenk lautet sie

$$\underline{B}_1 + \underline{B}_2 + \underline{B}_3 + \dots + \underline{B}_n \cong \underline{I} - \underline{B}_0 \quad \{52\}$$

Diese Summe von Matrizen auf der linken Seite beider Gleichungen läßt sich in einer einzigen Matrix zusammenfassen

$$\underline{E}_{jk} = \sum_{i=2}^n \underline{B}_{ijk} d\theta_i \quad \{53\}$$

bzw.

$$\underline{E}_{jk} = \sum_{i=1}^n \underline{B}_{ijk} d\theta_i \quad \{54\}$$

Die Matrixgleichung für eine Masche mit angetriebenem Gelenk reduziert sich damit auf

$$\underline{E} \cong \underline{I} - \underline{B}_1 \quad \{55\}$$

und für eine Masche ohne angetriebenes Gelenk auf

$$\underline{E} \cong \underline{I} - \underline{B}_0 \quad \{56\}$$

mit der Matrix \underline{E}

$$\underline{E} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} & E_{24} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} & E_{34} \\ E_{41} & E_{42} & E_{43} & E_{E44} \end{vmatrix} \quad \{57\}$$

Diese Matrixgleichungen stellen zwölf Gleichungen für sechs oder weniger Unbekannte zur Verfügung. Daraus müssen einige eliminiert werden, um eine eindeutige Lösung zu ergeben. Die Matrix \underline{E} läßt sich in einen Translations- und einen Rotationsanteil zerlegen. Der Translationsanteil besteht aus der ersten Spalte und der Rotationsanteil aus einer 3x3 Untermatrix. Es werden die drei Translationskomponenten E_{21} , E_{31} , E_{41} und drei Rotationskomponenten E_{32} , E_{42} , E_{43} gewählt. Mit diesen sechs Gleichungen ist das System nun zu lösen. Die \underline{B}_1 Matrix bzw. die \underline{B}_0 Matrix konvergieren gegen die Einheitsmatrix, außer wenn ein Totpunkt des Mechanismus erreicht wird. In diesem Falle können negative Diagonalelemente auftreten mit der Folge, daß sich der Mechanismus bei dieser Vorgabe nicht schließen läßt.

Um diesen Fall zu vermeiden, empfehlen Uicker, Denavit und Hartenberg die drei Diagonalelemente als zusätzliche Gleichungen mit aufzunehmen. Damit erhält man ein System von neun linearen Gleichungen in sechs oder weniger Unbekannten. Das Gleichungssystem einer Masche besteht nun aus einer $[9 \times (n - 1)]$ Matrix \underline{J} , der Jacobimatrix des Systems mit den Koeffizienten B_{ijk} , einem Spaltenvektor \underline{D} mit den Unbekannten $d\theta_i$ und einem Spaltenvektor \underline{V} mit den Konstanten B_{1jk} bzw. B_{0jk} :

$$\underline{J} \underline{D} = \underline{V} \quad \{58\}$$

Dieses System von neun Gleichungen in sechs oder weniger Unbekannten hat keine exakte Lösung. Da jedoch das Verfahren auf einem iterativen Ansatz basiert, wird kein nennenswerter Fehler eingeführt, wenn das Gleichungssystem für die beste Näherung der Lösung

aller neun Gleichungen nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate gelöst wird. Es wird die euklidische Norm des Residuums $\vec{r} = \| \underline{J} \underline{D} - \underline{V} \|$ minimiert.

Dazu wird die Gleichung auf beiden Seiten von links mit der Transponierten \underline{J}^T der Jacobi-Matrix multipliziert.

$$\underline{J}^T \underline{J} \underline{D} = \underline{J}^T \underline{V} \quad \{59\}$$

Die Koeffizientenmatrix ist nun quadratisch und kann invertiert werden, um das Gleichungssystem zu lösen.

$$\underline{D} = (\underline{J}^T \underline{J})^{-1} \underline{J}^T \underline{V} \quad \{60\}$$

Den Ausdruck

$$(\underline{J}^T \underline{J})^{-1} \underline{J}^T \quad \{61\}$$

bezeichnet man als Moore-Penrose-Inverse oder verallgemeinerte Inverse.

Damit sind die $n - 1$ Fehlerterme bekannt. Sie können nun zu den ersten Abschätzungen θ_i hinzuaddiert werden, um eine bessere Abschätzung der Gelenkwerte zu ergeben. Grundsätzlich läßt sich die Stellungsgeometrie eines Mechanismus mit mehreren Maschen berechnen, indem man die Gleichungen jeder Masche einzeln löst und die Ergebnisse in die nächste Maschengleichung einsetzt. Die effizientere Lösung besteht jedoch darin, die Gleichungen aller Maschen in der beschriebenen Weise aufzustellen, in einem Gleichungssystem zu kombinieren und in einem Schritt simultan zu lösen. Der Iterationsprozess kann damit für den gesamten Mechanismus solange wiederholt werden, bis die Fehlerterme unter die gewünschte Genauigkeitsgrenze fallen. In einem Totpunkt verschwinden einzelne Geschwindigkeiten $d\theta_i$, so daß die Matrix $(\underline{J}^T \underline{J})$ singular und damit das Gleichungssystem unlösbar wird.

In [54] beschreibt Uicker die Erweiterung dieses Verfahrens über die Berechnung der Stellungsgeometrie hinaus auf die Berechnung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen als Vorstufe für eine dynamische Analyse des Mechanismus.

6.1.4 Nachteile des Verfahrens zur Berechnung der Stellungsgeometrie von Uicker, Denavit und Hartenberg

Das Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg zur Berechnung der Stellungsgeometrie geschlossener kinematischer Ketten, das im vorhergehenden Kapitel beschrieben wurde, birgt folgende Nachteile in sich:

- Fehlendes Abbruchkriterium bei unterbestimmten Systemen. Bei der Aufstellung der kinematischen Gleichungen wird vorausgesetzt, daß der Anwender den Laufgrad der Struktur kennt und angetriebene Gelenke korrekt berücksichtigt. Falls die Struktur durch die Eingaben des Anwenders jedoch unterbestimmt sein sollte, kann dies durch den Einsatz der verallgemeinerten Inversen (Gleichung {61}) dennoch zu einer Lösung führen. Das Verfahren liefert an sich jedoch keinen Hinweis, daß diese Lösung nicht eindeutig ist.
- Fehlendes Abbruchkriterium bei Annäherung an einen Totpunkt. Bei Annäherung an einen Totpunkt hat Gleichung {59} keine Lösung mehr, da eine oder mehrere Geschwindigkeitskomponenten verschwinden. Dies äußert sich dadurch, daß das Newton-Verfahren nicht mehr konvergiert. Lediglich diese Tatsache läßt einen Schluß auf die

Nähe der Stellung einer kinematischen Struktur zu einem Totpunkt zu. In diesem Falle muß die Berechnung bei Erreichen einer Maximalanzahl von Iterationen abgebrochen werden.

Eine weitere Eigenschaft des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg ist die Gleichbehandlung von ebenen und räumlichen geschlossenen kinematischen Ketten. Ohne Fallunterscheidung können die kinematischen Gleichungen in räumlichen Koordinaten aufgestellt und sechs Gleichungen für die Jacobimatrix ausgewählt werden. Im Falle einer ebenen kinematischen Kette würden drei Gleichungen, zwei für die Translation und eine für die Rotation, ausreichen. Auch diese Überbestimmtheit wird durch den Einsatz der verallgemeinerten Inversen aufgelöst.

Wenn man auf die Berechnung der verallgemeinerten Inversen verzichten will, da man die Nähe zum Totpunkt auf anderem Wege feststellt, verliert man auch diese Robustheit gegenüber der Dimensionalität der untersuchten Struktur. Das Verfahren muß also erweitert werden, daß automatisch zwischen ebenen und räumlichen Strukturen unterschieden wird und die kinematischen Gleichungen gesondert aufgestellt werden.

6.1.5 Maßnahmen zur Verbesserung des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg

Die aufgeführten Nachteile werden im folgenden weiter untersucht, um eine Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg zu erarbeiten.

6.1.5.1 Bestimmung des Laufgrades eines Mechanismus

Bei der Berechnung der Stellungsgeometrie muß zwischen angetriebenen und nicht angetriebenen Maschen unterschieden werden. Eine angetriebene Masche enthält ein oder mehrere Gelenke, deren Parameteränderungen von außen vorgegeben werden können. In einer nicht angetriebenen Masche sind die Parameteränderungen aller Gelenke von anderen Größen abhängig und können nicht frei vorgegeben werden. Die Anzahl der Gelenke, deren Parameteränderungen frei vorgebar sind, ist der Laufgrad.

Ein Kriterium für den Laufgrad eines Mechanismus liefert die Grüblerbedingung, die sich nach Bottema [5] verallgemeinert schreiben läßt als:

$$x = p(n - 1) - qs \quad \{62\}$$

Darin bezeichnen

- x den Laufgrad des Mechanismus,
- p die Anzahl der Freiheitsgrade des freien Starrkörpers,
- q die Anzahl der Freiheitsgrade, die das Gelenk fixiert,
- n die Anzahl der Glieder und
- s die Anzahl der Gelenke.

Für räumliche Mechanismen ergibt sich $p = 6$. Dreh- und Schubgelenk legen im Raum jeweils fünf Freiheitsgrade fest; also ist $q = 5$. Gleichung {62} läßt sich mit diesen Angaben schreiben als:

$$x = 6(n - 1) - 5s \quad \{63\}$$

Für ebene Mechanismen ergibt sich $p = 3$. Weiterhin legen Dreh- und Schubgelenk in der Ebene jeweils zwei Freiheitsgrade fest; also ist $q = 2$. Gleichung {62} lautet damit:

$$x = 3(n - 1) - 2s \quad \{64\}$$

Für das Beispiel in Abb. 37 gilt $n = 6$ und $s = 7$. Also ist der Laufgrad der Gesamtstruktur $x = 1$, d.h. dieses Koppelgetriebe ist zwangläufig. Dies liefert für die Aufstellung der Bewegungsgleichungen die Aussage, daß lediglich in einer Maschengleichung eine freie Variable zur Verfügung steht.

Die Grüblergleichung berücksichtigt nur topologische Größen, wie die Anzahl der Gelenke und Glieder, sowie die Dimensionalität der Struktur über die Anzahl der Freiheitsgrade des Starrkörpers. Sie berücksichtigt nicht geometrische Größen, wie die Achslagen der Gelenke und charakteristische Abmessungen der Glieder. Aus diesem Grunde ist der mit der Grüblergleichung berechnete Laufgrad nur in Sonderfällen korrekt. Trotz Erfüllung der Zwanglaufbedingung, d.h. also $x = 1$ laut Grüblerformel, kann daher ein Mechanismus aufgrund seiner geometrischer Eigenschaften nicht lauffähig sein. Auch der umgekehrte Fall ist möglich, daß ein real beweglicher Mechanismus laut Grüblerformel starr sein müßte. Ein Beispiel hierfür ist der Bricard-Mechanismus, bestehend aus sechs Drehgelenken und sechs Gliedern. Obwohl dieser Mechanismus durchaus beweglich ist, ist laut Grüblerformel {63} sein Laufgrad $x = 0$.

Um also eine Aussage über den tatsächlichen Laufgrad eines Mechanismus zu erhalten, müssen die geometrischen Charakteristika, die die Grüblergleichung vernachlässigt, berücksichtigt werden. Diese Größen gehen in die kinematische Gleichung {30} ein. Angeles [2] schlägt vor, die Dimension des Nullraumes der Jacobi-Matrix des Mechanismus zu untersuchen. Die Dimension des Nullraumes entspricht dem Laufgrad des Mechanismus in Abhängigkeit von seiner Konfiguration, die in die Jacobi-Matrix eingeht.

Ausgangspunkt für die Berechnung der Jacobi-Matrix des Mechanismus ist wiederum die Maschengleichung {30}. Analog zur Berechnung der Jacobimatrix für die nicht angetriebenen Gelenke, werden alle Gelenke einer Masche mit einer Operatormatrix \underline{Q}_θ bzw. \underline{Q} , multipliziert

$$(I + \underline{Q}_\theta d\theta_1) \bar{P}_1 \underline{L}_1 (I + \underline{Q}_\theta d\theta_2) \bar{P}_2 \underline{L}_2 \dots (I + \underline{Q}_\theta d\theta_i) \bar{P}_i \underline{L}_i \dots (I + \underline{Q}_\theta d\theta_n) \bar{P}_n \underline{L}_n \cong I \quad \{65\}$$

Komplexere Gelenke mit mehreren Freiheitsgraden werden ebenfalls wie in Kapitel 6.1.3, „Berechnung der Stellungsgeometrie geschlossener kinematischer Ketten nach dem Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg“ berücksichtigt. Nach mehreren Umformungen und Zusammenfassungen erhält man schließlich:

$$\underline{E} \cong I \quad \{66\}$$

Die Matrix \underline{E} hat die Form {57}. Anstatt nun für die Erstellung der Jacobimatrix, wie von Uicker, Denavit und Hartenberg vorgeschlagen, die drei Translationskomponenten und drei Rotationskomponenten in die Jacobimatrix zu übernehmen, wird in dieser Arbeit die Matrix \underline{E} genauer betrachtet.

Bei der Aufstellung der Gleichung {30} wurden Raumkoordinaten verwendet. Ausgehend vom allgemeinsten Fall, einer räumlichen kinematischen Struktur, wurde keine gesonderte Beschreibung ebener Fälle vorgesehen. Eine ebene Kinematik bildet sich jedoch in der Struktur der Matrix \underline{E} eindeutig ab, indem in jeder Spalte nur zwei Translationskomponenten und eine Rotationskomponente ungleich Null sind.

In diesem Falle setzt sich die Jacobimatrix für diese Masche nur aus diesen drei Komponenten zusammen.

Die Jacobimatrix einer Masche hat nun im ebenen Fall die Dimension $[3 \times n_{loop}]$ bzw. $[6 \times n_{loop}]$ im räumlichen Fall, mit n_{loop} als der Anzahl der Gelenke in der Masche. Die Koeffizienten der Matrix \underline{J}_M sind die Koeffizienten B_{ijk} , die in der Matrix \underline{E} zusammengefaßt wurden.

Die Jacobimatrix \underline{J}_{Ges} der Gesamtstruktur wird aus den Jacobimatrizen der einzelnen Maschen zusammengesetzt. Sie besitzt die Dimension $[n_{Ges} \times m]$, wobei n_{Ges} die Gesamtzahl aller Gelenkfreiheiten und m die Summe der Freiheitsgrade des Starrkörpers (drei oder sechs) in den einzelnen Maschen sind.

Der Rang $r(\underline{J}_{Ges})$ läßt sich numerisch, z.B. mittels Gauss-Elimination, bestimmen. Daraus ergibt sich der Laufgrad x zu:

$$x = n_{Ges} - r(\underline{J}_{Ges}) \quad \{67\}$$

Diese Berechnung des Laufgrades gilt streng genommen nur in der Konfiguration, für die die Jacobi-Matrix berechnet wurde. Wenn man jedoch davon ausgeht, daß diese Analyse der Freiheitsgrade in einer Ausgangstellung des Mechanismus durchgeführt wird, die keine Totlage darstellt, so ist damit die Anzahl der Freiheiten für die Analyse der Stellungsgeometrie bekannt.

6.1.5.2 Erkennung eines Totpunktes

Im Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg äußert sich die Annäherung an einen Totpunkt dadurch, daß der Algorithmus nicht konvergiert. Dies ist unbefriedigend, da sich dies oft erst nach einigen Iterationsschritten äußert. Ein Kriterium, das die Nähe einer Stellung zu einem Totpunkt angibt, wäre anzustreben. In der Robotik wurde der Begriff der "Beweglichkeit" eines Manipulators definiert. In /26/ stellen Klein und Blaho verschiedene Beweglichkeitsmaße zur Beurteilung der Beweglichkeit redundanter Manipulatoren gegenüber. Ein Kriterium, die Joint Range Availability, bewertet die momentanen Gelenkparameter relativ zur Mitte ihres Parameterbereiches. Da Gelenkparameterbegrenzungen in der Robotik eine große Rolle spielen, bei allgemeinen Kinematikstrukturen jedoch von untergeordneter Bedeutung sind, soll dieses Kriterium hier nicht weiter behandelt werden. Die weiteren drei Kenngrößen basieren auf der Jacobimatrix des Manipulators.

1. Der Wert der Determinanten der Jacobimatrix des Manipulators $\det [\underline{J}] = \mu_1 \mu_2 \dots \mu_n$.
2. Die Konditionszahl der Matrix als Quotient des größten und des kleinsten singulären Wertes von \underline{J} : $cond [\underline{J}] = \frac{\mu_{max}}{\mu_{min}}$
3. Der kleinste singuläre Wert μ_{min} von \underline{J} .

Ein Wert der Determinanten von Null zeigt zwar das Vorhandensein einer Singularität an. Ihr absoluter Wert liefert jedoch keine Aussage über die Kondition der Jacobi Matrix, also die Nähe einer bestimmten Stellung zu einem Totpunkt. Der Quotient des größten und kleinsten singulären Wertes stellt eine Konditionszahl der Jacobimatrix dar, deren Wert einen Schluß auf die Nähe zum Totpunkt zuläßt. Klein und Blaho /26/ empfehlen daher den kleinsten singulären Wert als Maß für die Beweglichkeit eines redundanten Manipulators, da er sich in der Nähe einer Singularität am stärksten ändert. Für nichtredundante Strukturen kann statt des kleinsten singulären Wertes, der kleinste Eigenwert der Jacobimatrix verwendet werden, da für quadratische Matrizen gilt:

$$\lambda_i = \mu_i^2 \quad \{68\}$$

6.1.5.3 Normierung der kinematischen Gleichung.

Der Betrag des kleinsten Eigenwertes ist ein Maß für die Beweglichkeit einer kinematischen Struktur und damit ein Maß für die Nähe einer Konfiguration zum Totpunkt. Der absolute Wert ist jedoch wenig aussagekräftig, da er von den Dimensionen des Manipulators abhängt und somit bei einer Variation dieser Dimensionen ebenfalls variiert. Damit ist dieses Beweglichkeitsmaß zur Beurteilung der Beweglichkeit allgemeiner Manipulatoren ohne vorherige Kenntnis ihrer kinematischen Gleichungen nicht geeignet.

Gosselin /16/ ist auf dieses Problem bei der Optimierung von Manipulatoren gestoßen. Er hatte Topologie sowie Art und Anordnung der Freiheitsgrade festgelegt und suchte nun die Gliedlängen im Hinblick auf größtmögliche Beweglichkeit zu optimieren. Als Maß für die Beweglichkeit wählte er die Konditionszahl

$$\kappa(\underline{J}) = \frac{\mu_{\max}}{\mu_{\min}} \quad \{69\}$$

der Jacobimatrix \underline{J} . Eine Skalierung des Manipulators veränderte die Konditionszahl, obwohl die Konfiguration und damit die Beweglichkeit unverändert blieben.

Die Ursache hierfür liegt in der im allgemeinen verwendeten Definition der Jacobimatrix, die aus Rotations- und Translationsanteilen besteht. Während der Wertebereich des Rotationsanteiles mit $R(f_R) = [-1,1]$ festliegt, ist der Wertebereich des Translationsanteiles abhängig von den Abmessungen der kinematischen Struktur und den zu ihrer Beschreibung gewählten Einheiten. Gosselin schlägt zwei neue Formulierungen der Jacobimatrix vor, die nur noch Geschwindigkeiten und keine Winkelgeschwindigkeiten mehr enthalten. Damit besteht die Jacobimatrix nur noch aus Termen von einheitlicher Dimension und einheitlichem Wertebereich und ist invariant gegen Skalierungen. Die obengenannten Beweglichkeitsmaße lassen sich nun wieder einsetzen.

In dieser Arbeit wird ein anderes Verfahren zur Berechnung dimensionsinvarianter Beweglichkeitsmaße vorgeschlagen. Es basiert auf einer Skalierung der kinematischen Gleichungen aus denen die Jacobimatrix berechnet wird.

Nach /58/ können Größenordnungsunterschiede der Elemente der Matrix \underline{A} des Gleichungssystems $\underline{A}\vec{x} = \vec{b}$ durch Skalierung eliminiert werden. Für diese Skalierung stehen verschiedene Methoden zur Verfügung wie z.B.:

- Die Normierung jedes Elementes einer Spalte der Matrix \underline{A} mit der Spaltensummennorm

$$\left(\sum_{i=1}^n a_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{t_j} \quad \{70\}$$

und des \vec{b} Vektors mit

$$\left(\sum_{i=1}^n b_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{t_{n+1}} \quad \{71\}$$

Die Lösungen y_j dieses transformierten Systemes $\underline{A}'\vec{y} = \vec{b}'$ lassen sich in die Lösungen x_j des Originalsystemes zurücktransformieren durch:

$$x_j = \left(\frac{t_j}{t_{n+1}} \right) y'_j \quad \{72\}$$

Durch diese Transformation sind die Beträge der Elemente der Matrix $|a'_{ij}| < 1$ und des Vektors $|b'_i| < 1$.

- Normierung der Matrix \underline{A} und des Vektors \vec{b} , sofern \underline{A} hermitisch oder symmetrisch positiv definit ist, mit dem größten Eigenwert λ_{\max} . Das neue System hat reelle positive Eigenwerte zwischen 0 und 1.
- Falls \underline{A} eine beliebige reelle nichtsinguläre Matrix ist, kann das Gleichungssystem $\underline{A}\vec{x} = \vec{b}$ umgeformt werden in $\underline{A}^T \underline{A} \vec{x} = \underline{A}^T \vec{b}$. Die Matrix $\underline{A}^T \underline{A}$ ist positiv definit und hat reelle positive Eigenwerte. Sie kann wie beim vorhergehenden Verfahren mit dem betragsgrößten Eigenwert normiert werden.

Alle diese Verfahren lassen sich auf allgemeine Matrizen anwenden und setzen keine Kenntnisse der physikalischen Bedeutung ihrer Elemente voraus. Die Normierung wird daher auf alle Elemente der Matrix angewandt und nicht nur auf die, die für die schlechte Konditionierung verantwortlich sind.

Jennings [22] weist jedoch darauf hin, daß die Konditionierung einer Matrix schon beim Aufstellen des Gleichungssystems entschieden wird. Durch ungünstige Wahl der Einheiten oder des Ursprunges bei der mathematischen Formulierung des Problems wird die Kondition der resultierenden Matrix erheblich verschlechtert.

Unter diesem Gesichtspunkt soll noch einmal die Aufstellung der Jacobimatrix betrachtet werden. Um die Darstellung übersichtlicher zu machen, kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit die Untersuchung auf eine kinematische Struktur mit einer Masche beschränkt werden. Bei dieser Betrachtung erweist sich die Darstellung nach Sheth und Uicker als besonderer Vorteil, da hier konstante Anteile (Gestaltsmatrizen) und variable Anteile (Gelenkmatrizen) eindeutig identifizierbar sind. Weiterhin ist es günstig, daß durch die typspezifische Gelenkbeschreibung auch zwischen Translations- und Rotationsanteilen klar unterschieden wird. Nach Gleichung {30} besteht die Matrixgleichung einer Masche aus einem Produkt von Gelenkmatrizen \underline{P}_i und Gestaltsmatrizen \underline{L}_i . Eine Gestaltsmatrix hat den Aufbau:

$$\underline{L}_i = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_x & & & \\ l_y & \underline{R} & & \\ l_z & & & \end{vmatrix} \quad \{73\}$$

Die 3×3 Rotationsuntermatrix wurde dabei zu \underline{R} zusammengefaßt. Die Matrix eines Rotationsgelenkes läßt sich schreiben als:

$$\underline{P}_r = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & \underline{R} & & \\ 0 & & & \end{vmatrix} \quad \{74\}$$

Entsprechend läßt sich die Matrix eines Translationsgelenkes schreiben als:

$$\underline{P}_t = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_z & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \{75\}$$

Die Elemente der Rotationsuntermatrix der Gestaltmatrix bzw. der Matrix des Rotationsgelenkes besitzen einen Wertebereich von $R(f_R) = [-1,1]$. Die Translationsanteile der Gestaltmatrix beinhalten die geometrischen Abmessungen der Kinematikstruktur und sind somit von den verwendeten Einheiten abhängig. Damit stehen bereits hier Elemente unterschiedlicher Größenordnung nebeneinander und beeinflussen die Konditionszahl der daraus berechneten Jacobimatrix. Bei der Aufstellung der einzelnen Matrizen dieser Matrixgleichung muß also eingegriffen werden, um die Jacobimatrix in normierter Form vorliegen zu haben.

Daher wird in dieser Arbeit vorgeschlagen lediglich die Translationsanteile der Gestalt- und Gelenkmatrizen zu normieren.

Eine Normierung der Translationskomponenten auf einen Wertebereich von $R(f_T) = [-1,1]$ ist sehr einfach dadurch möglich, daß man zur Normierung die betragsmäßig größte Translationskomponente t_{\max} aller Matrizen wählt. Die variablen Translationskomponenten der Gelenkmatrizen der Schubgelenke werden erst im Laufe der Analyse berechnet und können daher bei der Wahl von t_{\max} nicht berücksichtigt werden. t_{\max} kann also nur aus den konstanten Gestaltmatrizen ermittelt werden. Unter der Annahme, daß die variablen Translationskomponenten in der gleichen Größenordnung liegen wie die Translationskomponenten der Gestaltmatrizen, läßt sich mit dem aus den Gestaltmatrizen ermittelten t_{\max} eine sinnvolle Normierung der kinematischen Gleichung erreichen. Die Gestaltmatrix und die Matrix des Translationsgelenkes nehmen nun folgende Form an:

$$\underline{L}_i = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{t_x}{t_{\max}} & & & \\ \frac{t_y}{t_{\max}} & & & \\ \frac{t_z}{t_{\max}} & & & \\ \frac{t_z}{t_{\max}} & & & \end{vmatrix} \underline{R} \quad \{76\}$$

$$\underline{P}_T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{t_z}{t_{\max}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{t_z}{t_{\max}} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \{77\}$$

Diese Normierung läßt sich in gleicher Weise auf Kinematikstrukturen mit mehreren Maschinen anwenden. In diesem Falle muß mit der betragsmäßig größten Translationskomponente der Gestaltmatrizen aller Maschinen normiert werden.

Mit dieser Normierung wird eine Kinematikstruktur auf eine "Einheitskinematikstruktur" mit gleichen Längenverhältnissen abgebildet. Die größte Translationskomponente besitzt die Länge $|t_{\max}| = 1$; alle anderen besitzen Längen $|t_i| \leq 1$. Mit diesen transformierten Matrixgleichungen kann nun wie bisher die Jacobimatrix zur Berechnung der gesuchten Gelenkparameterwerte aufgestellt werden. Nach der Lösung der kinematischen Gleichung für die gesuchten Gelenkparameter müssen lediglich die Parameter von Translationsgelenken durch Multiplikation mit t_{\max} in die Ursprungseinheiten zurücktransformiert werden.

Die Wirksamkeit dieses Verfahrens soll an einem einfachen Beispiel, der Kinematik eines Schubkurbeltriebes, demonstriert werden. Um die Dimensionsabhängigkeit zu überprüfen, wurden ein Schubkurbeltrieb als Bezugssystem (Skalierungsfaktor 1) und ein weiterer mit den dreifachen Abmessungen (Skalierungsfaktor 3) modelliert. Für diese beiden Modelle wurden der kleinste und größte Eigenwert einmal ohne und einmal mit Normierung der kinematischen Gleichung berechnet.

Tabelle 4. Eigenwerte ohne Normierung				
Stellung	Skalierung	λ_{\min}	λ_{\max}	κ
Ausgangsstellung	1	0.615384	$1.695446 \cdot 10^6$	$2.755511 \cdot 10^6$
Vor Totpunkt	1	0.086064	$3.066605 \cdot 10^6$	$3.563168 \cdot 10^7$
Ausgangsstellung	3	0.615384	$1.5259178 \cdot 10^7$	$2.479618 \cdot 10^7$
Vor Totpunkt	3	0.086110	$2.759942 \cdot 10^7$	$3.205135 \cdot 10^8$

Tabelle 4 stellt die Werte der beiden Varianten ohne Normierung gegenüber. Man erkennt die Abhängigkeit der Eigenwerte von der Dimension der Kinematikstruktur. Die Konditionszahl κ {69} wird durch die Dimensionsabhängigkeit der Eigenwerte erheblich beeinflusst.

Tabelle 5. Eigenwerte nach Normierung				
Stellung	Skalierung	λ_{\min}	λ_{\max}	κ
Ausgangsstellung	1	0.024456	4.460823	$1.840198 \cdot 10^2$
Vor Totpunkt	1	0.000104	5.965799	$5.381326 \cdot 10^4$
Ausgangsstellung	3	0.024456	4.460823	$1.840198 \cdot 10^2$
Vor Totpunkt	3	0.000104	5.965799	$5.381326 \cdot 10^4$

Tabelle 5 stellt Eigenwerte und Konditionszahlen der beiden Strukturen nach der Normierung gegenüber. Es wird deutlich, daß durch die Normierung die Dimensionsabhängigkeit der Eigenwerte und der Konditionszahlen verschwunden ist. Sie bilden ein invariantes Maß für die Beweglichkeit der Struktur.

Spangelo et al. zeigen in [49], daß bei geeigneter Skalierung der Jacobimatrix eines Manipulators der größte singuläre Wert sich in einem engen Intervall bewegt. Der kleinste singuläre Wert bildet eine gute Abschätzung der Konditionszahl und damit ein Maß für die Nähe zu einer Singularität. Zur Skalierung der Translationskomponenten der Jacobimatrix verwenden sie, da offene kinematische Ketten untersucht werden, die Reichweite des Manipulators. Abb. 38 zeigt den größten und den kleinsten Eigenwert der Jacobimatrix eines Bricardmechanismus aufgetragen über der Winkelstellung des antreibenden Gelenkes. Es ist deutlich erkennbar, daß bei der hier entwickelten Normierung mit der größten Translationskomponente dasselbe Verhalten, wie von Spangelo et al. beschrieben, auftritt. Der größte Eigenwert bewegt sich über den gesamten Winkelbereich in einem relativ engen Band. Der kleinste Eigenwert hingegen fällt in der Nähe des Totpunktes, der bei einem Antriebsgelenkwinkel von 210° auftritt, stark ab.

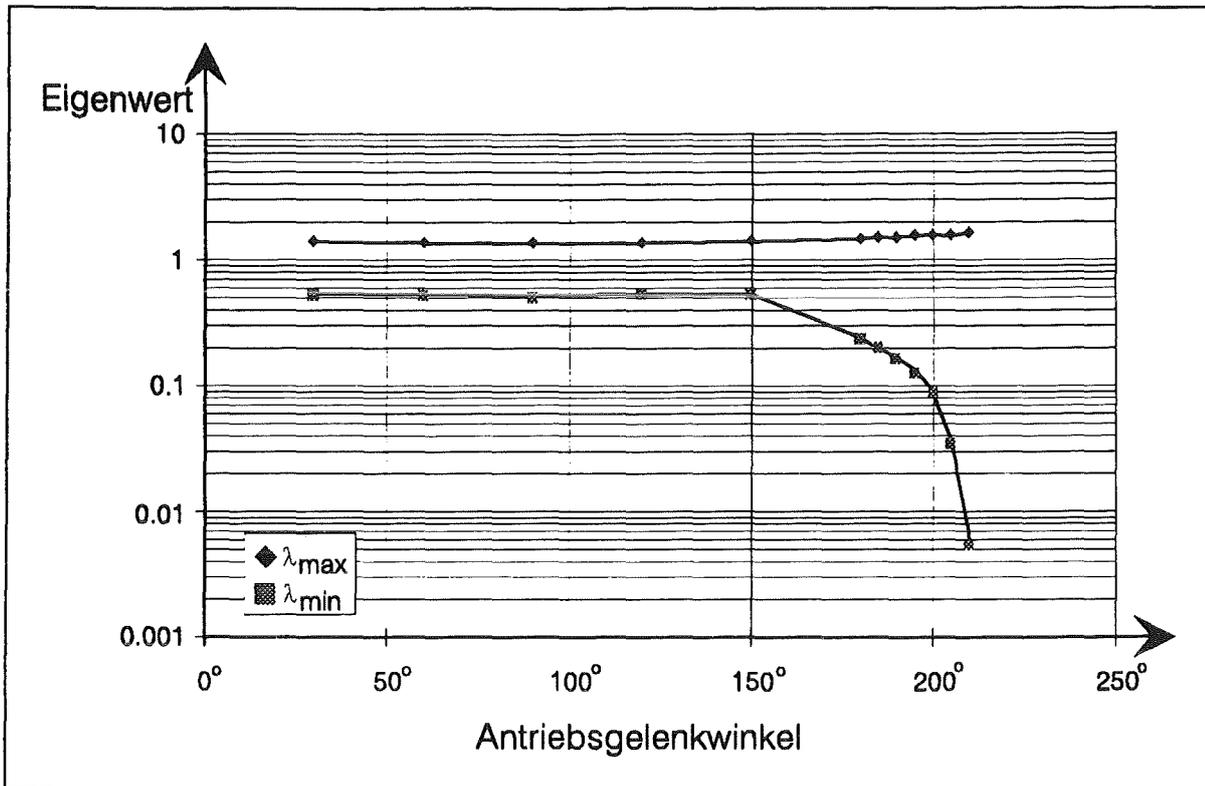


Abbildung 38. Eigenwertverlauf des Bricard-Mechanismus in Abhängigkeit von der Winkelstellung des Antriebsgelenkes

6.1.6 Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg

Die vorausgegangenen Betrachtungen erlauben es nun ein modifiziertes Verfahren zur Berechnung der Stellungsgeometrie zu entwickeln. Es untergliedert sich in folgende Schritte:

1. Ermittlung der Freiheitsgrades des Mechanismus durch Ermittlung des Ranges der Jacobimatrix. Dabei Identifikation der ebenen Maschen und relevanter Komponenten für die Jacobimatrix.
2. Normierung der Translationskomponenten der Gestaltsmatrizen \underline{L}_i nach Gleichung {76}. Die Gestaltsmatrizen müssen nur einmal normiert werden, da sie konstant bleiben.
3. Aufstellung der Maschengleichungen nach Gleichung {30}:
4. Normierung der Translationskomponenten der Gelenkmatrizen nach Gleichung {77}. Dies muß in jedem Iterationsschritt erfolgen, da sich die Gelenkparameter im Laufe der Iteration ändern.
5. Aufstellung der Iterationsgleichung nach Kapitel 6.1.3, „Berechnung der Stellungsgeometrie geschlossener kinematischer Ketten nach dem Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg“. Aus Gleichung {57} werden unter Verwendung der Erkenntnisse von Schritt 1) die drei Translationskomponenten E_{21}, E_{31}, E_{41} und drei Rotationskomponenten E_{32}, E_{42}, E_{43} für eine räumliche Masche, bzw. nur zwei Translations- und eine Rotationskomponente für eine ebene Masche, gewählt. Sie werden zur Jacobimatrix \underline{J}_M der Masche zusammengefaßt. Die entsprechenden Elemente werden auch aus der Matrix $\underline{I} - \underline{B}_0$ bzw. $\underline{I} - \underline{B}_1$ ausgewählt und bilden die rechte Seite \vec{V}_M des Gleichungssystems:

$$\underline{J}_M \vec{D}_M = \vec{V}_M \quad \{78\}$$

Die Gleichungssysteme der einzelnen Maschen werden zu einem Gesamtgleichungssystem zusammengefasst:

$$\underline{J}_{Ges} \vec{D}_{Ges} = \vec{V}_{Ges} \quad \{79\}$$

6. Mittels des Gauß-Algorithmus wird die Matrix \underline{J}_{Ges} in eine untere \underline{J}_{Ges}^u und eine obere \underline{J}_{Ges}^o Dreiecksmatrix zerlegt.
7. Feststellung des Ranges der Matrix durch Ermittlung der nichtverschwindenden Diagonalelemente von \underline{J}_{Ges}^o . Falls der Rang ungleich der Dimension der Matrix ist, wird das Verfahren abgebrochen, da das System unterbestimmt ist.
8. Berechnung des kleinsten Eigenwertes von \underline{J}_{Ges} . Falls der kleinste Eigenwert unter einer Schwelle von $\varepsilon = 1.0E - 5$ liegt, ist der Mechanismus nahe an einem Totpunkt. In diesem Fall wird die Iteration abgebrochen.
9. Falls der kleinste Eigenwert über dieser Schwelle liegt, wird die Rücksubstitution durchgeführt und die Änderungen der Gelenkparameter in Form des Vektors \underline{D}_{Ges} berechnet.
10. Die Änderungen der Translationsparameter werden, wie in Kapitel 6.1.5.3, „Normierung der kinematischen Gleichung.“ beschrieben, wieder in Ursprungskoordinaten zurücktransformiert.
11. Diese Parameteränderungen werden den Gelenkparametern hinzuaddiert, wobei die Orientierung in der Masche gegebenenfalls durch Vorzeichenänderung und bei komplexen Gelenktypen durch Änderung der Reihenfolge der Gelenkparameteränderungen berücksichtigt werden muß.
12. Die Iteration wird mit Schritt 3. fortgeführt bis gilt:

$$Err_{\max} = ABS(\max D_{Ges\ i}) \leq \varepsilon_{abr} \quad \{80\}$$

Bei Wahl einer Schranke $\varepsilon_{abr} = 1.0E - 3$ genügen im allgemeinen vier Iterationen, außer wenn das Verfahren wegen der Nähe zu einem Totpunkt früher abbricht.

6.1.7 Berechnung der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied einer geschlossenen kinematischen Kette

Bei der Berechnung der Geschwindigkeiten eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied einer offenen kinematischen Kette waren alle Gelenkparameter voneinander unabhängig und daher alle Gelenkgeschwindigkeiten bekannt. Bei geschlossenen kinematischen Ketten ist dies nicht der Fall. Es sind lediglich die Gelenkgeschwindigkeiten der angetriebenen Gelenke bekannt. Von ihnen sind die Gelenkgeschwindigkeiten der nicht angetriebenen Gelenke abhängig.

Die Berechnung der Geschwindigkeiten eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied Li einer geschlossenen kinematischen Kette läßt sich somit auf zwei Teilaufgaben reduzieren:

- Berechnung der Gelenkgeschwindigkeiten der nicht angetriebenen Gelenke.
- Bildung einer offenen kinematischen Kette von der Basis zum Glied der Masche. Zur Bildung dieser offenen kinematischen Kette dient der Graph der Struktur. Es wird ein Pfad durch den Graphen von der Basis zur Ecke, die das Glied Li repräsentiert, gesucht. Anhand dieses Pfades können die kinematischen Gleichungen der Kette aufgestellt werden. Alle Gelenkgeschwindigkeiten, die in diese Gleichungen eingehen, sind

bekannt. Daraus müssen nun die Geschwindigkeiten des auf Glied L_i liegenden lokalen Koordinatensystem berechnet werden.

Die zweite Teilaufgabe ist mit der Berechnung der Geschwindigkeiten von lokalen Koordinatensystemen auf Gliedern in offenen kinematischen Ketten identisch. Das Verfahren dazu wurde bereits in Kapitel 6.1.2, „Berechnung der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied einer offenen kinematischen Kette“ beschrieben.

Zu lösen bleibt somit die erste Teilaufgabe, die Berechnung der Gelenkgeschwindigkeiten der nicht angetriebenen Gelenke. Ausgangsbasis ist die Maschengleichung {30}. Leitet man diese Gleichung partiell nach der Zeit ab, so erhält man:

$$\sum_{i=1}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} (P_j L_j) \left[\frac{\partial P_i(\theta_i)}{\partial \theta_i} \right]_{\theta_i = \bar{\theta}_i} \right) \dot{\theta}_i \prod_{k=i}^n (P_k L_k) = 0 \quad \{81\}$$

Bei erneuter Anwendung der Operatormatrix Q_θ läßt sich Gleichung {81} schreiben als:

$$\begin{aligned} & (Q_\theta \bar{P}_1 L_1 \bar{P}_2 L_2 \dots \bar{P}_n L_n) \dot{\theta}'_1 + (\bar{P}_1 L_1 Q_\theta \bar{P}_2 L_2 \bar{P}_3 L_3 \dots \\ & \bar{P}_n L_n) \dot{\theta}_2 \dots + (\bar{P}_1 L_1 \bar{P}_2 L_2 \bar{P}_3 L_3 \dots \bar{P}_{n-1} L_{n-1} Q_\theta \bar{P}_n L_n) \dot{\theta}_n = 0 \end{aligned} \quad \{82\}$$

In dieser Gleichung bezeichnet $\dot{\theta}'_1$ die bekannte Gelenkgeschwindigkeit eines angetriebenen Gelenkes. $\dot{\theta}_2 \dots \dot{\theta}_n$ bezeichnen die gesuchten Gelenkgeschwindigkeiten der nicht angetriebenen Gelenke. Schreibt man die Ausdrücke in Klammern jeweils als Matrix \underline{B}_i so ergibt sich:

$$\underline{B}_1 \dot{\theta}'_1 + \underline{B}_2 \dot{\theta}_2 \dots \underline{B}_n \dot{\theta}_n = 0 \quad \{83\}$$

Mit der bekannten Antriebsgröße $\dot{\theta}'_1$ auf der linken Seite erhält man:

$$\underline{B}_2 \dot{\theta}_2 \dots \underline{B}_n \dot{\theta}_n = - \underline{B}_1 \dot{\theta}'_1 \quad \{84\}$$

Die linke Seite dieser Gleichung kann wie in Kapitel 6.1.3, „Berechnung der Stellungsgeometrie geschlossener kinematischer Ketten nach dem Verfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg“ zur Matrix \underline{E} zusammengefaßt werden:

$$\underline{E} = - \underline{B}_1 \dot{\theta}'_1 \quad \{85\}$$

Aus jeder Matrix \underline{E} werden wiederum wie bei der Berechnung der Stellungsgeometrie (sh. Kapitel 6.1.6, „Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg“) drei Translations- und drei Rotationskomponenten zur Aufstellung der Jacobimatrix \underline{J}_m entnommen. Entsprechend werden der Matrix auf der rechten Seite ebenfalls drei Translations- und drei Rotationskomponenten entnommen und zum Vektor \underline{R}_m zusammengefaßt. Die unbekannt Geschwindigkeiten $\dot{\theta}_i$ bilden den Vektor \underline{D}_m :

$$\underline{J}_m \underline{D}_m = \underline{R}_m \quad \{86\}$$

Die Jacobi-Matrix \underline{J}_m ist aus der Berechnung der Stellungsgeometrie bekannt, kann also bei der Berechnung der Gelenkgeschwindigkeiten wiederverwendet werden. Gleichung {86} beschreibt eine Masche mit einem angetriebenen Gelenk. In einer Masche ohne angetrie-

benes Gelenk wird die rechte Seite der Gleichung zu Null. In einem Netzwerk werden die Gleichungen aller Maschen analog zur Vorgehensweise bei der Berechnung der Stellungsgeometrie (s.h. Kapitel 6.1.6, „Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg“) zu einem Gesamtgleichungssystem zusammengefaßt und gelöst. Damit stehen alle Gelenkgeschwindigkeiten für die Berechnung der Geschwindigkeiten eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied der entsprechenden offenen kinematische Kette, wie in 6.1.2, „Berechnung der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines lokalen Koordinatensystemes auf einem Glied einer offenen kinematischen Kette“ beschrieben, zur Verfügung.

6.1.8 Berechnung der Rückwärtstransformation von komplexen kinematischen Ketten

Das Iterationsverfahren von Uicker, Denavit und Hartenberg läßt sich auch zur Berechnung der Rücktransformation offener kinematischer Ketten einsetzen, indem die Gleichung {30} in

$$\prod_{i=1}^n (L_i P_i) TF = Z \quad \{87\}$$

umgeschrieben wird. TF ist die Transformation, die vom lokalen Koordinatensystem des Eingangsgelenkes des letzten Gliedes zum Greifer- oder Effektorkoordinatensystem führt, das mit dem Zielkoordinatensystem Z zur Deckung gebracht werden soll. Damit schließt sich die Transformationkette nicht mehr, sondern erreicht das Zielkoordinatensystem Z .

Tauber [51] beschreibt den Einsatz dieses Verfahrens zur Berechnung der allgemeinen Rücktransformation von Industrierobotern mit einfach geschlossenen kinematischen Ketten. Diese Rücktransformation wird errechnet, indem die geschlossene kinematische Kette in einem Glied in zwei offene Ketten aufgebrochen wird. Dieses Glied wird in zwei Teiglieder dupliziert, die die beiden offenen Ketten abschließen. Nun wird mit dem Iterationsverfahren die Rücktransformation für jede offene Kette so berechnet, daß die Endglieder dieselbe Position und Orientierung erreichen.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren der Aufstellung der kinematischen Gleichungen mit Hilfe graphentheoretischer Algorithmen erlaubt eine weit allgemeinere Behandlung der Rücktransformation geschlossener kinematischer Ketten und Mischtypen. Auch bei der Berechnung der Rückwärtstransformation wird, wie bei der Berechnung der Stellungsgeometrie, die Graphenstruktur zur Aufstellung der kinematischen Gleichungen eingesetzt. Wie in Kapitel 5.1.4, „Suche eines Weges durch einen Graphen“ beschrieben, wird ein Weg gesucht, der von der Basis zum Greiferkoordinatensystem auf dem Glied führt, für das die Rückwärtstransformation berechnet werden soll. In der Datenstruktur ist dieses Greiferkoordinatensystem als „additional_frame“ eines „kinematic_link Entity“ repräsentiert.

Für diesen Weg wird die Transformationskette zum Zielkoordinatensystem Z gemäß Gleichung {87} aufgestellt. Alle Gelenke dieses Weges werden untersucht, ob sie Bestandteil eines Netzwerkes sind. Wenn dies der Fall ist, dann werden für jede Masche dieses Netzwerkes die kinematischen Gleichungen gemäß Gleichung {30} aufgestellt.

Die Gleichungen für das Beispiel in Abb. 39 lauten, für den Weg vom Basiskoordinatensystem zum Effektorkoordinatensystem

$$\underline{B}_2 \underline{P7} \underline{L5}_2 \underline{P8} \underline{L6} \underline{P9} \underline{L7} \underline{P10} \underline{TF} = \underline{Z} \quad \{88\}$$

sowie für die Maschen des Netzwerkes

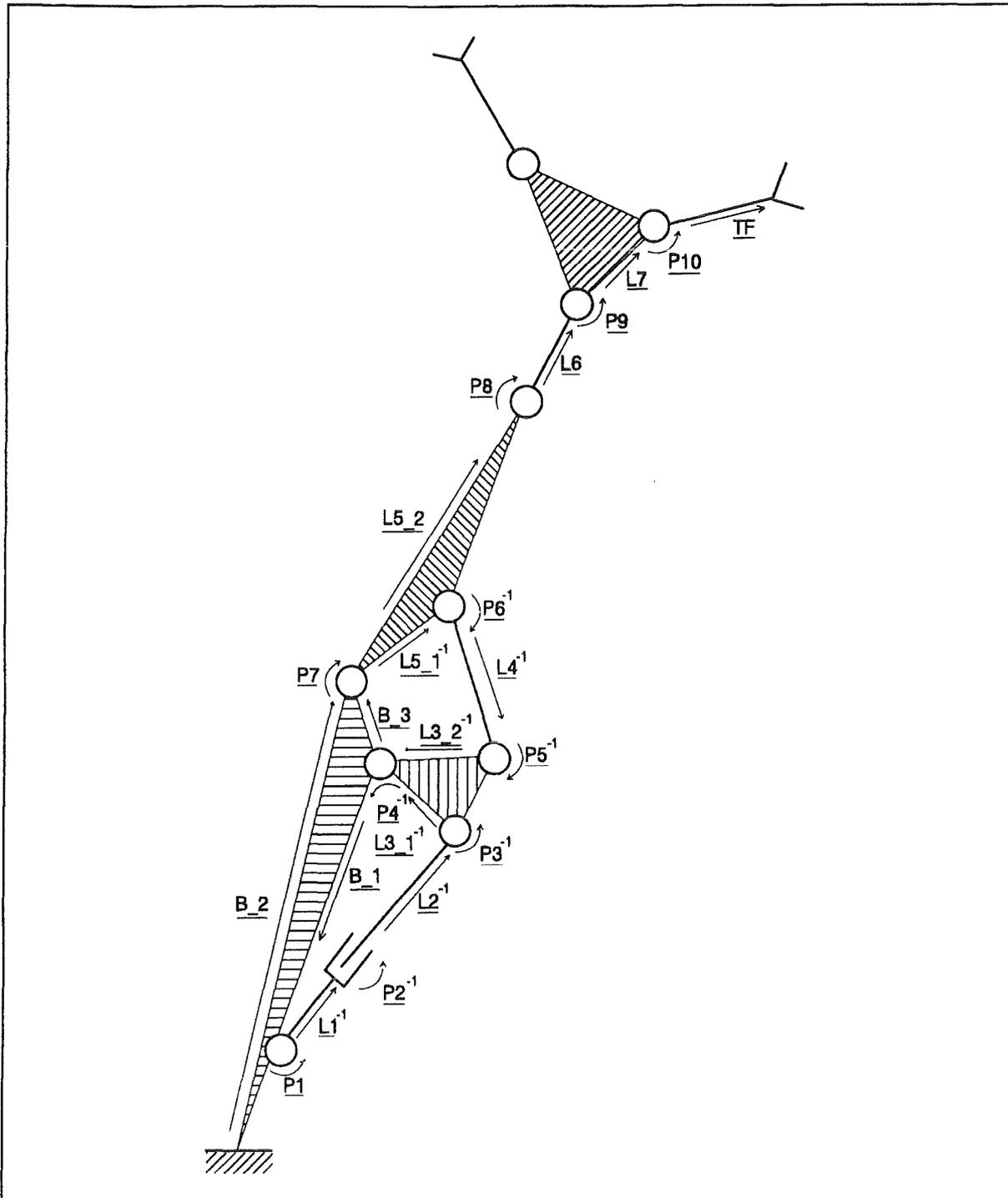


Abbildung 39. Transformationsketten für die Berechnung der Rücktransformation

$$\underline{B}_1 \underline{P}_1 \underline{L}_1^{-1} \underline{P}_2^{-1} \underline{L}_2^{-1} \underline{P}_3^{-1} \underline{L}_3 \underline{P}_4^{-1} = I \quad \{89\}$$

$$\underline{B}_3 \underline{P}_7 \underline{L}_5 \underline{P}_6^{-1} \underline{L}_4 \underline{P}_5^{-1} \underline{L}_3 \underline{P}_4^{-1} = I \quad \{90\}$$

$\underline{B}_1, \dots, \underline{B}_3$ sowie $\underline{L}_1, \dots, \underline{L}_7$ in Abb. 39 bezeichnen Gliedmatrizen und $\underline{P}_1, \dots, \underline{P}_{10}$ bezeichnen Gelenkmatrizen. \underline{TF} ist die Transformationsmatrix vom Eingangskoordiniensystem auf Glied L8 zum "additional frame" für das die Rücktransformation berechnet werden soll. Die Inversion einer Glied- oder Gelenkmatrix bedeutet, daß sie bei dieser Orientierung relativ zur Initialisierung mit Hilfe des aufspannenden Baumes invertiert werden muß.

Da die Rückwärtstransformation berechnet werden soll, ist kein Gelenk der Struktur angetrieben. Die Ableitung liefert also für jede Masche eines Netzwerkes eine Gleichung der Form {52}.

Da auch die Gelenke des Weges nicht angetrieben sind, läßt sich Gleichung {87} ebenfalls differenzieren und führt auf folgende Gleichung:

$$\underline{B}_1 + \underline{B}_2 + \underline{B}_3 + \dots + \underline{B}_n = \underline{Z} - \underline{B}_0 \quad \{91\}$$

Sie kann zusammengefaßt werden zu:

$$\underline{E} \cong \underline{Z} - \underline{B}_0 \quad \{92\}$$

Wie für eine Maschengleichung werden daraus die Translations- und Rotationselemente ausgewählt, so daß sich eine Gleichung der folgenden Form ergibt:

$$\underline{J}_p \vec{D}_p = \vec{V}_p \quad \{93\}$$

Die Maschengleichungen und diese Weggleichung werden, wie in Kapitel 6.1.6, „Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg“ beschrieben, zu einem Gesamtgleichungssystem zusammengefaßt. Die weitere Vorgehensweise, die Normierung der Gleichung, Erkennung von Totpunkten und Auflösung des Gesamtgleichungssystems ist dieselbe wie für die Berechnung der Vorwärtstransformation von Netzwerken.

Bei den bisherigen Betrachtungen war die Annahme, daß es sich nicht um redundante Kinematikstrukturen handelt. Eine Redundanz wirkt sich auf die Aufstellungen der Gleichungen nicht aus. Lediglich die Auflösung des Gesamtgleichungssystems {79} ist nicht mehr durch Inversion von \underline{J}_{Ges} bzw. Lösung nach dem Gauss-Verfahren möglich, da die Matrix \underline{J}_{Ges} nicht länger quadratisch ist.

In einem solchen Fall, wie z.B. die Struktur in Abb. 39, können Verfahren zur Berechnung der Pseudoinversen [30], [21] unter Hinzunahme weiterer Kriterien eingesetzt werden. Als zusätzliche Kriterien kommen unter anderem in Frage, die Minimierung des Energieverbrauchs, maximale Geschwindigkeit im Effektorkoordinatensystem oder Vermeidung von Hindernissen.

6.1.9 Aufzeichnung von Bahnkurven

In der Beschreibung des kinematic_link Entity können über das Attribut "kinematic_link.additional_frames" neben den kinematisch relevanten Frames, weitere Frames definiert werden, um z.B. die Bewegungsbahn eines Punktes auf dem Glied während der Analyse aufzuzeichnen. Wie ein Jointframe wird die Lage des Zusatzframe eindeutig durch eine Gestaltmatrix \underline{TF} relativ zum lokalen Koordinatensystem des "advent_joint" festgelegt. Analog zur Vorgehensweise bei der Berechnung der Rückwärtstransformation muß ein Weg durch den Graphen gesucht werden, der von der Basis zu dem zu verfolgenden Zusatzframe führt. Anhand dieses Graphen können die Gelenk- und Gliedtransformationen aufgestellt werden, die schließlich wieder zu einer Gleichung der Form {87} führen.

Bei jedem Simulationsschritt wird mit Hilfe dieser Transformationskette die augenblickliche Lage des Zusatzframe in Weltkoordinaten berechnet und in einem Framefeld abgelegt. Durch diese Frames soll eine Interpolationskurve zur Beschreibung der Bahn gelegt werden. Eine direkte Interpolation über den Ursprung der Bahn und drei Richtungsvektoren, gestaltet sich doch jedoch recht umständlich, da in dieser Form die Orts- und Richtungs-

formation überbestimmt dargestellt ist. Aus diesem Grund werden die Frames für die Interpolation in eine Darstellung, die sich aus drei Koordinaten für den Ort und drei Winkelwerte, den Roll-, Pitch-, Yaw-Winkeln, zur Beschreibung der Orientierungsinformation zusammensetzt, umgerechnet. Nun läßt sich mit dieser Darstellung die Interpolation mit B-Splines nach /7/ im \mathbb{R}^6 berechnen. Aus den Interpolationswerten, lassen sich vier einzelne Interpolationskurven im \mathbb{R}^3 berechnen. Sie beschreiben die Lage des Ursprungs, der x-Achse, der y-Achse und der z-Achse des Frame.

6.2 Topologische Modifikationen

Die in dieser Arbeit eingefürte explizite Trennung der geometrischen und topologischen Information der Kinematikstruktur erlaubt es, Änderungen in der Topologie der Struktur vorzunehmen und anschließend mit denselben Verfahren wie beim Aufbau der Struktur, Topologie und Geometrie neu initialisieren zu lassen.

Grundsätzlich lassen sich dabei zwei Arten von Modifikationen unterscheiden:

- Änderung der topologischen Struktur.
- Änderungen der Orientierung der topologischen Struktur.

6.2.1 Änderung der topologischen Struktur

Unter Änderung der topologischen Struktur sind jene Änderungen zu verstehen, die, durch Einführung oder Entfernen von Gelenken, Nachbarschaftsbeziehungen oder gar den Typ des Graphen verändern. Ein Beispiel für eine Änderung des Typs des Graphen wäre die Entfernung eines Gelenkes, die einen Graphen vom Netzwerktyp in einen Baum verwandelt, also aus einer geschlossenen Kette eine offene Kette macht.

Dynamisch rekonfigurierbare Roboter, wie sie Fukuda und Nakagawa in /13/ beschreiben, sind ein Anwendungsfall für Änderungen der topologischen Struktur. Abb. 40 stellt ein Schema eines solchen Roboters dar, der sich, in einen Tank eingeschleust, mit Segmenten, die durch die Tanköffnung nachgereicht werden, selbständig erweitert. Jedes dieser Segmente bringt seine vollständige topologische und geometrische Beschreibung mit, so daß die Struktur automatisch erweitert werden kann.

Modifikationen diesen Typs machen eine vollständige Analyse des Graphen, die Initialisierung der Glieder- und Gelenkbeschreibungen und eine erneute kinematische Analyse notwendig. Dies ist mit bisherigen Systemen mit starr vorgegebenen Typen von Kinematikstrukturen nicht möglich. Die in dieser Arbeit vorgestellten Algorithmen und Datenstrukturen erlauben hingegen die Analyse solcher rekonfigurierbarer Robotersysteme.

6.2.2 Änderung der Orientierung der topologischen Struktur

Für bestimmte kinematische Untersuchungen oder spezielle Anwendungen ist es sinnvoll die Orientierung des Graphen der Kinematikstruktur zu verändern. Beispiele hierfür sind:

- Kinematische Untersuchungen wie z.B. die kinematische Umkehr, bei der das Gestell mit einem vorher beweglichen Getriebeglied vertauscht wird.
- Spezielle Anwendungen in der Robotertechnik, in denen der Manipulator mehrfach seine Basis wechseln muß /19/.

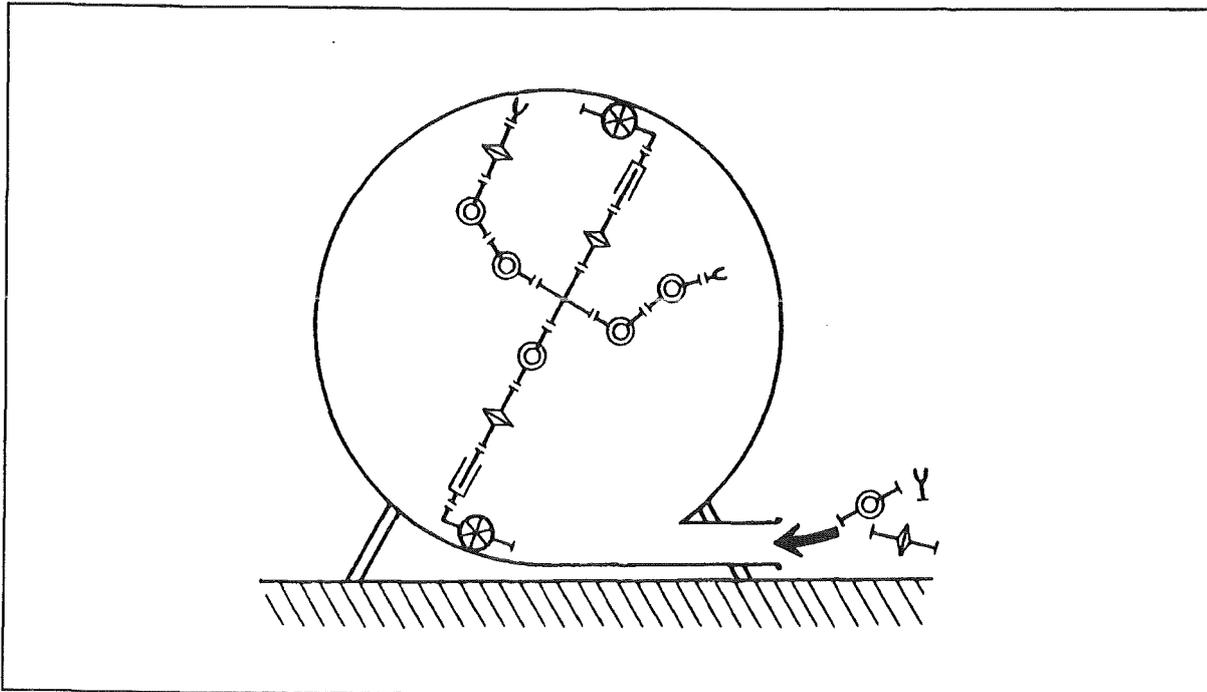


Abbildung 40. Rekonfigurierbarer Roboter

Zur komfortablen Analyse derartiger Vorgänge ist ein automatisches Verfahren unerlässlich. Dieses Problem wird mittels der vorgeschlagenen einheitlichen Darstellung und der darauf arbeitenden Algorithmen unterstützt.

Ausgangspunkt jeglicher Analyse und darauffolgender Initialisierung der Kinematikstruktur ist die Festlegung der Basis, d.h. des feststehenden Gliedes des Mechanismus. Dies ist der Startpunkt der Analyse des Graphen und des nachfolgenden Aufbaus der geometrischen Datenstruktur. Eine Änderung der Basis des Mechanismus bedeutet also lediglich die Änderung des Typs eines Gliedes, von da an läuft die Analyse und Neuinitialisierung der Struktur wie beim ersten Aufbau der Struktur weiter.

Bei der kinematischen Analyse können sich dadurch Änderungen hinsichtlich des Verhaltens des Mechanismus, der Lage seiner angetriebenen Gelenke und der kinematischen Bestimmtheit ergeben. Diese Operation sei an einem Beispiel erläutert: Abb. 41 zeigt einen kletternden Roboter ähnlich dem Handhabungsgerät in Abb. 12. Die Darstellung zeigt auf der linken Seite das kinematische Skelettmodell und auf der rechten Seite die Graphendarstellung der Struktur. In der ersten Stellung ist der Roboter mit dem Glied "L0" an der rechten Säule fixiert. Die Graphenstruktur ist von "L0" nach "L4" orientiert. Dies bedeutet, daß Glied "L0" die Basis der Struktur ist und "L1", "L2", "L3" und "L4" beweglich sind.

In der nächsten Stellung ist Glied "L4" an der linken Säule fixiert und "L0" ist frei beweglich. Damit ist die Graphenstruktur von "L4" nach "L0" orientiert. Glied "L4" ist nun die Basis der Struktur und "L3", "L2", "L1" und "L0" sind beweglich.

Bei diesem Ablauf war die Annahme, daß während des Wechsels der Basis von "L0" nach "L4" keine Bewegung der anderen Glieder stattfindet, es sich bei der Umkonfiguration also nur um eine Änderung der Orientierung einer offenen kinematischen Kette handelt. Wenn jedoch beide Glieder "L0" und "L4" fixiert sind und sich die Glieder "L1", "L2" und "L3" umkonfigurieren, handelt es sich um die Änderung der topologischen Struktur von einer offenen in eine geschlossene Kette. Glied "L0" und Glied "L4" werden zu einem einzigen Glied zusammengefasst, das die Basis bildet.

Es lassen sich noch weitere Anwendungen finden, in denen Operationen dieser Art ablaufen, wie z.B. Schreitwerke.

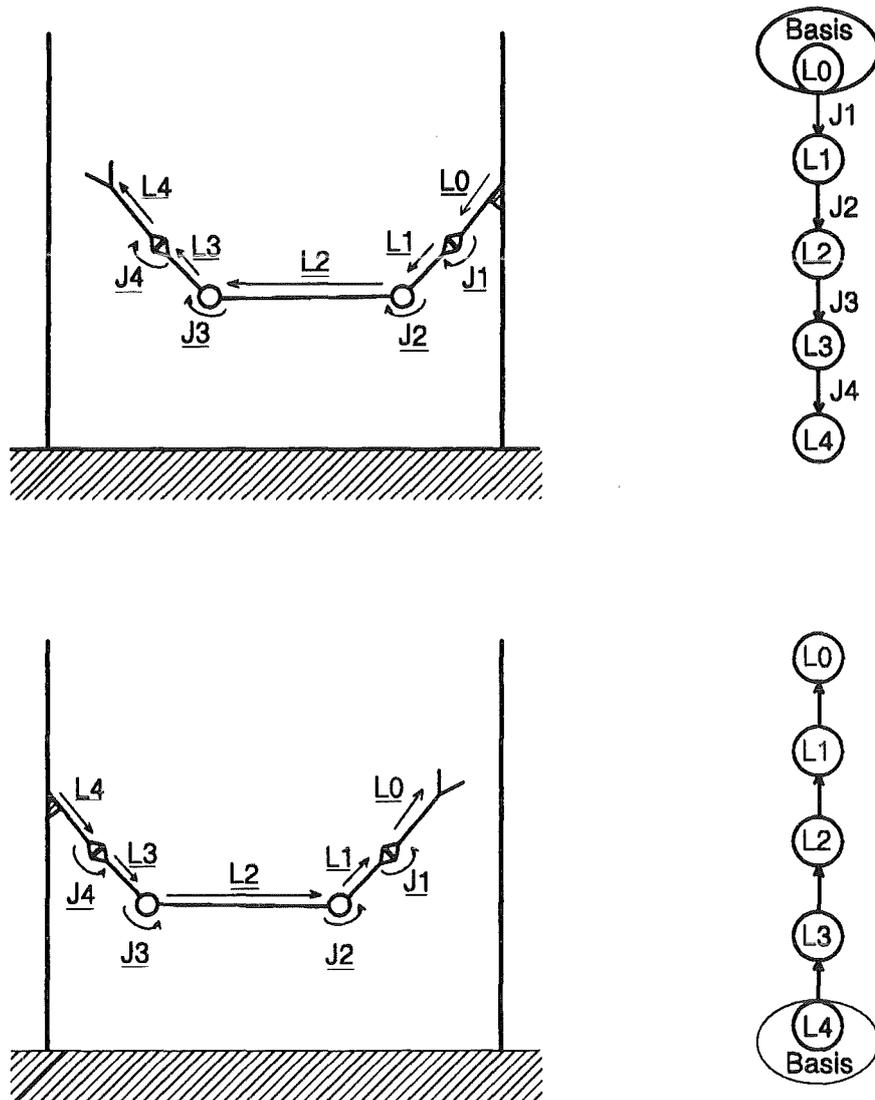


Abbildung 41. Wechsel der Basis bei einem "kletternden" Roboter

Kinematische Ketten, deren topologische Struktur während der gesamten Analyse konstant bleibt, können als Sonderfall von allgemeineren Strukturen mit Änderung der Topologie betrachtet werden. Durch die in dieser Arbeit entwickelte klare Trennung der geometrischen und topologischen Aspekte der kinematischen Beschreibung und der zugehörigen Algorithmen, besteht der Unterschied lediglich in der Häufigkeit der topologischen und geometrischen Initialisierungen. Bei einer Kette mit konstanter topologischer Struktur erfolgen diese Initialisierungen nur einmal zu Beginn der kinematischen Analyse. Bei einer Kette mit veränderlicher topologischer Struktur geschieht dies mehrfach während der kinematischen Analyse.

7.0 Beschreibung einer Implementierung der einheitlichen Datenstruktur

Die einheitliche Datenstruktur, die in Kapitel 4.2, „Herleitung der neuen Datenstruktur zur einheitlichen Darstellung kinematischer Systeme“ und die Algorithmen, die in Kapitel -- Überschrift 'OPERATI' unbekannt -- beschrieben sind, wurden in dem Programmsystem MIDAS (Mechanisms Interactive Design, Analysis and Simulation) prototypisch implementiert.

Der Aufbau dieses Programmsystems und seine Fähigkeiten sollen im folgenden beschrieben werden.

7.1 Aufbau des Programmsystemes MIDAS

Das Programmsystem MIDAS ist in einem Schichtenmodell aufgebaut (Abb. 42). Dabei können vier Schichten identifiziert werden:

Datenstrukturschicht	Die innerste Schicht ist die MIDAS-Datenstruktur
Datenstrukturmanipulationsschicht	Diese Schicht erlaubt Erzeugung, Änderung und Abfrage einzelner Datenstrukturelemente
Anwendungsschicht	Die Anwendungsschicht enthält die Operationen, die zum Aufbau, zur Analyse und für geometrische und topologische Modifikationen erforderlich sind.
Benutzerschnittstelle	Die Benutzerschnittstelle erlaubt den Dialog des Benutzers mit der Anwendungsschicht.

7.1.1 Beschreibung der Datenstrukturschicht

Die MIDAS Datenstruktur stellt eine Abbildung der in dieser Arbeit in EXPRESS entwickelten Datenstruktur auf Typdeklarationen in VAX PASCAL dar. In EXPRESS können strukturierte Attribute nur als Entitytypen deklariert werden und sind damit grundsätzlich als vollwertige Datenstrukturelemente referenzierbar. In PASCAL lassen sich unterscheiden:

Pointertyp strukturierter Datentyp, über den Wert des Pointers referenzierbar.

Recordtyp strukturierter Datentyp, nicht referenzierbar. Ein Recordtyp kann nur in einer anderen Typdeklaration auftreten.

Diese Unterscheidung wurde bei der Abbildung der Datenstruktur auf PASCAL ausgenutzt. So wurden Entitytypen, wie z.B. KINEMATIC_JOINT, KINEMATIC_LINK und KINEMATIC_LOOP als Pointertypen implementiert, während die Entitytypen JOINT_SIDE und SUB_LINK nur als Recordtypen deklariert wurden. Sie treten lediglich in der Deklaration des KINEMATIC_LOOP bzw. KINEMATIC_LINK auf und müssen nicht separat referenziert werden.

Zur Abbildung der Supertype/Subtype-Beziehung dient die Record-Variante in PASCAL. So wird das KINEMATIC_PAIR Entity auf einen Pointertyp KINEMATIC_PAIR abgebildet mit den Varianten ROTATIONAL_PAIR, PRISMATIC_PAIR, CYLINDRICAL_PAIR, SPHERICAL_PAIR und UNIVERSAL_PAIR.

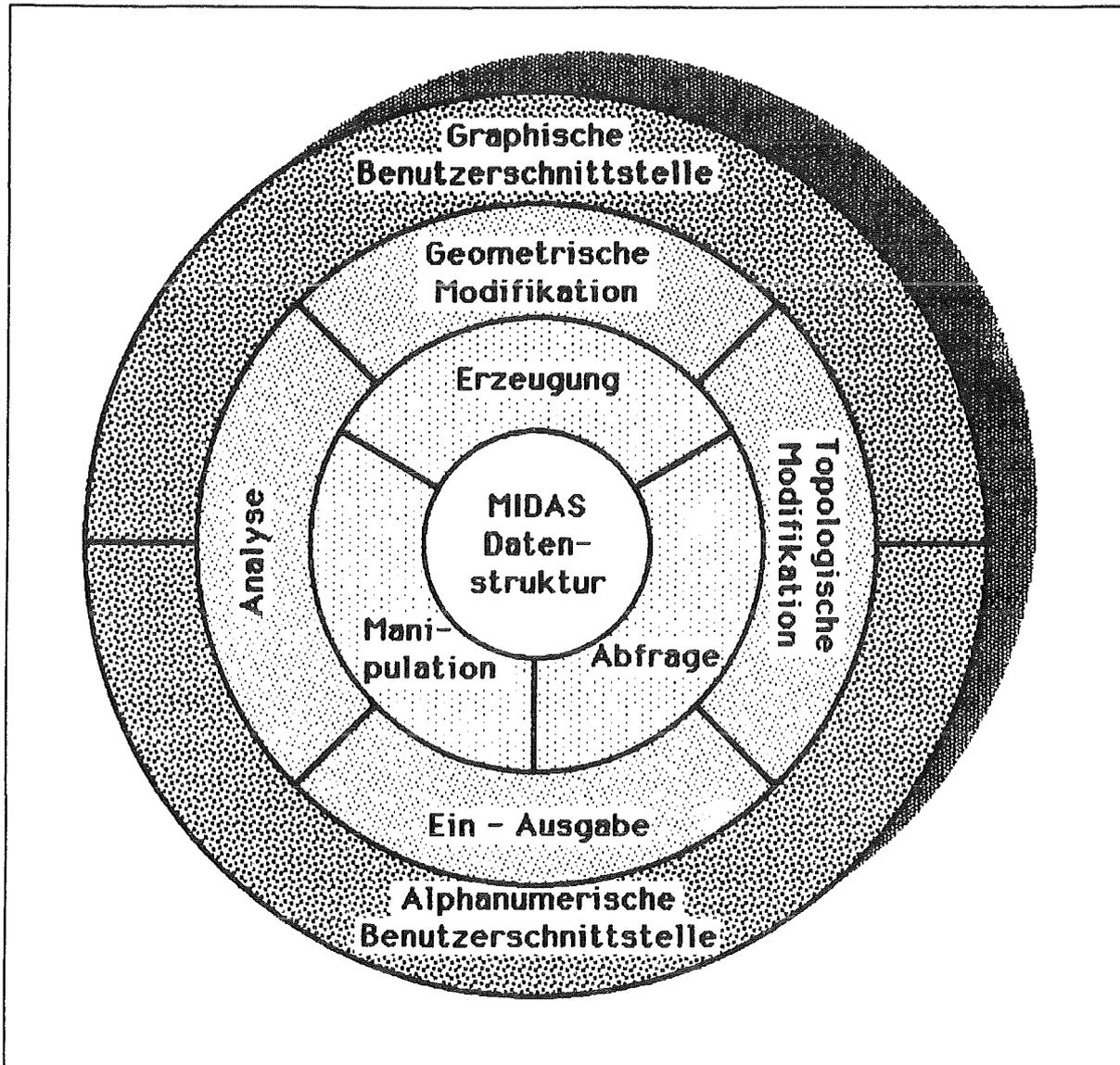


Abbildung 42. Schichtenaufbau des Programmsystems MIDAS

Neben diesen durch die Abbildung von EXPRESS auf PASCAL verursachten Unterschieden, enthält die MIDAS-Datenstruktur eine Anzahl weiterer Datenstrukturelemente, die eingefügt wurden, um Algorithmen zu vereinfachen bzw. zu beschleunigen, oder um Beziehungen der Datenstrukturelemente zu ihren grafischen Darstellungen in der Benutzerschnittstelle herzustellen.

7.1.2 Beschreibung der Datenstrukturmanipulationsschicht

In der Datenstrukturmanipulationsschicht sind Funktionen zur

- Erzeugung,
- Abfrage und
- Änderung

der Datenstrukturelemente implementiert. Sie erlauben es, die einzelnen Datenstrukturelemente zu erzeugen, einzelne Attributwerte abzufragen oder sie zu verändern. Beispiele für diese drei Klassen von Funktionen sind:

CREATE_JOINT (...);

Erzeugung eines Joint Elementes.

INQ_PAIR_PARAMETER (...);

Abfrage der Parameterwerte eines Gelenkes.

SET_PAIR_PARAMETER (...);

Setzen der Parameterwerte eines Gelenkes.

Zu den Erzeugungsroutinen zählen die Routinen, welche, wie in Kapitel -- Überschrift 'OPERATI' unbekannt -- erläutert, das topologische und das geometrische Modell aufbauen.

Die Routinen in der Manipulationsschicht dienen als Schnittstelle der Anwendungsschicht zur Datenstruktur, um diese Algorithmen von der Datenstruktur zu entkoppeln.

7.1.3 Beschreibung der Anwendungsschicht

Die Anwendungsschicht enthält die eigentlichen Operationen des MIDAS-Systemes, d.h. diejenigen Funktionen, die dem Anwender zur Verfügung stehen. Sie untergliedert sich in

- Ein-/Ausgabeoperationen,
- Analyseoperationen,
- Geometrische Modifikationen und
- Topologische Modifikationen.

Diese Operationen werden über die darüberliegende Schicht, die Benutzerschnittstelle, angestoßen und greifen auf die Dienste der darunterliegenden Datenstrukturmanipulationsschicht zu.

7.1.3.1 Ein-/Ausgabefunktionen

Die Ein-/Ausgabefunktionen erlauben es dem Benutzer, eine kinematische Struktur von einer Datei einzulesen bzw. sie auf eine Datei auszugeben.

Über die grafische Benutzerschnittstelle, kann die Kinematikstruktur als Skelettmodell mit Hilfe von Gelenksymbolen aufgebaut werden, die dann über Gliedersymbole verknüpft werden.

Die Gelenksymbole werden grafisch interaktiv in drei verschiedenen Ansichten positioniert. Damit werden der Typ des Gelenkes und temporär ein lokales Koordinatensystem festgelegt. Die Gliedbeschreibung wird eingegeben, indem die Gelenksymbole, die das Glied verbindet, grafisch identifiziert werden. Damit sind die inzidierenden Kanten dieser Ecke beschrieben. Über diese grafisch interaktive Beschreibung wird lediglich der ungerichtete Graph eingegeben. Mit Hilfe der Erzeugungsroutinen der Datenstrukturmanipulationsschicht werden daraus die höheren Hierarchieebenen und die geometrische Beschreibung, Gelenkparameter und Gliedtransformationen, der Struktur automatisch berechnet.

7.1.3.2 Analysefunktionen

Als Analysefunktionen stehen die kinematische Analyse, wie in Kapitel 6.1.6, „Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg“ beschrieben, zur Verfügung. Sie leiten die notwendigen Gleichungen aus der strukturellen und geometrischen Beschreibung in der Kinematikstruktur ab.

Die Ergebnisse eines Schrittes der kinematischen Analyse werden über die Manipulations-

routine (SET_PAIR_PARAMETER (...)) in das Attribut "PAR_CHANGE" der Gelenkbeschreibung übertragen. Die Änderung der Gelenkparameter wird an die grafische Benutzerschnittstelle übergeben, um die grafische Darstellung der Kinematikstruktur zu aktualisieren.

7.1.3.3 Geometrische Modifikationen

Die geometrischen Modifikationen, wie Änderung des Abstandes zwischen Gelenken oder Verschiebung des Basiskoordinatensystemes, beruhen auf grafisch interaktiver Identifikation des jeweiligen Symbols und Eingabe der neuen Position. Die neue Lage wird über die Datenstrukturmanipulationsroutinen in die Datenstruktur übertragen. Mit den Erzeugungsroutinen werden dann die neuen Geometrieattribute berechnet.

7.1.3.4 Topologische Modifikationen

Als topologische Modifikation wurde die Änderung der Orientierung der topologischen Struktur implementiert.

Eine Änderung der Orientierung der topologischen Struktur bedeutet einen Wechsel der Basis. Über die grafische Benutzerschnittstelle oder über eine Konfigurationsdatei wird das Link festgelegt, das die neue Basis bilden soll. Über die Datenstrukturmanipulationsschicht, wird das BASIS-Element in der Datenstruktur geändert und die gesamte Analyse und Orientierung des Graphen, sowie die Initialisierung der geometrischen Attribute neu durchgeführt.

7.1.4 Beschreibung der Benutzerschnittstelle

Die Benutzerschnittstelle besteht aus Routinen zur alphanumerischen und grafischen Ein-/Ausgabe. Die alphanumerischen Ein-/Ausgabe besteht im Lesen und Archivieren der Kinematikstruktur in Dateien, sowie aus dem Aufruf von Bewegungsprogrammen für die kinematische Analyse.

Mit MECHIN /52/ wurde auf der Basis des Grafikstandards PHIGS /36/ ein Grafikpreprozessor für IMP entwickelt. Die guten Strukturierungs- und Editiermöglichkeiten in PHIGS, sowie die Hardwareunabhängigkeit dieses Grafikstandards, machen PHIGS zum geeigneten Werkzeug für grafische Benutzerschnittstellen dieser Art.

Aus diesem Grunde wurde für die grafische Ein-/Ausgabe von MIDAS mit FIGARO /35/ die PHIGS-Implementierung der Firma MEGATEK gewählt.

Der Grafikbildschirm der MIDAS-Benutzerschnittstelle unterteilt sich in einen grafischen Bereich und in einen Menu-Bereich, in dem Bildschirmmenüs mit ikonischen Darstellungen der Funktionen eingeblendet sind. Für die alphanumerische Dialogführung kann am unteren Rande des grafischen Bereiches ein Dialogfenster eingeblendet werden. Als grafisches Eingabegerät für Positionier- und Identifizieroperationen dient eine Maus.

Der Grafikbereich ist in vier Ansichten unterteilt, drei Parallelprojektionen in die xy-, xz-, yz-Ebene und eine perspektivische Projektion in Richtung der Raumdiagonalen. In den Parallelprojektionen kann zur Unterstützung der Eingabe ein Raster eingeblendet werden. Die Projektionsrichtung kann in jeder der drei Parallelprojektionen interaktiv durch Drehung um die Hauptachsen oder durch Verschiebung senkrecht zur Bildebene der Ansicht geändert werden. Damit ist die Eingabe von windschief zu einander orientierten Gelenken möglich.

7.1.5 Darstellung der Kinematikstruktur mit PHIGS

Im Hinblick darauf, daß das Prototypsystem MIDAS den Aufbau einer Kinematikstruktur als Skelettmodell unterstützen sollte und keine Ansprüche hinsichtlich Realzeitverhalten während der Simulation bestanden, wurden folgende Anforderungen an die grafische Darstellung formuliert:

1. Symbolische Beschreibung der kinematischen Struktur durch Gelenk- und Gliedsymbole (Skelettmodell).
2. Grafische Identifizierbarkeit dieser Symbole zur Unterstützung der Eingabe und Änderung der Struktur.
3. Gute Editierbarkeit der grafischen Datenstruktur in PHIGS zur Darstellung der Analyseergebnisse, wie z.B. Änderungen der Konfiguration eines Mechanismus.

Zur Definition grafischer Ausgabelemente stellt PHIGS das Strukturkonzept zur Verfügung. Eine Struktur hat einen Strukturnamen und ist damit von anderen Strukturen referenzierbar. Sie erlaubt es, eine Menge von grafischen Elementen zusammenzufassen und als eine abgeschlossene Einheit zu behandeln. Der Inhalt einer Struktur kann aus folgenden Elementtypen bestehen:

- Ausgabelemente
- Elementattribute
- Modellierungstransformationen
- Ansichtsauswahlelemente
- Elementgruppierungen (Name sets)
- Pick-Identifizierungen
- Marken (Labels)
- Strukturaufrufe
- Anwendungsspezifische Daten
- ESCAPE-Funktionen

Mit den Ausgabelementen von PHIGS lassen sich grafische Symbole für die Gelenk- und Glieddarstellung aufbauen. Diesen lassen sich Pick-Identifizierungen zuordnen, um sie grafisch identifizierbar zu machen. Damit sind die ersten beiden Anforderungen erfüllt.

Die dritte Anforderung läßt sich durch Anwendung der Strukturaufrufe und Modellierungstransformationen erfüllen. Diese Vorgehensweise soll an einem Beispiel erläutert werden. Das Ergebnis einer Graphenanalyse in MIDAS ist die Zerlegung der Kinematikstruktur in einen Hypergraph, dessen einzelne Zweige Teilgraphen vom Typ Netzwerk bzw. Baum sind. Im Falle einer Netzwerkstruktur läßt sich ein zugrundeliegender aufspannender Baum finden. Diese Baumstruktur wird ausgenutzt, um in PHIGS eine hierarchische Struktur durch Verwendung der Strukturaufrufe aufzubauen. Damit läßt sich die Topologie der Kinematikstruktur in PHIGS abbilden. Die Geometrieinformation, also die Gelenk- und Gliedtransformationen, wird mit Hilfe der PHIGS Modellierungstransformation, insbesondere mit der lokalen Transformation, beschrieben.

Der Aufbau eines Elementes in PHIGS soll anhand des Gliedes *L7* aus Abb. 19 gezeigt werden. Dabei wird die Orientierung und Zerlegung des Gliedes in Teilglieder, wie in Abb. 15 aufgeführt, ausgenutzt. Die Struktur "L7" beginnt mit dem Aufruf der Struktur, die das Referenzgelenk "J9" als Symbol darstellt. Anschließend wird zur Beschreibung der Gelenktransformation eine lokale Transformationsmatrix "JOINTMAT" eingefügt. Da diese lokale Transformationsmatrix nach jedem Analyseschritt geändert werden muß, um die Änderung des Gelenkparameters auszugeben, wird zur Erleichterung ihrer Identifizierung davor die Marke "JOINTMATLAB" eingefügt.

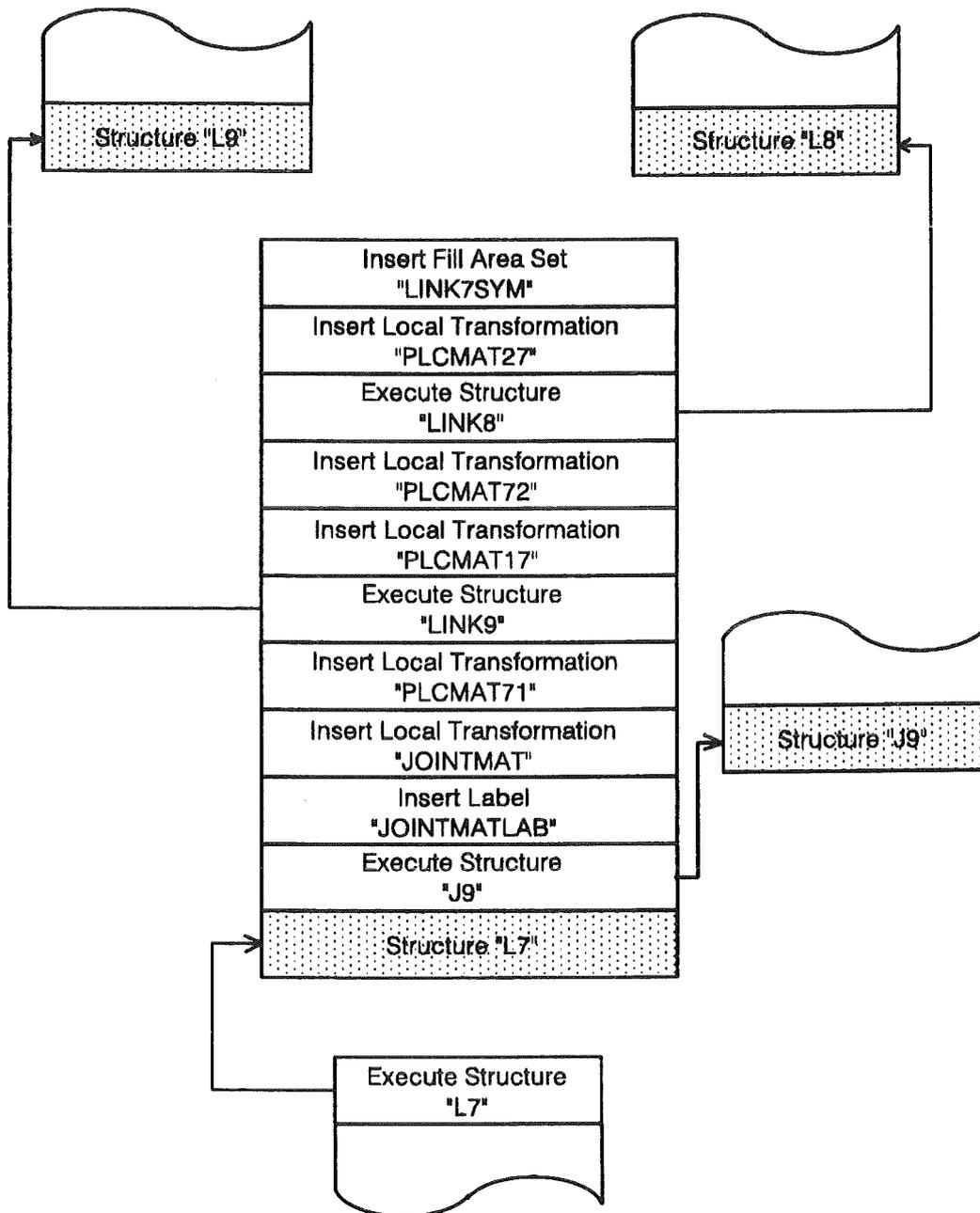


Abbildung 43. Darstellung eines Gelenkes und eines Gliedes in der PHIGS-Datenstruktur

Die Beschreibung einer Teilglied-Matrix, also der Transformation vom lokalen Koordinatensystem des Eingangsgelenkes "J9" zum lokalen Koordinatensystem des Ausgangsgelenkes "J11", erfolgt durch Eintrag einer weiteren lokalen Transformationsmatrix "PLCMAT71" in die Struktur. Sie entspricht der Gestaltmatrix des Teilgliedes L71. Hier wird nun die Struktur "L9", die das nächste Glied mit seinem Referenzgelenk beschreibt, aufgerufen. Um das nächste Teilglied zu beschreiben, muß das lokale Koordinatensystem wieder in den Ursprung zurückverschoben werden. Dazu dient die Inverse der Teilgliedmatrix, die als "PLCMAT17" in die Struktur eingetragen wird. Die Teilgliedmatrix "PLCMAT72" wird in gleicher Weise eingetragen, die Struktur "L8" aufgerufen und schließlich das lokale Koordinatensystem in den Ursprung zurückverschoben. Als letztes folgt die Eintragung des Gliedsymboles "LINK7SYM" als Füllgebiet. Damit ist die grafi-

sche Beschreibung des Gliedes abgeschlossen. Auf diese Weise wird die grafische Beschreibung der Kinematikstruktur bei der Initialisierung aufgebaut.

Zur grafischen Darstellung der Analyseergebnisse, also der neuen Konfiguration des Mechanismus, die sich durch die Parameteränderungen der Gelenke ausdrücken läßt, wird jede Gliedstruktur in folgender Weise editiert:

1. Öffnen der Struktur, die die grafische Beschreibung des Gliedes enthält.
2. Setzen des Elementenzeigers der Struktur auf die Marke "JOINTMATLAB".
3. Löschen der lokalen Transformationsmatrix "JOINTMAT".
4. Umrechnung der Änderung des Gelenkparameters in eine Transformationsmatrix.
5. Eintragung dieser Transformationsmatrix in die Struktur.
6. Schließen der Struktur.

Nachdem der gesamte Strukturbaum auf diese Weise durchlaufen und geändert wurde, wird der Bildschirm gelöscht und der Strukturbaum neu gezeichnet.

7.2 Beispiele von Kinematikstrukturen

Es werden drei Beispiele von Kinematikstrukturen vorgestellt, die mit MIDAS modelliert und für die die Stellungsgeometrie berechnet wurde. Diese Beispiele demonstrieren Strukturen, die mit üblichen Kinematikanalyssystemen oder Robotersimulationssystemen nur mit hohem Aufwand oder überhaupt nicht untersucht werden können.

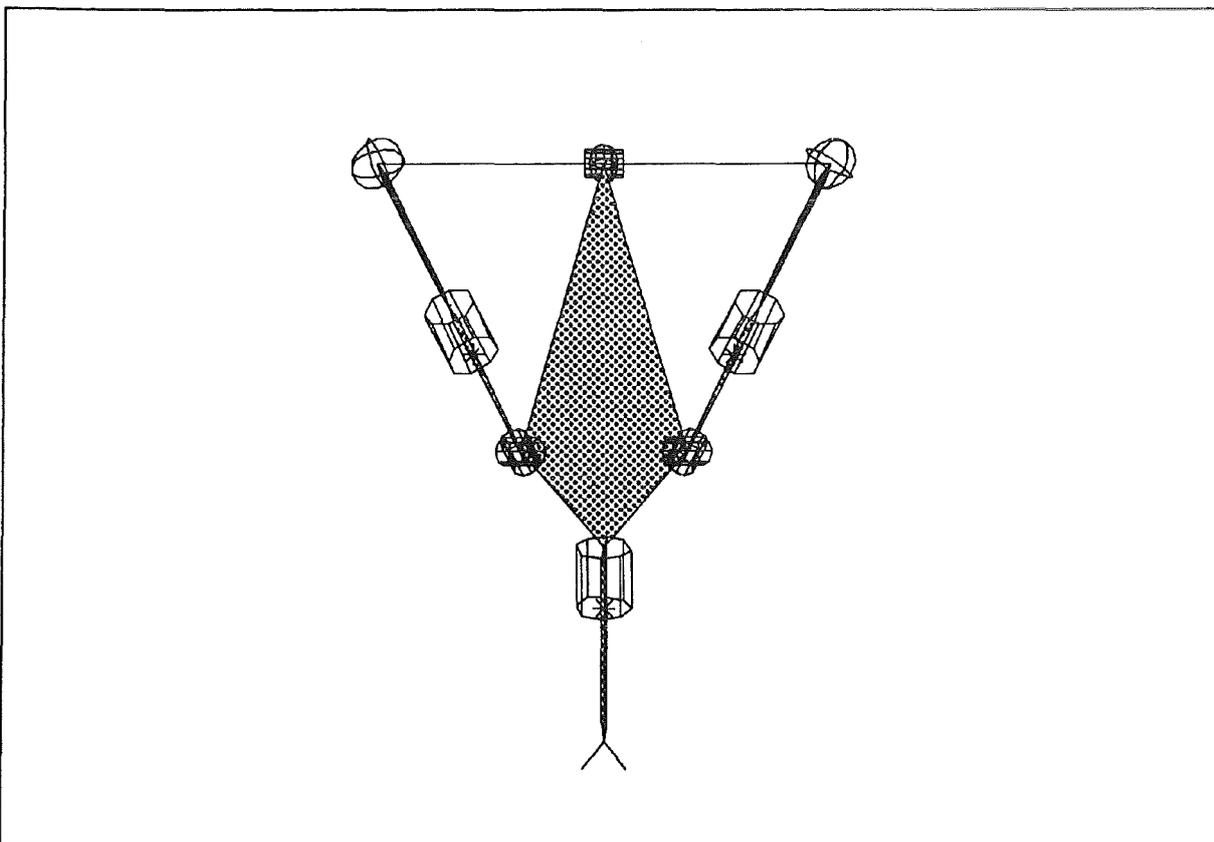


Abbildung 44. Bein in Ausgangsstellung

7.2.1 Beispiel "Beinstruktur"

Bei der Beinstruktur handelt es sich um ein Bein eines Schreitwerkes. Es besteht aus einer Teilstruktur vom Netzwerktyp und einer Teilstruktur vom Typ Baum. Die Netzwerkstruktur ist eine räumliche geschlossene kinematische Kette mit zwei Maschen. Das obere dreieckige Glied soll als Basis festgehalten werden. Die Struktur besitzt den Freiheitsgrad drei. Zwei der Translationsfreiheiten liegen in der Netzwerkstruktur. Sie dienen zur Vor- und Seitwärtsbewegung des Beines. Die dritte Translationsfreiheit liegt in der Baumstruktur und dient zum Strecken des Beines. Abb. 44 zeigt das Bein in Ausgangstellung. Abb. 45 zeigt das Bein in Bewegung, mit Antrieb aller Gelenke. Bei der Berechnung der neuen Stellung wird nach Typ der verallgemeinerten Gelenke unterschieden. So wird automatisch für das Netzwerk die beschriebene Modifikation des Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg angewandt, während für die Baumstruktur direkt die Matrix in der Transformationskette modifiziert wird.

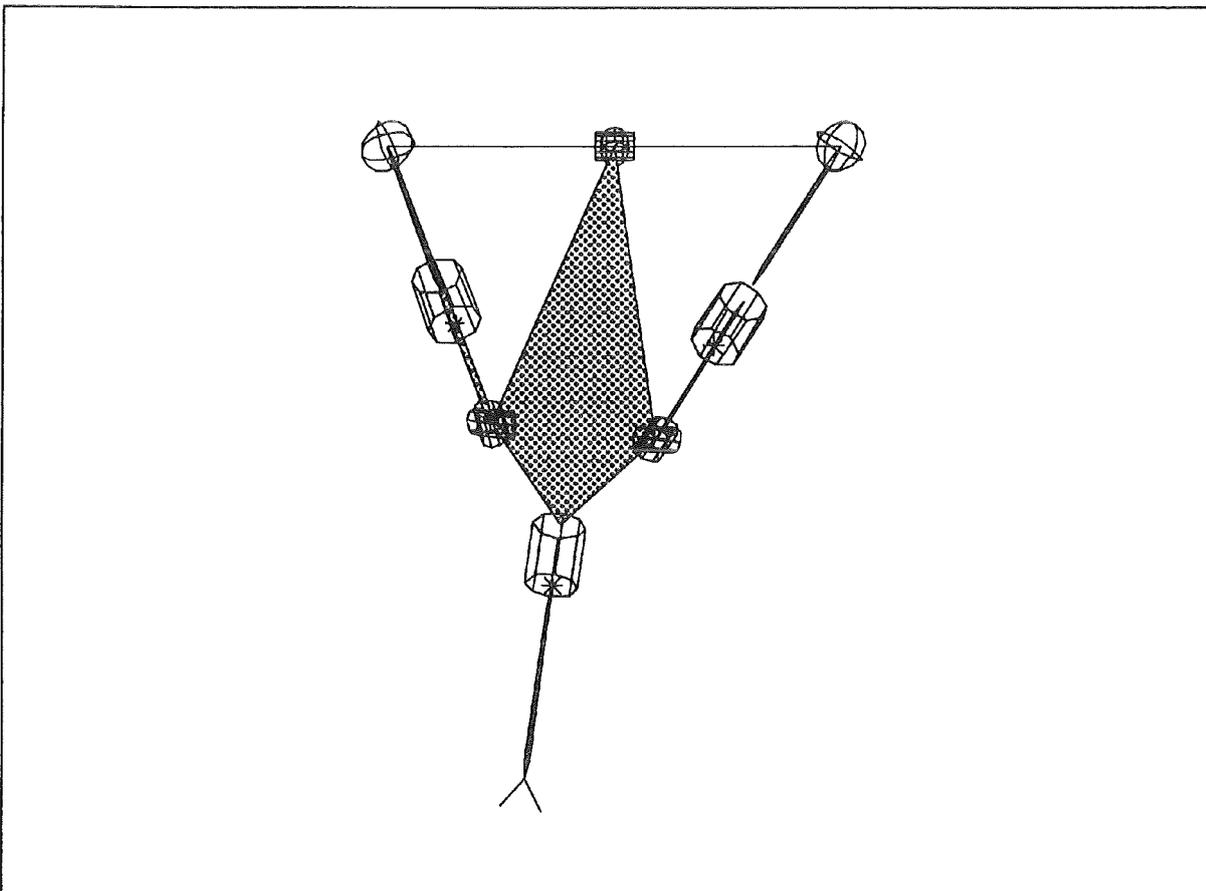


Abbildung 45. Bein nach links bewegt und gestreckt

7.2.2 Beispiel "Delta-Roboter"

Beim Delta-Roboter handelt es sich um eine räumliche Netzwerkstruktur mit 15 Gelenken und dem Freiheitsgrad drei [9]. Die Netzwerkstruktur besteht aus fünf Maschen. Drei Antriebe sitzen auf einer oberen feststehenden Plattform und treiben die untere Plattform, die Arbeitsplattform, über Gestänge, die geschlossene kinematische Ketten bilden, an. Die untere Plattform vollführt eine reine Translationsbewegung. Um eine Möglichkeit zur Orientierung eines Werkstückes zu erhalten, kann an der Arbeitsplattform eine separate Drehachse hinzugefügt werden. Eine Weiterentwicklung des Delta-Roboters ist der Hexa-Roboter. Er besitzt drei Rotations- und drei Translationsfreiheiten.

Abb. 46 zeigt den Delta-Roboter in Ausgangsstellung, Abb. 47 mit nach links bewegter Arbeitsplattform.

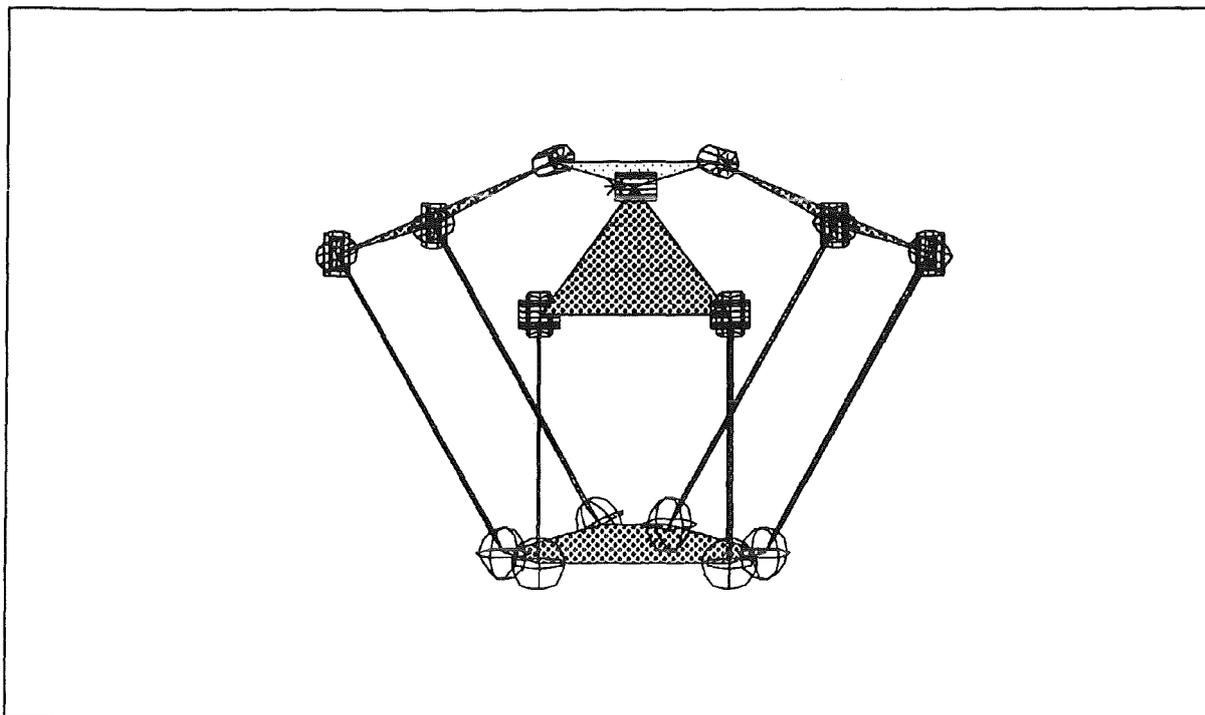


Abbildung 46. Delta-Roboter in Ausgangsstellung

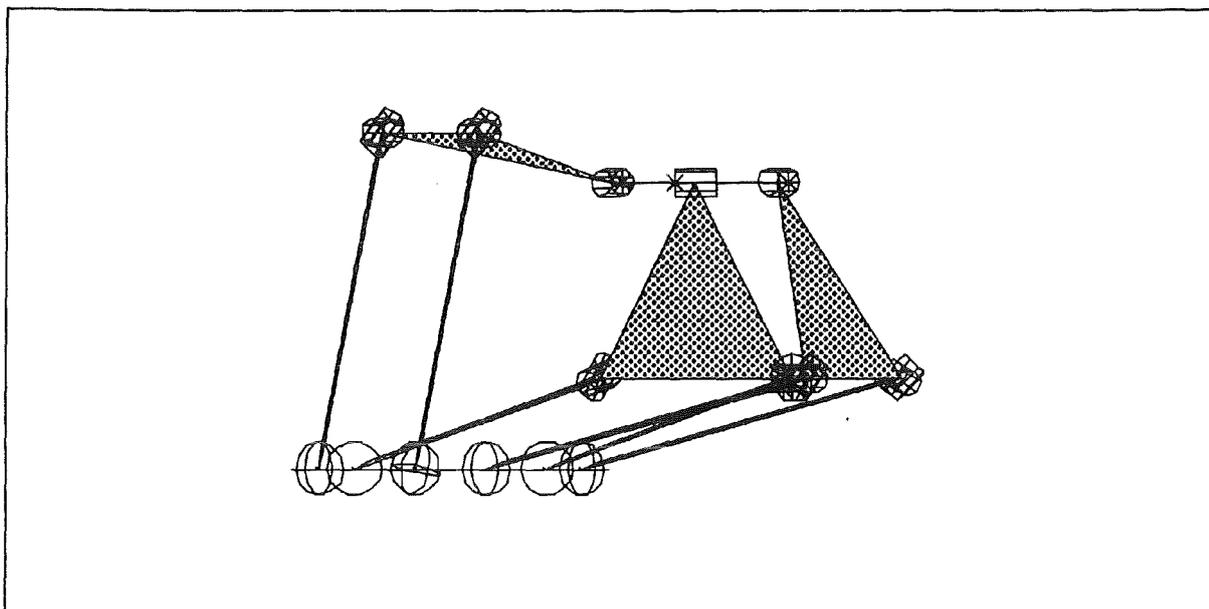


Abbildung 47. Delta-Roboter mit nach links verschobener Plattform

7.2.3 Beispiel "Zweibeiner"

Das dritte Beispiel ist ein Schreitwerk mit zwei Beinen und zwei Armen. Es handelt sich um eine offene dreifach verzweigte kinematische Kette. Das linke Bein wird zunächst als Basis festgehalten, steht also quasi auf dem Boden. Dies ist in Abb. 48 durch ein kegelförmiges Symbol am Ende des Beines dargestellt. Das andere Bein und der Oberkörper werden durch Änderungen der Gelenkwinkel vorwärts bewegt, bis das rechte Bein in Bodennähe kommt. Diesem Bein wird nun die Rolle der Basis zugewiesen. Daraufhin erfolgt die Neuinitialisie-

rung der Struktur ausgehend von dieser neuen Basis. Nun kann die Vorwärtstransformation für den nächsten Schritt berechnet werden. Durch stetigen Wechsel der Basis und Ausführung der Vorwärtstransformation, kann so ein Gehen simuliert werden. Der Pfad durch die Struktur, von der Basis, dem ruhenden Bein, zum bewegten Bein, wird jeweils automatisch ermittelt und die zugehörigen kinematischen Gleichungen werden aufgestellt. In Abb. 49 wurde ein Schritt ausgeführt und das rechte Bein hat die Rolle der Basis übernommen. Dies ist grafisch dadurch symbolisiert, daß sich das kegelförmige Symbol nun am Ende des rechten Beines befindet.

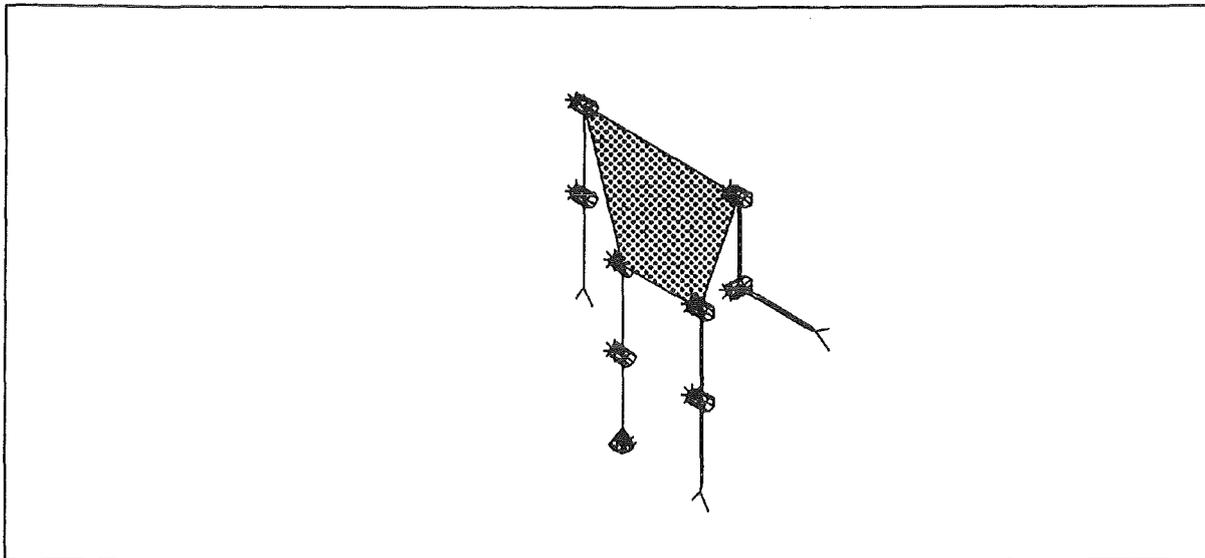


Abbildung 48. Zweibeiner in Ausgangsstellung

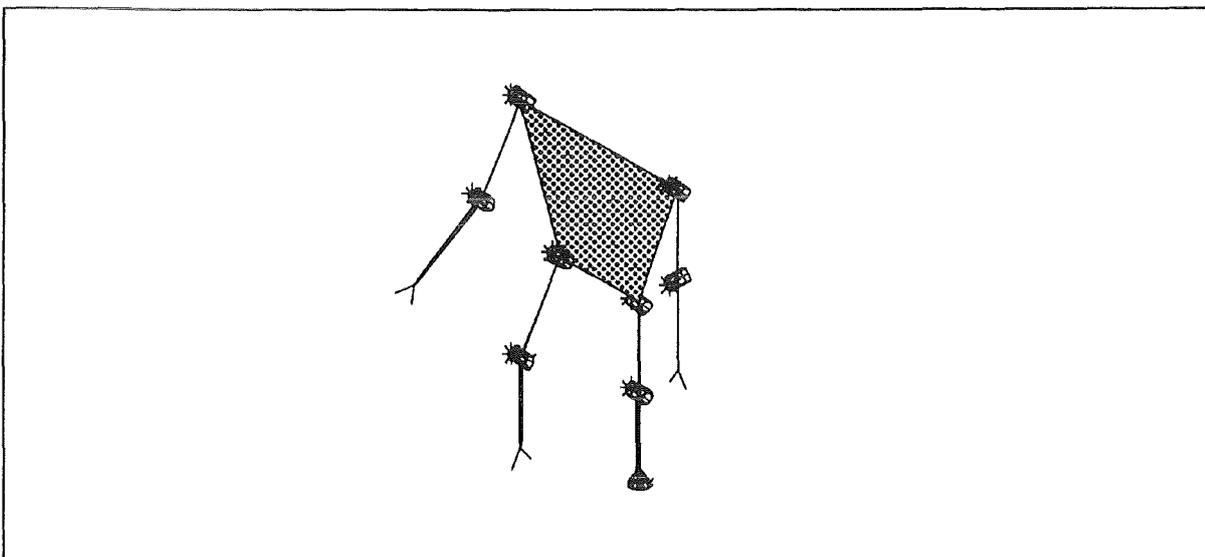


Abbildung 49. Zweibeiner nach einem Schritt

Wesentliche Datenstrukturen und Algorithmen eines neuen Verfahrens zur Beschreibung und Analyse räumlicher kinematischer Strukturen mit Änderung des topologischen Aufbaus wurden beschrieben.

Ausgehend von einer Betrachtung der Stellung der Kinematikanalyse im Konstruktionsprozess, wurden vorhandene Verfahren zur Beschreibung und Analyse von offenen und geschlossenen kinematischen Ketten untersucht. Aus dieser Untersuchung wurde hergeleitet, daß es zweckmäßig ist, die Beschreibung einer Kinematikstruktur in geometrische und topologische Größen aufzuteilen. Zur Beschreibung dieser topologischen Größen werden graphentheoretische Verfahren eingesetzt. Bei den geometrischen Größen wird zwischen variabler Gelenkbeschreibung und starrer Gliedbeschreibung unterschieden. Auf der Grundlage dieser beiden Entwurfskriterien:

- Trennung zwischen Gelenk- und Gliedbeschreibung,
- Graphentheorie zur Beschreibung der topologischen Struktur,

wurde eine neue Datenstruktur hergeleitet. Sie erlaubt die Beschreibung offener verzweigter kinematischer Ketten und mehrfach geschlossener kinematischer Ketten. Als Gelenktypen wurden beispielhaft Dreh-, Schub-, Dreh/Schub-, Kreuz- und Kugelgelenke beschrieben. Für diese Datenstruktur wurden anschließend Algorithmen zur Erzeugung dieser Struktur, sowohl des geometrischen als auch des topologischen Teils, erarbeitet. Für die topologische Analyse wurden Algorithmen beschrieben, die eine kinematische Struktur automatisch in Teilstrukturen vom Typ Baum oder Netzwerk zerlegen und diese Teilstrukturen orientieren. In der Netzwerkstruktur werden Fundamentalkreise identifiziert, mit deren Hilfe die Aufstellung der Maschengleichungen automatisiert werden kann.

Zur Berechnung der Stellungsgeometrie geschlossener kinematischer Ketten sowie zur Berechnung der Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit von lokalen Koordinatensystemen auf Gliedern, wurde eine Modifikation des iterativen Verfahrens von Uicker, Denavit und Hartenberg entwickelt. Es bestimmt den Freiheitsgrad der Struktur anhand ihrer Jacobimatrix. Die Annäherung an Totpunkte wird durch Überprüfung des kleinsten Eigenwertes der Jacobimatrix der angetriebenen Gelenke erkannt. Eine Weiterentwicklung dieses Verfahrens zur Berechnung der Rücktransformation beliebiger kinematischer Ketten wurde aufgezeigt.

Die besondere Stärke des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens liegt in seiner Unabhängigkeit von bestimmten Typen von kinematischen Strukturen, wie z.B. offenen unverzweigten Ketten oder ebenen geschlossenen Ketten. Ausgehend von einer Beschreibung der kinematischen Struktur mit Gelenksymbolen werden mittels graphentheoretischer Verfahren automatisch Grundtypen, Baumstruktur und Netzwerkstruktur, erkannt. Diese Grundtypen werden weiter zerlegt und orientiert. Dieses Vorgehen erlaubt damit schließlich die automatische Aufstellung ihrer kinematischen Gleichungen. Auf diese Weise können komplexe räumliche, mehrfach geschlossene kinematische Ketten, sowie Strukturen, die offene und geschlossene Ketten enthalten, untersucht werden.

Darüber hinaus können jetzt auch Systeme untersucht werden, die im Laufe der Bewegung ihre topologische Struktur ändern, wie z.B. Kletterroboter oder Schreitwerke. Dies ist mit herkömmlichen Kinematikanalysesystemen nicht möglich. Bisher mußten in solchen Fällen unterschiedliche kinematische Modelle für die unterschiedlichen topologischen Zustände aufgestellt werden. Das hier vorgestellte Verfahren hingegen beschreibt solche Systeme mit einem sehr einfachen Modell, aus dem mittels graphentheoretischer Algorithmen automatisch ein vollständiges Modell mit allen Gleichungen für die Vorwärtstransformation für den jeweiligen topologischen Zustand ermittelt wird. Durch diesen Ansatz sind kinemati-

sche Strukturen mit unveränderlicher topologischer Struktur, wie sie in bisherigen Kinematikanalyzesystemen behandelt werden, nur ein Sonderfall dieser allgemeineren Strukturen.

Der wesentliche Teil dieser Datenstruktur und Algorithmen wurde in dem Programmsystem MIDAS beispielhaft implementiert. Zur Implementierung der grafischen Schnittstelle wurde der neutrale Grafikstandard PHIGS eingesetzt.

Abschließend wurden mit MIDAS gerechnete Beispiele vorgestellt, um die Leistungsfähigkeit des beschriebenen Konzeptes zu demonstrieren.

Das vorgestellte Konzept läßt sich in folgender Hinsicht weiterentwickeln:

- Implementierung komplexerer Gelenktypen, wie Kurven- und Flächengelenken, um weitere Klassen von Getrieben zu unterstützen.
- Bisher diente die Datenstruktur lediglich zur kinematischen Analyse. Sie ist jedoch auch für Analyseaufgaben, wie z.B. Untersuchung der Dynamik, anwendbar.
- Aufgrund der Trennung der Glied- und Gelenkbeschreibung ist es möglich Verformungen und Änderungen der Gliedlängen sowie Lagerspiel in die Analyse einzubeziehen.
- Bei der Auswahl des Verfahrens zur Beschreibung der kinematischen Struktur, dem Sheth-Uicker Verfahren wurde Wert auf die geometrische Relevanz der Gliedbeschreibung gelegt. Die Tatsache, daß die Sheth-Uicker Notation direkt die Lage wesentlicher Gliedkoordinatensysteme beschreibt, läßt sich bei der Konstruktion des zum Glied gehörigen Gestaltmodelles ausnützen.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Datenstrukturen und Algorithmen wurden als Grundlage für die Entwicklung fortschrittlicher Kinematikmodellier- und Kinematikanalyzesysteme konzipiert. Die zugrundeliegenden Entwurfskriterien lassen sich jedoch auch zur Entwicklung eines Informationsmodells für die neutrale Beschreibung der kinematischen Daten eines Produktmodelles einsetzen. Aus diesem Grunde wurden wesentliche Konzepte der hier beschriebenen Datenstruktur in die Entwicklung des Kinematikschemas /39/ des internationalen Schnittstellenstandards zum Austausch von Produktmodelldaten, STEP, eingebracht.

In diesem Schema finden sich insbesondere die in dieser Arbeit beschriebene Trennung von starrer Glied- und variabler Gelenkbeschreibung, sowie die Anwendung graphentheoretischer Ansätze zur Beschreibung der Strukturinformation der Kinematik wieder. Das Kinematikschemata in STEP unterscheidet sich jedoch deutlich von der in dieser Arbeit vorgestellten Systemdatenstruktur. Das Kinematikinformationsmodell beschreibt die kinematische Struktur eines Produktes sowohl auf topologischer Ebene als auch auf Ebene der Gelenk- und Gliedbeschreibung. Obwohl der Informationsgehalt des Kinematikinformationsmodelles nahezu identisch mit dem der Datenstruktur in dieser Arbeit ist, unterscheiden sich jedoch die EXPRESS-Beschreibungen vergleichbarer Konzepte zum Teil erheblich.

Dafür gibt es zwei Gründe:

1. Die Datenstruktur in dieser Arbeit wurde lediglich zur Beschreibung und Analyse von kinematischen Strukturen entwickelt. Die Algorithmen zur topologischen und kinematischen Analyse laufen auf ihr ab. Zur Beschreibung weiterer Produkteigenschaften, wie z.B. Produktgestalt oder Baugruppenstruktur ist die Datenstruktur jedoch nicht vorgesehen.

Demgegenüber ist das Kinematikschemata in STEP in ein weit größeres Umfeld eingebettet. Es beschreibt eine von vielen Produkteigenschaften. Seine einzelnen Entitytypen besitzen nicht nur Beziehungen zu anderen Elementen des Kinematikschematas sondern auch zu Schemata, die andere Produkteigenschaften wie die Produktgestalt oder die Baugruppenstruktur des Produktes beschreiben. Das Kinematikschemata ist nicht dazu

geeignet, direkt implementiert zu werden und Algorithmen zur topologischen und kinematischen Analyse zu unterstützen. Es enthält jedoch Entitytypen, um Eingabedaten für eine kinematische Analyse bzw. die Ergebnisdaten einer kinematischen Analyse zu beschreiben.

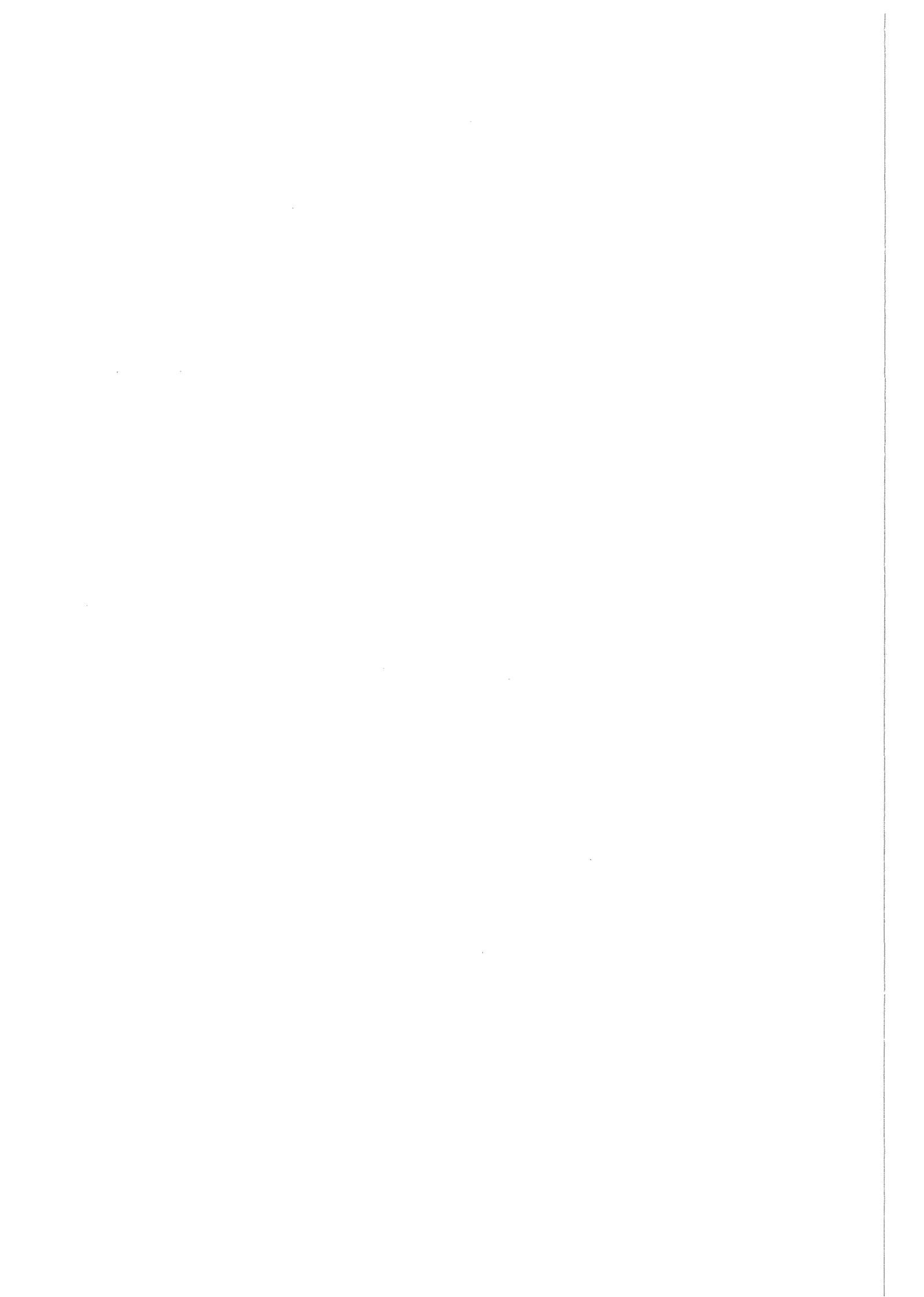
2. Bei der Entwicklung des Kinematikschemas in STEP wurden Methoden der Informationsmodellierung angewandt, während in dieser Arbeit die Datenstruktur unter dem Gesichtspunkt einer Implementierung entwickelt wurde. Die Anwendung der Methoden der Informationsmodellierung [1] führt dazu, daß Implementierungsaspekte völlig in den Hintergrund treten und anstatt konkreter, implementierungsnaher Datentypen, wie "Feld", abstrakte Datentypen wie "Menge" verwendet werden. Anstatt den Zugriff auf Daten durch Einführung mehrfach verketteter Listen effizient zu gestalten, wird eine möglichst große Vereinfachung der Beziehungen der Informationselemente untereinander angestrebt. Zum Zweck einer Normalisierung der Relationen, werden ähnlich wie bei der Beschreibung eines Datenbankschemas künstlich Entitytypen eingeführt, die nur als Verbindungsknoten dienen. Sie steigern nicht den Informationsgehalt des Schemas aus der Sicht der Kinematik.

Diese Vorgehensweise ist zum Zweck der Integration eines einzelnen Schemas mit anderen Schemata und der Gesamtarchitektur von STEP erforderlich.

Die erste Version des Kinematikschemas von STEP beschränkt sich auf die Beschreibung der Kinematikstruktur, sowie auf die Information die zur Spezifikation der Eingabedaten für die Berechnung der Stellungsgeometrie und der Rückwärtstransformation kinematischer Strukturen erforderlich ist. Die kinematischen Strukturen beinhalten offene und geschlossene Ketten, sowie Ketten, die sich aus Teilstrukturen dieser beiden Typen zusammensetzen.

Für weitere Versionen des Kinematikschemas ist die Behandlung von Verformungen in den Gliedern und von Spiel in den Gelenken geplant. Weiterhin sind die Schnittstellen zu einem in Entwicklung befindlichen Baugruppenschema zu klären. Aufbauend auf dem Kinematikschemata wird längerfristig ein Dynamikschemata entwickelt werden.

Das Kinematikschemata fällt unter die Ressourcen von STEP, das bedeutet, daß es nicht direkt zur Implementierung einer Schnittstelle eingesetzt werden kann, sondern als Basis für Anwendungsprotokolle dienen wird. Nachdem das Kinematikschemata in seiner ersten Version technisch stabil ist, übernimmt es diese Rolle in einem Anwendungsprotokoll AP 214 [29] zur Beschreibung von Produktmodelldaten für die mechanische Konstruktion im Kraftfahrzeugbau. Neben der kinematischen Beschreibung des Produktes werden in diesem Anwendungsprotokoll weitere Produkteigenschaften, wie Produktgestalt, Produktstruktur, Material- und Oberflächenangaben, von Kraftfahrzeugen und ihren Komponenten beschrieben.



9.0 Literatur

- /1/ Anderl, R., "CAD-Schnittstellen: Methoden und Werkzeuge zur CA-Integration", Carl Hanser Verlag München Wien, 1993
- /2/ Angeles, J., "Rational Kinematics", Springer-Verlag, 1988
- /3/ Bergé, C., "Graphes et hypergraphes", Dunod, Paris, 1970
- /4/ Bickendorf, J., "Allgemeingültige Kinematikbeschreibung von Industrierobotern auf der Grundlage von Biquaternionen", ZWF 83, 1988, pp. 260-264
- /5/ Bottema, O., "On Grübler's formulae for mechanisms", Applied Scientific Research, Volume A2, Mechanics, Heat, Mathematical Methods, Martinus Nijhoff, 1951, pp. 162-164
- /6/ Braune, R., "Kinematikkomponenten in CAD-Systemen - ein vergleichender Marktüberblick", VDI-Getriebetagung "Computer Aided Kinematics" - neue Wege in der Getriebetechnik mit CAD", Wiesbaden 26./27. April 1989
- /7/ De Boor, C., "A practical Guide to Splines", Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1977
- /8/ Chace, M. A., "Vector Analysis of Linkages", Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, August 1963, pp. 289-294
- /9/ Clavel, R., "DELTA, a fast robot with parallel geometry" Proc. of the 18th. Intl. Symposium on Industrial Robots, IFS Publications, 1988.
- /10/ Dillmann, R., Huck M., "Ein Softwaresystem zur Simulation von robotergestützten Fertigungsprozessen", Robotersysteme 1, Springer-Verlag 1985, pp. 87-98
- /11/ Dobrjanskyj, L., Freudenstein, F., "Some Applications of Graph Theory to the Structural Analysis of Mechanisms", Trans. ASME 89B, J. Eng. Ind., 1967, pp. 153-158
- /12/ Freudenstein, F., Woo, L. S., "Kinematic Structure of Mechanisms", in Spillers, A. Editor, "Basic questions of design theory", North Holland, 1974
- /13/ Fukuda T. Nakagawa S., "Approach to the dynamically reconfigurable robotic system", Journal of intelligent and robotic systems, Kluwer Academic Publishers, 1985, pp. 55-71
- /14/ GIBBONS, A., "Algorithmic Graph Theory", Cambridge University Press, 1985
- /15/ Göldner, H., Holzweißig F., "Leitfaden der technischen Mechanik", Dr. Dietrich Steinkopff Verlag, Darmstadt 1976.
- /16/ Gosselin, Clement, M., "The optimum design of robotic manipulators using dexterity indices", Robotics and Autonomous Systems 9, Elsevier Science Publishers B.V., 1992, pp. 213-226
- /17/ Gupta, K. C., "Kinematic Analysis of Manipulators using the Zero Reference Position Description", The international Journal of Robotics Research Vol. 5. no. 2., MIT Press, Cambridge (Mass.), 1986
- /18/ Harary, F. "Graph Theory", Addison Wesley, Reading MA, 1969
- /19/ Harzer, J. et al., "Entwicklung eines Manipulators für den Streckenausbau im Steinkohlebergbau", Robotersysteme 5, Springer-Verlag 1989, pp. 229-232

- /20/ Hiller, M., Kecskemethy, A., "Eine vereinfachte Methode zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen ebener Mechanismen", Z. angew. Math. Mech. 66, 1986, pp. T42-T44
- /21/ Höfer, A., "Steuerung der Konfiguration eines redundanten Manipulators", Fortschritte der Robotik 17, von W. Ameling und M. Weck (Hrsg.), Vieweg, 1992
- /22/ Jennings, Alan, "Matrix Computations for Engineers and Scientists", John Wiley & Sons, Chichester New York Brisbane Toronto, 1977
- /23/ Kandziorra, B., "CAD/CAM-System zur Planung und Simulation automatisierter Montagevorgänge", Dissertation Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 1989
- /24/ Khalil, W., Kleinfinger, J.F., "A new geometric notation for open and closed-loop robots", Proceedings 1986 IEEE International conference on robotics and automation, San Francisco, California, April 7-10, 1986, pp. 1174-1179
- /25/ Kirchhoff, G., "Über die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Verteilung galvanischer Ströme geführt wird", Ann. Phys. Chem. 72, 1847, pp. 499-508
- /26/ Klein, Charles, A., Blaho, Bruce E., "Dexterity Measures for the Design and Control of Kinematically Redundant Manipulators", The International Journal of Robotics Research, Vol. 6, No. 2, Massachusetts Institute of Technology, 1987, pp. 72-83
- /27/ Kühnapfel, U., "Grafische Realzeitunterstützung für Fernhandhabungsvorgänge in komplexen Arbeitsumgebungen im Rahmen eines Systems zur Steuerung, Simulation und Off-Line-Programmierung", Dissertation Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 1991
- /28/ Lütgert, A., R. Braune, R., "KAMOS - ein interaktives Entwicklungswerkzeug zur Analyse komplexer Koppelgetriebe" VDI Berichte Nr. 736, 1989
- /29/ Machner, B., Trippner D., "ProSTEP, Der Schritt zur Datenintegration", CAD/CAM REPORT Nr. 5, 1993, pp. 124-127
- /30/ Maciejewski A. A., Klein C. A., "Obstacle Avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments", The International Journal of Robotic Research, Vol. 2, No. 3, 1985
- /31/ Manber, U., "Introduction to algorithms", Addison-Wesley Publishing Company, 1989
- /32/ N.N., "ADAMS User's Manual", Mechanical Dynamics INC., Ann Arbor USA 1985
- /33/ N.N., "CATIA Kinematics User Manual", Second Edition, IBM Corp., 1986
- /34/ N.N., "CATIA Robotics User Manual", Third Edition, IBM Corp., 1987
- /35/ N.N., "FIGARO Reference Manual", Template Graphics Software Inc., San Diego, 1988
- /36/ N.N., "Information processing systems - Computer graphics - Programmer's Hierarchical Interactive Graphics System (PHIGS) - Part 1: Functional description ", ISO/IEC 9592-1, 1989
- /37/ N.N., "Product Data Representation and Exchange - Part 42: Integrated Resources: Geometric and Topological Representation", ISO DIS 10303-42, 1993
- /38/ N.N., "Product Data Representation and Exchange - Part 11: The EXPRESS Language Reference Manual", ISO DIS 10303-11, 1993

- /39/ N.N., "Product Data Representation and Exchange - Part 105: Integrated Application Resource: Kinematics", ISO CD 10303-105, 1993
- /40/ N.N., "Mechanisms Users Guide", Applicon Schlumberger, February 1987, Document No. A-23416-002
- /41/ N.N., "IGRIP Offline Programming and Simulation System", Produktinformation DENEK Robotics GmbH, 1989
- /42/ N.N., "Konzipieren technischer Produkte", VDI-Richtlinie 2222 Entwurf, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1977
- /43/ Paul, R. P., "Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control", MIT Press, 1981.
- /44/ Rehwald, W., "DISKO Digitale Simulation von Kurven- und Koppelgetrieben.", Bericht KfK - CAD 110, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1980.
- /45/ Rehwald, W., "DISKO II Digitale Simulation von Kurven- und Koppelgetrieben." Bericht KfK - CAD 170, Kernforschungszentrum Karlsruhe 1980.
- /46/ Seemann, W., Wedig W., "GTR - ein Programm zur Behandlung beliebiger Gelenkvierecke", CAK 6/88, 1988, pp. 30-36
- /47/ Sheth, P. N., Uicker, J. J. Jr. "A generalized symbolic notation for Mechanisms", Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, Februar 1971, pp. 102-112
- /48/ Sheth, P. N., Uicker, J. J., Jr., "IMP (Integrated Mechanisms Program) A computer aided design analysis system for mechanisms and linkage", Transactions of the ASME Journal of Engineering in Industry, Mai 1972, pp. 454-464
- /49/ Spangelo I. et al., "Bounds on the largest singular value of the manipulator jacobian" IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol 9, No. 1, February 1993, pp. 93-96
- /50/ Taylor, R., "Planning and Execution of Straight Line Manipulator Trajectories", IBM Journal of Research and Development, Vol. 23. No. 4, 1979, pp. 424-436
- /51/ Tauber, A., "Ein Verfahren zur Lösung der allgemeinen Rücktransformation unter Berücksichtigung von Randbedingungen" Robotersysteme 5, 1989. pp. 133-140
- /52/ Thatch, B. R., Myklebust, A., "A PHIGS-based graphics input interface for spatial-mechanism design", IEEE Computer Graphics & Applications, IEEE, März 1988, pp. 26-38
- /53/ Uicker, J. J., Denavit, J., Hartenberg, R. S. "An iterative method for the displacement analysis of spatial mechanisms", ASME Journal of Applied Mechanics, June 1964, pp. 309-314
- /54/ Uicker, Jr. J. J., "On the dynamic analysis of spatial linkages using 4 x 4 matrices", Dissertation, Northwestern University Illinois, 1965
- /55/ Volmer, J. (Hrsg.) "Getriebetechnik-Lehrbuch", VEB-Verlag, Berlin, 1987
- /56/ Volmer, J. (Hrsg.) "Industrieroboter-Entwicklung", Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg, 1984
- /57/ Weiler, K., "Edge-Based Data Structures for Solid Modelling in Curved-Surface Environments", IEEE CG & A, VOL. 5, No. 1, Jan. 1985, pp. 21-40

- /58/ Westlake, Joan R., "A Handbook of Numerical Matrix Inversion and Solution of Linear Equations", John Wiley & Sons INC. New York, London, Sydney, 1968
- /59/ Wittenburg, J., "Dynamics of Systems of Rigid Bodies", B.G. Teubner Stuttgart, 1977
- /60/ Wittenburg, J., "Dual Quaternions in the Kinematics of Spatial Mechanisms", NATO ASI Series, Vol. F9, "Computer Aided Analysis and Optimisation of Mechanical System Dynamics", Edited by E. J. Haug, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1984, pp. 129-145
- /61/ Wloka, D., "Praxisanforderungen an ein Robotersimulationssystem", CAD-CAM Report Nr. 8., 1986, pp. 38-44
- /62/ Woernle, C., "Ein systematisches Verfahren zur Aufstellung der geometrischen Schließbedingungen in kinematischen Schleifen mit Anwendung bei der Rückwärts-transformation für Industrieroboter", VDI Fortschrittsberichte Nr. 59, Reihe 18, VDI Verlag, Düsseldorf, 1988
- /63/ Woo, L. S., "Type Synthesis of Plane Linkages", Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, 1971, pp. 159-169
- /64/ Yang A.T., Freudenstein F., "Application of Dual-Number Quaternion Algebra to the Analysis of Spatial Mechanisms", Journal of Applied Mechanics, Trans ASME, New York, June 1964, pp. 300-308
- /65/ Yuan, M.S.C., Freudenstein F., "Kinematic Analysis of Spatial mechanisms by Means of Screw Coordinates", Journal of Engineering for Industry, Trans ASME, New York, February 1971, pp. 61-71

Anhang A. Liste der Symbole und Abkürzungen

A_i	Denavit/Hartenberg-Matrix
$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \phi$	Winkel
$\hat{\alpha}$	Dualer Winkel
\underline{b}	Vektor
$\hat{\underline{b}}$	Linienflüchtiger Vektor
ε	Duale Einheit
E_i	Ecke i in einem Graphen
Fi_j	Lokales Koordinatensystem des Gelenkes i auf Glied j
GKi	Gerichtete Kante i in einem Graphen
GJi	Verallgemeinertes Gelenk i in einer Kinematikstruktur
I	Einheitsmatrix
$i^+(a), i^-(a)$	Integerfunktionen nach Wittenburg zur Beschreibung des Zusammenhanges zwischen Kanten und Eckenindices.
J_m	Jacobimatrix einer Masche
J_{Ges}	Gesamt-Jacobimatrix einer kinematischen Struktur
J_P	Jacobimatrix einer offenen kinematischen Kette
J_i	Gelenk i
κ	Konditionszahl einer Matrix
Ki	Kante in einem Graphen
λ	Eigenwert einer Matrix
Li	Glied i
\underline{L}_i	Gestaltmatrix eines binären Gliedes nach Sheth und Uicker
Li_j	Binäres Teilglied j des n-ären Gliedes i ($n > 2$)
\underline{Li}_j	Gestaltmatrix des binären Teilgliedes j des n-ären Gliedes i ($n > 2$)
M_K	Menge der Kanten in einem Graphen
M_E	Menge der Ecken in einem Graphen
\underline{P}_i	Gelenkmatrix nach Sheth und Uicker
q_{ij}	Biquaternion
\underline{Q}_o	Operatormatrix zur Ableitung der Gelenkmatrix eines Drehgelenkes.
\underline{Q}_s	Operatormatrix zur Ableitung der Gelenkmatrix eines Schubgelenkes.

- $\underline{S}, \underline{S}_0, \underline{S}_0, \underline{S}$ Teilmatrizen der Inzidenzmatrix eines Graphen nach Wittenburg
- \underline{T} Wegematrix eines Graphen nach Wittenburg
- \underline{TFi} Gestaltmatrix zu einem zusätzlichen lokalen Koordinatensystem auf einem Glied.
- $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ Normierte Richtungsvektoren eines lokalen Koordinatensystemes.

Anhang B. Graphentheoretische Begriffe

Die Graphentheorie bietet elegante Formulierungen zur Beschreibung und Untersuchung von kinematischen Strukturen. Daher werden im folgenden einige grundlegenden Begriffe und Konzepte, die für diese Arbeit wichtig sind, in Anlehnung an Harary /18/ und Bergé /3/ definiert.

Artikulation Eine trennende Ecke oder Artikulation eines Graphen ist eine Ecke, deren Weglassen die Anzahl der Komponenten des Graphen vergrößert. Eine Brücke ist eine Kante, die diese Eigenschaft besitzt.

Aufspannender Baum Ein aufspannender Baum T eines Graphen G ist ein Teilgraph, der sowohl ein Baum ist, als auch alle Ecken von G enthält.

Baum Ein Baum ist ein zusammenhängender kreisloser Graph.

Block Ein Block eines Graphen ist ein maximaler artikulationsfreier Teilgraph.

Fundamentalkreis Das Hinzufügen einer Sehne zu einem aufspannenden Baum T erzeugt genau einen Kreis. Die Gesamtheit aller dieser Kreise eines Graphen G bezüglich eines aufspannenden Baumes T wird als die Menge der Fundamentalkreise bezeichnet. Die Anzahl L der Fundamentalkreise eines Graphen ist:

$$L = x - v + 1$$

In dieser Gleichung sind x die Anzahl der Kanten und v die Anzahl der Ecken.

Graph Ein Graph G besteht aus einer endlichen, nicht leeren Menge V von p Ecken zusammen mit einer gewissen Menge X von q zweielementigen Teilmengen von V .

Hypergraph Sei $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ $\varepsilon = (E_i | i \in I)$ eine Menge von Teilen von X . Man sagt ε bildet einen Hypergraphen über X wenn gilt:

$$E_i \neq \phi \quad (i \in I)$$

$$\bigcup_{i \in I} E_i = X$$

Das Paar $H = (X, \varepsilon)$ nennt sich Hypergraph. Seine Ordnung ist $\bar{X} = n$. Die Elemente x_1, x_2, \dots, x_n von X sind die Ecken des Hypergraphen und die Elemente von ε , die man E_1, E_2, \dots, E_m nennt, sind die Kanten des Hypergraphen.

In einer grafischen Darstellung stellt man die E_i dar indem man ihre Elemente durch eine Linie umgibt falls $E_i > 2$ falls $E_i = 2$ durch eine Verbindungslinie, die die beiden Elemente verbindet, wie die Kante eines Graphen. Falls $|E_i| = 1$ wird dies wie eine Schleife eines Graphen dargestellt.

Kante Jedes ungeordnete Paar $x = \{u, v\}$ von Ecken, das zu X gehört, ist eine Kante von G und man sagt, x verbindet u und v .

Cobaum	Der Cobaum T^* eines aufspannenden Baumes T eines zusammenhängenden Graphen G ist der aufspannende Teilgraph von G , der genau die Kanten von G enthält, die nicht in T liegen. Jede Kante eines Cobaumes wird als Sehne des zugehörigen aufspannenden Baumes bezeichnet.
Komponente	Ein maximaler zusammenhängender Teilgraph wird Zusammenhangskomponente oder einfach Komponente genannt.
Kreis	Wenn eine Kantenfolge in einem Graphen geschlossen ist, ihre n Ecken v_1, v_2, \dots, v_n verschieden sind und $n \geq 3$, so nennt man sie einen Kreis.
Teilgraph	Ein Teilgraph von G ist ein Graph, dessen Ecken und Kanten zu G gehören.
Weg	Ein Weg eines Graphen ist eine alternierende Folge von verschiedenen Ecken und Kanten $v_0, x_1, v_1, \dots, v_{n-1}, x_n, v_n$, die mit je einer Ecke beginnt und endet. Jede Kante inzidiert mit den beiden verschiedenen Ecken, die in der Folge unmittelbar neben ihr stehen.
Zusammenhang	Ein Graph ist zusammenhängend, wenn je zwei Ecken durch einen Weg verbunden sind.