



Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6041

**Entwicklung und
experimentelle Überprüfung
eines Modells der magnetischen
Filtration von magnetithaltigen
Schwermetallhydroxiden**

M. Franz

Institut für Technische Chemie

Dezember 1997

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 6041

Entwicklung und experimentelle Überprüfung eines
Modells der magnetischen Filtration von
magnetithaltigen Schwermetallhydroxiden

Markus Franz

Institut für Technische Chemie

Von der Fakultät für Chemieingenieurwesen der
Universität Karlsruhe genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
1997

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)

ISSN 0947-8620

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Modell entwickelt, mit dessen Hilfe das Verhalten eines magnetischen Filters berechnet werden kann. Ein magnetischer Filter besteht im Wesentlichen aus ferromagnetischen Drahtnetzen, die in einem unmagnetischen Filtergehäuse geschichtet sind. Die Filtereinheit wird in ein Magnetfeld gebracht, um die Drähte zu magnetisieren. Die sich in der Drahtumgebung ausbildenden starken Magnetfeldgradienten sind die Ursache für das Zustandekommen einer magnetischen Kraft, die auf Partikeln mit ausreichend guten magnetischen Eigenschaften in Richtung zur Drahtoberfläche wirkt.

Die magnetische Filtration wurde zur Abtrennung von Schwermetallausfällungen eingesetzt. Die Schwermetallhydroxide wurden in einem Flockungsprozesses, der im Beisein von Magnetitteilchen durchgeführt wurde, zu magnetisch abtrennbaren Teilchenagglomeraten geformt.

Die aus der Massenbilanz und einem kinetischen Ansatz resultierende Filtergleichung weist zwei Filterkonstanten auf, die unter Einbeziehung der Partikelabscheideprozesse im Filterinnern bestimmt werden können. Mit den in dieser Arbeit vorgestellten Einzeldrahtmodellen ist es möglich, beide Filterkonstanten zu berechnen.

Zur Verifizierung der Modelle wurde eine Versuchsanordnung aufgebaut, mit der unter dem Mikroskop der Partikelabscheideprozess am Einzeldraht visuell verfolgt werden konnte. Mit einer Bildauswertesoftware wurden die Partikelbahnen und die Anlagerungszonen vermessen, die sich um einen magnetisierten Einzeldraht ausbildeten. Somit konnten die theoretischen Berechnungen direkt einer experimentellen Überprüfung unterzogen werden. Die Berechnungen beruhten auf zwei wesentlichen Neuerungen: Einer Lösung der Bewegungsgleichung bei schleichender Drahtumströmung und einem Ansatz zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Flockenssuszeptibilität und Flockengröße.

Neben den Beobachtungen zur Partikelbewegung am Einzeldraht wurden Filterexperimente durchgeführt. Auf der Basis der mittels der Einzeldrahtexperimente optimierten Rechenmodelle war schließlich die Modellierung von Filterdurchbruchskurven mit zufriedenstellendem Resultat möglich.

Abstract

Development and Testing of a Model for Magnetic Filtration of Magnetite-Bearing Heavy Metal Hydroxides.

A model was developed for predicting the behavior of a magnetic filter. A magnetic filter mainly consists of a non-magnetic casing filled with ferromagnetic wire nets. The filter unit is introduced into a magnetic field to magnetize the wires. The strong magnetic field gradients in the vicinity of the wires give rise to a magnetic force which attracts particles with a sufficient magnetic quality in the direction of the wire surface.

Magnetic filtration was applied for the separation of heavy metal precipitates. Due to the insufficient magnetic quality of the heavy metal hydroxides a flocculation process with magnetite particles has to be performed to make magnetite-bearing agglomerates which are easily magnetically separable.

The fundamental equation describing the filter breakthrough results from the macroscopic conservation equation and the rate equation. The two filter constants incorporated can be predicted with single wire models which describes the particle attachment process inside the filter.

To verify the models a test facility was developed which allowed the visual observation of the attachment of particles to a single wire by microscope. The particle tracks and the attachment zones around a magnetized single wire were measured by an image analyzing system. Thus, the results of theoretical calculation could be checked directly against experimental findings. The calculations were based upon two essential innovations: A new solution of the equation of particle motion at creeping flow conditions and a new expression describing the connection between the floc susceptibility and the floc size.

In addition to the study of particle motion at single wires filter experiments were performed. With the filter constants resulting from the improved single wire models the calculation of the filter breakthrough was possible.



Zusammenfassung

Magnetische Filter können in der Abwasserreinigung zur Flockenabtrennung eingesetzt werden, wenn Magnetit als Zuschlagstoff bei der Flockung eingesetzt wird. Der Magnetit wird in die Flocken eingebunden und erhöht deren Suszeptibilität. Eine Abscheidung in magnetischen Filtern ist dann möglich. Am Beispiel der Abscheidung von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken in einem magnetischen Filter wurde in der vorliegenden Arbeit das Filterverhalten sowohl in theoretischer als auch in experimenteller Hinsicht untersucht.

Die theoretische Beschreibung der Partikelbahnen in der Umgebung eines magnetisierten Drahtes ist Gegenstand des in der Literatur beschriebenen Einzeldrahtmodells. Dabei ist der als Einfangradius bezeichnete Abstand zwischen Grenzpartikelbahn und Staustromlinie eine wichtige Rechengröße, mit der Voraussagen zur Filterwirkung in der Anfangsphase der Filtration gemacht werden können.

Die theoretischen Untersuchungen konzentrierten sich zunächst darauf, die Auswirkungen einer Modifikation des Strömungsmodells der Zylinderumströmung auf die Einfangradien zu studieren. Neben dem auf reibungsfreien Strömungsverhältnissen basierenden Einzeldrahtmodell wurde mit dem Strömungsmodell der schleichenden Zylinderumströmung gearbeitet, das in der Literatur bisher wenig Beachtung fand. Für das Einzeldrahtmodell bei zähen Strömungen konnte eine Lösung der Bewegungsgleichungen gefunden werden. Es zeigte sich, dass schleichende Flüssigkeitsströmungen im Vergleich zur Potentialströmung zu kleineren Einfangradien führen, die stärker von der ungestörten Anströmgeschwindigkeit abhängig sind.

Zur Beschreibung der Partikelanlagerung an einem Draht wurde ein einfaches Modell entwickelt, mit dem sich die Volumina, die maximal zur Flockenabscheidung an den Drähten zur Verfügung stehen, abschätzen lassen.

Zweck von Vorversuchen war es, Aussagen über die magnetischen Eigenschaften der magnetithaltigen Hydroxidflocken machen zu können. Diesbezüglich wurden die in den Flocken vorhandenen Einzelteilchen als Feststoffpulver isoliert, um damit Magnetisierungsmessungen durchzuführen. Dabei wurde die Sättigungsmagnetisierung der Pulverproben in Abhängigkeit des im Flockungsbehälter vorliegenden Cu/Fe-Verhältnisses bestimmt, wobei der starke Einfluss des Eisenanteils deutlich wurde. Mit Sedimentationsexperimenten konnte gezeigt werden, dass der Feststoffgehalt der Flocken exponentiell mit der Flockengröße abnimmt. Für die Beschreibung des Flockenfeststoffanteils konnte eine der Literatur entnommene Porositätsfunktion verwendet werden, deren Konstanten für die vorliegenden Flockungssysteme bestimmt wurden.

Die experimentellen Untersuchungen zum Themenkomplex „Filterverhalten“ umfassten Filterexperimente zur Messung von Durchbruchkurven und die mikroskopische Erforschung des Partikelabscheideprozesses an einem magnetisierten Einzeldraht. Mit einem eigens entwickelten Experimentierstand war es möglich, unter Einsatz von Videotechnik und Bildverarbeitungs-Software die Partikelbewegung in der Umgebung und die Partikelanlagerung an der Oberfläche eines magnetisierten Einzeldrahtes direkt zu beobachten. Mit entsprechender Auswertung des Bildmaterials gelang es in dieser Arbeit erstmalig, die Einfangradien von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken unmittelbar zu messen. Der Versuchsaufbau und das eingesetzte Bildanalyseprogramm beschränkte den beobachtbaren Partikelgrößenbereich auf Durchmesser $> 30 \mu\text{m}$ und die zulässige Strömungsgeschwindigkeiten auf maximal 20 mm/sec .

Ebenfalls konnte das Gebiet ausgemessen werden, das die an der Drahtoberfläche abgeschiedenen Flocken im maximalen Fall einnahmen.

Die experimentellen Ergebnisse der Abscheidung am Einzeldraht und die Versuche der theoretischen Berechnung, lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die experimentellen Einfangradien zeigten nur eine geringe Abhängigkeit von der Partikelgröße. Speziell im Bereich von Partikelgrößen $> 100 \mu\text{m}$ nahmen die Einfangradien nur noch unwesentlich zu. Mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit der Partikeln und mit größer werdendem Cu/Fe-Verhältnis im Flockungsbehälter wurden die Einfangradien kleiner.
- Die Beschreibung der experimentell ermittelten Einfangradien gelang mit den beiden Strömungsmodellen, die in dieser Arbeit verwendet wurden, zunächst nicht. Insbesondere der Anstieg der Einfangradien mit zunehmender Flockengröße wurde weit überschätzt. Ein entscheidender Fortschritt konnte schließlich durch die Einbeziehung einer flockengrößenabhängigen Suszeptibilität in das Einzeldrahtmodell erzielt werden. Die in den Vorversuchen gefundene exponentielle Abnahme des Feststoffanteils mit zunehmender Flockengröße hat starke Auswirkungen auf die Flockenssuszeptibilität. Bei Berücksichtigung dieses Effekts gelang es, die Messergebnisse korrekt zu beschreiben, wenn zähe Flüssigkeitsströmungen zugrunde gelegt wurden.
- Die Anlagerungsbereiche, die der abgeschiedene Flockenverband an der Drahtoberfläche maximal erreichen kann, wurden mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit kleiner. Dieser Abfall kann mit der einfachen Modellvorstellung qualitativ beschrieben werden. Um auch quantitativ die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu gewährleisten, wurden die dem Modell eigenen Zahlenkoeffizienten angepasst.

Mit einem Laborfilter wurden Filterexperimente unter Variation der Filtertiefe durchgeführt, um die Filtereffizienz in der Anfangsphase der Filtration zu messen. Mit dem um die Porositätsfunktion erweiterten Einzeldrahtmodell war es möglich, die Messergebnisse zu beschreiben. Ein einziger Anpassungsparameter diente dazu, die ungeordnete Struktur der Filterpackung zu berücksichtigen, dessen experimentell ermittelter Wert gut mit statistischen Überlegungen übereinstimmt.

Die Messung kompletter Filterdurchbruchkurven diente dazu, Filterlaufzeiten und Sättigungsbeladungen zu bestimmen. Die Berechnung der Sättigungsbeladung ist möglich, wenn die Porosität des abgeschiedenen Flockenagglomerats bekannt ist. Für das in dieser Arbeit eingesetzte Stoffsystem und für die vorgegebenen Bedingungen wurde auf der Grundlage der Beobachtungen der maximalen Anlagerungszonen am Einzeldraht die Porosität des abgeschiedenen Flockenverbandes ermittelt.

Auf der Basis der mittels der Einzeldrahtexperimente optimierten Rechenmodelle und mit den in den Filterexperimenten bestimmten Konstanten wurde schließlich die Modellierung kompletter Filterdurchbruchkurven durchgeführt und gelang mit zufriedenstellendem Resultat.

Inhaltsverzeichnis

1 EINLEITUNG	1
2 THEORETISCHE ANSÄTZE.....	5
2.1 MAKROSKOPISCHE FILTERMODELLE.....	6
2.2 DAS EINZELDRAHTMODELL	9
2.2.1 Beschreibung des Magnetfeldes.....	11
2.2.2 Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes.....	16
2.2.2.1 Lösung der Laplace-Gleichung für die Zylinderumströmung.....	18
2.2.2.2 Lösung der Bipotentialgleichung für die Zylinderumströmung.....	19
2.2.3 Aufstellen der Bewegungsgleichung.....	21
2.2.4 Lösung der Bewegungsgleichung.....	22
2.3 DIE PARTIKELANLAGERUNG AN DEN ABSCHIEDEDRÄHTEN	29
2.3.1 Die seitliche Begrenzung der Anlagerungszone	30
2.3.2 Die Begrenzung der Anlagerungszone in radialer Richtung.....	30
3 EXPERIMENTELLE METHODEN	37
3.1 HERSTELLUNG DER VERSUCHSSUSPENSIONEN	37
3.1.1 Herstellung der Magnetitsuspension.....	37
3.1.2 Herstellung der Flocken	38
3.2 CHARAKTERISIERUNG DER FLOCKENSUSPENSIONEN UND DER STÄHLE	39
3.2.1 Größe und Form der Flocken.....	39
3.2.1.1 Die Bildauswerteeinheit.....	40
3.2.1.2 Messung der Partikelgrößenverteilung	42
3.2.2 Dichtemessungen.....	43
3.2.2.1 Dichtebestimmung der Stähle.....	43
3.2.2.2 Dichtebestimmung des Flockenfeststoffanteils.....	43
3.2.2.3 Dichtebestimmung der einzelnen Flocken.....	43
3.2.3 Magnetische Messungen.....	46
3.3 BEOBACHTUNG DER EINFANGGRADIEN UND DER ANLAGERUNGSZONEN	47
3.3.1 Versuchsaufbau	48
3.3.1.1 Das Permanentmagnetsystem	48
3.3.1.2 Durchflussküvette	50
3.3.2 Versuchsdurchführung.....	51
3.3.2.1 Auswertung der Videosequenzen zur Bestimmung des Einfangradius	52
3.3.2.2 Auswertung zur Bestimmung der Größe der Anlagerungszonen.....	54
3.4 FILTEREXPERIMENTE.....	55
3.4.1 Versuchsaufbau	55
3.4.2 Versuchsdurchführung und -auswertung.....	56
4 ERGEBNISSE	59
4.1 DICHEMESSUNGEN	59
4.2 MAGNETISIERUNGSMESSUNGEN	60
4.2.1 Magnetische Eigenschaften der Feststoffpulver	60
4.2.2 Magnetische Eigenschaften der Stähle.....	62
4.3 FLOCKENFESTSTOFFGEHALTE	63
4.4 FLOCKENGRÖßENVERTEILUNG UND FLOCKENFORM.....	65
4.5 EINZELDRAHTBEOBACHTUNGEN	68
4.5.1 Experimentell ermittelte Einfanggradien	68
4.5.2 Maximale Anlagerungsflächen.....	71
4.6 FILTEREXPERIMENTE.....	72
4.6.1 Filterkapazität.....	72
4.6.2 Filtereffizienz	75

5 DISKUSSION	77
5.1 BERECHNUNG DER FLOCKENSUSZEPTIBILITÄT	77
5.2 BERECHNUNG DER EINFANGGRADIEN AM EINZELDRAHT	81
5.3 BERECHNUNG DER FILTEREFFIZIENZEN ZU BEGINN DER FILTRATION	86
5.4 BERECHNUNG DER ANLAGERUNGSFLÄCHEN	88
5.5 BERECHNUNG DER SÄTTIGUNGSBELADUNG EINES FILTERS	90
5.6 BERECHNUNG VON FILTERDURCHBRUCHSKURVEN	92
6 VERZEICHNISSE	97
6.1 LITERATUR	97
6.2 FORMELZEICHEN	100
7 ANHANG	103
7.1 UMRÉCHNUNG ZWISCHEN POLAREN UND KARTESISCHEN KOORDINATENSYSTEMEN	103
7.2 BERECHNUNG DES FLOCKENFORMFAKTORS AUS DEN BILDVERARBEITUNGSDATEN	103
7.3 HERLEITUNG DER MASSENBILANZ	104
7.4 VOLUMENANTEIL DER ABSETZBAREN STOFFE NACH DIN 38409-H9-2	106
7.5 BERECHNUNG DES FESTSTOFFANTEILS IM SCHLAMM	106
7.6 MAGNETISIERUNGSMESSUNGEN DER NICKEL-REFERENZPROBEN	107
7.7 PARTIKELBAHNEN DER EINFANGGRADIENBESTIMMUNG	109
7.8 FILTERDURCHBRUCHSKURVEN BEI VARIATION DER RONDENZAHN	117

1 Einleitung

Magnetische Filter können zur Abscheidung von in einem Flockungsprozess gebildeten, stark wasserhaltigen Teilchenagglomeraten verwendet werden. Mögliche Einsatzgebiete magnetischer Filter sind die Abwasserreinigung oder die Trinkwasseraufbereitung, wo sie anstelle konventioneller Filter bzw. Sedimentationsanlagen die als Verfahrensschritt benötigte Fest-Flüssigtrennung bewirken.

Die grundsätzliche Bauweise von Magnetfiltern ist schematisch in Abbildung 1 dargestellt. Als Filtermaterial werden ferromagnetische Drahtnetze eingesetzt, die in einem aus unmagnetischem Material gefertigten Filtergehäuse geschichtet sind. Die Filtereinheit wird in einem Magnetfeld angeordnet, um die Drähte zu magnetisieren. Das Magnetfeld kann von Elektromagneten, supraleitenden Spulen oder Permanentmagneten erzeugt werden.

Die magnetische Filtration ist nach der Art der Feststoffrückhaltung mit der Tiefenfiltration zu vergleichen. Die abzuscheidenden Feststoffpartikeln werden nicht, wie das bei der kuchenbildenden Filtration der Fall ist, auf der Oberfläche eines Filtermittels zurückgehalten, sondern dringen in das Innere der Filterschicht ein und werden dort durch Magnetkräfte zur Oberfläche der Abscheidedrähte transportiert, um dort haften zu bleiben.

Der technische Ablauf der magnetischen Filtration ist periodisch wechselnd: Die zu reinigende Flüssigkeit durchströmt die Filterschicht, die Partikeln bleiben an den Drahtnetzen haften und die gereinigte Flüssigkeit tritt aus. Wenn das Filter vollständig beladen ist, d.h. wenn die Filtratqualität sich verschlechtert, muss die Filterschicht abgereinigt werden, damit sie für einen weiteren Filtrationszyklus wieder zur Verfügung steht. Die Filterregeneration wird mit einer Wasserspülung vorgenommen, während der im Bereich des Filters kein Magnetfeld aufgebaut sein darf. Bei Elektromagneten und supraleitenden Magnetspulen wird dies durch die Regelung der Stromzuführung erreicht. Werden Permanentmagnete eingesetzt, muss die Filtereinheit während des Spülens mechanisch aus dem Magnetfeld entfernt werden.

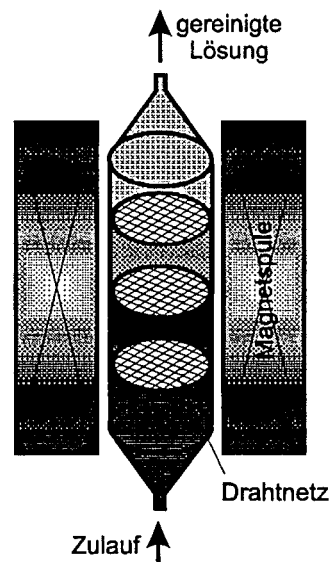


Abbildung 1: Aufbau eines magnetischen Filters, das aus Gründen der Übersichtlichkeit mit nur drei Drahtnetzen ausgestattet ist.

Im Jahre 1973 berichtete DE LATOUR [1] erstmals über die Möglichkeit, magnetische Filter in der Wassertechnologie zur Trübstoff- und Phosphatentfernung einzusetzen. Er schlug vor, zur Flockungsstufe Magnetit hinzuzugeben, an den sich die abzuscheidenden Schmutzpartikeln anlagern. Aufgrund ihres Magnetitgehalts besitzen die entstehenden Agglomerate eine gute Magnetisierbarkeit und lassen sich wirkungsvoll mit magnetischen Filtern zurückhalten. Der als Zusatzstoff verwendete Magnetit wird dabei aus geologischen Lagerstätten gewonnen und durch Mahlen zerkleinert.

Ein weiteres Verfahren, bei dem Magnetfilter als abschließende Fest-Flüssigtrennung zum Einsatz kommen, ist der sogenannte Ferritprozess [2]. Bei diesem Verfahren werden im Abwasser enthaltene Schwermetallionen durch den Einbau in das Kristallgitter von Schwermetallferriten gebunden. Als Bildungsbedingungen werden hierbei allerdings Temperaturen um 60 °C und ein starker Eisenüberschuss (Schwermetall/Eisen-Verhältnis < 0,1) benötigt. Aufgrund der ferrimagnetischen Eigenschaften der gebildeten Schwermetallferrite lassen sich diese besonders wirksam magnetisch abtrennen.

In neuerer Zeit entstanden Untersuchungen zu einem Verfahrensansatz, der als ein Mittelweg der beiden bisher genannten Prozesse verstanden werden kann [3] [4] [5]. Die Magnetitherstellung wird dabei in einer separaten Verfahrensstufe nasschemisch durchgeführt und diese Magnetitsuspension wird vor dem eigentlichen Fällungsschritt dem Flockungsbehälter zugegeben. Sowohl vom wirtschaftlichen als auch vom verfahrenstechnischen Standpunkt aus ergeben sich mit dieser Vorgehensweise Vorteile. Der Magnetit wird auf chemischem Wege kostengünstig aus Eisen(II)-sulfat hergestellt, das in der Industrie als Nebenprodukt der Titandioxidherstellung in großen Mengen anfällt. Die Erzeugung in einer separaten Verfahrensstufe ermöglicht eine freiere Wahl der Temperatur und der Konzentrationsbedingungen. War es beim Ferritprozess noch notwendig, aufgrund großer Schwermetallkonzentrationen hohe Eisenzugaben und höhere Abwassertemperaturen zu wählen, kann die Magnetitherstellung ohne die Anwesenheit von Schwermetallionen, die bei großen Konzentrationen die Magnetitbildung stören können, bei Temperaturen von 20 °C erfolgen, sodass eine Aufheizung des Abwassers entfallen kann. Die anschließende Zumischung der Suspension zum Abwasser erlaubt es, beliebige Schwermetall/Eisen-Verhältnisse einzustellen, wobei generell mit einem Schwermetall/Eisen-Verhältnis > 1 gearbeitet wird. Dies wirkt sich positiv auf die anfallenden Schlamm-mengen aus, die entsorgt werden müssen.

Nicht zuletzt weist der in Suspension hergestellte Magnetit sehr gute Sorptions- und Flockungseigenschaften auf und eignet sich insofern bestens als Zuschlagstoff zur Flockungsstufe. Bei Flockungstests werden geringere Schwermetallkonzentrationen im Überstand erreicht und die Bildung kompakterer Flocken wird begünstigt. Da im Gegensatz zu dem von DE LATOUR vorgeschlagenen Verfahrensansatz nicht die Schadstoffe an Magnetit angelagert, sondern die Magnetitpartikeln in die Flocken eingebunden werden, können schon mit geringen Magnetitzugaben zufriedenstellende Reinigungsergebnisse erzielt werden.

Seit Beginn der Entwicklung von magnetischen Filtern existieren auch Ansätze, das Abscheideverhalten dieser Filter zu beschreiben. Die erste Veröffentlichung zur Modellierung magnetischer Filter stammt ebenfalls aus dem Jahre 1973. WATSON [6] stellte eine Differentialgleichung zur Beschreibung der Bahn einer paramagnetischen Partikel in der Umgebung eines magnetisierten Drahtes auf und führte den Einfangradius ein. Dieser gibt an, in welchem Abstand eine Partikelbahn am Draht vorbeiführen muss, damit diese Partikel bei angelegtem Magnetfeld noch abgeschieden wird. Dieser Einfangradius ist eine wichtige Rechengröße, mit der Aussagen auf den Abscheidegrad eines noch unbeladenen Filters gemacht werden können. Das auf einer potentialtheoretischen Strömungsbeschreibung basierende Modell für den Einfang von Teilchen an einem einzelnen Draht wurde ergänzt durch die Arbeit von CUMMINGS et al. [7]. Sie berechneten Partikelbahnen unter Zugrundelegung von zähen Flüssigkeitsströmungen. Die Annahme einer zähen Drahtumströmung führte im Vergleich zu den Voraussagen des WATSON-Modells zu geringeren Einfangradien. In einigen Arbeiten wird das Einzeldrahtmodell auf regelmäßige Anordnungen parallel ausgerichteter Drähte erweitert. Den Einfluss, den benachbarte Drähte

in einem Drahtgitter auf das magnetische Feld des betrachteten Drahtes ausüben, zieht EISENSTEIN [8] [9] [10] mit in Betracht. Er hat die Magnetkraft, die in einem regelmäßigen Drahtgitter auf ein paramagnetisches Teilchen wirkt, für unterschiedliche Drahtgitteranordnungen berechnet und seine Resultate mit den Ergebnissen der Einzeldrahttheorie verglichen. Er fand, dass die aus der Einzeldrahttheorie resultierenden Gleichungen gute Näherungen sind, wenn die Gitter nicht zu dicht gepackt sind. Die Störungen der Trajektorien, die durch die in der Nachbarschaft befindlichen Drähte hervorgerufen werden, untersuchten HAYASHI und UCHIYAMA [11]. Sie berechneten Partikelbahnen für eine Drahtreihe, wobei sie auch Fälle untersuchten, bei denen eine zweite Drahtreihe versetzt hinter der ersten angeordnet war. Mit der Annahme einer Potentialströmung fanden sie, dass der Einfangradius einer Drahtreihe sich nur unwesentlich von dem Einfangradius eines Einzeldrahtes unterscheidet. Lediglich die Abschirmung der zweiten Drahtreihe durch den Einfangbereich der ersten muss bei speziellen Bedingungen berücksichtigt werden. REGER et al. [13] beschäftigten sich ebenfalls mit der Einfangradienberechnung an einer Drahtreihe, sie legten ihren Berechnungen aber zähe Strömungsbedingungen zugrunde. Ihre Ergebnisse verglichen sie mit den Berechnungen von HAYASHI und UCHIYAMA und fanden, dass zähe Strömungsbedingungen generell zu kleineren Einfangradien führen. SIMONS und TREAT [12] berechneten schließlich die Partikelbahnen durch unendlich ausgedehnte, rechteckige und rhombische Gitter, wobei die Strömung durch das Gitter mit der Potentialtheorie beschrieben wurde. Das Resultat ihrer Untersuchungen war insofern überraschend, als es in einer regelmäßig angeordneten Gitterstruktur Bedingungen geben kann, die zur Ausbildung von Kanälen führen, innerhalb derer Partikeln den Filter ungehindert passieren können, unabhängig davon, wie groß die Filterlänge ist. Somit gibt es keine exponentielle Zunahme der Filtereffizienz mit der Filtertiefe, wie sie z.B. vom Einzeldrahtmodell prognostiziert wird.

Trotz dieser zahlreichen Bemühungen, mit Vieldrahtmodellen eine realistischere Filterbeschreibung zu erzielen, zeigt besonders das letzte Beispiel, dass dies nicht gelingen kann, solange in den Modellen die wahllose Drahtorientierung nicht ausreichend berücksichtigt wird. Die ungeordnete Struktur eines realen Filters hat einen entscheidenden Einfluss auf das Filterverhalten. Die Vieldrahtmodelle haben aber auch gezeigt, dass bei nicht zu großen Packungsdichten die Einzeldrahtbeschreibung anwendbar ist. Nach wie vor ist die auf der Einzeldrahttheorie basierende Filterbeschreibung die in der Praxis der Magnetfiltration allgemein gebräuchliche Methode. Mit systematisch durchgeführten Experimentierreihen bestätigten GERBER und LAWSON [14] [15] die Gültigkeit dieses klassischen Modells umfassend. Ihre Experimente führten sie mit einer wässrigen polydispersen Suspension von $Mn_2P_2O_7 \cdot 3H_2O$ -Partikeln durch, deren mittlerer Partikeldurchmesser 1 μm betrug. Die kristallinen Mangandiphosphateilchen hatten eine konstante, größenunabhängige Dichte und Suszeptibilität.

Bei der Zudosierung nur geringer Mengen Magnetit zu einem Flockungsprozess bilden sich aber weitgehend amorphe, stark wasserhaltige Partikeln, deren Dichte und Suszeptibilität je nach Partikelgröße variieren. In mehreren am Forschungszentrum Karlsruhe durchgeführten Diplomarbeiten [16] [17] [18] stellte sich heraus, dass die Abscheidung dieser Partikeln mittels Magnetfiltern durch die bekannten Modelle nur sehr unzureichend beschrieben werden kann.

Bis heute fehlt eine Theorie, mit deren Hilfe Magnetfilter für diese Aufgabe dimensioniert und optimiert werden können. Es ist daher Ziel dieser Arbeit, eine grundlegende Beschreibung des Verhaltens von Magnetfiltern bereitzustellen, die zur Abtrennung von

Flocken eingesetzt werden, welche bei der Abwasserreinigung bzw. der Trinkwasseraufbereitung anfallen.

In der vorliegenden Arbeit werden zunächst die bisher vorgeschlagenen Methoden, die zur Beschreibung des makroskopischen Filterverhaltens von Tiefenfiltern von Bedeutung sind, erörtert. Anschließend werden die Partikelabscheidemechanismen, die sich im Innern des Filters abspielen, an einfachen Modellen auf ihre physikalischen Grundlagen zurückgeführt und die Zusammenhänge zwischen den jeweiligen Einflussgrößen aufgezeigt. Hierbei werden insbesondere die Verhältnisse bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten behandelt.

Im experimentellen Teil dieser Arbeit werden sowohl durch eine direkte mikroskopische Beobachtung der Partikelabscheidung am Einzeldraht als auch durch Auswertung der in Filterversuchen ermittelten Durchbruchkurven die Filterkonstanten für verschiedene Versuchsbedingungen bestimmt.

Ein weiteres Hauptaugenmerk wird auf die Charakterisierung der magnetithaltigen Flocken gelegt, da zur vollständigen Beschreibung der Abscheidvorgänge die stofflichen Eigenschaften der Partikeln, insbesondere deren Suszeptibilität, genau bekannt sein müssen.

*Wer naturwissenschaftliche Fragen ohne Hilfe
der Mathematik behandeln will, unternimmt
etwas Unausführbares*

Galileo Galilei

2 Theoretische Ansätze

Mit den theoretischen Ansätzen zur Beschreibung der Vorgänge in einem Magnetfilter wird letztlich das Ziel verfolgt, die Abscheideleistung eines solchen Filters vorauszuberechnen. Im ersten Teil dieses Kapitels wird die empirische Beschreibung des Filterverhaltens vorgestellt. Hierbei werden nicht die einzelnen physikalischen Vorgänge im Innern des Filters betrachtet; entscheidend ist allein, dass man mit Hilfe von Bilanzen und empirischen Ansätzen in die Lage versetzt wird, das von außen beobachtbare Verhalten des Filters voraussagen zu können. Diese Vorgehensweise führt zu Gleichungen, in denen Filterkonstanten enthalten sind, die für jeden speziellen Anwendungsfall durch statistische Analyse von experimentellen Messdaten bestimmt werden müssen.

Der zweite und dritte Teil dieses Kapitels widmet sich der Beschreibung der mikroskopischen Vorgänge im Filterinnern, die sich an einem einzelnen Draht unter definierten Bedingungen abspielen. Hierbei muss das auf dem Einzeldraht basierende physikalische Modell vereinfachend nur diejenigen Vorgänge beschreiben können, die am partikelfreien bzw. am vollständig mit Partikeln belegten Draht ablaufen. Somit werden nur die Verhältnisse zu Beginn und am Ende der Filtration bei Erreichen der Sättigungsbeladung des Filters detailliert modelliert. Die hierbei gewonnenen Filterkonstanten werden in die makroskopische Filterbeschreibung übernommen, aus der sich alle Zwischenstadien ergeben.

Diese Strategie impliziert eine Trennung der Abhängigkeiten. Während alle Partikel- und Strömungseigenschaften und auch die Einflüsse des Magnetfeldes ausschließlich über die Vorgänge, die an einem Einzeldraht ablaufen, in die Filterberechnung eingehen, folgt das dynamische Verhalten des Filters aus dem empirischen Ansatz. Unter dynamischem Verhalten wird dabei die Ausbildung der Konzentrationsprofile im Filter oder die Entwicklung der Filterablaufkonzentration über die Zeit verstanden.

Mit dieser Methode können die Filterkonstanten, in denen die für die Praxis wichtige Information nach der Wirkung der Filtration in der Anfangsphase und der Zeitspanne bis zum Filterdurchbruch enthalten ist, aus den physikalischen Gegebenheiten wie Feldstärke oder Strömungsgeschwindigkeit a priori berechnet werden. Eine Filterauslegung kann damit mit nur minimalem experimentellem Aufwand erfolgen.

2.1 Makroskopische Filtermodelle

Das Wirkprinzip eines magnetischen Filters entspricht dem gebräuchlicher Tiefenfilter, wie z.B. Schnellsandfilter zur Trinkwasseraufbereitung. Die abzutrennenden Schmutzpartikeln werden nicht auf der Oberfläche der Filterschicht zurückgehalten, sondern dringen in das Innere ein und werden dort abgeschieden.

Eine grundsätzliche Annahme bei der Modellierung dieser Filter ist, dass über der Filteranströmfläche eine gleichmäßige Partikelkonzentration vorliegt. Es gibt daher keine Variation einer abhängigen Variablen über den Filterquerschnitt. Die Partikelkonzentration in der flüssigen Phase N und die Anzahl der abgeschiedenen Partikeln pro Volumeneinheit der Filterschicht σ sind allein Funktionen der Zeit t und der Filtertiefe z . Sie sind keine Funktionen radialer oder tangentialer Koordinaten.

Mit der Annahme, dass Diffusion und axiale Dispersion vernachlässigt werden können, lässt sich aus der Massenbilanz an einem differentiellen Filterelement folgende Gleichung ableiten:

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \tau}\right)_z + v_0 \left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)_\tau = 0 \quad (1)$$

Hierin steht v_0 für die Leerrohrgeschwindigkeit und τ ist eine charakteristische Filterzeit mit der Definition:

$$\tau = t - \varepsilon \frac{z}{v_0} \quad (2)$$

Die detaillierte Herleitung der Gleichung 1 kann dem Anhang (Kapitel 7.3) entnommen werden.

Um die in Gleichung 1 formulierte Massenbilanz für N und σ als Funktionen von z und τ zu lösen, wird eine weitere Gleichung benötigt, die N und σ miteinander verknüpft. Diese zweite Beziehung ist ein Ausdruck für die Geschwindigkeit der Partikelabscheidung. Erste Ansätze zur Beschreibung des Abscheidemechanismus solcher Tiefenfilter stammen von IWASAKI [19] aus den 30er-Jahren. Er formulierte einen Ansatz, wonach die Beladungszunahme direkt proportional der pro Zeiteinheit in ein Filterelement eintretenden Partikelmenge ist.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = \lambda v_0 N \quad (3)$$

Die Proportionalitätskonstante λ ist ein Maß für die Filterwirksamkeit und wird als Filterkoeffizient bezeichnet. Dieser Filterkoeffizient, der die Dimension einer reziproken Länge hat, ist eine Funktion der Filterbeladung. In der Anfangsphase, in der das Filter noch unbeladen ist, ist die Filterwirkung und damit der Filterkoeffizient groß. Mit zunehmender Beladung des Filters nimmt die Filterwirkung ab, bis schließlich die Aufnahmekapazität des Filters erreicht ist und keine Partikeln mehr zurückgehalten werden können. Dies kann allgemein wie folgt dargestellt werden:

$$\lambda(\sigma) = \lambda_0 f_\lambda(\sigma) \quad (4)$$

Die in Gleichung 4 eingeführte Korrekturfunktion f_λ beschreibt die Veränderung des Filterkoeffizienten λ im Laufe der Filtration. Diese Korrekturfunktion muss zu Beginn der Filtration den Wert 1 annehmen, da die Filterwirkung in der Anfangsphase durch λ_0 , den Filterkoeffizienten des noch unbeladenen Filters beschrieben wird. Hat das Filter seine Sättigungsbeladung σ_s erreicht, muss f_λ und damit auch der Filterkoeffizient Null werden. Den einfachsten Ansatz, den man für die Korrekturfunktion f_λ aufstellen kann, geht von einer linearen Abnahme zwischen 1 und 0 mit steigender Beladung aus:

$$f_\lambda(\sigma) = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_s} \quad (5)$$

Gleichung 5 erfüllt die oben formulierten Bedingungen: Ist das Filter unbeladen, so ist $\sigma = 0$ und f_λ wird zu 1. Bei Eintreten der Sättigungsbeladung $\sigma = \sigma_s$ wird f_λ zu Null.

Gleichung 3 ist eine partielle Differentialgleichung, die in eine gewöhnliche überführt werden kann, wenn sie nur die Beladungskinetik in der Filtereinlaufschicht, d.h. an der Stelle $z = 0$, beschreiben soll. Wenn σ_{ein} die Filterbeladung in der ersten Filterschicht ist, resultiert aus Gleichung 3 die Beziehung:

$$\frac{d\sigma_{\text{ein}}}{d\tau} = \lambda v_0 N_{\text{ein}} \quad (6)$$

Mit dem linearen Ansatz nach Gleichung 5 kann die Integration der Gleichung 6 geschlossen durchgeführt werden. Als Resultat ergibt sich

$$\sigma_{\text{ein}} = \sigma_s \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right) \right) \quad (7)$$

wobei die charakteristische Zeitkonstante $\tau_0 = \sigma_s / (N_{\text{ein}} v_0 \lambda_0)$ als die Zeit zu verstehen ist, die benötigt wird, um eine Filterschicht der Länge $1/\lambda_0$ bis zur Sättigungsbeladung anzufüllen. Dabei wird davon ausgegangen, dass alle Partikel in dieser Schicht zurückgehalten werden.

Durch die Formulierung einer integralen Massenbilanz über eine feste Filterlänge und Filterlaufzeit in Verbindung mit Gleichung 3 erhält HERZIG [20] die folgende Differentialgleichung für σ :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = -\lambda \sigma \quad (8)$$

Mit dem in Gleichung 5 formulierten linearen Ansatz für die Korrekturfunktion f_λ kann Gleichung 8 für eine konstante Filterzeit τ geschlossen integriert werden. Mit der Anfangsbedingung $\sigma = \sigma_{\text{ein}}$ bei $z = 0$ ergibt sich:

$$\sigma(\sigma_{\text{ein}}, z) = \frac{\sigma_{\text{ein}} \sigma_s}{\sigma_{\text{ein}} + (\sigma_s - \sigma_{\text{ein}}) \exp\{\lambda_0 z\}} \quad (9)$$

Mit Gleichung 9 konnte ein Zusammenhang zwischen der Filterbeladung in beliebiger Filtertiefe und der Filterbeladung in der Filtereinlaufschicht, die jeweils zur gleichen Filterzeit auftreten, hergeleitet werden. Ein Ausdruck für die Filterbeladung in der Einlaufschicht als

Funktion der Filterzeit τ wurde bereits durch Integration des kinetischen Ansatzes abgeleitet und ist in Gleichung 7 angegeben.

Die Kopplung der Bilanz (Gleichung 1) mit der Kinetik (Gleichung 3) führt zu:

$$\frac{\partial N}{\partial z} = -\lambda N \quad (10)$$

Ein Vergleich zwischen Gleichung 8 und Gleichung 10 verdeutlicht die gleiche mathematische Form und legt dar, dass offensichtlich der folgende Zusammenhang gültig ist:

$$\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial z} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (11)$$

Die Integration von Gleichung 11 führt zu $\ln N = \ln \sigma + \text{konst.}$ Die Integrationskonstante kann aus den Bedingungen, die in einer beliebigen Filterschicht vorliegen, bestimmt werden. Da die Partikelkonzentration der Suspension, mit der der Filter beaufschlagt wird, bekannt ist, werden zur Bestimmung der Konstante die Verhältnisse in der Filtereinlaufschicht bei $z = 0$ verwendet. Mit $\sigma = \sigma_{\text{ein}}$ und $N = N_{\text{ein}}$ wird die Konstante zu $\ln(N_{\text{ein}} / \sigma_{\text{ein}})$, und es ergibt sich:

$$\frac{N}{N_{\text{ein}}} = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{ein}}} \quad (12)$$

Gleichung 12 trifft dann zu, wenn die Partikelkonzentration N und die Filterbeladung σ jeweils in gleicher Filtertiefe z ausgewertet werden. Ist z.B. σ als Funktion der Filtertiefe bekannt, erlaubt Gleichung 12 die Bestimmung der Konzentrationsverteilung N entlang der Filtertiefe z , wenn die Größen N und σ in der Filtereinlaufschicht bekannt sind. Für N , N_{ein} , σ und σ_{ein} sind die bei identischer Filterzeit τ gültigen Werte einzusetzen.

Der funktionale Zusammenhang zwischen der Filterbeladung σ und der Filterlänge z , der bereits in Gleichung 9 formuliert wurde, wird in Gleichung 12 eingesetzt. Zusammen mit Gleichung 7, in der die Beladung der Filtereinlaufschicht als Funktion der Filterzeit ausgedrückt ist, resultiert die den Durchbruch beschreibende Filtergleichung:

$$\frac{N}{N_{\text{ein}}} = \frac{\exp(\tau/\tau_0)}{\exp(\tau/\tau_0) + \exp(\lambda_0 z) - 1} \quad (13)$$

Gleichung 13 enthält zwei Filterkonstanten: den Filterkoeffizienten λ_0 des unbeladenen Filters und die Sättigungsbeladung σ_s . Sind beide Filterkonstanten für einen speziellen Anwendungsfall bekannt, so kann die das Filter verlassende Partikelmenge während der Dauer der Filtration berechnet werden.

Von besonderem Interesse ist die Filtereffizienz zu Beginn der Filtration. Mit $\tau = 0$ ergibt sich aus Gleichung 13:

$$\frac{N_{\text{aus}}}{N_{\text{ein}}} = \exp(-\lambda_0 z) \quad (14)$$

Die Beschaffung der unbekannt Filterkonstanten λ_0 und σ_s kann auf experimentellem Wege erfolgen, indem man mit gemessenen Filterablaufkonzentrationen und der Filtergleichung eine

Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate durchführt. Diese Vorgehensweise hat aber den Nachteil, dass im Prinzip für jede Änderung der Versuchsbedingungen neue und unter Umständen aufwendige Filterexperimente durchzuführen sind, um die gültigen Filterkonstanten zu bestimmen. Zudem ist zu beachten, dass die Werte für die Filterkonstanten nur für den untersuchten Filter gelten und nicht ohne weiteres auf andere Filter übertragen werden können.

2.2 Das Einzeldrahtmodell

Bei der theoretischen Beschreibung der Partikelabscheidung in einem magnetischen Filter nach dem Einzeldrahtmodell wird im Allgemeinen von der folgenden Anordnung ausgegangen: Ein unendlich langer Zylinder befindet sich in einem homogenen Magnetfeld, dessen Richtung senkrecht auf der Zylinderachse steht. Der Zylinder ist aus ferromagnetischem Material gefertigt und wird mit Wasser umspült, in dem paramagnetische Teilchen suspendiert sind. Die Anströmung, die eben und stationär sein soll, erfolgt immer senkrecht zur Zylinderachse und kann entweder parallel (longitudinale Anordnung), oder senkrecht zum homogenen Magnetfeld (transversalen Anordnung) ausgerichtet sein.

In großer Entfernung vom Draht verlaufen die Partikelbahnen, die in diesem Bereich mit den Stromlinien übereinstimmen, sämtlich parallel. Im Nahbereich des Zylinders hingegen weichen sie infolge der hier wirkenden magnetischen Kräfte von den Stromlinien ab und lassen sich aufteilen in Bahnen, die auf den Zylinder auftreffen bzw. an ihm vorbeiführen. Die Partikelbahn, die gerade noch auf der Zylinderoberfläche endet, wird als Grenzpartikelbahn bezeichnet. Der in der ungestörten Strömung gemessene Abstand zwischen der Staustromlinie und der Grenzpartikelbahn wird als Einfangradius R_c benannt. In Abbildung 2 ist der Zusammenhang skizziert. Alle Partikelbahnen, die im Bereich der ungestörten Anströmung weniger als der Abstand R_c von der Staustromlinie entfernt sind, enden auf der Zylinderoberfläche, die übrigen passieren den Zylinder.

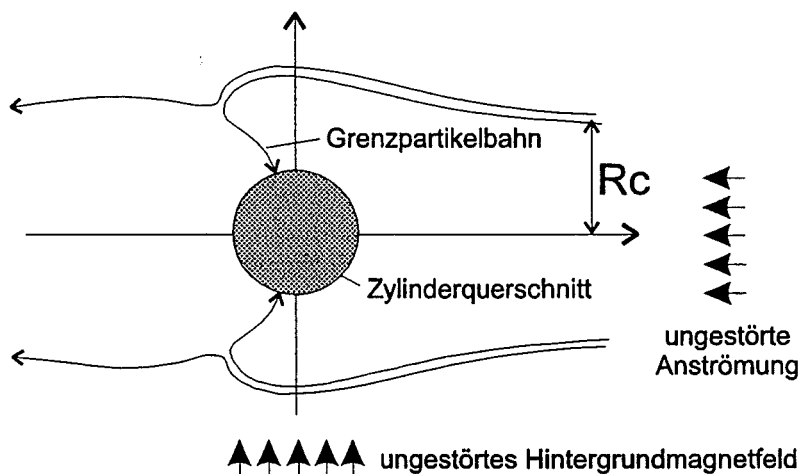


Abbildung 2: Darstellung der transversalen Konstellation des Einzeldrahtmodells. Die Zylinderanströmung erfolgt von rechts und das homogene Magnetfeld verläuft in y-Richtung. Skizziert sind die Grenzpartikelbahnen und der Einfangradius R_c .

Der Einfangradius R_c kann als ein abgereinigter Strömungsquerschnitt interpretiert werden. Für den Fall eines senkrecht angeströmten, aus parallel verlaufenden Drähten aufgebauten Gitters ist der Anteil abgeschiedener Partikeln das Verhältnis des gereinigten Querschnitts zum gesamten Anströmquerschnitt A . Mit dem gereinigten Querschnitt als dem Produkt aus Einfangbereich $2 \cdot R_c$ und der aus den Einzelzylinderlängen aufsummierten Gesamtzylinderlänge L_{Zylinder} folgt:

$$\frac{N_{\text{ein}} - N_{\text{aus}}}{N_{\text{ein}}} = \frac{2 R_c L_{\text{Zylinder}}}{A} \quad (15)$$

Ein technisches Filter ist aus übereinandergeschichteten Abscheideelementen aufgebaut. Haben alle diese Elemente die gleiche Höhe h , kann die Abnahme der Partikelzahl beim Passieren eines Elementes durch folgenden Differenzenquotienten ausgedrückt werden:

$$\frac{\Delta N}{\Delta z} = - \frac{2 R_c L_{\text{Zylinder}}}{A h} N_{\text{ein}} \quad (16)$$

Der Vergleich mit der entsprechenden, in Gleichung 10 angegebenen differentiellen Bilanz zeigt, dass der Filterkoeffizient λ_0 mit dem Einfangradius des Einzeldrahtmodells in der in Gleichung 17 angegebenen Weise verbunden ist.

$$\lambda = \frac{2 R_c L_{\text{Zylinder}}}{A h} \quad (17)$$

Damit diese Vorgehensweise ihre Gültigkeit hat, muss vorausgesetzt werden, dass jedes Abscheideelement eine gleichartige geometrische Form und auch eine identische Abscheideleistung aufweist und dass die Partikelströme, die ein Abscheideelement verlassen, wieder vollständig vermischt sind, bevor sie in das nachfolgende Abscheideelement eintreten. Weiterhin müssen die durch die Nachbardrähte verursachten Störungen des Strömungsfeldes und des Magnetfeldes klein sein und dürfen sich nicht auf die Partikelbahnen und damit auf den Einfangradius des Einzeldrahtes auswirken.

Die obigen Überlegungen haben gezeigt, dass bei Kenntnis des Einfangradius Aussagen zur Filterwirksamkeit gemacht werden können. Das Problem besteht daher darin, den Einfangradius R_c einer Partikel zu ermitteln, der jedoch von einer Vielzahl von Variablen abhängig ist. Mit Hilfe der Dimensionsanalyse lassen sich Kennzahlen herleiten, die jeweils mehrere dieser Variablen zu dimensionslosen Größen zusammenfassen. Der Einfangradius R_c hängt somit nicht von jeder der im Folgenden aufgeführten Einflussgrößen ab, sondern nur von bestimmten Kombinationen aus diesen, die Kennzahlen genannt werden. Über die Zahl der dimensionslosen Kennzahlen, die zur vollständigen Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge des Einzeldrahtmodells notwendig sind, gibt das BUCKINGHAM-Theorem [21] Auskunft. Die Einflussgrößen des Problems sind:

- | | | |
|-----------------------------|--------|--------------------------|
| • Drahradius | a | [m] |
| • Partikelradius | b | [m] |
| • magnetische Flussdichte | B | [kg/(s ² ·A)] |
| • Magnetisierung des Drahts | M | [A/m] |
| • Strömungsgeschwindigkeit | v_0 | [m/s] |
| • dynamische Viskosität | η | [kg/(m·s)] |

- Suszeptibilität der Partikeln χ [-]
- magnetische Feldkonstante μ_0 [(kg·m)/(s²·A²)]
- Fluiddichte ρ [kg/m³]

Mit 10 Einflussgrößen (einschließlich der Zielgröße R_c) und 4 Grundgrößen ergeben sich die folgenden 6 dimensionslosen Kennzahlen:

normierter Einfangradius: $R_{c_a} = \frac{R_c}{a}$

Feldverhältnis: $K = \frac{M\mu_0}{B}$

Geschwindigkeitsverhältnis: $v_m/v_0 = \frac{MBb}{\eta v_0}$

Reynoldszahl: $Re = \frac{a v_0 \rho}{\eta}$

Radienverhältnis: $b_a = \frac{b}{a}$

Suszeptibilität: χ

Zur Ermittlung des funktionellen Zusammenhangs zwischen diesen Kenngrößen müssen die Bewegungsgleichungen der Teilchen in der Drahtumgebung aufgestellt und gelöst werden. Ein entscheidender Punkt ist dabei die korrekte Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes, das sich bei der Umströmung eines zylindrischen Hindernisses ausbildet. Zunächst soll jedoch das resultierende Magnetfeld eines in radialer Richtung magnetisierten Stabs betrachtet werden, der sich in einem homogenen Magnetfeld befindet. Für das Einzeldrahtmodell ist dabei nur der Feldlinienverlauf außerhalb des Stabes von Interesse.

2.2.1 Beschreibung des Magnetfeldes

Die Formulierung der Beziehung zwischen Magnetfeld und seinen Quellen, den bewegten Ladungen, ist in den MAXWELLSchen Gleichungen enthalten:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} \\ \text{div } \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

Der erste Teil von Gleichung 18 drückt die Abhängigkeit des Magnetfeldes von der Leitungsstromdichte aus. Die zweite Gleichung bedeutet, dass es außer Strömen keine Quellen des Magnetfeldes gibt. Diese Tatsache beschränkt sich nicht nur auf Ströme, die in elektrischen Leitungen fließen. Auch die in den Atomen durch die Bewegung der Elektronen auftretenden Ringströme sind Ursache für magnetische Momente. Zusätzlich besitzt jedes Elektron einen Drehimpuls, der nichts mit der Bahnbewegung zu tun hat. Mit diesem Spin ist ebenfalls ein magnetisches Moment verknüpft.

Wenn Materie in den Einfluss eines Magnetfeldes kommt, so orientieren sich die in der Materie vorhandenen molekularen oder atomaren magnetischen Momente nach dem äußeren Feld. Die Magnetisierung ist somit das Produkt aus der pro Volumen vorhandenen Anzahl orientierter Dipole und dem magnetischen Moment jedes Dipols. Sie hängt für verschiedene

Substanzen in unterschiedlicher Weise von der Feldstärke ab. Im Falle diamagnetischer und paramagnetischer Substanzen ist die Magnetisierung M der Feldstärke H proportional:

$$M = \chi H \quad (19)$$

Die Proportionalitätskonstante χ wird als magnetische Suszeptibilität eines Stoffes bezeichnet; sie ist bei paramagnetischen Substanzen positiv und bei diamagnetischen negativ. Die hier eingeführte Suszeptibilität, die sich auf das magnetische Moment pro Volumen bezieht, ist dimensionslos und wird auch als Volumensuszeptibilität bezeichnet.

Ferromagnetische Materialien zeigen eine viel größere Magnetisierung als paramagnetische Substanzen. Sie strebt bei einem genügend starken Feld einem Grenzwert zu. Ist dieser Grenzwert erreicht, spricht man von magnetischer Sättigung. Die magnetische Suszeptibilität ferromagnetischer Stoffe ist daher nicht konstant, sondern eine Funktion der Feldstärke.

Für die Modellierung des Einzeldrahtmodells ist es unerlässlich, das Feld eines aus ferromagnetischem Material gefertigten Zylinders zu berechnen, der sich im Zustand der magnetischen Sättigung befindet. Dabei ist allein das Feld im Außenraum des Zylinders von Bedeutung, das Feld im Innern hat keine Relevanz.

Zur Beschreibung des äußeren Feldes kann man sich die Eigenart zunutze machen, dass ein elektrischer und ein magnetischer Dipol in großer Entfernung gleichartige Felder erzeugen. Die Feldlinien haben genau den gleichen Verlauf. Das bedeutet: Wenn es nur um das äußere Feld geht, kann man auch das Feld eines elektrischen Dipols verwenden, um das Feld des Magneten zu beschreiben.

Die räumliche Verteilung eines elektrischen Feldes kann mathematisch einfach aus der Funktion des elektrischen Potentials durch Gradientenbildung hergeleitet werden. Ganz analog führt man eine skalare Potentialfunktion ξ_{mag} ein, sodass gilt $B = -\text{grad } \xi_{\text{mag}}$. Die Potentialfunktion ξ_{mag} ist mit einer fiktiven Poldichte verbunden, analog dem Zusammenhang zwischen elektrischem Potential und Ladungsdichte. Mit dieser Methode kann man sehr leicht das Feld im Außenraum von magnetisierter Materie berechnen. Dabei muss bedacht werden, dass dies nur ein Kunstgriff ist, mit dem mathematisch komfortable Bedingungen geschaffen werden können. Nach wie vor ist die Divergenz des Magnetfeldes Null, was gleichbedeutend mit der Tatsache ist, dass es keine wie auch immer gearteten magnetischen Ladungen gibt.

Die Beschreibung von einfachen Magnetfeldern ist somit mit der Potentialtheorie möglich, d.h. das Feld kann mit Funktionen beschrieben werden, die der LAPLACE-Gleichung genügen. Aus diesem Potentialfeld ergibt sich das Magnetfeld durch Gradientenbildung.

Jede differenzierbare komplexe Funktion $F(z)$ ist Lösung der LAPLACE-Gleichung und wird für diesen Fall als Potentialfunktion bezeichnet. Diese kann schließlich in Real- und Imaginärteil zerlegt werden.

$$F(z) = \xi(x,y) + i\eta(x,y) \quad (20)$$

Die Funktionen ξ und η werden als Potential- und Feldfunktion bezeichnet. Die Kurven $\xi = \text{konst.}$ bzw. $\eta = \text{konst.}$ bilden ein orthogonales Netz. Das Magnetfeld $\vec{H} = \vec{H}(x,y)$ ergibt sich aus der Differentiation der komplexen Potentialfunktion nach z . Für die Ableitung des

komplexen Potentials und den Feldvektor \vec{H} gelten die in Gleichung 21 formulierten Beziehungen:

$$\frac{dF}{dz} = \frac{\partial \xi}{\partial x} - i \frac{\partial \xi}{\partial y} = H_x - i H_y \quad (21)$$

H_x und H_y sind die Komponenten des Vektors \vec{H} in der x,y-Ebene.

Das Problem eines in radialer Richtung magnetisierten Stabs, der sich in einem homogenen Hintergrundfeld befindet, kann durch additive Überlagerung von zwei elementaren komplexen Potentialfunktionen – der eines homogenen Feldes und eines Dipols – beschrieben werden. Das komplexe Potential eines homogenen Feldes lautet [22]:

$$F(z) = (H_{0,x} - i H_{0,y}) z \quad (22)$$

$H_{0,x}$ und $H_{0,y}$ sind die Komponenten des homogenen Feldes in x- und y-Richtung. Das komplexe Potential eines Dipols wird beschrieben durch [22]:

$$F(z) = \frac{\Gamma}{z} \exp(i\alpha) \quad (23)$$

In Gleichung 23 ist α der Winkel zwischen der Achse des Dipols und der reellen Achse. Bei $\alpha = 0$ ist die Dipolachse mit der reellen Achse identisch und der Drehsinn ist im ersten und zweiten Quadranten rechtsgerichtet. Γ ist die Dipolstärke. Für den Betrag des Feldes, das durch den Dipol beschrieben wird, gilt:

$$|F|(r) = \frac{\Gamma}{r^2} \quad (24)$$

Das Feldlinienbild eines Dipols – Kreise mit Mittelpunkt auf der y-Achse, die alle durch den Ursprung gehen – ist in Abbildung 3 gezeigt.

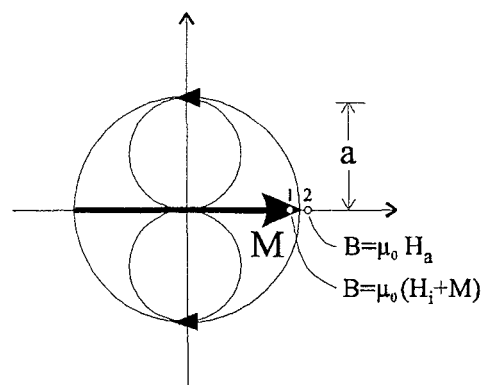


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines Dipols. Die Achse des Dipols ist mit der reellen Achse identisch und der Drehsinn ist linksgerichtet oberhalb der reellen Achse ($\alpha = \pi$).

Um das Magnetfeld im Außenraum eines in radialer Richtung magnetisierten Zylinders zu modellieren, dessen kreisförmiger Querschnitt den Radius a hat, muss mit einer geeigneten

Randbedingung die Dipolstärke Γ festgelegt werden. Dazu bieten sich die im Abstand a vom Ursprung auf der reellen Achse liegenden und in Abbildung 3 mit 1 und 2 markierten Stellen an. Die Flussdichte im Körperinnern (Position 1) muss mit der Flussdichte im Außenraum (Position 2) identisch sein. Das Feld H_i im Inneren eines magnetisierten Körpers, der gleichmäßig entlang einer Hauptrichtung mit M magnetisiert ist, berechnet sich nach Craik [23] mit $H_i = -N \cdot M$, wobei N ein positiver, von den Hauptrichtungen abhängiger Demagnetisierungsfaktor ist. Für einen langen Zylinder ist $N = 1/2$, wenn M normal zur Zylinderachse gerichtet ist. Damit ergibt sich für den Betrag des Feldes an der Außenfläche des Zylinders $H_a = 1/2 M$ und aus Gleichung 24, in der $r = a$ gesetzt wird, folgt für die Dipolstärke Γ :

$$\Gamma = \frac{1}{2} M a^2 \quad (25)$$

Nachfolgend werden für zwei unterschiedliche Anordnungen die mathematischen Ausdrücke für die Felder angegeben. Verläuft H_0 in Richtung der reellen Achse, muss der Dipol linksdrehend oberhalb der reellen Achse sein. Mit $\alpha = \pi$ ergibt die Summation der in Gleichung 22 und 23 angegebenen komplexen Potentiale:

$$F_1(z) = H_0 z - \frac{1}{2} M a^2 \frac{1}{z} \quad (26)$$

Die Differentiation nach z führt auf die Magnetfeldkomponenten in x - und y -Richtung:

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{dz} &= H_0 + \frac{1}{2} M a^2 \frac{1}{z^2} \\ &= H_0 + \underbrace{\frac{1}{2} M a^2 \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}}_{H_x} - i \underbrace{M a^2 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}}_{H_y} \end{aligned} \quad (27)$$

In Polarkoordinaten lauten die Komponenten des Feldes (siehe Kapitel 7.1):

$$\begin{aligned} H_r &= \left(H_0 + \frac{M}{2r_a^2} \right) \cos\theta \\ H_\theta &= \left(\frac{M}{2r_a^2} - H_0 \right) \sin\theta \end{aligned} \quad (28)$$

Der in Gleichung 28 verwendete Index a bezeichnet mit dem Zylinderradius normierte, dimensionslose Größen.

Ist H_0 entlang der imaginären Achse ausgerichtet, muss auch die Achse des Dipols entlang der imaginären Achse liegen. Mit $\alpha = 3/2 \cdot \pi$ ergibt sich für das aus der Summation resultierende Potential:

$$F_2(z) = -H_0 i z - \frac{1}{2} M a^2 \frac{1}{z} i \quad (29)$$

Wird Gleichung 29 nach z differenziert, können nach einer Zerlegung der Funktion in Real- und Imaginärteil die Komponenten des Feldes in x - und y -Richtung angegeben werden.

$$\begin{aligned} \frac{dF_2}{dz} &= -H_0 i + \frac{1}{2} M a^2 \frac{1}{z^2} i \\ &= \underbrace{M a^2 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}}_{H_x} - i \underbrace{\left[H_0 - \frac{1}{2} M a^2 \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right]}_{H_y} \end{aligned} \quad (30)$$

Die Darstellung in Polarkoordinaten führt zu:

$$\begin{aligned} H_r &= \left(\frac{M}{2r_a^2} + H_0 \right) \sin\theta \\ H_\theta &= \left(H_0 - \frac{M}{2r_a^2} \right) \cos\theta \end{aligned} \quad (31)$$

Zur Veranschaulichung des Magnetfeldes können die Linien gleichen Betrags des Feldes benutzt werden. Auf diese Weise wurde in Abbildung 4 das Feld eines magnetisierten Zylinders dargestellt, der sich in einem homogenen Hintergrundfeld befindet. Die Feldvektoren des homogenen Hintergrundfeldes H_0 verlaufen parallel zur Abszissenachse. In den Bereichen der Pole, die sich bei $x = 1$ und $x = -1$ auf der Zylinderoberfläche befinden, tritt eine Verstärkung des Feldes auf, entlang der Ordinatenachse wird das Feld geschwächt.

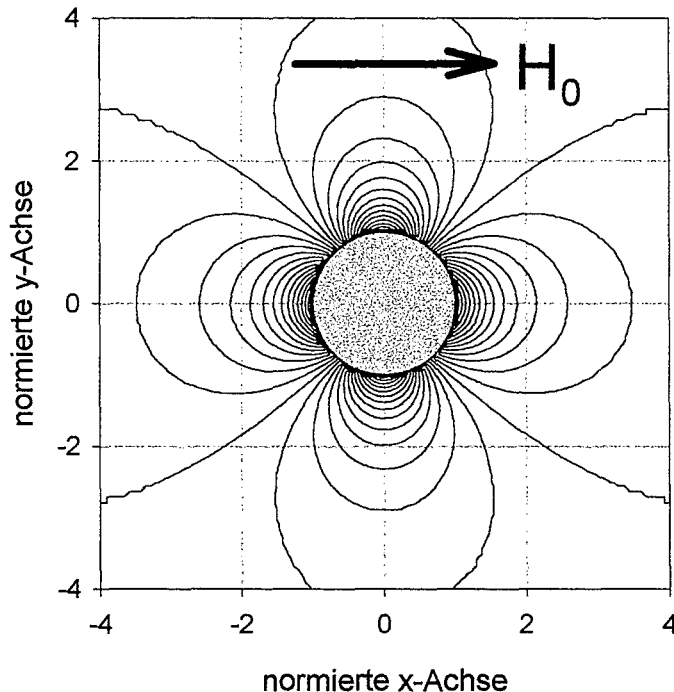


Abbildung 4: Linien konstanten Betrages eines Magnetfeldes, das sich zusammensetzt aus dem Streufeld eines in x -Richtung magnetisierten Zylinders und einem in x -Richtung verlaufenden homogenen Feld. (Sättigungsmagnetisierung des Zylinders: 1,5 Tesla; Feldstärke des homogenen Hintergrundfeldes: 2 T)

2.2.2 Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes

Ausgangspunkt für die Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes sind die NAVIER-STOKES-Gleichungen, die grundlegenden Gleichungen der Hydrodynamik. Diese Gleichungen lauten für das inkompressible NEWTON-Fluid (SCHLICHTING [29]):

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{v} &= 0 \\ \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} &= -\operatorname{grad} p + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{g} \end{aligned} \quad (32)$$

Dabei ist D/Dt die substantielle Ableitung, die wie folgt definiert ist:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (33)$$

Dieses System von gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen kann nur numerisch gelöst werden. Analytische Lösungen existieren für unterschiedliche Vereinfachungen der NAVIER-STOKES-Gleichungen, die zu diesem Zweck zunächst in einer geeigneten dimensionslosen Form dargestellt werden müssen, um entscheiden zu können, welche Größen bei welchen Bedingungen vernachlässigbar klein gegenüber anderen sind. Dazu muss je nach Art des Problems eine charakteristische Länge L und eine Geschwindigkeit v_0 , sowie bei instationären Strömungen eine charakteristische Zeit gewählt werden. In Gleichung 34 ist die dimensionslose Darstellung der NAVIER-STOKES-Gleichungen für die stationäre Strömung formuliert.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left(u' \frac{\partial \vec{v}'}{\partial x'} + v' \frac{\partial \vec{v}'}{\partial y'} + w' \frac{\partial \vec{v}'}{\partial z'} \right) &= -\operatorname{grad}' p' + \Delta' \vec{v}' + \vec{g}' \\ \text{mit } \vec{g}' &= \frac{\rho L^2}{\eta v_0} \vec{g} \end{aligned} \quad (34)$$

Die mit einem Strich gekennzeichneten Längen und Geschwindigkeiten sind mit der Länge L bzw. der Geschwindigkeit v_0 , der dimensionslose Druck p' mit dem Bezugsdruck p_0 normiert. Die Reynoldszahl Re und der Bezugsdruck p_0 sind definiert durch:

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho v_0 L}{\eta} \quad ; \quad p_0 = \frac{\eta v_0}{L} \quad (35)$$

Bei Strömungen mit kleinen Reynoldszahlen ($Re \ll 1$) spielen die konvektiven Beschleunigungsterme auf der linken Seite der Gleichung 34 nur eine untergeordnete Rolle und können bei diesen sogenannten schleichenden Strömungen in erster Näherung vernachlässigt werden. Die auf dimensionsbehaftete Größen zurücktransformierte Gleichung 34 reduziert sich dann auf

$$\operatorname{grad} p = \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{g} \quad (36)$$

Das in Gleichung 36 formulierte Strömungsproblem lässt sich auf den schwerefreien Fall reduzieren, wenn für den Druck der folgende Ansatz gemacht wird. Die z -Achse ist senkrecht nach oben gerichtet.

$$p = -\rho g z + \tilde{p} \quad (37)$$

Damit folgt aus Gleichung 36 die erste Beziehung der Gleichungen 38, die zusammen mit der Kontinuitätsgleichung als STOKES-Gleichungen bekannt sind.

$$\begin{aligned} \text{grad } \tilde{p} &= \eta \Delta \vec{v} \\ \text{div } \vec{v} &= 0 \end{aligned} \quad (38)$$

Diese Gleichungen sind im Gegensatz zu den vollständigen NAVIER-STOKES-Gleichungen in \vec{v} und \tilde{p} linear.

Bei großen Reynoldszahlen können die viskosen Effekte vernachlässigt werden und Gleichung 34 reduziert sich in dimensionsbehafteten Größen auf

$$u \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \vec{g} \quad (39)$$

Wiederum wird der in Gleichung 37 angegebene Ansatz für den Druck dazu verwendet, das Strömungsproblem auf den schwerkraftfreien Fall zurückzuführen. Dieses Vorgehen führt schließlich zusammen mit der Kontinuitätsgleichung zu den EULERSchen Gleichungen.

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \text{grad } \tilde{p} \\ \text{div } \vec{v} &= 0 \end{aligned} \quad (40)$$

Die weiteren Betrachtungen werden auf ebene (zweidimensionale) Strömungen beschränkt, da sich mit diesen ebenen Bewegungen die Strömungsprobleme dieser Arbeit abhandeln lassen. Die STOKES-Gleichungen und die EULER-Gleichungen sind im zweidimensionalen Fall jeweils ein System von drei Gleichungen für u , v und p . Die Lösung dieser Gleichungssysteme lässt sich durch die Einführung einer Stromfunktion $\psi(x,y)$ wesentlich vereinfachen. Mit den Festlegungen

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{und} \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (41)$$

wird die Kontinuitätsgleichung erfüllt. Aus den weiteren mit der Stromfunktion ψ formulierten Gleichungen lässt sich der Druck eliminieren. Dazu wird die x-Komponente der STOKES- bzw. EULER-Gleichung nach y und die y-Komponente nach x differenziert und anschließend werden beide Gleichungen voneinander subtrahiert. Nach dieser Verfahrensweise erhält man im Falle der STOKES-Gleichungen für die Stromfunktion ψ die Bipotentialgleichung.

$$\Delta \Delta \Psi = 0 \quad (42)$$

Im Falle der EULER-Gleichungen muss Ψ die LAPLACE-Gleichung erfüllen.

$$\Delta \Psi = 0 \quad (43)$$

2.2.2.1 Lösung der Laplace-Gleichung für die Zylinderumströmung

Die auf den EULERSCHEN Differentialgleichungen basierende hydrodynamische Theorie beruht darauf, Lösungen der Laplace-Gleichung für die gegebenen Randbedingungen des Strömungsproblems zu finden. Die Widersprüche zwischen den Resultaten dieser Theorie und den geläufigen Erfahrungen haben in der Vergangenheit zur Theorie der idealen Flüssigkeit geführt. Diese geht davon aus, dass ein Wirbel niemals in der Flüssigkeit entstehen kann und dass ein starrer Körper, der sich mit konstanter Geschwindigkeit in einer Flüssigkeit bewegt, keinen Widerstand erfährt (Paradoxon von EULER oder von D'ALEMBERT).

Als Lösungsmethode zur Beschreibung einer Zylinderumströmung wird analog zur Vorgehensweise in Kapitel 2.2.1 die Linearität der LAPLACE-Gleichung ausgenutzt, indem die komplexen Potentialfunktionen der Parallelströmung und der Dipolströmung, die für sich allein Lösungen der Laplace-Gleichung sind, überlagert werden. Wenn die Parallelströmung in x-Richtung verlaufen soll, muss die Achse des Dipols ebenfalls identisch mit der x-Achse sein. Erfolgt die Zylinderanströmung in positiver x-Richtung muss der Drehsinn des Dipols im 1. und 2. Quadranten rechtsgerichtet ($\alpha = 0$ in Gleichung 23), bei einer Anströmung in negativer x-Richtung entsprechend linksgerichtet ($\alpha = \pi$) sein. Das komplexe Potential der Zylinderumströmung lautet dann:

$$F(z) = \pm v_0 z \pm \frac{\Gamma}{z}$$

+ bei Anströmung von links (44)
- bei Anströmung von rechts

Zur Bestimmung von Γ nutzt man eine der Randbedingungen des Strömungsproblems, die auf der Staustromlinie erfüllt sein muss. Hat der Zylinderquerschnitt den Radius a , so muss der Staupunkt des Geschwindigkeitsfeldes im Abstand a vom Ursprung auf der x-Achse liegen. Im Staupunkt muss die resultierende Geschwindigkeit Null sein. Mit Gleichung 24, die den Betrag der Geschwindigkeit der Dipolströmung in Abhängigkeit des radialen Abstandes vom Ursprung angibt, folgt für Γ :

$$\Gamma = a^2 v_0 \quad (45)$$

Die Zerlegung des Differentialquotienten der Gleichung 44 in Real- und Imaginärteil führt zu den Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung. Die reellen Funktionen sind in Gleichung 46 formuliert.

$$u = \mp v_0 \left(1 - a^2 \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right)$$
$$v = \pm 2 v_0 a^2 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} \quad (46)$$

Die oberen Vorzeichen gelten für eine Strömung von rechts nach links und die unteren bei entsprechend entgegengesetzter Anströmung. Die Umrechnung der Gleichung 46 in Polarkoordinaten nach den in Anhang (Kapitel 7.1) angegebenen Beziehungen führt zu:

$$v_r = \mp \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) v_0 \cos \theta$$

$$v_\theta = \pm \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) v_0 \sin \theta$$
(47)

Auch in Gleichung 47 stehen die oberen Vorzeichen für eine Strömung von rechts nach links; die unteren gelten entsprechend umgekehrt. Dieses Geschwindigkeitsfeld erfüllt die Randbedingung der konstanten Anströmung im Unendlichen. Nicht erfüllt ist jedoch die Haftbedingung an der Zylinderoberfläche.

2.2.2.2 Lösung der Bipotentialgleichung für die Zylinderumströmung

Eine Lösung der STOKESSchen Gleichungen im dreidimensionalen Fall, bei welcher die Geschwindigkeiten in unendlicher Ferne verschwinden und an einer Kugel vorgegebene, konstante Werte annehmen, wurde von STOKES angegeben. Berechnet man mit Hilfe der STOKESSchen Lösung die Resultierende der Kräfte, welche die Flüssigkeit auf die Kugel ausübt, führt dies zur STOKESSchen Widerstandsformel. Zum entsprechenden zweidimensionalen Problem gelangt man, wenn man die Bewegung untersuchen will, die in einer den ganzen Raum erfüllenden Flüssigkeit durch einen unendlich langen Kreiszyylinder erzeugt wird, der sich mit konstanter Geschwindigkeit in einer gegen die Längsrichtung senkrechten Richtung darin bewegt. Die Lösung, die in formaler Analogie der von STOKES gefundenen Lösung des Problems der Kugel gebildet wird, erfüllt die Randbedingung im Unendlichen nicht. In großer Entfernung konvergieren die Geschwindigkeiten nicht gegen Null, sondern wachsen vielmehr über alle Grenzen. STOKES zog daraus den Schluss, dass das physikalische Problem der stationären Bewegung eines Zylinders in einer zähen Flüssigkeit unlösbar ist. In der Literatur wird diese Situation als STOKES-Paradoxon bezeichnet.

Den Grund für dieses Paradoxon führt OSEEN [24] an, indem er zeigt, dass in den STOKESSchen Differentialgleichungen durch die vollständige Streichung der nichtlinearen Trägheitsterme in den NAVIER-STOKES-Gleichungen Glieder vernachlässigt worden sind, welche dieselbe Größenordnung wie die berücksichtigten Glieder haben. Infolgedessen stellen die STOKES-Gleichungen in großer Entfernung eines bewegten Körpers eine nicht zulässige Annäherung dar. In solchen Fällen, in denen nur die Bewegung der Flüssigkeit in der Nähe des bewegten Körpers von Bedeutung ist, ist die Berechnung der Bewegung nach der STOKESSchen Methode dagegen zulässig.

Betrachtet man einen Körper, der in eine in x-Richtung mit der Geschwindigkeit v_0 strömenden Flüssigkeit eingetaucht ist, so können die vom Körper hervorgerufenen Störungen in großer Entfernung als weitgehend abgeklungen betrachtet werden. Die lokale Geschwindigkeit \vec{v} wird sich daher nur noch unwesentlich von der konstanten Anströmgeschwindigkeit v_0 unterscheiden. Folglich ersetzt OSEEN den in diesem Gebiet nicht mehr vernachlässigbaren Trägheitsterm $u \partial \vec{v} / \partial x + v \partial \vec{v} / \partial y$ durch $v_0 \partial \vec{v} / \partial x$. Aus den NAVIER-STOKES-Gleichungen ergibt sich dann für stationäre Strömungen:

$$\rho v_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = -\text{grad } p + \eta \Delta \vec{v}$$
(48)

Diese nach OSEEN benannte Gleichung führt im Fall der ebenen Strömung auf Lösungen, die sowohl die Haftbedingung an der Zylinderoberfläche erfüllen, als auch im Unendlichen zu

einer vorgegebenen Grundströmung konvergieren. Allerdings ist der Rechenaufwand bei der Erfüllung der Randbedingungen beträchtlich. Relativ einfache und gut handhabbare Näherungslösungen für das Strömungsfeld in Zylindernähe und in großem Abstand vom Zylinder geben KOTSCHIN et al. [25] an. In Gleichung 49 sind die Geschwindigkeitskomponenten formuliert, die in der Umgebung des Zylinders gültig sind. Dieses Geschwindigkeitsfeld erfüllt die Haftbedingung an der Zylinderoberfläche, konvergiert aber nicht gegen eine konstante Anströmgeschwindigkeit v_0 .

$$v_r = \frac{v_0 \cos\theta}{2(2 - \ln \text{Re})} \left(2 \ln\left(\frac{r}{a}\right) - 1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \right)$$

$$v_\theta = \frac{-v_0 \sin\theta}{2(2 - \ln \text{Re})} \left(2 \ln\left(\frac{r}{a}\right) + 1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2 \right)$$
(49)

In Abbildung ist ein Vergleich der Stromlinien einer mit Gleichung 49 berechneten schleichenden Zylinderumströmung mit den Stromlinien einer Potentialumströmung gezeigt.

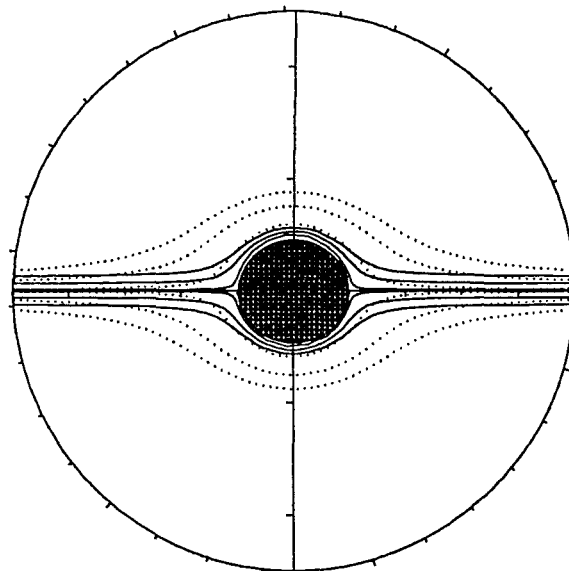


Abbildung 5: Vergleich der Stromlinien des potentialtheoretischen Geschwindigkeitsfeldes einer Zylinderumströmung (geschlossene Linien) mit den Stromlinien einer schleichenden Umströmung (gepunktete Linien) bei einer Reynoldszahl von 0,5.

Dargestellt sind die Stromlinien einer Potentialströmung und einer schleichenden Zylinderumströmung, die jeweils paarweise vom gleichen Punkt auf der linken Seite und in großer Entfernung vom Zylinder starten. Eine Partikel, die sich entlang einer Stromlinie bewegt, würde im Fall einer schleichenden Strömung eine viel stärkere Auslenkung in Zylindernähe erfahren als bei einer Potentialströmung. Ferner reicht die durch den Zylinder verursachte Störung der gleichmäßigen Strömung deutlich weiter in das Strömungsfeld hinein, sodass eine in der Strömung sich bewegende Partikel den Zylinder früher „spürt“. Befindet sich die Partikel in einer Potentialströmung, so sind die dann wirkenden Trägheitskräfte daran zu erkennen, dass die Partikel erst kurz vor dem Zylinder von ihrer geradlinigen Bahn abgelenkt wird.

2.2.3 Aufstellen der Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung einer Partikel folgt aus der Impulsbilanz. Es gilt, dass die zeitliche Änderung des Impulses eines Systems gleich der Summe der angreifenden äußeren Kräfte ist.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_i \quad (50)$$

Als System ist in diesem Fall eine Partikel zu verstehen und die äußeren Kräfte können auf das Volumen verteilt wirkende Fernkräfte oder auf die Oberfläche einwirkende Kontaktkräfte sein. Treten an der Partikel nur kleine Beschleunigungen auf, bleibt der Impuls der Partikel erhalten und Gleichung 50 reduziert sich auf:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad (51)$$

Die dominierenden Kräfte bei der magnetischen Filtration von in Wasser suspendierten Partikeln sind die auf das Volumen der Partikeln wirkende magnetische Kraft, die als Funktion des Ortes gegeben ist, und der durch die Relativgeschwindigkeit der Partikeln gegenüber der Flüssigkeitsströmung verursachte Strömungswiderstand. Exakte Ausdrücke für die in magnetischen Trennapparaten auftretenden Magnetkräfte gibt HENJES [26] an. Die Gültigkeit der in dieser Arbeit verwendeten vereinfachten Gleichung wird bei HENJES ebenfalls diskutiert. Der Strömungswiderstand ist eine Funktion des Ortes und der Partikelgeschwindigkeit. Da die Reynoldszahl der Umströmung einer Partikel unter den typischen Bedingungen der Magnetfiltration sehr klein ist, kann die bekannte STOKES-Lösung für die Widerstandskraft einer Kugel verwendet werden. Nachfolgend sind die mathematischen Ausdrücke der Kräfte komponentenweise in Polarkoordinaten aufgeführt. Dabei sind die mit Index a gekennzeichneten Größen auf den Zylinderradius normiert.

magnetische Kraft:

$$\begin{aligned} F_{M,r} &= \frac{1}{2} \mu_0 \chi V_P \frac{\partial H^2}{\partial r_a} \frac{1}{a} \\ F_{M,\theta} &= \frac{1}{2} \mu_0 \chi V_P \frac{1}{r_a} \frac{\partial H^2}{\partial \theta} \frac{1}{a} \end{aligned} \quad (52)$$

Hierbei steht V_P für das Partikelvolumen.

Strömungskraft:

$$\begin{aligned} F_{W,r} &= -6 \pi \eta b \left(\frac{dr_a}{dt} a - v_r \right) \\ F_{W,\theta} &= -6 \pi \eta b \left(r_a \frac{d\theta}{dt} a - v_\theta \right) \end{aligned} \quad (53)$$

Die Bilanzierung der magnetischen Kraft und der Strömungskraft entsprechend Gleichung 51 führt auf die gekoppelten Differentialgleichungen der Partikelbewegung. Bei Vorliegen einer Zylinderumströmung gemäß der Potentialtheorie lauten diese:

$$\begin{aligned}\frac{dr_a}{dt} &= v_{0a} \left[1 - \frac{1}{r_a^2} \right] \cos(\theta - \alpha) - v_{ma} K \frac{1}{r_a^5} - v_{ma} \frac{1}{r_a^3} \cos 2\theta \\ \frac{d\theta}{dt} &= -v_{0a} \left[1 + \frac{1}{r_a^2} \right] \frac{1}{r_a} \sin(\theta - \alpha) - v_{ma} \frac{1}{r_a^4} \sin 2\theta\end{aligned}\quad (54)$$

Wird dagegen eine zähe Flüssigkeitsströmung um den Zylinder zugrunde gelegt, resultieren Differentialgleichungen, die einen hydrodynamischen Faktor \mathfrak{R} enthalten, der definiert ist durch $\mathfrak{R} = 2 - \ln(\text{Re})$.

$$\begin{aligned}\frac{dr_a}{dt} &= v_{0a} \frac{1}{2\mathfrak{R}} \left[2 \ln r_a - 1 + \frac{1}{r_a^2} \right] \cos(\theta - \alpha) - v_{ma} K \frac{1}{r_a^5} - v_{ma} \frac{1}{r_a^3} \cos 2\theta \\ \frac{d\theta}{dt} &= -v_{0a} \frac{1}{2\mathfrak{R}} \left[2 \ln r_a + 1 - \frac{1}{r_a^2} \right] \frac{1}{r_a} \sin(\theta - \alpha) - v_{ma} \frac{1}{r_a^4} \sin 2\theta\end{aligned}\quad (55)$$

In den Gleichungen 54 und 55 wurden neben dem hydrodynamischen Faktor \mathfrak{R} weitere Abkürzungen eingeführt, die eng mit den aus der Dimensionsanalyse folgenden Kennzahlen verbunden sind. Die mit v_m benannte Größe hat die Dimension einer Geschwindigkeit und wird als magnetische Geschwindigkeit bezeichnet. Sie ist folgendermaßen definiert:

$$v_m = \frac{2 \mu_0 \chi M H b^2}{9 \eta a} \quad (56)$$

Die Normierung von v_m wird mit der Anströmgeschwindigkeit v_0 vorgenommen. Die mit K bezeichnete Größe weicht um den Faktor $\frac{1}{2}$ von der mit der Dimensionsanalyse gefundenen Kenngröße ab:

$$K = \frac{M}{2H} \quad (57)$$

2.2.4 Lösung der Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichungen können analytisch gelöst werden, wenn bestimmte Vereinfachungen ($v_m/v_0 \gg 1$) und nur bestimmte Anordnungen ($\alpha = 0, \pi/2$) betrachtet werden. Für den Fall, dass das Geschwindigkeitsfeld der Zylinderumströmung mit einer Potentialströmung beschrieben werden kann, haben GERBER und BIRSS [27] die in Gleichung 54 formulierten Bewegungsgleichungen gelöst. Sie konnten die nachfolgende explizite Näherungslösung (Gleichung 58) zur Berechnung des Einfangradius finden, die für die longitudinale ($\alpha = 0$) und für die transversale ($\alpha = \pi/2$) Anordnung und für Werte von $v_m/v_0 > \sqrt{2}$ gültig ist.

$$Rc_a \approx \frac{3}{4} \sqrt{3} \left(\frac{v_m}{v_0} \right)^{1/3} \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{v_m}{v_0} \right)^{-2/3} \right] \quad (58)$$

Die Beschreibung der Partikelbewegung unter Zuhilfenahme einer Potentialumströmung des Zylinders liefert somit einen Einfangradius, der allein eine Funktion des Geschwindigkeitsverhältnisses v_m/v_0 ist.

Für die in Gleichung 55 angegebenen Bewegungsgleichungen, die unter Annahme einer zähen Zylinderumströmung abgeleitet wurden, geben UCHIYAMA und HAYASHI [28] eine Näherungslösung an. Um einen analytischen Ausdruck zu erzielen, mittels dessen der Einfangradius ebenfalls explizit berechnet werden kann, mussten jedoch Vereinfachungen eingeführt werden, die bei zu großen Werten von v_m/v_0 zu fehlerhaften Ergebnissen führen.

Im Folgenden wird daher die generelle Methode zur Lösung der Bewegungsgleichungen im Falle zäher Strömungsbedingungen im Detail aufgeführt und ein neuer Lösungsansatz in Form einer impliziten Lösung angegeben, die den Einfangradius sowohl in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsverhältnisses v_m/v_0 als auch in Abhängigkeit von der Reynoldszahl beschreibt. Gleichung 55 ist ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen in Polarkoordinaten, wobei r_a der Parameter der Bahnlinien ist. Die Umrechnung von der Parameterform in eine explizite Differentialgleichung erster Ordnung ist möglich, da nach Division beider Gleichungen das differentielle Zeitintervall dt gekürzt werden kann. Es entsteht schließlich:

$$A(r_a, \theta) dr_a + B(r_a, \theta) d\theta = 0 \quad (59)$$

In Gleichung 59 wurden die folgenden Abkürzungen eingeführt:

$$\begin{aligned} A(r_a, \theta) &= \frac{v_{0,a}}{2\Re} \left[2 \ln r_a + 1 - \frac{1}{r_a^2} \right] \sin(\theta - \alpha) + v_{m,a} \frac{1}{r_a^3} \sin 2\theta \\ B(r_a, \theta) &= \frac{v_{0,a}}{2\Re} \left[2 \ln r_a - 1 + \frac{1}{r_a^2} \right] r_a \cos(\theta - \alpha) - v_{m,a} \frac{1}{r_a^2} \cos 2\theta - v_{m,a} K \frac{1}{r_a^4} \end{aligned} \quad (60)$$

Falls der in Gleichung 60 auftretende kurzreichende Term $v_{m,a} K 1/r_a^4$ vernachlässigt werden kann, was bei großen magnetischen Geschwindigkeiten zulässig ist, ist die Bedingung $\partial A/\partial \theta = \partial B/\partial r_a$ erfüllt, und aus der Differentialgleichung 59 wird eine sogenannte exakte Differentialgleichung. Diese Bedingung ist notwendig und hinreichend dafür, dass eine Funktion $F(r_a, \theta)$ existiert für die

$$\frac{\partial F}{\partial r_a}(r_a, \theta) = A(r_a, \theta) \quad \text{und} \quad \frac{\partial F}{\partial \theta}(r_a, \theta) = B(r_a, \theta) \quad (61)$$

gilt. Somit ist $A(r_a, \theta) dr_a + B(r_a, \theta) d\theta$ das totale Differential der Funktion $F(r_a, \theta)$, die in diesem Fall zusammen mit einer willkürlichen Konstanten C das allgemeine Integral $F(r_a, \theta, C) = 0$ der exakten Differentialgleichung ist. Die Funktion $F(r_a, \theta, C)$ lässt sich auf folgende Weise finden: Durch Integration der ersten Beziehung der Gleichungen 61 nach r_a resultiert:

$$F(r_a, \theta) = \int A(r_a, \theta) dr_a = \frac{v_{0,a}}{2\Re} \left[2(r_a \ln r_a - r_a) + r_a + \frac{1}{r_a} \right] \sin(\theta - \alpha) - v_{m,a} \frac{1}{2r_a^2} \sin 2\theta + \varphi(\theta) \quad (62)$$

$\varphi(\theta)$ ist die Integrationskonstante, die von θ abhängt. Aus der Bedingung $\partial F/\partial\theta = B$ folgt jetzt aus Gleichung 62:

$$\begin{aligned} \frac{v_{0,a}}{2\Re} \left[2(r_a \ln r_a - r_a) + r_a + \frac{1}{r_a} \right] \cos(\theta - \alpha) - v_{m,a} \frac{1}{r_a^2} \cos 2\theta + \varphi'(\theta) = \\ \frac{v_{0,a}}{2\Re} \left[2 \ln r_a - 1 + \frac{1}{r_a^2} \right] r_a \cos(\theta - \alpha) - v_{m,a} \frac{1}{r_a^2} \cos 2\theta \end{aligned} \quad (63)$$

woraus sich $\varphi'(\theta) = 0$, also $\varphi(\theta) = C$ ergibt. Damit hat die Funktion $F(r_a, \theta, C)$ die folgende Form:

$$F(r_a, \theta, C) = \frac{v_{0,a}}{2\Re} \left[2 r_a \ln r_a - r_a + \frac{1}{r_a} \right] \sin(\theta - \alpha) - v_{m,a} \frac{1}{2 r_a^2} \sin 2\theta + C \quad (64)$$

Mit Gleichung 64 ergibt sich schließlich für das allgemeine Integral $F(r_a, \theta, C) = 0$ der exakten Differentialgleichung 59 die in Gleichung 65 angegebenen Beziehung:

$$\left[2 r_a \ln r_a - r_a + \frac{1}{r_a} \right] \sin(\theta - \alpha) - \frac{v_m}{v_0} \frac{\Re}{r_a^2} \sin 2\theta = \frac{C \Re}{v_{0,a}} \quad (65)$$

Gleichung 65 beschreibt die Gesamtheit aller Partikelbahnen, wobei C eine beliebige Konstante ist. Um spezielle Lösungen zu gewinnen, muss aus geeigneten Randbedingungen die Konstante C bestimmt werden. In Abbildung sind die mit Gleichung 65 berechneten Partikelbahnen für die longitudinale ($\alpha = 0$) und transversale ($\alpha = \pi/2$) Anordnung in einem polaren Koordinatensystem dargestellt.

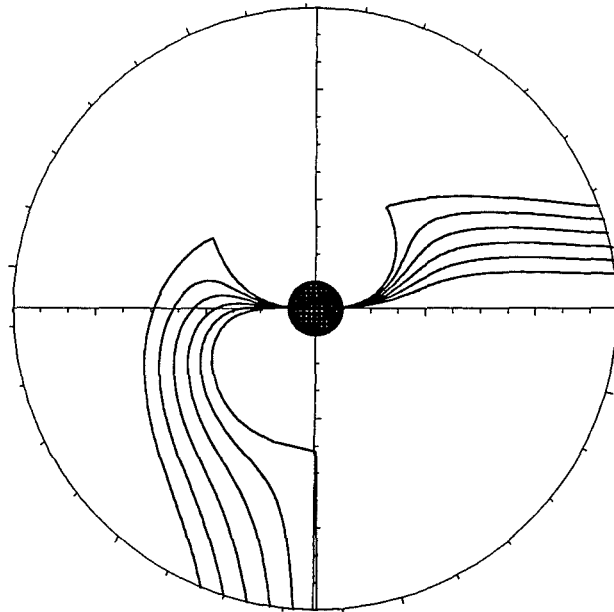


Abbildung 6: Partikelbahnen der longitudinalen und transversalen Anordnung zwischen Magnetfeldrichtung und Strömungsrichtung. Gerechnet wurde mit $\Re = 1,6$ und $v_m/v_0 = 100$.

Der Zylinder, dessen kreisförmiger Querschnitt im Zentrum des Koordinatensystems abgebildet ist, ist in horizontaler Richtung magnetisiert. Bei longitudinaler Anordnung erfolgt die Anströmung von rechts entlang der Horizontalen, im transversalen Fall wird der Zylinder von unten in vertikaler Richtung angeströmt.

Die in beiden Anordnungen jeweils am weitesten vom Zylinder entfernt verlaufende Flugbahn, die gerade noch auf der Zylinderoberfläche endet, wird als kritische Flugbahn bezeichnet. Sie hat die Eigenart, dass sie einen singulären Punkt besitzt, für den gilt:

$$\begin{aligned} A(r_{as}, \theta_s) &= 0 \\ B(r_{as}, \theta_s) &= 0 \end{aligned} \quad (66)$$

Mit dieser Bedingung können die Koordinaten des singulären Punkts berechnet werden. Dazu wird in beiden Beziehungen der Gleichung 60 $\theta = \theta_s$ und $r_a = r_{as}$ gesetzt und bei Vernachlässigung des kurzreichenden Terms ergibt sich:

$$v_{0,a} \frac{1}{2\Re} \left[2 \ln r_{as} + 1 - \frac{1}{r_{as}^2} \right] \sin(\theta_s - \alpha) + v_{m,a} \frac{1}{r_{as}^3} \sin 2\theta_s = 0 \quad (67)$$

$$v_{0,a} \frac{1}{2\Re} \left[2 \ln r_{as} - 1 + \frac{1}{r_{as}^2} \right] r_{as} \cos(\theta_s - \alpha) - v_{m,a} \frac{1}{r_{as}^2} \cos 2\theta_s = 0 \quad (68)$$

Mit der trigonometrischen Beziehung $\sin(2\theta) = 2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta)$ wird nach Umformung aus Gleichung 67 für die longitudinale Anordnung Gleichung 69 bzw. Gleichung 70 bei transversaler Anordnung:

$$\cos \theta_s = - \frac{v_{0a}}{v_{ma}} \frac{1}{4\Re} r_{as}^3 \left[2 \ln r_{as} + 1 - \frac{1}{r_{as}^2} \right] \quad (69)$$

$$\sin \theta_s = \frac{v_{0a}}{v_{ma}} \frac{1}{4\Re} r_{as}^3 \left[2 \ln r_{as} + 1 - \frac{1}{r_{as}^2} \right] \quad (70)$$

Die Umformung von Gleichung 68 führt für den longitudinalen Fall mit $\alpha = 0$ zu Gleichung 71; bei transversaler Anordnung mit $\alpha = \pi/2$ resultiert Gleichung 72.

$$1 = 2 \cos^2 \theta_s - \frac{v_{ma}}{v_{0a}} \frac{r_{as}^3}{2\Re} \left[2 \ln r_{as} - 1 + \frac{1}{r_{as}^2} \right] \cos \theta_s \quad (71)$$

$$1 = 2 \sin^2 \theta_s + \frac{v_{ma}}{v_{0a}} \frac{r_{as}^3}{2\Re} \left[2 \ln r_{as} - 1 + \frac{1}{r_{as}^2} \right] \sin \theta_s \quad (72)$$

Der in Gleichung 69 und 70 formulierte Ausdruck für $\cos(\theta_s)$ bzw. $\sin(\theta_s)$ wird sowohl in einfacher als auch in quadrierter Form entsprechend in Gleichung 71 oder Gleichung 72 eingesetzt. In beiden Fällen resultiert nach einigen Vereinfachungen:

$$2r_{as}^6 \ln^2 r_{as} + r_{as}^6 \ln r_{as} - r_{as}^4 \ln r_{as} - 2 \left(\Re \frac{v_m}{v_0} \right)^2 = 0 \quad (73)$$

Mit Gleichung 73 ist die Radialkomponente des singulären Punktes für beide Anordnungen, longitudinal wie transversal, festgelegt. Für vorgegebene Werte von $(\Re \cdot v_m/v_0)$ zwischen 0 und 1500 wurde die Radialkoordinate r_{as} aus Gleichung 73 mit numerischen Methoden berechnet. Anhand der dabei gewonnenen punktwisen Lösungen wurden mit Hilfe einer Ausgleichsrechnung die Parameter der im Folgenden aufgeführten irrationalen algebraischen Funktionen berechnet. Aus diesen Näherungslösungen geht bei Kenntnis von $(\Re \cdot v_m/v_0)$ die Radialkoordinate r_{as} explizit hervor. Die Gleichung 74 mit fünf Parametern ist geeignet für Werte von $(\Re \cdot v_m/v_0)$ zwischen 0 und 1500. Aus Gründen einer übersichtlicheren Schreibweise sind die Näherungslösungen als Funktionen von x angegeben, wobei x als Abkürzung für $(\Re \cdot v_m/v_0)$ zu verstehen ist.

$$r_{as}(x) = c_1 + c_2 x + c_3 x^{1,5} + c_4 x^2 + c_5 x^{0,5} \quad (74)$$

Die ermittelten Werte für die Parameter der Gleichung 74 sind im Folgenden angegeben:

$$c_1 = 1,0473$$

$$c_2 = -0,01209$$

$$c_3 = 2,8911 \cdot 10^{-4}$$

$$c_4 = -2,7523 \cdot 10^{-6}$$

$$c_5 = 0,3881$$

Die zweite Näherungslösung (Gleichung 75) hat nur zwei Konstanten und kann für Werte von $(\Re \cdot v_m/v_0)$ im Bereich von 70 bis 1500 eingesetzt werden.

$$r_{as}(x) = c_1 x^{c_2} \quad (75)$$

Für die Konstanten c_1 und c_2 konnten die folgenden Zahlenwerte ermittelt werden:

$$c_1 = 1,0866$$

$$c_2 = 0,2819$$

Die bisherigen Bemühungen hatten zum Ziel, die Koordinaten des singulären Punktes (r_{as}, θ_s) der kritischen bzw. Grenzpartikelbahn zu bestimmen. Zur Bestimmung von Einfangradien ist es aber nötig, die gesamte kritische Flugbahn, die einen singulären Punkt aufweist, zu ermitteln. Bei Kenntnis dieses Punktes ist es möglich, mit Gleichung 65, die die Gesamtheit aller Partikelbahnen beschreibt, die kritische Flugbahn anzugeben. Dazu werden in Gleichung 65 die Koordinaten des singulären Punktes eingesetzt, wobei aus der Konstanten C die kritische Konstante Cc wird. Mit $r_a = r_{as}$ und $\theta = \theta_s$ folgt aus Gleichung 65:

$$\frac{v_{0a}}{\Re} \left[2r_{as} \ln r_{as} - r_{as} + \frac{1}{r_{as}} \right] \sin(\theta_s - \alpha) - v_{ma} \frac{1}{r_{as}^2} \sin 2\theta_s = Cc \quad (76)$$

Nach Auflösen der Gleichung 67 nach v_{ma} und Einsetzen des sich ergebenden Ausdrucks in Gleichung 76 vereinfacht sich die Bestimmungsgleichung für die kritische Konstante.

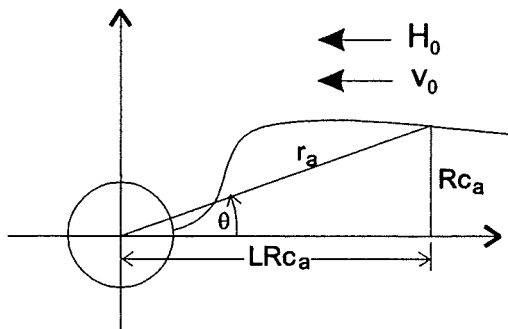
$$\frac{Cc \Re}{v_{0a}} = \left(3r_{as} \ln r_{as} - \frac{1}{2} r_{as} + \frac{1}{2r_{as}} \right) \sin(\theta_s - \alpha) \quad (77)$$

Wird Gleichung 77 in Gleichung 65 eingesetzt, resultiert die in Gleichung 78 angegebene Beziehung, die die kritischen Flugbahn beschreibt.

$$\left(2r_a \ln r_a - r_a + \frac{1}{r_a} \right) \sin(\theta - \alpha) - \frac{v_{ma}}{v_{0a}} \frac{\Re}{r_a^2} \sin 2\theta = \frac{Cc \Re}{v_{0a}} \quad (78)$$

Bei Kenntnis der kritischen Flugbahn ist man in der Lage, den Einfangradius anzugeben, der definiert wurde als Abstand der kritischen Flugbahn von der Staustromlinie in großer Entfernung vom Zylinder. Bei schleichenden Strömungsbedingungen tritt aber die Schwierigkeit auf, dass die Lösung der Strömungsgleichung aufgrund des natürlichen Logarithmus in großer Entfernung vom Zylinder nicht gegen eine konstante Anströmung konvergiert. Dieses Problem macht sich auch bei der Bestimmung des Einfangradius aus der kritischen Flugbahn bemerkbar. Die Partikelbahnen verlaufen in großer Entfernung vom Draht nicht parallel zur Staustromlinie, sondern nähern sich dieser allmählich. Um dennoch einen Einfangradius bestimmen zu können, muss dieser über einen bestimmten Abstand vom Drahtmittelpunkt in Strömungsrichtung definiert werden. In den in Abbildung 7 gezeigten Skizzen wird dieser Abstand mit LRc_a bezeichnet. Je nach Anordnung der Strömungsrichtung in großer Entfernung und des homogenen magnetischen Hintergrundfeldes ergeben sich unterschiedliche trigonometrische Zusammenhänge zwischen LRc_a , Rc_a und den Polarkoordinaten der Grenzpartikelbahn.

longitudinale Anordnung



transversale Anordnung

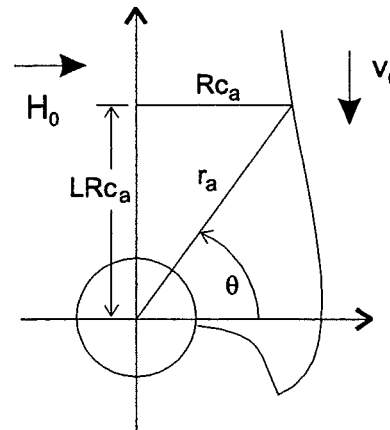


Abbildung 7: Festlegung des auf den Zylinderradius a normierten Abstandes LRc_a , bei dem der Einfangradius gültig ist.

Anhand von Abbildung 7 resultieren schließlich die im Folgenden aufgeführten trigonometrischen Zusammenhänge. Für den Fall der longitudinalen Anordnung gilt:

$$\begin{aligned}\sin\theta &= \frac{Rc_a}{\sqrt{LRc_a^2 + Rc_a^2}} \\ \cos\theta &= \frac{LRc_a}{\sqrt{LRc_a^2 + Rc_a^2}} \\ \sin 2\theta &= 2 \sin\theta \cos\theta = \frac{2 LRc_a Rc_a}{LRc_a^2 + Rc_a^2}\end{aligned}\tag{79}$$

Die trigonometrischen Beziehungen der transversalen Anordnung lauten:

$$\begin{aligned}\sin\theta &= \frac{LRc_a}{\sqrt{LRc_a^2 + Rc_a^2}} \\ \cos\theta &= \frac{Rc_a}{\sqrt{LRc_a^2 + Rc_a^2}} \\ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) &= -\cos\theta\end{aligned}\tag{80}$$

Damit folgt aus Gleichung 78 die folgende Beziehung, wobei die in Klammer stehenden Vorzeichen für den transversalen Fall gültig sind:

$$(-)2 Rc_a \ln \sqrt{LRc_a^2 + Rc_a^2} (+) - Rc_a (-) + \frac{Rc_a}{LRc_a^2 + Rc_a^2} - \Re \frac{v_m}{v_0} \frac{2 LRc_a Rc_a}{(LRc_a^2 + Rc_a^2)^2} = \frac{Cc \Re}{v_{0a}}\tag{81}$$

Die Annahme einer zähen Zylinderumströmung führt somit zu einem Einfangradius, der von zwei Parametern abhängig ist: dem Geschwindigkeitsverhältnisses v_m/v_0 und dem hydrodynamischen Faktors \Re , der eine Funktion der Reynoldszahl ist. Die Einfangradien der schleichenden Zylinderumströmung wurden mit Hilfe von Gleichung 81 berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 8 gezeigt, in der als Vergleich dazu die mit Gleichung 58 erhaltenen Einfangradien der Potentialströmung aufgeführt sind.

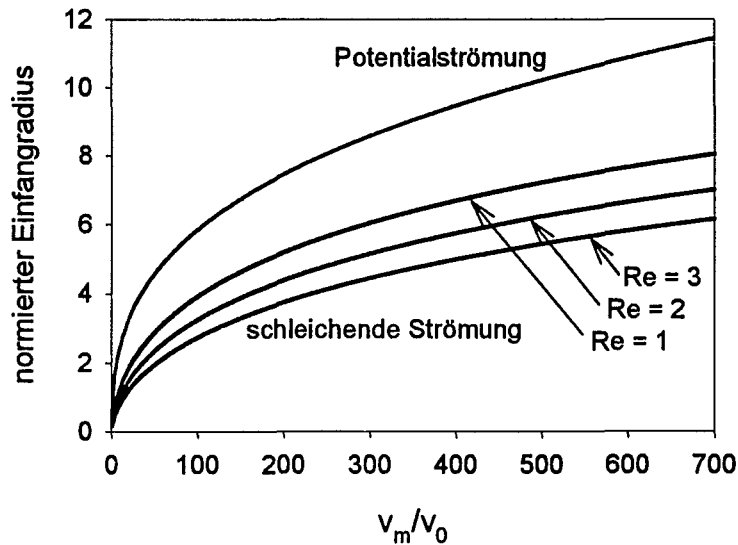


Abbildung 8: Berechnete Einfangradien des Einzeldrahtmodells, wobei mit unterschiedlichen Strömungsmodellen für die Zylinderumströmung gerechnet wurde ($LRc_a = 12$).

Die Einfangradien, die das Potentialströmungsmodell liefert, sind generell größer als die bei schleichender Zylinderumströmung berechneten. Dabei ist anzumerken, dass Gleichung 81 mit beiden Vorzeichenvarianten, d.h. sowohl für longitudinale als auch für transversale Anordnung, zu vollkommen identischen Einfangradien führt. Zusätzlich sind bei schleichenden Strömungsverhältnissen die Einfangradien von der Draht-Reynoldszahl abhängig. Eine Erhöhung der Reynoldszahl führt zu geringeren Einfangradien.

Diese je nach verwendetem Strömungsmodell differierenden Ergebnisse folgen qualitativ aus den unterschiedlichen Stromlinienbildern bei zäher und reibungsfreier Zylinderumströmung (Abbildung 5). Dabei ist zu erkennen, dass die Stromlinien der Potentialströmung dichter um den Zylinder herumführen als die Stromlinien der schleichenden Strömung. Entsprechend werden auch die in der Strömung befindlichen Partikeln je nach Strömungsmodell entweder sehr eng oder in einem weiten Bogen um den Zylinder geführt. Für eine Abscheidung auf der Zylinderoberfläche ist dies entscheidend. Werden Partikeln bei gleichen Startkoordinaten durch ein Geschwindigkeitsfeld näher an den Zylinderrand transportiert, kommen sie auch in den Bereich größerer magnetischer Feldgradienten und können dem Zylinder nicht mehr entkommen. Dies führt zu größeren Einfangradien.

2.3 Die Partikelanlagerung an den Abscheidedrähten

Die bisher durchgeführten Berechnungen von Partikelbahnen um magnetisierte Zylinder gelten nur für das Verhalten eines Magnetfilters in der Anfangsphase, d.h. wenn die Drähte noch vollkommen partikelfrei sind. Sobald als Folge der Partikelanlagerung die Kontur der Abscheideelemente von der zylindrischen Form abweicht, verändert sich das Strömungsfeld. Dies wirkt sich wiederum auf die Partikelbahnen aus.

In diesem Kapitel wird ein Magnetfilter in der Endphase der Filtration beschrieben, wenn er seine Sättigungsbeladung erreicht hat und keine Partikeln mehr zurückhalten kann. Hierzu muss man in der Lage sein, mit geeigneten Modellvorstellungen die maximale Ausdehnung des abgeschiedenen Flockenverbandes auf der Oberfläche der Abscheideelemente anzugeben.

2.3.1 Die seitliche Begrenzung der Anlagerungszone

Die auf die Partikeln wirkende magnetische Kraft bestimmt ihre Haftung auf der Oberfläche der Abscheideelemente. Damit eine Partikelhaftung überhaupt möglich ist, muss die Radialkomponente der magnetischen Kraft zur Zylinderoberfläche hin gerichtet sein. Dies ist aber nur in bestimmten Bereichen der Zylinderumgebung der Fall. In Regionen, in denen die Radialkomponente des Magnetfeldgradienten zur Drahtoberfläche hin gerichtet ist, erfahren paramagnetische Partikeln eine Kraft in Richtung zur Zylinderoberfläche und eine stabile Partikelanlagerung kann stattfinden. Diese Bedingung ist in den Bereichen der Magnetpole erfüllt.

Die Begrenzung dieser Bereiche, in denen eine Partikelanlagerung überhaupt möglich ist, wird durch die Linien festgelegt, für die $F_{M,r} = 0$ gilt. Der funktionale Zusammenhang, der die resultierenden vier Linien beschreibt, kann demzufolge aus Gleichung 52 hergeleitet werden. In Gleichung 82 sind die Winkellagen der Begrenzungslinien einer Anlagerungszone als Funktion des Radius angegeben. Die zweite mögliche Anlagerungszone ist symmetrisch auf der gegenüberliegenden Seite des Zylinderquerschnitts angeordnet.

$$\begin{aligned}\varphi_{c1} &= \pm \arcsin\left(\sqrt{\frac{1 + K r_a^{-2}}{2}}\right) \\ &= \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{K}{r_a^2}\right)\end{aligned}\tag{82}$$

Nach Gleichung 82 ist der Winkel φ_{c1} neben dem Radius auch von der Kennzahl K abhängig. Diese liegt üblicherweise im Bereich $0 \leq K \leq 1$. Die Arkuskosinusfunktion ist im Definitionsbereich $-1 \leq x \leq 1$ streng monoton fallend, sodass mit abnehmendem K -Wert der Winkel φ_{c1} kleiner wird. Diese Abhängigkeit ist aber nur in der Nähe der Zylinderoberfläche von Bedeutung, wenn die Radien r_a klein sind. Für große Radien verschwindet der Einfluss von K und φ_{c1} strebt gegen 45 Grad.

Als erstes Fazit dieser Betrachtung kann festgehalten werden, dass die Anlagerung paramagnetischer Partikeln jeweils an den Polen des magnetisierten Zylinders möglich ist und in einem Bereich stattfinden kann, der einem Kreissektor mit einem Zentriwinkel von 90 Grad nahekommt.

2.3.2 Die Begrenzung der Anlagerungszone in radialer Richtung

Bei der Untersuchung der Anlagerungszone ist die Beschreibung der seitlichen Begrenzung nur ein Teilaspekt. Die zweite Frage ist, wie weit die Anlagerungszone innerhalb der seitlichen Berandungen in das Strömungsfeld hinein anwachsen kann. Dieses Anwachsen in radialer Richtung kann nur solange stattfinden, bis die tangentielle Komponente des Strömungswiderstandes die tangentielle Komponente der Magnetkraft überwiegt. Dies hat zur Folge, dass die Partikeln nicht mehr stabil angelagert werden können. Stabil bedeutet in diesem Zusammenhang, dass es zu keiner tangentialen Bewegung der Partikeln auf der Oberfläche der Anlagerungszone kommt. Im Falle einer derartigen Verschiebung bestünde die Gefahr, dass die Partikeln in Bereiche gelangen, in denen die Radialkraft von der Oberfläche weg gerichtet ist, was ihre Ablösung zur Folge hätte.

Von NESSET und FINCH [28] ist eine Modellvorstellung bekannt, mit der der maximale Radius der Anlagerungszone, die sich bei longitudinaler Anordnung ausbildet, beschrieben werden

kann. Ausgangspunkt der physikalischen Beschreibung ist eine Abschätzung des Strömungswiderstandes, der auf ein auf der Anlagerungszone sitzendes Teilchen wirkt und der eine Funktion der Wandschubspannung ist. Zur Beschreibung dieser Wandschubspannung gehen NESSET und FINCH davon aus, dass der Partikel Aufbau nur auf der strömungszugewandten Seite des Zylinders erfolgt und innerhalb des zulässigen Bereichs sich monodisperse Partikeln jeweils Schicht für Schicht anlagern. In diesem Fall behält das umströmte Hindernis ungeachtet der Partikelanlagerung zumindest auf der strömungszugewandten Seite immer die Form eines Kreissektors. Für die Wandschubspannung kann dann eine von SCHLICHTING [29] stammende Beziehung verwendet werden, die die Verteilung der Wandschubspannung über dem Umfang eines Kreiszyinders beschreibt. Dieser Ausdruck ist eine Lösung der Grenzschichtgleichung, wobei die aus der Potentialtheorie resultierende Geschwindigkeitsverteilung der Umströmung des Kreiszyinders zugrundegelegt wurde, die bei großen Reynoldszahlen gültig ist.

Für den Radius $r_{a,max}$, den der Anlagerungsbereich maximal erreichen kann, erhalten NESSET und FINCH folgende Beziehung:

$$r_{a,max} = \left(\frac{N_L}{2,5} \right)^{2/5} \quad (83)$$

Der maximale Radius der Anlagerungszone ist damit nur eine Funktion der dimensionslosen Kennzahl N_L , die definiert ist durch:

$$N_L = \frac{9}{\sqrt{2}} \frac{a}{b} \sqrt{\frac{1}{Re}} \frac{v_m}{v_0} \quad (84)$$

Die in Gleichung 84 angegebene Reynoldszahl wird dabei mit dem Drahtdurchmesser $2a$ gebildet.

Die Partikelanlagerung, die in der transversalen Anordnung auftritt, kann mit der Modellvorstellung von NESSET und FINCH nicht mehr beschrieben werden. Der Anlagerungsbereich wächst senkrecht zur Strömung in das Strömungsfeld hinein, sodass einerseits kein zylinderförmiges Hindernis mehr umströmt wird und andererseits die Strömungskräfte auf der ganzen Breite auf die Anlagerungszone einwirken und diese in charakteristischer Weise verformen. Die exakte Beschreibung des Verformungszustandes der Anlagerungszone ist ein schwieriges Problem, das darin begründet ist, dass die vom strömenden Fluid auf die Anlagerungszone ausgeübten Druck- und Reibungskräfte bekannt sein müssen. Diese Druck- und Reibungskräfte sind entlang der Oberfläche des Anlagerungsbereichs verteilte Größen und müssen aus dem Druckfeld der Strömung bzw. der Wandschergeschwindigkeit und der Verteilung des Schubspannungsvektors an der Wand berechnet werden.

Zusätzlich müsste ein Stoffgesetz bekannt sein, das den Zusammenhang zwischen den auf die angelagerten Partikelagglomerate einwirkenden Spannungen und den daraus resultierenden Deformationen formuliert.

Da aber weder das Geschwindigkeitsfeld der Umströmung noch ein entsprechendes Stoffgesetz bekannt sind, wurde in dieser Arbeit darauf verzichtet, die durch die Anströmung hervorgerufene Verformung der Anlagerungszone zu beschreiben. Vielmehr wurde versucht, mit einer stark vereinfachten Modellvorstellung, die nur die wesentlichen Charakteristiken der Partikelanlagerung beinhaltet, zu sinnvollen Ergebnissen zu kommen.

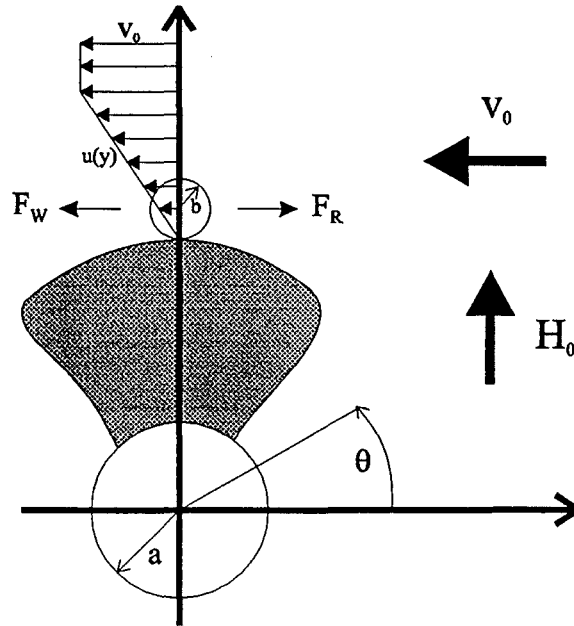


Abbildung 9: Schematische Darstellung eines Anlagerungsbereichs für die tangentielle Anordnung zwischen Magnetfeld- und Strömungsrichtung.

Zur Herleitung eines Ausdrucks für den Sättigungsradius wird die in Abbildung 9 skizzierte Modellanordnung herangezogen. Eine kugelförmige Partikel mit Radius b sitzt bei $\theta = 90^\circ$ fest auf der Oberfläche der Anlagerungszone und ist einer Strömung ausgesetzt. Die Begrenzung der Anlagerungszone soll die Eigenschaft einer festen und glatten Wand haben; die Bewegung der Flüssigkeit ohne das kugelförmige Teilchen soll einer gleichmäßigen linearen Scherströmung entsprechen. Für diese Konstellation sind die beiden dominierenden Kräfte, die parallel zur Kontaktfläche auf die Partikel einwirken, die Schleppkraft der Anströmung F_W und eine Reibungskraft F_R , die der die Bewegung verursachenden Strömungskraft entgegengerichtet ist. Die magnetische Kraft in tangentialer Richtung ist an diesem Ort identisch Null. Die Reibungskraft ist der senkrecht zur Kontaktfläche wirkenden Kraft proportional. Diese Normalkraft wird durch die magnetische Kraft in radialer Richtung repräsentiert. Für die Reibungskraft gilt somit die folgende Beziehung:

$$F_R = f_R F_{M,r} \quad (85)$$

f_R ist die Reibungszahl, die im Bereich zwischen Null und Eins liegen muss, da die Reibungskraft stets kleiner als die Normalkraft ist. Mit der Reibungszahl f_R sind sowohl Haftreibung als auch Rollreibung berücksichtigt, da beide Reibungsarten denkbar sind. Der mathematische Ausdruck für die magnetische Kraft in radialer Richtung ist in Gleichung 52 angegeben. Zusammen mit Gleichung 31, in der das Magnetfeld um einen magnetisierten Zylinder in einem in vertikaler Richtung verlaufenden Hintergrundfeld aufgeführt ist, folgt schließlich für $F_{M,r}$:

$$F_{M,r} = \frac{4\pi\mu_0\chi b^3 M a^2}{3r^3} \left(\frac{M a^2}{2r^2} - H \cos 2\theta \right) \quad (86)$$

Die Berechnung der an einer Partikel angreifenden hydrodynamischen Kräfte in unmittelbarer Wandnähe war Gegenstand vieler Untersuchungen [30] [31] [32]. Da die Partikeln in der laminaren Grenzschicht schleichend umströmt werden, kann zur Berechnung der Schleppkraft die STOKES-Beziehung benutzt werden. In allen Arbeiten, die sich dieser Problematik widmen, zeigte sich, dass im Vergleich mit den Werten des Widerstandsbeiwertes für eine kugelförmige Partikel in einer Kolbenströmung die unmittelbare Nähe einer Wand zu größeren Widerstandsbeiwerten führt. Dies beruht auf der von der Wand beeinflussten Scherströmung, die die Ursache einer unsymmetrischen Partikelumströmung ist. Der hydrodynamische Widerstand kann demnach entsprechend Gleichung 87 berechnet werden, in der die STOKES-Beziehung mit einer Korrektur versehen wurde, die den Einfluss der Wand auf den Strömungswiderstand berücksichtigt:

$$F_w = f_w 6 \pi \eta b u(b) \quad (87)$$

Der Faktor der Widerstandserhöhung wurde dabei mit f_w bezeichnet. In theoretischen Untersuchungen geben O'NEILL [30] und GOLDMANN [31] als Erhöhungsfaktor den Wert 1,7 an. RUBIN [33] hat das Widerstandsverhalten einer einzelnen kugelförmigen Partikel in einer laminaren Kanalströmung an der Kanalwand experimentell bestimmt. Er kam zu dem Ergebnis, dass sich der Widerstandsbeiwert aufgrund des Wandeinflusses im Vergleich zur STOKESschen Reibungskraft um den Faktor 2,34 erhöht. Eine numerische Simulation der Umströmung fest an einer Wand anhaftender Partikel auf der Grundlage der vollständigen NAVIER-STOKES-Gleichungen, die in jüngster Zeit von NIRSCHL und POLZER [34] durchgeführt wurde, bestätigt die experimentellen Ergebnisse von RUBIN.

Die in Gleichung 87 aufgeführte Geschwindigkeit $u(b)$ steht für die ungestörte Anströmgeschwindigkeit im Abstand des Partikelradius von der festen Berandung, die bei allen Autoren als die charakteristische Geschwindigkeit des Problems herangezogen wurde.

Eine Kräftebilanz bei einer Winkellage von 90 Grad führt auf den Radius, bei dem eine Partikel stabil bleibt.

$$F_R = F_w \quad \text{bei } \theta = 90^\circ \quad (88)$$

Wenn berücksichtigt wird, dass der Kosinus in Gleichung 86 für $\theta = \pi/2$ zu -1 wird, folgt für den maximalen Radius der Anlagerungszone:

$$r_{a,max}^5 - \frac{f_R}{f_w} \frac{v_m}{u(b)} r_{a,max}^2 - \frac{f_R}{f_w} \frac{v_m}{u(b)} K = 0 \quad (89)$$

Die auf Höhe des Partikelmittelpunktes herrschende Geschwindigkeit $u(b)$ ist kleiner als die Geschwindigkeit der Außenströmung, da innerhalb einer dünnen Strömungsgrenzschicht die Geschwindigkeit vom vollen Wert der Außenströmung v_0 auf den Wert Null an der Wand abfällt.

Hat diese Grenzschicht die Dicke δ und wird ein lineares Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht vorausgesetzt und ist y die Koordinate senkrecht zur Wand, so kann der Geschwindigkeitsabfall für $y < \delta$ beschrieben werden durch $u(y) = (v_0/\delta) \cdot y$. Ist $y > \delta$ hat die Geschwindigkeit den Wert der Außenströmung erreicht und es gilt $u(y) = v_0$.

Die für laminare Grenzschichten typische Abhängigkeit zwischen der Dicke δ , der Lauflänge x und der Geschwindigkeit der Außenströmung v_0 ist nach SCHLICHTING [29]:

$$\delta(x) = f_G \sqrt{x} \sqrt{\frac{\nu}{v_0}} \quad (90)$$

Die Grenzschichtdicke ist somit proportional zur Wurzel aus Lauflänge und kinematischer Viskosität. Andererseits ist die Grenzschicht um so dünner, je größer die Geschwindigkeit der Außenströmung ist. Der in Gleichung 90 noch unbestimmte Zahlenfaktor f_G ergibt sich aus der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht, die durch eine Lösung der Grenzschichtgleichungen ermittelt werden kann. Im Falle einer dünnen, längsangeströmten Platte gilt für f_G der Wert 5 [29]. Die Bestimmungsgleichung zur Berechnung des Geschwindigkeitsabfalls in der Grenzschicht lautet schließlich:

$$u(y) = \frac{v_0}{f_G} \sqrt{\frac{v_0}{x \nu}} y \quad (91)$$

Zur Abschätzung der Größenordnung der maximalen Radien der Anlagerungsbereiche und zur Veranschaulichung des Unterschieds, den die Modelle für die beiden Anordnungen zwischen Magnetfeld- und Strömungsrichtung voraussagen, wird nachfolgend eine Beispielrechnung durchgeführt. Dazu ist es vorab notwendig, für die zum Teil unbekanntenen Zahlenfaktoren f_G , f_w , und f_R sinnvolle Zahlenwerte einzusetzen. Die Rechnung wurde mit $f_R = 0,1$, $f_w = 2,34$ und $f_G = 5$ durchgeführt. Die Lauflänge x ist abhängig von der Größe der Anlagerungszone. Vereinfachend wurde hier die Annahme gemacht, dass die Grenzschicht nach einer Lauflänge, die $1/8$ des mit $r_{a,max}$ gebildeten Kreisumfangs ausmacht, berechnet wird. Der entsprechende Ansatz hierzu lautet: $x(r_{a,max}) = \pi/4 \cdot a \cdot r_{a,max}$

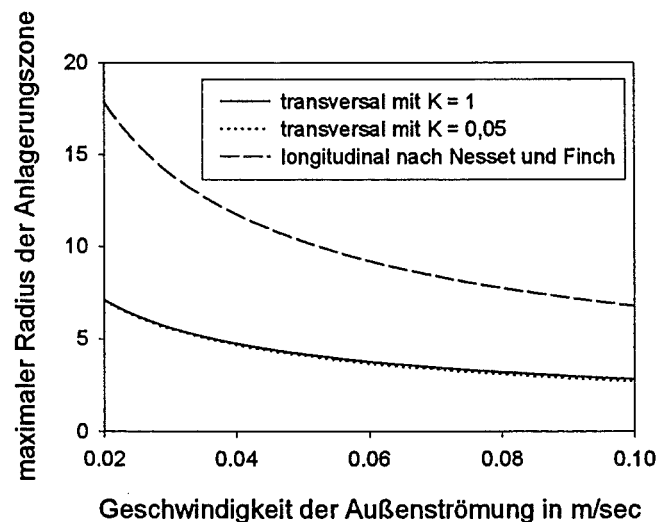


Abbildung 10: Vergleich der Radien der Anlagerungszonen, die in transversaler und longitudinaler Anordnung maximal auftreten. (gerechnet mit $a = 0,25$ mm, $b = 33 \cdot \mu\text{m}$, $v_m = 4$ m/sec, $\nu = 10^{-6}$ m²/sec)

Aus Abbildung 10 wird deutlich, dass die Ausdehnung, die eine Anlagerungszone in der longitudinalen Anordnung erreichen kann, diejenige der transversalen Anordnung erheblich übersteigt. Dabei ist zu bedenken, dass der Zahlenwert für f_R von 0,1 eine obere Grenze darstellt und kleinere Werte für f_R zu kleineren Anlagerungszonen führen würden. Im Mittel sind die maximalen Radien um den Faktor 2,4 größer. Weiterhin ist erkennbar, dass die Kennzahl K keinen Einfluss auf die Ausdehnung der Anlagerungszone der transversalen Anordnung hat.

Auch meinte ich in meiner Unschuld, dass es für den Physiker genüge, die elementaren mathematischen Begriffe klar erfasst und für die Anwendungen bereit zu haben, und dass der Rest in für den Physiker unfruchtbaren Subtilitäten bestehe - ein Irrtum, den ich erst später mit Bedauern einsah.

Albert Einstein

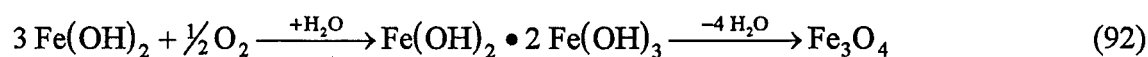
3 Experimentelle Methoden

3.1 Herstellung der Versuchssuspensionen

Die Herstellung der Versuchssuspensionen erfolgte mit der bereits in der Einleitung erwähnten Vorgehensweise, nach der Magnetiterzeugung, Schwermetallfällung und Flockung in separaten Verfahrensstufen durchgeführt werden. Als Schwermetall wurde exemplarisch das Element Kupfer ausgewählt.

3.1.1 Herstellung der Magnetitsuspension

Eine Erzeugung von Magnetit kann in wässriger Phase durch Oxidation von Eisen(II)-hydroxid mit Luftsauerstoff erfolgen [35]. Dazu wurde in einer separaten nasschemischen Stufe aus einer Eisen(II)-sulfatlösung durch stöchiometrische Fällung mit Natronlauge eine Eisen(II)-hydroxidsuspension hergestellt, die mit Luftsauerstoff zum Magnetit oxidiert wird. Die bei der Oxidation ablaufende Reaktion, die über ein Eisen(II)/Eisen(III)-Mischhydroxid führt, kann wie folgt formuliert werden:



Der dabei gebildete Magnetit ist ein Eisen(II)/Eisen(III)-oxid und besitzt die Festkörperstruktur eines Inversspinells. Aus der Struktur folgt auch das ferrimagnetische Verhalten von Magnetit im Magnetfeld [36].

Als Reaktionsapparatur kam ein doppelwandiges Temperiergefäß zum Einsatz, das an den externen Wasserkreislauf eines Thermostaten (Lauda K2R D) angeschlossen war. In das nach oben offene Gefäß tauchten ein Internig-Axialrührer zur turbulenten Durchmischung der Reaktionslösung, eine pH-Elektrode (Radiometer), ein Thermometer (DIN 12778) und eine Fritte (Porositätsklasse 2), die zur Einleitung von Umgebungsluft an eine Membranpumpe (KNF Neuberger N72 KN.18) angeschlossen war. Zur definierten Zugabe von Natronlauge zur Reaktionslösung wurde eine Bürette (50 mL) verwendet. Die pH-Messung erfolgte mit einem Digital-pH-Meter der Firma Knick Typ 646. Der schematische Aufbau der Apparatur ist in Abbildung 11 dargestellt.

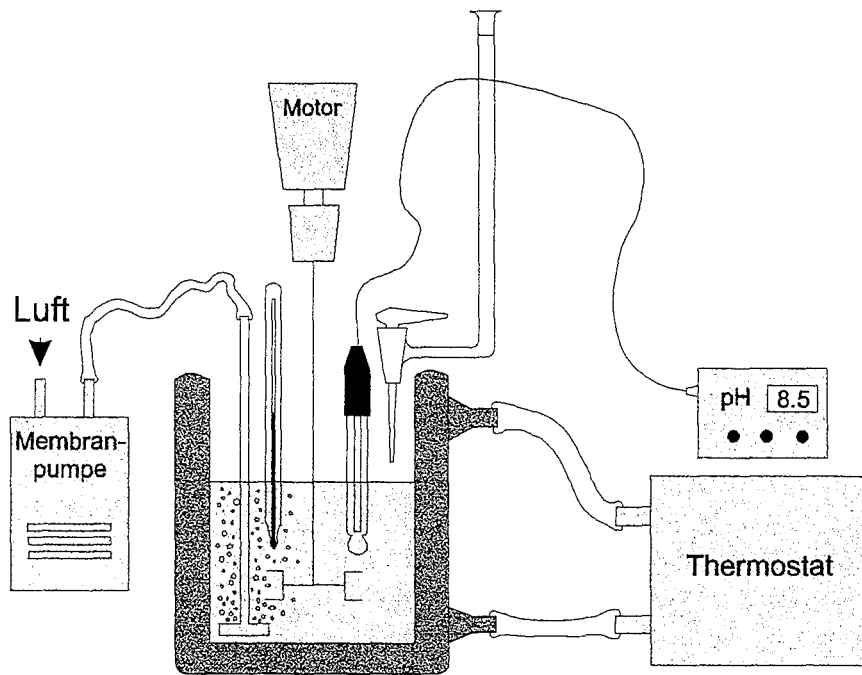


Abbildung 11: Darstellung der Versuchsanlage zur nasschemischen Synthese von Magnetit.

Die Herstellung der Magnetitsuspension erfolgte anhand der im Folgenden aufgelisteten Vorgehensweise:

1. Im Reaktionsgefäß wurden 500 mL destilliertes Wasser vorgelegt und nach Einschalten des Rührmotors (Rührgeschwindigkeit: 400 U/min) auf 25 °C thermostatisiert.
2. Das thermostatisierte Wasser wurde mit einer für das später im Flockungsbehälter gewünschte Cu/Fe-Verhältnis notwendigen Menge an Eisen(II)-sulfat-heptahydrat ($FeSO_4 \cdot 7H_2O$) versetzt.
3. Nach einer Lösezeit von 5 Minuten erfolgte die Zugabe der zur Bildung von Eisen(II)-hydroxid erforderlichen Menge an Natronlauge mit einer Bürette. Die Konzentration der Natronlauge betrug 1 mol/L.
4. Nach Absinken des pH-Wertes unter 9,5 wurde die Membranpumpe eingeschaltet, um Umgebungsluft über eine Fritte in die Reaktionslösung einzuleiten.
5. Bei Erreichen eines pH-Wertes kleiner als 6 wurde die Reaktion als abgeschlossen betrachtet.

Diese Magnetitsuspension wurde vor dem Fällungsvorgang dem Flockungsbehälter zugemischt.

3.1.2 Herstellung der Flocken

Die Kupferfällung und Flockung wurde in einem zylinderförmigen, 20 L fassenden Kunststoffbehälter durchgeführt. Als Rührwerk diente ein dreiblättriger Internig-Axialrührer. Mit einer pH-Elektrode (Schott N65) und einem pH-Meter (WTW pH 530) konnte der pH-Wert im Flockungsbehälter überwacht werden.

Die Vorgehensweise war wie folgt:

1. Einfüllen von 19,5 L deionisiertem Wasser in den Flockungsbehälter und Einschalten des Rührmotors (Rührgeschwindigkeit: 200 U/min).

2. Zugabe einer für das einzustellende Cu/Fe-Verhältnis notwendigen Menge an Kupfer(II)-sulfat-pentahydrat.
3. Zugabe von 500 mL frisch hergestellter Magnetitsuspension nach einer Lösezeit von mindestens 10 min.
4. Einstellen des pH-Wertes mit Natronlauge (1 mol/L) zwischen 9,5 und 10.
5. Einstellen der Rührgeschwindigkeit auf 50 U/min zur Flockung, die mindestens 1 Stunde dauerte, bis die Flocken für weitere Untersuchungen verwendet wurden.

Die Versuche wurden mit Cu/Fe-Massenverhältnissen von 0,5; 1; 2 und 4 durchgeführt. Die sich aus dieser Vorgabe ergebenden Einwaagen der Salze sind der Tabelle 1 zu entnehmen.

Tabelle 1: Einwaagen an $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ und $FeSO_4 \cdot 7H_2O$ und benötigte Volumina an $NaOH$ zur stöchiometrischen Fällung des Eisensulfats.

	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$ in g	$FeSO_4 \cdot 7H_2O$ in g	$NaOH$ (1 mol/L) in mL
Cu/Fe = 0,5	1,179	2,987	21,5
Cu/Fe = 1	1,965	2,489	17,9
Cu/Fe = 2	2,357	1,493	10,7
Cu/Fe = 4	3,143	0,996	7,16

3.2 Charakterisierung der Flockensuspensionen und der Stähle

Ein zentraler Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit war die Ermittlung der Flockenstruktur. Unter diesem Begriff werden im Wesentlichen die Flockengröße, die Flockenform und der Feststoffgehalt einer Flocke verstanden.

Zunächst wurde der Frage nach Flockengröße und Flockenform nachgegangen. Ein wesentlicher Punkt war hierbei das Finden geeigneter Dispersitätsmerkmale.

Ziele weiterer Untersuchungen waren zum einen die Ermittlung der magnetischen Eigenschaft des in den Flocken vorhandenen Feststoffs, zum anderen musste der Gehalt dieses Feststoffs in den Flocken bestimmt werden.

Zur Abscheidung der magnetithaltigen Flocken wurden Drähte mit zwei unterschiedlichen Stahlsorten eingesetzt, die hinsichtlich ihrer Dichte und Sättigungsmagnetisierung charakterisiert wurden.

3.2.1 Größe und Form der Flocken

Die in dieser Arbeit für die Untersuchung ausgewählten magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken sind unregelmäßig geformte Partikeln, die es notwendig machen, zum einen eine Vereinbarung zu treffen, wie eine ordnende Unterscheidung zwischen den Einzelpartikeln des Flockenkollektivs vorgenommen werden kann. Zum anderen musste eine geeignete Messmethode gefunden werden, mit der die als wesentlich erkannten Unterscheidungsmerkmale auch gemessen werden konnten.

Hierzu wurde ein System aufgebaut, das mit den wesentlichen Komponenten ausgestattet war, die für eine Bildverarbeitungsaufgabe notwendig sind. Mit den Methoden der Bildauswertung können wichtige Dispersitätsmerkmale der Partikeln anhand ihrer Projektionsflächen berechnet werden.

3.2.1.1 Die Bildauswerteeinheit

Die Bildauswerteeinheit bestand aus einem mit einer CCD-Kamera (Sanyo VCC-2972) ausgerüsteten Stereomikroskop (Wild M3), einem Videorecorder (Panasonic AG-7355), einem Farb-Video-Monitor (Panasonic BT-H 1450Y) und einem Pentium-Rechner mit Videokarte (Screen Machine II) und installierter Bildauswertesoftware (Optimas 5.10). Abbildung 12 zeigt schematisch den prinzipiellen Aufbau des Systems.

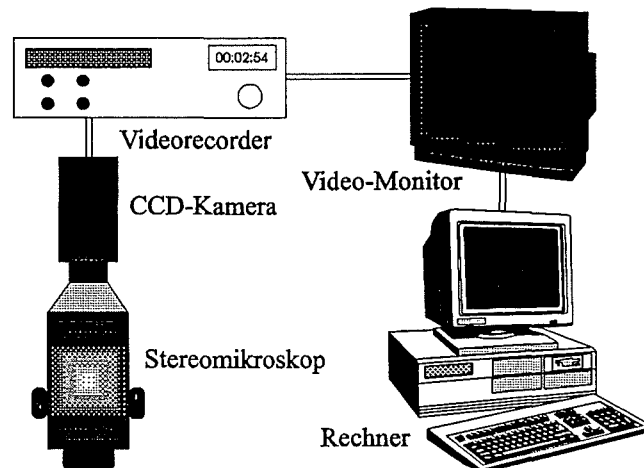


Abbildung 12: Aufbau des zur Messung von Flockengröße und Flockenform eingesetzten Bildauswertesystems.

Die Arbeitsweise des Bildanalyseprogramms war wie folgt: Von den Partikeln einer Analysenprobe wird mit dem Stereomikroskop ein optisches Bild gewonnen, das in der CCD-Kamera in ein analoges elektrisches Bild umgewandelt wird und als Monitorbild zu sehen ist. Dieses Monitorbild wird auf SVHS-Magnetband analog gespeichert und mittels der Videokarte werden zur Auswertung geeignete Videosequenzen digitalisiert und in gängige Bildformate abgespeichert. Nach Übernahme der Bilddateien in das Bildanalyseprogramm ist es möglich, durch eine Grauwertdetektion die Partikelbegrenzungen klar zu definieren, sodass die Software Größe und Form der Partikelprojektionen ermitteln kann.

Da die zur Auswertung verwendeten Bilder immer den Zustand der Partikeln in einer Suspension zeigen, sind die dabei gemessenen Projektionsflächen die Projektionsflächen bei statistischer Lage der Partikeln. Diese unterscheiden sich von den Projektionsflächen bei stabiler Partikellage, da z.B. Partikeln auf dem Objektträger eines Mikroskops in aller Regel ihre größte Projektionsfläche zeigen.

Da bei unregelmäßig geformten Flächen die Angabe eines eindeutigen geometrischen Längenmaßes nicht möglich ist, bedarf es einer genauen Festlegung, welche Länge gemessen werden soll. Eine solche statistische Längenangabe ist der Feret-Durchmesser, der in dieser Arbeit ausschließlich zur Größencharakterisierung der Projektionsflächen und damit der Partikeln Verwendung findet. Er ist definiert als der Abstand zweier Tangenten, die senkrecht zu einer vorgegebenen Messrichtung an gegenüberliegenden Seiten der Projektionsfläche angelegt werden.

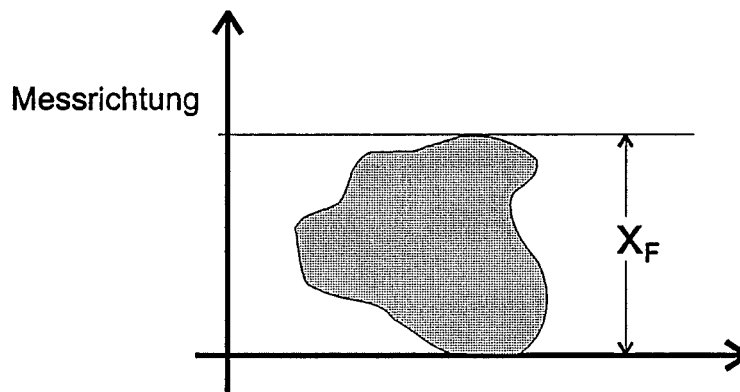


Abbildung 13: Definition des Feret-Durchmessers x_F einer unregelmäßig geformten Partikel.

Die Bildauswertesoftware gibt für eine Partikelprojektionsfläche 16 Feret-Durchmesser an, die mit 16 unterschiedlichen Messrichtungen, beginnend bei 0 Grad in der Horizontalen bis 180 Grad in Schritten von 11,25 Grad berechnet werden. Jeder Projektionsfläche ist somit eine Verteilung der Feret-Durchmesser zugeordnet. In dieser Arbeit wurde als der Feret-Durchmesser der Partikel der arithmetische Mittelwert aus diesen 16 Messwerten verwendet.

Neben der Größe hängen die Partikeleigenschaften in vielen Fällen auch von der Partikelform ab. Geeignete Maßzahlen zur Beschreibung der Partikelform können gefunden werden, wenn man zwei unabhängig voneinander an einer Partikel gemessene Größen vergleicht. Das Verhältnis der beiden Partikelgrößen wird Formfaktor genannt. In dieser Arbeit werden zwei Formfaktoren verwendet. Der eine setzt die Oberfläche der volumengleichen Kugel mit der tatsächlichen Oberfläche der Partikel in Bezug und wird nach Wadell als Sphärizität ψ_w , bezeichnet.

$$\Psi_{wa} = \frac{\text{Oberfläche der volumengleichen Kugel}}{\text{tatsächliche Oberfläche}} = \frac{\pi x_v^2}{\pi x_s^2} = \left(\frac{x_v}{x_s} \right)^2 \quad (93)$$

Der andere zur Formbeschreibung eingesetzte Formfaktor wird mit $\psi_{v,pm}$ bezeichnet und vergleicht den Durchmesser der volumengleichen Kugel mit dem Durchmesser des Kreises mit gleicher Projektionsfläche.

$$\Psi_{v,pm} = \frac{x_v}{x_{pm}} \quad (94)$$

Der Zusammenhang zwischen diesen beiden Formfaktoren kann mit dem Satz von Cauchy hergestellt werden, der für Körper ohne konkave Oberflächenbereiche gültig ist:

$$4 A_{pm} = S \quad (95)$$

Das bedeutet, dass das Vierfache der mittleren Partikelprojektionsfläche A_{pm} – gemittelt über alle Raumorientierungen – der Oberfläche S dieser Partikel entspricht. Aus Gleichung 95 folgt, dass der Durchmesser des mit A_{pm} gebildeten projektionsflächengleichen Kreises gleich dem Durchmesser der oberflächengleichen Kugel ist ($x_{pm} = x_s$). Somit stehen die beiden Formfaktoren in dem in Gleichung 96 formulierten Zusammenhang:

$$\Psi_{\text{Wa}} = \Psi_{\text{v/pm}}^2 \quad (96)$$

Zur Berechnung von Flockenformfaktoren aus den bildanalytischen Daten bietet Optimas die Möglichkeit, eine Ellipse an die jeweilige Flockenprojektionsfläche anpassen zu lassen, sodass als Analyseergebnis eine Rotationsachse A und ein Achsenverhältnis c zugänglich sind. Da in der Regel mehrere Aufnahmen der gleichen Partikel vorliegen, deren Projektionsfläche in beliebiger Raumorientierung erfasst wird, resultieren dementsprechend auch mehrere Rotationsachsenlängen und Achsenverhältnisse, von denen jeweils die Mittelwerte (\bar{a} und \bar{c}) gebildet werden. Ordnet man den Flocken vereinfachend die Form eines Rotationsellipsoids zu, so kann mit dem o.a. Theorem von Cauchy das mittlere Achsenverhältnis \bar{c} der mit Optimas gemessenen Ellipsenflächen in das Achsenverhältnis c des zugehörigen Rotationsellipsoids umgerechnet werden. Für den Formfaktor $\Psi_{\text{v,pm}}$ gilt dann folgender Zusammenhang:

$$\Psi_{\text{v,pm}} = \frac{2c^{2/3}}{\sqrt{2cX}} \quad (97)$$

mit der Abkürzung

$$X = c + \frac{\arcsin \sqrt{1-c^2}}{\sqrt{1-c^2}} \quad (98)$$

Die genauen Zusammenhänge können dem Anhang (Kapitel 7.2) entnommen werden.

3.2.1.2 Messung der Partikelgrößenverteilung

Die Modellierung eines Magnetfilters kann nur gelingen, wenn die das Partikelkollektiv beschreibende Partikelgrößenverteilung, mit dem dieser beaufschlagt wird, möglichst genau bekannt ist. Dabei muss gewährleistet sein, dass die Flockengrößenmessung über den Zustand Aussagen liefert, wie er auch in einem Magnetfilter vorliegt. Die Messanordnung sollte also zum einen eine Beobachtung der strömenden Partikel ermöglichen, da die Flocken durch die in einer Strömung auftretenden Scherbeanspruchungen zerteilt werden können und somit in der Strömung kleiner sind als im Flockungsbehälter. Weiterhin sollte die Messung im Magnetfeld stattfinden, da ein Magnetfeld, bedingt durch eine mögliche magnetische Flocculation, ebenfalls Auswirkungen auf die Flockengröße haben kann.

Zur Messung der Partikelgrößenverteilung wurde die Bildanalyseeinheit herangezogen, die eine Einzelbildanalyse erlaubt, welche dann durch reines Zählen und Abmessen der Partikeln Aussagen über die Partikelgrößenverteilung liefert. Dazu wurde eine Durchflussküvette, auf deren Aufbau in Kapitel 3.3.1.2 detaillierter eingegangen wird, im Luftspalt eines Permanentmagnetsystems (näheres dazu siehe Kapitel 3.3.1.1) eingesetzt. Die zu messende Flockensuspension wurde nach ausreichend langer Flockungsdauer mit einer Strömungsgeschwindigkeit von 0,017 - 0,025 m/sec durch die Durchflussküvette geleitet, währenddessen mit der Kamera die strömenden Partikeln auf Videoband aufgezeichnet wurden.

Zur späteren Auswertung wurden etwa 20 bis 30 Einzelbilder vom Videoband mit einem gängigen Bildformat als Bilddatei auf der Festplatte des Rechners abgespeichert, sodass eine Auswertung mit Optimas möglich war. Die auf den Einzelbildern befindlichen Partikeln wurden

mit Optimas automatisch identifiziert und vermessen, wobei als Partikelgrößenmerkmal der Feret-Durchmesser herangezogen wurde.

3.2.2 Dichtemessungen

Zur vollständigen Charakterisierung der magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken war es notwendig, Information über die Dichte einzelner Flocken und die Dichte des in den Flocken vorhandenen Feststoffs zu gewinnen.

Für die Partikelabscheidung an Drähten wurden zwei unterschiedliche Stahlsorten verwendet, die Dichte dieser Stähle musste ebenfalls bestimmt werden.

3.2.2.1 Dichtebestimmung der Stähle

Die Dichtebestimmung erfolgte an kurzen Drahtstücken, die einen Durchmesser von 0,5 mm aufwiesen und deren Länge mit einer Mikrometerschraube bestimmt wurde. Mit dem Gewicht dieser Drahtstücke konnte die Dichte bestimmt werden. Die Messungen wurden für jede Stahlsorte mit vier unterschiedlichen Drahtstücken durchgeführt.

3.2.2.2 Dichtebestimmung des Flockenfeststoffanteils

Um die Dichte des in den Flocken vorhandenen Feststoffgemisches messen zu können, musste der Feststoffanteil der Flockensuspensionen isoliert werden. Dies geschah nach folgender Vorgehensweise: Um die zu filtrierende Flüssigkeitsmenge von 20 L einzuengen, wurde die Suspension zuerst in mehreren Imhofftrichtern absedimentiert. Anschließend erfolgte eine Filtration der sedimentierten Flocken über 0,8 µm-Filter der Marke Sartorius mit Filternutsche und Wasserstrahlvakuum. Der Filtrerrückstand wurde im Vakuum über Phosphorpentoxid im Exsikkator getrocknet und anschließend gemörsert.

Die Volumenbestimmung des dabei anfallende Feststoffpulver kann entweder mit Hilfe eines Pyknometers erfolgen; alternativ dazu wird vor allem in der Technik das Volumen eines Pulvers nach der Anwendung von Pressdruck bestimmt. Die auf diese Weise bestimmte Dichte bezeichnet man als Pressdichte.

Zur Ermittlung der Pressdichte wurde das Feststoffpulver zu Tabletten mit einem Durchmesser von 5 mm bei einem Druck von $1,02 \text{ kN/m}^2$ gepresst. Die Dicke der Tabletten konnte mit einer Mikrometerschraube bis zu einer Genauigkeit von $\pm 0,001 \text{ mm}$ bestimmt werden. Mit dem auf diese Art und Weise ermittelten Tablettenvolumen und dem gemessenen Gewicht der Tablette konnte die Pressdichte des Feststoffs berechnet werden.

Zur pyknometrischen Bestimmung des Volumens des Feststoffpulvers wurde eine zuvor eingewogene Masse in ein Pyknometer mit eingeschliffenen Kapillarstopfen eingefüllt. Dann wurde das Pyknometer mit destilliertem, mit Natronlauge auf $\text{pH} = 9$ eingestelltem Wasser aufgefüllt, bis die Flüssigkeit aus der Kapillare des aufgesetzten Kapillarstopfens austrat. Nachdem das gefüllte Pyknometer im Wasserbad auf $20 \text{ }^\circ\text{C}$ temperiert und das außen anhaftende und aus der Kapillare austretende Wasser mit Fließpapier entfernt worden war, wurde die Wägung durchgeführt. Aus der Gewichts Differenz des mit Wasser gefüllten Pyknometers mit und ohne Pulver konnte das Feststoffvolumen berechnet werden.

3.2.2.3 Dichtebestimmung der einzelnen Flocken

Die Messung der Dichte einzelner Flocken, die als poröse Teilchenagglomerate aufzufassen sind, ist nur mit indirekten Methoden möglich. Da nach dem STOKES-Gesetz ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Größe und Dichte der Teilchen und ihrer Sinkgeschwindigkeit besteht, kann mit bekannter Sinkgeschwindigkeit und Teilchengröße auf die Teilchendichte geschlossen werden. Demzufolge wurden zur Messung der Flockendichte

Sedimentationsanalysen durchgeführt. Dafür wurde eine Glasapparatur eingesetzt, die sich im Wesentlichen aus einem 2 L Becherglas mit einem daran angeschlossenen zylindrischen Sedimentationsrohr mit einem Innendurchmesser von 3 cm und einer Länge von 45 cm zusammensetzte. Mit dem zwischen Becherglas und Sedimentationsrohr angeordneten Absperrhahn konnte gewährleistet werden, dass die Flocken in niedriger Konzentration unbehindert durch die Sedimentationsstrecke hindurch sedimentieren. Somit wird die tatsächlich Einzelteilchen-Sedimentationsgeschwindigkeit gemessen. Diese unterscheidet sich von der Sedimentationsgeschwindigkeit in einem Flockenkollektiv, da in Suspensionen mit einem Feststoffvolumenanteil $> 0,1\%$ eine erhebliche gegenseitige Beeinflussung der Partikel untereinander auftritt. In Abbildung 14 ist das Schema des Versuchsaufbaus skizziert.

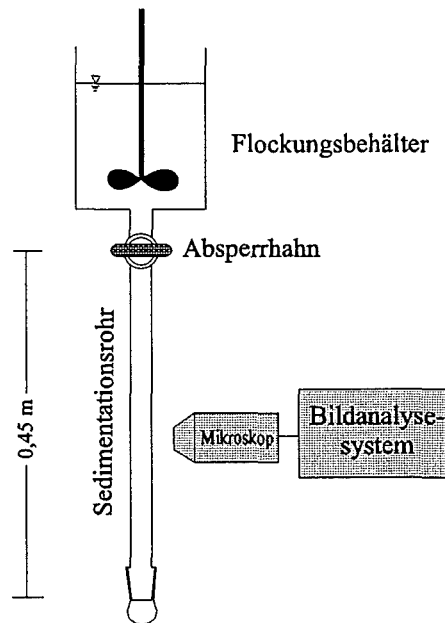


Abbildung 14: Aufbau der Versuchsanlage zur Messung der Sinkgeschwindigkeit von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken.

Der Ablauf einer Sedimentationsmessung ging wie folgt vonstatten: Dem 20 L fassenden Flockungsbehälter wurden 1,8 L Suspension entnommen und in das auf die Sedimentationsröhre aufgesetzte Becherglas überführt. Nach einer Flockungszeit von 2 Stunden wurde der Absperrhahn für kurze Zeit geöffnet, sodass wenige Flocken die Möglichkeit hatten, in die Wassersäule hinein zu sedimentieren. Sobald diese Flocken in das Gesichtsfeld des Stereomikroskops gelangten, wurde für wenige Sekunden die Beleuchtung eingeschaltet, während Kamera und Videorecorder bereits in Betrieb waren.

Entscheidend für eine korrekte Messung war, dass die zur Beleuchtung verwendete Kaltlichtquelle nur für kurze Zeit und mit einem ausreichend großen zeitlichen Abstand eingeschaltet wurde. Sobald die Beleuchtung längere Zeit (> 30 sec) in Betrieb war, konnten durch die Lichteinstrahlung bedingte Konvektionsströmungen in der Sedimentationsröhre beobachtet werden, die die Sedimentation der Flocken erheblich störten. In diesem Fall wurde die Wassersäule ausgetauscht und die Messung mit neuen Flocken fortgesetzt.

Mit dem Bildanalyse-system wurde das Sedimentieren der Flocken auf Videoband aufgezeichnet. Nach Abschluss eines Experiments wurden geeignete Videosequenzen Bild für Bild in Bilddateien auf der Festplatte des Rechners gespeichert und ausgewertet. Von besonderem Interesse war dabei die Ermittlung der Sedimentationsgeschwindigkeit, die sich berechnet aus der Wegstrecke einer Flocke zwischen zwei aufeinander folgenden Bildern und

der Zeitdifferenz zwischen diesen zwei Bildern. Aufgrund des PAL-Abtastsystems der Videokamera lag diese Zeitdifferenz immer bei 20 ms. In der Regel wurden zur Geschwindigkeitsmessung einer Flocke 4 bis 5 Aufnahmen im Abstand von 1 sec herangezogen und ein arithmetischer Mittelwert gebildet. Daneben wurden Flockengröße und Flockenform ermittelt.

Mit Hilfe der Sedimentationsgleichung kann mit der gemessenen Sinkgeschwindigkeit eine Flockendichte berechnet werden. Diese Sinkgeschwindigkeit wird bei nicht kugelförmigen Teilchen u.a. von deren Form bestimmt. Der Widerstandsbeiwert von unregelmäßig geformten Flocken ist somit neben der Reynoldszahl auch von deren Formfaktor abhängig. HEROLD und MÜLLER [37] haben Regressionsgleichungen angegeben, mit denen die Beschreibung experimenteller Ergebnisse zum Einfluss der Flockenform auf die Sinkgeschwindigkeit möglich ist. Bei der Berechnung der Flockendichte wurden die Gleichungen von HEROLD und MÜLLER mit herangezogen. Die Flockendichte ρ_F setzt sich zusammen aus der Dichte des in den Flocken eingelagerten Feststoffgemisches ρ_s und der Dichte des Flockenwassers ρ_l , die jeweils mit ihren Volumenanteilen multipliziert werden müssen.

$$\rho_F = (1 - \varepsilon) \rho_s + \varepsilon \rho_l \quad (99)$$

Nach Umformung von Gleichung 99 folgt die in Gleichung 100 angegebene Beziehung, mit der die Flockenporosität ε bzw. der Flockenfeststoffanteil $(1 - \varepsilon)$ berechnet werden kann.

$$(1 - \varepsilon) = 1 - \frac{\rho_s - \rho_F}{\rho_s - \rho_l} \quad (100)$$

Die Genauigkeit des Messverfahrens wurde an Ionenaustauscherkügelchen (AG[®] 1-X10) mit Partikeldurchmessern zwischen 140 und 300 μm nachgewiesen. Die aus der Sinkgeschwindigkeit berechnete Teilchendichte ist in Abhängigkeit der Teilchengröße in Abbildung 15 dargestellt. Laut diesen Ergebnissen liegt die mittlere Dichte des Harzes bei $1,17 \text{ g/cm}^3 \pm 0,02 \text{ g/cm}^3$. Die Dichtebestimmung des Ionenaustauscherharzes mit einem Pyknometer ergab einen Wert von $1,15 \text{ g/cm}^3$.

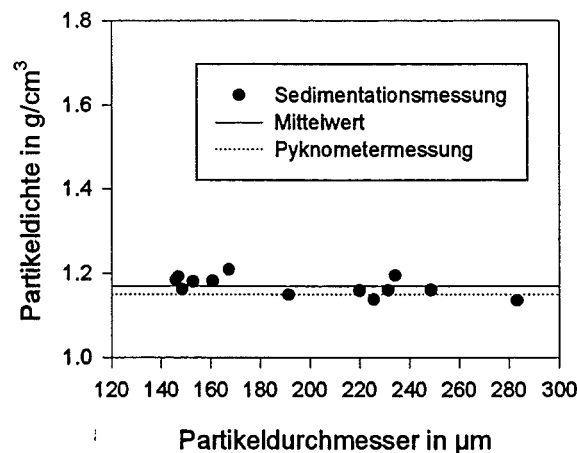


Abbildung 15: Darstellung der aus der Sinkgeschwindigkeit berechneten Dichte von Ionenaustauscherteilchen.

3.2.3 Magnetische Messungen

Die Magnetisierungsmessungen wurden mit einem Vibrationsmagnetometer (Oxford VSM) in einem Magnetisierungsfeld zwischen 0 und $1,6 \cdot 10^6$ A/m durchgeführt. Das Messprinzip beruht auf der Vibration der Probe zwischen zwei gegengeschalteten Messspulen in einem homogenen Hintergrundfeld, wodurch eine Wechselspannung durch das die Probe umgebende Entmagnetisierungsfeld H_e in den Messspulen induziert wird, die proportional dem magnetischen Moment der Probe ist. Das angelegte Gleichfeld H_0 dient zum Magnetisieren der Probe und induziert keine Spannung. Die Messanordnung ist in Abbildung 16 skizziert.

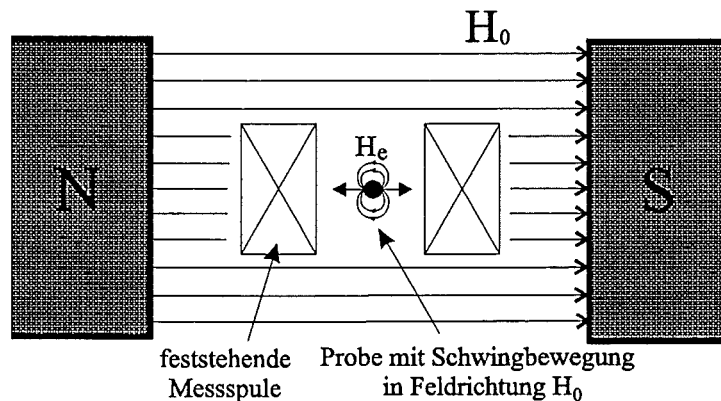


Abbildung 16: Messprinzip der Magnetisierungsmessung mit einem Vibrationsmagnetometer.

Für die Durchführung der Magnetisierungsmessungen war es notwendig, spezielle Probenhalter anzufertigen, die zum einen bestimmte Außenmaße besitzen mussten, um in die zur Aufnahme der Probe vorgesehene Bohrung eingeführt werden zu können, zum anderen musste eine Verbindung mit dem Probenaufnahmeastab des Vibrationsmagnetometers möglich sein. Die Probenhalter wurden aus Plexiglas gefertigt und waren mit einem 3 mm hohen, zylinderförmigen Raum von 3 mm Durchmesser ausgestattet, in den das Pulver eingefüllt werden konnte. Vor dem Verschließen des Probenhalters mit einem Gewindestopfen wurde das Pulver mit Hilfe eines Stempels von Hand verdichtet. Die Verbindung zum Probenaufnahmeastab des Vibrationsmagnetometers erfolgte durch ein Gewinde am anderen Ende.

Die Magnetisierungsmessungen der eingesetzten Stähle erfolgte mit Proben, die eine etwas veränderte Geometrie aufwiesen. Da nur Stahlproben mit einem Durchmesser von 0,5 mm verfügbar waren, wurde für die Magnetisierungsmessungen ein abgewandelter Gewindestopfen angefertigt, der den ganzen Probenraum des Probenhalters ausfüllte und am unteren Ende in einer zentralen, 3 mm tiefen Bohrung die Stahlprobe aufnehmen konnte. Die Maße des Probenhalters und der zwei Gewindestopfen können der Abbildung 17 entnommen werden.

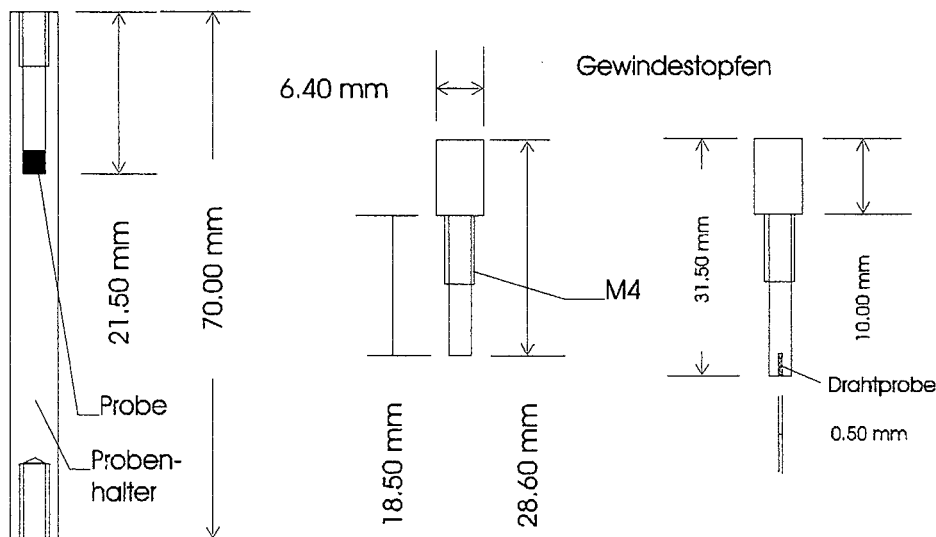


Abbildung 17: Probenhalter zur Aufnahme der Pulverproben und der Stahlproben für die Magnetisierungsmessung.

Um Aussagen über die absoluten Messwerte machen zu können, stand als Referenzprobe eine Nickelscheibe mit einer Reinheit von 99,99 % zur Verfügung, die passend für den Probenraum des Probenhalters gefertigt war und folglich die gleiche Geometrie wie die Pulverproben aufwies.

Die Sättigungsmagnetisierung dieses Nickels wurde bei der Firma Magnet Messtechnik Jürgen Ballanyi zu $53,177 \text{ A}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-1}$ bei $22 \text{ }^\circ\text{C}$ bestimmt. Dieser Messwert stimmt recht gut mit dem Literaturwert für reines Nickel nach LANDOLT-BÖRNSTEIN [38] überein, der $55,37 \text{ A}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-1}$ bei $13,51 \text{ }^\circ\text{C}$ angibt.

Zu Beginn einer Messreihe wurde die Sättigungsmagnetisierung der Referenzprobe bestimmt und mit dem Sollwert von $53,177 \text{ A}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-1}$ der Korrekturfaktor ermittelt, mit dem die Messwerte korrigiert wurden.

Die Magnetisierungskurven sämtlicher Nickel-Messungen, die immer mit der gleichen Nickel-Referenzprobe aber an unterschiedlichen Tagen gemessen wurden, sind im Anhang aufgeführt. Ab etwa $4\cdot 10^5 \text{ A/m}$, entsprechend ca. 0,5 Tesla, wird bereits die Sättigungsmagnetisierung erreicht, die zwischen $66,0$ und $66,4 \text{ A}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-1}$ liegt. Mit dem arithmetischen Mittel von $66,2$ und dem von der Firma Jürgen Ballanyi gefundenen Messwert errechnet sich ein mittlerer Korrekturfaktor von $0,803$, mit dem alle an den Pulverproben bestimmten Messwerte zu multiplizieren sind, um auf die korrekten Zahlenwerte zu kommen.

3.3 Beobachtung der Einfanggradienten und der Anlagerungszonen

Ein zentraler Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit war die direkte Beobachtung der Partikelbahnen und des Abscheideprozesses der magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken an einem magnetisierten Einzeldraht. Durch eine unmittelbare Messung der Einfanggradienten und der Anlagerungszonen der Flocken können die Ergebnisse der theoretischen Berechnungen direkt einer experimentellen Überprüfung unterzogen werden.

Der im Folgenden beschriebene Experimentierstand, der speziell für diesen Zweck entwickelt wurde, bietet einerseits die Möglichkeit, die Partikelbewegung und Partikelabscheidung zu

beobachten. Ferner können mit Hilfe des Bildverarbeitungssystems diese Beobachtungen auch quantifiziert werden.

3.3.1 Versuchsaufbau

In Abbildung 18 ist der Versuchsaufbau gezeigt, der im Prinzip aus zwei Einheiten bestand. Die eine Einheit diente dazu, die Flockensuspension so um einen magnetisierten Einzeldraht strömen zu lassen, dass eine Beobachtung der Partikelbahnen und der Partikelabscheidung möglich war. Das Bildverarbeitungssystem zur Erfassung und Auswertung der Partikelbewegung bildete die zweite Einheit. Wesentliche Bestandteile des Versuchsaufbaus waren die Durchflussküvette und das Permanentmagnetsystem, auf deren Aufbau später noch im Detail eingegangen wird.

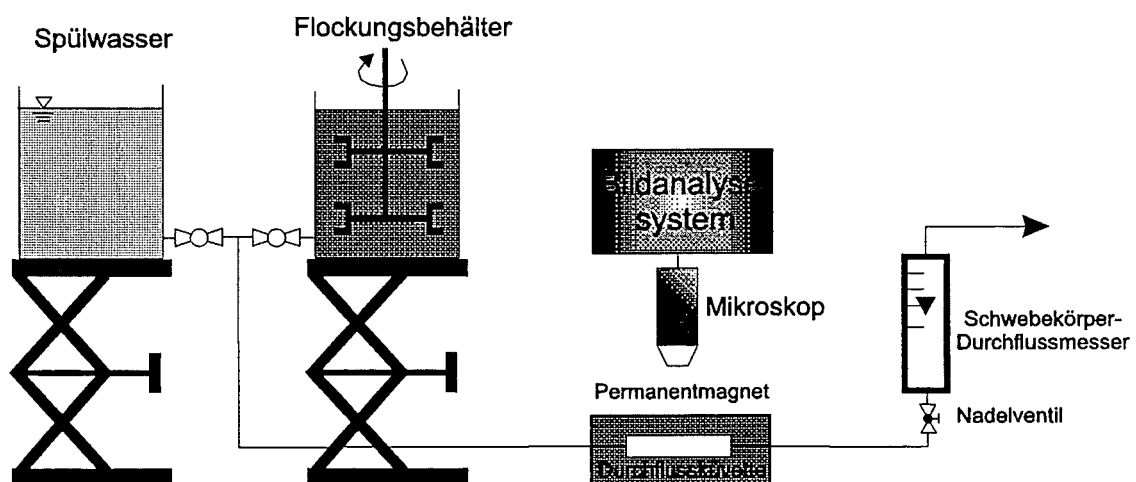


Abbildung 18: Aufbau des Experimentierstandes zur Beobachtung der Partikelbewegung und der Partikelabscheidung in der Umgebung eines magnetisierten Drahtes.

Zwei 2 Liter fassende Bechergläser mit am Boden angebrachten und mit Hähnen versehenen Auslässen enthielten die Flockensuspension und das Spülwasser. Die Bechergläser wurden erhöht auf Labor-Hebebühnen angeordnet, sodass der Durchfluss allein durch das hydrostatische Druckgefälle aufreht erhalten werden konnte. Dies hatte den Vorteil, dass in der Küvette ein vollkommen gleichmäßiger Durchfluss herrschte ohne irgendwelche durch Pumpen hervorgerufene Pulsationsbewegungen. Mit einem Nadelventil am Schwebekörper-Durchflussmesser konnte die Strömungsgeschwindigkeit in der Küvette reguliert werden. Die Verbindung der einzelnen Anlagenteile erfolgte mit Silikonschläuchen, deren Innendurchmesser und Wandstärke 2 mm bzw. 1 mm betrug.

3.3.1.1 Das Permanentmagnetsystem

Das zur Magnetisierung des in der Küvette befindlichen Drahtes notwendige Magnetfeld wurde von einem Permanentmagnetsystem erzeugt. Bei der Konstruktion dieses Permanentmagnetsystems war die wichtigste Forderung die nach einer ausreichend großen Feldstärke zur Sättigung der Drähte und des in den Flocken eingelagerten Magnetits.

Durch die Wahl eines magnetischen Werkstoffs mit dem größten realisierbaren Energieprodukt $(B \cdot H)_{\max}$, eines großen Magnetvolumens und eines möglichst kleinen Luftspalts, konnte der Forderung nach einer großen Feldstärke nachgekommen werden.

Für die Magnetblöcke wurde der zur Zeit leistungsfähigste Magnetwerkstoff auf NdFeB-Basis ausgewählt, der bedeutend höhere Werte des Energieprodukts besitzt als herkömmliche Dauermagnete, wie z.B. Ferrite. Zwei dieser NdFeB-Magnetblöcke wurden in einem Magnetsystem mit einem Luftspalt von 15 mm gegenüberliegend fixiert. Das rechteckige, aus Stahl St37 gefertigte Magnetjoch lenkt den magnetischen Fluss so, dass er fast vollständig den Luftspalt auf einer Fläche von 90×90 mm durchtritt, ansonsten aber durch das geschlossene Flussleitstück geführt wird. Das durchmagnetisierte Maß der Magnetblöcke beträgt 72 mm. Die übrigen Maße des Magnetsystems können der Abbildung 19 entnommen werden.

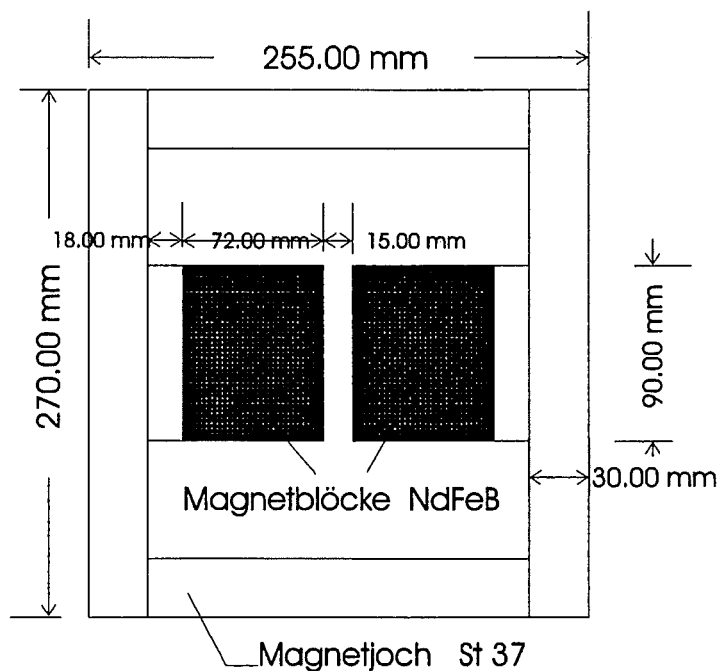
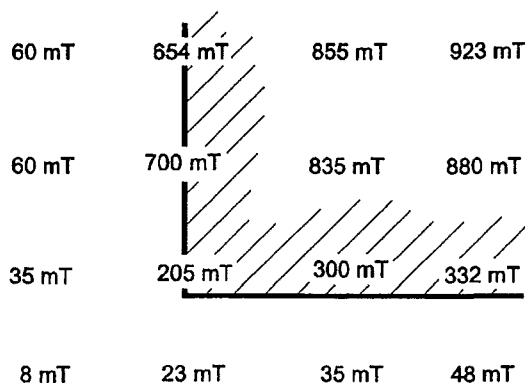


Abbildung 19: Skizze des Permanentmagnetsystem mit Bemaßung. Hersteller war die Magnetfabrik Schramberg.

Mit diesem Magnetsystem konnte in der Mitte des Luftspalts, der ausreichend groß ist, um darin noch eine Küvette gut handhabbar einsetzen zu können, eine maximale Flußdichte von 0,895 Tesla realisiert werden. Diese Flußdichte ist bei weitem ausreichend, um Stahldrähte und Magnetit in den Zustand der magnetischen Sättigung zu bringen. Die magnetische Flußdichte im Luftspalt wurde für ausgewählte Punkte sowohl direkt an der Polfläche (Luftspalt 0 mm), als auch im Abstand von 7,5 mm, also in der Mitte des Luftspalts, gemessen. Die Messergebnisse sind der Abbildung 20 zu entnehmen.

Messung bei Luftspalt ca. 0 mm



Messung bei Luftspalt ca. 7,5 mm

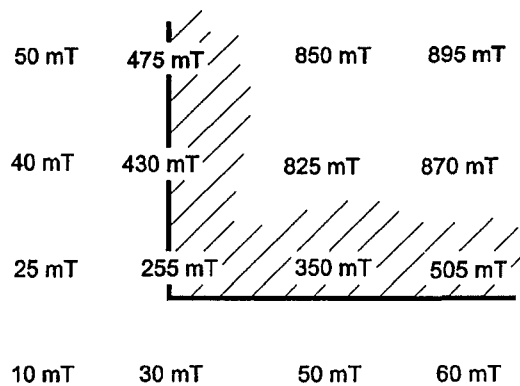


Abbildung 20: Flussdichten im Luftspalt zwischen den Polflächen des Permanentmagnetsystems und außerhalb des Luftspalts. Die Polflächen sind mit Schraffur angedeutet. Die Messungen wurden von der Magnetfabrik Schramberg im Bereich eines Viertels der Grundfläche von 90×90 mm durchgeführt. Der Messpunkteabstand ist ca. 22,5 mm.

3.3.1.2 Durchflussküvette

Um den Vorgang der Partikelabscheidung an magnetisierten Drähten visuell verfolgen zu können, musste eine Glasküvette konstruiert werden, die folgende Forderungen zu erfüllen hatte:

1. Die Glasküvette musste in den Luftspalt des Permanentmagnetsystems eingesetzt werden können.
2. Es musste möglich sein, eine Suspension durch einen Kanal mit nicht zu großer Schichtdicke im Durchfluss durch die Küvette zu leiten, sodass eine Beobachtung der Strömung möglich war.
3. Im Strömungskanal der Küvette musste sich ein Draht befinden, der so angeordnet sein sollte, dass die Anströmung senkrecht zur Drahtachse erfolgt. Es sollte möglich sein, diesen Draht zu Reinigungszwecken aus der Küvette entfernen zu können.

Alle drei Anforderungen erfüllt die in Abbildung 21 dargestellte und von der Firma HELMA in Sonderanfertigung aus optischem Spezialglas gebaute Küvette (Typ-Nr. 130.196-05).

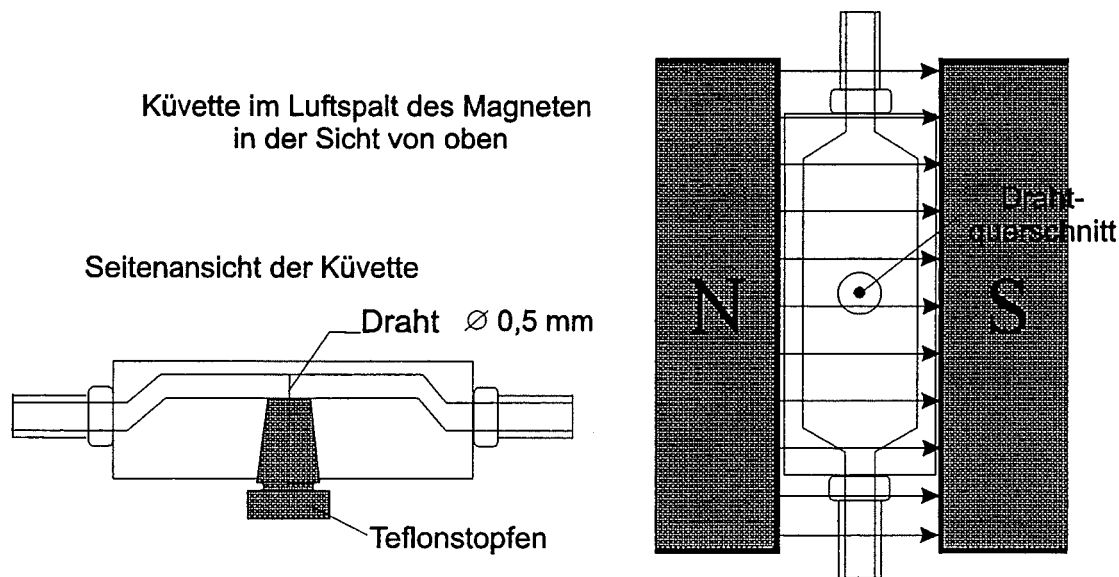


Abbildung 21: Schematische Darstellung der Durchflussküvette in einer Seitenansicht (links) und von oben zwischen den Polen des Permanentmagneten (rechts).

Die Küvette hat einen Strömungskanal von 10 mm Breite und 2 mm Höhe, an den entsprechende Zu- und Ablaufstutzen gekoppelt sind. In der Mitte der Küvette befindet sich eine konische Bohrung, die mit einem Teflonstopfen verschlossen werden kann. Dieser Teflonstopfen besitzt eine an dessen Stirnseite zentrale, 0,5 mm starke Bohrung, in die ein Drahtstück mit identischem Durchmesser eingesetzt wurde. Mit einem Außenmaß von 14 mm kann sie in den Luftspalt des Permanentmagnetsystems hineingebracht werden. Die Strömung durch die Küvette erfolgt senkrecht zu den Feldlinien des Magnetfeldes und entspricht damit der sogenannten transversalen Anordnung.

Die Blickrichtung des Beobachters, in diesem Fall des Stereomikroskops, ist lotrecht auf die innerhalb des Luftspalts platzierte Durchflussküvette gerichtet, sodass der Draht als Kreis abgebildet wird.

3.3.2 Versuchsdurchführung

Alle Versuche wurden mit Kupferhydroxid-Magnetit-Flocken durchgeführt, die nach der in Kapitel 3.1 beschriebenen Vorgehensweise mit einem Cu/Fe-Verhältnis zwischen 0,5 und 4 angesetzt wurden. In das mit einem Rührer ausgestattete Becherglas des Experimentierstandes wurden 1400 - 1800 mL dieser Flockensuspension vorgelegt. Das zweite Becherglas war mit deionisiertem Wasser gefüllt, das zum Spülen und Entlüften der Anlage diente. Vor dem eigentlichen Start eines Experimentes wurde deionisiertes Wasser aus dem Spülwasserbehälter durch die Anlage geleitet; der Hahn am Flockungsbehälter blieb geschlossen. Mit dem Nadelventil am Schwebekörper-Durchflussmesser wurde ein bestimmter Volumenstrom eingestellt, der auch nach dem Start eines Experiments, der durch gleichzeitiges Öffnen des Hahns am Flockungsbehälter und Schließen des Hahns am Spülwasserbehälter erfolgte, eingehalten werden sollte. Um dies zu gewährleisten, musste darauf geachtet werden, dass mit den Laborhebebühnen, auf denen die Bechergläser mit Spülwasser und Flockensuspension standen, die Füllstände beider Behälter auf gleiche Höhe eingestellt wurden und damit identische hydrostatische Druckverhältnisse vorlagen.

Galt das Experiment der Bestimmung von Einfangradienten, so war entscheidend, dass gerade in der Anfangsphase die gewünschte Strömungsgeschwindigkeit in der Küvette herrschte. Denn

nur die Zeitspanne, in der der Draht noch nicht mit Partikeln belegt war, war zur korrekten Bestimmung des Einfangradius geeignet. Haben sich am Draht schon Anlagerungszonen ausgebildet, ändern sich die Strömungsverhältnisse in der Drahtumgebung und somit auch die Einfangradien. Ein Experiment zur Beobachtung der Einfangradien dauerte somit nur etwa 10 Sekunden, die mit dem Videorecorder aufgezeichnet und zu einem späteren Zeitpunkt ausgewertet wurden. Danach mussten Küvette und Draht gereinigt werden, bevor mit einem neuen Versuch begonnen werden konnte.

War die Zielsetzung hingegen die Bestimmung der maximalen Anlagerungszone, die sich bei gegebenen Strömungsgeschwindigkeiten und Cu/Fe-Verhältnissen um den Draht ausbildeten, war nicht die Anfangsphase sondern die Endphase von Interesse. Die Ausbildung der Anlagerungszone um den Draht dauerte so lange an, bis die magnetischen Kräfte und die Strömungswiderstände sich die Waage hielten und infolgedessen eine maximale Ausdehnung erreicht wurde. Konnte nach Augenschein keine Veränderung der Kontur des Anlagerungsbereichs mehr beobachtet werden, wurde eine Aufnahme dieser maximalen Drahtbeladung gemacht, deren Fläche und Ausdehnung mit Optimas bestimmt wurde. Für jede Eistellung wurden 10 identische Versuche durchgeführt.

3.3.2.1 Auswertung der Videosequenzen zur Bestimmung des Einfangradius

Eine erste Auswertung der Videoaufzeichnungen fand am Videomonitor statt. Ziel dabei war es, diejenigen Partikeln zu finden, deren Flugbahnen gerade noch auf der Drahtoberfläche endeten. Wurde eine solche Partikel gefunden, konnte mit deren Flugbahn ein Einfangradius bestimmt werden. Als Entscheidungskriterien dafür, dass eine Partikel die Grenzflugbahn durchlief, dienten zwei verschiedenen Beobachtungen:

1. Zwei nach Augenschein gleich große Partikeln erschienen mit nahezu den gleichen Startkoordinaten am Bildschirmrand. Dabei sollte insbesondere die Variation in der y-Komponente so gering wie möglich sein, die x-Komponente spielt keine Rolle. Die Flugbahn der einen Partikel musste auf der Drahtoberfläche enden und die Bahn der anderen Partikel musste am Draht vorbeiführen.
2. Die Geschwindigkeit einer Partikel sank in der Drahtumgebung bis auf Null ab, um anschließend wieder zuzunehmen. Ob die Partikelflugbahn nach dem Stillstand auf der Drahtoberfläche endete oder am Draht vorbei führte, war nicht von Bedeutung.

In Abbildung 22 ist die Vorgehensweise bei der Suche nach Grenzpartikelbahnen anhand Kriterium 1 verdeutlicht. In diesem Bild, das aus einer Überlagerung von 13 Einzelbildern erzeugt wurde, die alle im Abstand von 20 ms aufgenommen wurden, ist der äußerst seltene Fall gezeigt, bei dem zwei nahezu gleich große Partikeln zum gleichen Zeitpunkt und mit ähnlichen Startkoordinaten am rechten Bildrand erscheinen und von denen die eine am Draht abgesehen wird, die andere hingegen den Draht passiert.

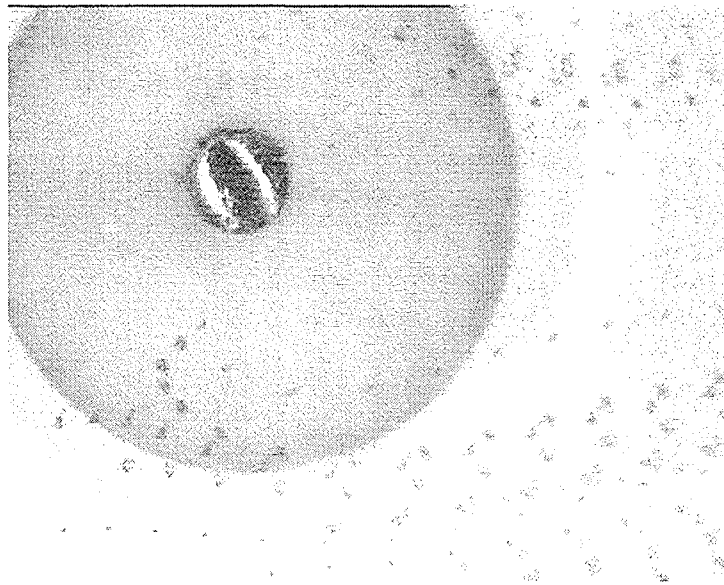


Abbildung 22: Sequenz aus 13 Einzelbildern zur Illustration der Flugbahnen magnetithaltiger Kupferhydroxidflocken in der Umgebung eines magnetisierten Drahtes. Die Anströmung erfolgt von rechts und das Magnetfeld verläuft in vertikaler Richtung. Der Zeitspanne zwischen aufeinanderfolgenden Partikelpositionen beträgt jeweils 20 ms.

Die Suche nach geeigneten Partikeln, die sich nach Kriterium 1 verhielten, wurde dadurch erschwert, dass nur sehr wenige Partikeln auszumachen waren, die alle Bedingungen – ungefähr gleiche Größe, geringe Variation in der y-Komponente der Startkoordinaten, unterschiedliche Endpunkte der Flugbahnen – erfüllen konnten. Dass in aller Regel passende Partikel zeitlich versetzt auf dem Bildschirm erschienen, beeinträchtigte die Suche zusätzlich.

War eine Partikel zu beobachten, die sich nach Kriterium 2 verhielt, konnte davon ausgegangen werden, dass diese Partikel genau den singulären Punkt getroffen hat, an dem die Partikelgeschwindigkeit Null wird. Alle Flugbahnen, die einen singulären Punkt besitzen, sind Grenzflugbahnen und somit geeignet zur direkten Bestimmung des Einfangradius (siehe auch Kapitel 2.2.4).

Videsequenzen mit Partikeln, die nach Kriterium 1 oder 2 dazu geeignet waren, einen Einfangradius zu bestimmen, wurden Bild für Bild in ein gängiges Bilddateiformat auf Festplatte gespeichert.

Die Auswertung der Bilddateien erfolgte mit dem Bildanalyseprogramm Optimas, das in der Version 5.10 zur Verfügung stand. Mit Optimas ist es möglich, auf die Bilder ein kartesisches Koordinatensystem so zu legen, dass sich dessen Ursprung im Mittelpunkt des Drahtquerschnitts befindet. Die Kalibrierung des Koordinatensystems konnte mit dem bekannten Drahtdurchmesser von 0,5 mm vorgenommen werden.

Das Optimas-Makro „Motion Analysis“ bietet die Möglichkeit, Partikel durch eine Serie von Bildern zu verfolgen und Position, Feret-Durchmesser und Geschwindigkeit für jedes interessierende Partikel zu berechnen. Die dafür notwendigen Bildsequenzen liegen alle in einem konstanten Zeitintervall vor, da das PAL-Abtastsystem der CCD-Kamera alle 20 ms ein Einzelbild aufnimmt. In Abbildung 23 ist das Ergebnis einer Partikelbahnrekonstruktion mit „Motion Analysis“ gezeigt.

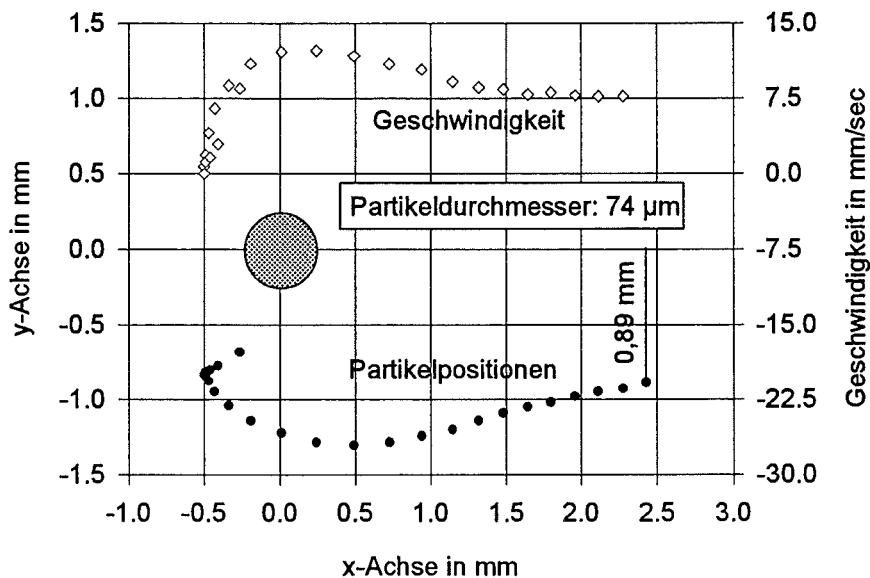


Abbildung 23: Darstellung einer mit Hilfe der Bildverarbeitung rekonstruierten Partikelbahn zusammen mit gemessenen Partikelgeschwindigkeiten.

Die Kreisfläche, in deren Mittelpunkt sich der Ursprung des Koordinatensystems befindet, symbolisiert den Drahtquerschnitt mit einem Radius von 0,25 mm. Die schwarzen Punkte stehen für die im Abstand von 20 ms bestimmten Partikelkoordinaten, die offenen Rauten geben die zur jeweiligen Position gehörende Partikelgeschwindigkeit an. Die Partikelbewegung erfolgt von rechts nach links und das Magnetfeld verläuft in vertikaler Richtung. Die Partikel hat einen Feret-Durchmesser von 74 µm.

Es ist zu erkennen, dass die Partikelgeschwindigkeit in der Drahtumgebung bis auf Null abfällt. Diese Partikel verhält sich demnach nach Kriterium 2 und ist daher zur Bestimmung eines Einfangradius geeignet. Dazu wird die erste, am rechten Diagrammrand befindliche Partikelkoordinate herangezogen. Der Einfangradius ist die y-Komponente dieser Partikel-Startkoordinate, die in diesem Fall einen Wert 0,89 mm hat. Normiert man auf den Zylinderradius, ergibt sich ein Einfangradius von 3,56, der für einen Feret-Durchmesser von 74 µm gültig ist.

3.3.2.2 Auswertung zur Bestimmung der Größe der Anlagerungszonen

Bei jeder der zehn Aufnahmen, die für eine Einstellung (konstante Strömungsgeschwindigkeit und konstantes Cu/Fe-Verhältnis) gemacht wurden, wurde mit Optimas die Fläche der Anlagerungszone bestimmt und auf die Drahtquerschnittsfläche normiert. Aus den zehn einzelnen dimensionslosen Anlagerungsflächen wurde ein arithmetischer Mittelwert gebildet. Da die Ausbildung der Anlagerungszone eine Verengung des Strömungsquerschnitts zur Folge hatte, war die am Außenbereich der Zone wirkende Strömungsgeschwindigkeit höher als diejenige, die für die leere Küvette eingestellt wurde. Zur Ermittlung dieser „wahren“ Strömungsgeschwindigkeit wurde bei jeder Aufnahme der noch freie Strömungsquerschnitt gemessen und mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung die außen an der Anlagerungszone herrschende Strömungsgeschwindigkeit berechnet.

3.4 Filterexperimente

Im Hinblick auf die im Rahmen dieser Arbeit vorgegebene Zielsetzung, ein magnetisches Filter modellieren zu können, mussten neben den Beobachtungen zur Partikelbewegung am Einzeldraht auch Informationen über die Anfangseffizienz und das Durchbruchverhalten eines magnetischen Filters gewonnen werden. Diese Versuche dienten zur Überprüfung, wie überzeugend die Modellierung des Magnetfilters mit den Resultaten der Einzeldrahtbeobachtung gelingt.

3.4.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau zur Durchführung der Filterexperimente ähnelte dem zur Beobachtung der Einfangradien. Wiederum diente ein 2 L Becherglas, das erhöht auf einer Laborhebebühne stand, zur Aufnahme der Flockensuspension, die mit hydrostatischem Druckgefälle durch die Filtereinheit geleitet wurde. Diese mit Drahtnetzen bestückte Filtereinheit befand sich zwischen den Polflächen des in Kapitel 3.3.1.1 beschriebenen Permanentmagnetsystems und wurde in horizontaler Lage durchflutet. Nach dem Filter durchströmte die Versuchslösung eine 2 mm tiefe und 15 mm breite, aus Teflon gefertigte und in senkrechter Position eingesetzte Messküvette, deren eine Seite mit einer Glasscheibe verschlossen war, sodass mit dem Stereomikroskop in die Küvette geblickt werden konnte. Nach dieser Messküvette folgte ein Schwebekörper-Durchflussmesser, mit dessen Nadelventil der Durchfluss reguliert werden konnte. Abbildung 24 zeigt den Aufbau in einer schematischen Darstellung.

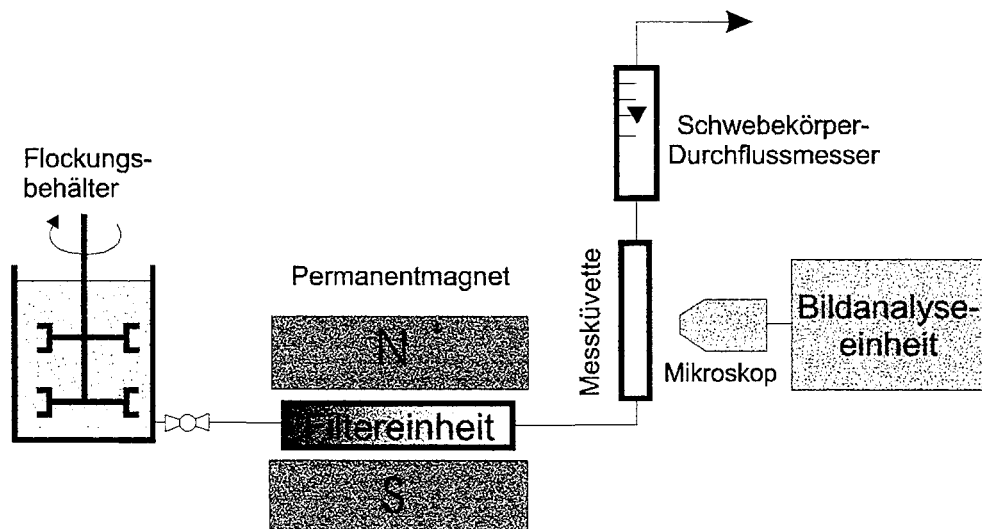
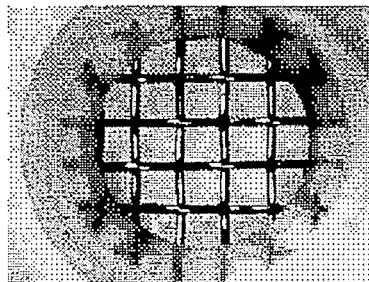
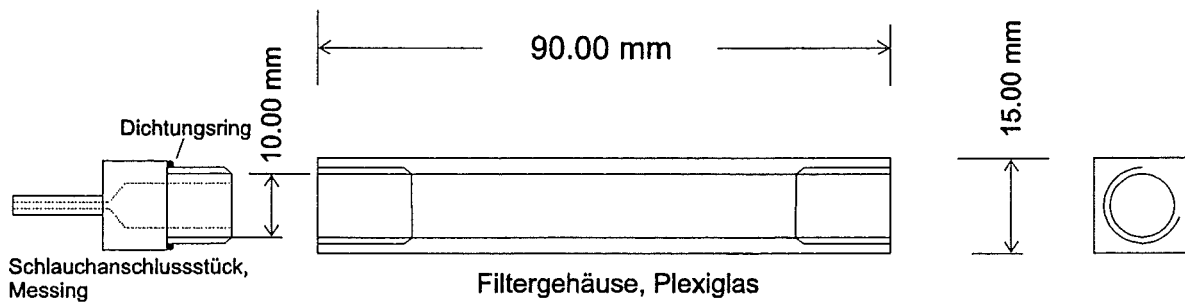


Abbildung 24: Darstellung des Versuchsaufbaus zur Durchführung der Filterexperimente.

Die Filtereinheit bestand im Einzelnen aus einem quadratischen Plexiglasgehäuse mit zylindrischer Bohrung, in die die Filterronden eingefüllt werden konnten. Zur Fixierung der Filterronden und zum Anschluss der Silikonschläuche (2 mm Innendurchmesser, 1 mm Wandstärke) wurden aus Messing gefertigte Verschlussstücke verwendet.



Filterronde
 Maschenweite: 1 mm
 Drahtdurchmesser: 0,25 mm
 Edelstahl "rostfrei" 1.4016

Abbildung 25: Zeichnung des Filtergehäuses und der Schlauchanschlussstücke zusammen mit einer Fotografie einer Filterronde.

Abbildung 25 zeigt eine Zeichnung des Filtergehäuses mit den zugehörigen Zu- und Ablaufstutzen. Zusätzlich ist die Fotografie einer Filterronde zu sehen, wie sie für die Partikelabscheidung im Magnetfeld verwendet wurde. Die Filterronden waren mit Drahtnetzen bestückte Plexiglasringe mit einem Außendurchmesser von 10 mm und einem Innendurchmesser von 6 mm. In eine in der Innenseite eingedrehte Nut mit 1 mm Tiefe und Breite konnte ein Drahtgitter eingelegt werden. Diese Drahtnetze waren aus einem Edelstahl mit der Werkstoff-Nr. 1.4016 gefertigt; Maschenweite und Drahtdurchmesser betragen jeweils 1 mm bzw. 0,25 mm. Als Alternative dazu gab es die Möglichkeit, statt der Filterronden verschieden lange Plexiglasröhrchen in das Gehäuse einzusetzen. Dies erlaubte die Anzahl der Filterronden, mit denen der Filter betrieben wurde, zu variieren. Die Versuche zur Bestimmung der Sättigungsbeladung wurden mit einem Filtereinsatz durchgeführt, der mit 34 Ronden bestückt war. Ging es bei den Experimenten darum, die Filterwirkung in der Anfangsphase zu ermitteln, wurde mit wenigen Filterronden gearbeitet, um auch bei einem neu regenerierten Filter in Betriebsbereiche zu kommen, in denen der Abscheidegrad $< 100\%$ betrug.

3.4.2 Versuchsdurchführung und -auswertung

Nach dem Spülen der Schläuche und Zellen des Experimentierstandes mit deionisiertem Wasser und nach Überprüfen der Funktionsfähigkeit der Geräte der Bildanalyseeinheit konnte mit der Versuchsdurchführung begonnen werden. Vor dem eigentlichen Filterexperiment wurde die Zulaufsuspension direkt aus dem Flockungsbehälter mit dem korrekten Durchfluss durch die Messzelle geführt. Es musste bekannt sein, wie viele Partikeln in die Filtereinheit pro Zeiteinheit eintraten, um später Aussagen bezüglich der Filterwirksamkeit machen zu können.

Im Anschluss an die Messung des Zulaufpartikelstroms konnte die gereinigte Filtrationseinheit zwischen Flockungsbehälter und Messzelle in den Luftspalt des Permanentmagnetsystems eingebaut werden. Nach dem Entlüften sämtlicher Anlagenteile begann der Versuch mit dem Öffnen des Hahns am Flockungsbehälter und Schließen des Hahns am Spülwasserbehälter.

Während des Versuchs konnte am Videomonitor beobachtet werden, ob, und wenn ja wie viele, Partikeln den Filter passieren konnten. Auf diese Weise bot sich eine gute Möglichkeit, den Durchbruch des Filters zu erkennen. Zur Bestimmung der Sättigungsbeladung wurde die Zeitspanne bis zum Filterdurchbruch gemessen. Mit der bekannten Trockenmasse, die pro Sekunde in den Filter eintrat, konnte die insgesamt abgeschiedene Trockenmasse berechnet werden. Grundlage dafür war die Kenntnis der Trockenmasse pro Liter Suspensionsflüssigkeit. Die Messung dieser Größe erfolgte mit bekannten Volumina an Suspensionsflüssigkeit, die mit einer Filternutsche über 0,45 µm Filter abfiltriert wurden. Die auf dem Filterpapier zurückgehaltene Masse wurde nach Trocknen des Filterpapiers im Exsikkator über Phosphorpentoxid mit einer Waage bestimmt.

War das Ziel die Messung der Filterwirkung in der Anfangsphase der Filtration, so interessierte nur die Zeitspanne zu Beginn der Filtration, die auf Videoband zur späteren Auswertung aufgezeichnet wurde.

Die Auswertung eines Experiments erfolgte anhand der auf Magnetband aufgezeichneten Partikelströmung, die in der Messzelle zu beobachten war, und geschah durch Zählen der zu einem bestimmten Zeitpunkt auf dem Monitor abgebildeten Partikeln. Im Einzelnen war die Vorgehensweise wie folgt: Während eines bestimmten Zeitabschnitts (< 0,5 sec) wurden 5 Videobilder ausgewählt. Bei der Auswahl wurde darauf geachtet, dass sich auf jedem Bild das Partikelkollektiv vollständig erneuert hatte, ansonsten erfolgte sie aber völlig willkürlich. Die ausgewählten Videobilder wurden als Bilddateien digital gespeichert, mit Optimas erfolgte danach die Ermittlung der Partikelanzahl. Mit den auf diese Weise resultierenden 5 Partikelanzahlen wurde ein arithmetischer Mittelwert gebildet, der fortan als die für diesen Zeitpunkt gültige, in der Suspension vorhandene Partikelanzahl stand. Mit dem bekannten Volumen, das mit dem Stereomikroskop beobachtet werden konnte, war die Messgröße somit eine Partikelkonzentration, deren Multiplikation mit der bekannten, in der Messzelle vorliegenden Strömungsgeschwindigkeit zu einem Partikelstrom mit der Einheit 1/sec führte. War nun auch der Partikelstrom der Zulauflösung bekannt, so konnte mit dem Verhältnis beider Partikelströme eine Aussage zur Filtereffizienz gemacht werden.

Da die Kontrolle der das Filter verlassenden Partikelmenge durch einfaches Zählen der Partikeln erfolgte, musste gewährleistet sein, dass beim Durchtritt der Flockensuspension durch das Filter keine Verschiebung der Anzahlverteilung erfolgte. Da die entsprechenden Experimente, die zur Ermittlung der Filtereffizienz dienten, mit nur wenigen Filterrunden und kleinen Strömungsgeschwindigkeiten von 0,012 m/sec durchgeführt wurden, war eine Flockenzerkleinerung wenig wahrscheinlich. Zur Nachprüfung dieser Annahme wurde die Anzahlverteilung vor und nach dem Filter gemessen, das mit 7 Ronden ausgestattet war. Dabei konnte keine Verschiebung der Anzahlverteilung festgestellt werden.

Wären überhaupt die Dinge das, was man ihnen sofort ansieht, so müssten jede Untersuchung und Wissenschaft sich erübrigen.

Peter Sloterdijk

4 Ergebnisse

Im diesem Kapitel werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen vorgestellt. Die ersten vier Unterkapitel widmen sich den Experimenten, die zur Charakterisierung der magnetithaltigen Hydroxidflocken durchgeführt wurden. Der Abschnitt über die Einzeldrahtbeobachtungen stellt die Versuchsergebnisse vor, die anhand direkter Beobachtung des Bewegungs- und Anlagerungsverhaltens von magnetithaltigen Hydroxidflocken in der Nähe eines magnetisierten Drahtes erhalten werden konnten. Der letzte Abschnitt beschäftigt sich mit den Ergebnissen der Filterexperimente, mit denen Aussagen über Abscheideleistung und Aufnahmekapazität von magnetischen Filtern, die mit diesen Flocken betrieben werden, gemacht werden konnten.

4.1 Dichtemessungen

Die Dichtemessungen des Feststoffanteils der Flocken hatten zum Ergebnis, dass mit zunehmendem Cu/Fe-Verhältnis die Feststoffdichten ansteigen. Das gilt in gleicher Weise für die mit einem Pyknometer ermittelten Dichten als auch für die Pressdichten. Die Streuung der pyknometrisch bestimmten Messwerte ist zum Teil erheblich und auf Temperierfehler zurückzuführen, da kein Pyknometer mit eingeschliffenem Thermometer zur Verfügung stand. Das Messprinzip der Anwendung von Pressdruck zur Ermittlung der Dichte des Feststoffpulvers führte zu reproduzierbaren Messwerten mit geringer Streuung. Diese sind aber angesichts des noch vorhandenen Hohlraumvolumenanteils generell kleiner als die pyknometrisch bestimmten Dichten. Mit beiden Messmethoden konnte jedoch ein identisch verlaufender Anstieg beobachtet werden, der im Fall der Pyknometer-Messungen eher aus der Ähnlichkeit mit dem Verlauf der Pressdichten resultiert und eigentlich nicht zweifelsfrei durch die Messpunkte belegt ist. Die grafische Darstellung der Messergebnisse kann der Abbildung 26 entnommen werden.

Der Anstieg der Feststoffdichten mit zunehmendem Kupfergehalt kann auf den vermehrten Anteil von Kupfer(II)-oxid zurückgeführt werden. Die Dichte von Kupfer(II)-oxid ist mit $6,3 \text{ g/cm}^3$ etwas größer als die Dichte von Magnetit mit einem Wert von $5,1 \text{ g/cm}^3$.

Für die in späteren Kapiteln durchgeführten Berechnungen, für die eine Feststoffdichte benötigt wurde, wurden die Resultate der pyknometrischen Dichtemessung verwendet.

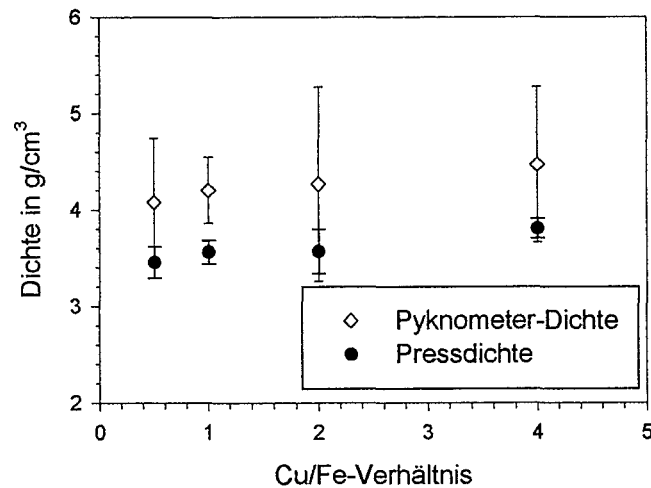


Abbildung 26: Darstellung der mit verschiedenen Methoden gemessenen Dichte des Feststoffanteils von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken.

Die Resultate der Dichtemessungen der eingesetzten Stahlsorten sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Dichten der verwendeten Stähle.

Werkstoff-Nr.	Dichte in g/cm ³
1.4016	7,27 ± 0,02
1.4304	7,76 ± 0,04

4.2 Magnetisierungsmessungen

4.2.1 Magnetische Eigenschaft der Feststoffpulver

Abbildung 27 zeigt die Ergebnisse der magnetischen Messungen, die mit den aus den Flocken gewonnenen Feststoffpulvern am Vibrationsmagnetometer durchgeführt wurden. Dargestellt sind die Hysteresekurven aus vier Messreihen, für die immer neue Flockungen angesetzt wurden. An den Kurven ist jeweils mit angegeben, für welches Cu/Fe-Verhältnis sie gültig sind und welche spezifische Sättigungsmagnetisierung ermittelt wurde.

Die Hysteresekurven zeugen von der geringen Remanenz des Pulvers und weisen es als eine weichmagnetische Substanz aus.

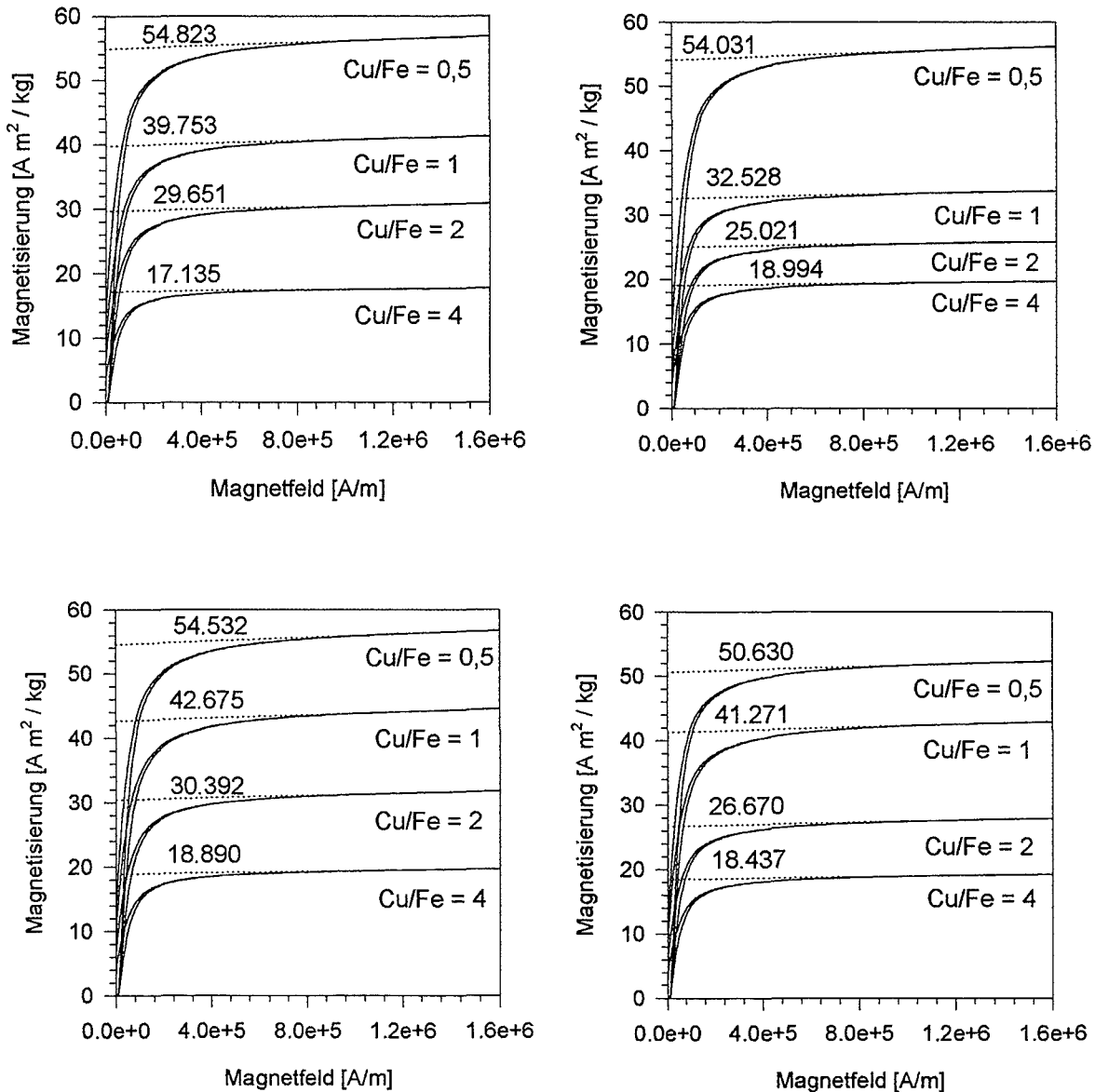


Abbildung 27: Hysteresekurven von vier Messkampagnen des in den Flocken eingebundenen Feststoffs bei unterschiedlichen Cu/Fe-Massenverhältnissen im Flockungsbehälter.

Auch bei großen Feldstärken war noch ein leichtes Ansteigen der Sättigungsmagnetisierung zu beobachten, der durch den in den Proben vorhandenen paramagnetischen Anteil verursacht wurde. Um dennoch einen Messwert für die Sättigungsmagnetisierung festlegen zu können, wurde die im Folgenden beschriebene Vorgehensweise gewählt: Durch die Messwerte zwischen $9,5 \cdot 10^5$ A/m und $1,6 \cdot 10^6$ A/m wurde eine Ausgleichsgerade gelegt. Der Schnittpunkt dieser Ausgleichsgeraden mit der y-Achse ist die Sättigungsmagnetisierung, die jeweils in den Diagrammen angegeben ist. Diese ist noch mit dem Korrekturfaktor 0,803 zu multiplizieren (siehe Kapitel 3.2.3), um den gültigen Zahlenwert zu erhalten. Die Mittelwerte der korrigierten Sättigungsmagnetisierungen sind zusammen mit den dazugehörigen Fehlerbalken in der Abbildung 28 dargestellt.

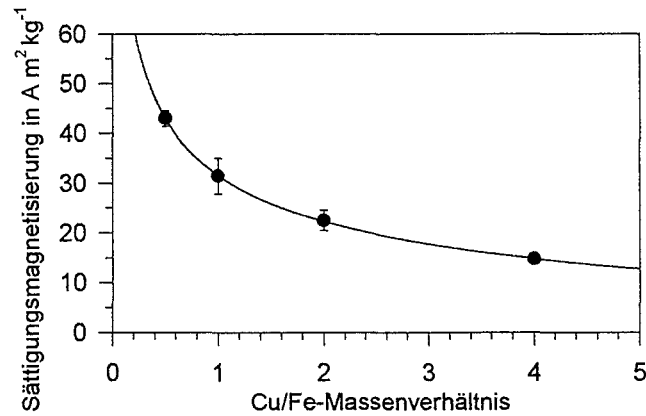


Abbildung 28: Sättigungsmagnetisierung des aus magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken isolierten Feststoffs.

Der Verlauf der Magnetisierung für abnehmenden Eisengehalt ist plausibel, denn die Eisenmasse ist in den Flocken in Form von Magnetit vorhanden, der sich in entsprechendem Anteil im getrockneten Feststoffpulver wiederfindet. Der Magnetitgehalt bestimmt mit seinem großen magnetischen Moment die magnetische Eigenschaft des Feststoffpulvers. Die Kupfermasse, die in Form von Kupferoxid und Kupferhydroxid im Feststoff vorliegt, trägt nur wenig zum magnetischen Moment des Feststoffgehalts bei.

Für weitere Rechnungen ist es oft notwendig, die massenspezifischen Magnetisierungen in magnetische Momente pro Einheitsvolumen umzurechnen. Dazu wurden die Magnetisierungsmesswerte mit den Pyknometerdichten der Feststoffe multipliziert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 aufgeführt.

Tabelle 3: Ergebnisse der Umrechnung von massenspezifischen Magnetisierungen in Volumenmagnetisierungen. Die dafür erforderlichen Feststoffdichten sind mit aufgeführt.

Cu/Fe-Verhältnis	Dichte in kg/m ³	Magnetisierung in A·m ² ·kg ⁻¹	Magnetisierung in A/m
0,5	4081	43,0	175·10 ³
1	4202	31,4	132·10 ³
2	4266	22,4	95,8·10 ³
4	4467	14,7	65,8·10 ³

4.2.2 Magnetische Eigenschaft der Stähle

Abbildung 29 zeigt jeweils einen Ast der Hysteresekurven, die mit den Stahlproben am Vibrationsmagnetometer gemessen wurden. Beide Stähle gehen bei $4 \cdot 10^5$ A/m in die Sättigung, wobei der nickellegierte Stahl eine wesentlich geringere Sättigungsmagnetisierung aufweist.

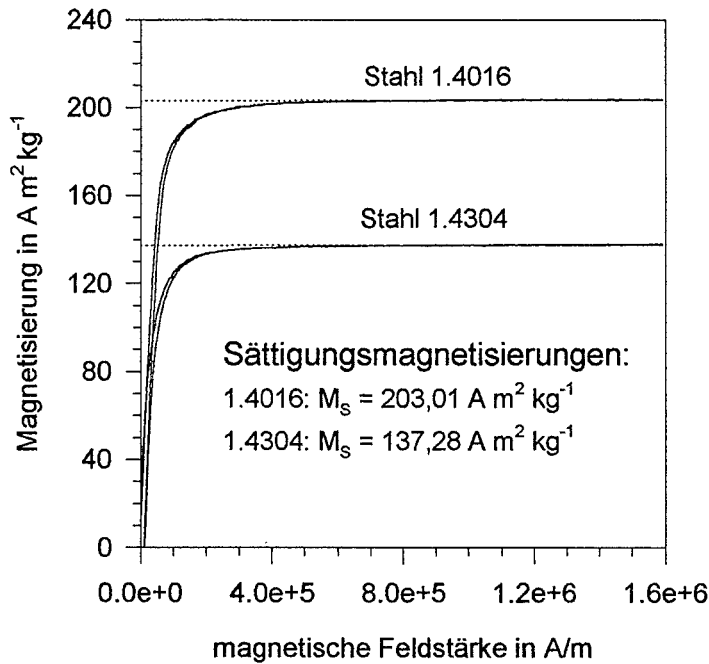


Abbildung 29: Ergebnisse der Magnetisierungsmessungen der zur magnetischen Filtration eingesetzten Stahlsorten. Die ermittelten Sättigungsmagnetisierungen sind im Diagramm angegeben.

In der Tabelle 4 sind die mit dem in diesem Fall gültigen Korrekturfaktor von 0,8168 multiplizierten massenspezifischen Sättigungsmagnetisierungen zusammen mit den Volumenmagnetisierungen, die durch Multiplikation mit der Stahldichte gebildet wurden, eingetragen.

Tabelle 4: Massen- und volumenspezifische Sättigungsmagnetisierungen der in dieser Arbeit eingesetzten Stahlsorten.

Werkstoff-Nr.	M_s in $A \cdot m^2 \cdot kg^{-1}$	M_s in $A \cdot m^{-1}$
1.4016	165,82	$1,21 \cdot 10^6$
1.4304	112,13	$8,70 \cdot 10^5$

4.3 Flockenfeststoffgehalte

Die Messungen der Sedimentationsgeschwindigkeit von Einzelflocken führte zu den in Abbildung 30 gezeigten Ergebnissen, in der im doppeltlogarithmischen Maßstab der Feststoffanteil der Flocken über der Flockengröße aufgetragen ist.

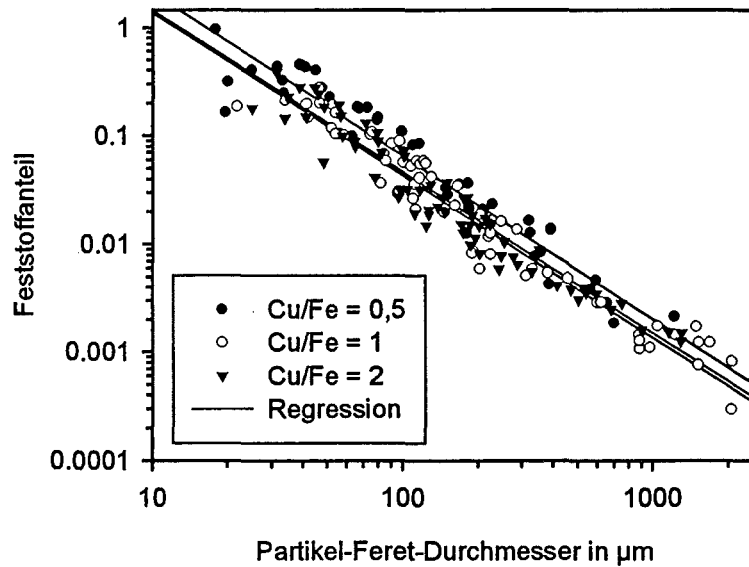


Abbildung 30: Entwicklung der Feststoffgehalte magnetithaltiger Kupferhydroxidflocken bei Variation der Flockengröße.

Aus Abbildung 30 wird deutlich, dass die magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken keineswegs einen konstanten Feststoffgehalt aufweisen. Vielmehr ist eine Abhängigkeit zwischen Partikelgröße und Feststoffgehalt zu erkennen. Der Feststoffgehalt nimmt im doppeltlogarithmischen Maßstab linear mit zunehmender Flockengröße ab, sodass zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Flockenfeststoffgehalt und Flockengröße ein Potenzansatz in der folgenden Form verwendet werden kann:

$$(1 - \varepsilon) = c_1 \left(\frac{x_F}{\mu\text{m}} \right)^{c_2} \quad (101)$$

Gleichung 101 ist eine Zahlenwertgleichung, in der die Flockengröße x_F in der Einheit μm eingesetzt werden muss. Für die Konstanten c_1 und c_2 konnten die in Tabelle 5 angegebenen Werte ermittelt werden. TAMBO und WATANABE [39] und KLEINE [40] haben Ansätze der gleichen Form benutzt, um ihre Ergebnisse zur Größenabhängigkeit der Flockenporosität zu beschreiben.

Tabelle 5: Konstanten der in Gleichung 101 formulierten Porositätsfunktion.

Cu/Fe = 0,5	Cu/Fe = 1	Cu/Fe = 2
$c_1 = 68,13$	$c_1 = 45,32$	$c_1 = 44,01$
$c_2 = -1,51$	$c_2 = -1,49$	$c_2 = -1,50$

Die Steigungen aller Regressionsgeraden liegen unabhängig vom eingestellten Cu/Fe-Verhältnis bei -1,5. PUSCH [41] hat die Wirkung polymerer Flockungsmittel auf die Agglomeratbildung unterschiedlicher Feststoffe untersucht und einen einheitlichen Zusammenhang zwischen der Größe und dem Feststoffgehalt der Agglomerate gefunden. Der Feststoffanteil in den Agglomeraten fällt mit wachsender Primärpartikelanzahl im Agglomerat gemäß einer Potenzfunktion, wie sie auch in dieser Arbeit verwendet wurde. Bemerkenswert

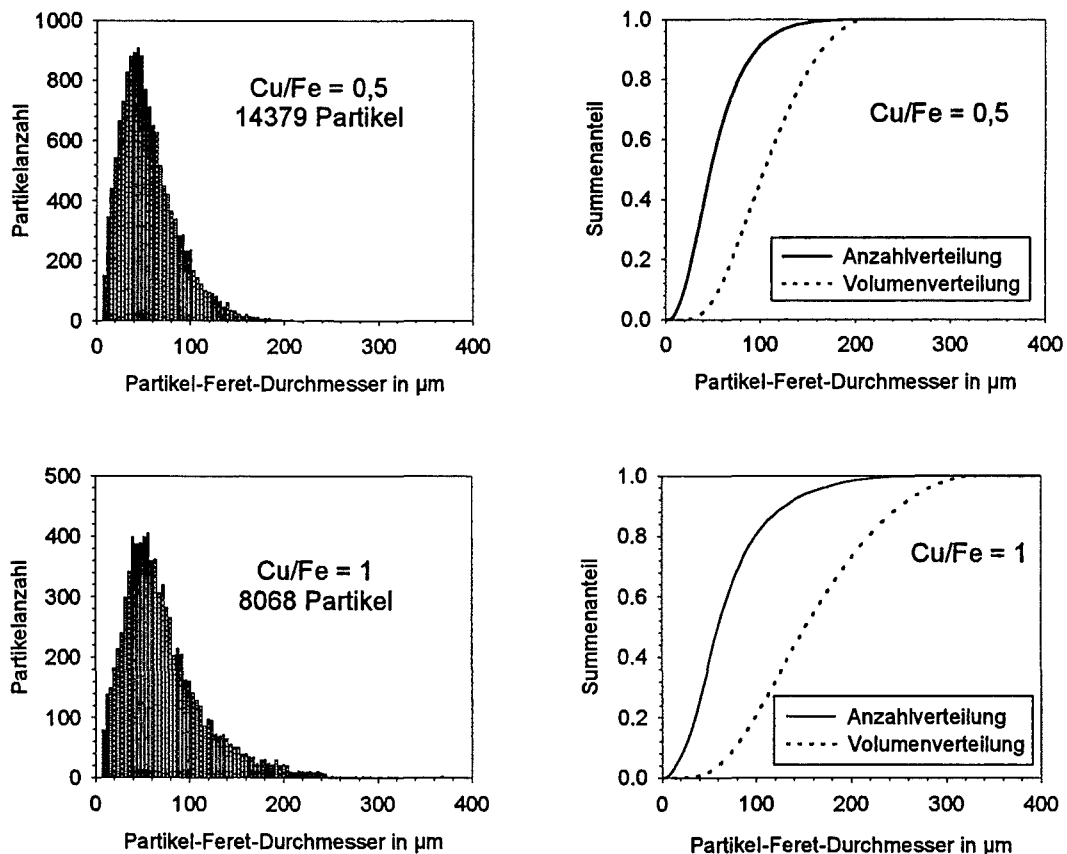
an den Resultaten von PUSCH ist, dass der Exponent der Potenzfunktion, der die Steigung der Geraden beschreibt, nur von zwei Größen beeinflusst wird. Diese sind die Medianwerte $x_{50,3}$ der Primärpartikelverteilungen und die Wirkung von Scherbeanspruchungen. Die Unterschiede in der Art der Primärpartikeln und der Flockungsmittel hatten keinerlei Einfluss auf die Beziehung zwischen Größe und Feststoffgehalt der Flocken.

PUSCH fand, dass mit kleiner werdendem Medianwert $x_{50,3}$ eine Abnahme des Feststoffanteils bei gleicher Primärpartikelzahl pro Agglomerat zu verzeichnen ist, d.h. die Exponenten nehmen zu und die Geraden werden steiler.

Der auch bei CHOI et al. [4] beschriebene Einfluss des Magnetits auf die Bildung kompakterer Flocken ist an der höher liegenden Regressionsgeraden für die feststoffreicheren, bei einem Cu/Fe-Verhältnis von 0,5 gebildeten Flocken zu sehen.

4.4 Flockengrößenverteilung und Flockenform

Die Messung von Größenverteilungen wurde an Flockenkollektiven durchgeführt, die durch Cu/Fe-Massenverhältnisse zwischen 0,5 und 4 gekennzeichnet waren. In den in Abbildung 31 zusammengefassten Diagrammen sind jeweils die Verteilungsdichten zusammen mit den Summenkurven der Anzahlverteilungen und die daraus berechneten Volmenverteilungen angegeben.



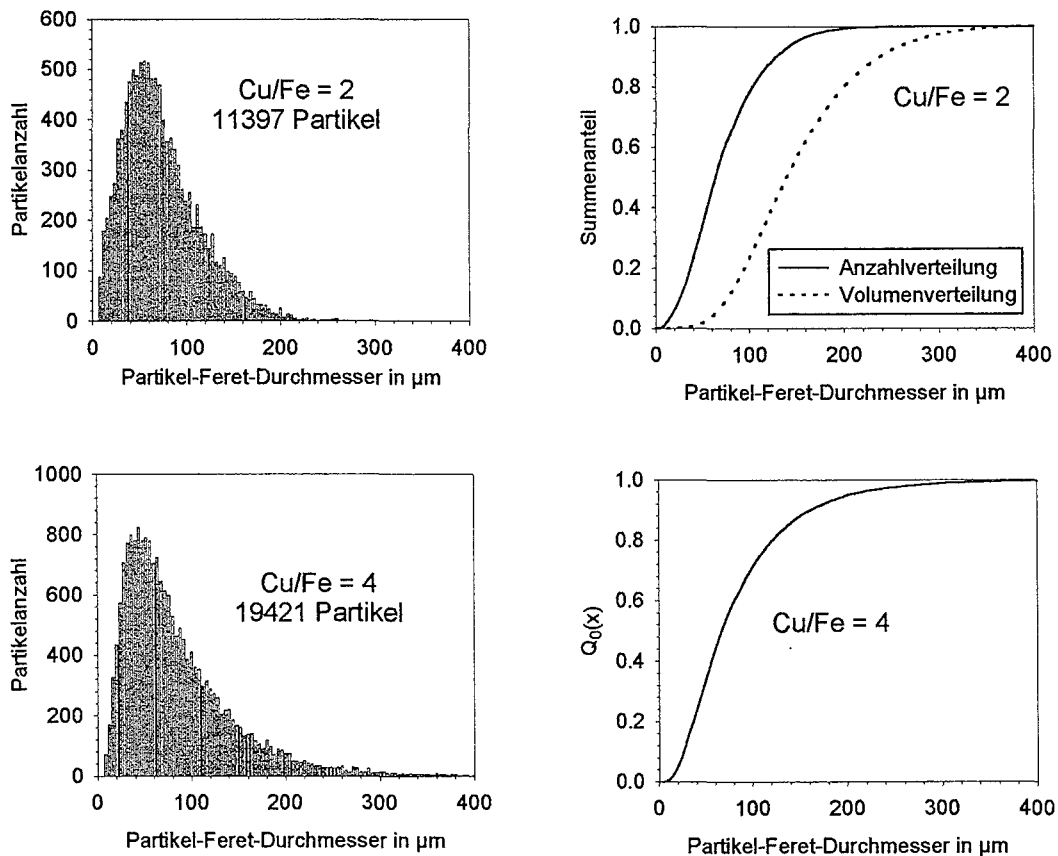


Abbildung 31: Verteilungsdichten und Summenverteilungen von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken mit unterschiedlichen Cu/Fe-Massenverhältnissen.

Kennzeichnend für die Form der gemessenen Verteilungsdichten ist die Abweichung von der GAUSSschen Glockenkurve. Alle Verteilungen haben die typische Form einer logarithmischen Normalverteilung, in der das Maximum zu kleineren Partikelgrößen hin verschoben ist. Zur Charakterisierung der Lage der gemessenen Verteilungen können die Medianwerte $x_{50,r}$ verwendet werden, die für die Partikelgrößen stehen, unterhalb derer 50 % der Gesamtmenge des Partikelkollektivs liegen und die somit leicht aus den entsprechenden Summenkurven ermittelt werden können. Eine weitere Möglichkeit, ein breit gestreutes Partikelkollektiv zu beschreiben, besteht darin, die integralen Mittelwerte der betreffenden Verteilungen heranzuziehen, die gleich den vollständigen Momenten der $q_0(x)$ -Verteilung sind. Die verschiedenen Medianwerte sind zusammen mit ausgewählten Momenten in Tabelle 6 aufgelistet.

Tabelle 6: Medianwerte und ausgewählte vollständige Momente der Flockenkollektive.

Cu/Fe	0,5	1	2	4
$x_{50,0}$	47,9 μm	60,8 μm	64,6 μm	65,0 μm
$x_{50,2}$	84,9 μm	117,7 μm	113,9 μm	
$x_{50,3}$	104,6 μm	151,8 μm	140,5 μm	
$M_{1,0}$			72,612 μm	
$M_{3,0}$			$8,795 \cdot 10^5 \cdot \mu\text{m}^3$	

Die Medianwerte zeigen einen Einfluss des Magnetitgehalts auf die Flockengröße. Ein vermehrtes Angebot an Magnetit begünstigt offenbar die Bildung kompakterer Flocken.

Für die mit einem Cu/Fe-Verhältnis von 2 gebildeten Agglomerate wurden zusätzlich die Formfaktoren $\Psi_{v,pm}$ bestimmt, die bei verschiedenen Flockengrößen auftraten. Das Resultat ist in Abbildung 32 dargestellt.

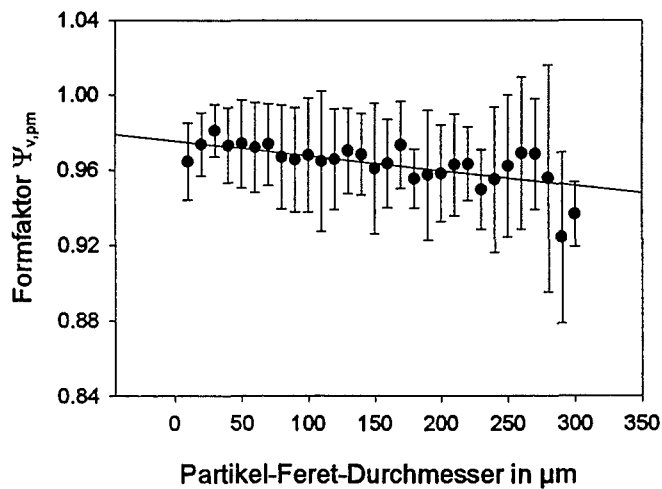


Abbildung 32: Formfaktorverteilung einer Kupferhydroxid-Magnetit-Flockung mit einem Cu/Fe-Verhältnis von 2.

Es ist ein Abfall des Formfaktors zu größeren Flocken hin zu erkennen. Der Verlauf des Formfaktors wurde durch eine lineare Regression angepasst, deren Funktionsgleichung in Gleichung 102 angegeben ist. Die Gültigkeit beschränkt sich auf den beobachteten Partikelgrößenbereich zwischen 10 und 300 μm .

$$\Psi_{v,pm}(x_F) = 0,975 - 7,914 \cdot 10^{-5} \left(\frac{x_F}{\mu\text{m}} \right) \quad (102)$$

Die mittleren Formfaktoren der einzelnen Größenklassen innerhalb der Flockengrößenverteilung ergeben mit der Anzahl gewichtet einen mittleren Formfaktor für die Gesamtverteilung.

$$\bar{\Psi}_{v,pm} = \int_0^{\infty} \Psi_{v,pm}(x_F) q_0(x_F) dx_F \quad (103)$$

Der mittlere Formfaktor des Flockenkollektivs mit einem Cu/Fe-Verhältnis von 2 hat demnach einen Wert von $\psi = 0,956$.

4.5 Einzeldrahtbeobachtungen

4.5.1 Experimentell ermittelte Einfangradien

Im Folgenden werden Versuchsergebnisse vorgestellt, die Einfangradien in Abhängigkeit von der Partikelgröße, der Geschwindigkeit der Partikeln in der ungestörten Drahtanströmung und dem im Flockungsbehälter eingestellten Cu/Fe-Massenverhältnis zeigen. Die Partikelbahnen, die jedem dieser Messpunkte, die in den Diagrammen dieses Abschnitts aufgeführt sind, zugrunde liegen, können dem Anhang entnommen werden.

Mit dem eingesetzten Messsystem war es möglich, Partikeln zu beobachten, deren Feret-Durchmesser größer als 30 μm war, wobei eine korrekte Größenmessung erst bei Partikelgrößen über 50 μm durchführbar war.

Eine Schwierigkeit stellte die für viele Messreihen notwendigen Forderung dar, die Geschwindigkeit, mit der sich die Partikeln in der ungestörten Anströmung auf den Draht zu bewegten, konstant zu halten. Für die Messreihen war es lediglich möglich, den Volumenstrom und damit eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Küvettenkanal konstant einzustellen. Da sich aber in der Küvette ein parabelförmiges Geschwindigkeitsprofil ausbildete, lagen lokal unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten und damit auch Partikelgeschwindigkeiten vor. Generell wurde versucht, die schnellsten Partikeln in der Mitte des Strömungskanals für die Messungen zu verwenden, dennoch waren die Partikelgeschwindigkeiten unterschiedlich. Als relevanter Messwert wurde stets der Mittelwert aus den zwei Geschwindigkeiten verwendet, die die beiden Partikeln aufwiesen, die zur Einfangradienbestimmung herangezogen wurden.

Abbildung 33 zeigt experimentell bestimmte Einfangradien für zwei unterschiedliche Partikelgeschwindigkeiten. Es ist zu erkennen, dass augenscheinlich eine Abhängigkeit des Einfangradius von der Partikelgeschwindigkeit besteht. So liegen die Einfangradien, bei deren Messung sich die Partikeln mit einer mittleren Geschwindigkeit von 8,4 mm/sec auf den Draht zu bewegten, zumindest für Flockengrößen oberhalb von 100 μm großteils über den Einfangradien bei einer mittleren Partikelgeschwindigkeit von 11,6 mm/sec.

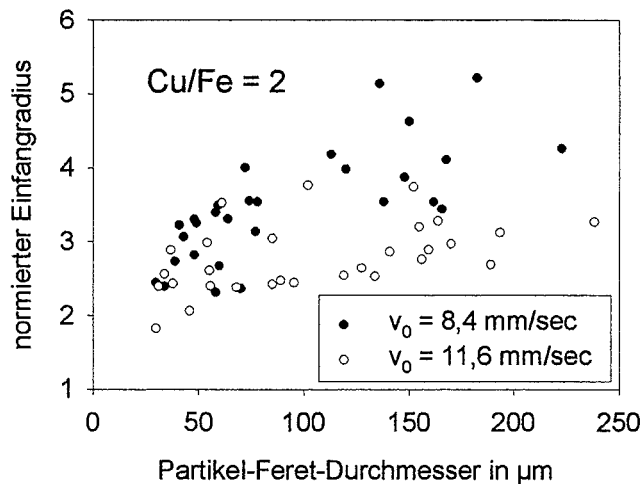


Abbildung 33: Einfangradien von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken mit einem Cu/Fe-Massenverhältnis von 2 bei mittleren Anströmgeschwindigkeiten von 8,4 und 11,6 mm/sec.

Betrachtet man aber Einfangradien von Flocken mit einem Feret-Durchmesser $< 100 \mu\text{m}$, so ist eine erhebliche Streuung der Messwerte festzustellen. Ein eindeutiger Trend ist in diesem Partikelgrößenbereich nicht erkennbar.

Neben den im unteren Partikelgrößenbereich auftretenden Fehlern in der Größenmessung, kann eine weitere Ursache für die Streuung der Einfangradien darin liegen, dass Agglomerate mit einem Feret-Durchmesser $< 100 \mu\text{m}$ keineswegs einen konstanten Magnetitgehalt aufweisen. Vielmehr scheint es in diesem Größenbereich Agglomerate zu geben, die sich überwiegend aus Magnetit- oder überwiegend aus Hydroxidpartikeln zusammensetzen. Sobald sich aber kleinere Flocken zu größeren Verbänden zusammenlagern, wird die Gleichverteilung des Magnetits wahrscheinlicher und die Messung der Einfangradien liefert reproduzierbarere Ergebnisse.

Eine identische Experimentierreihe wurde für ein Cu/Fe-Verhältnis von 1 durchgeführt, wobei im Falle der größeren Anströmgeschwindigkeit nur wenige Partikeln im Größenbereich unter $100 \mu\text{m}$ vermessen wurden. Deren Einfangradien heben sich aber deutlich von den Einfangradien der Partikeln mit der geringeren Anströmgeschwindigkeit ab. Das in diesem Fall größere Angebot an Magnetit hat offenbar Auswirkungen auf die Streuung der Messwerte. Je mehr Magnetit während des Flockungsprozesses zur Verfügung steht, desto konstanter wird der Magnetitgehalt und somit die Suszeptibilität der Flocken (Abbildung 34).

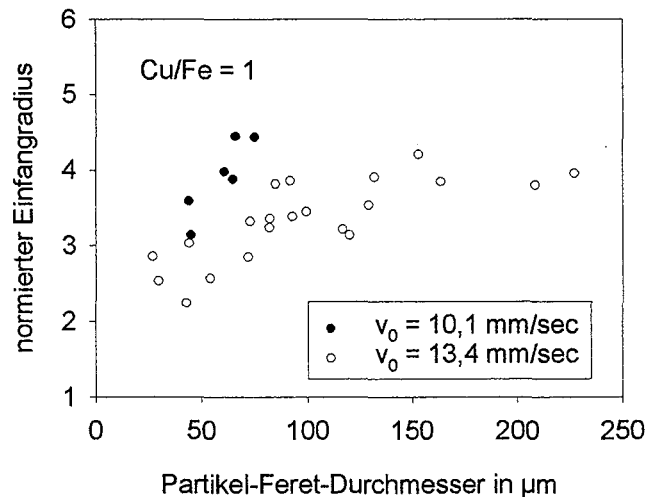


Abbildung 34: Einfangradien von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken mit einem Cu/Fe-Massenverhältnis von 1 bei Anströmgeschwindigkeiten von 10,1 mm/sec und 13,4 mm/sec.

In Abbildung 35 wurden Einfangradien für unterschiedliche Cu/Fe-Massenverhältnisse aufgetragen. In den entsprechenden Versuchen wurde versucht, die Partikelgeschwindigkeit in der Drahtanströmung konstant zu halten. Die mittlere Partikelgeschwindigkeit lag bei 12,5 mm/sec. Die durch verschiedene im Flockungsbehälter vorliegende Massenverhältnisse von Cu/Fe erzielte Variation in der Flockensusstabilität spiegelt sich in den Messwerten wieder. So ordnen sich die Einfangradien entsprechend den eingesetzten Eisengehalten ein. Flocken mit einem großen Eisengehalt und damit einer großen Suszeptibilität besitzen größere Einfangradien als Flocken mit weniger Eisen. Aber auch in dieser Versuchsreihe ist diese Tendenz erst ab Flocken $> 100 \mu\text{m}$ eindeutig zu erkennen. Sind die Flocken kleiner, ist die Streuung der Messergebnisse besonders bei einem Cu/Fe-Verhältnis von 2 erheblich. Der Grund dafür ist wiederum im Magnetitgehalt der Flocken zu sehen, der in Abhängigkeit der Agglomeratgröße und des Magnetitangebots nicht konstant zu sein scheint.

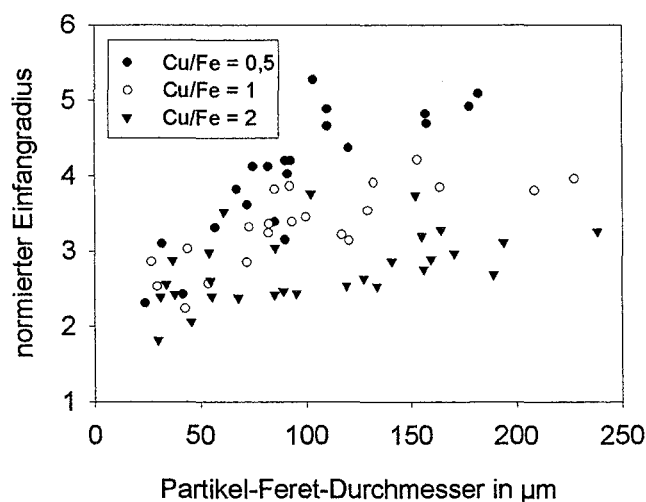


Abbildung 35: Einfangradien von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken mit unterschiedlichen Cu/Fe-Massenverhältnissen bei einer mittleren Anströmgeschwindigkeit von 12,5 mm/sec.

4.5.2 Maximale Anlagerungsflächen

Bei der transversalen Anordnung, bei der Magnetfeldvektor des homogenen Hintergrundfeldes und Geschwindigkeitsvektor der ungestörten Anströmung senkrecht aufeinander stehen, kann nach der Theorie die Partikelanlagerung in zwei Bereichen der Drahtumgebung erfolgen. Dies wurde bei den Experimenten auch festgestellt. Die Zonen, in denen Partikeln abgeschieden werden, wachsen gerade in der Anfangsphase schnell an. Insgesamt sind aber der Ausdehnung der Anlagerungszonen Grenzen gesetzt, sodass nach einiger Zeit keine Veränderung der Kontur der Anlagerungszone mehr festgestellt werden kann. Sobald die Strömungswiderstände die magnetischen Kräfte, die mit zunehmender Entfernung vom Draht kleiner werden, übersteigen, kann die Anlagerungszone nicht mehr größer werden. Die nachstehende Abbildung 36 zeigt ausgewählte Anlagerungszonen, die ihre maximale Größe erreicht haben. Die Blickrichtung erfolgt senkrecht auf den 0,5 mm starken Draht, sodass dieser als Kreisquerschnitt abgebildet ist. Das homogene Hintergrundmagnetfeld mit einer Stärke von $7,1 \cdot 10^5$ A/m ist immer vertikal orientiert und die Anströmung erfolgt stets von rechts. Bei den jeweiligen Bildern sind Strömungsgeschwindigkeit des Experiments und Cu/Fe-Verhältnis der Flocken angegeben.

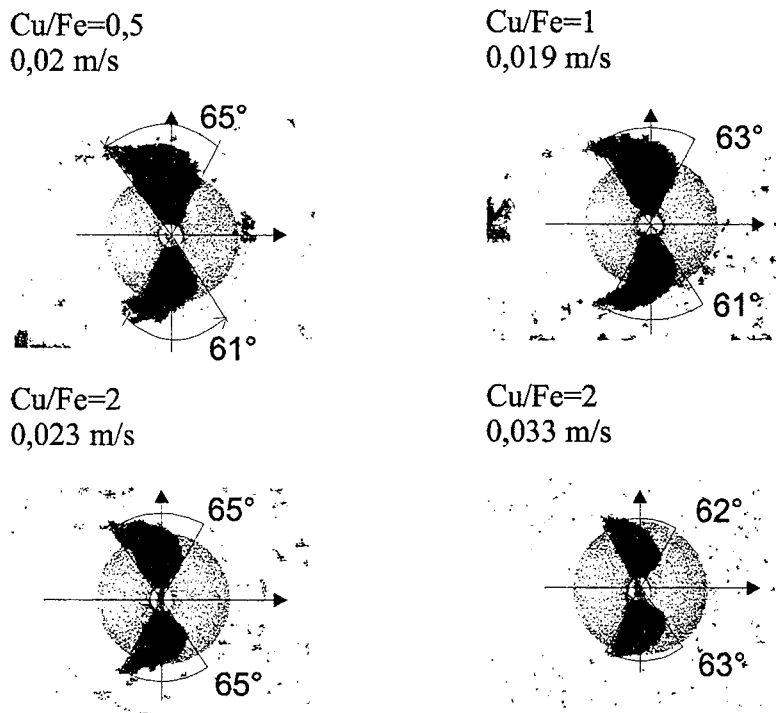


Abbildung 36: Vollständig ausgebildete Anlagerungszonen von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken an einem magnetisierten Draht. Das Cu/Fe-Massenverhältnis und die an der Außenseite der Anlagerungszonen herrschenden Strömungsgeschwindigkeiten sind der Abbildung zu entnehmen.

Die Zentriwinkel der Kreissektoren, innerhalb derer die Partikelanlagerung erfolgte, wurden ausgemessen und sind in Abbildung 36 aufgeführt. Dabei stellte sich heraus, dass dieser Zentriwinkel im Mittel 63 Grad betrug.

Weiterhin wurden die Flächen der maximalen Anlagerungszonen ausgemessen. Diese Messungen erfolgten für drei unterschiedliche Cu/Fe-Massenverhältnisse bei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten, wobei für jede Einstellung 10 identische

Versuche durchgeführt wurden. Aus den sich dabei ergebenden 10 Anlagerungsflächen wurden ein arithmetischer Mittelwert gebildet. In Abbildung 37 sind die mit der Drahtquerschnittsfläche normierten mittleren Anlagerungsflächen über den realen Strömungsgeschwindigkeiten aufgetragen, die an den Außenzonen des Anlagerungsbereichs auftreten. Es ist zu erkennen, dass Flocken mit einem größeren Magnetitgehalt auch größere Anlagerungsbereiche ausbilden können, die mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit wegen der größer werdenden Strömungskräfte kleiner werden.

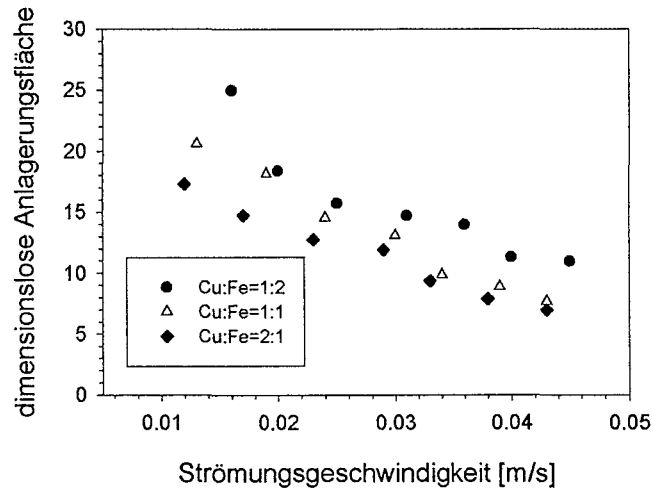


Abbildung 37: Mit der Drahtquerschnittsfläche normierte Flächen der voll ausgebildeten Anlagerungszonen bei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten und Cu/Fe-Massenverhältnissen.

4.6 Filterexperimente

Zur Bestimmung der Sättigungbeladung eines Filters wurden vollständige Durchbruchkurven unter Variation der Strömungsgeschwindigkeit im Filter gemessen. Dabei wurde mit einem Filtereinsatz gearbeitet, der mit 34 Ronden bestückt war. War das Ziel die Messung der Filterwirkung in der Anfangsphase, wurde mit nur wenigen Filterronden experimentiert und die Filtereffizienz als Funktion der Rondenanzahl bestimmt.

4.6.1 Filterkapazität

Bei der Messung von Filterdurchbruchkurven trat das Problem auf, dass die Durchbruchkurven in einem nicht erwarteten Maße vom Alter der Flocken abhängig waren. Dies ist ein an sich bekannter Effekt, der in den vorherigen Versuchen am Einzeldraht nicht in dem Maße in Erscheinung trat. In Abbildung 38 sind vier Durchbruchkurven gezeigt, die nach unterschiedlichen Flockungszeiten bei einer Filtergeschwindigkeit von 63,7 m/h gemessen wurden. Es wird deutlich, dass mit zunehmender Flockungsdauer die Filterlaufzeiten länger werden. Je nach Flockungsdauer verstrichen zwischen 130 und 600 Sekunden, bis der Durchbruch begann. Da beim Umfüllen der Suspension aus dem 20 L Vorratsbehälter in den 2 L Vorlagebehälter des Experimentierstandes eine völlige Flockenzerstörung auftrat, wurde als Flockungszeit die Zeit nach dem Umfüllen gewertet.

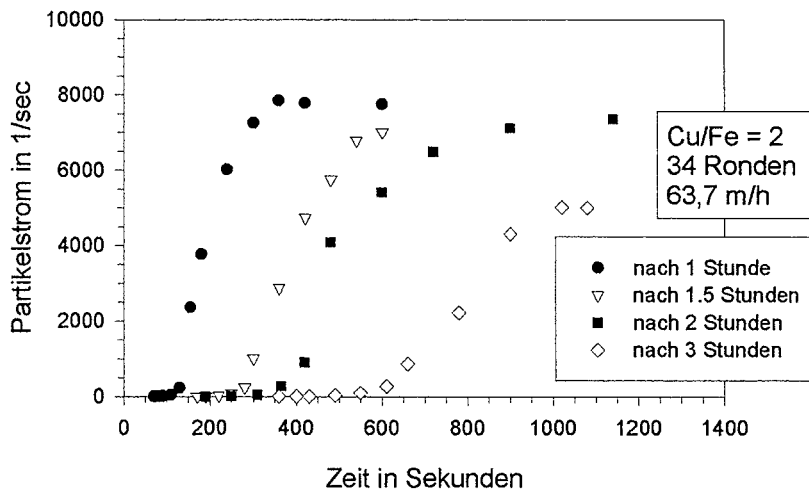


Abbildung 38: Zeitlicher Verlauf des Partikelstroms im Filterablauf bei unterschiedlich langen Flockungszeiten. Der Filter war mit 34 Filterronden bestückt und die Leerrohrgeschwindigkeit betrug 63,7 m/h.

Es konnte kein Flockenalter gefunden werden, nach dessen Überschreiten reproduzierbar zu messende Durchbruchkurven zu beobachten gewesen wären. Auch bei Flockungszeiten, die die Drei-Stunden-Marke überschritten, hielt der in Abbildung 38 zu erkennende Trend an. Die Durchbruchkurven verschieben sich immer mehr zu größeren Zeiten und flachen immer stärker ab. Der Grund für dieses Verhalten ist in dem auch im Vorlagebehälter gut beobachtbaren Alterungsprozess der Flocken zu suchen, im Laufe dessen sie Wasser verlieren und immer kompakter und kleiner werden. Infolge der Wasserauslagerung können die Flocken in dichter Packung an den Abscheidendrähten angelagert werden und die Filterkapazität wird dadurch erhöht. Da keine kontinuierliche Laborflockungsanlage zur Verfügung stand, mit der eine reproduzierbare Flockenherstellung für die Versuche hätte gewährleistet werden können, wurde darauf geachtet, dass die absatzweise Flockenherstellung immer nach exakt dem gleichen Schema durchgeführt und die Suspension nach zwei Stunden Flockungszeit für die Filterexperimente verwendet wurde.

Die eigentliche Versuchsreihe zur Bestimmung der Filterkapazitäten wurde mit Flocken, deren Cu/Fe-Verhältnis 2 betrug, unter Variation der Filtergeschwindigkeit durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 39 dargestellt und verdeutlicht die starke Abhängigkeit der Filterlaufzeiten von den im Filter herrschenden Strömungsgeschwindigkeiten.

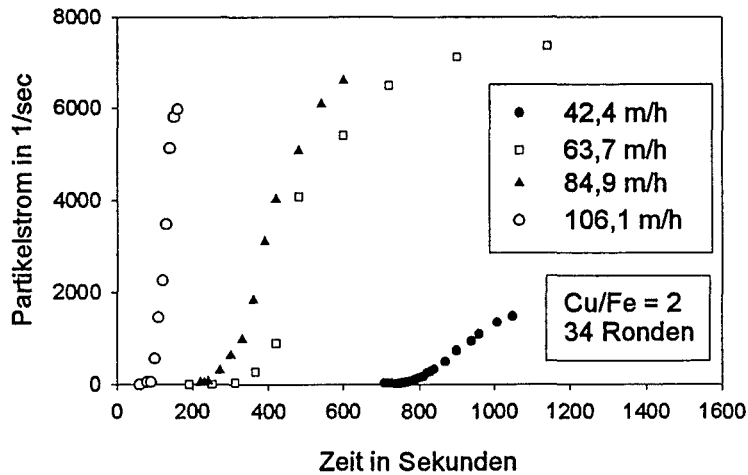


Abbildung 39: Zeitlicher Verlauf des Partikelstroms im Filterablauf bei unterschiedlichen Volumenströmen.

Die mit zunehmenden Volumenströmen kleiner werdenden Filterlaufzeiten sind zum einen auf die zur Partikelabscheidung an den Drähten zur Verfügung stehenden Anlagerungsbereiche zurückzuführen, die mit zunehmenden Strömungsgeschwindigkeiten kleiner werden. Bei zunehmenden Volumenströmen werden aber auch die Partikelströme größer, die in den Filter eintreten und infolgedessen die Aufnahmekapazität schneller erreicht wird.

In Tabelle 7 sind die Ergebnisse dieser Versuchsreihe zusammengestellt. Die Messung der Feststoffkonzentration der Flockensuspension mit einem Cu/Fe-Massenverhältnis von 2 ergab einen Wert von 57,4 mg/L. Zusammen mit den grafisch ermittelten Filterlaufzeiten kann damit die bis zum Filterdurchbruch abgeschiedene Trockenmasse berechnet werden. Zur Angabe der Sättigungsbeladung wird die im Filter abgelagerte Trockenmasse auf das Leervolumen des Filters bezogen werden. Mit einem Rauminhalt von 1923 mm³ ergeben sind die in Tabelle 7 abgegebenen Zahlenwerte für σ_s .

Tabelle 7: Bedingungen und Ergebnisse der Versuchsreihe zur Ermittlung der Sättigungsbeladung eines Filters.

Filtergeschwindigkeit in m/h	42,4	63,7	84,9	106,1
Filterlaufzeit in sec	940	540	340	120
abgeschiedene Trockenmasse in mg	18,0	15,5	13,0	5,7
Sättigungsbeladung σ_s in g/L	9,4	8,1	6,8	3,0

4.6.2 Filtereffizienz

Um die Effizienz zu messen, die ein Filter in der Anfangsphase der Filtration aufweist, wurde das Filtergehäuse mit nur wenigen Filterronden gefüllt. In Abhängigkeit der Rondenanzahl sollte beobachtet werden, welche Abscheidegrade das Filter erreichen kann. Die Experimente wurden mit einer Filtergeschwindigkeit von 42,4 m/h und mit Cu/Fe-Verhältnissen von 1 und 2 durchgeführt. Exemplarisch sei in Abbildung 40 das Ergebnis eines Versuchs gezeigt, der bei einem Cu/Fe-Verhältnis von 2 und mit einem mit vier Ronden bestückten Filtereinsatz durchgeführt wurde.

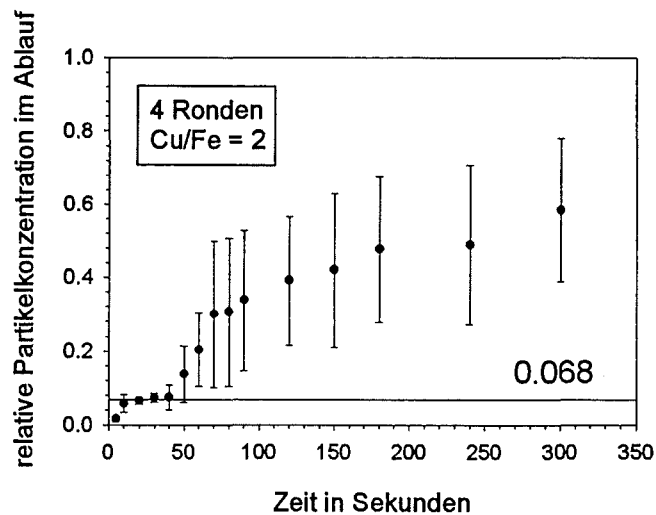


Abbildung 40: Zeitlicher Verlauf der relativen Partikelkonzentration im Filterablauf eines mit magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken beaufschlagten magnetischen Filters, das mit vier Ronden bestückt ist.

Mit nur vier Ronden im Gehäuse bricht das Filter gleich zu Beginn der Filtration auf einen Wert von 6,8 % der Partikelkonzentration im Zulauf durch. Dieser Partikeldurchgang ist für die ersten 40 Sekunden konstant; danach ist die Aufnahmekapazität der 4 Ronden erschöpft, sodass das Filter immer weniger Partikel zurückhalten kann und der Partikelstrom im Filterablauf weiter zunimmt. Die in den Fehlerbalken dokumentierte Streuung der Messwerte war ebenfalls charakteristisch für diese Experimentierreihe. Zu Beginn der Filtration war es möglich, reproduzierbare Werte zu messen. Der Grund für die starke Streuung der Messwerte in dem daran anschließenden weiteren Anstieg des Partikelstroms im Filterablauf lag daran, dass dieser Anstieg je nach Experiment zu leicht versetzten Zeitpunkten auftrat. Wie bereits in Abbildung 38 gezeigt werden konnte, kommen als Ursache für dieses Verhalten geringe Unterschiede im Flockenalter in Frage. Da aber nur die Abscheidegrade in der Anfangsphase interessierten, waren die großen Fehler zu späteren Filterzeiten nicht von Bedeutung.

Eine Zusammenstellung aller Ergebnisse dieser Versuchsreihe ist in Abbildung 41 gezeigt, in der die relativen Filterablaufkonzentrationen zu Filtrationsbeginn über der Rondenanzahl mit dem Cu/Fe-Verhältnis als Parameter aufgetragen sind. Die Stärke des Anstiegs des Partikeldurchgangs mit abnehmender Rondenanzahl erweckt den Anschein eines exponentiellen Zusammenhangs zwischen Rondenanzahl und Partikeldurchtritt.

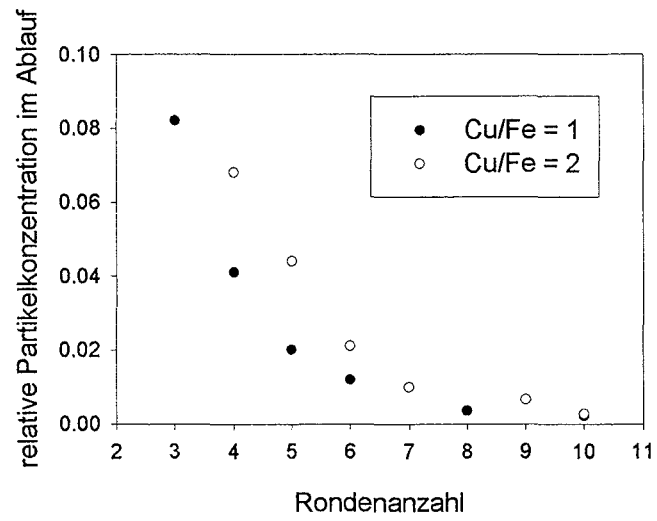


Abbildung 41: Entwicklung der relativen Partikelkonzentration im Ablauf bei Variation der Zahl der Filterrunden.

Wie ist es möglich, dass die Mathematik, die doch ein von aller Erfahrung unabhängiges Produkt des menschlichen Denkens ist, auf die Gegenstände der Wirklichkeit so vortrefflich passt? Hierauf ist nach meiner Ansicht kurz zu antworten: Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit.

Albert Einstein

5 Diskussion

5.1 Berechnung der Flockensuzzeptibilität

Für die Praxis der Magnetfiltration von Schwermetallhydroxiden ist es entscheidend, zu beurteilen, inwiefern in Abhängigkeit des vorliegenden Schwermetall/Eisen-Verhältnisses eine für magnetische Trennmethode geeignete Flockenbildung möglich ist. Die Grundlage eines entsprechenden Verfahrens muss dabei die Abschätzung der Flockensuzzeptibilität bilden, um die magnetische Qualität der Flocken zu bestimmen. Die Frage nach der Suszeptibilität der suspendierten Stoffe war in der Literatur zur Einzeldrahttheorie bisher kein Diskussionspunkt, da in den experimentellen Arbeiten immer mit kristallinen paramagnetischen Stoffen gearbeitet wurde, die im relevanten Feldstärkenbereich konstante, von Partikelgröße und Feldstärke unabhängige Werte für die Suszeptibilität besitzen. Dies gilt nicht mehr bei Hydroxidflocken, die ferrimagnetischen Magnetit enthalten. In diesem Fall ist eine Abhängigkeit der Flockensuzzeptibilität von der Feldstärke und dem Magnetitgehalt zu erwarten.

Die direkte Messung von Flockensuzzeptibilitäten ist experimentell realisierbar und kann z.B. nach der von REDDY et al. [41] beschriebenen Methode durchgeführt werden. Mittels Bildanalyse messen diese Autoren in einem bekannten, inhomogenen Magnetfeld die Wanderungsgeschwindigkeit von diskreten Ionenaustauschkügelchen, anhand derer die Suszeptibilität der Partikeln berechnet werden kann. Diese Methode zur Messung der Suszeptibilität ist sowohl an technischer Ausstattung als auch vom zeitlichen Aufwand sehr aufwendig und deshalb für die Praxis der magnetischen Filtration von magnetithaltigen Hydroxidflocken, in der die magnetische Qualität einer Flockung schnell beurteilt werden muss, weniger geeignet.

Eine den Belangen der Flockung im Beisein von frisch gefälltem Magnetit besser gerecht werdende Methode zur Abschätzung der Flockensuzzeptibilität wurde von FRANZREB et al. [5] vorgestellt. Sie schlagen vor, die Suszeptibilitäten der para-, dia- und ferrimagnetischen Flockenbestandteile jeweils gewichtet mit ihren Mengenanteilen zu addieren. Mit χ_{SMH} und

$\chi_{\text{H}_2\text{O}}$ als Volumenssuszeptibilitäten des Schwermetallhydroxids und des Porenwassers und dem Volumenanteil w der jeweiligen Flockenbestandteile ergibt sich für die Volumenssuszeptibilität der Flocken χ_F :

$$\chi_F = w_{\text{SMH}} \chi_{\text{SMH}} + w_{\text{H}_2\text{O}} \chi_{\text{H}_2\text{O}} + w_{\text{Magnetit}} \frac{M_{\text{S,Magnetit}}}{H} \quad (104)$$

Die Sättigungsmagnetisierung des Magnetits und die Suszeptibilitäten der jeweiligen Schwermetallhydroxide und des Wassers können Tabellenwerken entnommen werden. Die Ermittlung der entsprechenden Mengenanteile an Schwermetallhydroxid, Magnetit und Wasser basiert auf der Messung des Schlammvolumens.

Zur Ermittlung eines mittleren Feststoffgehalts der Flocken empfehlen FRANZREB et al. mit den Schwermetallkonzentrationen der Ausgangssuspension und dem in einem Imhofftrichter in der Einheit Milliliter Schlamm pro Liter Suspension bestimmten Schlammvolumen die Massen der Schwermetallverbindungen pro Schlammvolumen zu berechnen. Unter der Annahme, dass der im Imhofftrichter sedimentierte Schlamm aus dichtgepackten Flocken besteht und somit im Mittel die gleiche Zusammensetzung wie diese besitzt, ergeben sich Flockenfeststoffgehalte unter 1 %. Mit diesen Feststoffgehalten und der Annahme einer Schlammichte von ca. 1 g/cm^3 berechnen sich nach Gleichung 104 Volumenssuszeptibilitäten in der Größenordnung von 10^{-4} . FRANZREB stützt diese Rechenergebnisse mit Messwerten zur Schlamm-suszeptibilität, die mit einer Suszeptibilitätswaage ermittelt wurden. Als Messprobe diente der in den Imhofftrichtern abgesetzte Hydroxidschlamm.

In der vorliegenden Arbeit wurden Untersuchungen durchgeführt, mit denen Aussagen zum Feststoffgehalt diskreter Flocken gemacht werden konnten. Dabei zeigte sich, dass der Flockenfeststoffgehalt exponentiell von der Flockengröße abhängig ist. Um einen mit der erstgenannten Methode vergleichbaren Wert für den Feststoffanteil zu erhalten, muss der mittlere Feststoffanteil $(1 - \bar{\epsilon})$ des Flockenkollektivs gemäß Gleichung 105 berechnet werden.

$$(1 - \bar{\epsilon}) = \int_0^{\infty} (1 - \epsilon)(x) q_3(x) dx \quad (105)$$

Legt man der Rechnung die für eine Flockung mit einem Cu/Fe-Verhältnis von 2 gefundene Beziehung zwischen Feststoffanteil und Flockengröße zugrunde, ergibt sich ein mittlerer Feststoffgehalt von 3,6 %. Die direkt über die Messung der Sedimentationsgeschwindigkeit ermittelten Feststoffgehalte liegen generell geringfügig über den Feststoffgehalten, die indirekt über die Schlammphase bestimmt wurden. Dies lässt darauf schließen, dass innerhalb der Schlamm-packung trotz Sedimentationszeiten von 2 Stunden nach wie vor ein wassergefüllter Hohlraumanteil vorhanden ist. Ein weiterer Vorteil der direkten Messung der Flockenfeststoffgehalte gegenüber der indirekten Methode ist die Unabhängigkeit der Ergebnisse von der gewählten Sedimentationszeit.

Zur Diskussion der Gültigkeit der Gleichung 104 wurde die aus der Veröffentlichung von FRANZREB et al. stammende Abbildung 42 aufgenommen, in der gemessene und berechnete Volumenssuszeptibilitäten für magnetithaltige Nickelhydroxidflocken, die mit unterschiedlichen Ni/Fe-Massenverhältnissen hergestellt wurden, zusammen mit Ausgleichskurven aufgetragen sind.

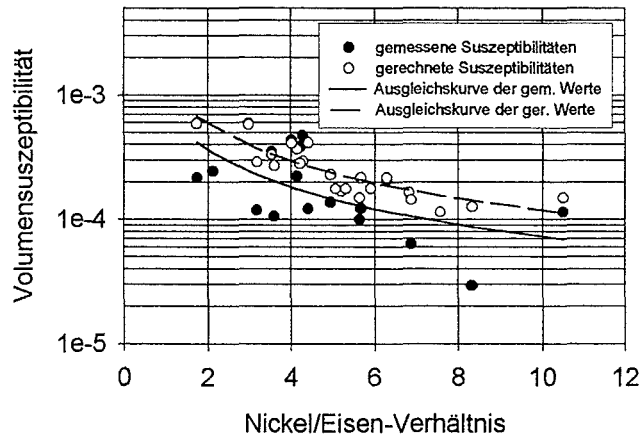


Abbildung 42: Gemessene und berechnete Volumenssuszeptibilitätswerte für magnetit-haltige Nickelhydroxidflocken (gerechnet mit: $M_{S, \text{Magnetit}} = 60 \text{ A} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$, $\chi_{g, \text{Ni(OH)}_2} = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{kg}$, $\chi_{g, \text{H}_2\text{O}} = 9,05 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{kg}$).

Die in Abbildung 42 zunächst auffallende starke Streuung sowohl der gemessenen als auch der berechneten Suszeptibilitäten wurde bei FRANZREB diskutiert. An dieser Stelle soll jedoch auf die dort nicht diskutierte systematische Abweichung der Messergebnisse von den berechneten Suszeptibilitäten eingegangen werden. Die gemessenen Schlammsuszeptibilitäten sind überwiegend kleiner als die mit Gleichung 104 unter Einbeziehung des Schlammvolumens berechneten Suszeptibilitätswerte. Sehr viel deutlicher wird dies an den Ausgleichskurven, die an die berechneten und gemessenen Suszeptibilitäten angepasst wurden. Beide Ausgleichskurven haben zwar einen identischen hyperbolischen Verlauf, weichen jedoch um einen konstanten Faktor voneinander ab. Für diesen Faktor wurde der Wert 0,6 ermittelt. Dabei ist anzumerken, dass die Größe dieses Zahlenfaktors keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit hat. Es soll lediglich aufgezeigt werden, dass Gleichung 104 eine Abschätzung der Größenordnung der Volumenssuszeptibilität erlaubt, die quantitative Vorhersage der Messwerte aber nicht möglich ist. Zur Berechnung der Flockenssuszeptibilitäten wird demzufolge vorgeschlagen, in Gleichung 104 einen konstanten Faktor < 1 einzuführen, der als der Anteil des Feststoffs aufgefasst werden kann, der zur Gesamtsuszeptibilität beiträgt. Mit dieser Konstanten, die für das vorliegende Stoffsystem jeweils experimentell bestimmt werden muss, kann eine quantitative Beschreibung der Messergebnisse gewährleistet werden.

Es stellt sich dann die Frage, welche Effekte dafür verantwortlich sein könnten, dass nur ein Teil der Magnetitteilchen mit ihren magnetischen Momenten zur Flockenssuszeptibilität beitragen. Mögliche Mechanismen werden im Folgenden beschrieben, eine vollständige Klärung des Effekts konnte im Rahmen dieser Arbeit aber nicht gegeben werden.

Sind die Magnetitpartikeln klein genug, kann dies dazu führen, dass die Energie der thermischen Bewegung ausreichend groß ist, um die Partikeln aus der parallelen Ausrichtung zwischen Magnetisierungsvektor und magnetischem Feldvektor zu drehen. Sobald aber der Magnetisierungsvektor einen Winkel Θ zum angelegten Magnetfeld einnimmt, wird die Magnetisierung kleiner, denn das effektive Dipolmoment einer Partikel ist seine Komponente, die in Feldrichtung weist.

Aufgrund von Anisotropien in der Gestalt der Partikeln, die dazu führen, dass Betrag und Richtung der Magnetisierung von der Orientierung der Partikeln zum angelegten Feld

abhängen, kann die Magnetisierung weiter abgeschwächt werden. Dabei bestehen mehrere Möglichkeiten: Sind die in einer Flocke eingebauten Magnetitteilchen so stark fixiert, dass eine freie Rotation innerhalb des Flockenverbandes nicht oder nur schwer möglich ist, werden nicht alle Magnetitteilchen gleichermaßen magnetisiert werden, sobald die Flocke in den Einflussbereich eines Magnetfeldes kommt, da nicht alle Teilchen bezüglich des äußeren Magnetfeldes optimal ausgerichtet sind.

Translatorische Bewegung der Flocken durch ein inhomogenes Magnetfeld oder eine Rotation der Flocken innerhalb eines homogenen Magnetfeldes führt dazu, dass die Magnetitteilchen ständig unterschiedlichen Feldrichtungen ausgesetzt sind. Sie können sich auf zweierlei Weise nach dem ständig veränderten Feld ausrichten: Entweder sie drehen sich innerhalb der Flocke oder der Magnetvektor muss innerhalb des Teilchens rotieren. Letzteres ist bei anisotropen Teilchen nur erschwert möglich. Sind die für diese Mechanismen benötigten Zeiten größer als die Zeitspannen, in denen die Richtungsänderungen des magnetischen Feldvektors stattfinden, führt dies zu geringeren Netto-Magnetisierungen.

Die Berechnung der Flockensuszeptibilität erfolgte gemäß diesen Überlegungen nach Gleichung 106. Darin wurde die Konstante mit γ bezeichnet und die in der Flocke vorhandenen Feststoffpartikeln wurden zum Feststoffanteil $(1-\varepsilon)$ zusammengefasst, dessen Volumensuszeptibilität mit χ_0 benannt wurde.

$$\chi_F = (1 - \varepsilon) \chi_0 \gamma \quad (106)$$

In Gleichung 106 wurde zudem berücksichtigt, dass bei großen Feststoffsuszeptibilitäten die Suszeptibilität des Wassers in guter Näherung vernachlässigt werden kann. Daher wird die Flockensuszeptibilität allein durch die Suszeptibilität und den Gehalt des in ihr eingelagerten Feststoffs bestimmt, der mit dem konstanten Faktor γ korrigiert werden muss.

In Abbildung 43 ist das Ergebnis der mit Gleichung 106 durchgeführten Berechnung der Flockensuszeptibilität gezeigt. Der Flockenfeststoffgehalt $(1-\varepsilon)$ ergibt sich aus der Porositätsfunktion (Gleichung 101), die Berechnung der Suszeptibilität des Feststoffs erfolgte mit Gleichung 19 für eine magnetische Feldstärke von $7,16 \cdot 10^5$ A/m. Für die Konstante γ wurde der Wert 0,6 eingesetzt. Abbildung 43 verdeutlicht, wie stark die Flockensuszeptibilität von der Flockengröße abhängig ist. Der Grund dafür liegt allein in dem Feststoffgehalt der Flocken, der mit zunehmender Flockengröße exponentiell abnimmt. Es ist zu erwarten, dass eine Berücksichtigung dieser Abhängigkeit bei der Modellierung der magnetischen Filtration eine weitere Annäherung der Vorhersagen an die experimentellen Ergebnisse ermöglicht.

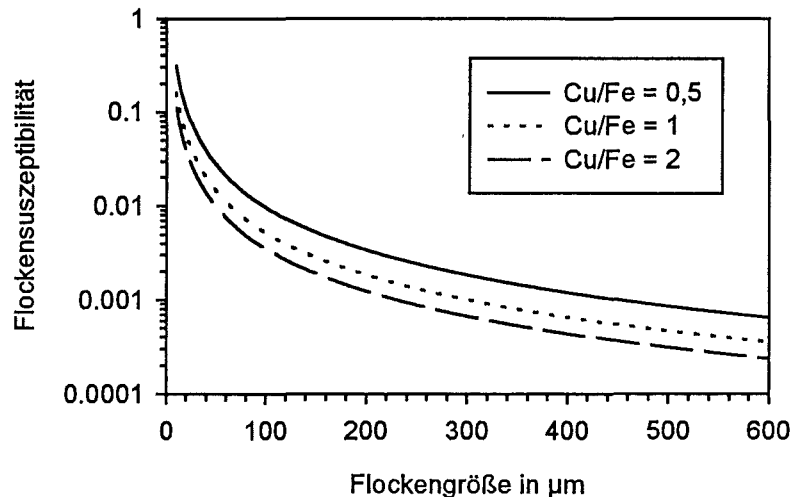


Abbildung 43: Ergebnis der Suszeptibilitätsberechnung von magnetithaltigen Kupferhydroxidflocken. Gezeigt ist der Verlauf über der Flockengröße mit dem Cu/Fe-Massenverhältnis als Parameter.

5.2 Berechnung der Einfangradien am Einzeldraht

Die korrekte Berechnung der Einfangradien ist entscheidend, wenn die Filtereffizienz in der Anfangsphase der Filtration anzugeben ist. Ein großer Unsicherheitsfaktor liegt in der Entscheidung für das richtige Strömungsmodell, auf dessen Grundlage die Berechnung zu erfolgen hat. In dieser Arbeit tritt als weiterer Unsicherheitsfaktor das im vorhergehenden Abschnitt besprochene Problem der Bestimmung der Flockenssuszeptibilität hinzu, da man bei der Angabe von Suszeptibilitätswerten, die in die Gleichungen einzusetzen sind, auf eine empirische Gleichung angewiesen ist. Diese Gleichung enthält eine Konstante, über deren Größe und Abhängigkeit vom betrachteten Stoffsystem es noch keine Untersuchungen gibt.

Zunächst soll die Frage nach dem zutreffenden Strömungsmodell diskutiert werden. In entsprechenden Versuchen wurden Flockensuspensionen durch die mit einem Draht bestückte Durchflussküvette geleitet, ohne dass ein Magnetfeld anwesend war. Durch die Verfolgung der Partikelbewegung in Drahtnähe erhält man eine Abbildung des Stromlinienverlaufs und es kann beurteilt werden, mit welchem Strömungsmodell das reale Strömungsfeld am Besten wiedergegeben werden kann.

In den folgenden Abbildungen sind experimentell ermittelte Partikelbahnen zusammen mit Stromlinien eingezeichnet, die nach unterschiedlichen Zylinderumströmungsmodellen berechnet wurden. Die Punkte stehen für die Aufenthaltsorte einer Partikel im Abstand von 20 ms. Die Linien markieren die nach dem potentialtheoretischen- bzw. dem STOKESSchen Modell berechneten Stromlinien.

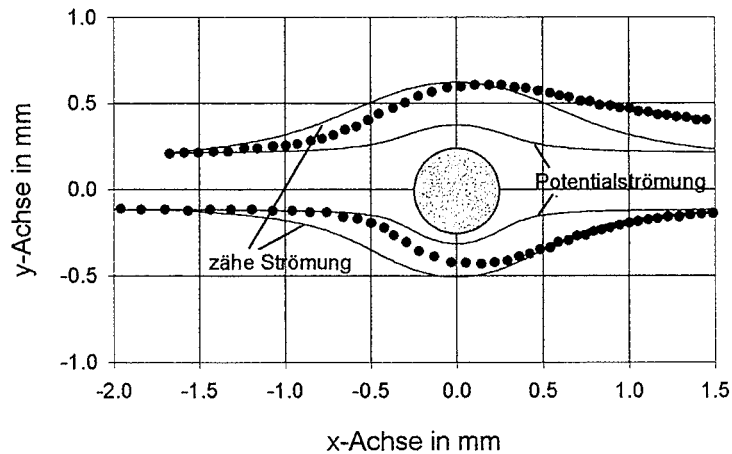


Abbildung 44: Vergleich zwischen gemessenen Partikelflugbahnen und berechneten Stromlinien bei einer Draht-Reynoldszahl von 2,5. Berechnet wurden die Stromlinien einer schleichenden und einer potentialtheoretischen Zylinderumströmung.

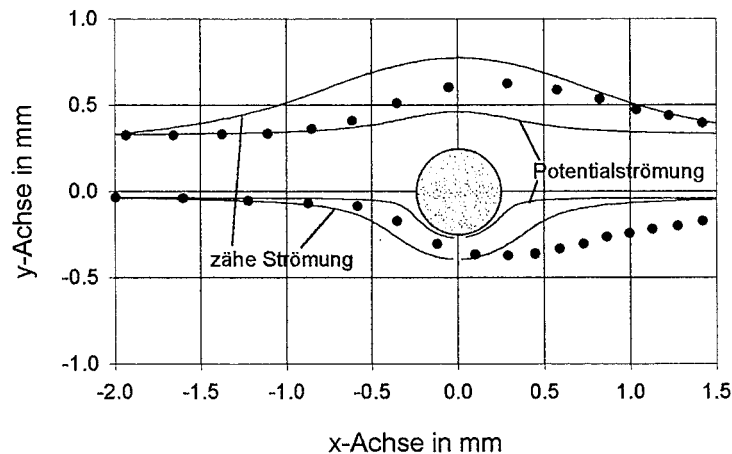


Abbildung 45: Vergleich zwischen gemessenen Partikelflugbahnen und berechneten Stromlinien bei einer Draht-Reynoldszahl von 7. Berechnet wurden die Stromlinien einer schleichenden und einer potentialtheoretischen Zylinderumströmung.

In Abbildung 44 ist die Partikelbewegung bei einer Draht-Reynoldszahl von 2,5 dargestellt, die Abbildung 45 zeigt Partikelbahnen bei einer Draht-Reynoldszahl von 7. Die Anströmung erfolgte jeweils von links in Richtung positiver x-Werte. Für beide Reynoldszahlenbereiche wurde eine Asymmetrie der Partikelbahnen in Bezug auf die y-Achse beobachtet. Die in der Anströmung auftretenden y-Koordinaten werden nach dem Passieren des Zylinders zumindest in dem beobachteten Bereich der x-Achse nicht wieder erreicht. Der Vergleich zwischen den gemessenen Partikelbahnen und den berechneten Stromlinien zeigt, dass keines der beiden Strömungsmodelle, die in dieser Arbeit diskutiert werden, diese Asymmetrie widerspiegeln kann. Sowohl die Stromlinien der Potentialumströmung, die sehr eng um den Draht führen, als auch die Stromlinien der zähen Zylinderumströmung, die an der viel stärker ausgeprägten Störung durch den Draht zu erkennen sind, haben völlig symmetrische Verläufe. Prinzipiell wird die durch den Draht verursachte Störung von der Potentialströmung unterschätzt und von der schleichenden Drahtumströmung überschätzt. Keines der Modelle kann die

experimentellen Partikelbahnen zufriedenstellend beschreiben. Die generelle Tendenz, dass bei kleinen Reynoldszahlen die experimentellen Partikelbahnen besser durch die Stromlinien einer zähen Drahtumströmung wiedergegeben werden und bei größeren Reynoldszahlen die Stromlinien der Potentialströmung eher den Messpunkten folgen, ist hingegen zu erkennen.

Im Folgenden sind Berechnungen von Einfangradienten mit den verschiedenen Modellen durchgeführt und ihre Eignung anhand der vorliegenden experimentellen Resultate diskutiert. Die zur Berechnung der Einfanggradienten relevanten Daten sind aus den Kapiteln 3.3.1 und 4.2 in Tabelle 8 zusammengefasst.

Tabelle 8: Daten zur Berechnung der Einfanggradienten.

dynamische Viskosität von Wasser bei 20°C	$1 \cdot 10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$
Drahtradius	0,25 mm
Feldstärke in der Mitte des Luftspalts	$7,12 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ (0,895 T)
Sättigungsmagnetisierung des Drahtes	$8,7 \cdot 10^5 \text{ A/m}$
Sättigungsmagnetisierung der Feststoffe (Cu/Fe = 0,5)	$1,75 \cdot 10^5 \text{ A/m}$
Sättigungsmagnetisierung der Feststoffe (Cu/Fe = 1)	$1,32 \cdot 10^5 \text{ A/m}$
Sättigungsmagnetisierung der Feststoffe (Cu/Fe = 2)	$0,96 \cdot 10^5 \text{ A/m}$

Die Berechnung der Einfanggradienten erfolgt zunächst nach der bisher üblichen Praxis, die von einem konstanten Wert der Suszeptibilität der Partikeln ausgeht, der auf der Messung des Schlammvolumens basiert. Dazu wurde das Schlammvolumen der Kupferhydroxid-Magnetit-Flockung entsprechend DIN 38409-H9-2 gemessen (siehe Kapitel 7.4). Bei der untersuchten Flockensuspension mit einem Cu/Fe-Verhältnis von 2 stellte sich nach 2 Stunden Sedimentationszeit ein Schlammvolumen von 12 ml/L ein. Mit einer Schwermetallkonzentration an Cu^{2+} und Fe^{2+} von 30 bzw. 15 mg/L in der Ausgangslösung berechnet sich schließlich ein Feststoffgehalt von 0,5 %. Der Gang der Rechnung kann dem Anhang (Kapitel 7.5) entnommen werden. Mit diesem Feststoffgehalt kann die Flockensuszeptibilität mit Hilfe von Tabelle 8, in der die Sättigungsmagnetisierung des Feststoffes und die Feldstärke aufgeführt sind, nach der in Gleichung 106 formulierten Vorschrift berechnet werden. Mit einem Wert von 0,6 für die Korrekturkonstante γ ergibt sich sodann eine mittlere Flockensuszeptibilität von $4,0 \cdot 10^{-4}$. Als Richtlinie zur Überprüfung der Rechnung wurden die experimentellen Ergebnisse der Einfanggradientenbeobachtung verwendet, die mit einem Cu/Fe-Verhältnis von 2 und bei Anströmgeschwindigkeiten von 8,4 mm/s und 11,6 mm/s durchgeführt wurde. Die Berechnung der Einfanggradienten erfolgte sowohl mit der Beziehung von GERBER und BIRSS (Gleichung 58), die unter Zugrundelegung einer Potentialströmung hergeleitet wurde, als auch mit der bei zähen Strömungen gültigen Gleichung 81. In Abbildung 46 ist der Vergleich der berechneten Kurven zusammen mit den experimentellen Ergebnissen gezeigt.

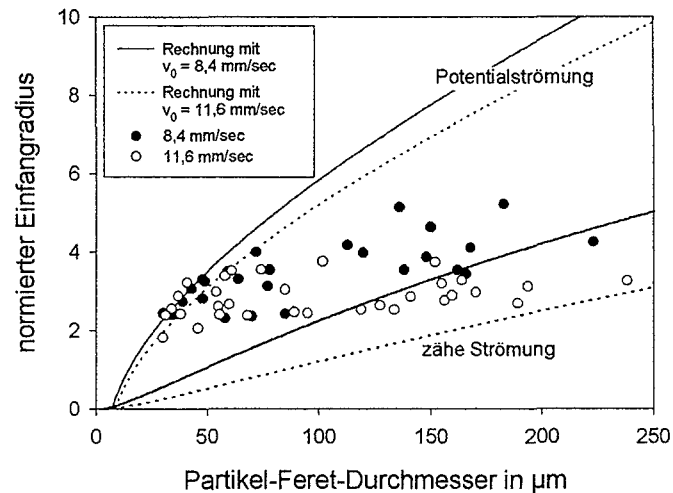


Abbildung 46: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Einfangradien. Die Berechnung mit konstanter Flockenszeptibilität erfolgte unter Annahme einer potentialtheoretischen bzw. einer zähen Drahtumströmung.

Aus Abbildung 46 wird deutlich, dass sich die am Einzeldraht gemessenen Einfangradien mit beiden Strömungsmodellen nicht vorhersagen lassen. Der Verlauf der berechneten Kurven und der experimentellen Punkte ist grundlegend verschieden. Das Potentialströmungsmodell sagt zu große Einfangradien voraus, während die Rechnung mit den bei zähen Strömungen gültigen Gleichungen zu kleine Einfangradien liefert. Auch der von beiden Rechenmodellen vorausgesagte Anstieg der Einfangradien mit zunehmender Partikelgröße konnte durch das Experiment nicht bestätigt werden. Die experimentellen Einfangradien bleiben auch bei großen Flocken nahezu konstant.

Die Suche nach den Gründen für diese Diskrepanz zwischen Modell und Experiment führte schließlich zu der auch von TAMBO und WATANABE [39] sowie von KLEINE [40] beeinflussten Hypothese, nach der der Feststoffgehalt von Hydroxidflocken keineswegs konstant, sondern eine Funktion der Flockengröße ist. Mit den Sedimentationsexperimenten konnte diese Hypothese in vollem Maße bestätigt werden. Dabei wurde gefunden, dass der Feststoffgehalt exponentiell mit zunehmender Flockengröße abnimmt. Wenn man berücksichtigt, dass Feststoffgehalt und Flockenszeptibilität zueinander proportional sind, wird deutlich, dass die Flockenszeptibilität ebenfalls exponentiell von der Flockengröße abhängig sein muss. Als Konsequenz aus diesen Überlegungen wurde in den Modellen zur Beschreibung der Einfangradien berücksichtigt, dass die Flockenszeptibilität eine Funktion der Partikelgröße ist. Das Resultat der erneuten Rechnung ist zusammen mit den experimentellen Ergebnissen in Abbildung 47 gezeigt.

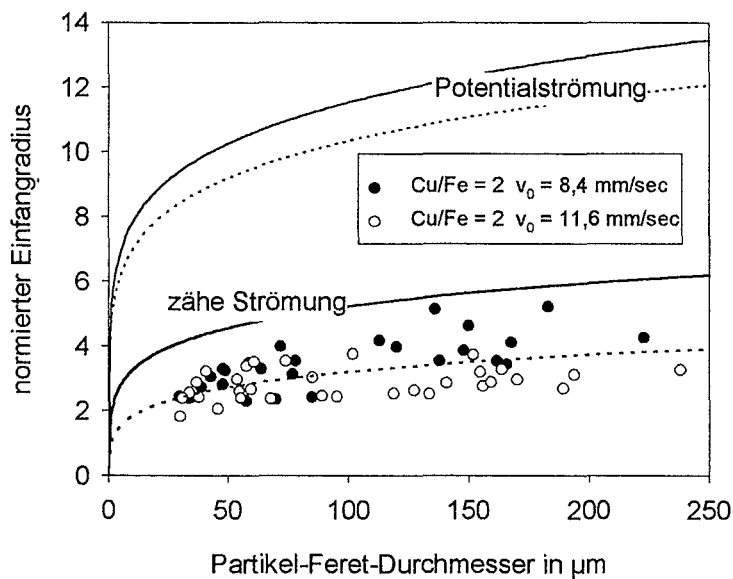


Abbildung 47: Vergleich zwischen experimentellen Einfangradien für magnetithaltige Kupferhydroxidflocken mit einem Massenverhältnis von 2 und den Resultaten der Berechnung, die mit Berücksichtigung einer flockengrößenabhängigen Suszeptibilität erfolgte.

Aus Abbildung 47 wird zweierlei deutlich: Zum einen wirkt sich die Berücksichtigung einer flockengrößenabhängigen Suszeptibilität bei beiden Strömungsmodellen auf den Anstieg der Einfangradien mit zunehmender Partikelgröße aus. Die Steigungen der berechneten Kurven flachen merklich ab, sodass sich deren Verlauf qualitativ den Messwerten annähert. Andererseits ist aber auch klar zu erkennen, dass das Potentialströmungsmodell viel zu große Einfangradien voraussagt und die Beschreibung der Einfangradien in dem untersuchten Partikelgrößenbereich zwischen 30 und 250 µm nur unter Zugrundelegung zäher Strömung gelingt.

Abschließend wurde versucht, mit diesem optimierten Einzeldrahtmodell das in Kapitel 4.5.1 in der Abbildung 35 dargestellte Ergebnis einer Experimentierreihe nachzurechnen, bei der Einfangradien von Flocken gemessen wurden, die annähernd konstante Anströmgeschwindigkeiten hatten, aber über unterschiedliche Cu/Fe-Massenverhältnisse verfügten. Der Abbildung 48, in der die berechneten Kurven und die experimentell ermittelten Punkte dargestellt sind, kann entnommen werden, dass die Beschreibung der Einfangradien auch in diesem Fall mit zufriedenstellendem Resultat gelingt. Dabei wurden für die Drahtumströmung STOKESSche Strömungsbedingungen zugrunde gelegt und die Abschätzung der Flockensuszeptibilität erfolgte wiederum mit einem γ -Wert von 0,6.

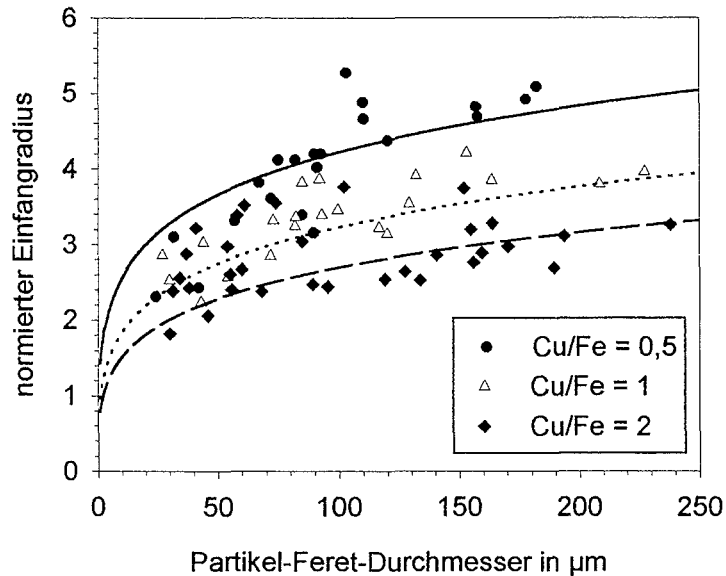


Abbildung 48 Berechnete und experimentelle Einfangradien am Einzeldraht bei einer mittleren Anströmgeschwindigkeit von 12,5 mm/s unter Variation des Cu/Fe-Massenverhältnisses.

Die in diesem Kapitel diskutierten Berechnungsmethoden haben klar gezeigt, dass die Einbeziehung der flockengrößenabhängigen Suszeptibilität in das Einzeldrahtmodell geeignet ist, die experimentellen Resultate korrekt zu beschreiben. Der Gebrauch einer für alle Flockengrößen gültigen mittleren Flockensuszeptibilität ist nicht zulässig. Dabei ist es wichtig, dass die Flockensuszeptibilität mit einer Korrektur abgeschätzt wurde, deren Zahlenwert von 0,6 auf der Auswertung von der Literatur [5] entnommenen Messwerten zur Suszeptibilität von Nickelhydroxid-Magnetit-Flocken beruht. Mit der begründeten Annahme, dass magnetithaltige Kupferhydroxidflocken vergleichbare Stoffsysteme sind, wurde dieser Wert auf diese Arbeit übertragen. Als weitere Konsequenz dieses Abschnitts kann festgehalten werden, dass nur mit der Annahme schleichender Strömung die Beschreibung der Einfangradien gelingt. Das Potentialströmungsmodell, das von reibungsfreien Strömungsbedingungen ausgeht, sagt prinzipiell zu große Einfangradien voraus.

5.3 Berechnung der Filtereffizienzen zu Beginn der Filtration

Die Grundlage zur Berechnung der Filtereffizienz zu Beginn der Filtration ist die Kenntnis der Einfangradien eines unbeladenen Drahtes. Der Einfangradius eines in transversaler Anordnung orientierten Einzeldrahtes kann entsprechend Kapitel 5.2 mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden. Da aber eine technische Filterronde aus einem Drahtnetz aufgebaut ist und mit willkürlicher Orientierung in das Filtergehäuse eingesetzt wird, werden nicht alle Drähte senkrecht zum äußeren homogenen Magnetfeld ausgerichtet sein. Sobald jedoch der Winkel zwischen Drahtachse und magnetischem Feldvektor nicht mehr 90° beträgt, hat dies eine Reduktion des Geschwindigkeitsverhältnisses v_m/v_0 zur Folge und an dem Draht wirken nicht mehr die maximalen Einfangradien. Sind Drahtachse und Magnetfeldrichtung parallel ausgerichtet, hat der Draht überhaupt keine Einfangwirkung mehr, da die Magnetpole sich jetzt an den Stirnseiten des Drahtes befinden.

Eine andere Auswirkung der Drahtnetze auf die Einfangradien des Einzeldrahtes hängt mit den in einem Drahtgitter vorhandenen Knotenpunkten zusammen. An diesen Knotenpunkten beeinflussen sich die Magnetfelder der Drähte untereinander. Diese Feldverzerrung hat zur Folge, dass an diesen Stellen die Einfangradien nicht mit den Einfangradien des Einzeldrahtes identisch sind. Alle diese Effekte können in der Weise berücksichtigt werden, indem man für eine Filterronde einen effektiven Einfangradius einführt, der durch eine Konstante mit dem Einfangradius des Einzeldrahtes verbunden ist. In dieser Konstanten, die in Gleichung 107 mit f_F bezeichnet wurde, ist der Einfluss der geometrischen Lage des Drahtes und die damit verbundene Verringerung von v_m/v_0 , aber auch die gegenseitige Beeinflussung der Drähte untereinander berücksichtigt.

$$Rc_{\text{eff}} = f_F Rc \quad (107)$$

BIRSS et al. [43] haben die Auswirkungen einer beliebigen Drahtorientierung auf die magnetische Geschwindigkeit v_m und die kurzreichende Konstante K theoretisch untersucht und konnten damit infolge statistischer Überlegungen die Verminderung des Einfangradius für nicht orthogonal ausgerichtete Drähte angeben. Diese mittleren Einfangradien haben sie in die Berechnung der Filterleistung ungeordneter Filter einbezogen, die in der longitudinalen und transversalen Feld-Strömungs-Konfiguration arbeiten. Vergleicht man die Ergebnisse von BIRSS et al. mit der Filterleistung geordneter Filter, so muss für die longitudinale Anordnung mit einem Korrekturfaktor von $f_F = 0,4$ gearbeitet werden. Im Falle der transversalen Konfiguration gilt ein Wert von $f_F = 0,2$.

Ist der effektive Einfangradius bekannt, kann die Einfangfläche einer Filterronde angegeben werden. Dazu muss die gesamten Drahtlänge der Ronde mit dem zweifachen des effektiven Einfangradius multipliziert werden. Die Abscheidewahrscheinlichkeit ergibt sich dann als Quotient aus Einfangfläche und gesamter Querschnittsfläche der Filterronde. Bezüglich der Kreuzungspunkte des Drahtnetzes muss darauf geachtet werden, dass Einfangflächen nicht doppelt mit einbezogen werden. Da die in dieser Arbeit verwendeten Filterronden jeweils 16 Knotenpunkte aufweisen, muss pro Filterronde eine Fläche von $16 \cdot 4 \cdot Rc_{a,\text{eff}}^2$ wieder subtrahiert werden. Aufgrund eines Abstandes der Drahtachsen von 10 Drahtstrahlen kann theoretisch keine Partikel die Ronde mehr passieren sobald die normierten effektiven Einfangradien größer als 5 werden. Der Abscheidegrad der Ronde erreicht in diesem Fall 100 %. Zusammenfassend ist in Gleichung 108 angegeben, wie die Abscheidewahrscheinlichkeit einer Filterronde berechnet wurde. Der Innendurchmesser einer Filterronde wurde dabei mit d bezeichnet.

$$\text{Abscheidewahrscheinlichkeit} \begin{cases} \frac{2 Rc_{a,\text{eff}} \text{ Drahtlänge} - 16 \cdot 4 \cdot Rc_{a,\text{eff}}^2 a^2}{(\pi/4)d^2} & \text{wenn } Rc_{a,\text{eff}} < 5 \\ 1 & \text{wenn } Rc_{a,\text{eff}} > 5 \end{cases} \quad (108)$$

Die Beschreibung der experimentellen Filtereffizienzen gelingt, wenn für die in Gleichung 107 eingeführte Konstante f_F der Wert 0,23 eingesetzt wird. Der Zahlenfaktor liegt damit im Bereich der von BIRSS et al. aufgrund statistischer Überlegungen theoretisch gefundenen Korrektur. In Abbildung 49 ist das Ergebnis der Rechnung zusammen mit den experimentellen Resultaten gezeigt.

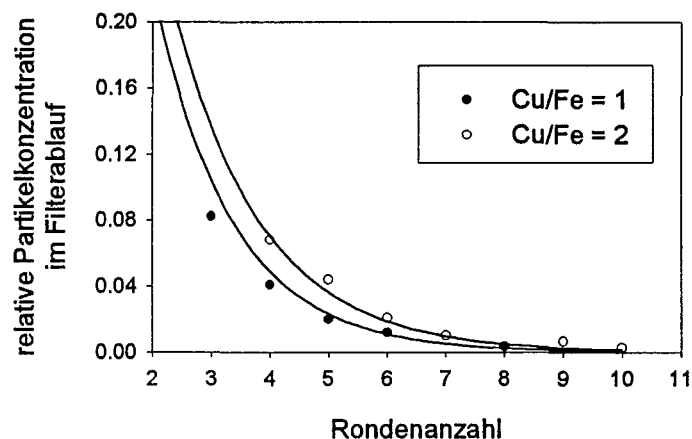


Abbildung 49: Mit dem Einzeldrahtmodell berechnete relative Partikelkonzentration im Ablauf zu Beginn der Filtration. Im Vergleich dazu sind experimentelle Ergebnisse gezeigt.

5.4 Berechnung der Anlagerungsflächen

Die Bilder der Partikelanlagerungen an den Drähten haben gezeigt, dass die Anlagerungszonen nicht, wie theoretisch vorhergesagt, innerhalb eines Kreissektors von 90 Grad in die Strömung hinein anwachsen, sondern mit einem sehr viel kleineren Winkel, für den ein Wert von 63 Grad ermittelt werden konnte. Die möglichen Gründe dafür werden im Folgenden diskutiert.

Die Überlegungen, die zur Abscheidezone innerhalb eines 90 Grad-Sektors führten, basierten auf der Annahme, dass durch die Partikelanlagerung das Magnetfeld in der Drahtumgebung nicht wesentlich verändert wird. Diese Bedingung ist nur dann gewährleistet, wenn die Suszeptibilität der Partikeln sich nicht um Größenordnungen von der Suszeptibilität der Suspensionsflüssigkeit unterscheidet. Sobald aber, wie es in dieser Arbeit der Fall ist, die an sich paramagnetischen Flocken neben para- und diamagnetischen Anteilen auch noch ferrimagnetische Materialien enthalten, ist diese Voraussetzung nicht mehr erfüllt. In der Anlagerungszone werden die ferrimagnetischen Magnetitpartikeln, von denen jede ein magnetisches Moment hat, stark angereichert. In Abwesenheit eines magnetischen Feldes wären die magnetischen Momente der Magnetitpartikeln wahllos orientiert und das Partikelagglomerat hätte keine Netto-Magnetisierung. Sobald aber ein Feld auf die Partikeln einwirkt, werden diese mehr und mehr in Feldrichtung ausgerichtet. Bei großen Feldstärken sind alle Partikeln vollständig ausgerichtet und die Magnetisierung erreicht ihren Sättigungswert. Insgesamt weist das angelagerte Material eine Magnetisierung in Richtung des angelegten Feldes auf, deren Größe sich aus der Summe der magnetischen Momente der einzelnen Magnetitpartikeln ergibt. Dies muss sich auf das Magnetfeld, das ursprünglich durch das vom magnetisierten Zylinder herrührende Streufeld charakterisiert wurde, auswirken. Durch den Beitrag der Magnetisierung des Magnetitteilchenagglomerats wird das Magnetfeld weiter gebündelt wodurch der Anlagerungsbereich schmaler wird.

Zur Berechnung der Anlagerungsflächen wurde vereinfachend angenommen, dass deren Form der Gestalt eines Kreisringsektors nahekommt. Die Fläche eines Kreisringsektors kann nach der in Gleichung 109 angegebenen Beziehung berechnet werden:

$$A = \frac{\varphi \pi}{360} (r_{\max}^2 - a^2) \quad (109)$$

Hierbei ist φ die Maßzahl des Zentriwinkels in Grad und r_{\max} ist der äußere Radius des Kreisringsektors, der gleichbedeutend mit dem Sättigungsradius der Anlagerungszone ist. Der innere Radius ist identisch mit dem Drahradius a . Die Kreisringsektorfläche wird mit der kreisförmigen Drahtquerschnittsfläche $\pi \cdot a^2$ normiert. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass sich in der transversalen Anordnung zwei Anlagerungszone ausbilden. Für die gesamte normierte Anlagerungsfläche folgt schließlich:

$$\frac{A_{\text{ges}}}{\pi a^2} = \frac{\varphi}{180} (r_{a,\max}^2 - 1) \quad (110)$$

Für die Rechnung wurde als Zentriwinkel φ der experimentell ermittelte Wert von 63 Grad verwendet. Der Sättigungsradius der Anlagerungszone $r_{a,\max}$ berechnet sich nach der in Kapitel 2.3.2 hergeleiteten Gleichung 89. Danach ist der Sättigungsradius eine Funktion des Geschwindigkeitsverhältnisses v_m/v_0 , der K-Zahl und eines Zahlenkoeffizienten, der sich aus der Reibungszahl, der Wandeinflusszahl und der Grenzschichtzahl zusammensetzt. Die Berechnung der magnetischen Geschwindigkeit v_m wurde mit den x_{50} -Werten der Volumen- bzw. Flächenverteilungen der Flockenkollektive vorgenommen und erfolgte ansonsten mit den in Tabelle 8 aufgelisteten Daten. Für den zur Berechnung der Flockensuzzeptibilität notwendigen Zahlenfaktor wurde $\gamma = 0,6$ verwendet. Die Wandeinflusszahl wurde entsprechend den Ergebnissen von RUBIN [33] mit 2,34 angesetzt und für die Grenzschichtzahl wurde der für die Platte gültige Wert von 5 verwendet. Für die Reibungszahl musste ein Wert von 0,05 eingesetzt werden, um die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu gewährleisten.

Aus Abbildung 50, in der der Vergleich zwischen berechneten und experimentell ermittelten Anlagerungsflächen dargestellt ist, wird deutlich, dass mit diesem stark vereinfachten Modell die Beschreibung der maximalen Anlagerungsflächen nur bedingt möglich ist. Die experimentellen Resultate lassen eine geringere Abhängigkeit der Anlagerungsflächen von der vorherrschenden Strömungsgeschwindigkeit erkennen, als dies durch die gerechneten Kurven prognostiziert wird. Die Ursache für diese Diskrepanz ist vermutlich in der Tatsache zu suchen, dass der an den Drähten angelagerte Flockenverband kein starres Gebilde ist, sondern sich je nach der von der Umströmung aufgeprägten Druckverteilung verformt. Da der dynamische Druck quadratisch mit der Anströmungsgeschwindigkeit zunimmt, ist es vorstellbar, dass mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit der angelagerte Flockenverband insgesamt eine strömungsgünstigere Form annimmt und dadurch die Verkleinerung der Anlagerungsfläche abgeschwächt wird.

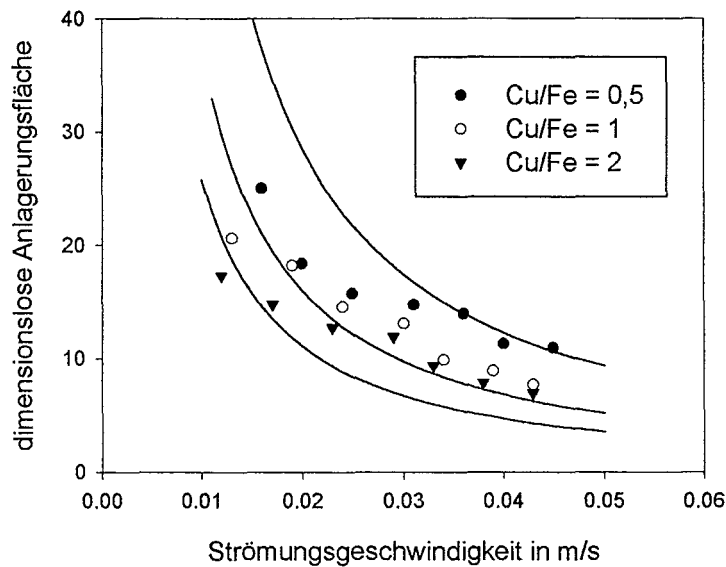


Abbildung 50: Berechnete und gemessene Flächen der vollständig ausgebildeten Anlagerungszonen an einem magnetisierten Draht. Die Anlagerungsflächen sind auf die Drahtquerschnittsfläche bezogen.

5.5 Berechnung der Sättigungsbeladung eines Filters

Mit den im vorigen Kapitel gewonnenen Resultaten zur Berechnung von maximalen Anlagerungsflächen ist die Angabe eines für die Flockenablagerung an den Drahtoberflächen zur Verfügung stehenden Volumens möglich, wenn die insgesamt im Filter vorhandene Drahtlänge bekannt ist. Im Hinblick auf die Quantifizierung der Sättigungsbeladung eines Filters muss aber zusätzlich die Packungsstruktur des an den Drahtoberflächen haftenden Flockenagglomerats bekannt sein. D.h. nur bei Kenntnis der Packungsdichte der Flocken in den Anlagerungszonen kann die Zahl abgeschiedener Flocken abgeschätzt werden. Eine Möglichkeit, um zu Aussagen zur Sättigungsbeladung eines Filters zu kommen, wäre, mit dem pro Liter Suspension anfallenden Schlammvolumen, das in Absetzversuchen ermittelt werden kann, auf die insgesamt behandelbare Abwassermenge zu schließen. Diese Vorgehensweise ist zulässig, falls die Porosität des im Absetztrichter vorliegenden Schlammes und die Porosität des Flockenverbandes in der Anlagerungszone gleich sind. Da aber anzunehmen ist, dass der Flockenverband unter dem Einfluss des Magnetfeldes kompaktiert wird, werden die Flocken an den Abscheidendrähten dichter gepackt sein als diejenigen in den Imhofftrichtern. Als Ausgangspunkt für weitere Berechnungen ist es somit unerlässlich, die Packung der abgeschiedenen Flocken abzuschätzen. In diesem Abschnitt soll dies versucht werden, wobei es sich anbietet, den Feststoffgehalt des abgeschiedenen Flockenkollektivs als Größe zur Kennzeichnung dessen Packungsstruktur heranzuziehen. Bei Kenntnis der pro Liter in der Zulaufsuspension enthaltenen Trockenmasse kann dann auf die bis zur Sättigungsbeladung behandelbare Abwassermenge geschlossen werden.

Zunächst soll die Berechnung des maximal zur Verfügung stehenden Anlagerungsvolumens im Filter aus den maximalen Anlagerungsflächen ausgeführt werden, wobei folgendes zu berücksichtigen ist:

Die in Abbildung 50 an der Abszissenachse aufgetragene Strömungsgeschwindigkeit ist die Strömungsgeschwindigkeit, die in den Zwischenräumen des Drahtgitters auftritt. Diese hängt bei vorgegebenem Volumenstrom von der zur Verfügung stehenden Durchtrittsfläche A_{frei} ab, die mit zunehmender Partikelabscheidung aufgrund der anwachsenden Anlagerungszonen kleiner wird. Die Berechnung von A_{frei} muss demnach gemäß Gleichung 111 erfolgen, in der D der Innendurchmesser und L_{Draht} die gesamte Drahtlänge einer Filterrunde ist. Der letzte Summand berücksichtigt die 16 Kreuzungspunkte des Drahtgitters, deren Flächen nicht doppelt gezählt werden dürfen.

$$A_{\text{frei}}(v_0) = \frac{\pi}{4} D^2 - 2 r_{\text{max}}(v_0) L_{\text{Draht}} + 64 r_{\text{max}}^2(v_0) \quad (111)$$

Der Sättigungsradius r_{max} des Anlagerungsbereichs ist eine Funktion der Strömungsgeschwindigkeit, die an der Außenzone des Anlagerungsbereichs herrscht. Der funktionale Zusammenhang wurde in Kapitel 2.3.2 hergeleitet und ist in Gleichung 89 formuliert. Für diese Gleichung fünften Grades existiert keine explizite Lösung für r_{max} und infolgedessen kann auch die Bestimmungsgleichung für die Strömungsgeschwindigkeit in den Zwischenräumen (Gleichung 112) nicht nach v_0 aufgelöst werden. Bei vorgegebenem Volumenstrom muss mit numerischen Methoden auf v_0 geschlossen werden.

$$v_0 A_{\text{frei}}(v_0) - \dot{V} = 0 \quad (112)$$

Die Lösungen für Leerrohrgeschwindigkeiten zwischen 0,012 und 0,029 m/sec sind in Tabelle 9 zusammen mit den entsprechenden Anlagerungsflächen angegeben. Mit einer Drahtlänge von 36,3 mm (40,3 mm - 16·0,25 mm), die pro Filterrunde der Flockenanlagerung zur Verfügung steht, kann das pro Drahtnetz für die Flockenablagerung zur Verfügung stehende Volumen beziffert werden. In Tabelle 9 wurde das Anlagerungsvolumen aufgeführt, das sich bei 34 Ronden ergibt.

Tabelle 9: Ergebnisse der Berechnung der Strömungsgeschwindigkeiten in den Zwischenräumen des mit Flocken belegten Drahtgitters, der Anlagerungsflächen und der Anlagerungsvolumina von 34 Filterronden bei vorgegebenen Leerrohrgeschwindigkeiten.

Leerrohr- geschwindigkeit in m/sec	Strömungsge- schwindigkeit in m/sec	Anlagerungsfläche in mm ²	Anlagerungsvolumen bei 34 Ronden in mm ³
0,012	0,069	0,21	257
0,018	0,083	0,17	205
0,024	0,095	0,14	173
0,029	0,107	0,12	148

Für den Feststoffgehalt des Anlagerungsvolumens kann damit eine Angabe gemacht werden. In Tabelle 7 sind die aus den Filterdurchbruchkurven bei Variation der Strömungsgeschwindigkeit ermittelten Trockenmassen aufgeführt, die mit einer Dichte von

4,27 g/cm³ (siehe Tabelle 3) in entsprechende Volumina umgerechnet werden können. Diese Trockenmassen wurden nochmals in die Tabelle 10 mit aufgenommen. Mit deren Volumina und den in Tabelle 9 stehenden Anlagerungsvolumina kann der Feststoffgehalt des an den Drähten abgeschiedenen Flockenverbandes berechnet werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 10 aufgeführt.

Tabelle 10: Im Filter zurückgehaltene Trockenmasse bei unterschiedlichen Leerrohrgeschwindigkeiten und dazu korrespondierendes Volumen und Feststoffgehalt.

Leerrohr- geschwindigkeit in m/sec	Trockenmasse in mg	Volumen der Trockenmasse in mm ³	Feststoffgehalt des abgeschiedenen Flockenverbandes
0,012	18,0	4,21	0,016
0,018	15,5	3,63	0,018
0,024	13,0	3,05	0,018
0,029	5,7	1,34	0,009

Der Feststoffgehalt des an den Drähten abgeschiedenen Flockenagglomerats kann im Rahmen der Messgenauigkeit als annähernd konstant angesehen werden. Zumindest die bei Leerrohrgeschwindigkeiten zwischen 0,012 und 0,024 m/sec ermittelten Feststoffgehalte liegen dicht beieinander und haben einen Mittelwert von 0,017. Lediglich der bei einer Leerrohrgeschwindigkeit von 0,029 m/sec bestimmte Wert weicht etwas davon ab. Dennoch ist es plausibel, davon auszugehen, dass die Strömungsgeschwindigkeit keinen Einfluss auf den Feststoffgehalt in der Anlagerungszone hat. Anders verhält es sich z.B. mit dem Cu/Fe-Massenverhältnis der Flocken oder dem angelegten Magnetfeld. In diesem Fall ist der in Tabelle 10 angegebene Feststoffgehalt des angelagerten Flockenverbandes nur für diese speziellen Versuchsbedingungen charakteristisch und eine Änderung dieser Parameter würde Auswirkungen auf den Feststoffgehalt haben. Eine genauere Untersuchung der Zusammenhänge war im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht möglich. Gleichwohl konnte eine Methode aufgezeigt werden, um a priori die Sättigungsbeladung eines Filters aus den physikalischen Gegebenheiten anzugeben. Die Kenntnis des zur Flockenabscheidung verfügbaren Anlagerungsvolumens reicht allein nicht aus. Erst wenn das Wissen über den Feststoffgehalt des abgeschiedenen Flockenverbandes verfügbar ist, kann auch die Sättigungsbeladung des Filters abgeschätzt werden.

5.6 Berechnung von Filterdurchbruchkurven

Mit den vorgestellten Ergebnissen kann das Durchbruchverhalten von Filtern vorausberechnet werden, sofern beide Filterkonstanten λ_0 und τ_0 bekannt sind. Grundlage der Berechnung ist Gleichung 13.

$$\frac{N}{N_{\text{ein}}} = \frac{\exp(\tau/\tau_0)}{\exp(\tau/\tau_0) + \exp(\lambda_0 z) - 1} \quad (13)$$

Der darin enthaltene Filterkoeffizient λ_0 ergibt sich unmittelbar aus dem Einfangradius des Einzeldrahtes. Sind die Strömungsgeschwindigkeiten im Filter klein, sodass sich Draht-

Reynoldszahlen < 6 ergeben, kann dieser Einfangradius nach dem im Folgenden angegebenen Satz an Gleichungen berechnet werden:

$$2 R c_a \ln \sqrt{L R c_a^2 + R c_a^2} - R c_a + \frac{R c_a}{L R c_a^2 + R c_a^2} - \Re \frac{v_m}{v_0} \frac{2 L R c_a R c_a}{(L R c_a^2 + R c_a^2)^2} = \frac{C c \Re}{v_{0a}} \quad (81)$$

$$\Re = 2 - \ln(\text{Re})$$

$$\frac{C c \Re}{v_{0a}} = \left(3 r_{as} \ln r_{as} - \frac{1}{2} r_{as} + \frac{1}{2 r_{as}} \right) \sin(\theta_s) \quad (77)$$

$$r_{as}(x) = c_1 + c_2 x + c_3 x^{1,5} + c_4 x^2 + c_5 x^{0,5} \quad (74)$$

mit $x = \Re \cdot v_m / v_0$ und

$$\begin{aligned} c_1 &= 1,0473 \\ c_2 &= -0,01209 \\ c_3 &= 2,8911 \cdot 10^{-4} \\ c_4 &= -2,7523 \cdot 10^{-6} \\ c_5 &= 0,3881 \end{aligned}$$

$$\theta_s = \arccos \left(-\frac{v_0}{v_m} \frac{1}{4 \Re} r_{as}^3 \left[2 \ln r_{as} + 1 - \frac{1}{r_{as}^2} \right] \right) \quad (69)$$

Im Falle eines breit gestreuten Partikelkollektivs muss die Berechnung der magnetischen Geschwindigkeit v_m mit den jeweiligen x_{50} -Werten für die Äquivalentdurchmesser d_v und d_{pm} durchgeführt werden. Aus Gleichung 56 wird dann:

$$v_m = \frac{2 \mu_0 \chi M H d_v^3}{9 \eta a d_{pm}} \frac{1}{4} \quad (56)$$

Die Medianwerte x_{50} des volumenäquivalenten und des projektionsflächenäquivalenten Flockendurchmessers berechnen sich bei bekannter Anzahldichteverteilung wie folgt:

$$\begin{aligned} \overline{d_v^3} &= \Psi_{v,pm}^3 x_{50,3}^3 \\ \overline{d_{pm}} &= x_{50,0} \end{aligned} \quad (113)$$

Die weiteren relevanten Daten zur Berechnung der magnetischen Geschwindigkeit können der Tabelle 11 entnommen werden. Da der Abstand der einzelnen Drahtnetze im Filter 2 mm beträgt, ist der maßgebliche Abstand, bei dem die Einfangradien zu berechnen sind, mit $L R c_a = 8$ anzunehmen.

Tabelle 11: Daten zur Berechnung des Einfangradius

Drahradius	0,125 mm
dynamische Viskosität	$1 \cdot 10^{-3}$ kg/(m sec)
Sättigungsmagnetisierung des Drahtes	$1,21 \cdot 10^6$ A/m
Sättigungsmagnetisierung des Feststoffes	$95,75 \cdot 10^3$ A/m
γ -Korrektur	0,6
LRc_a	8
$x_{50,0}$	64,6 μ m
$x_{50,3}$	140,5 μ m
$\Psi_{v,pm}$	0,956

Ist der Einfangradius bekannt, kann der Filterkoeffizient λ_0 bei schichtenweise aus Drahtnetzen aufgebauten Filtern z.B. nach der in Gleichung 108 aufgezeigten Systematik berechnet werden. Im Falle ungeordneter Filterpackungen muss mit der Packungsdichte F gerechnet werden, die als das Verhältnis von Drahtvolumen zu Gesamtvolumen des Filters zu verstehen ist. Für den Filterkoeffizienten gilt dann (siehe auch [27]):

$$\lambda_0 = f_F \frac{2FRc_a}{\pi a} \quad (114)$$

Der in Gleichung 114 stehende Zahlenkoeffizient f_F berücksichtigt die wahllose Drahtorientierung, wobei die von BIRSS et al. [43] gefundenen Korrekturen für die transversale und die longitudinale Anordnung verwendet werden können.

Zur Berechnung der Sättigungsbeladung des Filters wurde eine einfache Modellvorstellung vorgeschlagen, mit der das im Filter für die Flockenabscheidung zur Verfügung stehende Volumen in Abhängigkeit der physikalischen Gegebenheiten abgeschätzt werden kann. Zur Angabe einer Sättigungsbeladung muss aber der Feststoffgehalt des abgeschiedenen Flockenagglomerats bekannt sein. Für das in dieser Arbeit untersuchte Flockungssystem und für die eingesetzte Magnetfeldstärke wurde ein Feststoffgehalt von 1,7 % ermittelt. Dieser Feststoffgehalt liegt damit im Bereich des aus Absetzversuchen bestimmten Feststoffgehalts des magnetithaltigen Hydroxidschlammes. Für eine erste Abschätzung der Sättigungsbeladung eines Filters ist es somit zulässig, mit den aus Absetzversuchen ermittelten Feststoffgehalten zu rechnen, wobei idealerweise die Imhofftrichter innerhalb eines inhomogenen Magnetfeldes angeordnet werden können, um die realen, im Filter vorliegenden Bedingungen andeutungsweise zu simulieren. JÖRGER [44] hat die Sedimentation magnetithaltiger Zinkhydroxidflocken über den Polschuhen eines Elektromagneten durchgeführt und konnte im Vergleich zu den bei Abwesenheit eines Magnetfeldes gefundenen Resultaten eine durch das Magnetfeld hervorgerufene Kompaktierung des Schlammes feststellen. Diese Schlammkompression lag im Bereich zwischen 40 und 60 Vol.-%.

Die Berechnung der Sättigungsbeladung, die mit einem Feststoffgehalt von 1,7 % vorgenommen wurde, führte zu den in Tabelle 12 angegebenen Ergebnissen. Ergänzend dazu sind die Resultate der Filterkoeffizientenberechnung und schließlich die Zahlenwerte der charakteristischen Zeitkonstanten $\tau_0 = \sigma_s / (N_{ein} v_0 \lambda_0)$ aufgeführt.

Tabelle 12: Ergebnisse der Berechnung von Sättigungsbeladungen, Filterkoeffizienten und charakteristischen Zeitkonstanten für die speziellen Versuchsbedingungen der in Abbildung 39 dargestellten Durchbruchkurven.

Leerrohr- geschwindigkeit in m/sec	Sättigungsbeladung σ_s in g/L	Filterkoeffizient λ_0 in 1/m	Zeitkonstante τ_0 in sec
0,012	9,7	281	51,0
0,018	7,7	227	33,4
0,024	6,5	168	28,6
0,029	5,6	17	197,1

Aus Abbildung 51 sind die berechneten zusammen mit den gemessenen Durchbruchkurven dargestellt. Daraus wird deutlich, dass die quantitative Beschreibung der Durchbruchkurven gelingt. Die zeitlichen Verläufe der Filterleistung bei Leerrohrgeschwindigkeiten von 0,012, 0,018 und 0,024 m/sec sind vergleichbar. Lediglich die Rechnung, die mit den bei einem Volumenstrom von 0,029 m/sec vorherrschenden Bedingungen durchgeführt wurde, liefert ein weit aus dem erwartbaren Rahmen fallendes Ergebnis. Nach der Vorhersage des Modells bricht das Filter gleich zu Beginn mit 30 % der Konzentration der Zulaufkonzentration durch. Im weiteren Verlauf erreicht der Filterablauf nur allmählich die Zulaufkonzentration. Dies steht im klaren Widerspruch zum experimentellen Resultat, nach dem das Filter in der Anfangsphase eine 100 %-ige Abscheidung aufweist, auf die ein steiler Filterdurchbruch folgt.

Das Versagen des Modells für diesen Fall ist auf die zu großen Draht-Reynoldszahlen zurückzuführen, die bei Leerrohrgeschwindigkeiten von 0,029 m/sec im Filter auftreten. In diesem Fall liegen die Draht-Reynoldszahlen oberhalb von 7. Die Einfangradienberechnung unter Zugrundelegung schleichender Strömung ist nur bei kleinen Reynoldszahlen gültig, wobei der Bereich kleiner Reynoldszahlen in diesem Zusammenhang bis maximal $Re = 7$ ausgedehnt werden kann. Diese Obergrenze wird durch den in den Gleichungen enthaltenen hydrodynamischen Faktor vorgegeben, der positiv sein muss, um zu sinnvollen Ergebnissen zu kommen.

Alternativ wurde für das Filterexperiment mit 0,029 m/sec Leerrohrgeschwindigkeit die Berechnung der Einfangradien mit Gleichung 58 durchgeführt, die für eine Potentialströmung gültig ist. Das Potentialströmungsmodell spiegelt die Verhältnisse wieder, die bei großen Reynoldszahlen vorliegen. Aus diesen Berechnungen geht hervor, dass λ_0 den Wert 360 m^{-1} annimmt und τ_0 zu 9,2 Sekunden wird. Der Abbildung 51 kann die mit diesen Filterkonstanten berechnete Durchbruchkurve entnommen werden. Es ist zu erkennen, dass in der Anfangsphase der Filtration der Abscheidegrad 100 % beträgt und der Filterdurchbruch steil verläuft. Dass der berechnete Durchbruch etwas später eintritt als im Experiment zu beobachten war, ist darauf zurückzuführen, dass durch die Annahme eines Feststoffgehalts von 1,7 % im abgeschiedenen Flockenverband die Rechnung auf eine Sättigungsbeladung führt, die in dieser Größe durch das Experiment nicht bestätigt werden konnten. Generell wird aber deutlich, dass die Rechnung mit dem Potentialströmungsmodell im Vergleich mit der unter Zugrundelegung einer zähen Strömung gerechneten Durchbruchkurve zu einer besseren Übereinstimmung mit den Messwerten führt. Dies kann als Hinweis darauf verstanden werden, dass die Berechnung der Einfangradien bei mittleren Reynoldszahlen mit Gleichung 58 möglich ist und als Alternative zur Einfangradienberechnung herangezogen werden kann, wenn die Strömungsgeschwindigkeiten zu groß werden. Daraus aber den Schluss zu ziehen, dass Gleichung 58 im Übergangsbereich zwischen kleinen und großen Reynoldszahlen generell

gültig ist, wäre sicherlich voreilig. Dafür fehlt eine umfangreiche experimentelle Absicherung, die in dieser Arbeit nur für den Bereich kleiner Reynoldszahlen geleistet wurde.

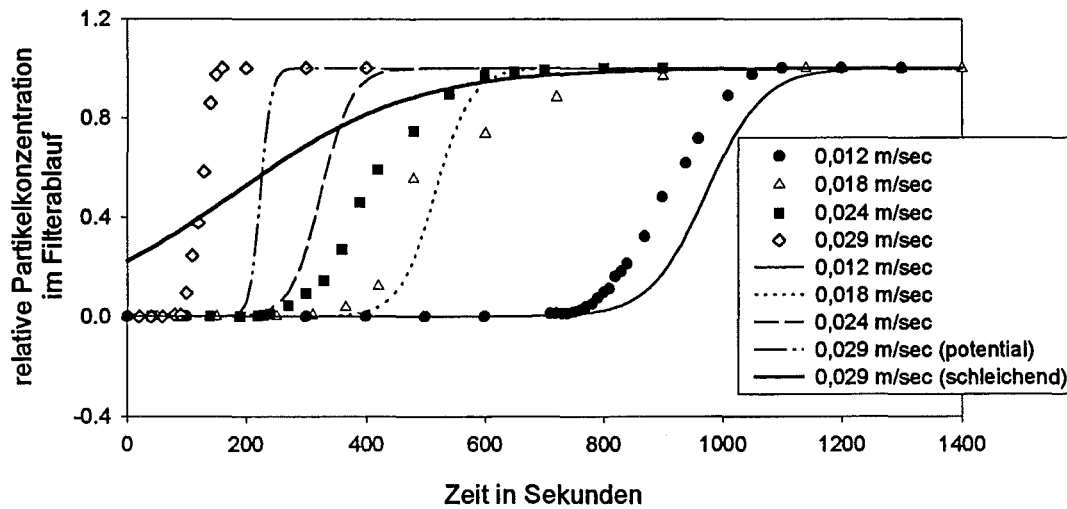


Abbildung 51: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Durchbruchkurven. Die für die Rechnung relevanten Daten sind der Tabelle 12 und dem Text zu entnehmen.

Zusammenfassend muss festgestellt werden, dass mit den vorgestellten Modellen und Berechnungsmethoden die Voraussage des zeitlichen Verlaufs der Leistung eines magnetischen Filters möglich ist, wenn die Strömungsgeschwindigkeiten im Filter genügend klein sind. Eine weitere Einschränkung betrifft das Stoffsystem, mit dem in dieser Arbeit die Filter betrieben wurden. In den Gleichungen sind Konstanten und Korrekturen enthalten, die für das untersuchte Stoffsystem charakteristisch sind. Eine Ausdehnung auf andere magnetithaltige Schwermetallhydroxide mit ähnlichen Stoffzusammensetzungen ist vertretbar. Die Modellvorstellungen können jedoch auf gänzlich andere geflockten Stoffsysteme ohne genaue Prüfung der Gültigkeit der Korrekturen nicht übertragen werden.

6 Verzeichnisse

6.1 Literatur

- [1] C. de Latour: Magnetic Separation in Water Pollution Control. IEEE Trans. Magn. MAG-9 (3), 314-316 (1973)
- [2] Y. Tamaura, T. Katsura, S. Rojaryanont, T. Yoshida, H. Abe: Ferrite Process - Heavy metal ions treatment system. Wat. Sci. Technol. 23, 1893-1900 (1991)
- [3] M. Franz, P. Kampeis, M. Franzreb, S.H. Eberle: Verfahrenskonzept zur Erzeugung magnetithaltiger Kupferhydroxidflocken für eine Kupferelimination aus Abwässern mit Magnetfiltern. Eingereicht bei Chemie-Ingenieur-Technik
- [4] S. Choi, W. Calmano, U. Förstner: Untersuchungen zur Abtrennung von Schwermetallen aus Abwasser mit frisch hergestelltem Magnetit. Acta hydrochim. hydrobiol. 22 (6), 254-260 (1994)
- [5] M. Franzreb, P. Kampeis, M. Franz, S.H. Eberle: Einsatz von Magnetfiltern zur Abtrennung magnetithaltiger Schwermetallhydroxide. Vom Wasser 87. Band 235-250 (1996)
- [6] J.H.P. Watson: Magnetic filtration. J. Appl. Phys. 44 (9), 4209-4213 (1973)
- [7] D.L. Cummings, D.C. Prieve, G.J. Powers: The Motion of Small Paramagnetic Particles in a High Gradient Magnetic Separator. IEEE Trans. Magn. MAG-12 (5), 471-473 (1976)
- [8] I. Eisenstein: Magnetic Traction Force in an Ordered Matrix of a High Gradient Magnetic Separator. J. Magn. Magn. Mat. 7, 293-295 (1978)
- [9] I. Eisenstein: Magnetic Traction Force in an HGMS with an Ordered Array of Wires: I. IEEE Trans. Magn. MAG-14 (6), 1148-1154 (1978)
- [10] I. Eisenstein: Magnetic Traction Force in an HGMS with an Ordered Array of Wires: II. IEEE Trans. Magn. MAG-14 (6), 1155-1157 (1978)
- [11] K. Hayashi, S. Uchiyama: On Particle Trajectory and Capture Efficiency Around Many Wires. IEEE Trans. Magn. MAG-16 (5), 827-829 (1980)
- [12] W.H. Simons, R.P. Treat: Particle trajectories in a lattice of parallel magnetized fibers. J. Appl. Phys. 51 (1), 578-588 (1980)
- [13] G. Reger, R. Gerber, F.J. Friedlaender, H. Hoffmann: The Efficiency of Particle Capture by an Infinite Array of Ferromagnetic Wires at Low Reynolds Numbers. J. Magn. Magn. Mat. 49, 291-300 (1985)

- [14] R. Gerber, P. Lawson: The HGMS Filter Performance Exponential Law. IEEE Trans. Magn. MAG-25 (5), 3806-3808 (1989)
- [15] P. Lawson, R. Gerber: Viscosity Effects in Multi-Wire HGMS. IEEE Trans. Magn. MAG-26 (5), 1861-1863 (1990)
- [16] T. Strotbek: Untersuchungen zur magnetischen Abscheidung ferritischer Eisen-Schwermetallausfällungen. Diplomarbeit, Institut für Radiochemie, Abteilung Wassertechnologie, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1994)
- [17] M. Ebenhög: Magnetische Abscheidung von Schwermetallausfällungen aus Abwässern der Leder- und Galvanikindustrie. Diplomarbeit, Institut für Technische Chemie, Bereich Wasser- und Geotechnologie, Forschungszentrum Karlsruhe (1995)
- [18] K.D. Wüstel: Untersuchungen zur Regeneration von Hochgradienten-Magnetfiltern. Diplomarbeit, Institut für Technische Chemie, Bereich Wasser- und Geotechnologie, Forschungszentrum Karlsruhe (1996)
- [19] T. Iwasaki: Some notes on sand filtration. J. Am. Water Works Ass. 29 (10), 1591-1602 (1937)
- [20] J.P. Herzig, D.M. Leclerc, P. Le Goff: Flow of suspensions through porous media. Ind. Eng. Chem. 62 (5), 8-35 (1970)
- [21] F. Löffler, J. Raasch: Grundlagen der Mechanischen Verfahrenstechnik. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig / Wiesbaden (1992)
- [22] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig: Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 2. Auflage (1995)
- [23] D. Craik: Magnetism. John Wiley & Sons Ltd., Chichester (1995)
- [24] C.W. Oseen: Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig (1927)
- [25] N.J. Kotschin, I.A. Kibel, N.W. Rose: Theoretische Hydrodynamik. Akademie-Verlag, Berlin, Band II (1955)
- [26] K. Henjes: The traction force in magnetic separators. Meas. Sci. Technol. 5, 1105-1108 (1994)
- [27] R. Gerber, R.R. Birss: High Gradient Magnetic Separation. John Wiley & Sons Ltd., Chichester (1983)
- [28] S. Uchiyama, K. Hayashi: Analytical Theory of Magnetic Particle Capture Process and Capture Radius in High Gradient Magnetic Separation. Aus „Industrial applications of magnetic separation“ Rindge, New Hampshire (1978) ed.: Y.A. Liu, New York (1979)

- [28] J.E. Nasset, J.A. Finch: The Static (Buildup) Model of Particle Accumulation on Single Wires in High Gradient Magnetic Separation: Experimental Confirmation. *IEEE Trans. Magn.* MAG-17 (4), 1506-1509 (1981)
- [29] H. Schlichting: *Grenzschicht-Theorie*. 5. Auflage, Verlag G. Braun, Karlsruhe (1965)
- [30] M.E. O'Neill: A sphere in contact with a plane wall in a slow linear shear flow. *Chem. Eng. Sci.* 23, 1293-1298 (1968)
- [31] A.J. Goldmann, R.G. Cox, H. Brenner: Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall – II Couette flow. *Chem. Eng. Sci.* 22 653-660 (1967)
- [32] J.S. Halow: Incipient rolling, sliding and suspension of particles in horizontal and inclined turbulent flow. *Chem. Eng. Sci.* 28 1-12 (1973)
- [33] G. Rubin: Widerstands- und Auftriebsbeiwerte von ruhenden, kugelförmigen Partikeln in stationären, wandnahen laminaren Grenzschichten. Dissertation Universität Karlsruhe (1977)
- [34] H. Nirschl, S. Polzer: Strömungstechnisches Verhalten einzelner Partikel in wandnahen, laminaren Grenzschichten. *Chemie Ingenieur Technik* 68 409-412 (1996)
- [35] W. Feitknecht: Über die Oxidation von festen Hydroxyverbindungen des Eisens in wäßrigen Lösungen. *Z. Elektrochem.* 63 (1), 34 - 43 (1959)
- [36] A.F. Holleman, N. Wiberg: *Lehrbuch der anorganischen Chemie*, 91.-100. Auflage, Walter de Gruyter Verlag, Berlin, (1985)
- [37] M. Herold, H.W. Müller: Flockensinkgeschwindigkeit und Teilchenform. *Chem. Techn.* 39, Teil I: (4) 160-162, Teil II: (5) 203-204 (1987)
- [38] Landolt-Börnstein, Neue Serie III, Band 19a, *Magnetische Eigenschaften von Metallen*, Springer-Verlag, Berlin
- [39] N. Tambo, Y. Watanabe: Physical Characteristics of Floccs – I. The Floc Density Function and Aluminium Floc. *Water Research* 13 409-419 (1979)
- [40] U. Kleine: Der Einfluß der Flockenbildungsbeanspruchung auf die Festigkeit und das Sedimentationsverhalten von Flocken bei der Zentrifugalabscheidung. Dissertation Universität Karlsruhe (1992)
- [41] W. Pusch: Agglomeration von polymeren Flockungsmitteln, Untersuchungen zur Größe und Porosität von Agglomeraten in wässrigen Suspensionen. Dissertation Universität Karlsruhe (1982), Forschungsberichte VDI, Reihe 3, Nr. 74
- [42] S. Reddy, L.R. Moore, L. Sun, M. Zborowski, J.J. Chalmers: Determination of the Magnetic Susceptibility of Labeled Particles by Video Imaging. *Chem. Eng. Sci.* 51 (6) 947-956 (1996)

- [43] R.R. Birss, M.R. Parker, T.J. Sheerer: Statistics of particle capture in HGMS. IEEE Trans. Magn. MAG-16 (5), 830-832 (1980)
- [44] F. Jörger: Einsatz magnetischer Barrieren zur Abtrennung magnetithaltiger Schwermetallhydroxide. Diplomarbeit, Institut für Technische Chemie, Bereich Wasser- und Geotechnologie, Forschungszentrum Karlsruhe (1995)

6.2 Formelzeichen

A	allgemein für Fläche
a	Drahtradius
B	magnetische Flussdichte
b	Partikelradius
F	Packungsdichte des Filters
F_M	magnetische Kraft
F_R	Reibungskraft
F_W	hydrodynamische Widerstandskraft
\vec{F}	Kraftvektor
f_F	Filterkorrektur
f_G	Grenzschichtzahl
f_R	Reibungszahl
f_W	Wandinflusszahl
f_λ	Korrekturfunktion, beschreibt die Veränderung von λ
g	Erdbeschleunigung
\vec{g}	Beschleunigungsvektor
H	magnetische Feldstärke
H_0	Feldstärke im Unendlichen
h	Höhe eines Abscheideelementes bzw. einer Filterrunde
i	imaginäre Einheit
J	Vektor der Stromdichte
L	allgemein für Länge
LRc	Abstand vom Drahtmittelpunkt, über den der Einfangradius definiert ist
M	Magnetisierung
N	Partikelkonzentration bzw. Demagnetisierungsfaktor
p	Druck

\vec{p}	Impulsvektor
R_c	Einfangradius
r	Polarkoordinate
t	Zeit
V	allgemein für Volumen
u, v, w	x-, y- bzw. z-Koordinate der Strömungsgeschwindigkeit
v_0	Geschwindigkeit im Unendlichen bzw. Leerrohrgeschwindigkeit
v_F	Filtergeschwindigkeit
\vec{v}	Vektor der Strömungsgeschwindigkeit
z	Filterkoordinate bzw. komplexe Koordinate
x, y, z	kartesische Koordinaten
r, θ	Polarkoordinaten

Griechische Symbole

Γ	Dipolstärke
γ	Korrekturkonstante
δ	Grenzschichtdicke
Δ	Laplaceoperator bzw. Differenz einer Größe
ε	Porosität
χ	magnetische Volumenssuszeptibilität
η	dynamische Viskosität
ν	kinematische Viskosität
λ	Filterkoeffizient
λ_0	Filterkoeffizient des unbeladenen Filters
μ_0	magnetische Feldkonstante
ρ	Dichte des Fluids
σ	abgeschiedene Partikelanzahl pro Volumeneinheit
σ_s	Sättigungsbeladung des Filters
τ	Filterzeit
τ_0	charakteristische Filterzeit
ξ	Potentialfunktion
ψ	Stromfunktion

Kennzahlen

$$\frac{v_m}{v_0} = \frac{2}{9} \frac{\mu_0 \chi M H b^2}{\eta a} \quad \text{Geschwindigkeitsverhältnis}$$

$$K = \frac{M}{2H} \quad \text{K-Zahl}$$

$$N_L = \frac{9}{\sqrt{2}} \frac{a}{b} \sqrt{\frac{1}{\text{Re}}} \frac{v_m}{v_0} \quad \text{Beladungszahl}$$

$$\text{Re} = \frac{2a v_0 \rho}{\eta} \quad \text{Reynoldszahl}$$

$$\mathfrak{R} = 2 - \ln(\text{Re}) \quad \text{hydrodynamischer Faktor}$$

Operatoren

Die beiden Operatoren Δ und $\Delta\Delta$ haben im ebenen Fall in kartesischen Koordinaten die Bedeutung:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$
$$\Delta\Delta = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

7 Anhang

7.1 Umrechnung zwischen polaren und kartesischen Koordinatensystemen

Umrechnung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten

$$\begin{aligned}\vec{H} &= H_x \vec{e}_x + H_y \vec{e}_y \\ &= H_x \vec{e}_r \cos\theta - H_x \vec{e}_\theta \sin\theta + H_y \vec{e}_r \sin\theta + H_y \vec{e}_\theta \cos\theta \\ &= \underbrace{(H_x \cos\theta + H_y \sin\theta)}_{H_r} \vec{e}_r + \underbrace{(H_y \cos\theta - H_x \sin\theta)}_{H_\theta} \vec{e}_\theta\end{aligned}$$

Umrechnung von Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten

$$\begin{aligned}\vec{H} &= H_r \vec{e}_r + H_\theta \vec{e}_\theta \\ &= H_r \cos\theta \vec{e}_x + H_r \sin\theta \vec{e}_y + H_\theta (-\sin\theta) \vec{e}_x + H_\theta \cos\theta \vec{e}_y \\ &= \underbrace{(H_r \cos\theta - H_\theta \sin\theta)}_{H_x} \vec{e}_x + \underbrace{(H_r \sin\theta + H_\theta \cos\theta)}_{H_y} \vec{e}_y\end{aligned}$$

7.2 Berechnung des Flockenformfaktors aus den Bildverarbeitungsdaten

Die Oberfläche S eines Rotationsellipsoides mit einem Achsenverhältnis $c = b/a$ kann nach Gleichung 115 berechnet werden:

$$S = 2\pi a b \left(c + \frac{\arcsin\sqrt{1-c^2}}{\sqrt{1-c^2}} \right) \quad (115)$$

Für die Fläche A einer Ellipse gilt:

$$A = \pi a b \quad (116)$$

Die in Gleichung 116 zur Berechnung der Ellipsenfläche stehende Rotationsachse a ist als die mit der Bildauswertung ermittelte mittlere Rotationsachsenlänge \bar{a} zu verstehen. Setzt man Gleichung 115 und Gleichung 116 in das Cauchy-Theorem ein, so folgt mit der Abkürzung

$$X = c + \frac{\arcsin\sqrt{1-c^2}}{\sqrt{1-c^2}} \quad (98)$$

die Gleichung 117:

$$a b X = 2 \bar{a} b \quad (117)$$

Aus Gleichung 117 kann die identische Länge b gekürzt werden und man erhält:

$$\bar{a} = \frac{1}{2} a X \quad (118)$$

Die Kombination von Gleichung 118 mit dem mittleren Achsenverhältnis \bar{c} führt zu

$$\bar{c} = \frac{b}{\bar{a}} = \frac{2b}{aX} = \frac{2c}{X} \quad (119)$$

Aus dieser Gleichung kann das Achsenverhältnis c des Rotationsellipsoides iterativ ermittelt werden.

Im Folgenden wird die Berechnung der Äquivalentdurchmesser des Rotationsellipsoides durchgeführt. Für den Projektionsflächen-Äquivalentdurchmesser x_{pm} ergibt sich der nachstehende Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} x_{pm}^2 &= \frac{\pi}{4} 2\bar{a} 2b \\ x_{pm} &= 2\sqrt{\bar{a}b} \\ &= 2\bar{a}\sqrt{\frac{2c}{X}} \\ &= a\sqrt{2cX} \end{aligned} \quad (120)$$

Für den Volumen-Äquivalentdurchmesser x_v des Rotationsellipsoides erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} x_v^3 &= \frac{\pi}{6} 2a 4b^2 \\ x_v &= 2\sqrt[3]{ab^2} \\ &= 2ac^{2/3} \end{aligned} \quad (121)$$

Der Formfaktor $\Psi_{v,pm}$ ist definiert als das Verhältnis aus beiden Äquivalentdurchmessern. Mit Gleichung 120 und 121 ergibt sich:

$$\Psi_{v,pm} = \frac{x_v}{x_{pm}} = \frac{2c^{2/3}}{\sqrt{2cX}} \quad (122)$$

7.3 Herleitung der Massenbilanz

Die Massenbilanz um ein differentielles Filterelement mit dem Volumen dV an der Stelle z wird aufgestellt. Dabei werden die folgenden Symbole verwendet:

N	Partikelanzahl pro Volumeneinheit der Suspensionsflüssigkeit
σ	Anzahl abgechiedener Partikeln pro Volumeneinheit des Filters
\dot{V}	in das Filterelement eintretender Volumenstrom
A	Filteranströmfläche
ε	Porosität der Filterschicht

$$\dot{V}N(z, t) = \frac{\partial N}{\partial t} \varepsilon dV + \frac{\partial \sigma}{\partial t} dV + \dot{V}N(z + dz, t) \quad (123)$$

Mit der Taylorentwicklung $N(z + dz) = N(z) + \frac{\partial N}{\partial z} dz$, der Leerrohrgeschwindigkeit $v_0 = \frac{\dot{V}}{A}$, der Filtergeschwindigkeit $v_F = \frac{v_0}{\varepsilon}$ und $dV = A dz$ wird aus Gleichung 123:

$$\begin{aligned} v_0 A N(z, t) &= \frac{\partial N}{\partial t} A \varepsilon dz + \frac{\partial \sigma}{\partial t} A dz + v_0 A \left(N(z, t) + \frac{\partial N}{\partial z} dz \right) \\ 0 &= \left(\frac{\partial N}{\partial t} \right)_z + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_z + v_F \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)_t \end{aligned} \quad (124)$$

Bei Einführung einer Filterzeit τ lässt sich Gleichung 124 weiter vereinfachen.

$$\begin{aligned} \tau &= t - \frac{z}{v_F} \\ t &= \tau + \frac{z}{v_F} \\ \partial t &= \partial \tau + \frac{1}{v_F} \partial z \end{aligned} \quad (125)$$

$$t = \text{const: } \frac{\partial \tau}{\partial z} = -\frac{1}{v_F} \quad z = \text{const: } \partial t = \partial \tau$$

Die Filterzeit τ hat die folgende Bedeutung:

Das Volumenelement, das bei $t = 0$ den Filtereingang $z = 0$ passiert, bekommt die „Zeit“ $\tau = 0$ zugeteilt. Für dieses Volumenelement gilt während des gesamten Filterdurchgangs $\tau = 0$.

Mit der Filterzeit τ wird aus den einzelnen Differentialquotienten der Gleichung 124:

$$\left(\frac{\partial N}{\partial t} \right)_z = \left(\frac{\partial N}{\partial \tau} \right)_z \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_z = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right)_z \quad (126)$$

Beim dritten Quotienten muss die nachstehende Regel angewendet werden:

$$\left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)_t = \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)_\tau + \left(\frac{\partial N}{\partial \tau} \right)_z \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)_t \quad (127)$$

Mit Gleichung 125 wird daraus:

$$\left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)_t = \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)_\tau - \frac{1}{v_F} \left(\frac{\partial N}{\partial \tau} \right)_z \quad (128)$$

Gleichung 126 und 128 werden in Gleichung 124 eingesetzt und es resultiert die bekannte Differentialgleichung der Massenbilanz mit nur zwei Differentialquotienten.

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right)_z + v_F \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)_\tau = 0 \quad (129)$$

7.4 Volumenanteil der absetzbaren Stoffe nach DIN 38409-H9-2

Die Bestimmung des Volumenanteils der absetzbaren Stoffe im Wasser und Abwasser ist in den für die Wasseranalyse verbindlich genormten Deutschen Einheitsverfahren zur Wasser-, Abwasser- und Schlammuntersuchung (DIN 38409) verbindlich genormt.

In zwei Imhoffrichter (DIN 12672 Teil 2) wurden je ein Liter Probe eingeschüttet und zur Homogenisierung bzw. zum Austreiben von evtl. überschüssiger Luft leicht gerührt. Die Absetzgläser wurden senkrecht und erschütterungsfrei aufgestellt. Nach 50 und 110 Minuten wurden die Imhoffrichter dreimal ruckartig um 90 Grad gedreht, um an der Wand haftende Teilchen zu lösen. Zwei Stunden nach Einfüllen der Probe wurde der Meniskus abgelesen, an dem sich Wasser- und Schlammphase trennen. War die Begrenzung zwischen Schlamm- und Wasserphase nicht eben, so wurde ein Mittelwert gebildet.

Das Volumen der absetzbaren Stoffe ergibt sich aus dem Mittelwert der Absetzvolumina der beiden Imhoffrichter in

$$\frac{\text{mL Sediment}}{\text{L Probe}}$$

7.5 Berechnung des Feststoffanteils im Schlamm

Die Massenanteile w_i der Schwermetallverbindungen im abgesetzten Hydroxidschlamm können mittels des Schlammvolumens SV abgeschätzt werden. Als Schlammvolumen wird derjenige Wert betrachtet, der sich nach der in DIN 38409-H9-2 beschriebenen Vorgehensweise nach 120 Minuten Absetzzeit in einem Imhoffrichter eingestellt hat. Die Einheit des Schlammvolumens ist mL (Schlamm)/L (Suspension). Im Bereich des Fällungs-pH-Wertes kann angenommen werden, dass sich der überwiegende Teil der Schwermetalle im abgesetzten Schlamm befindet. Mit den molaren Schwermetallkonzentrationen der Ausgangssuspension und den Molekulargewichten \tilde{M} der entstehenden Verbindungen lässt sich die Massendichte der Schwermetalle im Schlamm berechnen:

$$q_{\text{Cu(OH)}_2} = \frac{c_{\text{Cu}} \tilde{M}_{\text{Cu(OH)}_2}}{\tilde{M}_{\text{Cu}} \text{SV}} = \frac{m_{\text{Cu(OH)}_2}}{\text{SV}} \quad \text{in } \frac{\text{g (Verbindung)}}{\text{L (Schlamm)}} \quad (130)$$

$$q_{\text{Fe}_3\text{O}_4} = \frac{c_{\text{Fe}} \tilde{M}_{\text{Fe}_3\text{O}_4}}{\tilde{M}_{\text{Fe}} \cdot 3 \text{SV}} = \frac{m_{\text{Fe}_3\text{O}_4}}{\text{SV}}$$

Mit einem Anhaltswert der Schlammtdichte von $\rho_{\text{Schlamm}} = 1010 \text{ g/L}$ ergibt sich der Wassergehalt des Schlammes:

$$q_{H_2O} = 1010 \frac{g}{L} - q_{Cu(OH)_2} - q_{Fe_3O_4} \quad (131)$$

Für die Massenanteile der verschiedenen Komponenten im Schlamm gilt somit:

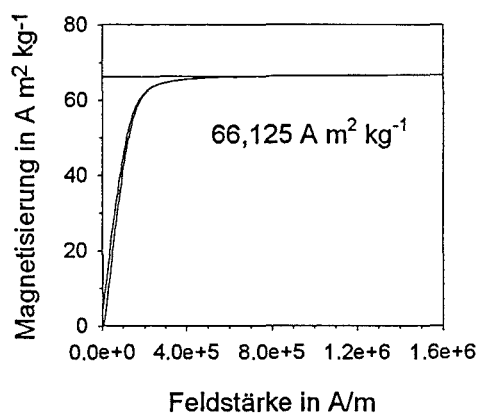
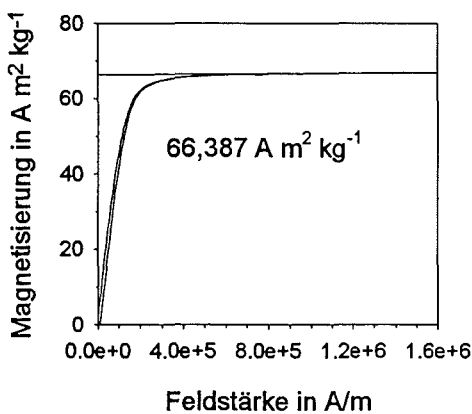
$$w_i = \frac{q_i}{\rho_{Schlamm}} \quad (132)$$

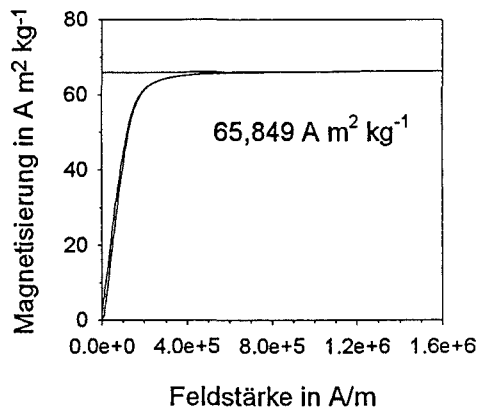
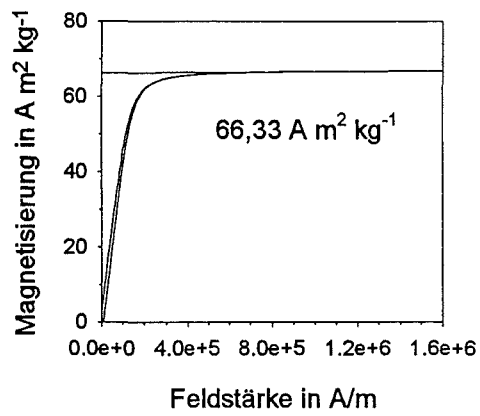
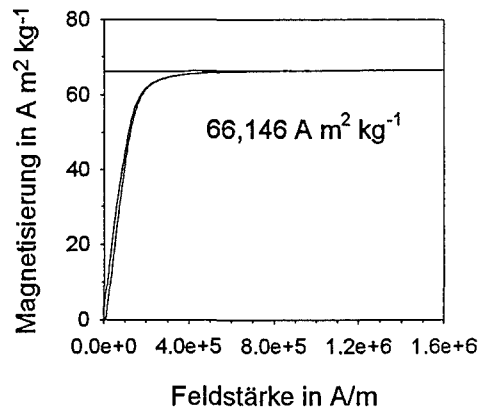
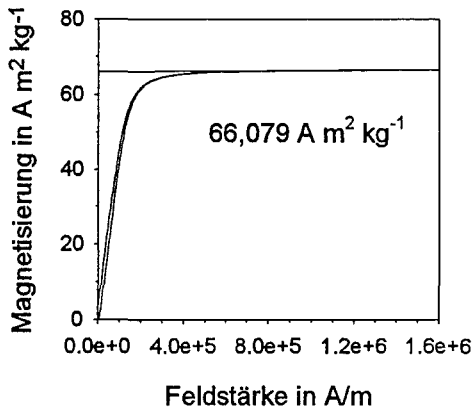
Bei dem in dieser Arbeit angewendeten Cu/Fe-Massenverhältnis von 2 und einer Ausgangskonzentration des Kupfers von 30 mg/L wurde für SV bei einem Fällungs-pH von 10 ein Wert von 12 mL/L bestimmt. Die Rechnung gemäß der oben beschriebenen Anweisung führt zu:

$$\begin{aligned} w_{Cu(OH)_2} &= 0,38\% \\ w_{Fe_3O_4} &= 0,12\% \\ w_{H_2O} &= 99,5\% \end{aligned} \quad (133)$$

7.6 Magnetisierungsmessungen der Nickel-Referenzproben

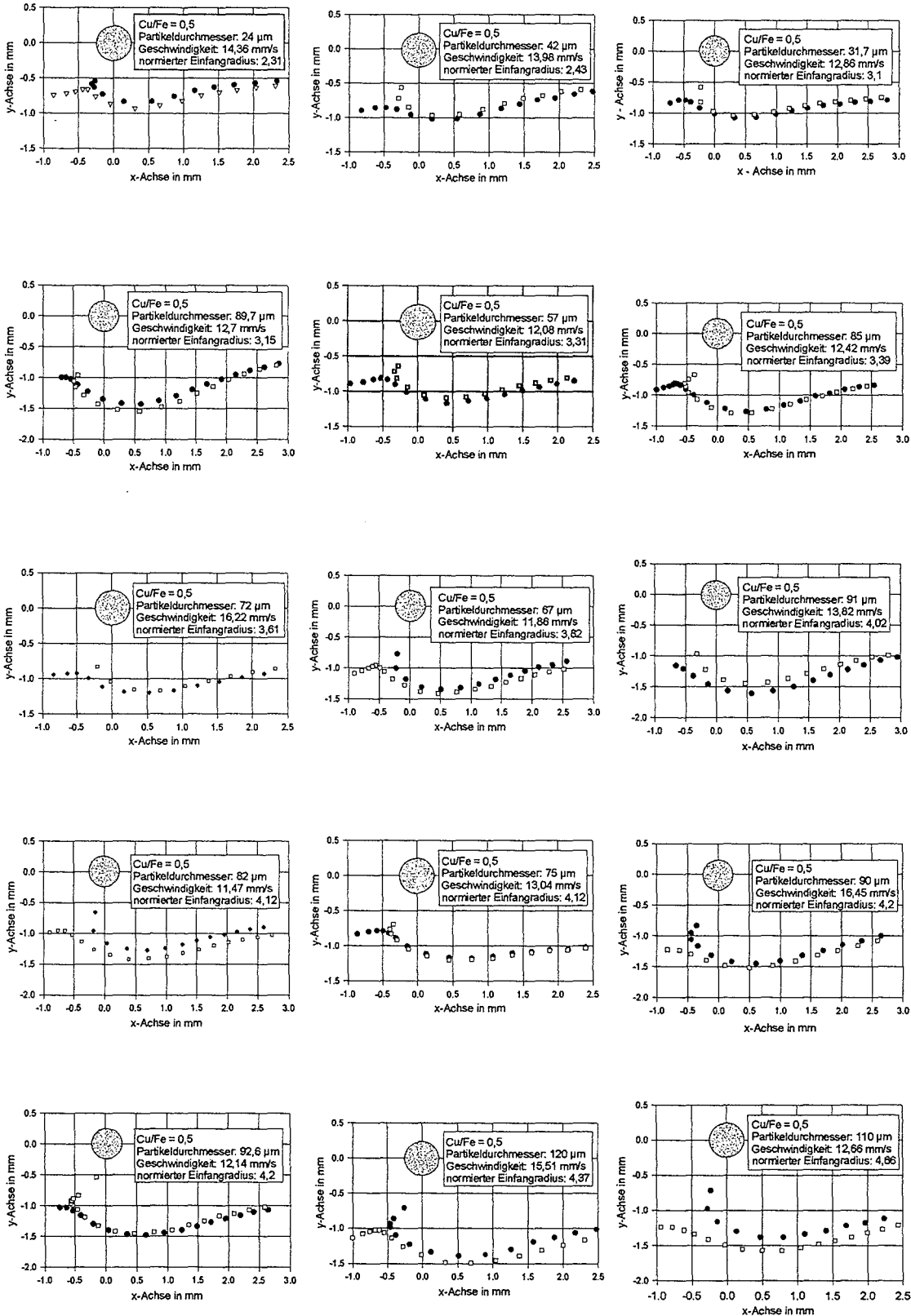
Zur Kalibrierung des Vibrationsmagnetometers wurde vor jeder Messkampagne eine Magnetisierungskurve der Nickel-Referenzprobe aufgenommen. Die Kurven sind im Folgenden aufgeführt. Der arithmetische Mittelwert aus allen Sättigungsmagnetisierungen beträgt $66,15 \text{ A} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$.

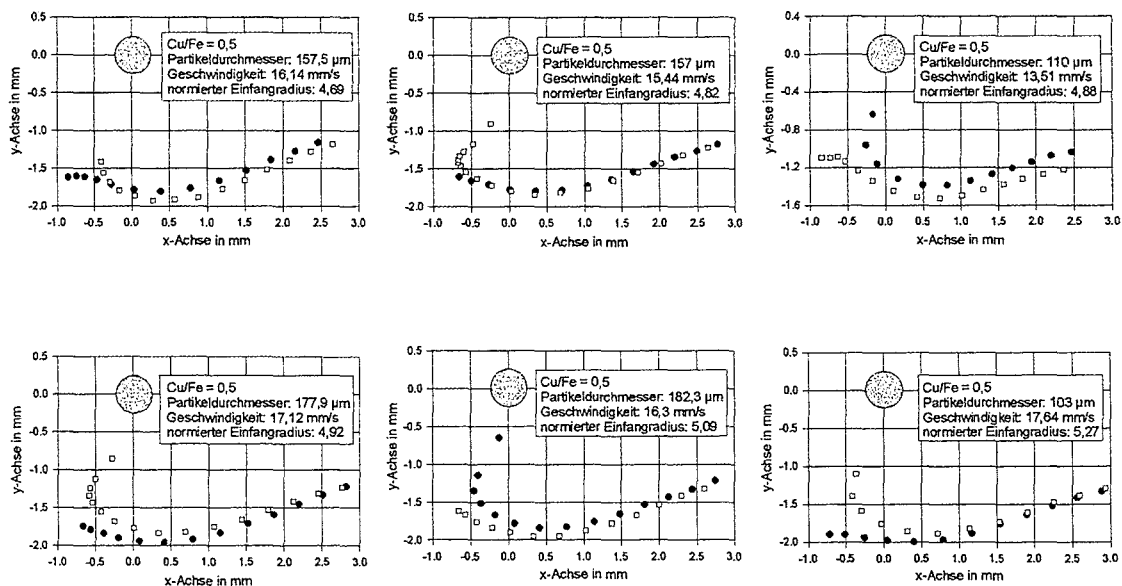




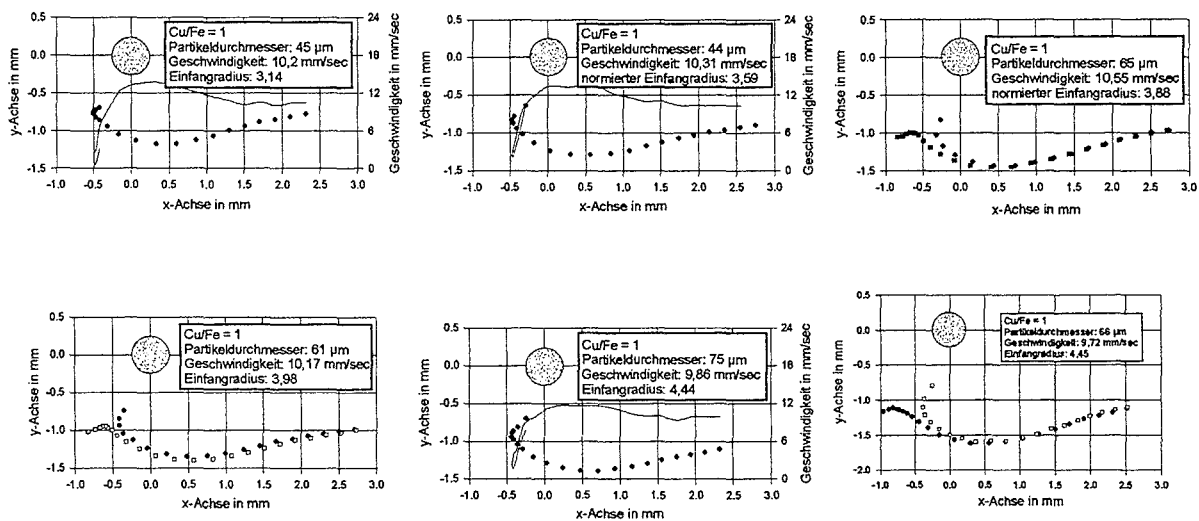
7.7 Partikelbahnen der Einfangradienbestimmung

Partikelbahnen von Flocken mit einem Massenverhältnis von $\text{Cu/Fe} = 0,5$ und einer mittleren Partikelgeschwindigkeit in der Drahtanströmung von $14,18 \pm 1,93 \text{ mm/sec}$ geordnet nach zunehmenden Einfangradien:

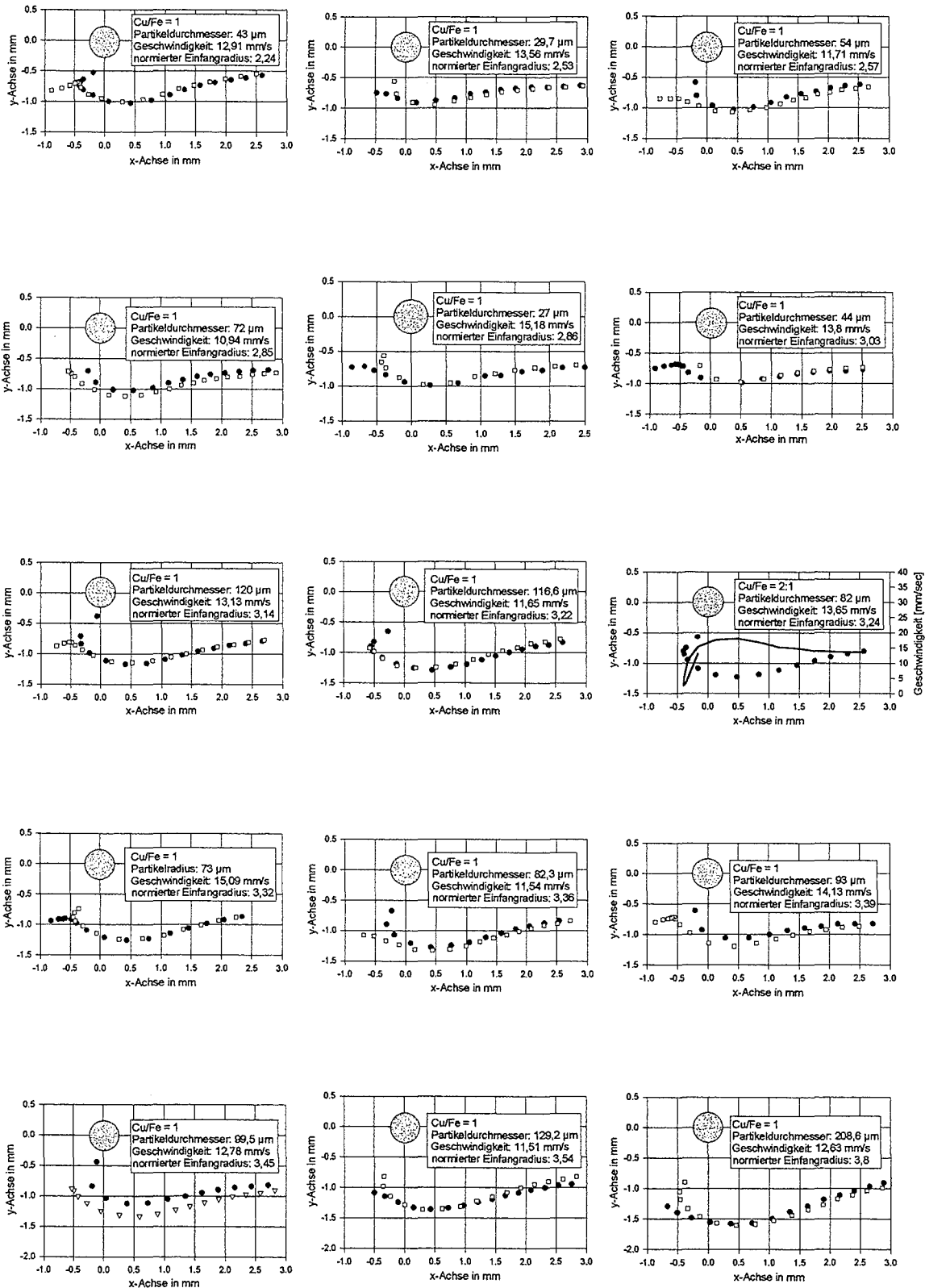


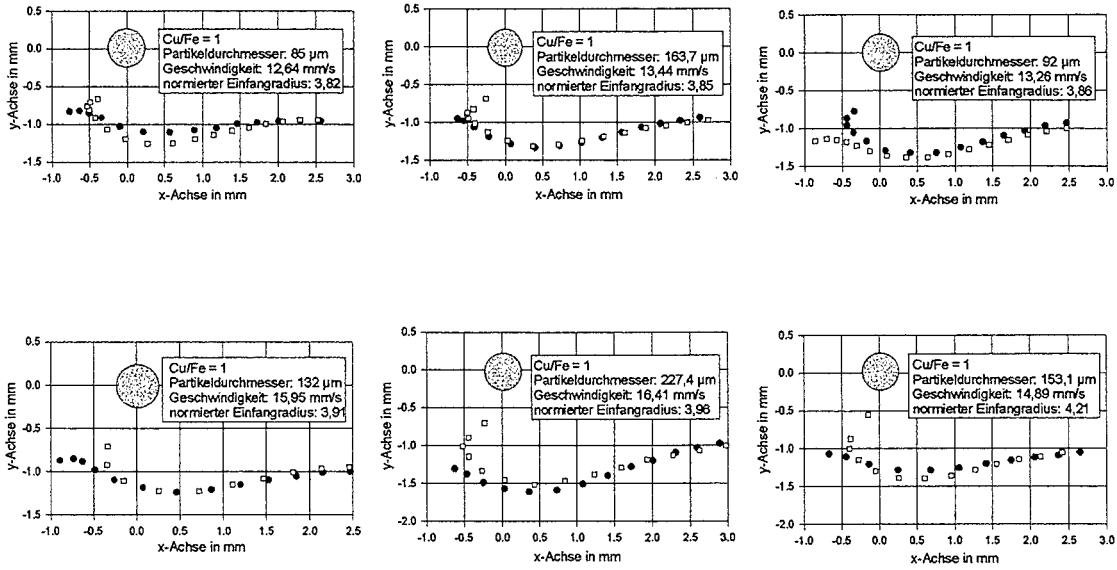


Partikelbahnen von Flocken mit einem Massenverhältnis von $Cu/Fe = 1$ und einer mittleren Partikelgeschwindigkeit in der Anströmung von $10,14 \pm 0,30$ mm/sec geordnet nach zunehmenden Einfangradien:

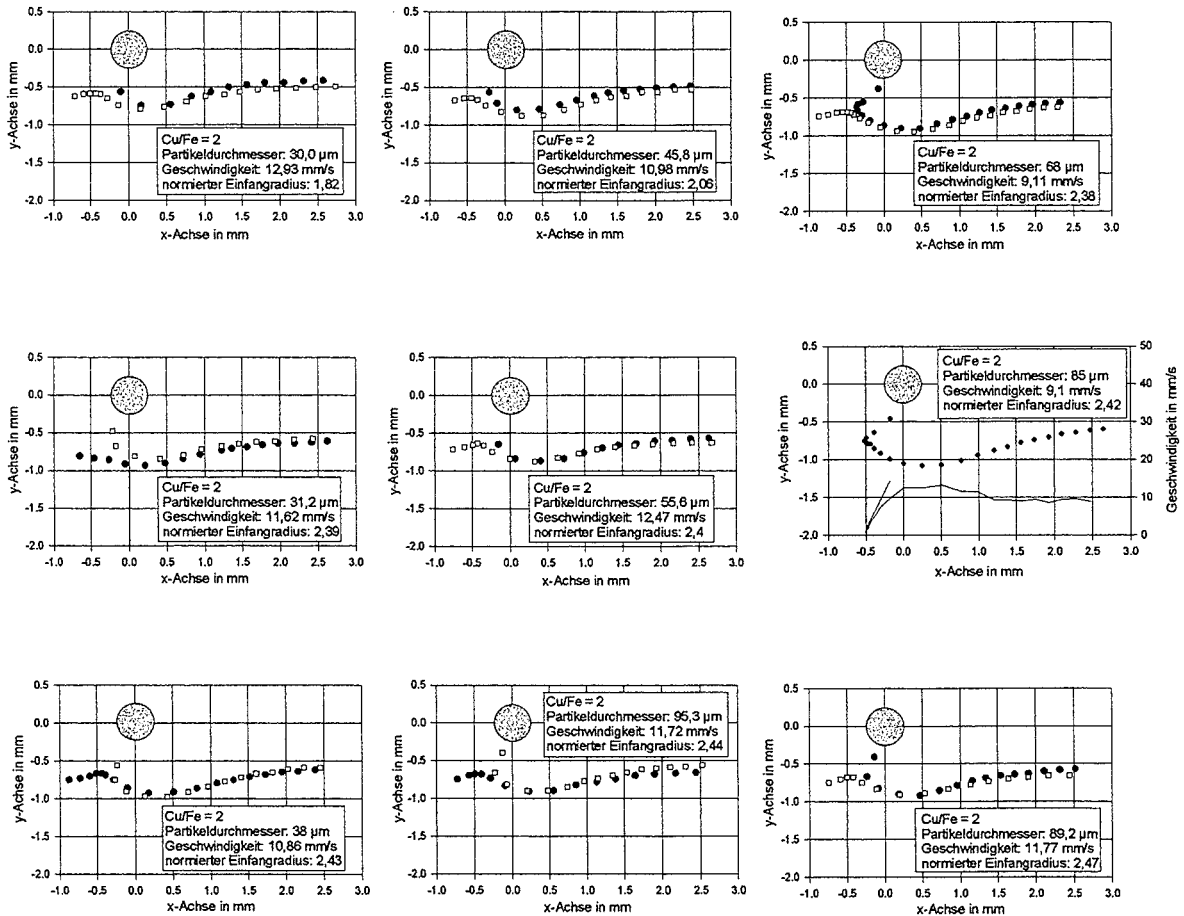


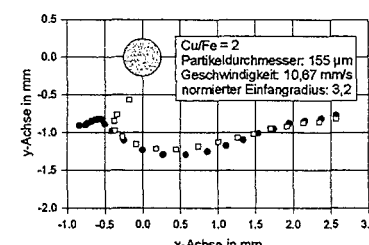
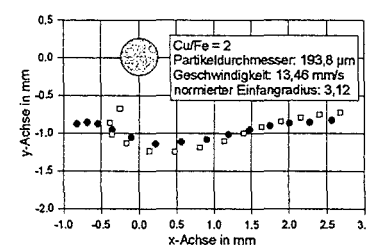
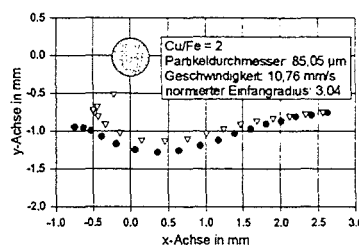
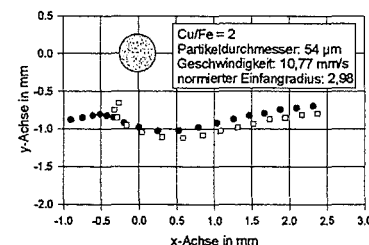
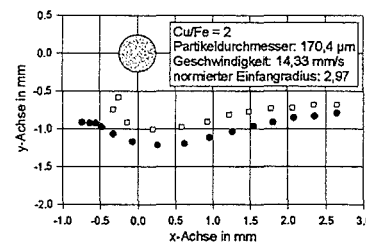
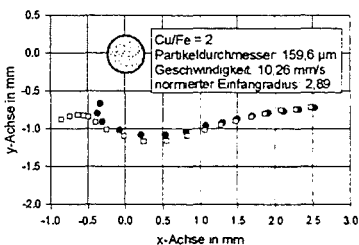
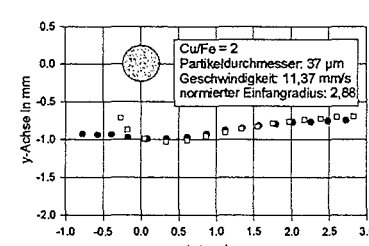
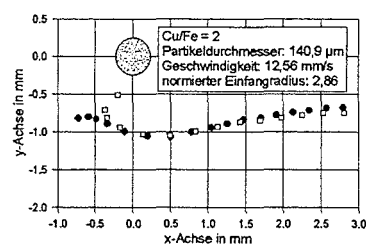
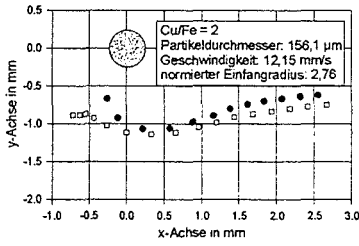
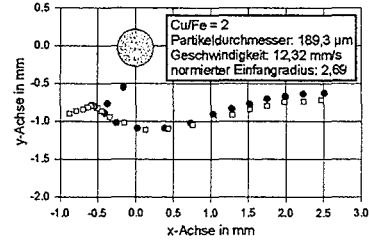
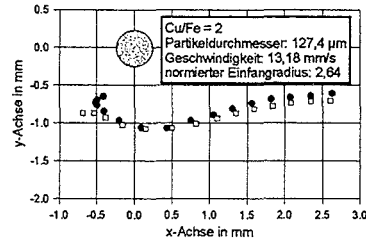
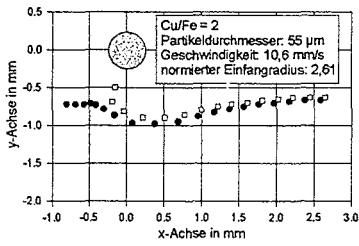
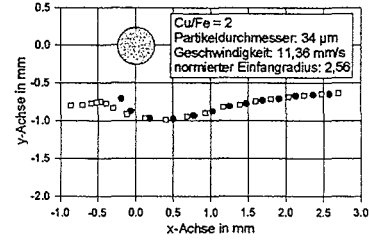
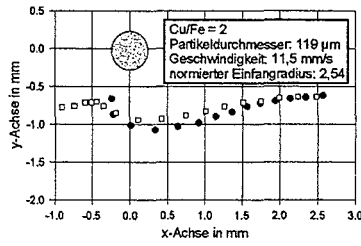
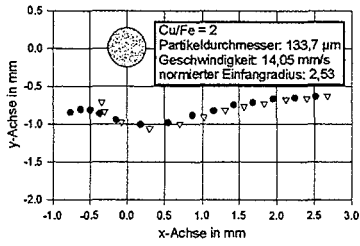
Partikelbahnen von Flocken mit einem Massenverhältnis von $\text{Cu/Fe} = 1$ und einer mittleren Partikelgeschwindigkeit in der Anströmung von $13,37 \pm 1,51 \text{ mm/sec}$ geordnet nach zunehmenden Einfangradien:

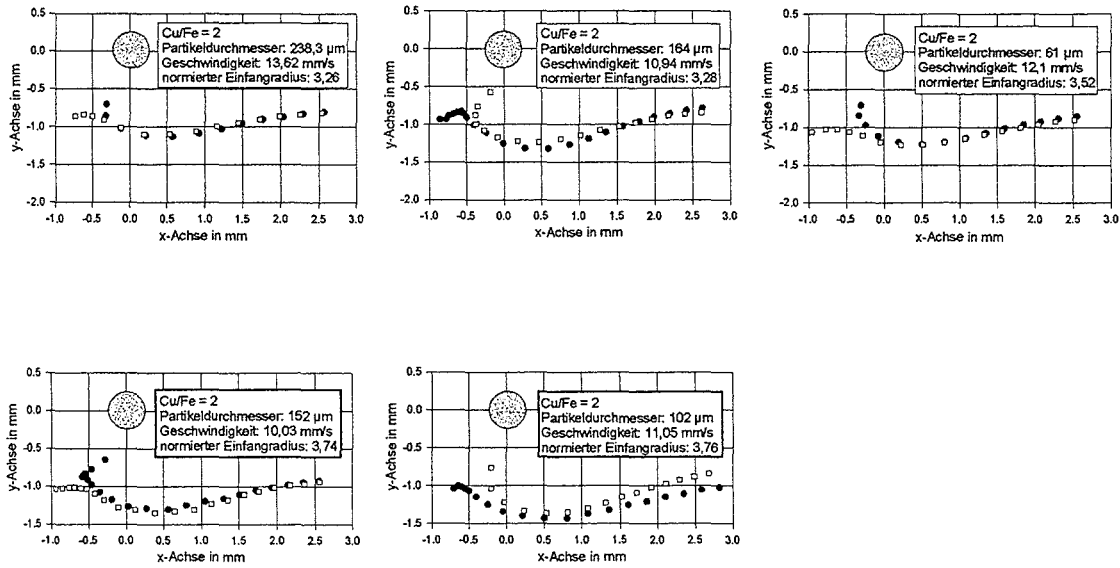




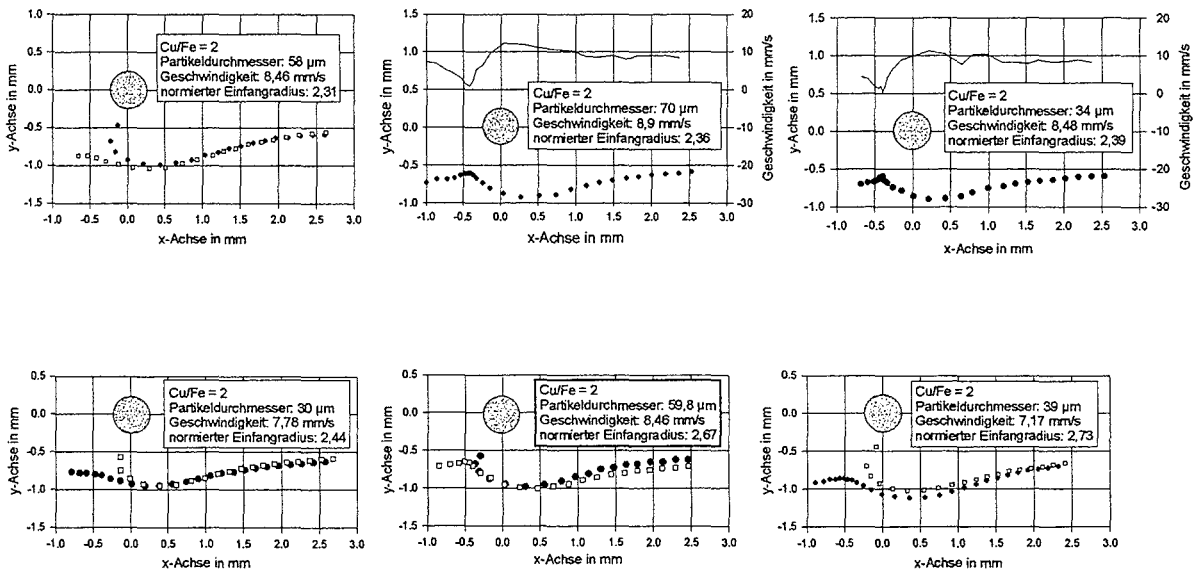
Partikelbahnen von Flocken mit einem Massenverhältnis von $\text{Cu/Fe} = 2$ und einer mittleren Partikelgeschwindigkeit vor dem Draht von $11,64 \pm 1,33 \text{ mm/sec}$ geordnet nach zunehmenden Einfangradien:

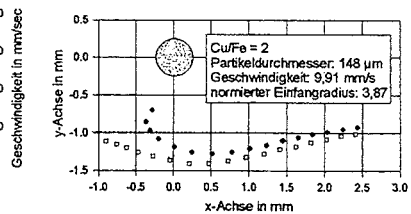
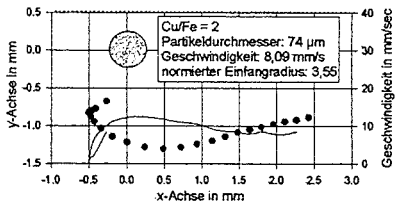
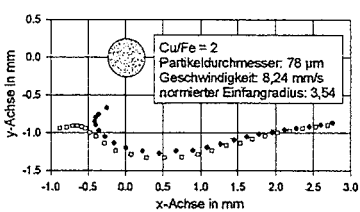
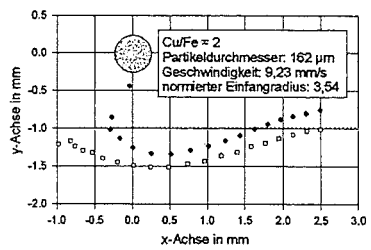
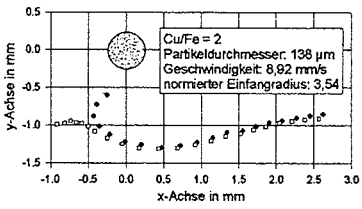
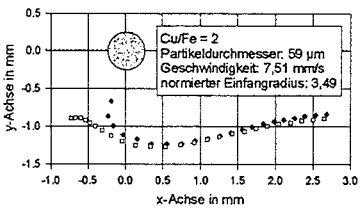
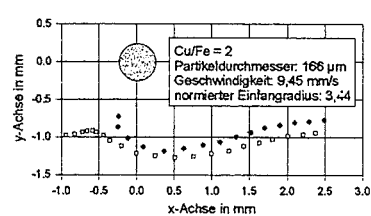
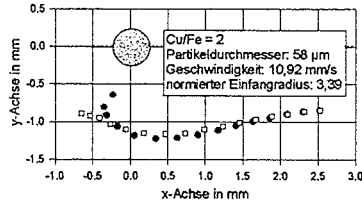
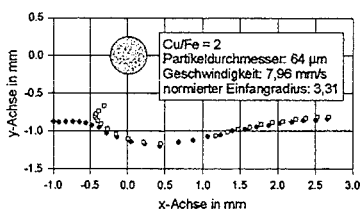
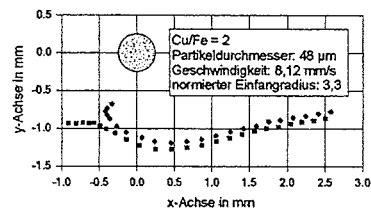
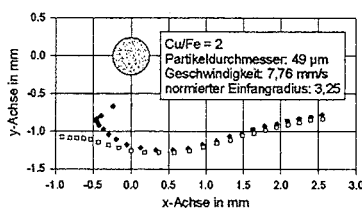
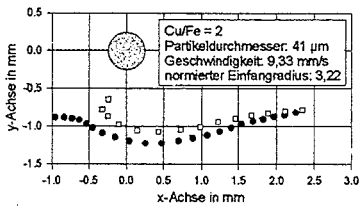
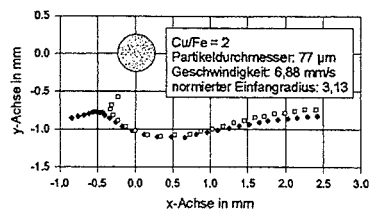
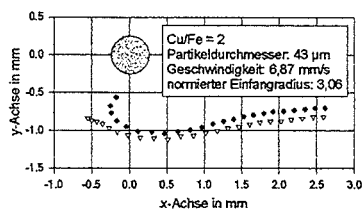
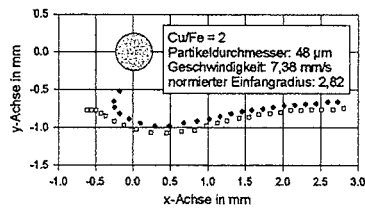


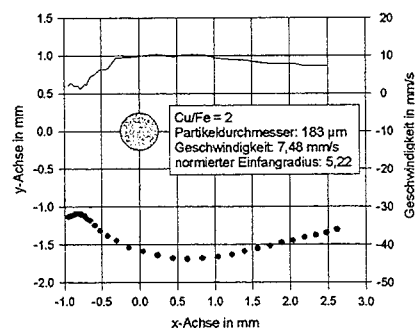
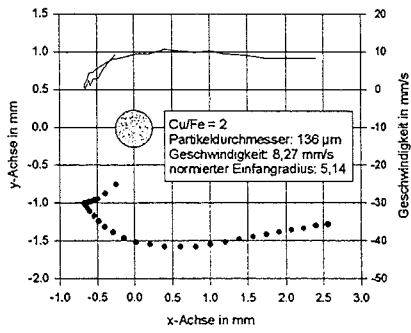
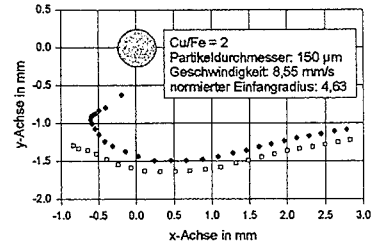
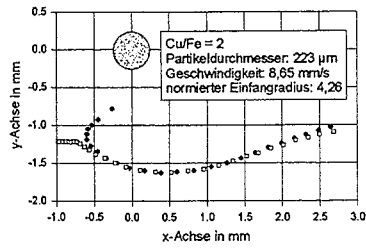
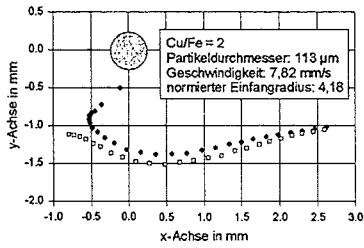
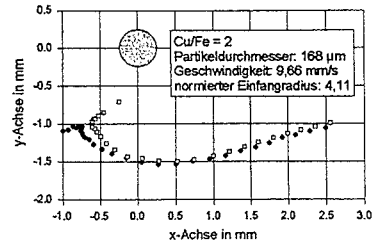
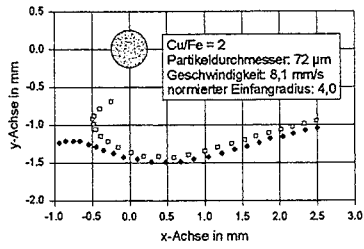
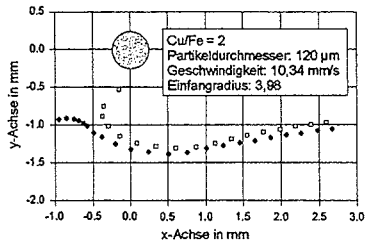




Partikelbahnen von Flocken mit einem Massenverhältnis von $\text{Cu/Fe} = 2$ und einer mittleren Partikelgeschwindigkeit vor dem Draht von $8,44 \pm 0,99$ mm/sec geordnet nach zunehmenden Einfangradien:







7.8 Filterdurchbruchskurven bei Variation der Rondenzahl

