

**Forschungszentrum Karlsruhe**

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 6281

Bestimmung von Turbulenzparametern und der  
Schallabsorption mit einem Wind-Temperatur-RADAR

Matthias Bauer-Pfundstein

Institut für Meteorologie und Klimaforschung

Von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe (TH) genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

1999

Bestimmung von Turbulenzparametern  
und der Schallabsorption  
mit einem Wind-Temperatur-RADAR

Zur Erlangung des Grades eines  
DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN  
der Fakultät für Physik der Universität (TH)

Karlsruhe

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Phys. Matthias Bauer-Pfundstein  
aus Karlsruhe

Tag der Mündlichen Prüfung: 12. 2. 1999

Referent: Prof. Dr. H. Fischer

Korreferent: Prof. Dr. F. Fiedler

## Zusammenfassung

Das Institut für Meteorologie und Klimaforschung des Forschungszentrums Karlsruhe betreibt ein RADAR-Gerät, mit dem Vertikalprofile von Wind und Temperatur in der atmosphärischen Grenzschicht gemessen werden können. Dazu wird das Signal genutzt, das an turbulenten Inhomogenitäten der Luftfeuchte und der Temperatur gestreut wird (Clear-Air-Signal). Da sich diese Inhomogenitäten mit dem Wind bewegen, kann aus der Doppler-Verschiebung des Clear-Air-Signals die Windgeschwindigkeit abgeleitet werden. Zusätzlich können Schallwellen abgestrahlt werden, an denen das RADAR-Signal reflektiert wird (RASS-Signal, **R**adio **A**coustic **S**ounding **S**ystem). Dabei muß die Schallfrequenz so gewählt werden, daß die Bragg-Bedingung erfüllt wird. Aus der Doppler-Verschiebung des RASS-Signals kann die Schallgeschwindigkeit und daraus die Temperatur abgeleitet werden. Bei diesen Standardanwendungen des Wind-Temperatur-RADAR werden aus den Peaks in den Empfangsspektren nur die ersten Momente (Doppler-Verschiebungen) verwendet. In dieser Arbeit werden aus den nullten und zweiten spektralen Momenten weitere Parameter gewonnen:

Zunächst werden Profile des Strukturparameters des Vertikalwinds aus den zweiten spektralen Momenten (Doppler-Verbreiterungen) berechnet. Der Strukturparameter steht in engem Zusammenhang mit der Dissipationsrate und ist ein Maß für die Intensität der Turbulenz im Inertialbereich (Skalen zwischen einigen Zentimetern und einigen hundert Metern). Aus den Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks ergeben sich kleinere Werte des Strukturparameters als aus denen der Clear-Air-Peaks. Bei starker Turbulenz reicht die Auflösung des Wind-Temperatur-RADAR aus, um den Strukturparameter zusätzlich aus Zeitreihen der Vertikalgeschwindigkeit zu berechnen. Der Vergleich der beiden Meßmethoden deutet darauf hin, daß der Strukturparameter durch die Doppler-Verbreiterungen der Clear-Air-Peaks richtig wiedergegeben wird.

Anschließend werden aus der Abnahme des nullten spektralen Moments (Leistung) der RASS-Peaks mit der Meßhöhe Profile der Schallabsorption berechnet. Aus diesen kann prinzipiell die Luftfeuchte abgeleitet werden. Damit die Ableitung der Absorption gelingt, muß der kombinierte Effekt von Horizontalwind und Turbulenz auf die RASS-Empfangsleistung berücksichtigt werden. Dieser Einfluß ergibt sich daraus, daß das RADAR-Signal durch die kugelförmigen Schallwellenfronten zum sogenannten Empfangsfleck fokussiert wird. Durch den Horizontalwind wird das Zentrum der Schallwellen, und damit der Empfangsfleck verschoben, wodurch er die Empfangsantenne nicht mehr genau trifft. Indem die Schallquelle bis zu 5 m weit in den Luv des RADAR gefahren wird, kann die Verschiebung der Schallwellen kompensiert werden. Dies gelingt jedoch zu einer bestimmten Zeit nur für eine Meßhöhe exakt. Daß in den anderen Meßhöhen trotzdem ein Signal empfangen werden kann, liegt daran, daß den Schallwellen durch turbulente Inhomogenitäten des Brechungsindex der Schallausbreitung (vor allem Variationen des Vertikalwinds) Phasenvariationen aufgeprägt werden und dadurch der Empfangsfleck verbreitert wird. Die Verbreiterung des Empfangsflecks wird mit Hilfe eines aus der Literatur bekannten theoretischen Ansatzes aus dem Profil des Strukturparameters berechnet. Zum Vergleich wird die Verbreiterung durch sogenannte Empfangsfleckvermessungen bestimmt, indem der Verlauf der Empfangsleistung in Abhängigkeit von der Position der Schallquelle untersucht wird. Dabei zeigt sich, daß die Verbreiterung des Empfangsflecks mit Hilfe der Strukturparameterprofile, die aus den Doppler-Verbreiterungen der Clear-Air-Peaks gewonnen wurden,

überschätzt wird. Dies kann dadurch erklärt werden, daß bei der verwendeten theoretischen Berechnung der Fleckverbreiterung die Vorwärtsstreuung der Schallwellen in der Born-Näherung berechnet wird. Durch die Vernachlässigung der Mehrfachstreuung nehmen die Phasenvariationen der Schallwellen linear mit der zurückgelegten Strecke zu. In Wirklichkeit erreichen diese Phasenvariationen jedoch eine Sättigung. Durch die Born-Näherung ergeben sich also zu starke Phasenvariationen. Dies wird anscheinend durch die zu kleinen Werte der RASS-Strukturparameter kompensiert.

Unabhängig vom Profil des Strukturparameters zeigt sich, daß die RASS-Empfangsleistung in den unteren 300 bis 500 m deutlich kleiner ist, als aufgrund der Theorie erwartet wird. Dadurch gelingt die Bestimmung der Schallabsorption in diesem Höhenbereich nur ungenau.

Bei der theoretischen Ableitung der Verbreiterung des RASS-Empfangsflecks wurde in der Literatur bisher nur die turbulente Verformung berücksichtigt, welche die Schallwellen auf dem Weg von der Quelle bis zum Meßvolumen erfahren. Die Variationen der radialen Schallgeschwindigkeit innerhalb des Meßvolumens führen dazu, daß die Bragg-Bedingung nicht gleichzeitig im ganzen Meßvolumen erfüllt wird. Folglich wird das RADAR-Signal bei einer bestimmten Schallfrequenz nur von einem Teil des Meßvolumens zurückgestreut, was zu einer zusätzlichen Verbreiterung des Empfangsflecks führt. Dadurch ist die Empfangsleistung nicht proportional zur Größe der streuenden Bereiche, und folglich wird die Geschwindigkeitsverteilung in den Doppler-Spektren verzerrt wiedergegeben. Unter turbulenten Bedingungen werden große Bereiche einheitlicher Geschwindigkeit überrepräsentiert. Dadurch kann erklärt werden, warum sich aus den Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks zu kleine Werte des Strukturparameters ergeben. Eine erste Abschätzung dieses Effekts wird gegeben. Bei dieser Abschätzung geht jedoch das Verhältnis der Fleckverbreiterungen ein, die durch den neuen und den aus der Literatur bekannten Mechanismus hervorgerufen werden. Daher kann die Unterschätzung der Strukturparameterprofile, die aus den Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks gewonnen werden, erst dann realistisch berechnet werden, wenn bei der Berechnung der Fleckverbreiterung, die aus dem von der Literatur bekannten Mechanismus folgt, die Mehrfachstreuung berücksichtigt wird.

Measuring Parameters Describing Atmospheric Turbulence  
and the Absorption of Sound  
with a RADAR/RASS Profiler

Abstract

The Institut für Meteorologie und Klimaforschung of the Forschungszentrum Karlsruhe operates a RADAR which can measure vertical profiles of wind and temperature in the planetary boundary layer. The speed of the wind is deduced from the Doppler shift of the signal scattered by turbulent inhomogeneities of humidity and temperature (clear air signal). Additionally the velocity of sound, and therefore the temperature, is deduced from the RADAR signal scattered by sound waves transmitted at a frequency that allows the Bragg condition to be satisfied (RASS-Signal, **R**adio **A**coustic **S**ounding **S**ystem). For these standard applications only the first moments of the peaks in the receiving spectra are used, which correspond to the Doppler shifts. In this work additional parameters are deduced from the zeroth and the second spectral moments.

First, profiles of the structure parameter of the vertical component of the wind are estimated from the second spectral moments, which correspond to the Doppler broadening. The structure parameter is closely related to the rate at which turbulent kinetic energy is dissipated and can be regarded as a measure for the intensity of turbulence in the inertial subrange (scales between a few centimeters and some hundreds of meters). It turns out that the Doppler broadening of the RASS peaks gives smaller values of the structure parameter than that of the clear air peaks. In situations of strong turbulence an independent estimate of the structure parameter can be obtained from time series of measurements of vertical velocity. The comparison of these methods indicates that the Doppler broadening of the clear air peaks gives correct profiles of the structure parameter.

Subsequently the absorption of sound waves is deduced from the loss of RASS receiving power (zeroth spectral moment) with increasing range. As the absorption of sound waves strongly depends on humidity the latter can be deduced from the first. To obtain the absorption the combined effect of horizontal wind and turbulence on the RASS receiving power has to be considered. The RADAR signal is focused to the so-called receiving spot by the spherical sound wave fronts. As the sound waves are advected with the horizontal wind the spot is shifted off the receiving antenna. To compensate for the advection of the sound waves the sound source is moved to an upwind position. This can only be achieved for one measuring height. The reception of signal from other heights is possible because the sound waves are deformed by turbulent variations of wind and temperature, which causes broadening of the receiving spot. This broadening can be calculated from the profile of the structure parameter with the help of theoretical work taken from literature. It has been compared with profiles of the spot width obtained by scanning the receiving power along the receiving spot. With our profiler this can be accomplished by moving the sound source to different positions. The scanned values of the spot width turn out to be narrower than those calculated from the profiles of the structure parameter. This result indicates that the Born approximation which has been used

for calculating the spot broadening is not sufficient.

It is also shown by the experiments that RASS receiving power from lower measuring heights (up to 500 m) is significantly smaller than expected theoretically. Therefore no precise estimation of the absorption in those heights is possible.

In the theoretical works concerning RASS receiving spot in literature only the deformation of the sound wave fronts introduced by turbulent variations on the way from the source to the measuring volume has been considered. An additional spot broadening is caused by variations of the radial sound velocity in the measuring volume. Due to these variations the signal scattered from different sub-regions of the measuring volume has different Doppler frequency shifts. Therefore they can not add coherently and focusing is only accomplished by sub-regions with a homogeneous radial velocity. Focusing is best for large regions with homogeneous radial velocity, which gives an explanation why the structure parameter is underestimated by the width of the RASS peaks. A first estimate for this effect is given. For this estimate the ratio of the spot broadening introduced by the new mechanism and the mechanism known from literature is needed. Therefore a realistic prediction of the underestimation of the structure parameter obtained from the width of the RASS peaks can not be given until multiple scattering is allowed for in the analysis of the spot broadening mechanism known from literature.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Das Wind-Temperatur-RADAR</b>	<b>5</b>
1.1 Funktionsprinzip . . . . .	5
1.1.1 Streumechanismen . . . . .	5
1.1.2 Wind und Temperaturbestimmung . . . . .	7
1.1.3 Die Höhengewichtung des FM-CW-RADAR . . . . .	9
1.2 Sender-Empfänger-Tastung . . . . .	12
1.2.1 Höhengewichtung . . . . .	16
1.2.2 Störungen . . . . .	17
1.2.3 Trennung Clear-Air- und RASS-Signal . . . . .	17
1.3 Die Antennencharakteristiken . . . . .	18
1.3.1 Festechos . . . . .	21
1.4 Auswertung . . . . .	23
1.4.1 Kammkerbfilterung . . . . .	24
1.4.2 Bestimmung der gemittelten Empfangsspektren . . . . .	25
1.4.3 Spektrale Kalibrierung und Rauschabzug . . . . .	28
1.4.4 Schätzung der spektralen Momente . . . . .	29
1.4.5 Median-Filterung der Vertikalgeschwindigkeiten . . . . .	31
1.4.6 Konsensus-Mittelung der Radialgeschwindigkeiten . . . . .	31
<b>2 Simulierte Empfangsspektren zur Fehleruntersuchung</b>	<b>33</b>
2.1 Signalstatistik . . . . .	34
2.1.1 Clear-Air-Signalstatistik . . . . .	34
2.1.2 Signalstatistik des RASS-Kanals . . . . .	35
2.2 Der Unterschied zwischen medianisierten und gemittelten Spektren . . . . .	37
2.2.1 Gewinnung des Parameters $W_0$ der RASS-Signalstatistik . . . . .	38
2.2.2 Korrektur der Peakbreiten der Medianspektren . . . . .	39

2.3	Verfahren zur Schätzung der statistischen Meßfehler . . . . .	39
2.4	Fehler der spektralen Momente . . . . .	41
2.4.1	Fehler der Leistungen . . . . .	42
2.4.2	Fehler der Radialgeschwindigkeit . . . . .	43
2.4.3	Fehler der Peakbreiten . . . . .	44
2.5	Abhängigkeit der Verfügbarkeit von der Spektrenmittelungszeit . . . . .	45
2.6	Fazit . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Bestimmung von Turbulenzparametern</b> . . . . .	<b>48</b>
3.1	Grundlagen zur Beschreibung der Turbulenz . . . . .	49
3.1.1	Eindimensionale Zufallsvariablen . . . . .	49
3.1.1.1	Kovarianzfunktion und Spektrum . . . . .	49
3.1.1.2	Strukturfunktion . . . . .	51
3.1.2	Der dreidimensionale Tensor des Spektrums des Windfeldes . . . . .	54
3.2	Verfahren zur Berechnung des Strukturparameters $C_w^2$ . . . . .	57
3.2.1	Bestimmung des Strukturparameters aus Vertikalgeschwindigkeitsspektren . . . . .	58
3.2.1.1	Dämpfung der Vertikalgeschwindigkeitsspektren durch die Volumennormierung . . . . .	60
3.2.1.2	Beispiel . . . . .	63
3.2.1.3	Meßfehler bei der Bestimmung der Vertikalgeschwindigkeitsspektren . . . . .	64
3.2.2	Bestimmung des Strukturparameters aus der Strukturfunktion . . . . .	65
3.2.3	Bestimmung des Strukturparameters aus den Doppler-Verbreiterungen der Empfangspeaks . . . . .	67
3.2.3.1	Beiträge zur Peakbreite . . . . .	67
3.2.3.2	Beitrag der Turbulenz zur Peakbreite . . . . .	69
3.2.3.3	Berechnung des Integrals über das dreidimensionale Vertikalgeschwindigkeitsspektrum . . . . .	71
3.2.3.4	Meßbeispiel . . . . .	74
3.3	Experimenteller Vergleich der Verfahren . . . . .	76
3.4	Fazit . . . . .	79
<b>4</b>	<b>Bestimmung der Schallabsorption</b> . . . . .	<b>80</b>
4.1	Theorie der RASS-Empfangsleistung . . . . .	80
4.1.1	Berechnung des Empfangssignals bei vorgegebener Verteilung der Dielektrizitätskonstante . . . . .	83
4.1.1.1	Das gesendete Feld in der Aperturebene . . . . .	83
4.1.1.2	Das gesendete Feld im Meßvolumen . . . . .	83

4.1.1.3	Rückstreuung an Variationen der Dielektrizitätskonstanten . . . . .	85
4.1.1.4	Zusammenhang zwischen dem Empfangsfeld und der empfangenen elektrischen Leistung . . . . .	87
4.1.2	Das Schallsignal . . . . .	88
4.1.2.1	Zusammenhang zwischen Schalleistung und den Variationen der Dielektrizitätskonstanten . . . . .	89
4.1.2.2	Schallabsorption . . . . .	91
4.1.3	Horizontalwindbedingte Verschiebung des Bragg-Maximums . . . . .	92
4.1.4	Berechnung der Empfangsleistung in Form eines Faltungsprodukts . . . . .	95
4.1.5	Die Leistung eines Empfangspeaks . . . . .	96
4.1.6	Die turbulenzbedingte Fleckfunktion $\mathcal{H}(\rho_{abe})$ . . . . .	98
4.1.6.1	Die Wellenstrukturfunktion $D_\psi$ . . . . .	99
4.1.6.1.1	Methode der kleinen Störungen bei einer ebenen Welle und räumlich konstanter Turbulenzintensität . . . . .	101
4.1.6.1.2	Erweiterung der Methode der kleinen Störungen auf eine sphärische Welle in einem Medium mit langsam variierender Turbulenzintensität . . . . .	103
4.1.7	Verbreiterung des Empfangsflecks durch die Variationen der Radialgeschwindigkeit im Meßvolumen – eine Ursache für die geringe Breite der RASS-Peaks	107
4.2	Vermessung des RASS-Empfangsflecks – Verifizierung der Theorie . . . . .	114
4.2.1	Explizite Fleckvermessungen . . . . .	119
4.2.1.1	Mittelungszeit für die Bestimmung der Empfangsleistungsprofile . .	120
4.2.1.2	Bestimmung der Fleckaberration . . . . .	121
4.2.1.3	Bestimmung der Momente des Empfangsflecks . . . . .	122
4.2.1.4	Numerische Berechnung der Fleckfunktion . . . . .	124
4.2.1.5	Meßergebnisse der expliziten Fleckvermessungen . . . . .	126
4.2.2	Auswertung von Messungen im Standard-Doppler-Beam-Swinging-Modus . .	134
4.2.3	Möglichkeiten zur Gewinnung von Meßgrößen aus der RASS-Empfangsleistung	141
4.3	Fazit und Ausblick . . . . .	142
<b>Literatur</b>		<b>144</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>		<b>149</b>

# Einleitung

Das Wind-Temperatur-RADAR ist ein bodengestütztes mobiles Gerät zur Messung von Vertikalprofilen der Windgeschwindigkeit und der Temperatur in der Grenzschicht. Als Grenzschicht wird der untere Bereich der Atmosphäre bezeichnet, in dem der Austausch von Wärme und Impuls für eine turbulente Durchmischung sorgt. Diese Schicht hat eine vertikale Ausdehnung von wenigen 100 m (im Winter) bis zu etwa 2000 m (bei starker Konvektion). Um die turbulenten Prozesse, die sich in dieser Schicht abspielen, in Klimamodellen oder Modellen zur Wettervorhersage realistisch simulieren zu können, müßte die Atmosphäre durch ein feinmaschiges Netz repräsentiert werden, und es müßte mit einer hohen zeitlichen Auflösung gerechnet werden, was sehr viel Rechenzeit und Speicherplatz benötigen würde. Stattdessen wird bei diesen Modellen der Austausch von Impuls, Wärme und Spurenstoffen in der Grenzschicht parametrisiert. Die Parameter müssen anhand von Fallstudien bestimmt werden. Dazu werden Feldexperimente an ausgewählten Orten durchgeführt, bei denen das Wind-Temperatur-RADAR neben anderen Meßgeräten zum Einsatz kommt. Gegenüber Radiosonden hat es den Vorteil, daß es kontinuierlich Daten liefert. Gegenüber SODAR-Geräten mißt es den Vertikalwind mit einer deutlich höheren räumlichen und zeitlichen Auflösung. Dadurch können mit dem Wind-Temperatur-RADAR z. B. Schwerewellen beobachtet werden, oder es kann der großskalige Bereich des Turbulenzspektrums bis in den Inertialbereich (siehe Kapitel 3) aufgelöst werden. Der kleinskalige Anteil der Turbulenz, der jenseits des Auflösungsvermögens des Wind-Temperatur-RADAR liegt, erscheint als Doppler-Verbreiterung in den Empfangsspektren. Dadurch kann das Wind-Temperatur-RADAR einen wichtigen Beitrag zur Bestimmung von Turbulenzparametern leisten. Da es neben diesen Turbulenzparametern auch die wesentlichen Turbulenzproduktionskräfte, die Windscherung und den Gradienten der (potentiellen) Temperatur mißt, können mit ihm die Mechanismen der Turbulenzproduktion untersucht und dadurch die Ergebnisse von theoretischen und numerischen Untersuchungen, wie sie z. B. von Niemann (1997) durchgeführt wurden, überprüft werden. Durch simultane Messungen verschiedener Parameter können Vertikalprofile von turbulenten Flüssen gemessen werden. Zum Beispiel wurde zusammen mit einem LIDAR der turbulente Vertikaltransport von Ozon (Senf et al., 1996) und Wasserdampf (Senf et al., 1994) gemessen. Mit Hilfe von Zeitreihen der Vertikalgeschwindigkeit (Clear-Air) und der Temperatur (RASS) wurde der fühlbare Wärmestrom bestimmt (Lippmann et al., 1996; Vogt et al., 1998).

Die Daten des Wind-Temperatur-RADAR können auch für die Kurzfrist-Wettervorhersage genutzt werden. Mit Hilfe der Temperaturprofile kann z. B. der Abbau einer Inversion genau beobachtet, und so z. B. der Zeitpunkt der Nebelauflösung genauer vorhergesagt werden, was gelegentlich bei



*Abbildung 1: Das Wind-Temperatur-RADAR auf dem Gelände des Forschungszentrums Karlsruhe. Hinten die Sende- und vorne die Empfangsantenne, rechts auf einem Ausleger (verdeckt) die Schallquelle. Die Trichter sind von innen mit Absorbiermaterial ausgekleidet und sollen die horizontale Abstrahlung verringern. Unter der Sendeantenne ist Platz für die wassergekühlten Halbleiter-Sendeverstärker und deren Netzteile, und unter der Empfangsantenne sind die elektronischen Komponenten des Empfängers und einige Rechner.*

der Planung von Meßflügen eingesetzt wurde. Im Rahmen von COST 76 (European COoperation in the Field of Scientific and Technical Research, Development of UHF/VHF Wind Profilers and Vertical Sounders for Use in European Observing Systems) wird am Aufbau eines Profilernetzwerks gearbeitet, das operationell Daten an die Wetterdienste weitergeben soll. Am Wind-Temperatur-RADAR können Techniken entwickelt werden, die dem operationellen Einsatz zugute kommen. Zum Beispiel können Verfahren zur Bestimmung zusätzlicher Parameter oder zur Verbesserung der Datenqualität entwickelt werden. Es wurde z. B. ein Verfahren entwickelt (Bauer et al., 1997), das die redundante Information der fünf Strahlrichtungen (nur drei wären notwendig) nutzt, um die Meßdaten zu validieren.

In der vorliegenden Arbeit wurde versucht, aus den RASS-Empfangsleistungen die Schallabsorption und daraus Profile der Luftfeuchte abzuleiten. Dazu mußte zunächst das Wind-Temperatur-RADAR so weit verbessert werden, daß es möglich wurde, die Standardmeßdaten Wind und Temperatur zuverlässig gewinnen zu können. Dazu mußte der Empfänger entstört und die Datenaufzeichnung und Auswertung so organisiert werden, daß die Betriebsparameter des RASS aufgrund der aktuellen Windgeschwindigkeits- und Temperaturmeßwerte automatisch optimiert werden. Damit dies funktioniert, müssen die Ausreißer zuverlässig erkannt werden. Von diesem Teil der Arbeit werden nur einige Aspekte im Kapitel 1 angerissen.

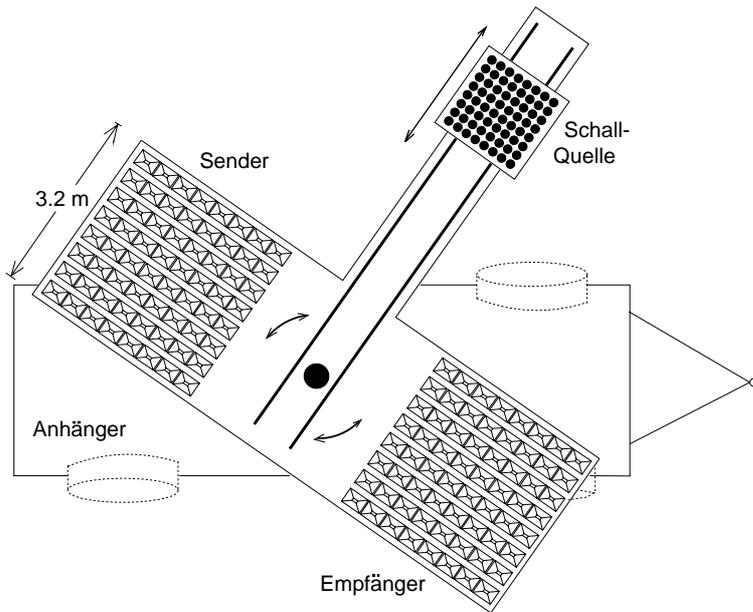


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Wind-Temperatur-RADAR von oben. Die gesamte Anordnung ist drehbar, damit die Schallquelle auf einem Ausleger in den Luv gefahren werden kann. Dadurch kann einem Wegdriften der Schallwellen durch den Horizontalwind entgegengewirkt werden.

Zur Bestimmung der Schallabsorption werden neben den Standardmeßwerten Profile des Strukturparameters der Vertikalgeschwindigkeit benötigt. In Kapitel 3 wird beschrieben, wie diese aus den Doppler-Verbreiterungen der Empfangs-Peaks und aus Zeitreihen der Vertikalgeschwindigkeit abgeleitet werden können. Diese Verfahren werden anhand von Meßbeispielen miteinander verglichen, wobei sich zeigt, daß die Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks kleiner sind, als aufgrund der Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten im Meßvolumen erwartet wird. Dadurch ergeben sich aus den Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks zu kleine Werte des Strukturparameters.

Da für die Bestimmung des Strukturparameters eine besonders hohe räumliche Auflösung benötigt wird, wird in Kapitel 2 untersucht, welche Fehler auftreten, wenn die Mittelungszeit und damit auch die Größe des Meßvolumens reduziert wird. Dabei wird insbesondere untersucht, ob mit diesem Fehler erklärt werden kann, warum die Doppler-Verbreiterung der RASS-Peaks nicht die Varianz im Meßvolumen wiedergibt.

Um die Schallabsorption aus der RASS-Empfangsleistung ableiten zu können, muß die Empfangsleistung, die sich ohne Absorption ergeben würde, in Abhängigkeit von Horizontalwind und Turbulenzintensität berechnet werden. Dafür gibt es in der Literatur theoretische Ansätze, die allerdings verschiedene Näherungen verwenden, die für die Berechnung der Schallabsorption zu ungenau sind. Indem diese Theorie auf beliebige Antennenaperturen verallgemeinert wird, gelingt es, auf diese Näherungen zu verzichten. Diese verbesserte Theorie wird in Abschnitt 4.2 anhand von 'Empfangsfleckvermessungen' überprüft. Dazu wird die Empfangsleistung nacheinander bei verschiedenen Positionen der Schallquelle gemessen. Das ist durch die drehbare Anordnung möglich, die eine Besonderheit des Wind-Temperatur-RADAR ist (siehe Abbildung 2). Dabei zeigen sich zwei Diskrepanzen zwischen den theoretisch berechneten und den gemessenen Empfangsleistungen. Um eine Erklärung für diese Diskrepanzen zu finden, wird in Abschnitt 4.1 die aus der Literatur bekannte Theorie der RASS-Empfangsleistung überarbeitet, wobei ihre wichtigsten Fehlerquellen aufgezeigt werden.

Durch die genaue Untersuchung dieser Theorie werden einige offene Fragen beim Verständnis des RASS aufgeklärt. Insbesondere wird eine Erklärung dafür gegeben, daß die Doppler-Verbreiterung der RASS-Peaks nicht die Varianz im Meßvolumen wiedergibt.

# Kapitel 1

## Das Wind-Temperatur-RADAR

In diesem Kapitel wird die Funktionsweise des Wind-Temperatur-RADAR beschrieben und gezeigt, wie die Standardmeßgrößen aus dem Empfangssignal gewonnen werden. Solche Beschreibungen sind in zahlreichen Diplom- und Doktorarbeiten enthalten (z. B.: Bauer, 1992; Hirsch, 1994; Richter, 1993; Herden, 1996; Pavelin, 1997). Einige Zusammenhänge, die in diesen Arbeiten genau ausgeführt sind, werden hier nur heuristisch beschrieben. Andere Zusammenhänge werden hier weiter vertieft als in den bisherigen Arbeiten. Dieses Kapitel wird auch dazu genutzt, um zu zeigen, an welchen Stellen das Wind-Temperatur-RADAR und seine Auswertung verbessert werden können.

### 1.1 Funktionsprinzip

Das 14 m lange, 3,5 m breite, 6,80 m hohe und 20 t schwere Gerät (siehe Abbildung 1) strahlt über ein Feld von  $8 \times 8$  Hornstrahlern elektromagnetische Wellen einer durchschnittlichen Leistung von  $\overline{P}_{\text{rf}} = 2$  kW bei einer Frequenz von  $f_{\text{rf0}} = 1,235$  GHz ( $\lambda_{\text{rf0}} \simeq 24$  cm) nach oben ab. Durch die Gesamtaperturfläche von  $3,2 \times 3,2$  m<sup>2</sup> (siehe Abbildung 2) wird der Strahl durch Interferenz auf einen Öffnungswinkel von  $\sigma_{\text{b}} \simeq 1,2^\circ$  gebündelt ( $\sigma_{\text{b}}$  bezieht sich hier auf das Produkt von Sende- und Empfangsstrahl.)

#### 1.1.1 Streumechanismen

Ein kleiner Teil der Wellen wird durch einen der folgenden Streumechanismen zurückgestreut:

- **Hydrometeore:** Rayleigh-Streuung an Regentropfen, Schneeflocken oder Wolkentröpfchen.
- **Clear-Air:** Bragg-Reflexion an Brechungsindexschwankungen (Dichteschwankungen), die sich an Gradienten der Luftfeuchte und der (potentiellen) Temperatur durch turbulente

Strömungen ausbilden. Für die Rückstreuung ist nur die spektrale Komponente der Brechungsindexschwankungen von Bedeutung, welche die Bragg-Bedingung  $2 \mathbf{k}_{r10} = \mathbf{K}$  erfüllt ( $\mathbf{k}_{r10}$ ,  $\mathbf{K}$  Wellenzahlvektoren der elektromagnetischen Wellen und der spektralen Komponenten der Brechungsindexschwankungen).

- **RASS:** Durch ein Feld von  $8 \times 8$  Druckkammerlautsprechern können Schallwellen von  $\approx 600$  W akustischer Leistung abgestrahlt werden, durch die künstliche Brechungsindexschwankungen erzeugt werden. Damit diese die Bragg-Bedingung erfüllen, muß je nach Temperatur eine Schallfrequenz von  $f_a \approx 2800$  Hz gewählt werden.

Der Streuquerschnitt der Rayleigh-Streuung ist proportional zu  $k_{r10}^4$ . Daher ist es zur Messung von Regen sinnvoll, eine höhere Frequenz zu wählen. Bei Sendefrequenzen oberhalb von 10 GHz gewinnt die Mehrfachstreuung an Bedeutung, so daß sich bei einer weiteren Erhöhung der Sendefrequenz die Reichweite verschlechtert, weil das Signal gedämpft wird. Der Clear-Air-Rückstreuquerschnitt ist bei Sendefrequenzen, bei denen die entsprechende Bragg-Wellenlänge, die innerhalb des Inertialbereichs liegt, proportional zu  $k_{r10}^{7/3}$ , was von Tatarskii (1971, § 28) theoretisch abgeleitet und z. B. von Cohn (1994) experimentell untersucht wurde. Bei höheren Sendefrequenzen, wenn die Bragg-Wellenlänge im Dissipationsbereich liegt, nimmt der Clear-Air-Rückstreuquerschnitt jedoch sprunghaft mit steigender Sendefrequenz ab. Die Wellenlänge des Spektrums der Luftfeuchte- und Temperaturvariationen, die beim Wind-Temperatur-RADAR die Bragg-Bedingung erfüllen (12 cm), liegt je nach den meteorologischen Bedingungen mal im Inertial- und mal im Dissipationsbereich. In den Fällen, in denen sie im Dissipationsbereich liegt, wäre das Empfangssignal bei einer niedrigeren Sendefrequenz kräftiger. Auch die Schallwellen des RASS würden bei einer niedrigeren Frequenz weniger stark absorbiert, so daß eine höhere Reichweite erreicht würde. Bei der Planung des Wind-Temperatur-RADAR wurde eine Frequenz um 900 MHz angestrebt. In diesem Bereich wurde aber vom BAPT (**B**undes**A**mt für **P**ost und **T**elekomunikation) keine Genehmigung erteilt. Ein Vorteil der gewählten hohen Sendefrequenz besteht darin, daß trotz der mobilen Anordnung, die nur einen begrenzten Antennendurchmesser erlaubt, eine hohe Strahlbündelung erreicht werden kann. Tatsächlich wird die Größe des (effektiven) Meßvolumens aber nicht durch die Strahlbündelung sondern durch die Größe des Luftvolumens bestimmt, das vom Horizontalwind innerhalb der Mittelungszeit durch den RADAR-Strahl transportiert wird, da die Mittelungszeit nicht beliebig kurz gewählt werden kann (siehe Abschnitt 2).

Das zurückgestreute Signal wird mit einer separaten Antenne empfangen (siehe Abbildung 1.1). Damit die gesendete Leistung effektiv genutzt wird, sind die Antennencharakteristiken von Sendee-, Empfangs- und auch der Schallantenne aufeinander abgestimmt. Dies wird wegen der Bragg-Bedingung erreicht, wenn die Schallantenne gegenüber den elektromagnetischen Antennen einen um die Hälfte reduzierten Aperturdurchmesser hat (siehe Abbildung 2).

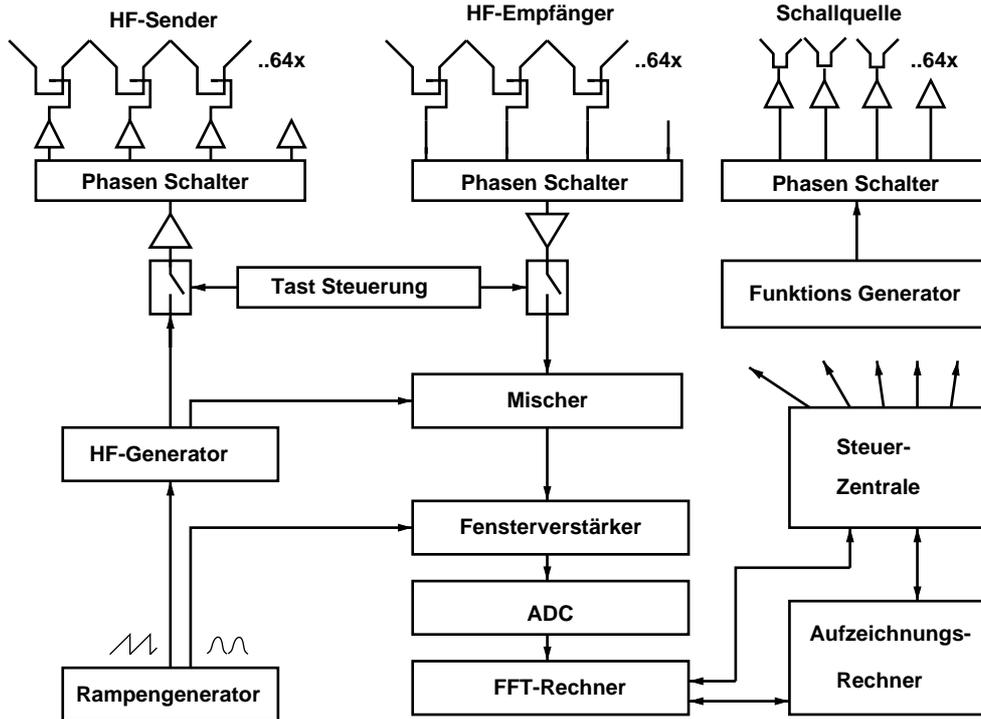


Abbildung 1.1: Blockdiagramm des Wind-Temperatur-RADAR. Die Komponenten werden in den folgenden Abschnitten beschrieben.

## 1.1.2 Wind und Temperaturbestimmung

Aus der Doppler-Verschiebung  $f_D$  des empfangenen Signals kann die Radialgeschwindigkeit  $V_r$  mit Hilfe der Beziehung

$$f_D = \frac{2 f_{rf0}}{c} V_r \quad (1.1)$$

abgeleitet werden. Dabei ist  $f_{rf0}$  = Sendefrequenz und  $c$  = Lichtgeschwindigkeit. Die Radialgeschwindigkeit ist die Komponente der Geschwindigkeit des Streukörpers, die parallel zur Strahlrichtung verläuft. Beim Clear-Air-Signal entspricht sie, zumindest im statistischen Mittel, der radialen Komponente  $v_r$  der Windgeschwindigkeit. Bei Hydrometeoren und beim RASS-Signal kommt noch die Fall- beziehungsweise Schallgeschwindigkeit in unbewegter Luft hinzu:

$$c_a = c_{a,m} + v_r \quad (1.2)$$

$$c_{a,m} = 20,047 \sqrt{T_v} \quad (1.3)$$

Dabei ist  $c_a$  die Schallgeschwindigkeit in bewegter und  $c_{a,m}$  die Schallgeschwindigkeit ruhender Luft. Die virtuelle Temperatur  $T_v$  entspricht der kinetischen Temperatur eines Luftpakets gleicher Dichte, das keinen Wasserdampf enthält. Da Wasserdampf leichter ist als Luft, ist die virtuelle Temperatur bei hoher Luftfeuchte einige Grad höher als die kinetische Temperatur.

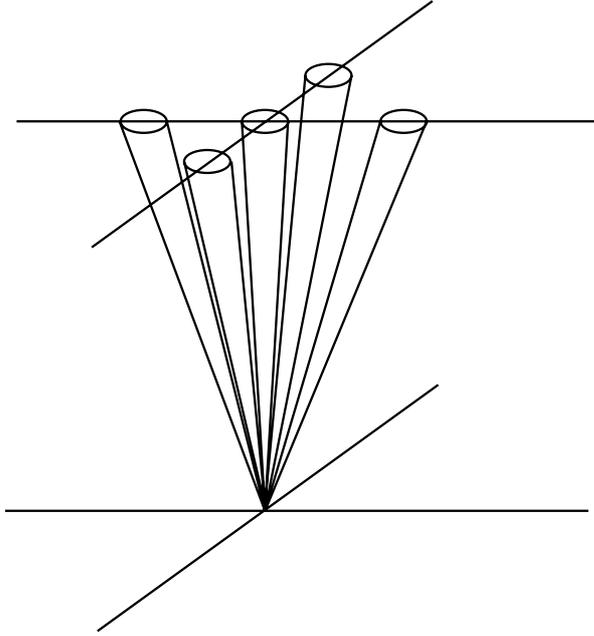


Abbildung 1.2: Skizze der 5 Strahlrichtungen, die durch die Phasensteuerung der Zeilen und Spalten der Antennenfelder geschaltet werden können. Sowohl die angedeuteten Strahlöffnungswinkel als auch die Neigungswinkel sind in Wirklichkeit etwa um einen Faktor drei kleiner.

Die Doppler-Frequenzverschiebung

$$f_D = 2f_{rf0} \frac{c_a}{c}, \quad (1.4)$$

die der Schallgeschwindigkeit  $c_a$  (im bewegten Medium) entspricht, ist gleichzeitig die Schallfrequenz, bei der die Bragg-Bedingung

$$k_{\text{brg}} = 2k_{rf0} - k_a = 0 \quad (1.5)$$

erfüllt ist ( $k_{\text{brg}}$  wird als Bragg-Wellenzahl bezeichnet). Das kann gezeigt werden, indem die Dispersionsrelationen  $c = \omega_{rf0}/k_{rf0}$  und  $c_a = \omega_a/k_a$  in (1.5) eingesetzt werden ( $\omega_{rf0}$  und  $\omega_a$  sind die den Sendefrequenzen  $f_{rf0}$  und  $f_a$  entsprechenden Kreisfrequenzen).

Das Schallsignal sollte einen Frequenzbereich gleichmäßig überdecken, in dem bei den erwarteten Bereichen der Temperatur und der radialen Windgeschwindigkeit die Bragg-Bedingung erfüllt ist. Die Mitte  $f_{a0}$  dieses Frequenzbereichs muß zum Beginn des RASS-Betriebs mit Hilfe eines Schätzwertes der Temperatur gewählt werden. Anhand der Messungen kann  $f_{a0}$  später automatisch optimiert werden.

Um aus der Doppler-Geschwindigkeit  $c_a$  des RASS-Signals mit (1.2) die Temperatur bestimmen zu können, muß die radiale Windgeschwindigkeit  $v_r$  bekannt sein. Kann sie nicht aus dem Clear-Air-Signal abgeleitet werden, dann kann die Temperatur auch mit Hilfe der Annahme bestimmt werden, daß die vertikale Windgeschwindigkeit im Mittel verschwindet. Dazu müssen die Werte der Schallgeschwindigkeit  $c_a$  des Vertikalstrahls etwa 30 min gemittelt werden. Goersdorf (1998) zeigt, daß dabei neben statistischen auch systematische Fehler auftreten.

Um die horizontalen Komponenten der Windgeschwindigkeit ableiten zu können, muß der Strahl in verschiedene Richtungen geschwenkt werden (Doppler-Beam-Swinging). Senden beziehungsweise empfangen die 64 Elemente der Antennen gleichphasig, so ergibt sich ein vertikaler Strahl. Indem die aufeinanderfolgenden Zeilen beziehungsweise Spalten der Antennenfelder mit Phasenverschiebungen von jeweils  $90^\circ$  angesteuert werden, wird der Strahl um  $8,7^\circ$  aus der Vertikalen geneigt (siehe Abbildung 1.2). Wenn die Bragg-Bedingung erfüllt ist, ergibt sich beim Schall durch die  $90^\circ$ -Phasenverschiebungen und den um einen Faktor zwei verkleinerten Abstand der Zeilen und Spalten der gleiche Schwenkwinkel. Um eine Komponente der Horizontalwindgeschwindigkeit aus der Differenz der Radialgeschwindigkeiten zweier entgegengesetzter Strahlrichtungen ableiten zu können, muß vorausgesetzt werden, daß die Vertikalgeschwindigkeit in beiden Meßvolumina übereinstimmt. Damit sich der Fehler herausmittelt, der sich daraus ergibt, daß diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, muß eine Mittelungszeit von mindestens 10 min gewählt werden.<sup>1</sup> Für die Bestimmung einer einzigen Radialgeschwindigkeit reicht dagegen eine Mittelungszeit von 10 s (siehe Kapitel 2).

### 1.1.3 Die Höhenauflösung des FM-CW-RADAR

Damit die Laufzeitverzögerung und damit die Entfernung eines Streukörpers bestimmt werden kann, muß eine Information auf das Sendesignal aufmoduliert werden, die beim Empfangssignal wiedererkannt werden kann. Um Mehrdeutigkeiten auszuschließen, sollte die Modulationsperiode größer gewählt werden, als die maximal zu erwartende Laufzeitverzögerung. Die maximale Höhe, aus der Echos erwartet werden, liegt bei der Tropospause ( $\approx 10$  km), eine Inversion, bis zu der die höchsten Gewitterwolken aufsteigen. Bei den meisten RADAR-Geräten wird eine Amplitudenmodulation verwendet, oder einfacher ausgedrückt, es werden Pulse einer Länge gesendet, durch welche die Höhenauflösung bestimmt wird. Dabei nimmt bei gegebener Pulsleistung und gegebenem Entfernungseindeutigkeitsbereich die mittlere Sendeleistung ab, wenn die Höhenauflösung verfeinert wird. Dadurch wird nicht nur die Empfindlichkeit reduziert, sondern durch die langen Flügel der sinc-Funktion, der Fourier-Transformierten eines Rechteck-Pulses, wird auch ein breiter Frequenzbereich vereinnahmt, der nicht mehr für andere Anwendungen zur Verfügung steht.

Beim Wind-Temperatur-RADAR wird ein sägezahnförmig frequenzmoduliertes Signal gesendet (FM-CW, Frequency Modulated Continuous<sup>2</sup> Wave). Bei dieser Modulation wird der zur Verfügung gestellte Frequenzbereich ökonomisch genutzt. Das Sendespektrum ist nahezu kastenförmig über einen Frequenzbereich verteilt, der dem Modulationshub  $B$  entspricht. Zudem kann unabhängig von der Höhenauflösung kontinuierlich gesendet werden, wodurch mit preiswerteren Halbleiterstufen eine hohe mittlere Sendeleistung erzielt werden kann.

Im Empfänger wird durch den Mischer ein Signal erzeugt, das die Frequenzverschiebung zwischen Sende- und Empfangssignal wiedergibt. Wie in Abbildung 1.3 zu erkennen ist, führt die Laufzeit-

<sup>1</sup>Eine Abschätzung für den Fehler, der sich in Abhängigkeit vom Schwenkwinkel und der Mittelungszeit ergibt, könnte mit Hilfe einiger Annahmen über das Turbulenzspektrum theoretisch ermittelt werden.

<sup>2</sup>Der Begriff Continuous ist bei dem Wind Temperatur RADAR nicht gerechtfertigt, da Sender und Empfänger üblicherweise alternierend betrieben werden (siehe Abschnitten 1.2).

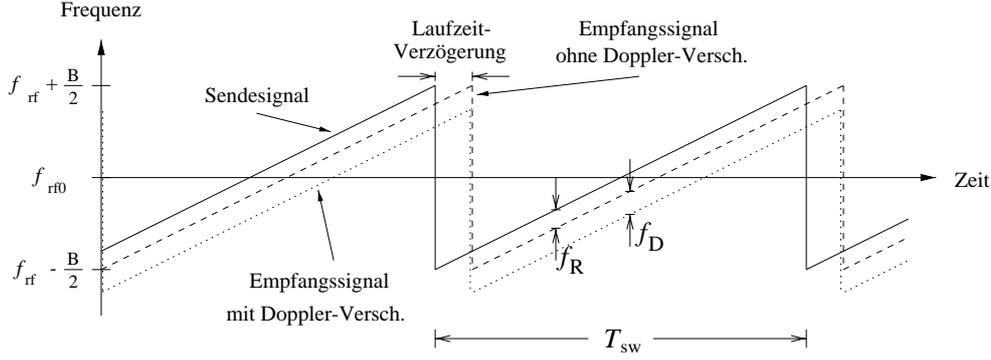


Abbildung 1.3: Sägezahnförmige Frequenzmodulation von Sende- und Empfangssignal. Durch eine Laufzeitverzögerung ergibt sich bei steigender Modulationsrampe eine negative Frequenzverschiebung  $f_R$  zwischen Sende- und Empfangssignal. Zu dieser Frequenzverschiebung kommt noch die Dopplerverschiebung  $f_D$  (hier ein Streukörper, der sich vom RADAR entfernt). Beide Frequenzverschiebungen sind bei den üblichen Betriebsparametern klein gegenüber dem Modulationshub  $B$ .

verzögerung  $2R/c$  zu einer Frequenzverschiebung  $f_R = 2RB/cT_{sw}$ , aus der die Entfernung  $R$  abgeleitet werden kann. Zu dieser laufzeitbedingten Frequenzverschiebung  $f_R$  kommt noch die Doppler-Frequenzverschiebung  $f_D$  hinzu. Die beiden Frequenzverschiebungen können aus dem folgenden Grund auseinander gehalten werden: Da die Modulation periodisch ist, wäre das Empfangssignal bei 'eingefrorener' Atmosphäre ebenfalls periodisch, wodurch sich das Spektrum aus diskreten Linien bei ganzzahligen Vielfachen der Modulationsfrequenz zusammensetzen würde. Dadurch wird die Frequenzverschiebung, welche die Entfernung eines Targets wiedergibt, auf ganzzahlige Vielfache der Modulationsfrequenz gerundet ( $f_R = n/T_{sw}$ ). Folglich hat das FMCW-RADAR eine endliche Höhenauflösung von  $\Delta R = c/2B$ . Die analytische Ableitung des Empfangssignals (Bauer, 1992) zeigt, daß zu dem Signal, das eine laufzeitbedingte Frequenzverschiebung von  $f_R = n/T_{sw}$  besitzt, ein Höhenbereich beiträgt, der durch die Höhengewichtsfunktion  $h_o^2(R - n \Delta R)$  (siehe Abbildung 1.4) beschrieben wird. Die Breite<sup>3</sup> dieser Gewichtsfunktion ist

$$\sigma_{rg} = 0,58 \Delta R. \quad (1.6)$$

Diese Gewichtsfunktion ergibt sich, wenn zum Entfernen der Transienten, die beim Zurückspringen der Sendefrequenz entstehen, ein Hanning-Fenster (Press, 1988) verwendet wird (siehe 'Fensterverstärker' in Abbildung 1.1).

Durch den Doppler-Effekt werden die Signalpeaks gegenüber den Vielfachen der Modulationsfrequenz  $f_{sw}$  verschoben (siehe Abbildung 1.5). Damit die Peaks eindeutig den Meßhöhen zugeordnet werden können, muß die Modulationsfrequenz größer gewählt werden, als der Bereich der erwarteten Doppler-Frequenzverschiebungen. Da der Strahl fast vertikal ist, reicht beim Clear-Air-Signal meistens ein Geschwindigkeits-Eindeutigkeitsbereich von  $V_{ua} = \pm 6$  m/s, der einer Modulationsfrequenz von 100 Hz entspricht.

<sup>3</sup>Der Begriff Breite wird in dieser Arbeit als Synonym für die Standardabweichung einer Funktion oder einer Verteilung verwendet.

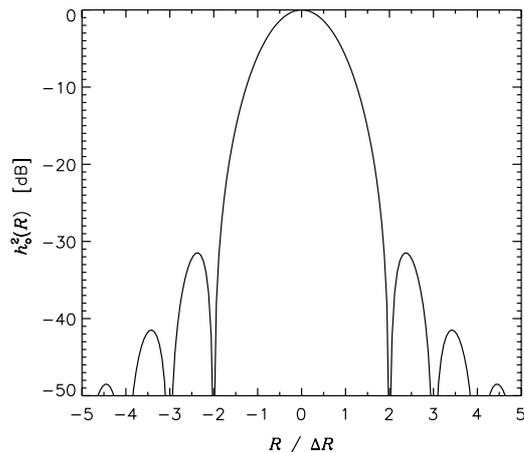


Abbildung 1.4: Gewichtungsfunktion  $h_o^2(R - n \Delta R)$  des Bereichs, der zum Signal der laufzeitbedingten Frequenzverschiebung  $f_r = n/T_{sw}$  beiträgt.

Beim RASS ist die Frequenz des reflektierten Signals gegenüber dem einfallenden Signal um die Schallfrequenz, bei der die Bragg-Bedingung erfüllt ist, erniedrigt (in Abbildung 1.5 ist die negative Frequenz aufgetragen). Die Bandbreite des Schallsignals wird im allgemeinen entsprechend der Modulationsfrequenz gewählt, damit der Eindeutigkeitsbereich der Geschwindigkeit ausgenutzt wird. Bei großen Temperaturgradienten ist der für das Clear-Air-Signal ausreichend gewählte Eindeutigkeitsbereich beim RASS-Signal oft zu klein. Daher ist es sinnvoll, die Bandbreite des Schallsignals größer zu wählen, und bei der Auswertung die Mitte  $c_{a0}$  des Eindeutigkeitsbereichs in Abhängigkeit von der Meßhöhe zu wählen.

Wegen der großen Dopplerverschiebung erscheint das RASS-Signal in einem Frequenzbereich über der Schallfrequenz  $f_{a0}$ . Da die Reichweite des RASS durch die Schallabsorption selbst unter günstigen Bedingungen auf  $R_{RASS} = 1500$  m begrenzt ist, kann der Frequenzbereich oberhalb der Höhenstufe  $x = f_a/f_{sw} + R_{RASS}/\Delta R$  wieder für das Clear-Air-Signal genutzt werden. In dem RASS-Frequenzbereich kann das Clear-Air-Signal durch die Sender-Empfänger-Tastung (siehe Abschnitt 1.2) ausgeblendet werden.

In den Abbildungen 1.6 bis 1.8 sind gemessene Empfangsspektren dargestellt. Jeweils übereinander sind die Spektren der fünf Strahlrichtungen angeordnet. Sie werden als Vertikal-, Nord-, Süd-, West- beziehungsweise Ost-Strahlrichtung bezeichnet. Diese Bezeichnungen der Strahlrichtung entsprechen nur dann den Himmelsrichtungen, wenn die Schallquelle im Süden steht. Unter den Signalpeaks ist das Empfängerrauschen zu erkennen, dessen buckelartige Form durch die Frequenz-Charakteristik der NF-Elektronik (**N**ieder-**F**requenz) verursacht wird. Da bei den abgebildeten Spektren eine lange Mittelungszeit von 2 min gewählt wurde, verläuft die Rauschkurve sehr glatt. In Abbildung 1.6 sind unterhalb 2500 Hz und oberhalb 5500 Hz Clear-Air-Peaks zu erkennen. Die punktierten Linien kennzeichnen jeweils die Doppler-Geschwindigkeit 0 m/s. Sie sind nur dort eingezeichnet, wo aufgrund der Sender-Empfänger-Tastung ein Clear-Air-Signal zu erwarten ist. In dem ausgeblendeten Bereich sind RASS-Peaks zu erkennen. Dort sind die Eindeutigkeitsbereiche der Geschwindigkeit der verschiedenen Höhenstufen jeweils durch gestrichelte Linien gegeneinander abgegrenzt. In den unteren Höhen des Clear-Air-Signals sind, vor allem bei der nördlichen

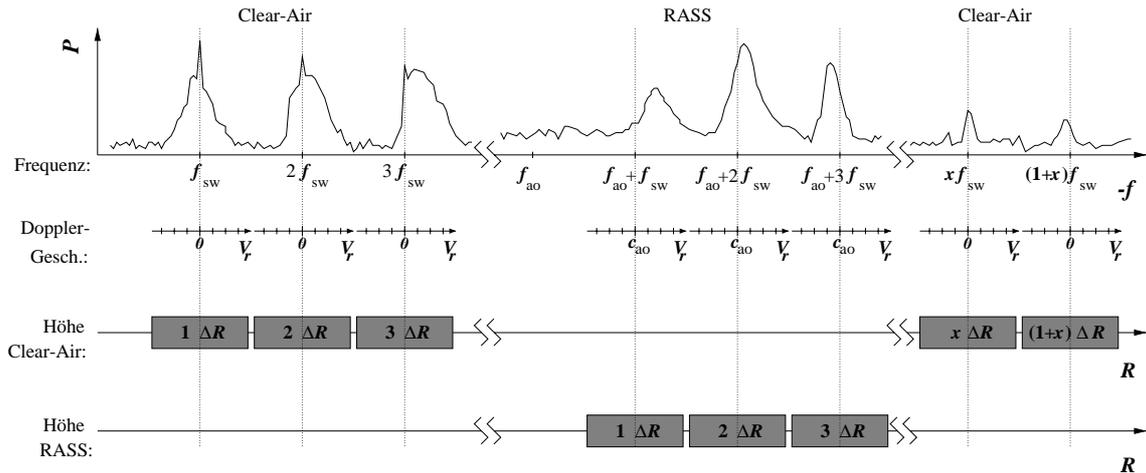


Abbildung 1.5: Schematische Darstellung eines Empfangsspektrums (bei positiver Modulationsrampe, siehe Abbildung 1.3). Die Peaks geben die Verteilung der Radialgeschwindigkeiten in den Meßvolumina wieder. Die Spitzen im unteren Höhenbereich des Clear-Air-Signals bei den Dopplergeschwindigkeiten  $V_r = 0$  werden durch Festechos verursacht. Die grauen Balken kennzeichnen, welcher Meßhöhe die Signale der verschiedenen Frequenzbereiche zugeordnet werden. Die RASS-Peaks erscheinen durch ihre große Doppler-Verschiebung im Frequenzbereich oberhalb der Schallmittelfrequenz  $f_{a0}$  ( $c_{a0} = \text{Doppler-Geschwindigkeit, die } f_{a0} \text{ entspricht}$ ). In diesem Frequenzbereich fallen auch die Clear-Air-Signale eines Höhenbereichs, der je nach den gewählten Betriebsparametern z. B. zwischen 1500 m und 3000 m liegt. Das Clear-Air-Signal kann dort mit Hilfe der Sender-Empfängertastung ausgeblendet werden.

Schwenkrichtung, neben starken Festechos zwei symmetrische Peaks zu erkennen, die durch die am 200 m-Mast befestigten Schalensternanemometer verursacht werden.

Während der Aufzeichnung der in Abbildung 1.8 dargestellten Spektren hat es geregnet. Da die Fallgeschwindigkeit von der Tropfengröße abhängt, kann aus dem Spektrum des Vertikalstrahls das Tropfenspektrum abgeleitet werden. Es ist zu erkennen, daß die Anzahl der kleinen Tropfen, die langsam fallen, nach unten abnimmt. Sie werden von den großen schnelleren Tropfen mitgenommen, die dadurch weiter wachsen (Löffler-Mang et al., 1998). Bei 2600 Hz ( $\cong 1500$  m) ist die Schneefallgrenze ('bright band') zu erkennen.

## 1.2 Sender-Empfänger-Tastung

Obwohl die Sende- und Empfangsantenne voneinander getrennt sind, wird der Empfänger durch das Senden gestört. Das Signal, das durch Übersprechen vom Sender in den Empfänger dringt, ist um mehr als 60 dB größer als das kleinste Signal ( $\approx$  Empfängerrauschen), das empfangen werden kann. Dies stört nicht, wenn das übersprechende Signal mit dem Signal des lokalen Oszillators übereinstimmt, das zum Mischen verwendet wird, weil es dann durch das Mischen in eine Gleichspannung oder zumindest in ein niederfrequentes Signal überführt wird. Dieses kann durch einen



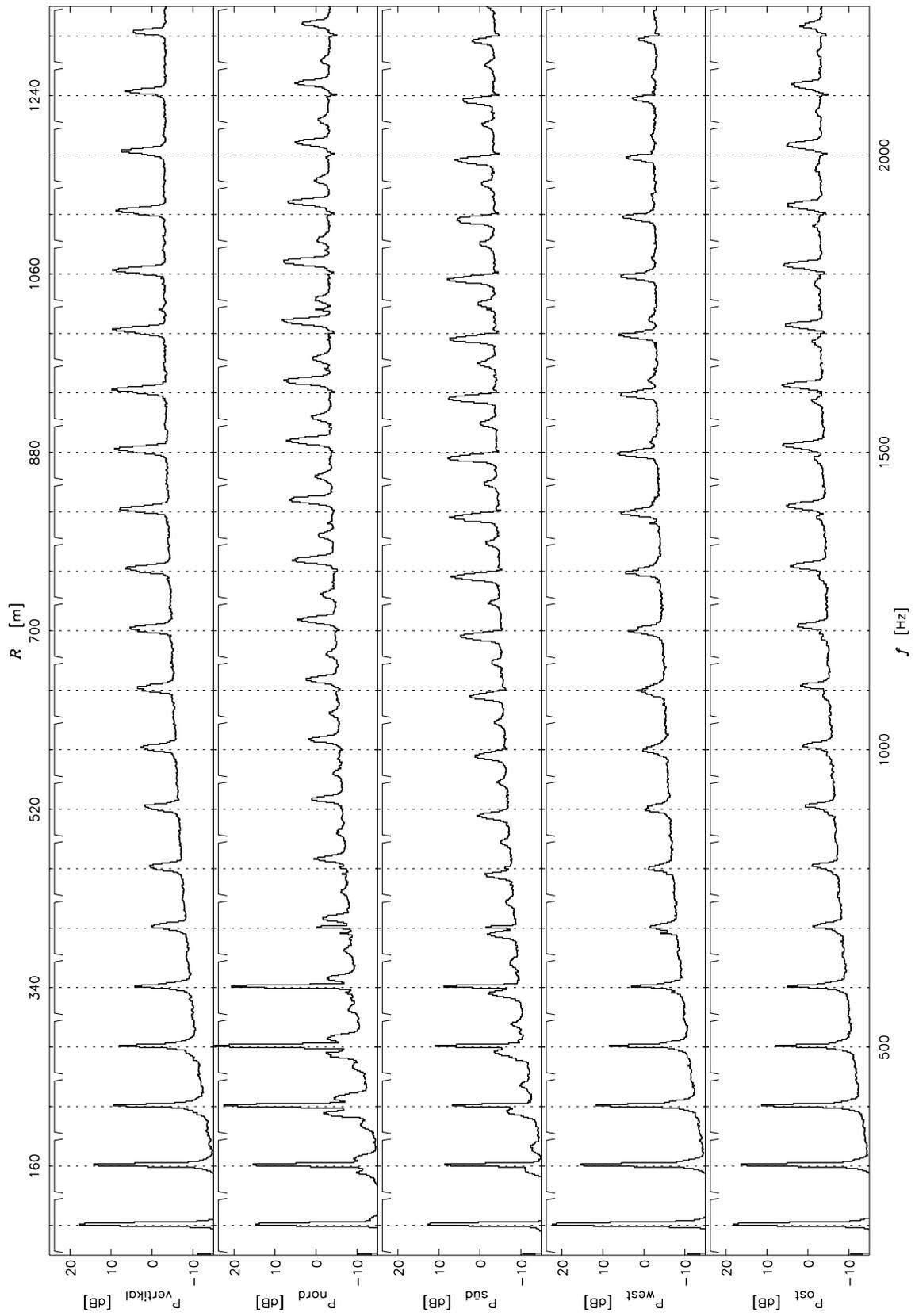


Abbildung 1.7: Vergrößerter Ausschnitt aus Abbildung 1.6

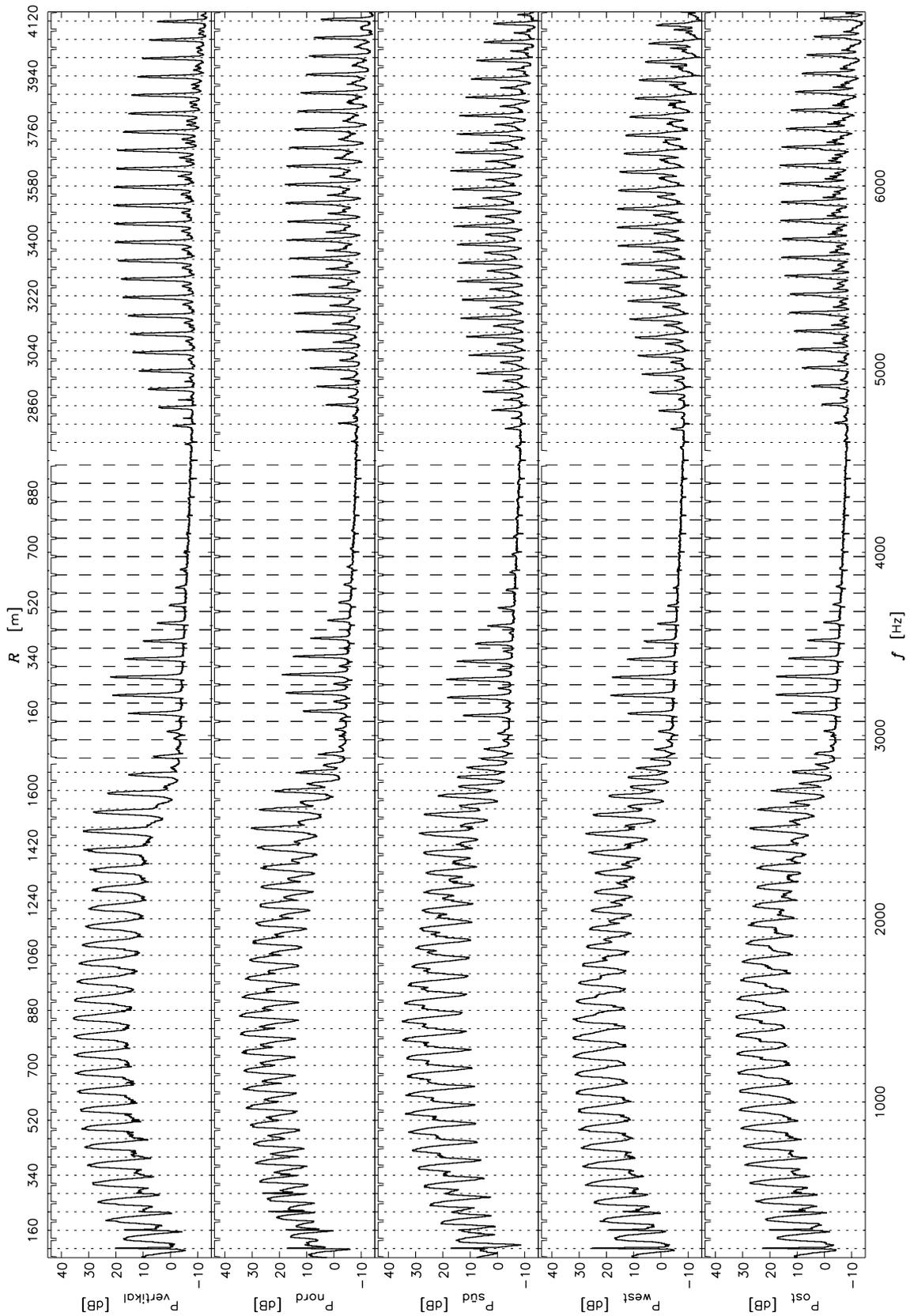


Abbildung 1.8: Empfangsspektren bei Regen

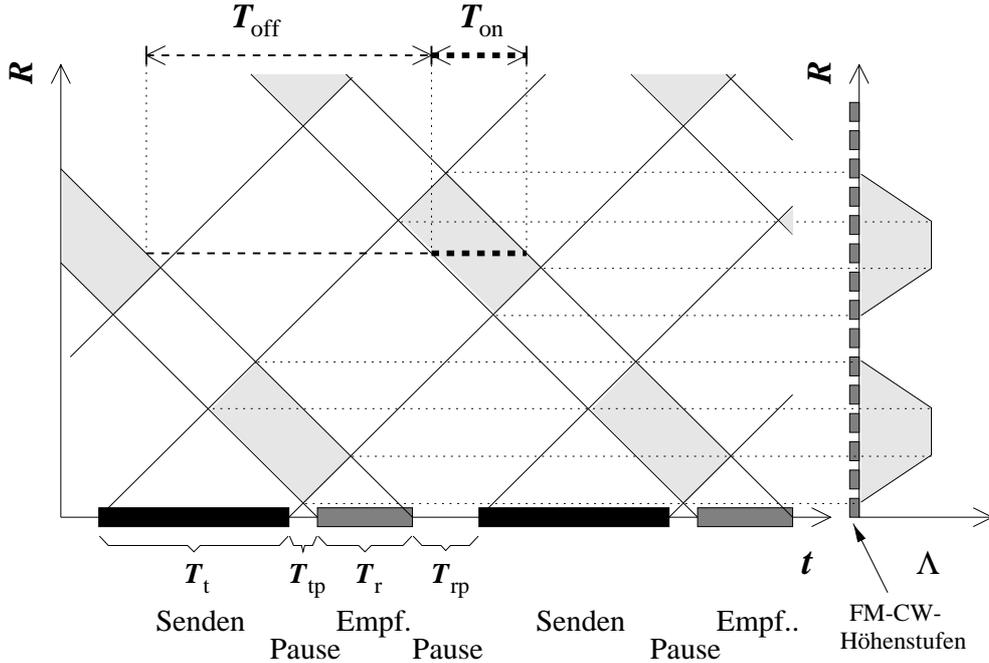


Abbildung 1.9: Sender-Empfänger-Tastung: Durch die steigenden Linien sind die Höhen-Zeit-Bereiche begrenzt, die von den Sendepulsen 'belichtet' werden, und durch die fallenden Linien sind die Höhen-Zeit-Bereiche begrenzt, aus denen Signal empfangen werden kann. Nur aus der Schnittmenge beider Bereiche kann RADAR-Signal (Echos von gesendetem Signal) empfangen werden. Dadurch wird auch das Empfangssignal getastet. Die Funktion  $\Lambda(R)$  gibt das Verhältnis der Zeit  $T_{on}$  während der ein Signal empfangen werden kann zur gesamten Tastperiode  $T_{cyc}$  wieder.

Hochpass entfernt werden, weil das Spektrum (siehe Abbildung 1.5) nahe der Frequenz Null keine wichtige Information trägt. Kleine (Amplituden-)Modulationen des übersprechenden Signals führen jedoch dazu, daß sich dieses über einen breiten Bereich im Empfangsspektrum verteilt. Für eine Modulation des übersprechenden Signals gibt es viele Ursachen, die nicht leicht zu beheben sind. Um diese Störung zu vermeiden, werden Sender und Empfänger alternierend ein- und ausgeschaltet, oder 'getastet' (siehe Abbildung 1.1).

### 1.2.1 Höhengewichtung

Ähnlich wie bei Puls-RADAR-Geräten ergibt sich durch die Sender-Empfänger-Tastung beim Wind-Temperatur-RADAR eine Höhengewichtung. Dies wird in Abbildung 1.9 veranschaulicht. In Abhängigkeit von der Meßhöhe kann pro Tastperiode nur während der Zeit  $T_{on}(R)$  ein Signal empfangen werden. Die relative Signalausbeute kann durch die Funktion  $\Lambda(R) = T_{on}/T_{cyc}$  beschrieben werden, die rechts in Abbildung 1.9 dargestellt ist ( $T_{cyc}$  = Periode der Sender-Empfänger-Tastung). Die Empfangsleistung ist proportional zu  $\Lambda^2(R)$ . Dies kann gezeigt werden, indem das Produkt einer spektralen Komponente (eines sinusförmigen Signals) mit einer Rechteckfunktion, die das Signal periodisch ein- und ausschaltet, Fourier-transformiert wird. Die quadratische Abnahme der Empfangs-

leistung mit  $\Lambda$  kommt daher, daß ein Teil der Signalleistung zu Spiegelfrequenzen überführt wird, die gegenüber der Frequenz der Harmonischen um ganzzahlige Vielfache der Tastfrequenz verschoben sind, und damit weit außerhalb des Analysebereichs liegen (die verwendeten Tastfrequenzen liegen typischerweise bei 50 kHz). Leider werden auch Störungen, die außerhalb des Analysebereichs liegen, in den Analysebereich hineingespiegelt. Dadurch nimmt die Leistung des Empfängerrauschens nicht mit  $(T_r/T_{cyc})^2$  sondern mit  $T_r/T_{cyc}$  ab ( $T_r$  siehe Abbildung 1.9).

### 1.2.2 Störungen

Die Spiegelung von Störungen, die außerhalb des Analysebereichs liegen, führt auch zu einer Erhöhung des Rauschpegels, der immer dann beobachtet wird, wenn ein sehr starkes Signal empfangen wird (Festechos oder Vögel). Da der Sendeoszillator frequenzmodulierbar sein muß, ist es nur mit großem Aufwand möglich, die spektrale Reinheit eines Quarzoszillators zu erreichen. Im Sendespektrum ist daher 50 kHz (Tastfrequenz) links und rechts von der Sendefrequenz noch etwas Signal vorhanden ( $\approx 40$  dB unterm Maximum). Die Flügel des Sendespektrums werden genauso zurückgestreut wie das Nutzsignal bei der Sendefrequenz. Durch die Tastung des Empfangssignals werden diese Flügel in den Analysebereich hineingespiegelt. Daher ist es nicht möglich, die Festechos allein durch den Kammkerbfilter (siehe Abschnitte 1.4.1) zu unterdrücken. Die Abschirmungen (siehe Abbildung 1) müssen zumindest so gut sein, daß das Rauschen, das durch die Spiegelung der Flügel des Sendespektrums entsteht, kleiner als das Empfängerrauschen ist. Um dies zu erreichen, ist es trotz der Abschirmungen notwendig, nach der Aufstellung des Wind-Temperatur-RADAR an einem neuen Standort günstige Drehrichtungen (siehe Abbildung 2) auszuwählen.

### 1.2.3 Trennung Clear-Air- und RASS-Signal

Ein Nachteil des FMCW-RADAR gegenüber Puls-RADAR-Geräten besteht darin, daß der Frequenzbereich des RASS-Signals von Clear-Air-Signalen einer größeren Höhe überlagert wird (siehe Abbildung 1.5). Das RASS-Signal kann mit dem Schallsignal abgeschaltet werden. Dadurch ist es möglich, abwechselnd Spektren mit und ohne RASS-Signal zu gewinnen. Da das Schallsignal zur Ausfüllung der nötigen Bandbreite sägezahnförmig frequenzmoduliert wird, ist eine bestimmte Schallfrequenz nur während einem kurzen Zeitbereich jeder Schallmodulationsperiode im Meßvolumen. Während der restlichen Zeit kann kein RASS-Signal dieser Frequenz auftreten. Es ist also ohne eine Verringerung des statistischen Fehlers des RASS-Signals möglich, Spektren mit und ohne RASS-Signal zu gewinnen. Aus der Differenz dieser beiden Spektren kann dann ein RASS-Spektrum gewonnen werden, das nicht vom Clear-Air-Signal überlagert ist. Diese Methode wurde bisher nicht ausprobiert.

Statt dessen wird das Clear-Air-Signal in dem Frequenzbereich des RASS durch die Sender-Empfänger-Tastung ausgeblendet, indem eine Pause zwischen der Empfangs- und der Sendephase eingefügt wird. Zur Berechnung der Länge  $T_{rp}$  dieser Pause müssen zunächst die unteren beziehungsweise oberen Grenzen der Bereiche mit  $\Lambda \neq 0$  berechnet werden (siehe Abbildung 1.9):

$$R_{\min,j} = c (T_{\text{tp}} + jT_{\text{cyc}})/2 \quad \text{untere Grenzen}$$

$$R_{\max,j} = c ((j+1)T_{\text{cyc}} - T_{\text{rp}})/2 \quad \text{obere Grenzen}$$

Üblicherweise wird  $T_{\text{tp}} \simeq 0$  gewählt, damit der Meßbereich möglichst weit unten beginnt. Dann entspricht der empfangssignalfreie Bereich zwischen  $R_{\max,0}$  und  $R_{\min,1}$  dem Frequenzintervall  $f_{\text{sw}}c[T_{\text{cyc}} - T_{\text{rp}}, T_{\text{cyc}}]/2\Delta R$ . Die Zeitkonstanten der Sender-Empfänger-Tastung müssen so gewählt werden, daß dieses Frequenzintervall mit dem Frequenzintervall  $f_{\text{a}} + f_{\text{sw}}[0, R_{\text{RASS}}]/\Delta R$  des RASS-Signals übereinstimmt:

$$cT_{\text{cyc}} = 2 \left( \frac{f_{\text{a}}}{f_{\text{sw}}} \Delta R + R_{\text{RASS}} \right) \quad (1.7)$$

$$cT_{\text{rp}} = 2R_{\text{RASS}} \quad (1.8)$$

Diese Gleichungen legen die Summe von  $T_{\text{t}}$  und  $T_{\text{r}}$  fest. Wenn  $T_{\text{t}} = T_{\text{r}}$  gewählt wird, dann ist  $\Lambda$  dreiecksförmig. Eine über die Höhe gleichmäßiger verteilte Empfindlichkeit ergibt sich, wenn  $T_{\text{r}}$  zugunsten von  $T_{\text{t}}$  verringert wird. Damit der Rauschpegel dabei wie erwartet proportional zu  $T_{\text{r}}$  kleiner wird, muß der Teil des Empfängers, der nach dem Schalter kommt, sehr rauscharm sein. Außerdem erhöht sich mit einer Vergrößerung von  $T_{\text{t}}$  gegenüber  $T_{\text{r}}$  der Stromverbrauch.

Die Trennung der Clear-Air- und RASS-Spektren ist auch durch den Einsatz eines Einseitenbandempfängers möglich. Wenn die Polarität der FMCW-Modulationsrampe vertauscht wird, erscheint das Clear-Air-Signal im positiven, und das RASS-Signal im negativen Seitenband, wodurch die beiden Kanäle mit einem Einseitenbandempfänger getrennt empfangen werden können. Zusätzlich würde auch das Rauschen in beiden Empfangsspektren halbiert werden, weil in jedem der Spektren nur noch das Empfängerrauschen eines Seitenbandes zu sehen wäre. Es ist allerdings nicht sicher, ob es möglich ist, einen Einseitenbandempfänger mit ausreichender Trennschärfe zu realisieren.

### 1.3 Die Antennencharakteristiken

Zur Bestimmung der Strukturkonstante aus den Doppler-Verbreiterungen der Empfangspeaks werden die Abmessungen des Meßvolumens benötigt. Um diese zu bestimmen, wurden die Antennencharakteristiken mit Hilfe der Fraunhofer-Näherung berechnet (siehe Abschnitt 4.1.1.2). Dazu wurden die Aperturfunktionen der einzelnen elektromagnetischen Hornstrahler entsprechend (Skolnik, 1970) gewählt, und die der Schallantenne wurden aufgrund der Abstrahlfläche der Einzelstrahler geschätzt. Dadurch und auch weil sowohl für die Schall- als auch die elektromagnetischen Wellen die Fraunhofer-Näherung gewählt wurde (keine Dipolcharakteristik), werden die Antennencharakteristiken durch diese Rechnung nur im Bereich kleiner Zenitwinkel genau wiedergegeben. Bei großen Zenitwinkeln lassen die berechneten Antennencharakteristiken nur qualitative Aussagen zu.

Für die Empfangsspektren des Clear-Air-Signals ist das Produkt  $|f_{\text{t}}|^2 |f_{\text{r}}|^2$  der quadrierten Anten-

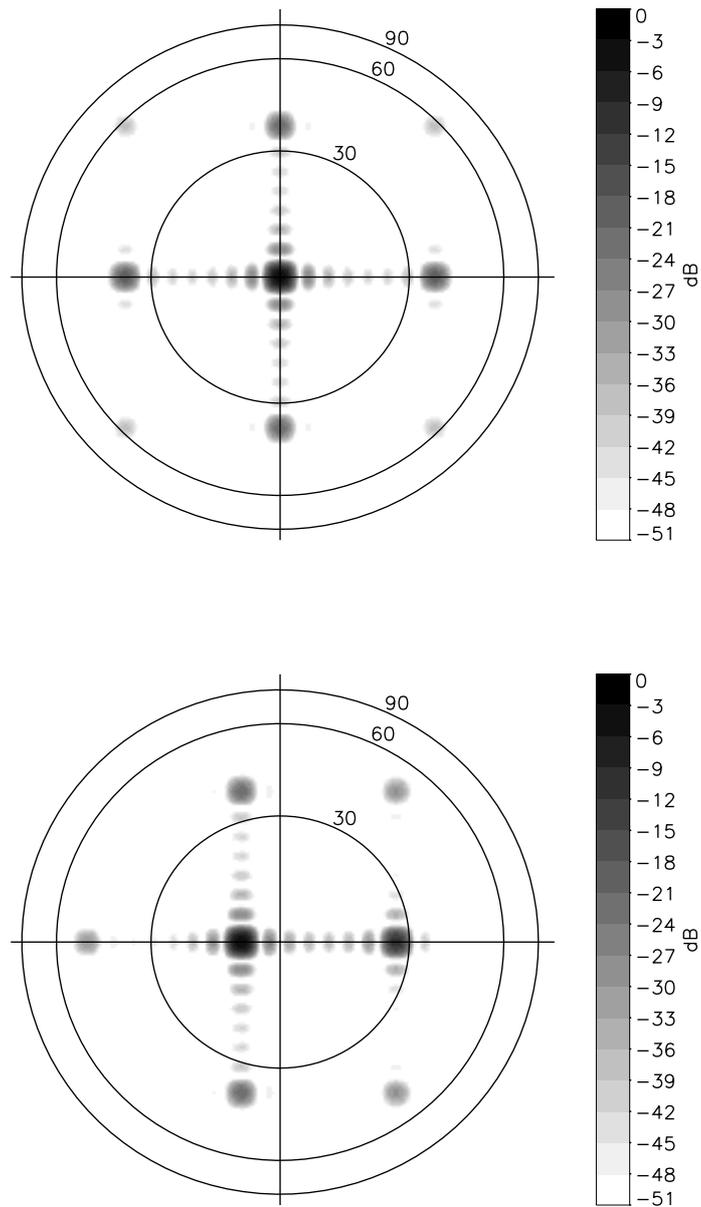


Abbildung 1.10: Das Produkt  $|f_t|^2 |f_r|^2$  der quadrierten Antennencharakteristiken von Sende- und Empfangsantenne (siehe Abschnitt 4.1.1.2), das den Strahlöffnungswinkel des Meßvolumens beim Clear-Air-Signal beschreibt. Oben bei vertikaler und unten bei nach links (westlich) geneigter Abstrahlung. Die an den Kreisen angegebenen Zenitwinkel sind in Grad angegeben.

nencharakteristiken von Sende und Empfangsantenne relevant, das in den Abbildungen 1.10 und 1.11 für die verschiedenen Strahlrichtungen dargestellt ist. Neben der Hauptkeule sind zwei Sorten von Nebenkeulen zu erkennen: die Gitterkeulen und die sogenannten sinc-Nebenkeulen. Die großen Nebenkeulen, die ein Gitter von etwa  $37^\circ$  Maschenweite bilden, werden durch die gitterartige Anord-

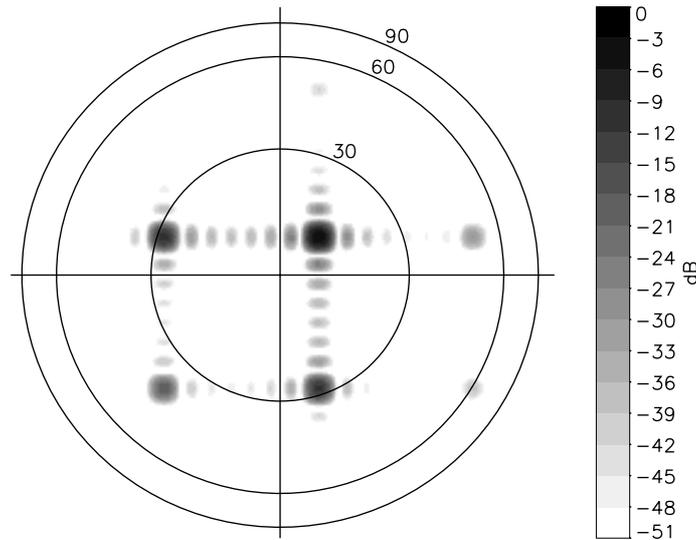


Abbildung 1.11: Antennencharakteristik entsprechend Abbildung 1.10, aber mit diagonaler Strahlrichtung, die sich ergibt, wenn die Spalten und die Zeilen mit Phasenverschiebungen von jeweils  $90^\circ$  angesteuert werden.

nung der Sendeelemente verursacht, deren Abstand (40 cm) größer als die Wellenlänge ist. Die kleinen Nebenkeulen, die zwischen den Gitterkeulen liegen, werden durch die sinc-Funktion verursacht, die sich bei der Transformation der rechteckförmigen Gesamtaperturfläche ergibt. Für das RASS-Signal ist das Produkt  $|f_t|^2 |f_r|^2 |f_a|^2$  der quadrierten Antennencharakteristiken aller drei Antennen relevant. Da die Charakteristiken der elektromagnetischen Antennen ( $f_t$ ,  $f_r$ ) und die der Schallantenne ( $f_a$ ) ähnlich sind, unterscheiden sich die RASS- und die Clear-Air-Antennencharakteristiken im wesentlichen dadurch, daß die Strahlbündelung und die Trennung zwischen der Hauptkeule und den Nebenkeulen beim RASS etwas besser ist.

Die Strahlbreite wurde bestimmt, indem die Standardabweichung der Antennencharakteristiken im Bereich der Hauptkeule berechnet wurde. Sie kann durch

$$\sigma_b = \tan\left(\frac{1,69}{\sqrt{N_b}}\right) R \quad (1.9)$$

beschrieben werden, wobei bei der Clear-Air-Antennencharakteristik  $N_b = 2$  und bei der RASS-Antennencharakteristik  $N_b = 3$  ist.

Durch den Horizontalwind lassen die Empfangsspektren eine Projektion der zweidimensionalen Antennencharakteristiken auf die Achse parallel zur Windrichtung erkennen. Dadurch sind die Gitterkeulen in den Empfangsspektren deutlich zu erkennen (siehe Abbildung 1.6). Besonders störend sind die Gitternebenkeulen, die bei den geneigten Strahlrichtungen bezüglich der Vertikalen gegenüber

der Hauptkeule jeweils bei einem Zenitwinkel von  $26^\circ$  liegen. Sie sind beim Clear-Air-Signal nur ungefähr 8 dB schwächer als die Hauptkeule. Die Gitterkeulen bei einer bestimmten 'Meßhöhe' oder besser Meßentfernung liegen durch den größeren Zenitwinkel in einer tieferen Schicht als die entsprechende 'Meßhöhe' der Hauptkeule. Oberhalb einer stark reflektierenden Schicht ist es dadurch möglich, daß die Peaks der Gitterkeulen stärker sind als die der Hauptkeule. Diese Gitterpeaks können identifiziert werden, wenn die Hauptpeaks der darunterliegenden Meßhöhen gefunden wurden. Da dies aber häufig nicht funktioniert, oder die Gitterpeaks die Hauptpeaks verdecken, sind die Gitterkeulen des Wind-Temperatur-RADAR die häufigste Ursache für Ausreißer in den Meßdaten. In vielen Fällen verschmelzen die Gitterpeaks und die Hauptpeaks und führen dadurch zu Meßungenauigkeiten.

Zur Reduzierung der Gitterkeulen soll das Wind-Temperatur-RADAR eine 'Brille' bekommen. Eine solche Brille kann durch eine Reihe von strukturierten Blechen realisiert werden, die jeweils über der Sende- und der Empfangsantenne montiert werden. In diesen Blechen werden durch das einfallende elektromagnetische Feld Ströme induziert, die ihrerseits wieder ein Feld abstrahlen. Die Form und der Abstand der Bleche von den Antenne werden so optimiert, daß die Gitternebenkeulen durch Interferenz zwischen dem Feld der Antenne und dem der Bleche reduziert und die den Gitterkeulen entnommene Leistung der Hauptkeule zugeführt wird.<sup>4</sup> Damit dies gelingt, muß das von den Blechen abgestrahlte Feld eine ähnliche Amplitudenverteilung besitzen (Hauptkeule und Gitterkeulen), wie das von der Antenne abgestrahlte Feld. Dazu muß es die Periodizität haben, die durch den Abstand der Einzelstrahler gegeben ist. Erste Versuche mit einer Brille haben bereits erfolversprechende Ergebnisse gezeigt.

Es ist auch möglich, den Strahl diagonal zu schwenken, indem sowohl die Zeilen als auch die Spalten der Antennenfelder mit  $90^\circ$  Phasenverschiebung angesteuert werden, wodurch sich ein Zenitwinkel von  $\sqrt{2} \cdot 8,7^\circ$  ergibt (siehe Abbildung 1.11). Wenn das RADAR nach der mittleren Windrichtung ausgerichtet ist, dann haben die Clear-Air-Peaks aller vier diagonalen Strahlrichtungen Dopplergeschwindigkeiten ungleich Null, wodurch eine geringere Beeinträchtigung durch Festechos als bei orthogonaler Schwenkung zu erwarten ist. Die diagonalen Strahlrichtungen wurden bisher nicht verwendet, weil bei ihr zwei Gitternebenkeulen auftreten, die gegenüber der Hauptkeule nur um je etwa 8 dB schwächer sind.

### 1.3.1 Festechos

Besonders störend ist der Teil des Sendefeldes, der unter  $90^\circ$ , also in die Horizontale abgestrahlt wird, da sich am Boden Streukörper befinden, die wesentlich größere Streuquerschnitte als die Luft (Clear-Air) haben. Die Festechos wurden an verschiedenen Standorten ohne und mit Abschirmtrichtern vermessen. Dabei wird das Wind-Temperatur-RADAR sukzessive in  $3^\circ$ -Schritten um die vertikale Achse gedreht. In den Diagrammen der Rückstreuleistung, die sich dabei ergeben, können

---

<sup>4</sup>Die Überlegungen werden hier am Fall der Sendeantenne geschildert. Sie gelten jedoch bei der Empfangsantenne analog.

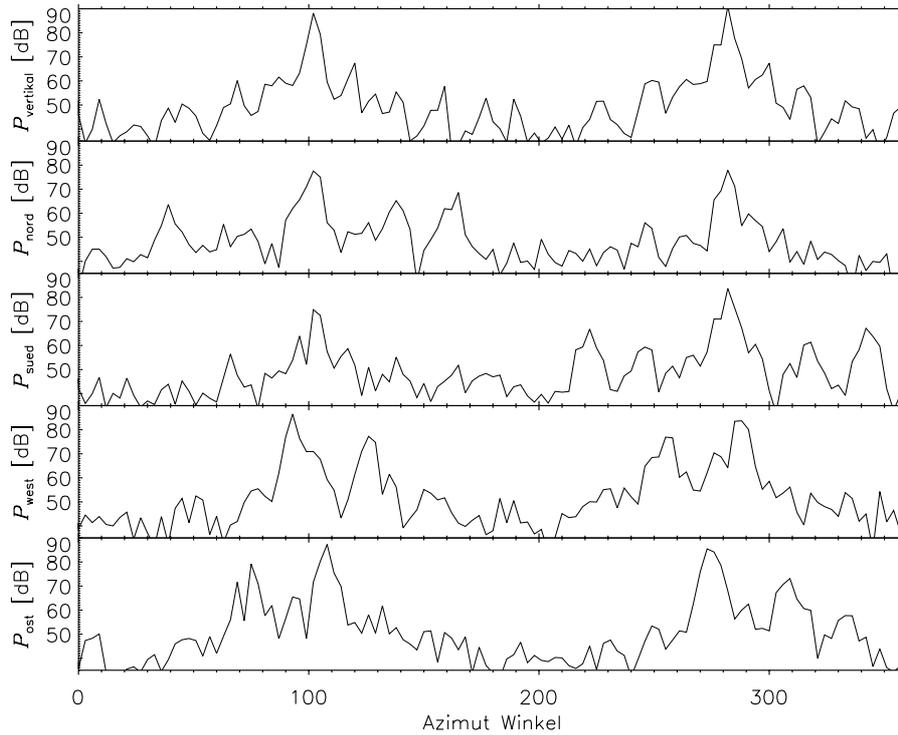


Abbildung 1.12: Leistung der Festechos in 840 m Entfernung vom Standort des Wind-Temperatur-RADAR auf dem Flughafen Berlin Tempelhof. Ein Großteil der Signaturen ist auf die großen Metalltore des Flughafengebäudes zurück zu führen, das gegenüber dem RADAR in (süd-)westlicher Richtung ( $282^\circ$ ) steht. Auf der Abszisse ist der Azimutwinkel aufgetragen ( $0^\circ \hat{=}$  Schallantenne im Süden).

in einigen Fällen die Echos von exponierten Streukörpern wie z. B. dem Flughafengebäude bei dem in Abbildung 1.12 gezeigten Diagramm zugeordnet werden.

Aus Abbildung 1.12 kann folgendes über die Mechanismen, die zur horizontalen Abstrahlung führen, abgeleitet werden: Die kräftigsten Signaturen im Vertikalstrahl bei  $282^\circ$  und  $102^\circ$  werden vermutlich durch die Gitterkeulen verursacht, die mit einem Zenitwinkel von  $37^\circ$  zur Nord- beziehungsweise Südseite des RADAR zeigen (siehe Abbildung 1.10 oben). Diese werden durch die Kanten der Nord- beziehungsweise Südseite der Abschirmtrichter in die Horizontale gebeugt. Ähnlich starke Signaturen treten beim westlichen Strahl bei  $290,5^\circ$  und  $94,5^\circ$  und beim östlichen Strahl bei  $274,5^\circ$  und  $110,5^\circ$  auf. Diese werden entsprechend durch die Gitterkeulen verursacht, die im selben Winkel auf die nördliche und südliche Wand der Abschirmtrichter treffen (siehe Abbildung 1.10 unten). Diese Signaturen sind durch die Phasensteuerung gegenüber denen des Vertikalstrahls in Azimutrichtung um  $\pm 8,7^\circ$  verschoben. Die Gitterkeulen des Nord- und des Südstrahls, die mit einem Zenitwinkel von  $27^\circ$  und  $46^\circ$  auf die nördliche beziehungsweise südliche Seite der Abschirmtrichter treffen, verursachen kleinere Signaturen, die wie die des Vertikalstrahls bei  $282^\circ$  und  $102^\circ$  erscheinen. Weitere Signaturen werden durch die diagonalen Gitterkeulen verursacht, deren Zenitwinkel kleiner als  $55^\circ$  sind. Die

Gitterkeulen, deren Zenitwinkel größer als  $55^\circ$  sind, werden von den Abschirmtrichtern aufgefangen.

Die entsprechenden Signaturen, die sich durch Beugung an der westlichen und östlichen Wand der Abschirmtrichter ergeben, sind sehr viel kleiner. Die Beugung an einer Kante, die parallel zum **E**-Feldvektor ist (die Beugung, bei welcher der **E**-Feldvektor seine Richtung behält!), hat scheinbar ein Minimum oder eine Nullstelle bei großen Beugungswinkeln.

Bei den Festechos des 200 m hohen meteorologischen Masts, der 155 m neben dem Standort des Wind-Temperatur-RADAR im Forschungszentrum steht, trägt die Beugung an der westlichen und östlichen Wand der Abschirmtrichter deutlich stärker zum Festecho bei, da der Mast durch seine Höhe Festechos in einem breiten Bereich von Zenitwinkeln ( $\approx 38 - 90^\circ$ ) verursacht.

Es wird überlegt, ob die horizontale Abstrahlung durch eine geeignete Struktur an den Beugungskanten verringert werden kann. Zur Untersuchung solcher Strukturen könnten Transponder bei verschiedenen Höhen des meteorologischen Masts montiert werden. Ein Transponder verstärkt das empfangene Signal und sendet es mit leicht verschobener Frequenz zurück. Es kann dadurch von dem Signal unterschieden werden, das von passiven Streukörpern zurückgestreut wird, und somit kann die Antennencharakteristik bei dem Strahlwinkel vermessen werden, bei dem der Transponder getroffen wird.

## 1.4 Auswertung

Zur Gewinnung von Profilen der Windgeschwindigkeit und der Temperatur aus dem heruntergemischten Empfangssignal werden die folgenden Verarbeitungsschritte standardmäßig durchgeführt:

1. Multiplikation mit einem zur Modulationsrampe synchronen Hanning-Fenster, durch das die Transienten entfernt werden, die beim Zurückspringen der Sendefrequenz entstehen.
2. Tiefpass-Filterung (Anti-Aliasing) und Digitalisierung
3. Kammkerbfilterung zur Reduzierung der Festechos
4. Berechnung gemittelter Spektren
5. Spektrale Kalibrierung und Rauschabzug
6. Peaksuche und Schätzung der spektralen Momente
7. Median-Filterung der Vertikalgeschwindigkeiten
8. Konsensus-Mittelung der Radialgeschwindigkeiten
9. Berechnung von Horizontalwind und Temperatur aus den gemittelten Radialgeschwindigkeiten.

Die Verarbeitungsschritte 3 bis 7 können alle vom FFT-Rechner oder von dem Aufzeichnungsrechner durchgeführt werden (siehe Abbildung 1.1). Der FFT-Rechner ist ein VME-Bus-System das mit einem 16-Bit Analog-Digital-Wandler, einem Pentec-Signalprozessor und einem 68040-Prozessor ausgestattet ist. Dieser ist über eine Ethernet-Schnittstelle mit dem Aufzeichnungsrechner, einer Unix-Workstation, verbunden. Durch die Ethernet-Schnittstelle können die Daten auf jeder Verarbeitungsstufe vom FFT-Rechner zum Aufzeichnungsrechner übertragen, dort abgespeichert und weiterverarbeitet werden. Durch die Abspeicherung der Daten auf einem frühen Verarbeitungsniveau ist es möglich, die folgenden Verarbeitungsschritte zum Vergleich mit verschiedenen Verfahren oder Parametern durchzuführen. Andererseits werden dadurch große Datenmengen angelegt. Das digitalisierte Zeitsignal hat eine Datenrate von 5,2 GByte pro Tag, die 30-Minuten-gemittelten Profile von Windgeschwindigkeit und Temperatur haben dagegen nur noch eine Datenrate von 180 kByte pro Tag. In der Regel werden zur Zeit die gemittelten Spektren aufgezeichnet (112 MByte pro Tag, bei einer Spektrenmittelungszeit von 12 s).

Die Verarbeitungsschritte 3 bis 8 werden in den folgenden Abschnitten genauer beschrieben:

### 1.4.1 Kammkerbfilterung

Die Doppler-Geschwindigkeiten von Festechos sind, wie ihr Name zum Ausdruck bringen soll, niedrig. Sie verursachen Peaks, die im Vergleich zu den Clear-Air-Peaks schmal sind. Die Festechopeaks sind aber nicht beliebig schmal, da das Wind-Temperatur-RADAR sowie ein Teil der Streukörper, die Festechos verursachen (z. B. Bäume), durch den Wind bewegt werden. In vielen Fällen sind die Festechopeaks aber im Vergleich zu den atmosphärischen Peaks so schmal, daß die Momente der atmosphärischen Peaks auch dann bestimmt werden können, wenn sie sich mit den Festechopeaks überschneiden. Dazu werden einige spektrale Stützstellen in der Nähe der Doppler-Geschwindigkeit Null ausgeblendet (siehe Abschnitt 1.4.4). Damit sich die Festechopeaks, die oft um mehr als 40 dB über den Clear-Air-Peaks liegen, nicht durch Übersprechen zwischen den spektralen Stützstellen über einen breiten Frequenzbereich verschmieren (siehe Abschnitt 1.4.2), wodurch ein unnötig breiter Frequenzbereich ausgeblendet werden müßte, wird eine hohe spektrale Auflösung  $\Delta f \approx 0,5$  Hz benötigt. Für die Auswertung des atmosphärischen Signals wäre je nach Turbulenzintensität eine niedrigere spektrale Auflösung sinnvoll, da die statistische Signifikanz einer spektralen Stützstelle mit steigender spektraler Auflösung abnimmt (siehe Kapitel 2). Idealerweise sollte die Fourier-Transformation für die Filterung der Festechos mit einer hohen spektralen Auflösung berechnet werden. Anschließend sollte eine spektrale Glättung durchgeführt werden, um die spektrale Auflösung wieder zu reduzieren. Damit dies in Echtzeit bewältigt werden kann, ist eine hohe Rechenleistung notwendig, da der Aufwand der Fourier-Transformation proportional zu  $\ln(1/\Delta f)$  ist. Durch die Kammkerbfilterung im Zeitbereich werden mit geringem Rechenaufwand bei den Vielfachen der Modulationsfrequenz sehr schmale Kerben ins Empfangsspektrum geschnitten. Durch diese Kerben wird die Leistung der Festechos so weit reduziert, daß die verbleibenden Festechopeaks durch eine für die Momenteschätzung sinnvolle spektrale Auflösung nur noch wenig verschmiert werden.

Dazu wird von den abgetasteten Spannungswerten  $U_{in}$  der Teil  $U_{per}$  abgezogen, der die Periodizität

der FMCW-Modulationsrampe besitzt (siehe Abbildung 1.3).

$$U_{\text{kkt},j} = U_{\text{in},j} - U_{\text{per},j} \quad (1.10)$$

Dabei bezeichnet  $j$  den Zeitpunkt  $t = j T_{\text{smp}}$ , wobei  $T_{\text{smp}} = 1/f_{\text{smp}}$  die Abtastperiode ist. Der periodische Anteil des Signals  $U_{\text{per},j}$  wird durch Mittelung aus den Eingangsspannungswerten  $U_{\text{in},j-lN_{\text{sw}}}$  berechnet, die jeweils zu ganzzahligen Vielfachen ( $l = 1, 2, \dots$  und  $N_{\text{sw}} = T_{\text{sw}}/T_{\text{smp}}$ ) der Modulationsperiode vor dem Zeitpunkt  $j T_{\text{smp}}$  gewandelt wurden. Diese Spannungswerte werden mit exponentiell abklingender Gewichtung  $(1 - \lambda)^{l-1}$  berücksichtigt ( $\lambda \ll 1$ ):

$$U_{\text{per},j} = (1 - \lambda) \sum_{l=1}^{\infty} U_{\text{in},j-lN_{\text{sw}}} (1 - \lambda)^{l-1} \quad (1.11)$$

Das kann mit wenig Aufwand rekursiv berechnet werden:

$$U_{\text{per},j} = \lambda U_{\text{in},j-N_{\text{sw}}} + (1 - \lambda) U_{\text{per},j-N_{\text{sw}}} \quad (1.12)$$

Die Multiplikationen in (1.12) können im Binärsystem durch Shift-Operationen ersetzt werden, wenn  $\lambda = 2^{-c}$  mit einem ganzzahligen  $c$  gewählt wird, wodurch die Kammkerbfilterung den FFT-Rechner nur wenig belastet ( $c$  wird beim FFT-Rechner als `cnfconst` bezeichnet). Die Kerben werden schmaler, je größer  $c$  gewählt wird (typischerweise  $c = 4$ ).

Ursprünglich wurde die Kammkerbfilterung vor der Digitalisierung durchgeführt. Die Subtraktion (1.10) wurde dabei analog realisiert, und zur Berechnung des periodischen Anteils mit (1.12) wurde das Signal extra digitalisiert. Dadurch wurde die Dynamik des Signals reduziert, wodurch ein größerer Dynamikbereich für das Nutzsignal zur Verfügung stand. Durch die Übernahme der Kammkerbfilterung durch den FFT-Rechner ist diese Bedeutung der Kammkerbfilterung verloren gegangen. Dafür hat der Analog-Digital-Wandler des FFT-Rechners jetzt einen größeren Dynamikbereich.

Die Kammkerbfilterung hat den Nachteil, daß der Teil der Festechos, den sie übrig läßt (siehe Abbildung 1.7), weil seine Doppler-Geschwindigkeit nicht genau Null ist, sich weder durch seine Doppler-Verbreiterung noch durch seine Signalstatistik (siehe Kapitel 2) deutlich vom Clear-Air-Signal unterscheidet. Dadurch ist es schwer, Kriterien zur Unterscheidung zwischen Clear-Air-Signal und Festechos zu finden. Für diese Unterscheidung kann möglicherweise das Spektrum des abgezogenen periodischen Anteils  $U_{\text{per}}$  des Signals verwendet werden.

## 1.4.2 Bestimmung der gemittelten Empfangsspektren

Die Empfangsspektren werden mit Hilfe von schnellen Fourier-Transformationen (FFT, **F**ast **F**ourier **T**ransform, Press, 1988) aus Stücken des kammkerbgefilterten Zeitsignals berechnet. Diese werden im Standardbetrieb von dem Signalprozessor des FFT-Rechners berechnet, der Transformationen

mit einer vorgegebenen Anzahl von  $N_{\text{FFT}} = 8192$  diskreten Stützstellen ausführt. Auch die Abtastfrequenz ist mit  $f_{\text{smp}} = 16\,000$  Hz zur Zeit fest vorgegeben. Dadurch ergibt sich eine spektrale Auflösung von

$$\begin{aligned}\Delta f &= \frac{1}{T_{\text{FFT}}} = \frac{f_{\text{smp}}}{N_{\text{FFT}}} \\ &= \frac{16\,000}{8192} \text{ Hz} \simeq 1,95 \text{ Hz},\end{aligned}\tag{1.13}$$

wobei  $T_{\text{FFT}}$  die Länge des Transformationszeitintervalls ist.

Da die Modulationsfrequenz  $f_{\text{sw}}$  nur die Werte 50, 100, 200 oder 400 Hz annehmen kann, ergibt sich eine nicht-ganzzahlige Anzahl  $N_{\text{prohs}} = f_{\text{sw}}/\Delta f$  von spektralen Stützstellen pro Frequenzbereich  $f_{\text{sw}}$  einer Höhenstufe. Dadurch kann das Verfahren zur Korrektur der Höhenzuordnung von Herden (1996), bei dem das Empfangsspektrum korrigiert wird, nicht verwendet werden. Günstiger wäre eine Abtastfrequenz  $f_{\text{smp}}$ , bei der  $N_{\text{prohs}} = f_{\text{sw}}/\Delta f = f_{\text{sw}}N_{\text{FFT}}/f_{\text{smp}}$  ganzzahlig ist. Damit die Kammkerbfilterung funktioniert, muß außerdem die Anzahl  $N_{\text{sw}} = f_{\text{smp}}/f_{\text{sw}}$  der Abtastpunkte pro Modulationsperiode ganzzahlig sein (siehe Text nach (1.10)). Beide Bedingungen können z. B. mit  $f_{\text{smp}} = 12\,800$  Hz erfüllt werden ( $N_{\text{sw}}N_{\text{prohs}}$  muß eine ganzzahlige Faktorisierung von  $N_{\text{FFT}}$  sein).

Bei der Fourier-Transformation eines endlichen Zeitabschnitts ergibt sich ein Spektrum, das mit der Fourier-Transformierten des Zeitfensters gefaltet ist. Im einfachsten Fall ist das Zeitfenster eine Rechteckfunktion, welche die  $N_{\text{FFT}}$  Abtastpunkte begrenzt. Ihre Fourier-Transformierte, die sinc-Funktion, hat breite Flügel, die dazu führen, daß ein schmaler aber hoher Peak über einen breiten Frequenzbereich verschmiert wird. Dies führt wegen der großen Dynamik des Empfangssignals (stark unterschiedliche Leistungen bei verschiedenen Frequenzbereichen) zu Verzerrungen. Zur Verringerung dieser Verzerrungen wird das Zeitsignal vor der Fourier-Transformation mit einem Transformationsfenster multipliziert (Press, 1988), dessen Maximum in der Mitte des zu transformierenden Zeitbereichs liegt. Beim FFT-Rechner wird eine Gauß-Funktion der Breite  $\sigma_{\text{zeit}} = 0,2 T_{\text{FFT}}$  verwendet. Die Fourier-Transformierte ist dann auch eine Gauß-Funktion der Breite  $1/0,2 \cdot 2\pi T_{\text{FFT}}$  (Die Breite bezieht sich auf die Frequenz und nicht die Kreisfrequenz). Die Faltung mit dieser Gauß-Funktion führt bei den Signalpeaks der (quadrierten) Empfangsspektren zu einer Verbreiterung um (siehe 3.2.3.1):

$$\sigma_{\text{FFT}} = \frac{c}{2f_{\text{rfo}}} \frac{\Delta f}{0,2 \cdot 2\pi\sqrt{2}}.\tag{1.14}$$

Durch den Faktor  $c/2f_{\text{rfo}}$  ist diese Verbreiterung für die Doppler-Geschwindigkeit umgerechnet.

Damit die Zeitbereiche am Rand der Transformationsfenster nicht unterrepräsentiert werden, und dadurch die Information aus diesen Zeitbereichen schlecht genutzt wird, werden überlappende Zeitbereiche transformiert. Im FFT-Rechner wird ein Überlappungsfaktor von  $\nu = 50\%$  verwendet (siehe Abbildung 1.13). Dies ist beim RASS-Kanal besonders wichtig, da die Modulationsperiode des Schallsignals mindestens so groß wie das Transformationszeitintervall gewählt werden muß, sonst

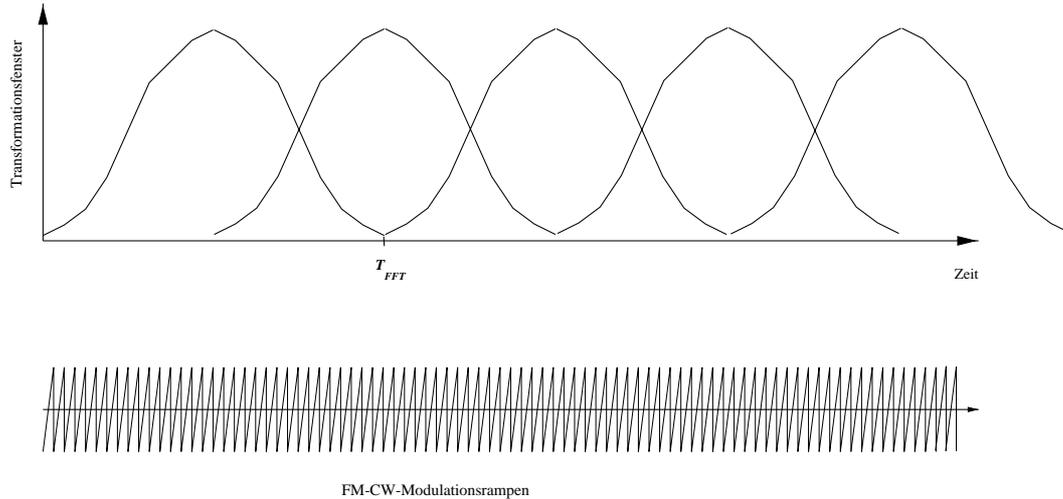


Abbildung 1.13: Zeitlicher Versatz der Zeitbereiche, die transformiert werden. Das Signal dieser Zeitbereiche wird jeweils mit einem der oben dargestellten Transformationsfenster multipliziert. Unten ist angedeutet, daß sich ein Transformationszeitintervall über mehrere ( $N_{\text{prohs}}$ ) Modulationsperioden erstreckt.

werden in den RASS-Spektren diskrete Linien bei den Vielfachen der Schallmodulationsfrequenz aufgelöst. Damit nicht ein bestimmter Zeitbereich der Modulationsperiode willkürlich hervorgehoben wird, muß die Modulationsperiode durch mehrere überlappende Spektren gleichmäßig abgetastet werden.

Ein einzelnes Spektrum ist auch dann, wenn der Signal-zu-Rausch-Abstand gut ist, statistischer Natur (siehe Kapitel 2). Um signifikante Meßwerte zu erhalten, müssen mehrere Leistungsspektren (quadrierte Spektren) gemittelt werden. Dazu werden innerhalb einer Spektrenmittlungszeit  $T_{\text{av}}$  (typischerweise 12 s)  $\approx n_{\text{av}} = T_{\text{av}}/\nu T_{\text{FFT}}$  Spektren linienweise gemittelt. Statt Mittelwerten können dazu auch Mediane gebildet werden.

Der Median einer Meßgröße  $y_i$ , die  $N$  mal gemessen wurde, ist der  $N/2$ -te Meßwert, wenn die Meßwerte ihrer Größe nach geordnet sind. Durch die Medianisierung werden Ausreißer weniger stark gewichtet, als durch den Mittelwert. Beim RASS hat der Median fast keinen Vorteil, weil dort solche kurzen Störungen selten auftreten. Trotzdem wurden die RASS-Spektren, meistens medianisiert, weil sich das Spektrenmittlungsverfahren beim FFT-Rechner nicht separat für RASS- und Clear-Air-Kanal einstellen läßt.

Wird das Zeitsignal aufgezeichnet, so ist es möglich, die Transformation vom Aufzeichnungsrechner mit anderen FFT-Punktezahlen zu berechnen, wodurch andere spektrale Auflösungen erreicht werden können. Es ist zum Beispiel sinnvoll, bei schwacher Turbulenz und niedriger Windgeschwindigkeit eine feinere Frequenzauflösung zu wählen, um die Clear-Air-Peaks und die nur wenig schmalere Festechopeaks besser voneinander trennen zu können. Dabei können auch andere Überlappungsfaktoren und Mittelungsverfahren verwendet und deren Ergebnisse miteinander verglichen werden.

### 1.4.3 Spektrale Kalibrierung und Rauschabzug <sup>5</sup>

Der Rauschuntergrund, der in den Empfangsspektren (Abbildung 1.6 bis 1.8) zu erkennen ist, wird zum Großteil vom ersten Vorverstärker verursacht. Ein kleinerer Teil ist thermisches Rauschen, das von den Nebenkeulen (horizontale Abstrahlung) der Antenne empfangen wird. Beide Rauschquellen sind im Vergleich zum Analysefrequenzbereich breitbandig. Daß der Rauschuntergrund in den Empfangsspektren frequenzabhängig ist, liegt daran, daß der Niederfrequenzteil des Empfängers (einschließlich des Mischers) eine starke Frequenzcharakteristik hat. Damit die Empfangsleistungen aus verschiedenen Meßhöhen verglichen werden können, muß diese Frequenzcharakteristik zunächst korrigiert werden, indem jedes Spektrum durch ein Eichspektrum dividiert wird. Als Eichspektrum kann ein Rauschspektrum verwendet werden, das bei abgeschaltetem Sender aufgenommen wird. Damit dieses Rauschspektrum bei der Kalibrierung keine Signaturen in den Empfangsspektren hinterläßt, muß es lange gemittelt werden. Dieses Eichspektrum muß neu bestimmt werden, wenn die Frequenzcharakteristik des Niederfrequenzteils des Empfängers verändert wird.

Das Eichspektrum könnte auch für den Rauschabzug verwendet werden. Es kommt jedoch oft vor, daß der Rauschuntergrund durch andere Ursachen erhöht wird. Insbesondere die Störung, die im Abschnitt 1.2.2 beschrieben wurde, verursacht oft einen erhöhten Rauschpegel. Daher ist es sinnvoll, den Rauschuntergrund für jedes Spektrum separat zu bestimmen. Dazu wird üblicherweise der Algorithmus von Hildebrand und Sekhon (1974) verwendet. Bei diesem Algorithmus wird so lange jeweils die Spektrallinie mit der größten Leistung entfernt, bis der Mittelwert des verbleibenden Spektrums kleiner ist als seine Standardabweichung mal  $1/\sqrt{n_{av}}$ . Aus dem Mittelwert der Leistungen der Spektrallinien, die übrig bleiben, wird die Rauschleistung berechnet. Dieses Verfahren wird für den Frequenzbereich jeder Höhenstufe separat durchgeführt. Die berechnete Rauschleistung wird dann in dem jeweils entsprechenden Frequenzbereich abgezogen.

Das Hildebrand-Verfahren schätzt pro Frequenzintervall einer Höhenstufe nur eine mittlere Rauschleistung. Es kann sich jedoch einer frequenzabhängigen Leistungsänderung nicht anpassen. Nach der spektralen Kalibrierung ist zwar das Empfängerrauschen frequenzunabhängig aber das Rauschen, das im Niederfrequenzteil des Empfängers entsteht, ist nach der spektralen Kalibrierung frequenzabhängig. Ein frequenzabhängiges Rauschspektrum, kann mit Hilfe eines gleitenden Medians aus dem Empfangsspektrum bestimmt werden. Dabei wird bei jeder Spektrallinie der Median der Leistungen der Spektrallinien gebildet, die in einem symmetrischen Intervall der Breite der Modulationsfrequenz liegen. Da die Signalpeaks, außer bei Regen, meistens auf einen im Vergleich zur Modulationsfrequenz kleinen spektralen Bereich beschränkt sind, liefert dieses Verfahren eine Kurve, durch die das Rauschen nur wenig überschätzt wird. Diese Überschätzung wird reduziert und ausgeglichen, indem der Median statt mit der 50 % 'Quantile' mit einer 25 % 'Quantile' berechnet wird (Press, 1988). Durch dieses Verfahren konnte in einigen Fällen gegenüber dem Hildebrand-Verfahren eine etwas höhere Verfügbarkeit erreicht werden.

---

<sup>5</sup>Da die folgenden Verarbeitungsschritte im Standardbetrieb üblicherweise vom Aufzeichnungsrechner ausgeführt werden, werden ab hier manche Details so beschrieben, wie sie von den Programmen gehandhabt werden, die im Aufzeichnungsrechner während des Meßbetriebs im Hintergrund laufen.

## 1.4.4 Schätzung der spektralen Momente

Bevor die spektralen Momente eines Peaks geschätzt werden können, muß ein Frequenzbereich selektiert werden, der einem Peak zugeordnet wird. Das ist notwendig, weil in dem Frequenzbereich einer Höhenstufe schon durch die Gitternebenmaxima der Antennenfelder oft mehrere Peaks zu finden sind. Oft kommen noch Störpeaks hinzu, die durch Vögel, Flugzeuge oder elektronische Störungen verursacht werden. Wenn die Peaks sich nicht überschneiden, dann können die Momente aller Peaks bestimmt werden, und anschließend muß der 'richtige' oder der Nutz-Peak identifiziert werden. Im Standardbetrieb wird immer der erste Peak verwendet, der nach dem folgenden Verfahren gefunden wird:

**1. Festechoausblendung:** Die durch Festechos und den Kammkerbfilter gestörte Spektrallinien im Bereich kleiner Doppler-Geschwindigkeiten werden ausgeblendet (das heißt, sie werden für die weitere Momenteschätzung nicht mehr verwendet). Da die Clear-Air-Peaks oft in der Nähe der Dopplergeschwindigkeit Null liegen, hängt die Verfügbarkeit und Qualität der Clear-Air-Daten oft empfindlich von der Wahl der Breite der Festecholücken ab. Wieviele Spektrallinien vom Festecho gestört sind, hängt von der Intensität und der Dopplerverbreiterung der Festechos ab. Ihre Intensität kann näherungsweise aus den Daten der Festechovermessung abgeleitet werden. Da manche Festechos z. B. je nach Nässe unterschiedlich stark reflektieren, ist es besser, eine aktuelle Messung zu verwenden. Der periodische Signalanteil, der bei der Kammkerbfilterung ermittelt wird, kann dafür verwendet werden. Die Doppler-Verbreiterung kann anhand von am Standort gewonnenen Erfahrungen und der Windgeschwindigkeit in Bodennähe abgeschätzt werden.

Im Standardbetrieb muß die Breite der Festecholücken in verschiedenen Höhenbereichen vom Auswerter vorgegeben werden.

**2. Bereichsauswahl:** Es wird der Bereich um das Maximum bis zu der jeweils ersten Spektrallinie selektiert (einschließlich), deren Leistung gegenüber dem Maximum mindestens einen Faktor  $1/e$  ( $e$  ist die Eulersche Zahl) niedriger ist. Durch die  $1/e$ -Umgebung wird ein (subjektiv) kleiner Bereich des Peaks selektiert. Dies ist sinnvoll, wenn die Momente anschließend durch Anpassung einer Gauß-Kurve bestimmt werden, da die atmosphärischen Peaks nur in dieser schmalen Umgebung eine ähnliche Form wie die Gauß-Kurve haben. Durch den Rauschabzug kann es vorkommen, daß einige Spektrallinien eine negative Leistung haben. Solche negativen Spektrallinien können nicht für die Anpassung einer Gauß-Funktion (siehe unten) verwendet werden. Wenn eine negative Linie vor der  $1/e$ -Linie liegt, so kann kein Bereich gefunden werden, mit dem die Anpassung einer Gauß-Kurve zu einem befriedigenden Ergebnis führt. Es ergeben sich dann oft sehr große oder gar negative Doppler-Verbreiterungen. In diesem Fall werden die Momente durch die Integrale  $\int df f^n P(f)$  berechnet. Die Integration der Momente führt nur dann zum richtigen Ergebnis, wenn sich der Integrationsbereich über den ganzen Bereich des Peak erstreckt. Deshalb wird für die Integration der Momente ein möglichst großer Bereich selektiert, in dem die Leistungen monoton zu beiden Seiten hin abnehmen.

Es ist sinnvoll, auch dann die Momente eines Peaks zu bestimmen, wenn die Leistungen der Spektrallinien einer Meßhöhe so klein sind, daß anzunehmen ist, daß es in dieser Meßhöhe kein atmosphärisches Signal gibt. Durch die anschließende Konsensmittelung kann besser zwischen Signal und Rauschen unterschieden werden, als dies aufgrund der Leistung der Spektrallinien möglich ist.

**3. Momenteschätzung:** Wenn eine  $1/e$ -Umgebung gefunden werden konnte, werden die Momente geschätzt, indem eine Gauß-Kurve an die selektierten Spektrallinien angepaßt wird. Die Anpassung hat gegenüber der Integration der Momente den Vorteil, daß ein kleiner Bereich in der Nähe des Maximums für die Bestimmung der Momente ausreicht. Dadurch werden die Ergebnisse durch die Festechoausblendung nur wenig beeinträchtigt. Außerdem ist durch die Wahl eines schmalen Bereichs zur Bestimmung der Momente die Wahrscheinlichkeit klein, daß ein Störpeak (Gitternebenkeulen) die Momente eines atmosphärischen Peaks geringfügig verfälscht. Solche geringfügigen Verfälschungen sind bei der anschließenden Auswertung besonders schwer zu erkennen. Wird keine  $1/e$ -Umgebung gefunden, oder führt die Anpassung zu einem negativen zweiten Moment, wodurch die anderen Momente unglaubliche Werte erhalten, werden die Momente integriert.

Für die Anpassung werden die Leistungen zunächst logarithmiert, wodurch die Gauß-Kurve in eine nach unten offene Parabel übergeht. Die Anpassung der Koeffizienten der Parabel durch die Minimierung der Fehlerquadrate geht in ein lineares Gleichungssystem über, das sich mit wenig Aufwand lösen läßt. Die Anpassung an die logarithmierten Spektrallinien hat den Nachteil, daß die kleinen Leistungen, deren relativer Fehler durch Feinheiten des Rauschabzugs bestimmt wird, eine sehr starke Auswirkung auf das zweite Moment haben. Eine Anpassung der linearen Leistungen ist wesentlich aufwendiger, weil sich die Ableitungen der Anpassungsfehlerquadrate nur lokal linearisieren lassen.

**4. Markierung des Bereichs, in dem der Peak geschätzt wurde:** Anschließend wird der Bereich, in dem der Peak geschätzt wurde, markiert, damit bei einer erneuten Maximumsuche ein anderer Peak gefunden wird. Die Schritte 2 bis 4 werden wiederholt, bis eine vorgegebene Anzahl von Peaks gefunden oder bis aufgrund des Hildebrand-Verfahrens kein Peak mehr gefunden werden kann.

Zur Peakauswahl wurde ein Programm entwickelt, das Bereiche sucht, in denen sich die ersten Momente eines Zeit-Höhen-Ausschnittes häufen, aber nicht zu sehr konzentrieren, wie das bei Festechos und elektronischen Störungen der Fall ist. Ein großer Teil der Peaks, die durch Gitternebenkeulen entstehen, kann systematisch identifiziert werden, wodurch die Peakauswahl deutlich verbessert wurde. Trotzdem ist das einfache Peakauswahlkriterium des Standardbetriebs in manchen Fällen das bessere. Zur Zeit wird im Rahmen einer Diplomarbeit (Sacher, 1999) ein Peakauswahlalgorithmus entwickelt, der mit Hilfe neuronaler Netze arbeitet.

### 1.4.5 Median-Filterung der Vertikalgeschwindigkeiten

Zeitreihen von Profilen der Vertikalgeschwindigkeit können aus den ersten Momenten gewonnen werden. Vorher müssen meistens einige Ausreißer entfernt werden. Dies ist z. B. wichtig, wenn Vertikalgeschwindigkeitsspektren bestimmt werden sollen. Dafür werden sogenannte Medianfilter eingesetzt. Jeder Meßwert der Vertikalgeschwindigkeit wird dabei mit dem Median der benachbarten Meßwerte verglichen. Ist der Betrag der Differenz größer als ein vorgegebener Toleranzradius, so wird der Meßwert als Ausreißer markiert. Je kleiner der Toleranzradius ist, desto mehr Ausreißer werden gefunden, und desto häufiger werden richtige Meßwerte aussortiert. Der zeitliche und vertikale Bereich, der bei der Medianbildung berücksichtigt wird, wird hier als Referenzbereich bezeichnet. Aufgrund des typischen Verlaufs des Turbulenzspektrums (siehe Abschnitt 3) darf der Toleranzradius um so kleiner gewählt werden, je kleiner der Referenzbereich ist. Für die Validierung der Zeitreihen, die in dieser Arbeit verwendet wurden, wurde ein Toleranzradius von 2,5 m/s und ein Referenzbereich mit einem zeitlichen Durchmesser von 190 s und einem vertikalen Durchmesser von einer Höhenstufe gewählt. Möglicherweise wäre es sinnvoll, nacheinander mehrere Medianfilterungen mit sukzessive kleiner werdenden Werten des Referenz- und des Toleranzbereichs durchzuführen.

Es hat sich bewährt, bei der Medianfilterung nur die Radialgeschwindigkeit zu betrachten. Die Leistung und die Doppler-Verbreiterung von atmosphärischen Peaks variieren sehr stark und unterscheiden sich nur undeutlich von denen der Störpeaks. Natürlich enthalten sie manchmal Zusatzinformationen, die bei der Identifizierung eines Störpeaks helfen könnten. Es ist aber bisher nicht gelungen, diese Zusatzinformation so zu gewichten, daß sie mehr helfen als irreführen. Vielleicht kann dies mit neuronalen Netzen erreicht werden.

### 1.4.6 Konsensus-Mittelung der Radialgeschwindigkeiten

Typischerweise wird alle 12 s ein Profil von Momenten berechnet. Danach wird im Doppler-Beam-Swinging-Modus die Strahlrichtung gewechselt, so daß pro Minute ein Satz von Profilen der fünf Strahlrichtungen gewonnen wird. Für die Bestimmung von Profilen der Horizontalwindgeschwindigkeit und der Temperatur müssen die Radialgeschwindigkeit über 10 bis 30 min gemittelt werden, damit sich die Variationen der Vertikalgeschwindigkeit herausmitteln. Dafür wird die Konsensus-Mittelung verwendet, da sie gegenüber einer arithmetischen Mittelung oder Medianisierung weniger durch Ausreißer beeinträchtigt wird. Sie ist bei einer hohen Dichte von Ausreißern auch der Mittelung der Median-gefilterten Radialgeschwindigkeiten überlegen und ist weniger aufwendig als die Median-Filterung. Zusätzlich liefert sie ein Qualitätsmaß, anhand dessen abgelesen werden kann, ob aus einer Meßhöhe Signal empfangen wird und wie häufig dort Ausreißer aufgetreten sind. Das Verfahren arbeitet folgendermaßen:

Zu jedem Meßwert wird zunächst die Menge der Meßwerte gebildet, die in einem Toleranzradius um den betrachteten Meßwert liegen (einschließlich des Meßwerts, der die Mitte des Toleranzintervalls bildet). Anschließend wird der Median aus den Meßwerten der Menge gebildet, welche die meisten Elemente hat. Statt des Median kann alternativ der Mittelwert gebildet werden, was sich bei einer

niedrigen Anzahl von Meßwerten empfiehlt. Als Qualitätsmaß wird das Verhältnis der Größe dieser Menge zur Gesamtzahl der zu mittelnden Meßwerte berechnet. Haben zwei disjunkte Mengen die gleiche maximale Anzahl von Elementen, so berechnet das Verfahren den Mittelwert der Menge, bei welcher der Meßwert, der die Mitte des Toleranzintervalls bildet, zuletzt gemessen wurde. Diese systematische Asymmetrie tritt nur auf, wenn Mittelwerte verwendet werden, deren Konsensus-Qualitätsmaß kleiner als 50 % ist.

Auch bei der Konsensus-Mittelung hat es sich bewährt, die Radialgeschwindigkeiten für die Mengenbildung zu verwenden. Bei den beiden anderen Momenten wird der Median (Mittelwert) der Menge berechnet, die anhand der Radialgeschwindigkeiten ausgewählt wurde.

Wird die Konsensus-Mittelung in einem Höhenbereich angewendet, in dem kein Signal vorhanden ist, so sind die Radialgeschwindigkeiten statistisch gleichmäßig über den Eindeutigkeitsbereich verteilt. Im Grenzfall einer großen Anzahl von Meßwerten, strebt das Konsensus-Qualitätsmaß gegen das Verhältnis der Durchmesser des Toleranzintervalls und des Eindeutigkeitsbereichs. Typischerweise wird ein Toleranzintervall von  $\pm 4,4$  m/s und ein Eindeutigkeitsbereich von  $\pm 6$  m/s verwendet. Der schlechteste Wert des Konsensus-Qualitätsmaßes, der zu erwarten ist, beträgt also 0,37. Üblicherweise werden die Meßwerte verwendet, deren Qualitätsmaß ein Plausibilitätslimit von 0,65 überschreitet. Durch eine Erhöhung des Plausibilitätslimits wird die Verfügbarkeit reduziert, aber das Verhältnis der gestörten zu den zugelassenen Meßwerten verringert sich nur unwesentlich. Je größer der Eindeutigkeitsbereich gewählt wird und je größer die Anzahl der Meßwerte ist, die der Konsensus-Mittelung unterzogen werden, desto kleiner kann das Plausibilitätslimit gewählt werden, ohne daß dadurch Meßwerte zugelassen werden, die durch Rauschen verursacht wurden. Durch eine Erhöhung des Eindeutigkeitsbereichs wird die Empfindlichkeit gesteigert. Um die Clear-Air-Ausblendung im RASS-Frequenzbereich zu erreichen, muß dann jedoch die Sendephase im Vergleich zur Tastperiode verkürzt werden, wodurch die Empfindlichkeit wieder abnimmt.

Die Anzahl der Meßwerte, die pro (Momente-)Mittelungszeit anfallen, kann verändert werden, indem die Spektrenmittelungszeit verändert wird. Durch eine große Spektrenmittelungszeit wird die Rauigkeit des Rauschuntergrunds reduziert, und dadurch treten schwächere Peaks hervor. Andererseits wird dadurch die Zahl der pro (Momente-)Mittelungszeit anfallenden Momente reduziert, wodurch das Konsensus-Qualitätsmaß schlechter zwischen Signal und Rauschen trennt. Außerdem erhöht sich mit wachsender Spektrenmittelungszeit die Wahrscheinlichkeit, daß ein Spektrum z. B. durch Vogelflug verdorben wird. Um einen Kompromiß zu finden, wurde das Zeitsignal in einigen Fällen aufgezeichnet, wobei jeweils kontinuierlich mit vertikaler Strahlrichtung gemessen wurde. Dadurch ist es möglich, verschiedene Spektrenmittelungszeiten zu wählen. Die beste Verfügbarkeit bei konstanter Ausreißerdichte ergab sich bei einer unerwartet niedrigen Spektrenmittelungszeit von 4 s. Im nächsten Kapitel wird genauer untersucht, welche Nebeneffekte sich aus solch kurzen Spektrenmittelungszeiten ergeben.

## Kapitel 2

# Simulierte Empfangsspektren zur Fehleruntersuchung

Die Empfangssignale des WTR sind, abgesehen von den Festechos, grundsätzlich von statistischer Natur, auch dann, wenn das Signal gegenüber dem Empfängerrauschen groß ist. Bei den Clear-Air-Echos liegt dies daran, daß sich das Signal aus vielen Beiträgen zusammensetzt, die an verschiedenen Stellen des Meßvolumens gestreut wurden, und dadurch statistisch verteilte Phasen besitzen. Die Phasen des RASS-Signals sind zwar bei Abwesenheit von Turbulenz kohärent, wegen turbulenzbedingter Verformungen der Schallwellen unterliegt jedoch auch das RASS-Signal statistischen Schwankungen. Um ein repräsentatives Spektrum zu erhalten, müssen daher viele Empfangsspektren gemittelt werden. Dies steht dem Bestreben, eine hohe zeitliche Auflösung zu erreichen, entgegen. Je kürzer die Spektrenmittlungszeit gewählt wird, desto größer ist die Unsicherheit oder der statistische Fehler jeder Spektrallinie. Dieser Fehler überträgt sich auf die Momente, die aus den Peaks der gemittelten Spektren berechnet werden. Zur Abschätzung dieser Fehler wurden künstliche Spektren erzeugt, bei denen die drei Momente und das Empfängerrauschen vorgegeben wurden. Diese Spektren wurden mit Zufallszahlen entsprechend der in Abschnitt 2.1 gefundenen 'Signalstatistik' verfälscht und anschließend derselben Signalverarbeitung unterzogen wie die echten Spektren im Meßbetrieb. Mit dieser Untersuchung werden die folgenden Ergebnisse gewonnen:

- Statistischer Fehler der drei Momente, in Abhängigkeit von Spektrenmittlungszeit und Varianz der Radialgeschwindigkeiten im Meßvolumen
- Abschätzung für den Empfindlichkeitsgewinn durch eine Erhöhung der Spektrenmittlungszeit
- Es zeigt sich, daß die Peakbreiten durch die Signalstatistik systematisch unterschätzt werden
- Es zeigt sich, daß die untersuchten Fehler bei RASS-Daten größer sind, als bei Clear-Air-Daten.

In Abschnitt 2.3 wird das Verfahren zur Abschätzung der Fehler genauer beschrieben und in den Abschnitten 2.4 und 2.6 werden die Ergebnisse vorgestellt und diskutiert. Insbesondere wird unter-

sucht, ob der Unterschied der Doppler-Verbreiterungen der RASS- und der Clear-Air-Peaks durch die Signalstatistik hervorgerufen wird.

## 2.1 Signalstatistik

Um die statistischen Abweichungen der künstlichen Einzelspektren von einer vorgegebenen Form originalgetreu nachbilden zu können, soll in diesem Abschnitt die Verteilung der Empfangsleistung bei gemessenen Einzelspektren untersucht werden. Da sich die Verteilungen der Clear-Air- und der RASS-Spektren unterscheiden, werden sie in zwei separaten Unterabschnitten untersucht:

### 2.1.1 Clear-Air-Signalstatistik

Empfangssignale verteilter Targets, wie beim Clear-Air-Signal, setzen sich aus einer Vielzahl von Beiträgen zusammen, die von verschiedenen Stellen des Meßvolumens kommen. Die Phasen dieser Signale sind statistisch über den gesamten Winkelbereich verteilt, da die Tiefe des Meßvolumens im Vergleich zur Wellenlänge groß ist. Sauvageot (1991) zeigt mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes der Statistik, daß die Leistung  $P$  eines solchen zusammengesetzten Signals exponentialverteilt ist:

$$W_{\text{CA}}(P) = \frac{1}{\bar{P}} \exp\left(-\frac{P}{\bar{P}}\right) \quad (2.1)$$

$W_{\text{CA}}(P)$  ist die normierte Verteilungsfunktion ( $\int_0^{\infty} dP W_{\text{CA}}(P) = 1$ ).  $\bar{P}$  ist die mittlere Leistung ( $\int_0^{\infty} dP W_{\text{CA}}(P)P = \bar{P}$ ). Beim Doppler-RADAR gilt diese Verteilung entsprechend der spektralen Auflösung für jede Spektrallinie der zeitlich aufeinanderfolgenden Spektren. Die Leistung einer spektralen Komponente wird aus der Untermenge der Targets addiert, die eine der Doppler-Frequenz entsprechende Geschwindigkeit haben. Die Anzahl solcher Targets nimmt natürlich ab, je feiner die Frequenzauflösung ist. Nach Sauvageot (1991) sind die Leistungen jedoch sogar dann noch exponentialverteilt, wenn sich das Signal aus nur wenigen Beiträgen zusammensetzt.

Anhand einiger Stichproben wurde experimentell überprüft, ob die Clear-Air-Empfangsleistungen dieser theoretisch gewonnenen Verteilung gehorchen. Die Abbildung 2.1 zeigt Häufigkeitsverteilungen der Leistung einiger Spektrallinien eines Clear-Air-Peaks. Die Verteilungen wurden aus 6400 Einzelspektren gewonnen, die innerhalb einer halben Stunde aufgezeichnet wurden ( $\Delta f = 2$  Hz, 50 % Überlappung).

Es zeigt sich, daß die Leistungen der Clear-Air-Spektren in guter Näherung exponentialverteilt sind (Abbildung 2.1, links). Dies gilt nicht mehr, wenn sich der Peak während der Zeit, in der die Leistungen für die Häufigkeitsverteilung gesammelt werden, so stark verschiebt, daß dadurch die Varianz der Leistungen deutlich wächst. Bei den untersuchten Fällen konnten deutliche Abweichungen von

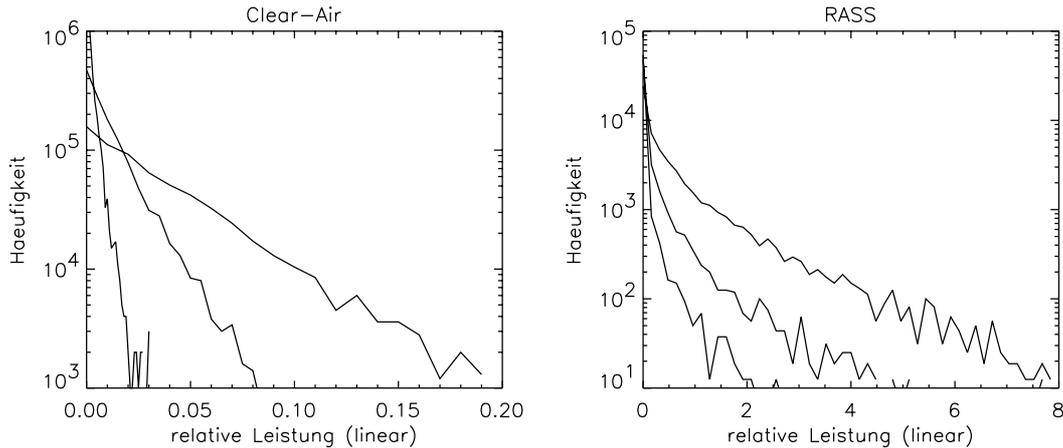


Abbildung 2.1: Leistungsvverteilungen dreier Spektrallinien unterschiedlicher mittlerer Leistung eines Clear-Air-Peaks (links) und eines RASS-Peaks (rechts). Meßhöhe 300 m, Wittmund, Ostfriesland 17.10.1996, 12:00 UT. Eine exponentialverteilte Größe bildet durch die logarithmische Darstellung der Häufigkeit eine Gerade der Steigung  $-1/\bar{P}$ . Die mittleren relativen Leistungen  $\bar{P}$  der drei Linien sind im linken Bild 31, 26, 19 dB und im rechten Bild 21, 14, 7 dB.

der Exponentialverteilung nur bei Regen beobachtet werden, weil sich dann die Lage der Peaks durch Änderungen der Tropfengrößenverteilung und damit der Fallgeschwindigkeit rasch ändert.

Die Leistung des Empfängerrauschens ist aus dem gleichen Grund exponentialverteilt wie die des Clear-Air-Signals. Auch das Rauschen setzt sich aus Beiträgen statistisch verteilter Phase zusammen.

### 2.1.2 Signalstatistik des RASS-Kanals

Beim RASS gelten die Bedingungen nicht, die zur Exponentialverteilung der Empfangsleistung führen. Die Phasen der Beiträge aus verschiedenen Teilen des Meßvolumens sind nicht unabhängig, sie variieren jedoch durch die turbulenzbedingten Verformung der Schallwellen. Dadurch variiert auch die Empfangsleistung.

Abbildung 2.1 (rechts) zeigt exemplarisch die Leistungsvverteilungen von drei Spektrallinien eines RASS-Peaks. Die Leistungsvverteilungen des RASS weichen von der Exponentialverteilung ab. Niedrige Leistungen sind stärker vertreten als bei der Exponentialverteilung. Offensichtlich treten häufig Bedingungen auf, bei denen kein oder fast kein RASS-Signal empfangen wird. Damit ein RASS-Signal einer bestimmten Frequenz auftritt, müssen mehrere Bedingungen gleichzeitig erfüllt sein:

- Die Schallwellen, welche die Bragg-Bedingung erfüllen, müssen während dem Zeitbereich, der durch das Transformationsfenster begrenzt wird (siehe Abschnitt 1.4.2), das Meßvolumen durchlaufen. Damit Signal empfangen werden kann, muß dazu der Transformationszeitbereich gegenüber der Schallmodulationsperiode günstig liegen. Wenn die Schallmodulationspe-

riode und der Durchmesser des Transformationszeitbereichs identisch gewählt werden, dann alternieren die Leistungen der 50 %-überlappenden Spektren. Je nach Bragg-Frequenz und Schalllaufzeit sind die geraden oder die ungeraden Spektren stärker gedämpft. Für die Bestimmung der abgebildeten Verteilungen wurden nicht-überlappende Spektren verwendet, damit deutlich wird, daß die Überrepräsentierung der niedrigen Leistungen nicht allein eine Folge dieses Effektes ist. Die Lage des Transformationsfensters wurde bei jeder untersuchten Spektrallinie so gewählt, daß die mittlere Leistung maximal wurde. Bei den im Standardbetrieb verwendeten überlappenden Spektren sind die niedrigen Leistungen noch stärker vertreten als in der Abbildung.

- Die Schallwellen müssen auf dem Weg zum Meßvolumen eine Streuung erfahren, die dafür sorgt, daß die Schallwellenfronten so ausgerichtet sind, daß das RADAR-Signal vom Sender zum Empfänger reflektiert wird.
- Die der beobachteten Linie entsprechende Doppler-Geschwindigkeit muß im Meßvolumen vertreten sein.

Da die letzte Bedingung auch für das Clear-Air-Signal gilt, kann die beobachtete Verteilung nur erklärt werden, wenn die zweite Bedingung sehr selten eintritt. Durch diese Verteilung wird die Leistung durch die Median-Mittelung der spektralen Leistung bei den RASS-Spektren stark gedämpft. Die seltenen hohen Leistungen werden wie Ausreißer ignoriert (siehe Abschnitt 2.2).

Um künstliche Spektren zu erzeugen, muß die Leistungsverteilung des RASS-Signals nachgebildet werden. Dies ist schwer zu erreichen, weil ein theoretischer Ansatz fehlt. Sie könnte durch eine Summe mehrerer Exponentialverteilungen genähert werden. Dazu müssen viele Parameter bestimmt werden, die von den folgenden Größen abhängen:

- Mittlere Leistung (einziger Parameter bei der Leistungsverteilung des Clear-Air-Signals)
- Doppler-Frequenz relativ zum Maximum der Geschwindigkeitsverteilung im Meßvolumen (siehe Abbildung 2.3).
- Abstand zwischen der virtuellen Schallquelle und dem RADAR. Durch Variationen der Horizontalwindgeschwindigkeit 'tanzt' der Ort der virtuellen Schallquelle (siehe Kapitel 4) und damit der Empfangsfleck. Das führt zu Variationen der Empfangsleistung, die am größten sind, wenn der Empfänger von einer Flanke des Empfangsflecks getroffen wird.
- Vertikales Turbulenzprofil, durch das die Breite des Empfangsflecks bestimmt wird.

Um diese Zusammenhänge genauer untersuchen zu können, müßten ungemittelte Spektren oder das Zeitsignal bei verschiedenen meteorologischen Situationen aufgezeichnet und ausgewertet werden. Um beurteilen zu können, welchen Anteil die Signalstatistik am Unterschied der Breiten der RASS- und Clear-Air-Peaks hat, wären vor allem ungemittelte Spektren einer Wetterlage interessant, bei der dieser Unterschied besonders ausgeprägt ist.

Um die künstlichen RASS-Spektren so nachzubilden, daß wenigstens tendenzielle Aussagen über Meßfehler gewonnen werden können, wird ausgenutzt, daß die Verteilungen von RASS- und Clear-Air-Spektren im Bereich höherer Leistungen ähnlich sind. Die RASS-Verteilungen unterscheiden sich von den Clear-Air-Verteilungen im wesentlichen durch die starke Präsenz von kleinen Leistungen. Dies wirkt sich bei der Mittelung so aus, als ob beim RASS eine geringere Anzahl von Spektren gemittelt würde. Die Statistik der RASS-Spektren kann also mit der Statistik der Clear-Air-Spektren nachgebildet werden, indem eine relative Anzahl  $W_0$  von Ereignissen der Leistung Null hinzugefügt wird. Diese relative Anzahl von Null-Ereignissen wird anhand einer Beobachtung bestimmt, die im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

## 2.2 Der Unterschied zwischen medianisierten und gemittelten Spektren

Nur bei symmetrisch verteilten Größen stimmen die Grenzwerte des Median  $\overline{\overline{P}}$  und des Mittelwertes  $\overline{P}$  bei einer großen Zahl von Meßwerten überein. Für beliebige Verteilungen ergeben sich die folgenden Grenzwerte:

$$\overline{P} = \int_0^{+\infty} dP W(P)P \quad \text{Mittelwert} \quad (2.2)$$

$$\int_0^{\overline{\overline{P}}} dP W(P) = \frac{1}{2} \quad \text{Median} \quad (2.3)$$

Um den Median  $\overline{\overline{P}}$  zu erhalten, muß (2.3) integriert und nach  $\overline{\overline{P}}$  aufgelöst werden. Das Verhältnis  $\overline{\overline{P}}/\overline{P}$  von Median und Mittelwert ist ein Maß für die Asymmetrie einer Verteilung ( $\overline{\overline{P}}/\overline{P} < 1$  bedeutet kleine Leistungen kommen häufiger vor). Für das Clear-Air-Signal ergibt sich durch Einsetzen der Exponentialverteilung (2.1) in (2.2) und (2.3)  $\overline{\overline{P}}/\overline{P} = \ln 2$ . Der Median der Clear-Air-Spektren ist also 1,6 dB kleiner als der Mittelwert.

Beim RASS ist der Unterschied zwischen Median und Mittelwert größer. In Abbildung 2.2 sind RASS-Empfangsleistungen von medianisierten und gemittelten Spektren gegeneinander aufgetragen. Der (relative) Unterschied reicht von  $-1,6$  bis  $-7$  dB. Er ist bei starker Turbulenz am größten (rechte Abbildung). Dort wo das RASS-Signal im Empfängerrauschen verschwindet, kommt wieder die Exponentialverteilung des Rauschens zum Tragen, wodurch der Unterschied wieder gegen  $-1,6$  dB geht.

Beim Vergleich der RASS-Empfangsleistungen (Abbildung 2.2) wird über die Spektrallinien des Peaks gemittelt. Tatsächlich ist das Verhältnis zwischen Mittelwert und Median der Spektrallinien eines Peaks sehr unterschiedlich. Dies ist in Abbildung 2.3 zu erkennen. Im Zentrum jedes Peaks und zwischen den Peaks ist das Verhältnis nahe bei  $-1,6$  dB. An den Flanken nimmt das Verhältnis

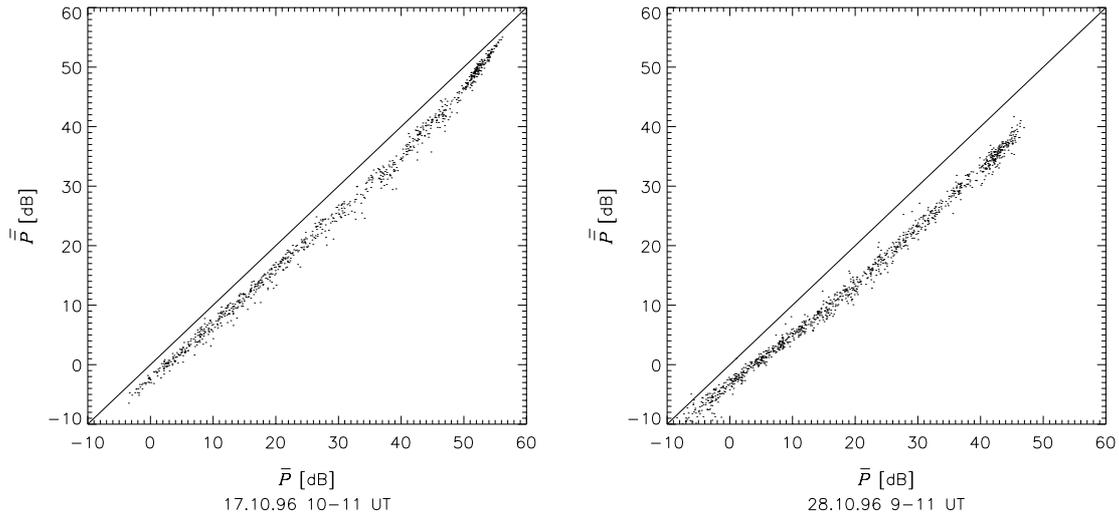


Abbildung 2.2: Vergleich von Leistung vom RASS-Peaks aus gemittelten ( $\bar{P}$ ) und medianisierten ( $\tilde{P}$ ) Spektren. Höhenbereich 100–1000 m, links wurde ein Zeitbereich gewählt, in dem es wenig turbulent und rechts einer, indem es stark turbulent war.

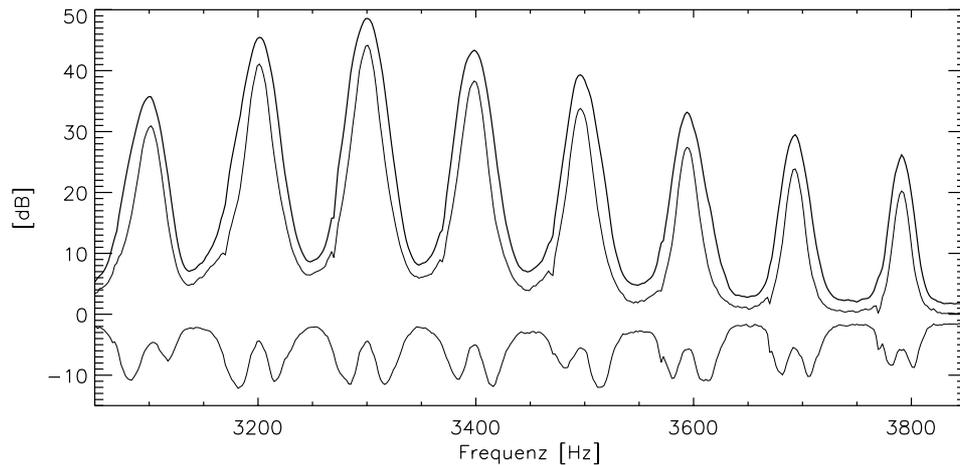


Abbildung 2.3: Von oben nach unten: gemittelttes RASS-Spektrum, medianisiertes RASS-Spektrum und das Verhältnis  $\bar{P}/\tilde{P}$  der beiden.

Werte bis zu  $-12$  dB an.

## 2.2.1 Gewinnung des Parameters $W_0$ der RASS-Signalstatistik

Durch die am Ende von Abschnitt 2.1.2 beschriebenen Maßnahmen läßt sich ein beliebiges Verhältnis zwischen Mittelwert und Median einstellen. Dazu wird die dort angenommene Verteilungsfunktion

in der folgenden Form geschrieben:

$$W_{\text{RASS}}(P) = W_0 \delta(P) + \frac{(1 - W_0)^2}{\bar{P}} \exp\left(-\frac{(1 - W_0)P}{\bar{P}}\right) \quad (2.4)$$

$W_0$  ist die relative Häufigkeit der Leistungen nahe Null, die zur Exponentialverteilung hinzugefügt werden, und  $\delta$  die Diracsche-Deltafunktion<sup>1</sup>. Durch die Berechnung der ersten zwei Momente kann gezeigt werden, daß diese Verteilung normiert ist und den Mittelwert  $\bar{P}$  besitzt. Durch Einsetzen in die Formel für den Median (2.3) ergibt sich eine Beziehung zwischen dem Verhältnis von Median und Mittelwert  $\bar{\bar{P}}/\bar{P}$  und  $W_0$ :

$$(1 - W_0) \exp\left(-\frac{(1 - W_0)\bar{\bar{P}}}{\bar{P}}\right) = \frac{1}{2} \quad (2.5)$$

Diese Gleichung läßt sich numerisch nach  $W_0$  auflösen. Für kleine Werte von  $\bar{\bar{P}}/\bar{P}$  strebt  $W_0$  gegen 1/2. In der folgenden Tabelle sind einige Wertepaare eingetragen, die diese Gleichung erfüllen:

$\bar{\bar{P}}/\bar{P}$ in dB	1,6	3,0	6,0	12	20	$\infty$
$W_0$	0	0,28	0,43	0,48	0,49	0,5

## 2.2.2 Korrektur der Peakbreiten der Medianspektren

Die Tatsache, daß sich das Verhältnis von Mittelwert und Median an den Flanken der Peaks ändert, führt dazu, daß bei medianisierten Spektren die Peaks schmaler sind als bei den gemittelten (siehe Abbildung 2.3). In Abbildung 2.4 sind die Peak-Breiten von gemittelten und medianisierten Spektren gegeneinander aufgetragen. Es wurden Wertepaare von zwei Wetterlagen mit unterschiedlicher Turbulenzintensität eingezeichnet. Sie streuen um eine Kurve, an die das Polynom

$$\sigma_{\text{av}} = 0,009 + 1,06 \sigma_{\text{med}} - 0,6 \sigma_{\text{med}}^2 + 1,5 \sigma_{\text{med}}^3 \quad (2.6)$$

angepaßt wurde. Da der Unterschied zwischen Mittelwert und Median lange unterschätzt wurde, wurden die Spektren bei fast allen Messungen medianisiert. Dies läßt sich nicht rückgängig machen, da das Zeitsignal nicht aufgezeichnet wurde. Zur Berechnung der Dissipationsrate werden jedoch die Peak-Breiten  $\bar{\sigma}$  der gemittelten Spektren benötigt. Diese werden behelfsweise mit dem Polynom (2.6) aus den Breiten  $\bar{\bar{\sigma}}$  der medianisierten Spektren berechnet.

## 2.3 Verfahren zur Schätzung der statistischen Meßfehler

Um die Fehler zu bestimmen, die sich aus der Signalstatistik ergeben, werden Spektren mit einer Gauß-Funktion vorgegebener Leistung  $P_{p_0}$ , Radialgeschwindigkeit  $v_{p_0}$  und Breite  $\sigma_{p_0}$  berechnet.

<sup>1</sup>Sie muß hier unsymmetrisch gewählt werden, damit das Integral  $\int_0^{\infty} dP \delta(P) = 1$  ergibt.

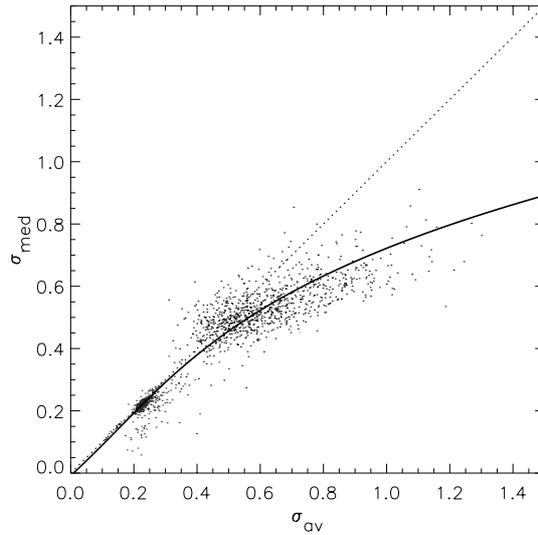


Abbildung 2.4: Vergleich der RASS-Peakbreiten, die aus gemittelten ( $\sigma_{av}$ ) und medianisierten ( $\sigma_{med}$ ) Spektren berechnet wurden. Meßhöhe 100–1000 m, beide Zeitbereiche die in Abbildung 2.2 verwendet wurden.

Die Leistungen der Spektrallinien der Einzelspektren werden durch Zufallszahlen verändert. Dabei wird die statistische Verteilung von Clear-Air- und RASS-Signal nachgebildet. Außerdem wird ein Empfängerrauschen addiert, um den Einfluß des Signal-Rauschverhältnisses auf die Fehler untersuchen zu können. Dann werden  $n_{av}$  solcher Spektren gemittelt oder medianisiert, und anschließend werden die drei spektralen Momente  $P_p$ ,  $v_p$  und  $\sigma_p$  mit demselben Verfahren geschätzt, das bei der Standard-Auswertung angewendet wird. Diese Prozedur wird 500 Mal wiederholt, um Mittelwerte und die Standardabweichungen der gewonnenen Momente zu berechnen, und diese mit den vorgegebenen Momenten zu vergleichen.

Der Vorteil der künstlichen gegenüber den echten Daten besteht darin, daß die vorgegebenen Momente bekannt sind und nicht variieren. Die Varianz der Momente wird also alleine durch die statistischen Verteilung der Empfangsleistungen und das addierte Empfängerrauschen verursacht. Um eine vergleichbare Untersuchung der Meßfehler mit wirklichen Daten durchführen zu können, wäre eine unabhängige Messung des Volumen- und Zeitmittelwertes der Radialgeschwindigkeit nötig.

Die Einzelspektren werden mit der folgenden Formel gebildet:

$$P(v(i)) = Z(i) P_{\text{gauss}}(i) + N(i) \quad (2.7)$$

$$P_{\text{gauss}}(i) = \frac{P_{p0}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{p0}} \exp\left(-\frac{(v(i) - v_{p0})^2}{2\sigma_{p0}^2}\right)$$

$$N(i) = -P_n \ln(\Psi_n(i)) \quad (2.8)$$

Die  $i$ -te Spektrallinie entspricht der Doppler-Geschwindigkeit  $v(i) = i dv$ , wobei  $dv = c df / 2f_{r0}$  die Geschwindigkeitsauflösung ist. Für  $\Psi_n(i)$  werden Zufallszahlen eingesetzt, die im Intervall  $[0,1]$  gleichverteilt sind. Die Funktion (2.8) bildet aus der gleichverteilten Zufallsvariablen  $\Psi_n(i)$  eine exponentialverteilte Zufallsvariable  $N(i)$  mit dem Mittelwert  $P_n$  (Press, 1988).

Die Zufallszahlen  $Z(i)$  geben die Leistungsverteilungen der Spektrallinien wieder. Es wird angenommen, daß sie voneinander unabhängig sind. Beim Clear-Air-Kanal werden sie analog zur Funktion (2.8) durch

$$Z(i) = -\ln(\Psi_z(i)) \quad \text{Clear-Air} \quad (2.9)$$

repräsentiert, wobei die  $\Psi_z(i)$  wieder im Intervall  $[0,1]$  gleichverteilte Zufallszahlen sind.

Die Verteilung des RASS-Kanals wird entsprechend (2.1.2) durch die folgende Funktion generiert:

$$Z(i) = -\frac{1}{1 - W_0(v(i))} \ln(\Psi_{z1}(i)) h \quad \text{RASS} \quad (2.10)$$

$$\text{wobei } h = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \Psi_{z2}(i) < W_0(v(i)) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Definition von  $h$  bewirkt, daß  $Z(i)$  durchschnittlich in  $W_0(v(i))$  Prozent der Fälle Null ist. Diese Überrepräsentierung  $W_0(v(i))$  der Leistungen nahe Null wurden der Abbildung 2.3 nachempfunden:

$$W_0(v(i)) = 5,4 W_{0,\max} \frac{(v_{p0} - v(i))^2}{\sigma_{p0}^2} \exp\left(-\frac{(v_{p0} - v(i))^2}{\sigma_{p0}^2}\right) \quad (2.11)$$

Für die maximale Überrepräsentierung  $W_{0,\max}$  der Leistungen nahe Null wurde ein Wert von 0,48 gewählt, der einem Verhältnis von Mittelwert zu Median von 12 dB entspricht.

## 2.4 Fehler der spektralen Momente

Das im letzten Unterabschnitt beschriebene Verfahren wurde mit den folgenden Parameter angewendet:

Parameter	Werte
$P_{p0}$ [dB]	-6 -3 0 3 6 10 20 30
$v_{p0}$ [m/s]	0,1
$\sigma_{p0}$ [m/s]	0,1 0,15 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,8 1 1,2 1,4 1,6
$n_{av}$	1 2 4 6 8 10 12 15 20 30 40
Mittelungsverfahren	Mittelwert Median
Signalstatistik	Clear-Air RASS

Das sind insgesamt also  $8 \times 1 \times 12 \times 11 \times 2 \times 2$  Sätze von Parametern. Bei jedem Satz von Parametern wurden die Momente 500 Mal mit jeweils neuen Zufallszahlen berechnet, um Mittelwert und Standardabweichung in ausreichender Genauigkeit zu erhalten. In den drei folgenden Unterabschnitten werden die Fehler der drei Momente beschrieben.

### 2.4.1 Fehler der Leistungen

Die Leistung wird systematisch unterschätzt, wenn die Varianz der Radialgeschwindigkeiten im Meßvolumen  $\sigma_{p0}$  groß und die Spektrenmittlungszeit  $T_{av}$  kurz ist (siehe Abbildung 2.5). Dies kommt im wesentlichen daher, daß die Peaks dann 'zerrissen' werden. Das heißt, die Leistung fällt nicht monoton vom Maximum des Peaks zum Rand hin ab, sondern es entstehen lokale Minima im Bereich eines Peaks. Diese führen dazu, daß der Algorithmus, der den Frequenzbereich für die Momentenschätzung auswählt (siehe Abschnitt 1.4.4), einen zu kleinen Bereich auswählt. Wenn der Algorithmus zur Auswahl des Frequenzbereichs so verändert wird, daß er solche lokalen Minima übergeht, dann enthält der selektierte Bereich oft auch die Peaks der Gitternebenkeulen, was bei den ersten und zweiten Momenten zu größeren Fehlern führt.

In Abbildung 2.5 ist die Differenz zwischen vorgegebener Leistung  $P_{p0}$  und der geschätzten Leistung  $P_p$  bei verschieden langen Mittelungszeiten und einigen Werten der vorgegebenen Varianz  $\sigma_{p0}$  der Radialgeschwindigkeit im Meßvolumen dargestellt. Im Standardbetrieb werden 40 überlappende Spektren gemittelt. Da diese Spektren im Meßbetrieb im Gegensatz zu den mit Zufallszahlen generierten nicht unabhängig sind, wird angenommen, daß  $n_{av} = 20$  (dickste Linie) dem Standardbetrieb entspricht. Die Abweichungen verschwinden, wenn genügend Spektren gemittelt werden. Die systematischen Abweichungen sind im Vergleich zur Standardabweichung klein. Sie können also nur bei einem Mittelwert vieler geschätzter Momente nachgewiesen werden.

Die Fehler wachsen mit der vorgegebenen Varianz der Radialgeschwindigkeiten  $\sigma_{p0}$ . Das gleiche Verhalten ergibt sich auch bei den Fehlern der ersten und zweiten Momente (s. u.). Die größten Peakbreiten, die bisher bei einer Spektrenmittlungszeit von 10 s beobachtet wurden, lagen bei  $\sigma_p = 1$  m/s. Die Spektren sehen dann schon sehr zerrissen aus, und es empfiehlt sich eine größere Spektrenmittlungszeit oder eine geringere spektrale Auflösung zu verwenden.

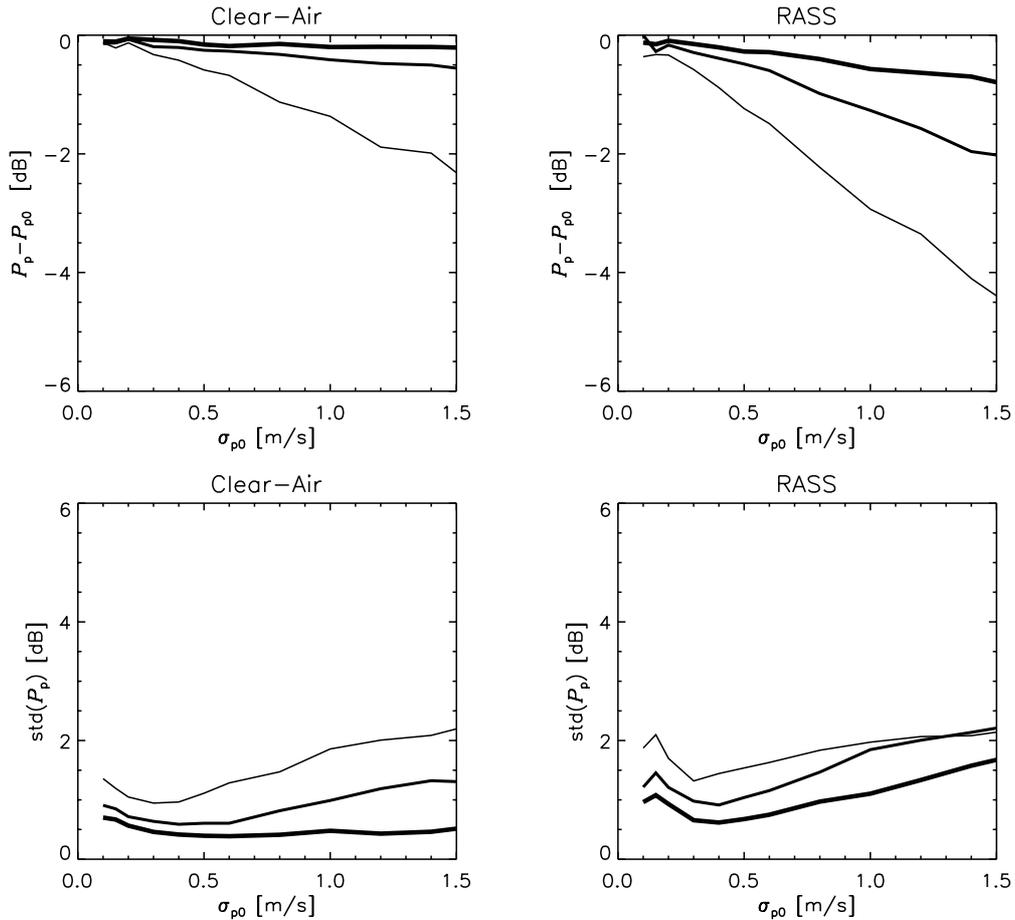


Abbildung 2.5: Fehler der Leistungen, oben die systematische Abweichungen, unten die Standardabweichungen  $\text{std}(P_p)$ . Die verschiedenen Strichstärken zeigen die Ergebnisse bei verschiedenen langen Spektralmitelungszeiten (von dünn nach dick  $n_{\text{av}} = 6, 12, 20$ ). Die Spektren wurden gemittelt und nicht medianisiert.

Es zeigt sich auch, daß die systematischen Abweichungen beim RASS größer sind als beim Clear-Air-Signal. Die Abweichungen sind jedoch klein im Vergleich zu den Abweichungen der gemessenen RASS-Leistungsprofile von den theoretisch erwarteten (siehe Kapitel 4). Es erscheint möglich, daß die Abweichungen noch größer würden, wenn ein realistischeres Modell für die Statistik der RASS-Empfangsleistungen eingesetzt würde. Beim Versuch, die Statistik so zu verändern, daß die Abweichungen größer werden, wurden die gemittelten synthetischen Spektren zerrissener als echte RASS-Spektren. Es ist also anzunehmen, daß die in Abbildung 2.5 gezeigten systematischen Abweichungen des RASS realistisch sind.

## 2.4.2 Fehler der Radialgeschwindigkeit

Bei der Radialgeschwindigkeit  $v_p$  wurden keine systematischen Abweichungen beobachtet. Systematische Abweichungen können dann auftreten, wenn die Geschwindigkeitsauflösung der Spektren

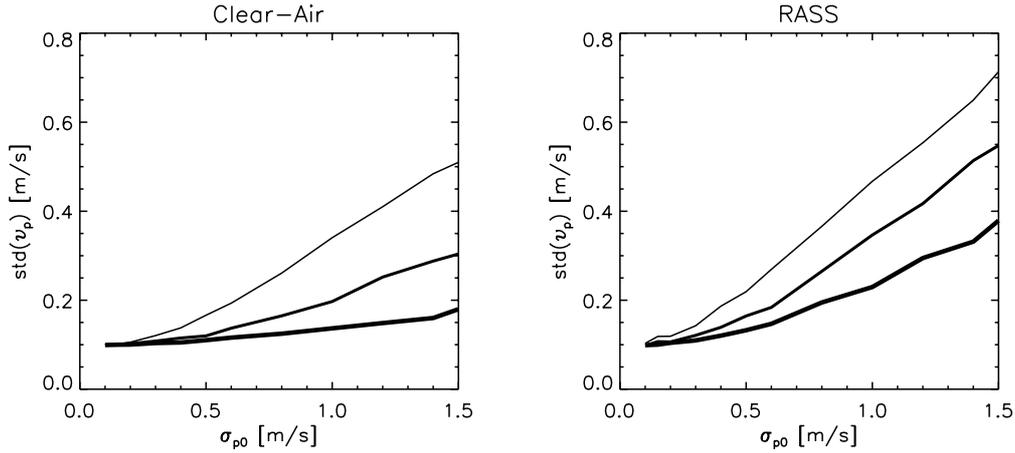


Abbildung 2.6: Standardabweichung der geschätzten Radialgeschwindigkeiten  $\text{std}(v_p)$  bei verschiedenen Spektrenmittelungszahlen (siehe Abbildung 2.5). Die Fehler nehmen mit  $\sigma_{p_0}$  zu, und sind beim RASS-Signal größer als beim Clear-Air-Signal.

im Vergleich zur Peakbreite zu grob gewählt wird, wodurch die Radialgeschwindigkeiten auf Vielfache der Geschwindigkeitsauflösung gerundet werden. Bei der im Standardbetrieb verwendeten Geschwindigkeitsauflösung von  $dv = 0,24 \text{ m/s}$  wurden solche Rundungseffekte noch nicht beobachtet. Sie werden daher hier nicht weiter untersucht.

Der statistische Fehler der Radialgeschwindigkeiten ist für den Anwender besonders interessant (siehe Abbildung 2.6). Er kann bei Vergleichen mit anderen Meßsystemen, die nur geringfügig unterschiedlich räumlich und zeitlich mitteln, im allgemeinen nicht nachgewiesen werden. Auch bei Vergleichen zwischen Clear-Air- und RASS-Daten ist er nicht zu bestimmen, weil sich die Meßvolumina durch die unterschiedliche Höhengewichtung (Herden, 1996) unterscheiden, und weil Variationen von Wind- und Schallgeschwindigkeit nur bei konstanter Temperatur übereinstimmen. Bei der Bestimmung von Parametern, wie zum Beispiel dem Impulsstrom oder dem fühlbaren Wärmestrom kann er jedoch helfen, die Genauigkeit dieser Verfahren abzuschätzen. Auch bei der Bestimmung des Strukturparameters  $C_w^2$  mit Hilfe von Zeitreihen geht dieser Fehler in die Fehlerrechnung ein (Abschnitt 3.2.1).

Bemerkenswerterweise ist der statistische Fehler beim RASS-Kanal größer als beim Clear-Air-Kanal. Wegen der kohärenten Natur des RASS-Signals wurde das Gegenteil angenommen (Peters und Kirtzel, 1994).

### 2.4.3 Fehler der Peakbreiten

Ein interessantes Ergebnis der Untersuchung der synthetischen Spektren ist, daß die Peakbreiten bei starker Turbulenz ( $\sigma_{p_0}$  groß) und kurzer Spektrenmittelungszeit ( $n_{av}$  klein) systematisch unterschätzt werden (siehe Abbildung 2.7). Diese Unterschätzung  $\sigma_- = \sigma_{p_0} - \sigma_p$  ist bei der Bestimmung des Strukturparameters  $C_w^2$  von Bedeutung. Sie ist nicht wie die Unterschätzung der Emp-

fangsleistungen nur eine Folge der Frequenzbereichsauswahl für die Momenteschätzung. Sie bleibt auch dann noch bestehen, wenn der bei der Anpassung der Momente verwendete Frequenzbereich festgelegt wird.

Dieser Fehler kann folgendermaßen veranschaulicht werden: Der Rückstreuquerschnitt ist nicht gleichmäßig über das Meßvolumen und die Mittelungszeit verteilt, sondern unterliegt starken statistischen Schwankungen. Im Extremfall wird ein über mehrere Sekunden gemittelttes Empfangsspektrum durch ein räumlich und zeitlich begrenztes stark reflektierendes Ereignis dominiert. Dadurch entsteht ein Peak im Spektrum, der nicht die Verteilung der Radialgeschwindigkeiten im gesamten Meßvolumen, sondern nur in einem kleinen Raum-Zeitbereich wiedergibt, und dadurch zu schmal ist.

Beim RASS-Signal ist die Unterschätzung der Peakbreite stärker als beim Clear-Air-Signal. Der Unterschied ist jedoch kleiner als der bei konvektiven Bedingungen beobachtete Unterschied (Abbildung 3.10). Ähnlich wie bei der Unterschätzung der Leistung wurde versucht, die Unterschätzung der Peakbreiten durch eine Änderung der RASS-Signalstatistik zu vergrößern. Es zeigt sich auch hier, daß der beobachtete Unterschied von einem Faktor 1,5 erst erreicht wird, wenn die Spektren deutlich zerrissener aussehen als die echten Empfangsspektren. Es muß also noch andere Ursachen für den Unterschied der Breiten von Clear-Air- und RASS-Peaks geben (siehe Abschnitt 4.1.7).

Wenn der Peak der gemittelten Spektren schmäler ist, als er aufgrund der Varianz der Radialgeschwindigkeiten im Meßvolumen sein sollte, so ist es möglich, daß er nicht auf beiden Seiten gleich viel an Breite verloren hat. Dadurch ergibt sich ein Fehler in seiner Lage (Radialgeschwindigkeit), der halb so groß ist wie die Unterschätzung der Peakbreite:

$$\text{std}(v_p) \gtrsim \frac{1}{2}\sigma_- \quad (2.12)$$

Das  $\gtrsim$ -Zeichen steht hier, weil die Radialgeschwindigkeiten noch von anderen Fehlern behaftet sein können. Dieser Zusammenhang wird beim Vergleich von Abbildung 2.6 und Abbildung 2.7 (oben) gut bestätigt.

## 2.5 Abhängigkeit der Verfügbarkeit von der Spektrenmittlungszeit

Durch eine Erhöhung der Amplitude des Empfängerrauschens oder eine entsprechende Erniedrigung der Signalamplitude in den künstlichen Spektren kann die Abhängigkeit der Fehler der drei Momente vom Signal-zu-Rauschabstand untersucht werden. Es zeigt sich, daß die Fehler vom Signal-zu-Rauschabstand nahezu unbeeinflusst bleiben, solange bis dieser einen Schwellwert unterschreitet. Dann versagt der Algorithmus zur Peaksuche und die geschätzten Momente nehmen zufällige Werte an. Dieser Schwellwert skaliert erwartungsgemäß mit  $\sqrt{n_{av}}$ . Er liegt höher je breiter die vorgegebene Varianz der Radialgeschwindigkeiten ist. Die Empfindlichkeit wird also durch eine Erhöhung der

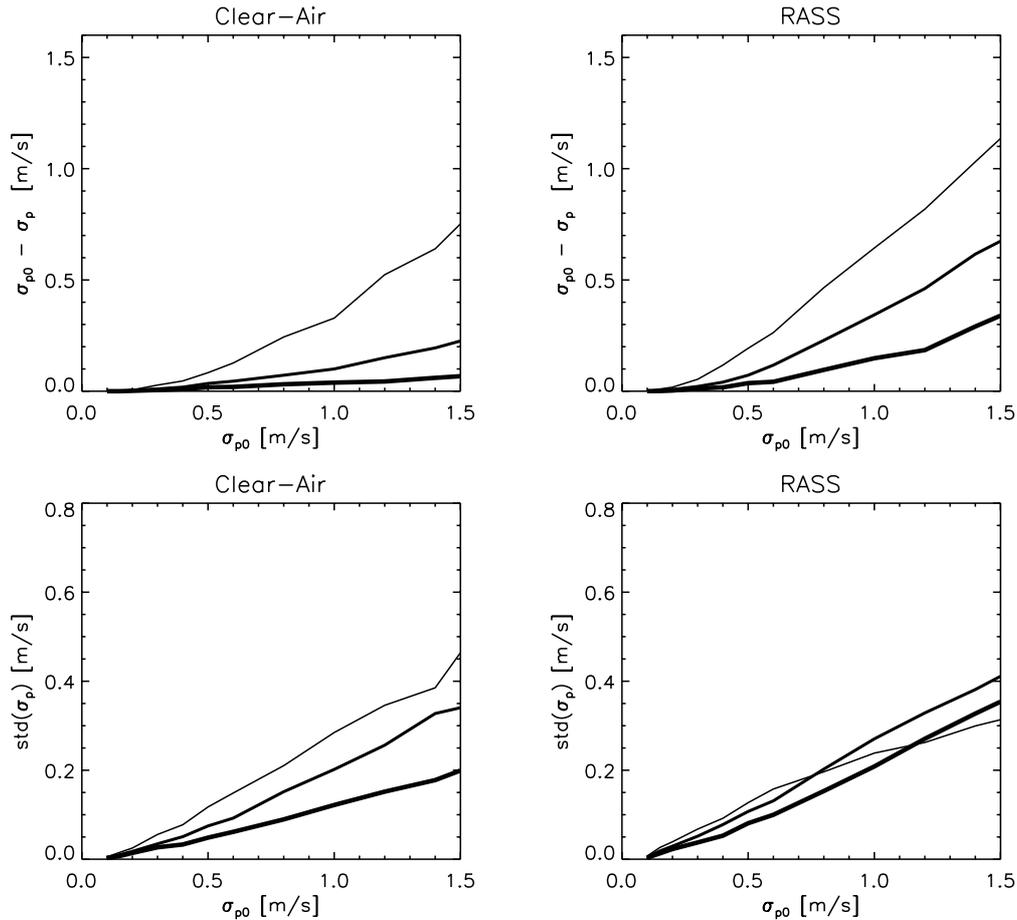


Abbildung 2.7: Fehler der Peakbreiten: oben die systematische Unterschätzung  $\sigma_-$  und unten die Standardabweichung. Strichstärken wie in Abbildung 2.5.

Spektrennittelungszeit nur wenig verbessert, weil sich dadurch auch die Varianz der Radialgeschwindigkeiten erhöht. In der Praxis kommt noch hinzu, daß mit steigender Spektrennittelungszeit die Wahrscheinlichkeit steigt, daß ein einzelnes übersteuertes Spektrum (Vogel) das gesamte gemittelte Spektrum verdirbt. Es empfiehlt sich also die Spektrennittelungszeit so kurz zu wählen, daß die in den Abschnitten 2.4.3 bis 2.4.1 beschriebenen Fehler noch akzeptabel sind. Dann ist nicht nur die zeitliche Auflösung, sondern auch die Aussagekraft des Konsensus-Qualitätsmaßes maximal. Auf eine genauere Untersuchung der Abhängigkeit des Schwellwertes von der Spektrennittelungszeit und der vorgegebenen Varianz  $\sigma_{p0}$  wird hier verzichtet, weil in den folgenden Untersuchungen nur Daten verwendet werden, die deutlich jenseits dieses Schwellwertes liegen.

## 2.6 Fazit

Die Untersuchung synthetischer Spektren liefert für den Clear-Air-Kanal eine gute Abschätzung der Fehler, die bei endlicher Spektrennittelungszeit entstehen. Die Ergebnisse zeigen, in welchem

Maße die Meßgenauigkeit abnimmt, wenn die zeitliche Auflösung der spektralen Momente erhöht und damit die Spektrenmittelungszeit reduziert wird. So kann ein Kompromiß zwischen zeitlicher Auflösung und Meßgenauigkeit gefunden werden. Bisher wurde die Meinung vertreten (z. B.: White, 1997), daß der einzige Nachteil kurzer Spektrenmittelungszeiten eine Verminderung der Empfindlichkeit gegenüber geringen Signalamplituden sei.

Die in einigen Meßbeispielen gefundene Verteilung der RASS-Empfangsleistung deutet darauf hin, daß die Einbußen der Meßgenauigkeit bei kurzer Spektrenmittelung bei RASS-Daten größer sind als beim Clear-Air-Kanal. Dies widerspricht der von Peters und Kirtzel (1994) geäußerten Meinung, daß das RASS-Signal statistisch signifikanter als das Clear-Air-Signal ist, weil die Rückstreubedingungen gezielt eingestellt werden. Um genauere Aussagen zu erhalten, muß die Statistik der RASS-Empfangsleistungen vor allem bei konvektiven Bedingungen in der Atmosphäre genauer untersucht werden.

## Kapitel 3

# Bestimmung von Turbulenzparametern

In diesem Kapitel werden drei Verfahren zur Bestimmung von Profilen der Dissipationsrate beziehungsweise des Strukturparameters des Vertikalwinds untersucht. Diese Untersuchungen wurden gemeinsam mit E. Pavelin begonnen. Dessen Diplomarbeit (Pavelin, 1997) wird in der hier beschriebenen Arbeit durch die folgenden zwei Untersuchungen weiterentwickelt:

- Die Dämpfung der Vertikalgeschwindigkeitsspektren durch die Mittelung über das Meßvolumen wird berücksichtigt (siehe Abschnitt 3.2.1.1). Durch die Vernachlässigung dieser Dämpfung wurden die Vertikalgeschwindigkeitsspektren in der Nähe der Nyquist-Wellenzahl und dadurch auch die Dissipationsraten bis zu 50 % unterschätzt.
- Um den Zusammenhang zwischen der Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten im Meßvolumen und dem Strukturparameter herzustellen, muß über einen Bereich des dreidimensionalen Kolmogorov-Spektrums integriert werden. Da diese Integration sehr aufwendig ist, hat Pavelin (1997) eine Näherung aus der Literatur verwendet. Diese Näherung wird in Abschnitt 3.2.3.3 numerisch untersucht und dadurch verbessert.

Im ersten Abschnitt werden Grundlagen und Konzepte zur Beschreibung der atmosphärischen Turbulenz wiedergegeben, die in den Büchern von Panofsky und Dutton (1984), Batchelor (1953) und Tatarskii (1971) zu finden sind. Um Fehler auszuschließen, die beim Übertragen der Formeln wegen unterschiedlicher Konventionen bei der Definition von Spektren leicht auftreten, werden die benötigten Formeln systematisch abgeleitet. Anschließend werden in Abschnitt 3.2 die drei Verfahren zur Bestimmung der Dissipationsrate beschrieben und in Abschnitt 3.3 anhand von Meßbeispielen diskutiert.

## 3.1 Grundlagen zur Beschreibung der Turbulenz

Turbulenz entsteht in einem Strömungsfeld, wenn die auftretenden Trägheitskräfte im Vergleich zu den Kräften der viskosen Reibung groß sind. In der Nähe des Bodens sind die auf das Windfeld wirkenden Kräfte fast immer groß genug, so daß sich eine turbulente Schicht, die Grenzschicht ausbilden kann. Die Kräfte entstehen durch Konvektion und Windscherung. Je nach Intensität dieser Produktionsmechanismen hat die Grenzschicht eine Dicke zwischen einigen hundert und wenigen tausend Metern.

Die Meßwerte  $y(x)$  eines atmosphärischen Parameters in der Grenzschicht entlang einer Geraden (Ortsreihe) variieren scheinbar zufällig um einen Mittelwert.  $y(x)$  wird daher als Zufallsvariable bezeichnet. In Unterabschnitt 3.1.1 werden Methoden zur Charakterisierung von eindimensionalen Zufallsvariablen beschrieben. In Unterabschnitt 3.1.2 wird die Beschreibung auf das dreidimensionale Vektorfeld der Windgeschwindigkeit ausgeweitet.

### 3.1.1 Eindimensionale Zufallsvariablen

#### 3.1.1.1 Kovarianzfunktion und Spektrum

Eine einfache Charakterisierung einer Zufallsvariablen ist durch ihre Standardabweichung gegeben. Für atmosphärische Parameter ist diese Charakterisierung schon deswegen nicht ausreichend, weil die Standardabweichung dieser Parameter von der Länge der Strecke abhängt, die für ihre Berechnung berücksichtigt wird. Durch die Kovarianzfunktion (= Korrelationsfunktion) wird eine Zufallsvariable  $y(x)$  umfassender charakterisiert:

$$R_y(x, \xi) = \left\langle y'(x) y'(x + \xi) \right\rangle \quad (3.1)$$

Die angewinkelten Klammern symbolisieren die Ensemble-Mittelung. Die Striche kennzeichnen, daß der Mittelwert abgezogen wurde ( $y' = y - \langle y \rangle$ ). Bei  $\xi = 0$  hat die Kovarianzfunktion den Wert  $R_y(0) = \sigma_y^2$ . Mit wachsendem Versatz  $\xi$  nimmt der Betrag der Kovarianzfunktion in der Regel ab.

Ist die Kovarianzfunktion einer Zufallsvariablen translationsinvariant und ihr Mittelwert konstant, so wird sie als homogen bezeichnet. Das Windgeschwindigkeitsfeld ist in Bereichen, die gut durchmischt sind, näherungsweise homogen. Dort hängt die Kovarianzfunktion nur von  $\xi$  und nicht von  $x$  ab. Dadurch, und weil die Kovarianzfunktion reell und wegen der Homogenität auch symmetrisch ist, kann das folgende Fourier-Transformationspaar gebildet werden:

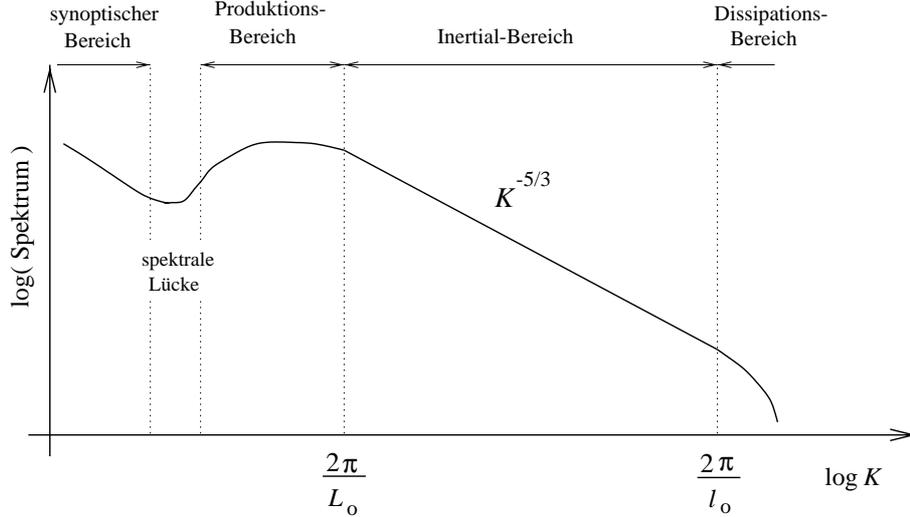


Abbildung 3.1: *Idealisiertes Spektrum eines atmosphärischen Parameters.*

$$S_y(K) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} d\xi R_y(\xi) \cos(K \xi) \quad (3.2)$$

$$R_y(\xi) = \int_0^{\infty} dK S_y(K) \cos(K \xi) \quad (3.3)$$

Durch Einsetzen von  $\xi = 0$  in der Rücktransformation (3.3) ergibt sich:

$$\sigma_y^2 = \int_0^{\infty} dK S_y(K) \quad (3.4)$$

Folglich charakterisiert  $S_y(K)$  die Verteilung der Varianz des Parameters  $y$  bezüglich der Wellenzahl  $K = 2\pi/\lambda$ .

In Abbildung 3.1 ist ein Spektrum eines atmosphärischen Parameters skizziert. Es läßt sich in die folgenden Bereiche einteilen (Kolmogorov, 1941):

- Der Bereich bei kleinen Werten von  $K$  enthält die Variationen, die durch Wetteränderungen verursacht werden (synoptischer Bereich).
- Durch Konvektion und durch orographische Hindernisse, die der Wind umfließen muß, werden Turbulenzelemente in der Größe von einigen 100 bis 1000 m produziert. Dieser Bereich wird Produktionsbereich genannt.
- Im Inertialbereich, der durch  $2\pi/L_0$  und  $2\pi/l_0$  begrenzt wird, zerfallen die großen Turbulenzelemente sukzessive in kleinere, bis die kinetische Energie im
- Dissipationsbereich bei Wellenzahlen oberhalb des 'Kolmogorov-Micro-Scales'  $2\pi/l_0$  in Wärme

umgewandelt wird. Beim Spektrum einer Komponente der Windgeschwindigkeit ist  $l_0 = (\nu/\varepsilon)^{1/4}$  und hängt von der Viskosität  $\nu$  und der Dissipationsrate  $\varepsilon$  ab. Der Wert von  $l_0$  liegt in der Größenordnung einiger Millimeter. Als Dissipationsrate wird die kinetische Energie, die pro Zeit und Luftmasse in Wärme umgewandelt wird, bezeichnet.

Im Inertialbereich hängt das Spektrum nur von der Dissipationsrate und von der Wellenzahl ab. Aus einer Dimensionsbetrachtung (Ähnlichkeitstheorie, z. B.: Stull, 1988) läßt sich der funktionale Zusammenhang des Spektrums in diesem Bereich ableiten: Die drei Variablen haben im Falle des Spektrums einer Windgeschwindigkeitskomponente (hier  $w$ ) die folgenden Einheiten:

Variable	Einheit	Erklärung
$S_w$	$\text{m}^3/\text{s}^2$	Geschwindigkeit <sup>2</sup> pro Wellenzahl
$\varepsilon$	$\text{m}^2/\text{s}^3$	spez. Umsatz von Energie pro Zeit und Luftmasse
$K$	$1/\text{m}$	$1/\text{Wellenlänge}$

Mit dem Ansatz  $S \sim \varepsilon^p K^q$  folgt für die Dimension Meter:  $3 = 2p - q$  und für die Dimension Sekunden:  $-2 = -3p$ , und folglich:

$$S_w(K) = A_w \varepsilon^{2/3} K^{-5/3} \quad (3.5)$$

wobei  $A_w$  eine Konstante der Dimension 1 ist. Für die anderen Windgeschwindigkeitskomponenten gelten entsprechende Gesetze. Sind  $K$  und  $x$  parallel zur Horizontalwindkomponente  $u$ , dann werden  $S_w(K)$  und  $S_v(K)$  als transversales und  $S_u(K)$  als longitudinales Spektrum bezeichnet.

In vielen experimentellen Arbeiten wurde bestätigt, daß es einen Wellenlängenbereich gibt, in dem das Potenzgesetz (3.5) erfüllt ist (z. B.: Kaimal et al., 1976). Beim longitudinalen Spektrum wurde für die Konstante  $A_u$  ein Wert von 0,52 gefunden. Bei den transversalen Spektren ist diese Konstante um einen Faktor  $4/3$  größer (siehe Abschnitt 3.1.2).

Die Dissipationsrate  $\varepsilon$  kann als Maß für die Turbulenzintensität im Inertialbereich angesehen werden. Die Vertikalgeschwindigkeitsvarianz  $\sigma_w^2$  dagegen ist eher ein Maß für die Turbulenzintensität im Produktionsbereich, weil ihr Hauptbeitrag aus diesem Bereich kommt. Abbildung 3.2 zeigt über einige Tage hinweg den zeitlichen Verlauf der zu  $\varepsilon^{2/3}$  proportionalen Varianz  $\sigma_{\text{vol}}^2$  der Vertikalgeschwindigkeiten im Meßvolumen (s. u.) und der Vertikalgeschwindigkeitsvarianz  $\sigma_w^2$ . Letztere zeigt einen stärkeren Unterschied zwischen Tag und Nacht.

### 3.1.1.2 Strukturfunktion

Die Voraussetzung der Homogenität ist bei atmosphärischen Parametern wegen großskaligen Variationen des Mittelwerts oft nicht erfüllt. Die Kovarianzfunktion wird durch diese großskaligen Variationen selbst bei kleinem Versatz  $\xi$  beeinflusst. Die Strukturfunktion  $D_y(\xi)$  ist eine zur Kova-

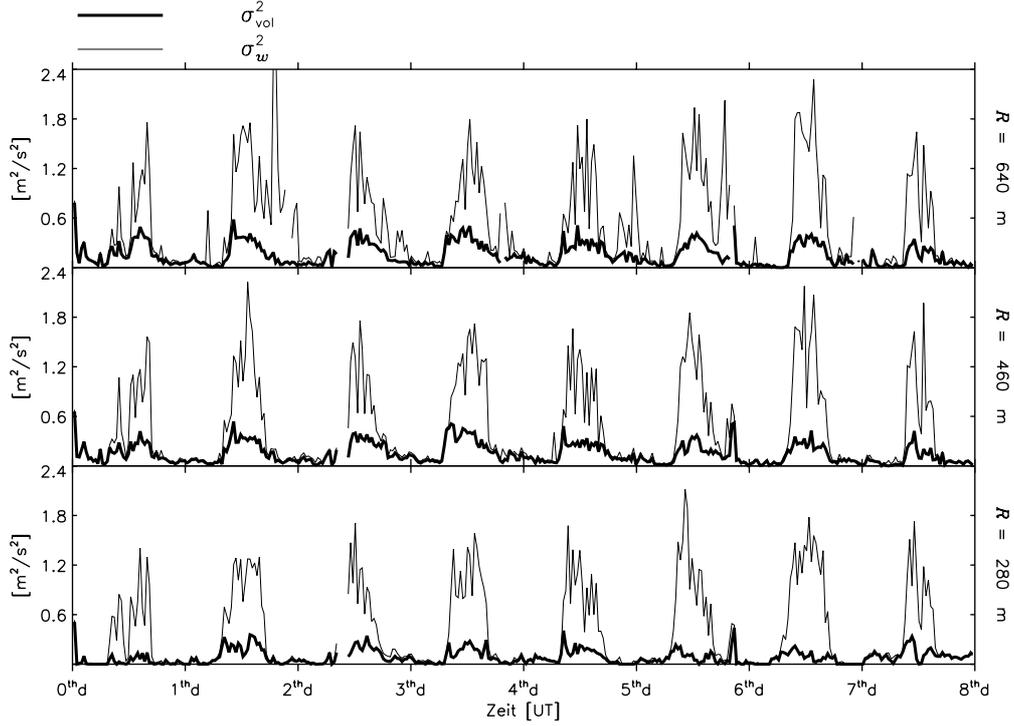


Abbildung 3.2: Zeitreihe der Varianz  $\sigma_{\text{vol}}^2$  der Vertikalgeschwindigkeit im Meßvolumen (fett) und der Vertikalgeschwindigkeitsvarianz  $\sigma_w^2$  (dünn) vom 1. bis zum 8.8.1996.

rianzfunktion alternative Beschreibung einer Zufallsvariablen, bei der die Forderung der Konstanz des Mittelwerts entschärft ist:

$$D_y(\xi) = \left\langle (y(x) - y(x + \xi))^2 \right\rangle \quad (3.6)$$

Bei ihrer Definition gehen nur die Differenzen benachbarter Werte  $\Delta = y(x) - y(x + \xi)$  ein. Dadurch wirken sich großskalige Variationen bei kleinen Versätzen  $\xi$  nicht aus. Eine Zufallsvariable wird als lokal homogen bezeichnet, wenn  $\Delta$  homogen ist, das heißt, wenn die Kovarianzfunktion von  $\Delta$  nicht von  $x$  abhängt. Dann ist auch die Strukturfunktion  $D_y(\xi)$  unabhängig vom Ort  $x$ .

Durch Ausmultiplizieren der Definition (3.6) ergibt sich ein Zusammenhang zwischen der Strukturfunktion und der Kovarianzfunktion (3.1)

$$D_y(\xi) = 2 \left( R_y(0) - R_y(\xi) \right) \quad (3.7)$$

und durch Einsetzen der Transformation (3.3):

$$D_y(\xi) = 2 \int_0^\infty dK S_y(K) \left( 1 - \cos(K\xi) \right). \quad (3.8)$$

Für die Strukturfunktion der Vertikalgeschwindigkeit  $w$  im Inertialbereich läßt sich durch eine Dimensionsbetrachtung ähnlich wie beim Vertikalgeschwindigkeitsspektrum (3.5) ein Potenzgesetz finden:

$$D_w(\xi) = C_w^2 \xi^{2/3} \quad (3.9)$$

$C_w^2$  wird in der Literatur meistens als Strukturkonstante bezeichnet, obwohl  $C_w^2$  weder in der Zeit noch im Raum konstant ist. Hier soll für  $C_w^2$  die weniger verbreitete Bezeichnung Strukturparameter verwendet werden. Um den Zusammenhang zwischen dem Strukturparameter und dem Proportionalitätsfaktor  $A_w \varepsilon^{2/3}$ , der in dem  $K^{-5/3}$ -Gesetz des Spektrums (3.5) auftritt, herzustellen, kann das  $K^{-5/3}$ -Gesetz in (3.8) eingesetzt und integriert werden. In dem (3.8) nach  $\xi$  abgeleitet, und nach der Integration wieder zur Stammfunktion übergegangen wird, kann die Rechnung abgekürzt werden. Die Integrationskonstante kann bestimmt werden, da definitionsgemäß  $D_w(0) = 0$  ist.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} D_w(\xi) &= 2 A_w \varepsilon^{2/3} \int_0^\infty dK \sin(K\xi) K^{-5/3+1} \\ &= \frac{2\pi A_w \varepsilon^{2/3}}{(2/3) \sqrt{3}} \xi^{-1/3} \\ D_w(\xi) &= \frac{\sqrt{3}\pi A_w \varepsilon^{2/3}}{(2/3)} \xi^{2/3} \end{aligned}$$

Das Integral ist bei Bronstein und Semendjajew (1985) zu finden. Dort ist auch die Gammafunktion  $\Gamma$ , definiert. Durch Vergleich mit (3.9) ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem Strukturparameter und  $A_w \varepsilon^{2/3}$ :

$$A_w \varepsilon^{2/3} = \beta C_w^2 \quad \text{mit} \quad \beta = \frac{(2/3)}{\sqrt{3}\pi} \cong 0,249 \quad (3.10)$$

und entsprechend für die longitudinale Komponente  $u$ . Die Strukturfunktion wird häufig verwendet, um die Ausbreitung von Wellen in stochastischen Medien zu modellieren. Die Clear-Air-Reflektivität ist proportional zum Strukturparameter des elektromagnetischen Brechungsindex der Luft. Der Strukturparameter  $C_n^2$  des Brechungsindex der Schallausbreitung wird benötigt, um die Fleckbreite in Kapitel 4 zu berechnen. Diese steht in engem Zusammenhang mit  $C_w^2$  (siehe (4.79)). Daher wird in den folgenden Abschnitten der Strukturparameter und nicht die Dissipationsrate berechnet, wodurch die Konstante  $A_w$ , für die in der Literatur unterschiedliche Werte gefunden werden, nicht benötigt wird.

Der Zusammenhang zwischen dem  $K^{-5/3}$ -Gesetz für das Spektrum und dem  $\xi^{2/3}$ -Gesetz für die Strukturfunktion kann genutzt werden, um eine statistische Ortsreihe zu synthetisieren, mit der die Auswerteprogramme getestet werden können. Dazu muß ein Spektrum generiert werden, das in dem Bereich zwischen  $2\pi/L_0$  und  $2\pi/l_0$  dem  $K^{-5/3}$ -Gesetz folgt. Von jeder spektralen Komponente wird die Wurzel gebildet, diese mit einer zufälligen Phase multipliziert und der negative Zweig so

ergänzt wird, daß  $S_w(-K) = S_w^*(K)$  gilt. Durch Transformation dieses komplexen Spektrums in den Ortsraum ergibt sich schließlich die benötigte statistische Ortsreihe.

### 3.1.2 Der dreidimensionale Tensor des Spektrums des Windfeldes

In Abschnitt 3.2.1.1 wird berechnet, wie sich die Mittelung über das dreidimensionale Meßvolumen auf die Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen auswirkt und in Abschnitt 3.2.3.2 wird die Doppler-Verbreiterungen der Peaks der Empfangsspektren berechnet, die durch turbulente Variationen des Vertikalwindes verursacht wird. Obwohl bei beiden Untersuchungen nur die Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten eingegangen, muß die in Abschnitt 3.1.1.1 gegebene Beschreibung statistischer Variablen auf das dreidimensionale Feld des Windvektors ausgeweitet werden, damit die dynamischen Eigenschaften des Strömungsfeldes berücksichtigt werden können. Dazu wird der Kovarianztensor des Feldes ( $v_i, i=1,\dots,3$ ) der Windgeschwindigkeiten analog zu (3.1) konstruiert:

$$R_{ij}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}) = \langle v'_i(\mathbf{r})v'_j(\mathbf{r} + \boldsymbol{\xi}) \rangle \quad (3.11)$$

Wenn das Feld homogen ist, kann das folgende Transformationspaar analog zu (3.2) und (3.3) gebildet werden:

$$\Phi_{ij}(\mathbf{K}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\boldsymbol{\xi} R_{ij}(\boldsymbol{\xi}) e^{-i\mathbf{K}\boldsymbol{\xi}} \quad (3.12)$$

$$R_{ij}(\boldsymbol{\xi}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{K} \Phi_{ij}(\mathbf{K}) e^{i\mathbf{K}\boldsymbol{\xi}} \quad (3.13)$$

wobei  $\Phi_{ij}$  der Tensor des Spektrums des Windfeldes und  $\mathbf{K}$  der Wellenzahlvektor ist ( $K = 2\pi/\lambda$ ).

Durch Einsetzen von  $\boldsymbol{\xi} = 0$  in der Rücktransformation (3.13) ergibt sich zusammen mit der Definition (3.11) analog zu (3.4):

$$\sigma_{v_i}^2 = \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{K} \Phi_{ii}(\mathbf{K}). \quad (3.14)$$

Der Zusammenhang zwischen den Diagonalkomponenten des dreidimensionalen Tensors  $\Phi_{ii}$  und dem eindimensionalen Spektrum  $S_{v_i}$  ist zu erkennen, in dem man in (3.13) die zwei Komponenten  $\xi_q$  und  $\xi_r$  von  $\boldsymbol{\xi}$  gleich Null setzt. Dadurch vereinfacht sich die Exponentialfunktion, und der Zusammenhang ergibt sich durch den Vergleich mit (3.3):

$$S_{v_i}(K_p) = 2 \iint_{-\infty}^{\infty} dK_q dK_r \Phi_{ii}(\mathbf{K}) \quad (3.15)$$

$p$ ,  $q$  und  $r$  sollen paarweise verschieden sein, also  $(p = 1, q = 2, r = 3)$ ;  $(p = 2, q = 1, r = 3)$  oder  $(p = 3, q = 1, r = 2)$ . Sind  $i$  und  $p$  gleich, so ist  $S_{v_i}(K_p)$  ein longitudinales und sonst ein transversales Windgeschwindigkeitsspektrum.  $S_{v_i}(K_p)$  ist das Integral von  $\Phi_{ii}$  über alle Orte im  $\mathbf{K}$ -Raum, deren Projektion auf die  $p$ -Achse  $K_p$  ist. Der Faktor 2 trägt den unterschiedlichen unteren Integrationsgrenzen in (3.4) und (3.14) Rechnung.

Ist das Feld isotrop, das heißt,  $R_{ij}(\mathbf{K})$  ist invariant bei einer Rotation oder Spiegelung des Koordinatensystems, so kann gezeigt werden (Batchelor, 1953), daß  $\Phi_{ij}(\mathbf{K})$  die folgende Form haben muß:

$$\Phi_{ij}(\mathbf{K}) = A(K) K_i K_j + B(K) \delta_{ij} \quad (3.16)$$

Dabei ist  $\delta_{ij}$  die diskrete Deltafunktion mit  $\delta_{ij} = 1$  wenn  $i = j$  und sonst 0. Die Funktionen  $A$  und  $B$  hängen nur vom Betrag  $K = |\mathbf{K}|$  des Wellenzahlvektors ab. Das Windgeschwindigkeitsfeld in der Grenzschicht ist nur bedingt isotrop. Bei großen Skalen wird die Isotropie meist durch die Schichtung und die Produktionsmechanismen gebrochen. Dann stimmen z. B. die (transversalen beziehungsweise longitudinalen) Varianzen der drei Windgeschwindigkeitskomponenten nicht mehr überein. In dieser Arbeit werden im wesentlichen die transversalen Variationen des Vertikalwinds gemessen und die selben werden von der Theorie zur RASS-Empfangsfleckberechnung (siehe 4.1.6) weiterverwendet. Die Isotropie wird nur vorausgesetzt, um den Beitrag zur Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten im Meßvolumen berechnen zu können, der durch die Varianz entlang der Tiefe des Meßvolumens verursacht wird. Wie sich noch zeigen wird, ist dieser Beitrag klein, so daß auch der Fehler klein bleibt, der durch eine Verletzung der Isotropie entsteht.

Da das Windgeschwindigkeitsfeld in guter Näherung inkompressibel ist, läßt sich  $\Phi_{ij}(\mathbf{K})$  noch weiter vereinfachen: Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung ergibt sich aus der Inkompressibilität, daß die Divergenz des Feldes gleich Null ist  $(\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial \xi_i} v_i(\boldsymbol{\xi}) = 0)$ . Wegen der Definition (3.11) verschwindet dann auch die Divergenz des Kovarianztensors. Die partielle Differentiation nach  $\xi_i$  geht im  $\mathbf{K}$ -Raum in eine Multiplikation mit  $K_i$  über. Folglich ist  $\sum_{i=1}^3 K_i \Phi_{ij}(\mathbf{K}) = 0$ . Setzt man (3.16) ein, so ergibt sich  $B = -k^2 A$ , und in (3.16) kann  $B$  substituiert werden:

$$\Phi_{ij}(\mathbf{K}) = A(K) (K_i K_j - K^2 \delta_{ij}) \quad (3.17)$$

Um einen Ausdruck für  $A(K)$  im Inertialbereich zu erhalten, muß die eindimensionale Projektion von  $\Phi_{ij}(\mathbf{K})$  mit dem  $K^{-5/3}$ -Gesetz verglichen werden, das heißt, (3.17) wird in (3.15) eingesetzt und mit (3.5) verglichen. Es zeigt sich, daß die 3 longitudinalen und die 6 transversalen Spektren jeweils identisch sind. Es muß also jeweils nur eines exemplarisch berechnet werden:

$$S_u(K_1) = S_{v_1}(K_1) = -2 \iint_{-\infty}^{\infty} dK_2 dK_3 A(K) (K_2^2 + K_3^2)$$

$$S_w(K_1) = S_{v_3}(K_1) = -2 \iint_{-\infty}^{\infty} dK_2 dK_3 A(K) (K_1^2 + K_2^2)$$

$S_u$  ist das longitudinale und  $S_w$  das transversale Spektrum. Nach der Transformation zu Zylinderkoordinaten ( $\lambda^2 = (K_2^2 + K_3^2)$  und  $K_2 = \lambda \cos(\varphi)$ ) läßt sich die  $\varphi$ -Integration durchführen:

$$S_u(K_1) = -4\pi \int_0^{\infty} d\lambda A(\sqrt{\lambda^2 + K_1^2}) \lambda^3$$

$$S_w(K_1) = -4\pi \int_0^{\infty} d\lambda A(\sqrt{\lambda^2 + K_1^2}) \lambda (K_1^2 + \frac{1}{2}\lambda^2)$$

Durch die Substitution  $\kappa^2 = \lambda^2 + K_1^2$  läßt sich dies umschreiben:

$$S_u(K_1) = -4\pi \int_{K_1}^{\infty} d\kappa \kappa A(\kappa) (\kappa^2 - K_1^2)$$

$$S_w(K_1) = -4\pi \int_{K_1}^{\infty} d\kappa \kappa A(\kappa) \frac{1}{2} (\kappa^2 + K_1^2)$$

Die Summe als auch die Differenz beider Spektren lassen sich durch Differentiation nach  $A(K_1)$  auflösen:

$$A(K_1) = \frac{1}{4\pi K_1^3} \frac{\partial}{\partial K_1} \left( S_w(K_1) + \frac{1}{2} S_u(K_1) \right)$$

$$A(K_1) = \frac{1}{4\pi K_1} \frac{\partial}{\partial K_1} \left( \frac{1}{K_1^2} \left( S_w(K_1) - \frac{1}{2} S_u(K_1) \right) \right)$$

Da  $A$  nur vom Betrag  $K$  abhängt, darf  $K_1$  durch  $K$  ersetzt werden. Durch Einsetzen des  $K^{-5/3}$ -Gesetzes (3.5), wobei für das longitudinale Spektrum die Konstante  $A_u$  und für das Transversale  $A_w$  eingesetzt wird, ergibt sich:

$$A(K) = -\frac{55}{24 \cdot 4\pi} A_w \varepsilon^{2/3} K^{-5/3-4}$$

$$A_w = \frac{4}{3} A_u \tag{3.18}$$

und schließlich:

$$\Phi_{ij} = \frac{55}{24 \cdot 4\pi} A_w \varepsilon^{2/3} \left( \delta_{ij} - \frac{K_i K_j}{K^2} \right) K^{-11/3} \quad (3.19)$$

Dieses Ergebnis kann durch Einsetzen von (3.19) in (3.15) und Vergleich mit (3.5) validiert werden. Das dabei auftretende zweifach-Integral kann dabei (siehe Abschnitt 3.2.1.1) numerisch berechnet werden.

### 3.2 Verfahren zur Berechnung des Strukturparameters $C_w^2$

Durch die im Abschnitt 3.1 beschriebene Theorie werden Variationen atmosphärischer Parameter im Raum und nicht in der Zeit charakterisiert. Mit den Höhenprofilen des Wind-Temperatur-RADAR können Variationen entlang der Vertikalen beobachtet werden, und dadurch der longitudinale Strukturparameter des Vertikalwinds bestimmt werden. Wegen des zu erwartenden vertikalen Gradienten dieses Strukturparameters müßte eine sehr feine Höhenauflösung gewählt werden, um in einem näherungsweise homogenen Bereich mehrere Meßwerte zu erhalten. Dies wäre interessant, da es in einem Höhenbereich, in dem die Isotropie nicht mehr unmittelbar durch die Bodennähe gestört wird, nur wenige Verfahren gibt, um vergleichbare Messungen zu gewinnen. Zusammen mit den unten beschriebenen Verfahren zur Bestimmung des transversalen Strukturparameters könnte dadurch die Störung der Isotropie durch verschiedene Mechanismen der Turbulenzproduktion untersucht werden.

Für die Untersuchung in Kapitel 4 ist vor allem der transversale Strukturparameter des Vertikalwinds von Bedeutung. Um diesen aus den Zeitreihen des Vertikalwinds bestimmen zu können, die in einer zeitlichen Auflösung von 10 s vorliegen, müssen die Zeitreihen zunächst in Ortsreihen gewandelt werden. Dazu wird angenommen, daß die turbulente Strömung des Winds stationär ist (d. h. die zeitliche Ableitungen des Strömungsfeldes in einem Koordinatensystem, das mit dem Horizontalwind bewegt wird, verschwindet), während sie vom Horizontalwind vorbeigetragen wird (Taylor-Hypothese, Stull, 1988). Die Meßwerte, die zu den Zeitpunkten  $t_i$  gemessen wurden, werden den Orten  $x_i = t_i \langle u \rangle$  zugeordnet.

Bei dem ersten Verfahren, dem 'spektralen' Verfahren, wird das Vertikalgeschwindigkeitsspektrum aus der Ortsreihe berechnet, und der Strukturparameter wird durch Anpassung des  $K^{-5/3}$ -Gesetzes gewonnen (Abschnitt 3.2.1). Bei dem zweiten Verfahren, dem 'direkten' Verfahren, wird die Strukturfunktion aus Ortsreihen berechnet, und der Strukturparameter wird durch Anpassung des  $\xi^{2/3}$ -Gesetzes gewonnen (Abschnitt 3.2.2). Beide 'Zeitreihenverfahren' haben folgende Nachteile:

- Um statistisch signifikante Empfangsspektren zu erhalten, müssen die Empfangsspektren wenigstens einige Sekunden lang gemittelt werden. Dadurch ist die zeitliche Auflösung begrenzt. Sie reicht nur unter stark konvektiven Bedingungen, um einen Teil des Inertialbereichs auflösen zu können.
- Im Doppler-Beam-Swinging-Modus ist die zeitliche Auflösung noch schlechter.

- Beide Verfahren beruhen auf der Taylor-Hypothese. Auswirkung des Zerfallens von turbulenten Strukturen (nicht-Stationarität des Strömungsfeldes) sind schwer abzuschätzen.
- Die Auswirkungen von Ausreißern und des Medianfilters, der in Abschnitt 1.4.5 beschrieben wurde, sind schwer abzuschätzen. Daher können beide Verfahren nur bei sehr hoher Datenqualität durchgeführt werden.
- Die Ensemblemittelung in der Definition der Kovarianzfunktion muß durch eine zeitliche Mittelung (Ergoden-Hypothese) ersetzt werden. Um genügend statistische Sicherheit zu erhalten (siehe Abschnitt 3.2.1.3), muß unter ungünstigen Umständen länger gemittelt werden, als die Stationarität der Turbulenz erlaubt.

Bei dem dritten Verfahren, dem 'Peakbreitenverfahren', wird die Doppler-Verbreiterung der Peaks in den Empfangsspektren verwendet (Abschnitt 3.2.3). Für diese Verfahren sind kleinere Skalen des Turbulenzspektrums relevant als bei den Zeitreihenverfahren. Dadurch ist das Peakbreitenverfahren in der Regel bei niedrigerer Turbulenzintensität geeignet. Mit den Verbreiterungen der RASS-Peaks werden signifikant kleinere Werte des Strukturparameters gefunden, als mit den der Clear-Air-Peaks. Ob die Verbreiterungen der RASS- oder der Clear-Air-Peaks die richtigen Werte des Strukturparameters liefern, soll durch den Vergleich mit den Ergebnissen der Zeitreihenverfahren herausgefunden werden. Diese Vergleiche müssen bei starker Turbulenz durchgeführt werden, wenn die Turbulenzintensität im Inertialbereich mit allen drei Verfahren bestimmt werden kann. Unter weniger turbulenten Bedingungen soll dann das dritte Verfahren eingesetzt werden.

### 3.2.1 Bestimmung des Strukturparameters aus Vertikalgeschwindigkeitsspektren

Zur Bestimmung von Spektren aus Zeitreihen der Vertikalgeschwindigkeit müssen die Zeitreihen zunächst, so gut es geht, von Ausreißern befreit werden. Dazu wurde ein Medianfilter (siehe Abschnitt 1.4.5) eingesetzt. Es wurde ein Toleranzradius von 2,5 m/s und einen Referenzbereich mit einem zeitlichen Durchmesser von 190 s und einer vertikalen Ausdehnung von einer Meßhöhe gewählt. Anhand von Zeitreihen der Meßhöhe 500 m, bei der in den RASS-Daten keine Fehler auftreten, wurde untersucht, wie klein der Toleranzradius gewählt werden darf, ohne daß die Spektren durch die Filterung merklich unterschätzt werden. Dabei ergab sich ein Wert von 2 m/s. Da für die Berechnung von Spektren äquidistante Zeitreihen benötigt werden, werden Ausreißer nicht einfach entfernt, sondern durch den Median der Werte des Referenzbereichs ersetzt. Dadurch ergibt sich eine kleine Unterschätzung der Spektren, die aber viel kleiner ist als die Überschätzung, die durch einen nicht ersetzten Ausreißer verursacht wird.

Bei der Plausibilitätskontrolle der Zeitreihen ist es hilfreich, daß die Variationen der Schallgeschwindigkeit zum Großteil durch Variationen der Windgeschwindigkeit und nur zu einem kleinen Teil durch Variationen der Temperatur verursacht werden. Bei einem nach oben gerichteten fühlbaren Wärmestrom sollten die Variationen der vertikalen Schallgeschwindigkeit ausgeprägter sein als die

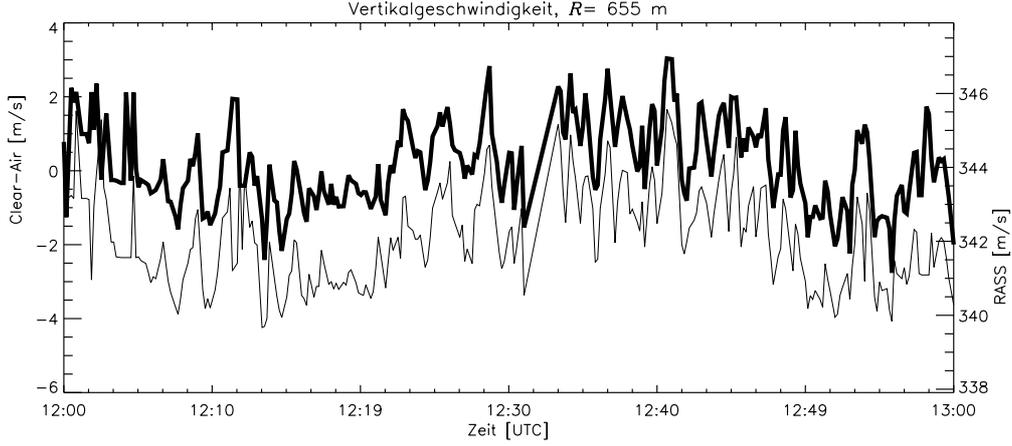


Abbildung 3.3: Zeitreihe von Vertikalgeschwindigkeitsmeßwerten in einer Höhe von 655 m (Clear-Air fett, RASS dünn). Die Variationen stimmen weitgehend überein.

der vertikalen Windgeschwindigkeit. Dieser Unterschied ist jedoch bei den hier verwendeten Daten deutlich kleiner als die Variationen der jeweiligen Vertikalgeschwindigkeiten selbst, wodurch die Variationen der Clear-Air-Zeitreihen und der RASS-Zeitreihen bei atmosphärischem Signal gut übereinstimmen (siehe Abbildung 3.3). Diese Tatsache kann sowohl zur visuellen als auch zur automatischen Kontrolle der Daten genutzt werden.

Zur Berechnung der Vertikalgeschwindigkeitsspektren aus Meßwerten, die in einem regelmäßigen zeitlichen Raster vorliegen, müssen (3.1) und (3.2) diskretisiert werden:

$$S_w(\kappa \Delta K) = \gamma(\kappa) \frac{1}{\Delta K} \frac{1}{N} \sum_{\zeta=0}^{N/2} \gamma(\zeta) \text{Kov}_w(\zeta) \cos\left(\frac{2\pi}{N} \kappa \zeta\right) \quad (3.20)$$

$$\text{mit } \text{Kov}_w(\zeta) = \frac{1}{MN} \sum_{\eta=0}^{MN-1} w((\eta + \zeta)u \Delta t) w(\eta u \Delta t)$$

$$\text{und } \gamma(\zeta) = \begin{cases} 1 & \text{für } \zeta = 0, N/2 \\ 2 & \text{für } \zeta = 1, \dots, N/2 - 1 \end{cases}$$

Dabei sind  $w(\eta u \Delta t)$ ,  $\eta = 0, \dots, NM - 1 + N/2$  die diskreten Meßwerte der Vertikalgeschwindigkeit, die bei einer Abtastrate von  $\Delta t$  den Orten  $\eta u \Delta t$  zugeordnet werden. Zusammen mit der Hilfsfunktion  $\gamma(\zeta)$  kann (3.20) wegen der Symmetrie von  $\text{Kov}_w(\zeta)$  in die Exponential-Form der diskreten Fourier-Transformation umgeschrieben werden (siehe (3.22)):

$$S_w(\kappa \Delta K) = \gamma(\kappa) \frac{1}{\Delta K} \frac{1}{N} \sum_{\zeta=0}^{N-1} \text{Kov}_w(\zeta) e^{i \frac{2\pi}{N} \kappa \zeta} \quad (3.21)$$

$N$  ist die bei der Transformation (FFT) verwendete Punktezahl. Aus der für ein Spektrum abgetasteten Strecke  $N u \Delta t$ , ergibt sich der Abstand  $\Delta K = 2\pi/N u \Delta t$  der Stützstellen des berechneten Vertikalgeschwindigkeitsspektrums  $S_w(\kappa \Delta K)$ .

Die richtige Wahl der Vorfaktoren in (3.20) kann überprüft werden, indem berechnet wird, ob das Integral des Vertikalgeschwindigkeitsspektrums  $S_w(\kappa \Delta K)$ , wie (3.4) erwarten läßt, mit der Varianz übereinstimmt.

$$\int_0^{K_{\text{ny}}} dK S_w(K) = \sum_{\kappa=0}^{N/2} \Delta K S_w(\kappa \Delta K) = \dots = \frac{1}{MN} \sum_{\eta=0}^{MN-1} w_{\eta}^2 = \sigma_w^2$$

Die Integration erstreckt sich nur von 0 bis zur Nyquist-Wellenzahl  $K_{\text{ny}}$ , da die Wellenzahlen oberhalb der Nyquist-Wellenzahl durch die Volumenmittelung wirkungsvoll gedämpft werden (siehe Abschnitt 3.2.1.1). Bei den Umformungen wird verwendet, daß bei einer symmetrischen Funktion  $F(\zeta)$

$$\sum_{\zeta=0}^{N/2} \gamma(\zeta) F(\zeta) = \sum_{\zeta=-N/2}^{N/2-1} F(\zeta), \quad (3.22)$$

ist, und daß  $\sum_{\kappa=-N/2}^{N/2-1} \cos(\frac{2\pi}{N}\kappa\zeta) = N\delta(\zeta)$  die Deltafunktion ergibt.

In der Praxis ergeben sich sehr ähnliche Spektren, wenn sie nach demselben Verfahren wie bei der Empfangssignalauswertung (siehe Abschnitt 1.4.2) gebildet werden. Dann entspricht  $M$  der Zahl der gemittelten Leistungsspektren. Bei einer gegebenen Anzahl von Meßwerten ist das Produkt  $MN$  konstant. Daher wird die spektrale Auflösung größer, je mehr Spektren gemittelt werden. Beide Arten, Spektren zu bilden, stimmen mathematisch nur überein, wenn die FFT-Punktezahl  $N$  groß ist. Um repräsentative Vertikalgeschwindigkeitsspektren zu erhalten, wird  $N = 32$  oder  $N = 64$  gewählt. Die Verfahren liefern trotzdem ähnliche Ergebnisse. Bei der Auswertung wurden die Vertikalgeschwindigkeitsspektren nach (3.20) gebildet.

### 3.2.1.1 Dämpfung der Vertikalgeschwindigkeitsspektren durch die Volumenmittelung

Jeder Radialgeschwindigkeitsmeßwert des Wind-Temperatur-RADAR stellt einen Volumenmittelwert dar. Um die Dämpfung der Spektren der Vertikalgeschwindigkeit durch die Volumenmittelung zu berechnen, muß diese in verallgemeinerter Form geschrieben werden:

$$v_{i,\text{av}}(\mathbf{r}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r}' V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) v_i(\mathbf{r}') \quad (3.23)$$

$v_i(\mathbf{r})$  ist die  $i$ -te Komponente der Windgeschwindigkeit am Ort  $\mathbf{r}$ .  $v_{i,\text{av}}(\mathbf{r})$  ist der Volumen-gemittelte Meßwert des Wind-Temperatur-RADAR's, wobei  $\mathbf{r}$  hier der Schwerpunkt des Meßvolumens ist. Das

Meßvolumen wird durch die Gewichtsfunktion  $V$  charakterisiert, die so normiert werden muß, daß

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{r}' V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = 1 \quad (3.24)$$

gilt.

Entsprechend (3.11) ergibt sich der Kovarianztensor der volumengemittelten Windgeschwindigkeit;

$$R_{ij,av}(\boldsymbol{\xi}) = \left\langle \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{r}' V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{r}'' V(\mathbf{r}'' - \mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}) v_i(\mathbf{r}') v_j(\mathbf{r}'') \right\rangle$$

Man muß sich vorstellen, daß  $v_{i,av}(\mathbf{r})$  im Raum erfaßt werden könnte, wozu der Schwerpunkt des Meßvolumens  $\mathbf{r}$  einen Raumbereich abtasten müßte. Durch Einsetzen in die Definition (3.12) und einige Substitutionen der Integrationsvariablen ergibt sich in Übereinstimmung mit (Srivastave und Atlas, 1974) der Tensor des Spektrums der Volumen-gemittelten Windgeschwindigkeit:

$$\Phi_{ij,av}(\mathbf{K}) = \Phi_{ij}(\mathbf{K}) |F(\mathbf{K})|^2 \quad (3.25)$$

$$\text{mit } F(\mathbf{K}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3 \mathbf{r} V(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}} \quad (3.26)$$

Die Funktion  $|F(\mathbf{K})|^2$  wirkt wie ein Tiefpassfilter. Sie dämpft  $\Phi_{ij}$  im Bereich kleiner Wellenlängen ( $|\mathbf{K}|$  groß), und beläßt, wie zu erwarten ist, im Bereich großer Wellenlängen  $\Phi_{ij,av}(\mathbf{K}) \simeq \Phi_{ij}(\mathbf{K})$ , da  $|F(\mathbf{K})|^2$  für betragsmäßig kleine Werte von  $\mathbf{K}$  wegen der Normierung (3.24) gegen 1 strebt.

Die Volumengewichtsfunktion ist das Faltungsprodukt der Gewichtsfunktion  $V_R(\mathbf{r})$ , die das RADAR-Meßvolumen beschreibt, und einer Funktion  $V_T(\mathbf{r})$ , die die horizontale Verbreiterung des Meßvolumens beschreibt, die dadurch zustande kommt, daß der Wind während der Zeit  $\Delta t$  (im allgemeinen 10 s), in der die Empfangsspektren gemittelt werden, eine Luftmasse der horizontalen Ausdehnung  $u \Delta t$  durch das RADAR-Meßvolumen hindurch trägt.

Das RADAR-Meßvolumen wird durch das Produkt der Antennencharakteristiken von Sende- und Empfangsantenne und der Höhengewichtsfunktion beschrieben. Die Faktoren werden hier wie in der Arbeit von Frisch und Clifford (1974) durch Gauß-Funktionen genähert. Dies ist trotz der rechteckigen Antennen-Aperturen und den daraus resultierenden sinc-förmigen Charakteristiken sinnvoll, da in die Berechnung das Produkt von Sende- und Empfangscharakteristik eingeht.  $\text{sinc}^2$  wird durch die Gauß-Funktion in dem Bereich, in dem der Großteil der Leistung enthalten ist, gut genähert.

$$V_R(\mathbf{r}) \sim e^{-\frac{(x_1^2 + x_2^2)}{2\sigma_b^2} - \frac{x_3^2}{2\sigma_{rg}^2}} \quad (3.27)$$

Dazu werden die Breite  $\sigma_b$  und Tiefe  $\sigma_{rg}$  des Meßvolumens verwendet, die in den Abschnitten 1.9 beziehungsweise 1.6 bestimmt wurden.

Die 'Mittelungszeitverbreiterung'  $V_T(\mathbf{r})$ , kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$V_T(\mathbf{r}) \sim h \delta(x_2) \delta(x_3) \quad (3.28)$$

$$\text{wobei } h = \begin{cases} 1 & \text{wenn } |x_1| < u \Delta t/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Faltung der Funktionen (3.27) und (3.28) ergibt im  $\mathbf{K}$ -Raum das folgende Produkt (Bronstein und Semendjajew, 1985):

$$|F(\mathbf{K})|^2 = \text{sinc}^2(K_1 u \Delta t/2) e^{-(K_1^2 + K_2^2)\sigma_b^2 - K_3^2\sigma_{rg}^2} \quad (3.29)$$

Das durch die Volumenmittelung gedämpfte eindimensionale Vertikalgeschwindigkeitsspektrum kann durch Einsetzen von (3.25) in (3.15) berechnet werden:

$$\begin{aligned} S_{w,av}(K_1) &= 2 \iint_{-\infty}^{\infty} dK_2 dK_3 \Phi_{33}(\mathbf{K}) |F(\mathbf{K})|^2 \\ &= 2 \text{sinc}^2(K_1 u \Delta t/2) e^{-K_1^2\sigma_b^2} \iint_{-\infty}^{\infty} dK_2 dK_3 \Phi_{33}(\mathbf{K}) e^{-k_2^2\sigma_b^2 - K_3^2\sigma_{rg}^2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

In Abbildung 3.4 ist die Übertragungsfunktion  $\alpha_{av} = S_{w,av}(K_1)/S_w(K_1)$  dargestellt. Das Integral in (3.30) wurde numerisch berechnet. Für den Nenner der Übertragungsfunktion  $S_w(K_1)$  wurde (3.5) und für  $\Phi_{33}(\mathbf{K})$  wurde (3.19) eingesetzt. Bei niedriger Horizontalwindgeschwindigkeit und bei großem Strahldurchmesser (großer Meßhöhe) gewinnt die Volumenmittelung bereits bei Frequenzen unterhalb der Nyquist-Frequenz an Bedeutung.

Bei Frequenzen oberhalb der Nyquist-Frequenz wird das Vertikalgeschwindigkeitsspektrum stark gedämpft. Dadurch wird eine Störung der abgetasteten Spektren durch Spiegelfrequenzen (englisch aliasing) effektiv unterdrückt. Wenn die atmosphärischen Spektren in diesem Frequenzbereich mit  $f^{-5/3}$  abfallen, so kann die Verfälschung der berechneten Strukturparameterprofile vernachlässigt werden.

Bei niedrigen Frequenzen stimmen die aus dem dreidimensionalen Vertikalgeschwindigkeitsspektrum gewonnenen Werte  $S_{w,av}(K_1)$  gut mit den Werten des eindimensionalen Spektrums (3.5) überein. Durch diese Übereinstimmung werden die Berechnungen in Abschnitt 3.1.2 bestätigt.

Wie auch in den folgenden Beispielen wird als Abszisse statt der Wellenzahl die Frequenz verwendet, die mit Hilfe der Taylor-Hypothese umgerechnet werden kann:

$$K = \frac{2\pi f}{u} \quad (3.31)$$

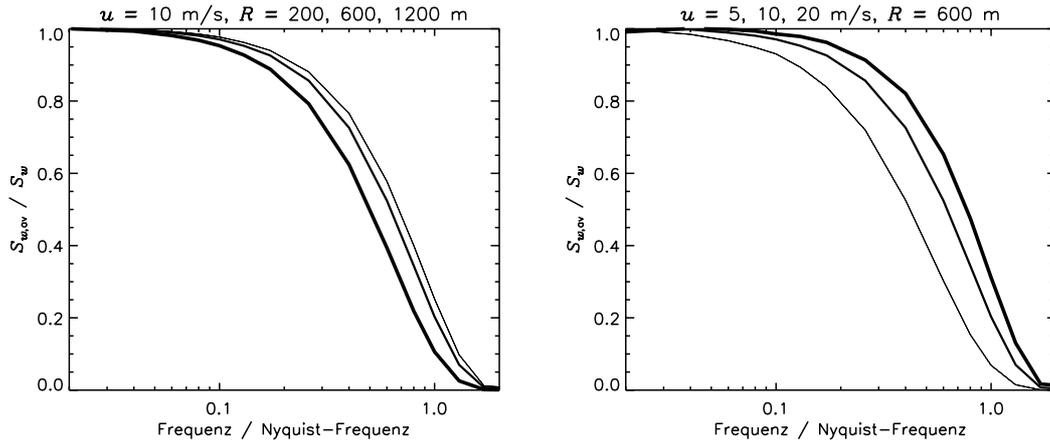


Abbildung 3.4: Übertragungsfunktion  $\alpha_{av} = S_{w,av}/S_w$  der durch Volumenmittelung gedämpften Vertikalgeschwindigkeitsspektren für einige Meßhöhen, wodurch  $\sigma_b$  verschiedene Werte annimmt (links), und für verschiedene Windstärken  $u$  (rechts). Die Strichstärke nimmt mit wachsenden Werten von  $\sigma_b$  beziehungsweise  $u$  zu.

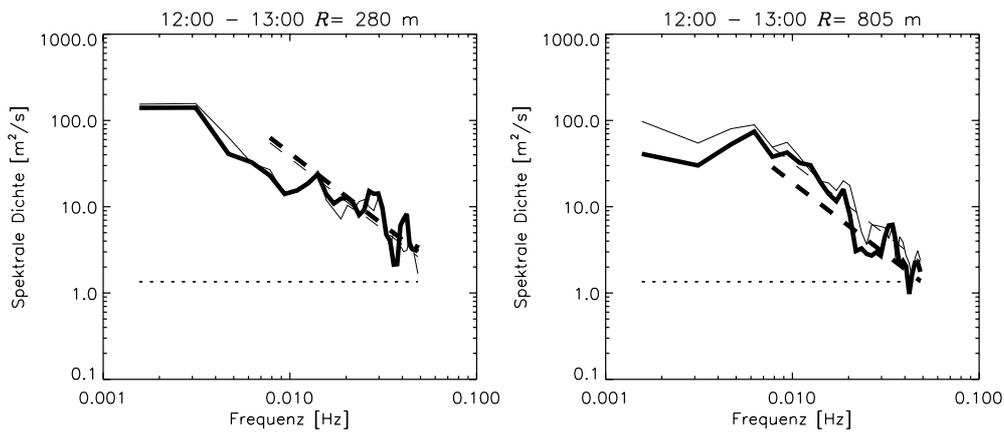


Abbildung 3.5: Vertikalgeschwindigkeitsspektren, links 280 m ( $u \simeq 6$  m/s) und rechts 805 m über Grund ( $u \simeq 7$  m/s), die am 26.7.1995 in Hamburg gemessen wurden (Clear-Air fett, RASS dünn). Die gestrichelten Linien stellen den an die abgetasteten Spektren angepaßten theoretischen Verlauf  $C_w^2 \beta (\Delta K \kappa)^{-5/3} \alpha_{av}$  dar. Die waagrecht gepunktete Linie stellt den Rauschuntergrund dar (ungefähr), der durch den Fehler (3.33) verursacht wird.

### 3.2.1.2 Beispiel

In Abbildung 3.5 sind zwei Vertikalgeschwindigkeitsspektren dargestellt, die mit Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen des Wind-Temperatur-RADAR bei einer Abtastrate  $\Delta t = 10$  s gemessen wurden. Die Vertikalgeschwindigkeitsspektren, die mit dem Clear-Air-Kanal und mit dem RASS-Kanal gemessen wurden, stimmen gut überein. Im Frequenzbereich zwischen 0,015 und 0,03 liegt bei bei-

den Meßhöhen ein  $f^{-5/3}$ -Verlauf vor. Die Dämpfung bei Frequenzen nahe der Nyquist-Frequenz (0,05 Hz) ist durch den statistischen Meßfehler (gepunktete Linie, s. u.) verdeckt. Ein leichter Abfall der Leistung zur Energielücke hin ist bei der unteren Meßhöhe bei 0,015 Hz ( $K = 2\pi/400$  m) und bei der oberen Meßhöhe bei 0,008 Hz ( $K = 2\pi/1000$  m) zu erkennen.

Der Strukturparameter  $C_w^2$  wurde bestimmt, indem das Kolmogorov-Spektrum (siehe (3.5) und (3.10))

$$S_w(\kappa \Delta K) = C_w^2 \beta (\kappa \Delta K)^{-5/3} \alpha_{av}(K) \quad (3.32)$$

an das gemessene und mit (3.20) bestimmte Vertikalgeschwindigkeitsspektrum angepaßt wurde. Durch die Übertragungsfunktion  $\alpha_{av}(K) = S_{w,av}/S_w$  wird die Dämpfung des Spektrums durch die Volumenmittelung berücksichtigt.

Der zur Anpassung geeignete Bereich  $[K_{fit0}, K_{fit1}]$  muß nach den folgenden Kriterien eingestellt werden:

- Der Bereich muß im Inertialbereich liegen ( $K_{fit0} > 2\pi/L_0$ ). Um dies sicherzustellen, muß in den Spektren ein Bereich identifiziert werden, der dem  $K^{-5/3}$ -Gesetz folgt.
- Die rechte Bereichsgrenze muß bei einer Wellenzahl liegen, bei der das Spektrum im Vergleich zum Fehler (3.33) groß ist.
- Je größer der Bereich ist, desto kleiner wird der statistische Fehler der bestimmten Strukturparameter (s.u.).

Bei den Meßbeispielen, die in diesem Kapitel vorgestellt werden, wurde zur Anpassung der Frequenzbereich zwischen 0,015 und 0,03 Hz verwendet.

### 3.2.1.3 Meßfehler bei der Bestimmung der Vertikalgeschwindigkeitsspektren

Durch den statistischen Meßfehler der Radialgeschwindigkeitsmessungen  $\text{std}(v_p)$  (siehe Abschnitt 2.4.2) werden die Vertikalgeschwindigkeitsspektren überschätzt. Nimmt man an, daß sich die Varianz des Meßfehlers  $\text{std}^2(v_p)$  gleichmäßig auf den Frequenzbereich zwischen 0 Hz und der Nyquist-Wellenzahl  $K_{ny}$  verteilt, dann ist die Varianz des Fehlers einer Spektrallinie

$$S_+ = \frac{\Delta t u}{\pi} \text{std}^2(v_p) . \quad (3.33)$$

Dieser Fehler erscheint als Rauschuntergrund in den bestimmten Vertikalgeschwindigkeitsspektren, und ist vor allem bei hohen Frequenzen zu erkennen, bei denen der atmosphärische Beitrag der Vertikalgeschwindigkeitsspektren klein ist. Dieser Rauschuntergrund ist am deutlichsten zu erkennen, wenn eine kurze Spektrenmittelungszeit gewählt wird. Er stimmt dann gut überein mit den in

Abschnitt 2.4.2 gefundenen Werten des statistischen Meßfehler der Radialgeschwindigkeitsmessungen  $\text{std}(v_p)$ . Die Größe dieses Fehlers ist in den Beispielspektren in Abbildung 3.5 als gestrichelte horizontale Linie eingezeichnet. Für die zur Ableitung von  $\text{std}(v_p)$  mit Hilfe von Abbildung 2.6 benötigte Peakbreite  $\sigma_{p0}$  wurde ein Mittelwert der gemessenen Peakbreiten eingesetzt.

Der statistische Fehler der Vertikalgeschwindigkeitsspektren, der sich daraus ergibt, daß die Stationarität der Atmosphäre keine beliebig lange Mittelung  $T_{AV}$  erlaubt ( $< 2$  h), wurde mit Hilfe der Annahme abgeschätzt, daß die Leistungen von ungemittelten Vertikalgeschwindigkeitsspektren genauso wie die der Clear-Air-Empfangsspektren exponentialverteilt sind (siehe Abschnitt 2.1.1). Der Mittelwert von  $M$  ungemittelten Vertikalgeschwindigkeitsspektren hat die Standardabweichung  $\text{std}(S_w(K)) = \langle S_w(K) \rangle / \sqrt{M}$  (Marshall und Hitchfeld, 1953). Da die Zahl der Meßwerte  $NM$  vorgegeben ist, wird der statistische Meßfehler kleiner, je kleiner die Zahl der FFT-Punkte  $N$  ist. Auf der anderen Seite muß  $N$  so groß sein, daß der für die Anpassung des  $K^{-5/3}$ -Gesetzes geeignete Wellenzahlbereich aufgelöst werden kann. Wählt man  $N$  gerade so, daß  $\Delta K_{\text{fit}} = K_{\text{fit1}} - k_{\text{fit0}}$  ist, so ergibt sich ein relativer Meßfehler von:

$$\text{std}(S_w(K)) = \langle S_w(K) \rangle \sqrt{\frac{2\pi}{T_{AV} u \Delta K_{\text{fit}}}} \quad (3.34)$$

Er liegt bei einer Mittelungszeit von einer Stunde typischerweise zwischen 10 und 20 %. Da  $C_w^2$  proportional zum Vertikalgeschwindigkeitsspektrum ist, haben die berechneten Werte von  $C_w^2$  den gleichen relativen statistischen Fehler. Der gleiche Fehler ergibt sich, wenn die Spektren mit einer feineren Frequenzauflösung berechnet werden, und dafür mehrere Spektrallinien für die Anpassung verwendet werden.

### 3.2.2 Bestimmung des Strukturparameters aus der Strukturfunktion

Das in diesem Abschnitt beschriebene direkte Verfahren ist im Vergleich zu dem im letzten Abschnitt beschriebenen spektralen Verfahren einfacher, solange die Volumenmittelung nicht berücksichtigt wird. Es kann daher verwendet werden, um das spektrale Verfahren zu überprüfen. Um jedoch die Volumenmittelung zu berücksichtigen, müßte die Ortsreihe entfaltet werden. Das heißt, die Mittelung (3.23) müßte rückgängig gemacht werden. Damit auch die Glättung auf Grund der vertikalen Ausdehnung des Meßvolumens berücksichtigt wird, müßte zum Entfalten eine der Übertragungsfunktion (3.4) entsprechende Funktion hergeleitet werden. Das wurde hier nicht gemacht. Das Verfahren wird trotzdem beschrieben, weil es weniger empfindlich gegen Ausreißer ist als das spektrale Verfahren, und daher in Situationen Vorteile bietet, in denen die Volumenmittelung nicht berücksichtigt werden muß.

Aus Zeitreihen  $w(\eta u \Delta t)$ , die genauso gefiltert werden wie beim spektralen Verfahren, wird die Strukturfunktion mit Hilfe der Ergoden-Hypothese berechnet:

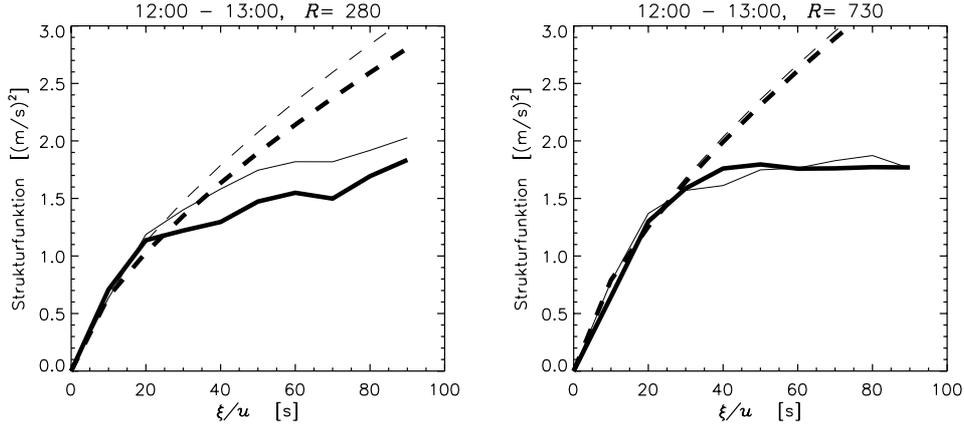


Abbildung 3.6: Strukturfunktion des Vertikalwinds bei 280 und 730 m über Grund (Clear-Air fett, RASS dünn). Die gestrichelten Linien stellen die  $(\xi/u)^{2/3}$ -Kurven dar, die im Intervall  $[10, 30]$  s an die beiden Funktionen angepaßt wurden. Sonst siehe Abbildung 3.5.

$$D_w(\zeta u \Delta t) = \sum_{\eta=0}^{MN-1} \frac{|w((\eta + \zeta)u \Delta t) - w(\eta u \Delta t)|^2}{MN} \quad (3.35)$$

In Abbildung 3.6 sind zwei Strukturfunktionen dargestellt, die mit Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen des Wind-Temperatur-RADAR bestimmt wurden. Wieder stimmen die Strukturfunktionen, die mit dem Clear-Air-Kanal und mit dem RASS-Kanal bestimmt wurden, gut überein. Bei Versätzen kleiner 300 m liegt ein  $\xi^{2/3}$ -Verlauf vor. Bei Versätzen  $\xi$  oberhalb der Grenze  $L_0$  des Inertialbereichs konvergiert die Strukturfunktion gegen  $2\sigma_w$ . Da die Grenze  $L_0$  des Inertialbereichs im allgemeinen eher fließend verläuft, fällt die Strukturfunktion bereits links von  $L_0$  unter  $C_w^2 \xi^{2/3}$  ab. Die Werte bei kleinen Versätzen  $\xi$  werden durch die Volumenmittelung unterschätzt, und durch den Meßfehler  $\sigma_{\delta w}$  (siehe Abbildung 2.6) überschätzt.

Um den Strukturparameter zu bestimmen, muß (3.9) an die mit (3.35) berechnete Strukturfunktion angepaßt werden:

$$D_w(\zeta u \Delta t) = C_w^2 (\zeta u \Delta t)^{2/3} \quad (3.36)$$

Der Bereich  $[\xi_{\text{fit0}}, \xi_{\text{fit1}}]$  für die Anpassung wird nach den folgenden Kriterien gewählt:

- $\xi_{\text{fit1}}$  muß deutlich unterhalb von  $L_0$  liegen.
- $\xi_{\text{fit0}} > \sigma_b$ , da die Strukturfunktion bei kleineren Versätzen durch die Volumenmittelung unterschätzt wird.

Oft bleibt nach diesen Kriterien kein Bereich zur Anpassung übrig. Im allgemeinen wird der Struk-

turparameter durch dieses Verfahren unterschätzt, weil die Verletzung beider Kriterien zu einer Unterschätzung führt.

### 3.2.3 Bestimmung des Strukturparameters aus den Doppler-Verbreiterungen der Empfangspeaks

Bei dem Peakbreitenverfahren wird  $C_w^2$  aus der Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten innerhalb des Meßvolumen bestimmt. Es wird also im Vergleich zu den vorher beschriebenen Verfahren ein kleinskaligerer Bereich des Vertikalgeschwindigkeitsspektrums zu Berechnung von  $C_w^2$  verwendet. Dadurch kann das Verfahren bei Wetterlagen eingesetzt werden, bei denen die Grenze  $L_0$  zwischen Produktionsbereich und Inertialbereiche bei deutlich kleineren Werten liegt. Allerdings muß  $L_0$  größer sein als die größte Abmessung des Meßvolumens, sonst wird  $C_w^2$  auch bei diesem Verfahren unterschätzt.

#### 3.2.3.1 Beiträge zur Peakbreite

Die Varianz  $\sigma_{\text{vol}}^2$  der Vertikalgeschwindigkeiten innerhalb des Meßvolumen wird aus der Breite  $\sigma_p$  der Peaks der Empfangsspektren berechnet, die durch die Momenteschätzung gewonnen wird. Zur Breite der Peaks tragen außer  $\sigma_{\text{vol}}$  noch einer Reihe von Verbreiterungsmechanismen bei, deren Beiträge im folgenden beschrieben werden:

$\sigma_{\text{FFT}}$  Verbreiterung, die durch das FFT-Fenster verursacht wird. Sie hat bei dem üblicherweise verwendeten Gauß-Fenster die Breite

$$\sigma_{\text{FFT}} = \frac{c}{2 f_t} \frac{\Delta f}{\sqrt{2} 2\pi}$$

wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $f_t$  die Sendefrequenz sind. (siehe Abschnitt 1.4.2).  $\sigma_{\text{FFT}}$  kann verringert werden, indem die Zahl der FFT-Punkte bei konstanter Abtastfrequenz und damit die spektrale Auflösung erhöht wird.

$\sigma_{\text{hrz}}$  Durch den Öffnungswinkel des RADAR-Strahls überlagern sich im Doppler-Spektrum Radialgeschwindigkeiten von Teilstrahlen, die unterschiedliche Winkel zum Horizontalwind einschließen. Dadurch addiert sich ein kleiner Anteil  $u \sin(\theta)$  der Horizontalwindgeschwindigkeit zur Radialgeschwindigkeit entlang der Hauptstrahlrichtung. Dabei ist  $\theta$  die Abweichung von der mittleren Strahlrichtung in der Ebene, die durch die Hauptstrahlrichtung und den Windvektor aufgespannt wird. Die Doppler-Geschwindigkeiten  $u \sin(\theta)$  werden durch die Antennencharakteristik gewichtet. Dadurch ist

$$\sigma_{\text{hrz}} = u \sin(\sigma_\theta)$$

mit dem Öffnungswinkel (siehe Abschnitt 1.3)

$$\sigma_\theta = 1,69/\sqrt{N_b}$$

wobei  $N_b$  die Zahl der Antennen ist, die zur Bündelung beitragen (2 beim Clear-Air-Kanal, 3 beim RASS-Kanal)

$\sigma_{\text{grad}}$  Bei starken Gradienten der Vertikalgeschwindigkeit, die wegen der vertikalen Temperaturschichtung vor allem im RASS-Kanal beobachtet werden, ergibt sich durch die vertikale Änderung der Radialgeschwindigkeit  $V(R)$  innerhalb des Meßvolumens eine Verbreiterung

$$\sigma_{\text{grad}} = \left| \frac{\partial}{\partial R} V(R) \right| \sigma_{\text{rg}}$$

Dabei ist  $\sigma_{\text{rg}} = 0,58 \Delta R$  (Bauer, 1992).

$\sigma_{\text{intr}}$  Standardabweichung der Radialgeschwindigkeiten, die durch Bewegungen der Streukörper relativ zu der umgebenden Luft (intrinsische Bewegungen) verursacht wird. Dazu zählen Fallgeschwindigkeiten von Tröpfchen, oder vertikale Fluggeschwindigkeiten von Insekten.

$\sigma_{\text{brg}}$  Bragg-Verbreiterung der RASS-Spektren. Sie ergibt sich dadurch, daß ein Signal, das an einem Schallwellenzug reflektiert wird, der die Bragg-Bedingung erfüllt, nur so lange anhält, wie der Wellenzug benötigt, um das Meßvolumen zu durchqueren. Die Einhüllende der Empfangsamplitude hat dadurch die Breite  $\sqrt{2}\sigma_{\text{rg}}/c_a$ . Dabei ist  $c_a$  die Schallgeschwindigkeit und  $\sqrt{2}\sigma_{\text{rg}}$  die Tiefe des Meßvolumens. Der Faktor  $\sqrt{2}$  kommt daher, daß  $\sigma_{\text{rg}}$  die Tiefe des Meßvolumens bezüglich der Leistung und nicht der Amplitude ist. Diesem Zeitfenster entspricht, wie man durch Transformation einer Gauß-Kurve berechnen kann, ein Frequenzfenster der Breite  $\sigma_f = c_a/2\pi\sqrt{2}\sigma_{\text{rg}}$ . Folglich ergibt sich im Doppler-Spektrum ein Fenster der Breite:

$$\sigma_{\text{brg}} = \frac{c}{2f_t} \frac{c_a}{4\pi\sigma_{\text{rg}}} \simeq \frac{5,8}{\Delta R} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dabei muß  $\Delta R$  in m eingesetzt werden. Ein Faktor  $1/\sqrt{2}$  berücksichtigt den Übergang von der Amplitude zur Leistung. Diese Verbreiterung wurde von Peters et al. (1988) abgeleitet.

$\sigma_-$  Die in Abschnitt 2.4.3 beschriebene Unterschätzung der Peakbreiten.

$\sigma_{\text{rass}}$  Berücksichtigt die Tatsache, daß die RASS-Peaks schmäler sind, als die in diesem Abschnitt beschriebene Theorie erwarten läßt. Eine mögliche Erklärung für diese Beobachtung ist in Abschnitt 4.1.7 zu finden.

Die zusammengesetzte Breite  $\sigma_p$  ergibt sich aus der Summe der Varianzen der Beiträge, da sich die Verteilung der Empfangs-Peaks durch ein Faltungsprodukt aus den Verteilungen der einzelnen Beiträgen ergibt.

$$\left( \sigma_p + \sigma_- + \sigma_{\text{rass}} \right)^2 = \sigma_{\text{vol}}^2 + \sigma_{\text{FFT}}^2 + \sigma_{\text{hrz}}^2 + \sigma_{\text{grad}}^2 + \sigma_{\text{intr}}^2 + \sigma_{\text{brg}}^2 \quad (3.37)$$

Um einen Eindruck von der Größe der Breitebeiträge zu gewinnen, wurden in Abbildung 3.7 Peakbreiten  $\sigma_p$ , die im September 1996 vorwiegend an den Wochenenden auf dem Gelände des Forschungszentrums gemessen wurden, über dem Betrag der Windgeschwindigkeit aufgetragen. Die

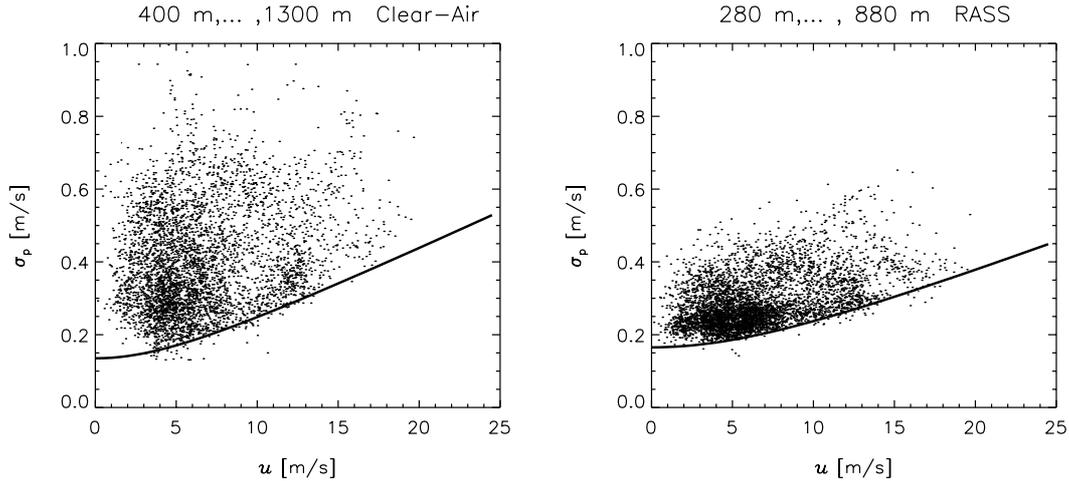


Abbildung 3.7: Peakbreiten als Funktion der Horizontalwindgeschwindigkeit  $u$  beim Clear-Air-Kanal (links) und beim RASS-Kanal (rechts). Karlsruhe 29.8. bis 24.9.1996.

durchgezogenen Linien stellt die Summe der Horizontalwindverbreiterung, der Transformationsverbreiterung und beim RASS der Bragg-Verbreiterung dar  $((\sigma_{\text{FFT}}^2 + \sigma_{\text{hrz}}^2 + \sigma_{\text{brg}}^2)^{1/2})$ . Daß diese Linie nur selten unterschritten wird, bestätigt, daß diese Verbreiterungen richtig abgeschätzt wurden. Für große Windgeschwindigkeiten steigt diese Linie proportional zu  $u \sigma_b$ . Bei kleinen Windgeschwindigkeiten nimmt sie den konstanten Wert  $\sigma_{\text{FFT}}$  beziehungsweise  $(\sigma_{\text{FFT}}^2 + \sigma_{\text{brg}}^2)^{1/2}$  an. Beim genauen Vergleich der beiden Abbildungen kann bestätigt werden, daß die Bragg-Verbreiterung nur beim RASS wirksam ist.

Es ist auch zu erkennen, daß die Breiten der Clear-Air-Peaks weiter über der durchgezogenen Linie liegen als die der RASS-Peaks. Da es während der Messung nicht geregnet hat, kann dies nicht auf unterschiedliche Fallgeschwindigkeiten von Tröpfchen zurückgeführt werden. Da die durchgezogene Linie von den RASS-Peaks nur sehr selten, und dann nur wenig, unterschritten wird, kann gefolgert werden, daß die Unterschätzung der Peakbreiten  $\sigma_-$  durch die Statistik der Empfangsleistungen nicht die Hauptursache für den Unterschied der Peakbreiten ist. Offensichtlich hat die Turbulenz eine stärkere Auswirkung auf die Breiten der Clear-Air- als auf die der RASS-Peaks.

### 3.2.3.2 Beitrag der Turbulenz zur Peakbreite

Die gesamte Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten setzt sich aus dem kleinskaligen Anteil  $\sigma_{\text{vol}}^2$  und dem großskaligen Anteil  $\sigma_{w,\text{av}}$  zusammen:

$$\sigma_w^2 = \sigma_{w,\text{av}}^2 + \langle \sigma_{\text{vol}}^2 \rangle \quad (3.38)$$

Dieser Zusammenhang wird wie bei Rogers und Tripp (1964) abgeleitet: Die Varianz  $\sigma_{\text{vol}}^2$  der Vertikalgeschwindigkeiten innerhalb des Meßvolumens kann mit Hilfe der Volumengewichtsfunktion  $V(\mathbf{r})$  geschrieben werden:

$$\sigma_{\text{vol}}^2 = \left( \frac{1}{V} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r} V(\mathbf{r}) w^2(\mathbf{r}) \right) - \left( \frac{1}{V} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r} V(\mathbf{r}) w(\mathbf{r}) \right)^2$$

durch den Übergang zum Ensemble-Mittelwert ergibt sich (3.38):

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{\text{vol}}^2 \rangle &= \underbrace{\left( \frac{1}{V} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r} V(\mathbf{r}) \langle w^2 \rangle \right)}_{= \langle w^2 \rangle - \langle w \rangle^2 = \sigma_w^2} - \langle w \rangle^2 \\ &\quad - \underbrace{\left\langle \left( \frac{1}{V} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r} V(\mathbf{r}) w \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left( \frac{1}{V} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r} V(\mathbf{r}) w \right) \right\rangle^2}_{= -\sigma_{w,\text{av}}^2} \end{aligned}$$

dabei wurden Volumen- und Ensemble-Mittelung vertauscht und eine 0 in Form des Ausdrucks  $-\langle w \rangle^2 + \langle \frac{1}{V} \int d^2\mathbf{r} V w \rangle^2$  addiert<sup>1</sup>. Im folgenden werden die Ensemble-Mittelwertklammern bei  $\sigma_{\text{vol}}$  weggelassen.

Mit Hilfe von (3.15), (3.25) und (3.38) ergibt sich die Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten im Meßvolumen:

$$\sigma_{\text{vol}}^2 = \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{K} \left( 1 - |F(\mathbf{K})|^2 \right) \Phi_{33}(\mathbf{K}) \quad (3.39)$$

$|F(\mathbf{K})|^2$  ist die Filterfunktion (3.29), die bereits verwendet wurde, um die Volumenmittelung in den Zeitreihen zu berücksichtigen. Dort wurde  $|F(\mathbf{K})|^2$  als Tiefpass verwendet, um den kleinskaligen Anteil des Vertikalgeschwindigkeitsspektrums herauszufiltern. Genau dieser kleinskalige Anteil wird durch den Hochpass  $(1 - |F(\mathbf{K})|^2)$  durchgelassen.

Für  $\Phi(K)$  kann im gesamten Integrationsbereich (3.19) eingesetzt werden, da der Hochpass  $(1 - |F(\mathbf{K})|^2)$  im langwelligen Bereich oberhalb des Inertialbereichs den gesamten Integranden zum verschwinden bringt (siehe (3.29)), und (3.19) im viskosen Bereich so klein ist, daß das Integral über diesen Bereich nicht ins Gewicht fällt.

Indem in dem Ausdruck (3.19) für  $\Phi(\mathbf{K})$  mit Hilfe von (3.10)  $A_w \varepsilon^{2/3}$  durch  $\beta C_w^2$  ersetzt wird, ergibt sich:

---

<sup>1</sup>Um Sicherheit zu gewinnen, welche Rechenregeln bei Ensemble-Mittelwerten verwendet werden dürfen, ist es hilfreich, diese durch eine Mittelung über ein im Vergleich zum Meßvolumen großes Volumen zu ersetzen. Dabei wird die Ergodizität vorausgesetzt, die bei den beschriebenen Messungen ohnehin vorausgesetzt werden muß.

$$\sigma_{\text{vol}}^2 = \frac{55}{24} \beta C_w^2 I \simeq 0,57 C_w^2 I \quad (3.40)$$

$$\text{mit } I = \frac{1}{4\pi} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{K} \left(1 - \frac{K_3^2}{K^2}\right) K^{-11/3} \cdot \left(1 - \text{sinc}^2(K_1 u \Delta t/2) e^{-(K_1^2 + K_2^2)\sigma_b^2 - K_3^2 \sigma_{\text{rg}}^2}\right) \quad (3.41)$$

Zur Berechnung des Strukturparameters kann (3.40) nach  $C_w^2$  aufgelöst werden.

### 3.2.3.3 Berechnung des Integrals über das dreidimensionale Vertikalgeschwindigkeitspektrum

Das Integral  $I$  konnte im allgemeinen nur numerisch berechnet werden. Die dreifache Integration verbraucht allerdings viel Rechenzeit, da der Integrand bei  $K = 0$  sehr rasch ansteigt und rechts vom Maximum langsam abfällt. Dadurch muß der Integrand bei sehr vielen Stützstellen berechnet werden. Um den Integrationsbereich und die Dichte der Stützstellen richtig wählen zu können, muß der Integrand bei verschiedenen Parametern  $u \Delta t$ ,  $\sigma_b$  und  $\sigma_{\text{rg}}$  untersucht werden. In Abbildung 3.8 ist der Verlauf des Integranden dargestellt. Bei der linken Abbildung wurde der Verlauf entlang einiger Ursprungsgeraden dargestellt, die entlang verschiedener Zenitwinkel  $\theta$  ausgerichtet sind ( $\theta = 0$  entspricht der Vertikalen). Der Azimutwinkel  $\varphi$  wurde parallel zum Horizontalwind gewählt. Um das bei der dreidimensionalen Integration maßgebliche Gewicht des Integranden wiederzugeben, wurde er mit der Kugeloberfläche  $4\pi K^2$  multipliziert. Es ist zu sehen, daß der Integrand im langwelligen Bereich in der Raumrichtung am größten ist, in der die Ausdehnung des Meßvolumens am größten ist. Entlang der Vertikalen ist der Integrand allerdings per Definition 0, auch wenn  $\sigma_{\text{rg}}$  groß ist. In der rechten Abbildung ist der Integrand entlang einer horizontalen Ursprungsgeraden bei verschiedenen Meßhöhen dargestellt, wodurch  $\sigma_b$  verschiedene Werte annimmt ( $u \Delta t = 0$ ,  $\varphi$  beliebig). Der Integrand hat rechts von  $2\pi/\sigma_b$  einen  $K^{-5/3}$ -Verlauf und links davon wird er durch  $(1 - |F|^2)$  gedämpft. Der größte Beitrag zum Integral kommt aus dem Wellenlängenbereich, der etwa der Größe des Meßvolumens entspricht.

Da  $I$  von der Strahlbreite  $\sigma_b$  und damit von der Meßhöhe und von der Horizontalwindgeschwindigkeit  $u$  abhängt, müßte  $I$  für jeden Wert des Strukturparameters neu berechnet werden, oder es müßte eine zweidimensionale Tabelle angelegt werden. Beides ist recht aufwendig. Um das Integral mit geringeren Aufwand in ausreichender Genauigkeit zu berechnen, wurden zwei spezielle Lösungen des Integrals verwendet, die im Fall  $u \Delta t = 0$  beziehungsweise  $\sigma_{\text{rg}} = \sigma_b = 0$  angegeben werden können.

Für den Fall  $u \Delta t = 0$  geben Frisch und Clifford (1974) eine analytische Lösung an, die mit Modifikationen von Labitt (1981) folgendermaßen lautet:

$$I_{\text{FC}}(\sigma_b, \sigma_{\text{rg}}) = \frac{3}{2}, \left(\frac{5}{3}\right) \delta^{2/3} \gamma^2 \quad \text{mit } u \Delta t = 0 \quad (3.42)$$

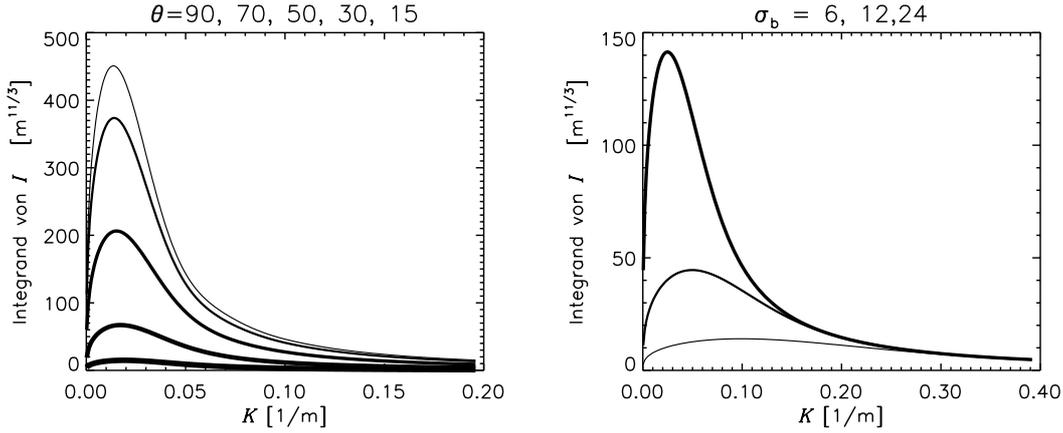


Abbildung 3.8: Integrand des Integrals  $I$  in (3.41) entlang verschiedener Ursprungsgeraden. Links:  $u \Delta t = 160 \text{ m}$ ,  $\varphi$  parallel zum Wind,  $\sigma_{\text{rg}} = 30 \text{ m}$ ,  $\sigma_{\text{b}} = 10 \text{ m}$ ,  $\theta$  siehe Überschrift, wobei die dünnste Linie der Horizontalen entspricht. Rechts:  $u \Delta t = 0 \text{ m}$ ,  $\sigma_{\text{b}} = 10 \text{ m}$ , bei verschiedenen Strahldurchmessern (siehe Überschrift), wobei die dünnste Linie der kleinsten Strahlbreite entspricht.

wobei für  $\delta$  die größere der beiden Abmessungen  $\sigma_{\text{rg}}$  und  $\sigma_{\text{b}}$  des Meßvolumens eingesetzt werden muß. Der Faktor  $\gamma^2 \simeq 1$  ist:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \sigma_{\text{b}} \\ h &= 1 - \left[ \frac{\sigma_{\text{rg}}}{\sigma_{\text{b}}} \right]^2 \\ \gamma^2 &= F\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, h\right) = 1 - \frac{h}{15} - \frac{h^2}{105} - \dots \end{aligned} \right\} \text{für } \sigma_{\text{rg}} \leq \sigma_{\text{b}}$$

beziehungsweise

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \sigma_{\text{rg}} \\ g &= 1 - \left[ \frac{\sigma_{\text{b}}}{\sigma_{\text{rg}}} \right]^2 \\ \gamma^2 &= F\left(-\frac{1}{3}, 2, \frac{5}{2}, g\right) = 1 - \frac{4g}{15} - \frac{8g^2}{105} - \dots \end{aligned} \right\} \text{für } \sigma_{\text{rg}} > \sigma_{\text{b}}$$

Dabei ist  $F$  die hypergeometrische Funktion. Sie kann als Reihe entwickelt werden (Bronstein und Semendjajew, 1985):

$$F(a, b, c, x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(a)_r (b)_r}{r! (c)_r} x^r$$

Dabei ist  $(a)_0 = 1$  und  $(a)_r = a(a+1) \cdots (a-1+r)$ .

Die Lösung (3.42) stimmt gut mit der numerisch berechneten Lösung überein. Im Falle  $\sigma_{\text{b}} < \sigma_{\text{rg}}$  muß die hypergeometrische Funktion allerdings bis zur 20. Ordnung berechnet werden, um eine Übereinstimmung von 5 % zu erreichen.

Für den Fall  $u \Delta t \neq 0$  schlagen Gossard et al. (1988) die folgende Erweiterung vor:

$$I_{\text{FCGS}} = I_{\text{FC}} + I_{\text{GS}} \quad (3.43)$$

$$\text{mit } I_{\text{GS}} = \int_{2\pi/\delta}^{2\pi/u\Delta t} dK A_E \varepsilon^{2/3} K^{-5/3} \quad (3.44)$$

wobei  $\delta$  wie in (3.42) definiert ist und  $I_{\text{GS}}$  nur berücksichtigt werden soll, wenn es positiv ist. Der Integrand in (3.44) mit  $A_E = \frac{55}{18}A_u = 1,59$  stellt das Spektrum der spezifischen kinetische Energie dar, das z. B. von Panofsky und Dutton (1984) definiert wird. Der Argumentation von Gossard et al. folgend, sollte statt dessen das Vertikalgeschwindigkeitsspektrum eingesetzt werden ( $A_w$  statt  $A_E$ , siehe (3.5)). Die Lösung (3.44) ist jedoch mit beiden Konstanten ungenau, da die sinc-Funktion durch die Integrationsgrenze bei  $2\pi/u\Delta t$  nur schlecht genähert wird. Die beste Übereinstimmung zur numerischen Lösung wurde gefunden, wenn in (3.44) statt  $A_E$  der Wert 1,39 eingesetzt wird:

$$I_{\text{GS}} \simeq 0,13 C_w^2 (u\Delta t)^{2/3} \quad (3.45)$$

Im Fall  $\sigma_b = \sigma_{\text{rg}} = 0$  ist die Übereinstimmung besser 1 %.

In diesem Fall kann das dreidimensionale Integral  $I$  auch durch ein eindimensionale Integral ersetzt werden. Entsprechend (3.39) ist:

$$\sigma_{\text{vol}}^2 = A_w \varepsilon^{2/3} \int_0^\infty dK K^{-5/3} \left(1 - \text{sinc}^2(K u \Delta t/2)\right) \quad (3.46)$$

Dies kann entsprechend (3.40) nach  $C_w^2$  aufgelöst werden. Das Ergebnis der weniger aufwendigen Integration führt zum selben Ergebnis.

Im allgemeinen Fall ( $\sigma_b \neq 0$ ,  $\sigma_{\text{rg}} \neq 0$ ) stimmt die kombinierte Lösung (3.43) trotz Korrektur schlecht mit der numerischen Lösung überein. Die Übereinstimmung läßt sich nicht durch eine andere Wahl von  $A_E$  verbessern. Eine deutlich bessere Übereinstimmung wird erreicht, indem zur Berücksichtigung der Mittelungszeitverbreiterung in (3.42) die Strahlbreite  $\sigma_b$  durch  $\sqrt{\sigma_b^2 + (0,18 u \Delta t)^2}$  ersetzt wird:

$$I_{\text{B}} = I_{\text{FC}}\left(\sqrt{\sigma_b^2 + (0,18 u \Delta t)^2}, \sigma_{\text{rg}}\right) \quad (3.47)$$

Die Summe der Varianzen gibt die exakte Lösung aus demselben Grund wie bei (3.37) besser wieder als die Summe der Standardabweichungen. Der Faktor 0,18 wurde durch den Vergleich mit numerisch berechneten Werten des Integrals  $I$  angepaßt.

Die beiden Näherungen und die numerische Lösung werden in Abbildung 3.9 bei Kombinationen der folgenden Parameter verglichen.

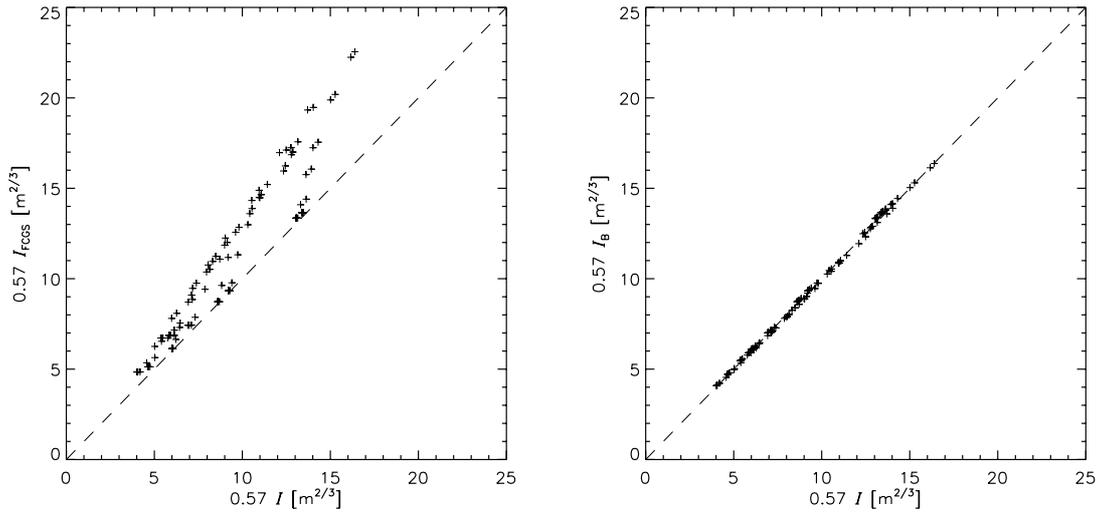


Abbildung 3.9: Vergleich der numerischen Lösung von  $0,57 \cdot I$  nach (3.41) (exakt) und der kombinierten Näherung  $0,57 \cdot I_{\text{FCGS}}$  nach (3.43) (links) beziehungsweise der verbesserten Näherung  $0,57 \cdot I_{\text{B}}$  nach (3.47) (rechts). Für den Vergleich wurden 100 typischerweise auftretende Kombinationen der Parameter  $\sigma_{\text{b}}$ ,  $\sigma_{\text{rg}}$  und  $u \Delta t$  eingesetzt. In den Abbildungen ist  $0,57 I = \sigma_{\text{vol}}^2 / C_w^2$  statt  $I$  aufgetragen (siehe 3.40).

$\sigma_{\text{rg}}$	30, 50 m
$\sigma_{\text{b}}$	5, 10, 20, 40, 80 m
$u \Delta t$	0, 5, 10, 20, 40, 60, 100, 150, 200, 300 m

### 3.2.3.4 Meßbeispiel

In Abbildung 3.10 sind Zeitreihen des Strukturparameters einiger Meßhöhen während einer spätsommerlichen Schönwetterperiode dargestellt. Die dünnen Linien wurden aus den Peakbreiten des RASS-Kanals und die fetten aus denen des Clear-Air-Kanals bestimmt. Das Wind-Temperatur-RADAR wurde während dieser Zeit im Doppler-Beam-Swinging-Modus betrieben. Die Peakbreiten der fünf Strahlrichtungen wurden gemittelt, obwohl sich bei Anwesenheit eines Impulsstroms (Peters und Kirtzel, 1994) die Radialgeschwindigkeitsvarianzen der Strahlrichtungen unterscheiden sollten, die zum Wind hin und vom Wind weg geneigt sind. Dieser Effekt ist, wenn überhaupt auflösbar, sehr klein.

Die Beiträge zur Peakbreite, die in Abschnitt 3.2.3.1 beschrieben sind, wurden abgezogen, bevor  $C_w^2$  mit (3.40) und (3.47) berechnet wurden.

Beim RASS-Kanal muß im Doppler-Beam-Swinging-Modus berücksichtigt werden, daß der Schall die Zeit  $R/c_a$  benötigt, um die Meßhöhe  $R$  zu erreichen. Dadurch verkürzt sich die (effektive) Spektrenmittelungszeit  $\Delta t$ .

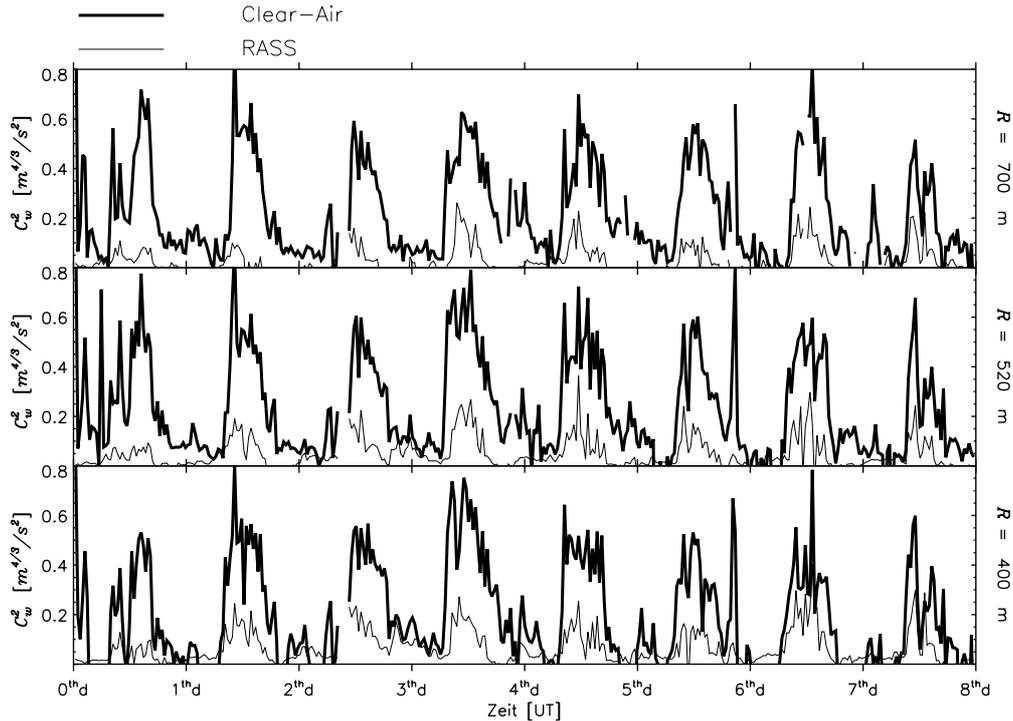


Abbildung 3.10: Zeitreihen des Strukturparameters, die aus den Peakbreiten des Clear-Air-Kanals (fett) und des RASS-Kanals (dünn) bestimmt wurden. Die Daten wurden vom 1. – 8.9.1996 auf dem Gelände des Forschungszentrums gemessen.

Die Werte des Strukturparameters, die aus den RASS-Peaks bestimmt wurden, sind deutlich kleiner als die, die aus den Clear-Air-Peaks bestimmt wurden. Dieser noch nicht ganz verstandene Effekt wird in (3.37) durch  $\sigma_{\text{rass}}$  berücksichtigt. Für die Erklärung dieses Effekts stehen die folgenden Modelle zur Verfügung:

- Das Dopplerspektrum repräsentiert die Vertikalgeschwindigkeitsverteilung des Meßvolumens nicht gleichmäßig. Durch die starken Variationen der Empfangsleistung werden räumlich und zeitlich begrenzte Teilbereiche des Meßvolumens stark hervorgehoben. In einem solchen kleinen Bereich ist die Vertikalgeschwindigkeit nahezu konstant.
- Unterschätzung der Peakbreite, die im Kapitel 2 beschrieben wird. Das Ausmaß dieser Unterschätzung könnte anhand ungemittelter Spektren untersucht werden.
- Unterschätzung der Varianzen im Meßvolumen durch Fokussierungseffekte, die im Abschnitt 4.1.7 beschrieben werden.

### 3.3 Experimenteller Vergleich der Verfahren

In diesem Abschnitt sollen die drei Verfahren anhand eines Meßbeispiels verglichen werden. Um die zeitliche Auflösung zu erreichen, die nötig ist, um einen Teil des Inertialbereichs durch die Zeitreihen der Vertikalgeschwindigkeit zu erfassen, muß das Wind-Temperatur-RADAR für diesen Vergleich kontinuierlich bei vertikaler Strahlrichtung betrieben werden. In diesem Meßmodus können keine Meßwerte der Horizontalwindgeschwindigkeit  $u$  gewonnen werden. Die für die Anwendung der Taylor-Hypothese benötigten Horizontalwindgeschwindigkeitprofile müssen durch ein zusätzliches Meßgerät beschafft werden, oder das Wind-Temperatur-RADAR muß zwischendurch im Doppler-Beam-Swinging-Modus betrieben werden. Dadurch liegen die Horizontalwind-Daten bei den Daten, die für diesen Vergleich verwendet wurden, wenn überhaupt, in uneinheitlicher Form vor. Damit der Vergleich der drei Verfahren weniger durch ungenaue Horizontalwindgeschwindigkeitprofile gestört wird, wird statt  $C_w^2$  das Produkt  $C_w^2 u^{2/3}$  verglichen. Dieses Produkt kann beim spektralen und beim direkten Verfahren und meistens auch beim Peakbreitenverfahren berechnet werden, ohne  $u$  zu kennen. Dies soll nacheinander für die drei Verfahren gezeigt werden:

- Beim spektralen Verfahren geht in die Berechnung von  $C_w^2$  (siehe (3.32)) zusammen mit dem Faktor  $\Delta K$  in (3.20)  $\Delta K^{2/3}$  und damit  $u^{-2/3}$  ein, wodurch das Produkt  $C_w^2 u^{2/3}$  unabhängig von den  $u$ -Meßwerten ist.
- In (3.36) ist zu erkennen, daß auch beim direkten Verfahren  $u^{-2/3}$  in die Berechnung von  $C_w^2$  eingeht.
- Beim Peakbreitenverfahren gilt das gleiche, wenn die Windverbreiterung  $u \Delta t$  des Meßvolumens groß ist im Vergleich zur größten Abmessung des Meßvolumens. Dann kann das Integral (3.41) durch  $I_{GS}$ , (3.45) genähert werden, und ist somit proportional zu  $u^{2/3}$ . Mit (3.40) ist wieder zu sehen, daß  $u^{-2/3}$  in die Berechnung von  $C_w^2$  eingeht. Im allgemeinen Fall gilt das nicht. Daher wird für die Berechnung von  $C_w^2 u^{2/3}$  die Horizontalwindgeschwindigkeit benötigt, auf deren Genauigkeit es jedoch weniger ankommt, als bei der Berechnung von  $C_w^2$ .

Für den Vergleich der drei Verfahren wurden die Meßdaten eines Tages mit starker Konvektion verwendet (siehe Abbildung 3.3). Zum Vergleich wurde ein Zeitbereich von 10 bis 11 UT und ein zweiter Zeitbereich von 12 bis 13 UT verwendet. Beim ersten Zeitbereich wurde mit dem RASS bei 1100 m über Grund eine Inversion festgestellt. Die Turbulenz ist in Höhen über 700 m noch mäßig entwickelt. Im zweiten Zeitbereich ist die Inversion auf Höhen über 1500 m gestiegen. Die Turbulenz ist im gesamten dargestellten Bereich gut entwickelt. In den Abbildungen 3.11 und 3.12 sind Höhenprofile des Strukturparameters der Vertikalgeschwindigkeit dargestellt, die mit den drei Verfahren jeweils mit RASS- und mit Clear-Air-Daten bestimmt wurden.

In Abbildung 3.11 wurde beim spektralen und beim direkten Verfahren (gestrichelte und gepunktete Linien) die Volumenmittelung (Abschnitt 3.2.1.1) nicht berücksichtigt. Dadurch sind die Werte des Strukturparameters bei diesen beiden Verfahren zu niedrig und liegen zufällig in der Nähe der mit den RASS-Peaks berechneten Werten (durchgezogene dünne Linie). Die gute Übereinstimmung von

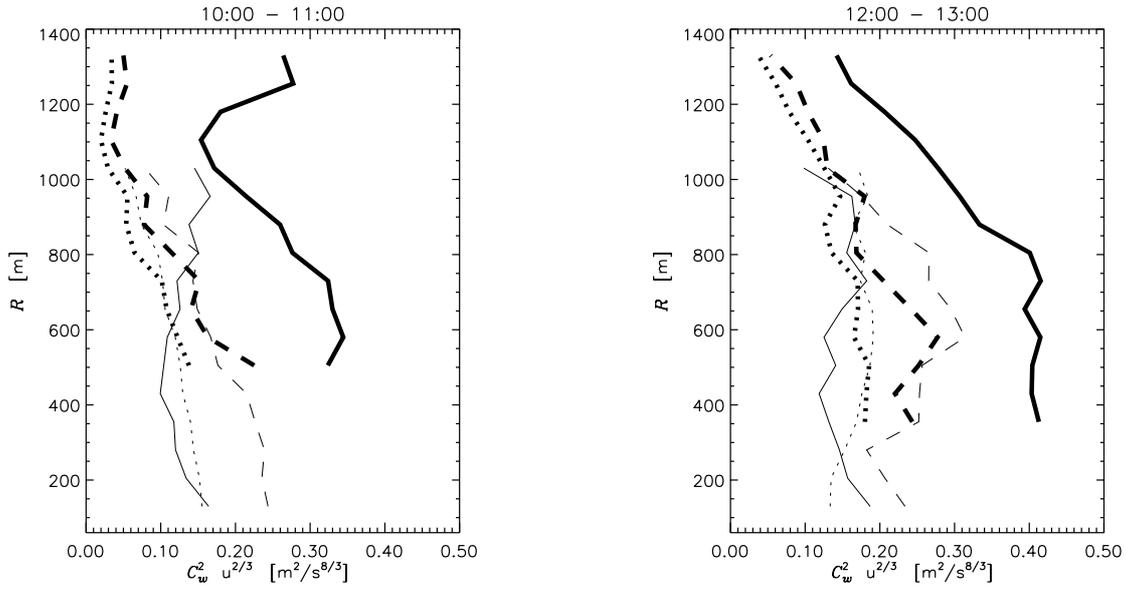


Abbildung 3.11: Profile des Strukturparameters vom 26.7.1995. 10 – 11 Uhr UT (links), 12 – 13 Uhr UT (rechts), spektrales Verfahren (gestrichelt), direktes Verfahren (gepunktet), Peakbreitenverfahren (durchgezogen). Jede der Kurven wurde einmal mit den Doppler-Verbreiterungen der Clear-Air-Peaks (fett) und einmal mit denen der RASS-Peaks (dünn) berechnet. Beim spektralen und beim direkten Verfahren wurde die Volumenmittelung nicht korrigiert. Dadurch ergeben sich bei beiden Verfahren zu kleine  $C_w^2$ -Werte, die zufällig in der Nähe der aus den RASS-Peaks berechneten Werten liegen.

Clear-Air- und RASS-Kanal (fette und dünne Linien) beim spektralen und beim direkten Verfahren ist eine Folge der Ähnlichkeit der Zeitreihen (siehe Abbildung 3.3). Die Werte von spektralem und direktem Verfahren unterscheiden sich, weil für die Anpassung des Strukturparameters beim spektralen Verfahren ein Intervall aus dem Spektrum und bei direkten Verfahren ein Intervall aus der Strukturfunktion selektiert wird. Die Intervalle können nicht identisch gewählt werden, weil das eine im  $K$ -Raum und das andere im Ortsraum ( $\xi$ -Raum) liegt. Die Intervalle wurden mit Hilfe der Kriterien auf Seite 64 und Seite 66 ausgewählt:

$$\begin{aligned}
 [K_{\text{fit}0}; K_{\text{fit}1}] &= \frac{2\pi}{u} [0,015; 0,03] \text{ Hz} \\
 [\xi_{\text{fit}0}; \xi_{\text{fit}1}] &= u \Delta t [2; 3]
 \end{aligned}
 \tag{3.48}$$

Die Werte des Strukturparameters liegen beim direkten Verfahren etwas niedriger als beim spektralen Verfahren. Das liegt daran, daß der Übergang zwischen Produktionsbereich und Inertialbereich im  $K$ -Raum abrupter verläuft als im  $\xi$ -Raum. Dadurch wirkt sich der Abfall des Turbulenzspektrums im Produktionsbereich gegenüber dem  $K^{-5/3}$ -Verhalten (siehe Abbildung 3.1) beim direkten Verfahren stärker aus als beim spektralen Verfahren.

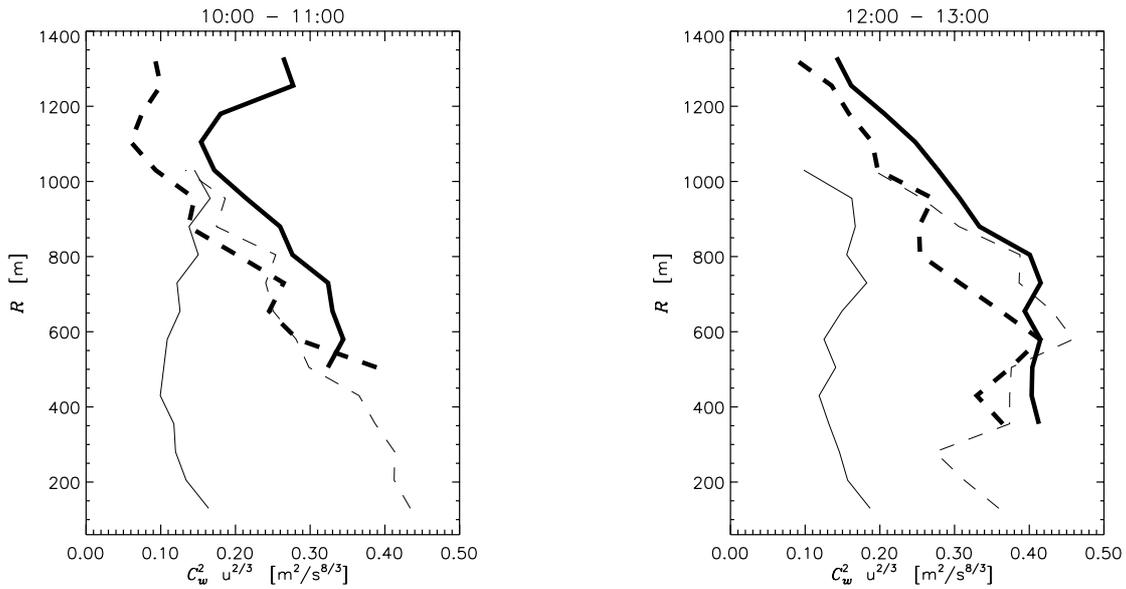


Abbildung 3.12: Profile des Strukturparameters. Im Gegensatz zu Abbildung 3.11 wurde beim spektralen Verfahren die Volumenmittelung korrigiert. Dadurch ergeben sich höhere  $C_w^2$ -Werte, die in der rechten Abbildung bei der voll entwickelten Turbulenz gut mit den Werten übereinstimmen, die aus den Clear-Air-Peaks gewonnen wurden.

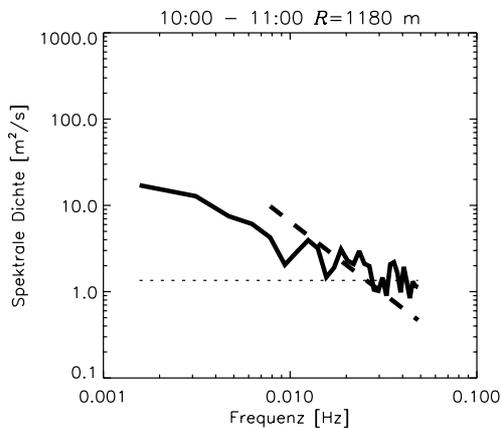


Abbildung 3.13: Vertikalgeschwindigkeitsspektren der Vertikalgeschwindigkeit (Clear-Air-Kanal) bei 1200 über Grund. Bei 1100 m wurde mit dem RASS eine Inversion beobachtet. Wie in der Nähe einer solchen Schicht zu erwarten ist, kann hier kein  $K^{-5/3}$ -Bereich aufgelöst werden.

In Abbildung 3.12 wurde die Volumenmittelung beim spektralen Verfahren berücksichtigt und die Profile des direkten Verfahrens wurden weggelassen, weil die Volumenmittelung bei diesem Verfahren nicht berücksichtigt werden konnte. Bei voll entwickelter Turbulenz (rechte Abbildung und der Bereich unter 700 m in der linken Abbildung) liegen nun die Profile des spektralen Verfahrens in guter Übereinstimmung mit den aus den Clear-Air-Peaks gewonnenen Profilen.

Im linken Teil der Abbildung 3.12 oberhalb von 700 m liegen die Werte des spektralen Verfahrens deutlich unter denen, die aus den Clear-Air-Peaks gewonnen wurden. Dies liegt daran, daß die Turbulenz in diesem Bereich weniger gut entwickelt ist, so daß in dem Wellenlängenbereich, der mit den Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen erfaßt werden kann, kein  $K^{-5/3}$ -Verlauf gefunden werden konnte. Die gewonnenen Vertikalgeschwindigkeitsspektren fallen langsamer als  $K^{-5/3}$  mit der Wellenzahl ab (siehe Abbildung 3.13). Dadurch ergeben sich bei dem Peakbreitenverfahren durch die Nutzung des kurzwelligeren Teils des Spektrums größere Werte des Strukturparameters.

### 3.4 Fazit

Die Untersuchung hat gezeigt, daß bei stark entwickelter Turbulenz ( $L_o \gg u\Delta t$ ) der Strukturparameter  $C_w^2$  sowohl aus Vertikalgeschwindigkeitsspektren als auch mit Hilfe der Clear-Air-Peakbreiten bestimmt werden kann. Beide Verfahren zeigen gute Übereinstimmung, wenn die volumenmittelungsbedingte Dämpfung der Vertikalgeschwindigkeiten berücksichtigt wird. Bei schwächerer Turbulenz ( $L_o \not\gg u\Delta t$ ) kann das spektrale Verfahren nicht angewendet werden, weil die Vertikalgeschwindigkeitsspektren durch die vorgegebene Abtastrate von  $\Delta t \simeq 10$  s nur noch den Produktionsbereich des Vertikalgeschwindigkeitsspektrums wiedergeben. Ein Anpassen des  $K^{-5/3}$ -Gesetzes in diesem Bereich führt zu einer Unterschätzung des Strukturparameters. Die mit Hilfe der RASS-Peaks gewonnenen Werte des Strukturparameters sind deutlich zu klein. Durch die direkte Bestimmung des Strukturparameters aus der Strukturfunktion wurden zu kleine Werte gefunden, weil die volumenmittelungsbedingte Dämpfung der Vertikalgeschwindigkeiten bei diesem Verfahren nur schwer berücksichtigt werden kann.

## Kapitel 4

# Bestimmung der Schallabsorption

Die RASS-Empfangsleistung ist proportional zur Schalleistung im Meßvolumen. Diese hängt von der Absorption des Schalls auf dem Weg von der Quelle zum Meßvolumen ab. Da die Absorption wiederum eine Funktion der Temperatur und der Luftfeuchte ist, kann mit Hilfe des vom RASS bekannten Temperaturprofils aus einem Absorptionsprofil ein Luftfeuchteprofil abgeleitet werden. Um Absorptionsprofile bestimmen zu können, wird in Abschnitt 4.1 die Abhängigkeit der RASS-Empfangsleistungen von System-Parametern, von der Meßhöhe und von meteorologischen Parametern theoretisch untersucht werden. In Abschnitt 4.2 wird die Gültigkeit dieser Theorie experimentell untersucht. Aus der Streuung zwischen theoretisch bestimmten und experimentell gefundenen Empfangsleistungsprofilen wird abgeleitet, in welcher Genauigkeit die Schallabsorption berechnet werden kann.

### 4.1 Theorie der RASS-Empfangsleistung

Beim RASS wird das elektromagnetische Sendesignal an Variationen der Dielektrizitätskonstante zurückgestreut, die durch das Schallsignal verursacht werden. Zur Berechnung der Leistung des Empfangssignals wird zunächst in Abschnitt 4.1.1 mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen, der Born-Näherung und einigen Systemparametern das Empfangssignal bei einem vorgegebenen Feld der Dielektrizitätskonstante berechnet. Im Abschnitt 4.1.2 wird das Feld der Dielektrizitätskonstante eingesetzt, das durch die Schallwellen verursacht wird. Aus den folgenden Überlegungen wird klar, daß dabei die Verformung des Schallwellenfeldes durch Wind und Turbulenz berücksichtigt werden muß:

Durch eine ungestörte sphärische Schallwelle wird das elektromagnetische Signal fokussiert (siehe Abbildung 4.1). Gute Empfangsbedingungen liegen vor, wenn das Zentrum der Schallwellenfronten, das auch virtuelle Schallquelle genannt wird, mit der Mitte zwischen der RADAR-Sende- und der Empfangsantenne zusammenfällt. Dann trifft der 'Empfangsfleck' auf die Empfangsantenne. Unter

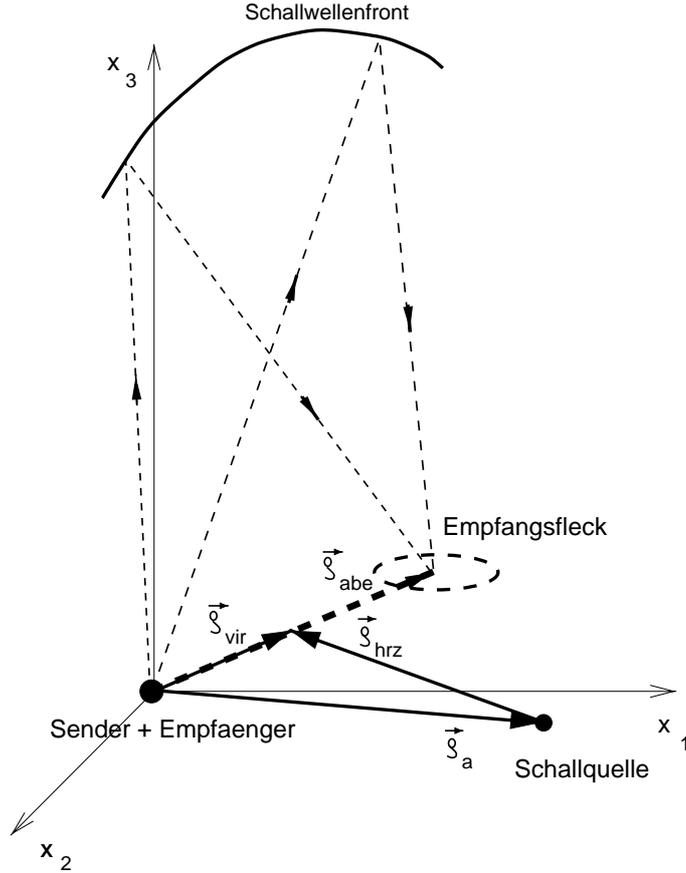


Abbildung 4.1: Fokussierung des RADAR-Signals durch eine Schallwellenfront. Der Einfachheit halber beschreibt die Zeichnung ein monostatisches RADAR und der Koordinatenursprung wurde auf die Antenne gelegt ( $\rho_t = \rho_r = 0$ ). Auch im Fall  $\rho_t \neq \rho_r$  bleibt  $\rho_{abe}$  der Abstand zwischen dem Empfangsfleck und der Empfangsantenne.

dieser Bedingung ist die Fokussierungsbedingung erfüllt und die Fokusaberration

$$\rho_{abe} = 2\rho_{vir} - (\rho_t + \rho_r) \quad (4.1)$$

ist Null ( $\rho_{vir}$ ,  $\rho_t$  und  $\rho_r$  sind die Orte der virtuellen Schallquelle, der Sende- beziehungsweise der Empfangsantenne). Die virtuelle Schallquelle

$$\rho_{vir} = \rho_a + \rho_{hrz} \quad (4.2)$$

ist das Zentrum der Schallwellenfronten. Sie ergibt sich aus dem Ort  $\rho_a$  der Schallquelle und der Horizontalwindbedingten Verschiebung

$$\rho_{hrz} = \int_0^r dz \frac{\mathbf{v}_{hrz}(z)}{c_a}. \quad (4.3)$$

Durch Positionierung der Schallquelle in den Luv kann die Fokussierungsbedingung für eine Meßhöhe erfüllt werden. Mit zunehmender Fokusaberration  $\rho_{\text{abe}}$  wird die Empfangsleistung schwächer und verschwindet bei Abwesenheit von Turbulenz, wenn die Fokusaberration größer als der Durchmesser der Antennenaperturen wird.

Durch turbulente Variationen des Brechungsindex  $n_a$  der Schallausbreitung werden den Schallwellen Phasenvariationen aufgeprägt<sup>1</sup>. Dadurch wird der Empfangsfleck breiter, und es wird möglich, auch bei größeren Fokusaberrationen RASS-Signale zu empfangen. Dafür wird die Empfangsleistung bei kleinen Fokusaberrationen kleiner. Die Intensitätsverteilung der Empfangsleistung über der Fokusaberration wird Fleckfunktion genannt. Die wesentlichen Schritte zur Berechnung der Fleckfunktion gelangen Clifford und Wang (1977). Um zu zeigen, welche Näherungen dabei verwendet werden, werden die Grundzüge dieser Ableitung im Abschnitt 4.1.6 wiedergegeben.

Die von Clifford und Wang (1978) berechnete Fleckfunktion hat unrealistisch große Nebenmaxima bei großen Fokusaberrationen. Sie kommen daher, daß Clifford und Wang, um die Rechnung numerisch durchführen zu können, rechteckförmige Antennencharakteristiken eingesetzt haben. Dadurch ist die berechnete Fleckfunktion mit einer sinc-Funktion gefaltet. Lataitis (1992) gelang es, die Rechnung mit Gauß-förmigen Antennencharakteristiken analytisch durchzuführen. Dazu muß er den Exponenten der Wellenstrukturfunktion  $D_\psi(\Omega) = (\Omega/\rho_o)^{5/3}$  (siehe (4.80)) auf 2 runden. Das Ergebnis ist eine Fleckfunktion, die bei großen Fokusaberrationen zu steil abfällt. Bauer (1992) zeigte, daß die Fleckfunktion ohne Näherung als Faltungsprodukt einer aperturbedingten Fleckfunktion  $\mathcal{G}(\rho_{\text{abe}})$  und einer turbulenzbedingten Fleckfunktion  $\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}})$  dargestellt werden kann. Die resultierende Fleckfunktion  $(\mathcal{G} \otimes \mathcal{H})(\rho_{\text{abe}})$  liegt zwischen der von Clifford und Wang (1978) und der von Lataitis (1992) gefundenen (Bauer und Peters, 1993). Die verschiedenen Ergebnisse werden von Lataitis und Clifford (1996) diskutiert. Leider konnten sie die Herleitung in (Bauer, 1992) nicht nachvollziehen, nicht nur weil sie in deutscher Sprache geschrieben ist, sondern auch weil der Herleitung in der Diplomarbeit nicht genügend Platz eingeräumt wurde. In Abschnitt 4.1.4 wird diese Herleitung vereinfacht wiedergegeben.

Bei der Ableitung aller drei Fleckfunktionen wird angenommen, daß die turbulenzbedingte Fleckverbreiterung im wesentlichen dadurch verursacht wird, daß die (komplexe) Phase der Schallwellen durch die Brechungsindexvariationen auf dem Weg von der Schallquelle bis zum Meßvolumen mit statistischen Variationen versehen wird. Die Brechungsindexvariationen innerhalb des Meßvolumens werden vernachlässigt. Diese Annahme wird damit gerechtfertigt, daß bei der in der Atmosphäre typischen Turbulenz, die Kohärenz von Schallwellen in longitudinaler Richtung deutlich größer ist als in transversaler Richtung (Lataitis, 1993, Anhang I). Andererseits führen die Brechungsindexvariationen innerhalb des Meßvolumens ja gerade zu der Doppler-Verbreiterung der Empfangspeaks, mit deren Hilfe in Abschnitt 3.2.3 versucht wird, den Strukturparameter des Vertikalwinds zu bestimmen. In Abschnitt 4.1.7 werden die Brechungsindexvariationen innerhalb des Meßvolumens berücksichtigt. Dabei ergibt sich eine Erklärung für die geringe Breite der RASS-Peaks in den Empfangsspektren.

---

<sup>1</sup>Die turbulente Verformung der elektromagnetischen Wellen ist schwächer und kann hier vernachlässigt werden.

### 4.1.1 Berechnung des Empfangssignals bei vorgegebener Verteilung der Dielektrizitätskonstante

In diesem Abschnitt wird die Amplitude  $U_r$  (siehe (4.28)) des Signals berechnet, das über die Apertur der Empfangsantenne aufgenommen und in einen Wellenleiter (Koax-Kabel) überführt wird. Die dabei eingehenden Systemparameter sind die Sendeleistung  $\overline{P}_{\text{rf}}$ , die Sendefrequenz  $\omega_{\text{rf}0} = 2\pi f_{\text{rf}0}$  und die Aperturfunktionen  $g_t(\boldsymbol{\rho})$  und  $g_r(\boldsymbol{\rho})$  von Sende- und Empfangsantenne. Die Rückstreubedingungen werden hier mit Hilfe der Dielektrizitätskonstante und nicht, wie es bei RADAR-Gleichungen von Regen-RADAR-Geräten üblich ist, mit Hilfe des Wirkungsquerschnitts charakterisiert.

#### 4.1.1.1 Das gesendete Feld in der Aperturebene

Das gesendete elektromagnetische Feld des Wind-Temperatur-RADAR ist linear polarisiert. Die Komponente des elektrischen Feldvektors  $E_{\text{apt}}$  parallel zum E-Feld am Ort  $\boldsymbol{\rho}$  in der Aperturebene wird durch den Realteil von

$$E_{\text{apt}}(\boldsymbol{\rho}) = \widehat{E}_{\text{apt}} g_t(\boldsymbol{\rho}) e^{-i\omega_{\text{rf}0}t} \quad (4.4)$$

beschrieben. Die Amplitude

$$\widehat{E}_{\text{apt}} = \sqrt{\frac{2\overline{P}_{\text{rf}}}{c\epsilon_0 \iint d^2\boldsymbol{\rho} |g_t(\boldsymbol{\rho})|^2}} \quad (4.5)$$

wurde so bestimmt, daß das Integral über die Energiestromdichte  $\mathbf{S}$ , den Pointing-Vektor, die gesendete Leistung  $\overline{P}_{\text{rf}} = \iint d\boldsymbol{\rho} \mathbf{E} \times \mathbf{H} \simeq \iint d^2\boldsymbol{\rho} c\epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{apt}}^2$  ergibt ( $c =$  Lichtgeschwindigkeit,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  As/Vm = elektrische Feldkonstante,  $\mathbf{H} =$  Magnetfeldvektor). Der Faktor  $\sqrt{2}$  in (4.5) folgt daraus, daß der zeitliche Mittelwert des Quadrats einer harmonisch variierenden Größe  $\overline{\Re^2\{E_{\text{apt}}\}} = \frac{1}{2}\widehat{E}_{\text{apt}}^2$  ist.

#### 4.1.1.2 Das gesendete Feld im Meßvolumen

Im Fernfeld der Antenne kann das Sendesignal am Ort  $\mathbf{r}$  durch Superposition von Kugelwellen beschrieben werden, die von der Aperturebene ausgehen:

$$E_{\text{pvt}}(\mathbf{r}) \sim \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\rho} E_{\text{apt}}(\boldsymbol{\rho}) e^{-ik_{\text{rf}0}|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}|} \quad (4.6)$$

Wegen der starken Bündelung des RADAR-Strahls, kann die Dipol-Abstrahlcharakteristik vernachlässigt werden. Wenn die vertikale Komponente von  $\mathbf{r}$  im Vergleich zur Antennenapertur groß ist, dann kann der Abstand  $|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}|$  folgendermaßen genähert werden:

$$|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}| = \sqrt{r^2 + \rho^2 - 2\mathbf{r}\boldsymbol{\rho}} \simeq r - \frac{\mathbf{r}}{r}\boldsymbol{\rho} \quad (4.7)$$

Beim ersten Gleichheitszeichen wurde der Kosinus-Satz angewendet und beim zweiten die Wurzel um  $r$  entwickelt. Der Einheitsvektor  $\frac{\mathbf{r}}{r}$  kann ohne den Ausdruck  $\frac{\mathbf{r}}{r}\boldsymbol{\rho}$  zu ändern durch seine Projektion  $\boldsymbol{\Omega}$  auf die Horizontale ersetzt werden.

$$|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}| = r - \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\rho} \quad (4.8)$$

$$\text{mit } \boldsymbol{\Omega} = \frac{\mathbf{r}}{r} (1 - \mathbf{e}_3) \quad (4.9)$$

Wobei  $\mathbf{e}_3$  der Einheitsvektor in vertikaler Richtung ist. Der zweidimensionale Vektor  $\boldsymbol{\Omega}$  charakterisiert die Richtung des Strahls, der von der Mitte der Antenne zum Punkt  $\mathbf{r}$  im Meßvolumen führt. Wird das Koordinatensystem so gewählt, daß sich die Mitte der Antenne im Ursprung befindet, dann stimmt der Betrag von  $\boldsymbol{\Omega}$  mit dem Sinus des Zenitwinkels  $\vartheta$  dieses Strahls überein. Bei kleinen Zenitwinkeln gilt also  $\Omega = \vartheta$ . Daher wird  $\boldsymbol{\Omega}$  in dieser Arbeit als Abstrahlwinkel bezeichnet.

Mit (4.8) kann (4.6) in eine Darstellung überführt werden, in der das Integral über die Aperturfläche mit Hilfe der Fourier-Transformation (4.12) ersetzt werden kann:

$$E_{\text{pvt}} = \frac{\lambda_{\text{rf0}}}{r} \widehat{E}_{\text{apt}} e^{-i\omega_{\text{rf0}}t + ik_{\text{rf0}}r} \frac{1}{\lambda_{\text{rf0}}^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\rho} g_t(\boldsymbol{\rho}) e^{-ik_{\text{rf0}}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\Omega}} \quad (4.10)$$

$$= \frac{\lambda_{\text{rf0}}}{r} \widehat{E}_{\text{apt}} e^{-i\omega_{\text{rf0}}t + ik_{\text{rf0}}r} f_t(\boldsymbol{\Omega}) \quad (4.11)$$

Dabei ist  $f(\boldsymbol{\Omega}) = \tilde{g}(\boldsymbol{\Omega})$  die Transformierte von  $g(\boldsymbol{\rho})$ . Das verwendete Fourier-Transformationspaar, kann durch die Substitutionen  $\mathbf{r} \rightarrow k_{\text{rf0}}\boldsymbol{\rho}$  und  $\mathbf{k} \rightarrow \boldsymbol{\Omega}$  aus dem gebräuchlicheren Transformationspaar zwischen Orts- und  $k$ -Raum (Burdic, 1968) gewonnen werden:

$$\tilde{y}(\boldsymbol{\Omega}) = \frac{1}{\lambda_{\text{rf0}}^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\rho} y(\boldsymbol{\rho}) e^{-ik_{\text{rf0}}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\Omega}} \quad (4.12)$$

$$y(\boldsymbol{\rho}) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega} \tilde{y}(\boldsymbol{\Omega}) e^{ik_{\text{rf0}}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\Omega}} \quad (4.13)$$

Die Normierung  $\frac{\lambda_{\text{rf0}}}{r} \widehat{E}_{\text{apt}}$  in (4.11) wurde wieder so gewählt, daß die über eine Kugelschale integrierte Energiestromdichte  $\iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega} r^2 \epsilon_0 E_{\text{pvt}}^2$  die Sendeleistung  $\overline{P}_{\text{rf}}$  ergibt.<sup>2</sup> Dabei wird das zu dem

---

<sup>2</sup>Die Komponenten des Abstrahlwinkels  $\boldsymbol{\Omega}$  nehmen im Bereich der oberen Halbkugel alle Werte zwischen -1 und 1 an, bei denen  $\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} < 1$  ist (siehe Definition von  $\boldsymbol{\Omega}$  bei (4.8)). Da der Integrationsbereich ohnehin immer durch eine Gewichtsfunktion begrenzt wird, werden die beim Transformationspaar (4.12) und (4.13) üblichen Integrationsgrenzen  $[-\infty, \infty]$  verwendet.

Transformationspaar gehörige Parsevalsche Theorem verwendet:

$$\lambda_{r f 0}^2 \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\Omega} |\tilde{y}(\boldsymbol{\Omega})|^2 = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\rho} |y(\boldsymbol{\rho})|^2 \quad (4.14)$$

Wenn die Phasen der Sendeelemente gut abgeglichen sind, dann gilt  $g(\boldsymbol{\rho}) = g^*(-\boldsymbol{\rho})$  und folglich ist  $f$  reell ( $x^*$  ist das komplex konjugierte von  $x$ ). Dies gilt auch dann, wenn der Strahl geschwenkt ist.

Die Antennencharakteristiken werden im folgenden so normiert, daß

$$f_{r f}(0) = 1 \quad \text{und somit} \quad \frac{1}{\lambda_{r f 0}^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\rho} g(\boldsymbol{\rho}) = 1 \quad (4.15)$$

gilt.

#### 4.1.1.3 Rückstreuung an Variationen der Dielektrizitätskonstanten

Die Ausbreitung und damit auch die Streuung der elektromagnetischen Wellen wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Sie können für die Atmosphäre, bei Abwesenheit von freier Ladung und Magnetisierung in der folgenden Form geschrieben werden:

$$0 = \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_o \varepsilon_r \mathbf{E}) \quad (4.16)$$

$$0 = \nabla \times \mathbf{E} + \mu_o \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \quad (4.17)$$

$$0 = \nabla(\varepsilon_o \varepsilon_r \mathbf{E}) \quad (4.18)$$

$$0 = \nabla(\mathbf{H}) \quad (4.19)$$

$\mu_o$  ist die magnetische Feldkonstante,  $\varepsilon_o \varepsilon_r$  ist die Dielektrizitätskonstante, wobei  $\varepsilon_r$  die (relative) Dielektrizitätszahl und  $\varepsilon_o$  die elektrische Feldkonstante ist<sup>3</sup>. Um die Variationen von  $\varepsilon_r$ , die die Streuung verursachen, zu berechnen, muß  $\varepsilon_r$  in einen konstanten und einen zeitlich und räumlich variablen Anteil zerlegt werden:

$$\varepsilon_r(\mathbf{r}, t) = \bar{\varepsilon}_r + \varepsilon_r'(\mathbf{r}, t) \quad (4.20)$$

Die Summe der zeitlichen Ableitung von (4.16) mal  $\mu_o$  und der Rotation von (4.17) ergibt mit Hilfe

---

<sup>3</sup>die Dielektrizitätskonstante wird üblicherweise mit  $\varepsilon$  bezeichnet. Dieser Buchstabe wird hier aber bereits für die Dissipationsrate verwendet.

von (4.20) und der Regel  $\nabla \times \nabla \mathbf{E} = \nabla(\nabla \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ :

$$\left( \nabla^2 + \mu_o \varepsilon_o \bar{\varepsilon}_r \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = \nabla(\nabla \mathbf{E}) + \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon'_r \mathbf{E}) \quad (4.21)$$

Diese Gleichung läßt sich aus den folgenden Gründen noch weiter vereinfachen:

- Tatarskii (1971, § 24) zeigt mit (4.18), daß der Term  $\nabla(\nabla \mathbf{E})$  keinen Beitrag zur Rückstreuung liefert. Daher kann dieser Term bei der Berechnung des Empfangssignals eines monostatischen RADAR vernachlässigt werden. Das Wind-Temperatur-RADAR hat zwar getrennte Sendee- und Empfangsantennen, ihr Abstand (7,5 m) ist jedoch im Vergleich zur untersten Meßhöhe ( $\simeq 80$  m) klein, so daß diese Näherung legitim ist.
- Dadurch kann (4.21) bezüglich der Komponenten des  $\mathbf{E}$ -Felds separiert werden, und es muß nur noch die zum  $\mathbf{E}$ -Feldvektor des gesendeten Signals parallele Komponente berechnet werden<sup>4</sup>.
- Der Term  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon'_r \mathbf{E})$  kann vereinfacht werden, weil die zeitlichen Variationen von  $\mathbf{E}$  etwa um den Faktor Lichtgeschwindigkeit durch Windgeschwindigkeit größer sind, als die von  $\varepsilon'_r$ .
- $c = 1/\sqrt{\mu_o \varepsilon_o}$
- $\bar{\varepsilon}_r \simeq 1$

Schließlich ergibt sich eine Wellengleichung, die eine ähnliche Struktur hat wie die Wellengleichungen, die sich für die Potentiale des  $\mathbf{E}$  und des  $\mathbf{B}$ -Feldes bei einer variablen Ladungsverteilung ergeben<sup>5</sup> (Jackson, 1965):

$$\left( \nabla^2 - \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} \right) E = -4\pi f_{\text{per}}(\mathbf{r}, t) \quad (4.22)$$

$$f_{\text{per}}(\mathbf{r}, t) = \frac{k_{\text{rf}0}^2}{4\pi} \varepsilon'_r(\mathbf{r}, t) E(\mathbf{r}, t) \quad (4.23)$$

Eine Lösung dieser Wellengleichung läßt sich als Summe von Sende- und Empfangsfeld ansetzen:

$$E(\mathbf{r}, t) = E_{\text{pvt}}(\mathbf{r}, t) + E_r(\mathbf{r}, t) \quad (4.24)$$

Da das gestreute Feld  $E_r(\mathbf{r}, t)$  gegenüber dem gesendeten Feld  $E_{\text{pvt}}$  klein ist, kann es auf der rechten Seite von (4.22) vernachlässigt werden (Born-Näherung). Dann ist (4.22) eine inhomogene Wellengleichung, deren Lösung sich aus der allgemeinen Lösung der homogenen Wellengleichung und einer

<sup>4</sup>Dies ist bei der Reflexion an unsymmetrischen Streukörpern, wie Schneeflocken oder Graupel nicht der Fall. Solche Streukörper führen zu einer Depolarisierung, die mit Polarisations-RADAR-Geräten beobachtet und zur Unterscheidung von Schnee und Regen verwendet werden kann.

<sup>5</sup>Diese Wellengleichungen müssen gelöst werden, um das von dem Sendedipol abgestrahlte Feld zu berechnen. Dies wurde im Abschnitt 4.1.1.1 unterschlagen. Statt dessen wurde eine als bekannt vorausgesetzte Aperturfunktion verwendet.

speziellen Lösung der inhomogenen Wellengleichung zusammensetzt. Die spezielle Lösung wird mit Hilfe einer Greenschen-Funktion (Lösung für eine Delta-Anregung) gefunden (Greiner, 1986, Abschnitt IV.20):

$$E_r(\boldsymbol{\rho}, t) = \iiint_{\text{MV}} d^3\mathbf{r} \frac{f_{\text{per}}(\mathbf{r}, t')}{|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}|} \quad \text{mit} \quad t' = t - \frac{|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}|}{c} \quad (4.25)$$

Die Integration erstreckt sich über das Meßvolumen, das durch die Höhengewichtsfunktion  $h(r - R)$  und die Antennencharakteristik  $f_{\text{rf}}^2(\boldsymbol{\Omega})$  (siehe 4.1.1.4) begrenzt wird. Diese spezielle Lösung wird mit dem gestreuten Feld identifiziert.

#### 4.1.1.4 Zusammenhang zwischen dem Empfangsfeld und der empfangenen elektrischen Leistung

Das über die Aperturfläche aufgenommene Feld addiert sich zu:

$$U_r(t) = \alpha_r \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\rho} g_r(\boldsymbol{\rho}) E_r(\boldsymbol{\rho}, t) \quad (4.26)$$

$$\text{mit} \quad \alpha_r = \sqrt{\frac{c\varepsilon_0}{\iint d^2\boldsymbol{\rho} |g_r(\boldsymbol{\rho})|^2}}. \quad (4.27)$$

Der Realteil von  $U_r$  ist proportional zur Spannung am Antennenfußpunkt.  $U_r$  soll so normiert werden, daß die empfangene Leistung

$$\overline{P}_r = \overline{\Re\{U_r^2(t)\}} = \frac{1}{2} \widehat{U}_r^2 \quad (4.28)$$

ist. Dabei ist  $\Re\{x\}$  der Realteil von  $x$ .  $U_r$  hat also die Einheit  $\sqrt{\overline{W}}$ . Der Faktor  $\alpha_r$  in (4.26) wurde so gewählt, daß sich mit Hilfe von (4.28) die Empfangsleistung  $\overline{P}_r = \overline{P}_{\text{rf}}$  ergibt, wenn für  $E_r(\boldsymbol{\rho}, t)$  in (4.26) das gesendete Feld  $E_{\text{apt}}(\boldsymbol{\rho}, t)$  aus (4.4) eingesetzt wird.

Um das Empfangssignal zu erhalten, müssen noch die Zwischenergebnisse der Abschnitte 4.1.1.2 und 4.1.1.3 eingesetzt werden: Durch Einsetzen von (4.6) in (4.25) und (4.25) in (4.26) ergibt sich:

$$U_r = \frac{\alpha_r k_{\text{rf}0} \widehat{E}_{\text{apt}}}{2} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\rho} g_r(\boldsymbol{\rho}) \int_0^{\infty} dr \frac{h(r - R)}{r^2} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega} f_t(\boldsymbol{\Omega}) \varepsilon_r'(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_{\text{rf}0} r + 2ik_{\text{rf}0} r - ik_{\text{rf}0} \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\Omega}} \quad (4.29)$$

Dabei wurde der Term  $|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}|$ , der in (4.25) in der Definition von  $t'$  enthalten ist, mit Hilfe von (4.8) vereinfacht. Derselbe Term im Nenner von (4.25) wurde durch  $r$  ersetzt. Die Retardierung wurde bei

$\varepsilon_r'(\mathbf{r}, t)$  vernachlässigt, weil die Änderungen von  $\varepsilon_r'$  während der Laufzeit  $R/c$  klein ist. Die Integration über das Meßvolumen  $\iiint d^3\mathbf{r}$  wurde durch  $\int dr \iint d^2\boldsymbol{\Omega} r^2$  ersetzt. Um die  $r$ -Integration auf den Höhenbereich einer Höhenstufe bei der Höhe  $R$  zu beschränken, wurde die Höhengewichtsfunktion  $h(r-R)$  hinzugefügt (siehe Abschnitt 1.1.3). Die Gewichtsfunktion  $f_{\text{rf}}^2 = f_t f_r$ , die den Abstrahlwinkelbereich bei der  $\boldsymbol{\Omega}$ -Integration beschränkt, ergibt sich aus den Integrationen über die Sende- und Empfangsapertur (siehe Rechenschritte von (4.10) auf (4.11), und analog dazu (4.29) auf (4.30)):

$$U_r = \alpha_{\text{rf}} \int_0^\infty dr h(r-R) \iint_{-\infty}^\infty d^2\boldsymbol{\Omega} f_{\text{rf}}^2(\boldsymbol{\Omega}) \varepsilon_r'(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_{\text{rf}0}t + 2ik_{\text{rf}0}r} \quad (4.30)$$

$$\text{mit } \alpha_{\text{rf}} = \frac{G_{\text{rf}} \sqrt{P_{\text{rf}}}}{2\sqrt{2} \lambda_{\text{rf}0}} \quad (4.31)$$

Dabei wurde der häufig verwendete Antennengewinn

$$G_{\text{rf}} = \frac{4\pi \lambda_{\text{rf}0}^2}{\iint d^2\boldsymbol{\rho} |g_{\text{rf}}(\boldsymbol{\rho})|^2} = \frac{4\pi}{\lambda_{\text{rf}0}^2} A_{\text{e,rf}} \quad (4.32)$$

eingesetzt (hier wurde  $g_{\text{rf}} = g_t = g_r$  vorausgesetzt). Der Antennengewinn läßt sich auch durch die effektive Aperturfläche  $A_{\text{e,rf}}$  ausdrücken (siehe (4.32)).

## 4.1.2 Das Schallsignal

Die von einem monochromatischen Schallsignal verursachten Variationen der Dielektrizitätszahl  $\varepsilon_r'$  werden für die Berechnung der RASS-Empfangsleistung folgendermaßen angesetzt:

$$\varepsilon_r' = \frac{\alpha_a}{r} \sqrt{\Pi(r)} f_a\left(\boldsymbol{\Omega} - \frac{\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}}{r}\right) \Re\left\{ e^{-i\omega_a t + ik_a |\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)| + \psi(\boldsymbol{\Omega}, r, t)} \right\} \quad (4.33)$$

Mit  $\rho_{\text{vir}} = 0$  und  $\psi = 0$  stellt dies eine Kugelwelle der Frequenz  $\omega_a$  und der Wellenzahl  $k_a$  dar, die durch die Antennencharakteristik  $f_a$  der Schallantenne gebündelt ist.  $f_a$  ergibt sich ähnlich wie bei dem elektromagnetischen Sendefeld aus der Aperturfunktion. Beim Schall muß allerdings in der Transformation (4.12) die Wellenlänge  $k_{\text{rf}0}$  durch  $k_a$  ersetzt werden. Der Faktor  $\sqrt{\Pi(r)}$  beschreibt die Schallabsorption (4.1.2.2).

Die horizontalwindbedingte Verformung des Schallwellenfeldes wird durch die von  $r$  abhängige Translation um den Vektor  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}$  der virtuellen Schallquelle berücksichtigt. Dabei ist  $\boldsymbol{\rho}_a$  der Ort der Schallquelle und  $\mathbf{v}_{\text{hrz}}(z)$  die Horizontalwindgeschwindigkeit in der Höhe  $z$  über Grund. Es wird sich zeigen, daß  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)$  für die Berechnung der Empfangsleistung in guter Näherung durch  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R)$  ersetzt werden kann. Die Höhenabhängigkeit von  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)$  innerhalb des Meßvolumens muß berücksichtigt werden, um die 'scheinbare' Schallwellenlänge, den Abstand der Schallwellenfronten parallel zu den RADAR-Strahlen, genau zu berechnen. Die Abweichung der scheinbaren von der wirklichen Schallwellenlänge erfordert eine Korrektur der mit dem RASS bestimmten Temperaturen. Diese wurde

von Lataitis (1992) und von Bauer (1992) berechnet. Da die Korrektur in beiden Arbeiten fehlerhaft ist, wird sie in Abschnitt 4.1.3 neu berechnet, obwohl sie, wie sich durch die Rechnung zeigen wird, bei einem breitbandigen Schallspektrum keinen Einfluß auf die Empfangsleistung hat.

Die Verschiebung des Arguments von  $f_a$  um  $\rho_{\text{vir}}/r$  in (4.33) folgt daraus, daß auch die Schallkeule durch den Horizontalwind verdriftet. Dadurch verschlechtert sich die Überlappung zwischen den RADAR-Keulen und der Schallkeule, wodurch ein Signalverlust entsteht, der im folgenden als Überlappungsverlust bezeichnet wird. Dieser Überlappungsverlust  $V_a(\rho_{\text{vir}})$  wird hier abgeschätzt, indem die Antennencharakteristiken entsprechend Abschnitt 1.9 durch Gauß-Funktionen genähert werden. Dazu muß das Produkt des elektromagnetischen und des um  $\rho_{\text{vir}}$  verschobenen akustischen Strahls gebildet werden. Aus dem Überlappungsprodukt läßt sich der von  $\rho_{\text{vir}}$  abhängige Faktor

$$V_a = e^{-\frac{\rho_{\text{vir}}^2}{2(\sigma_{\text{b,rf}}^2 + \sigma_{\text{b,a}}^2)}} \quad (4.34)$$

$$\text{mit } \sigma_{\text{b,rf}} \simeq \frac{1,69^\circ}{\sqrt{2}} R \quad \text{zwei Wege}$$

$$\text{und } \sigma_{\text{b,a}} \simeq 1,69^\circ R \quad \text{ein Weg}$$

abspalten. Dabei ist  $\sigma_{\text{b,rf}}$  die Breite des elektromagnetischen Strahls, der durch das Produkt  $|f_t f_r|^2$  der Antennendiagramme von Sende- und Empfangsantenne beschrieben wird, und  $\sigma_{\text{b,a}}$  ist die Breite des akustischen Strahls ( $|f_a|^2$ ). Die Breite des Überlappungsprodukts (nicht in (4.34) zu sehen) hängt zumindest im Falle von Gauß-förmigen Antennencharakteristiken nicht von der Verschiebung  $\rho_{\text{vir}}$  ab. Daher kann die Verschiebung des Arguments von  $f_a$  um  $\rho_{\text{vir}}/r$  in (4.33) durch den Faktor  $V_a$  in (4.34) ersetzt werden.

Die komplexe Zufallsvariable  $\psi(\boldsymbol{\Omega}, r, t) = \chi + is$  in (4.33) berücksichtigt die Verformung des Schallwellenfeldes durch turbulente Variationen des Brechungsindex  $n_a$  der Schallausbreitung. Der Realteil  $\chi$  beschreibt Abweichungen der Amplitude und der Imaginärteil  $s$  die Abweichungen der Phase gegenüber der ungestörten Schallwelle.

#### 4.1.2.1 Zusammenhang zwischen Schalleistung und den Variationen der Dielektrizitätskonstanten

Der Faktor  $\alpha_a$  in (4.33) stellt den Zusammenhang zwischen der abgestrahlten Schalleistung  $\overline{P}_a$  und der Schwankungsamplitude  $\varepsilon_o \varepsilon_r'$  der Dielektrizitätskonstanten her. Für die Dielektrizitätszahl  $\varepsilon_r$  gilt in der Atmosphäre (Bean und Dutton, 1966; Doviak und Zrnić, 1984):

$$\frac{1}{2}(\varepsilon_r - 1) = \alpha_v \frac{p}{T} + \alpha_o \frac{pq}{T^2} \quad (4.35)$$

$$\text{mit } \alpha_v = 7,76 \cdot 10^{-9} \left[ \frac{\text{K}}{\text{Pa}} \right]$$

$$\text{und } \alpha_o = 6,0 \cdot 10^{-5} \left[ \frac{\text{K}^2}{\text{Pa}} \right]$$

Dabei ist  $p$  der Druck in Pascal,  $q$  die spezifische Luftfeuchte in kg/kg und  $T$  die Temperatur in Kelvin. Üblicherweise wird diese Beziehung für den Brechungsindex  $n = \sqrt{\varepsilon_r}$  angegeben, der im optisch dünnen Medium über die Beziehung  $\frac{1}{2}(\varepsilon_r - 1) = (n - 1)$  mit der Dielektrizitätszahl zusammenhängt. Der erste Term in (4.35) ist der Beitrag der Verschiebungspolarisation und ist proportional zur Teilchenzahldichte. Der zweite Term ist der Beitrag der Orientierungspolarisation der  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküle. Diese können sich bei der 'niedrigen' Sendefrequenz des Wind-Temperatur-RADAR noch ohne Verzögerung ausrichten, so daß der Term der Orientierungspolarisation reell ist (keine Dämpfung, keine Frequenzabhängigkeit). Die von den Schallwellen verursachten Variationen des Drucks und der Temperatur stehen über die Adiabaten Gleichung miteinander in Beziehung:

$$\frac{p^{\kappa_\gamma}}{T} = \frac{\bar{p}^{\kappa_\gamma}}{\bar{T}} \quad (4.36)$$

Dabei ist  $\bar{T}$  die mittlere Temperatur (bei Abwesenheit der Schallwelle) und  $\bar{p}$  der mittlere Druck,  $\kappa_\gamma = \gamma - 1/\gamma$  und  $\gamma \simeq 1,4$  der Adiabatenquotient. Mit Hilfe von (4.36) kann  $T$  in (4.35) durch  $p$  substituiert werden. Dann können die vom Schall verursachten Variationen der Dielektrizitätszahl  $\varepsilon_r' = \varepsilon_r - \bar{\varepsilon}_r$  nach den Variationen des Drucks  $p' = p - \bar{p}$  entwickelt werden:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r'(p', q) &= 2 \left( \alpha_v (1 - \kappa_\gamma) + \alpha_o \frac{q}{T} (1 - 2\kappa_\gamma) \right) \frac{p'}{\bar{T}} \\ &= \alpha_\varepsilon p' \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\text{mit } \alpha_\varepsilon \simeq (36 + 567 q) \cdot 10^{-12} \left[ \frac{1}{\text{Pa}} \right]$$

Der Verschiebungspolarisationsterm ( $36 \cdot 10^{-12}/\text{Pa}$ ) ist in Übereinstimmung mit (Clifford und Wang, 1977, Anhang II). Der Term der Orientierungspolarisations ( $567 q \cdot 10^{-12}/\text{Pa}$ ) wurde in (Clifford und Wang, 1977) und auch in den anderen Arbeiten über die RASS-Empfangsleistung nicht berücksichtigt. Bei hoher spezifischer Luftfeuchte ( $\simeq 36^\circ \text{C}$  und 100 % relative Luftfeuchte) werden dadurch die Variationen der Dielektrizitätszahl um einen Faktor 2 unterschätzt. Die Empfangsleistung hängt also nicht nur über die Absorption, sondern auch über die Orientierungspolarisation der  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküle von der Luftfeuchte ab. Die Inversion, die die Berechnung der Luftfeuchte erfordert, ist daher komplizierter, als bisher erwartet wurde. Sie wird jedoch dadurch erleichtert, daß der Einfluß der Orientierungspolarisation kleiner ist als der der Absorption.

Um den Zusammenhang zwischen den Druckvariationen  $p'$  und der abgestrahlten Schalleistung

herzustellen, wird die Beziehung  $\bar{S}_a = \hat{p}'^2 / 2\rho_L c_a$  zwischen Energiestromdichte  $\bar{S}_a$  und der Druckamplitude  $\hat{p}'$  verwendet, wobei  $\rho_L$  die Dichte der Luft in  $\text{kg/m}^3$  ist (Kuchling, 1986). Der Normierungsfaktor  $\alpha_a$  aus (4.33) wird so bestimmt, daß die über den Abstrahlwinkel  $\Omega$  integrierte Energiestromdichte  $\bar{S}_a$  die abgestrahlte Leistung  $\bar{P}_a$  ergibt: Dazu werden (4.37) und (4.33) in die Energiestromdichte  $\bar{S}_a$  eingesetzt, wobei  $\psi = 0$  gesetzt wird.

$$\alpha_a = \alpha_\varepsilon \sqrt{\frac{G_a \rho_L c_a \bar{P}_a}{2\pi}} \quad (4.38)$$

$G_a$  ist analog zu (4.32) der Gewinn der Schallantenne.

#### 4.1.2.2 Schallabsorption

Die Schallabsorption wird im hörbaren Frequenzbereich zum kleineren Teil durch klassische Mechanismen (viskose Reibung und Wärmeaustausch) und zum größeren Teil durch die Anregung von Vibrations- und Rotationszuständen der Luftmoleküle verursacht. Bei der Schallfrequenz des Wind-Temperatur-RADAR verursacht der Vibrationsfreiheitsgrad des  $\text{O}_2$ -Moleküls den wesentlichen Beitrag zur Absorption (Piercy, 1969). Die Vibrationszustände werden während der Überdruckphase verzögert angeregt, und sie geben ihre Energie während der Unterdruckphase wieder verzögert ab (Bass et al., 1972). Dieser Relaxationsprozess führt auch dazu, daß die Zustandsänderungen nicht adiabatisch verlaufen.

Da die Dämpfung proportional zur Amplitude ist, ergibt sich eine exponentielle Abnahme der Leistung (ebene Welle):

$$\Pi(r) = 10^{-\int_0^r dr' \alpha_{\text{abs}}(r') / 10} \quad (4.39)$$

wobei  $\alpha_{\text{abs}}$  Absorptionskoeffizient und  $\Pi(r)$  Absorption genannt werden. Da die Kopplung zwischen den Translationsfreiheitsgraden (Molekülbewegungen) und den Vibrationsfreiheitsgraden und damit auch die Relaxationsfrequenz von der Zusammensetzung der Luft abhängt, hängt der Absorptionskoeffizient  $\alpha_{\text{abs}}$  von der Temperatur, der Luftfeuchte und der Schallfrequenz ab (siehe Abbildung 4.2).

Die Werte des Absorptionskoeffizienten  $\alpha_{\text{abs}}$  wurden von Harris (1966) in einem weiten Bereich dieser drei Parameter bestimmt. Dazu wurde in einer Metallkugel eines Durchmessers von 1,68 m ein breitbandiges statistisches Schallsignal angeregt. Nach dem Abschalten der Quelle wurde das abklingende Signal in der Kugel mit einem Mikrophon aufgenommen und der Verlauf der Intensität in verschiedenen Frequenzbereichen aufgezeichnet. Die Absorption durch die Wände wurde bestimmt, indem die Kugel mit Stickstoff gefüllt wurde, bei dem die nichtklassische Dämpfung sehr schwach ist.

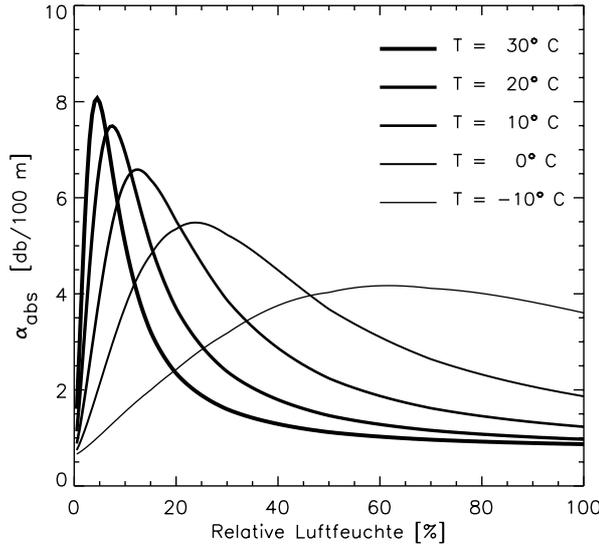


Abbildung 4.2: Schallabsorptionskoeffizient über der relativen Luftfeuchte, bei verschiedenen Temperaturen und den jeweils entsprechenden Bragg-Frequenzen ( $f_{\text{rf}0} = 1235 \text{ MHz}$ ).

Die tabellierten und geplotteten Werte von Harris wurden verwendet, um einige Parameter in den von Bass et al. (1972) theoretisch gewonnenen Formeln für  $\alpha_{\text{abs}}$  anzupassen. Dadurch kann  $\alpha_{\text{abs}}$  in Abhängigkeit von Frequenz, Temperatur und Luftfeuchte leichter programmiert werden.

In Abbildung 4.2 ist der Absorptionskoeffizient über der relativen Luftfeuchte bei verschiedenen Werten der Temperatur dargestellt. Für die Bestimmung der Luftfeuchte aus dem Absorptionskoeffizient ist es wünschenswert, wenn dieser Zusammenhang über einen möglichst großen Bereich eindeutig umkehrbar ist, und der Absorptionskoeffizient empfindlich von der Feuchte abhängt. Dies ist etwa bei  $10^\circ \text{ C}$  am besten erfüllt.

### 4.1.3 Horizontalwindbedingte Verschiebung des Bragg-Maximums

Durch das Bragg-Fenster wird die Empfangsleistung in Abhängigkeit davon beschrieben, wie genau die Bragg-Bedingung getroffen wird. Dieses Fenster ergibt sich bei der Integration von (4.30) über  $r$ . Das Zentrum des Bragg-Fensters liegt bei einer ungestörten Kugelwelle, deren Zentrum mit den RADAR-Antennen zusammenfällt bei  $2k_{\text{rf}0} = k_a$ . Bei dem vom Horizontalwind verformten Schallwellenfeld ist das Bragg-Maximum leicht verschoben bei  $2k_{\text{rf}0} = (1 + \epsilon_{\text{vir}})k_a$ . Durch die Berücksichtigung der Turbulenz ergeben sich zwei weitere Verschiebungen. Die eine ist proportional zur Turbulenzintensität (Peters und Angevine, 1996), die andere ist proportional zum Produkt aus Turbulenzintensität und Horizontalwindgeschwindigkeit (Lataitis, 1993). Hier wird nur die vom Horizontalwind verursachte Verschiebung  $\epsilon_{\text{vir}}$  berechnet, weil diese von Bauer (1992) und Lataitis (1993) falsch angegeben wurde.

Durch Einsetzen des Schallwellenfelds (4.33) in das Empfangssignal (4.30) ergibt sich mit  $fff(\boldsymbol{\Omega}) = f_{\text{rf}}^2(\boldsymbol{\Omega}) f_a(\boldsymbol{\Omega})$ :

$$\begin{aligned}
U_r &= \alpha_p e^{-i(\omega_{rf0} - \omega_a)t} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\Omega \, \text{fff}(\Omega) e^{\psi^*}(\Omega, R) \\
&\cdot \int_0^{\infty} dr h(r - R) e^{2ik_{rf0}r - ik_a |\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}|}
\end{aligned} \tag{4.40}$$

$$\text{mit } \alpha_p = \frac{\alpha_{rf} \alpha_a}{2R} \sqrt{\Pi(R) V_a(\rho_{\text{vir}})} \tag{4.41}$$

Dabei wurde  $\Re\{\exp(x)\} = \frac{1}{2}(\exp(x) + \exp(x^*))$  verwendet, wobei der erste Term  $\exp(x)$  weggelassen wurde, da er bei der  $r$ -Integration über das Meßvolumen verschwindet. Außerdem wurde in den Termen  $\alpha_p$  und  $e^{\psi^*}(\Omega, r)$  die Radialkoordinate  $r$  durch den mittleren Abstand des Meßvolumens  $R$  ersetzt. Bei  $\alpha_p$  ist dies gerechtfertigt, wenn die Höhengewichtsfunktion  $\Delta R$  klein gegen  $R$  ist, und bei  $\psi$  ist dies gerechtfertigt, weil die atmosphärischen Variationen des Brechungsindex in der Zeit, in der der Schall die Strecke  $\Delta R$  durchläuft, klein sind. Lataitis (1993) zeigt im Anhang, daß die longitudinale Kohärenzlänge von  $\psi$  von der Größenordnung  $R$  ist. Die transversale Kohärenzlänge  $\rho_o$  ist deutlich kürzer.

Für die Lage des Bragg-Maximums ist die  $r$ -Abhängigkeit des Terms  $|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)|$  entscheidend. Dabei muß auch die  $r$ -Abhängigkeit von  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)$  aus (4.3) berücksichtigt werden. Um die  $r$ -Integration durchführen zu können, wird  $|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)|$  um  $r = R$  entwickelt ( $f(r) \simeq f(R) + (r - R) \frac{\partial}{\partial r} f(r) \Big|_{r=R}$ ). Dazu wird zunächst  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)$  um  $R$  entwickelt:

$$\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r) = \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R) + \frac{\mathbf{v}_{\text{hrz}}(R)}{c_a} (r - R) \tag{4.42}$$

Dies ist zulässig, weil durch die Höhengewichtsfunktion  $h(r - R)$  nur die Werte von  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)$  in der Nähe von  $R$  ins Gewicht fallen. Anschließend wird  $|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)|$  mit dem Kosinus-Satz berechnet

$$|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)| = \sqrt{r^2 + \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}^2(r) - 2\mathbf{r}\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)} \tag{4.43}$$

und ebenfalls um  $R$  entwickelt. Die Rechnung kann abgekürzt werden indem zunächst die Wurzel  $\sqrt{r^2 + \epsilon} \simeq r + \epsilon/2r$  um  $r$  entwickelt wird, was erlaubt ist, weil  $\epsilon = \frac{\rho_{\text{vir}}^2}{2r} - \frac{\mathbf{r}\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)}{r}$  im Meßvolumen klein gegen  $r$  ist:

$$|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)| = r + \frac{\rho_{\text{vir}}^2}{2r} - \frac{\mathbf{r}\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}}{r} \tag{4.44}$$

Dieser Ausdruck kann nun leichter um  $R$  entwickelt werden, wobei analog zum Schritt von (4.7) auf (4.8) die Beziehung  $\mathbf{v}_{\text{hrz}} \frac{\mathbf{r}}{r} = \mathbf{v}_{\text{hrz}} \boldsymbol{\Omega}$  verwendet wird.

$$|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(r)| = \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R) + (r - R)(1 + \epsilon_{\text{vir}}) \quad (4.45)$$

$$\text{mit } \epsilon_{\text{vir}} = + \frac{\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R) \mathbf{v}_{\text{hrz}}(R)}{R c_a} - \frac{\rho_{\text{vir}}^2(R)}{2R^2} - \frac{\mathbf{v}_{\text{hrz}}(R)}{c_a} \boldsymbol{\Omega} \quad (4.46)$$

Dabei wurden zwei Terme ( $R$  und  $\rho_{\text{vir}}^2(R)/2R$ ), die nicht von den Raumkoordinaten abhängen, weggelassen, weil durch diese das Empfangssignal nur mit einem konstanten Phasenfaktor multipliziert wird.

Mit (4.45) hat das Empfangssignal nach der Substitution  $r' = r - R$  die folgenden Form:

$$U_r = \alpha_p e^{-i(\omega_{\text{rf0}} - \omega_a)t} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega} \text{fff}(\boldsymbol{\Omega}) B(k_{\text{brg}}) e^{i\psi^*(\boldsymbol{\Omega}, R)} e^{ik_a \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}} \quad (4.47)$$

$$\text{mit } B(k_{\text{brg}}) = \int_0^{\infty} dr' h(r') e^{ik_{\text{brg}} r'} \quad (4.48)$$

$$\text{und } k_{\text{brg}} = 2k_{\text{rf0}} - (1 + \epsilon_{\text{vir}})k_a \quad (4.49)$$

Durch  $\epsilon_{\text{vir}}$  verschiebt sich die Schallfrequenz, bei der die Bragg-Bedingung erfüllt ist geringfügig. Wird die Schallgeschwindigkeit mit (1.4) und (1.5) berechnet, ohne den Term  $\epsilon_{\text{vir}}$  zu berücksichtigen, so ergibt sich der folgende Fehler:

$$\delta c_a = c_{a,\text{mit (4.49)}} - c_{a,\text{mit (1.5)}} = - \frac{\mathbf{v}_{\text{hrz}}(R) \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R)}{R} + \frac{\rho_{\text{vir}}^2(R) c_a}{2R^2} + \mathbf{v}_{\text{hrz}}(R) \boldsymbol{\Omega} \quad (4.50)$$

Der dritte Term  $\mathbf{v}_{\text{hrz}} \boldsymbol{\Omega}$  hat die gleiche Ursache wie die Horizontalwindverbreiterung  $\sigma_{\text{hrz}}$  der Peaks in den Empfangsspektren (siehe Abschnitt 3.2.3.1). Ein Teil des RADAR-Strahls der um  $\boldsymbol{\Omega}$  gegenüber der Vertikalen geneigt ist, sieht eine Komponente  $\mathbf{v}_{\text{hrz}} \boldsymbol{\Omega}$  des Horizontalwinds. Für  $\boldsymbol{\Omega}$  muß hier der Abstrahlwinkel des Schwerpunkts des Meßvolumens eingesetzt werden. Dieser ergibt sich aus dem Produkt der Sende-, Empfangs- und Schallkeule, wobei der Schwerpunkt der Schallkeule durch den Horizontalwind zum Abstrahlwinkel  $\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R)/R$  verdriftet ist. Der Schwerpunkt des Produkts der drei Antennenkeulen ist dann, wenn die RADAR- und Schallantennendiagramme wie beim Wind-Temperatur-RADAR identisch sind, bei  $\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{3} \frac{\boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R)}{R}$ . Somit vereinfacht sich (4.50) zu:

$$\delta c_a = - \frac{2}{3} \frac{\mathbf{v}_{\text{hrz}}(R) \boldsymbol{\rho}_{\text{vir}}(R)}{R} + \frac{\rho_{\text{vir}}^2(R) c_a}{2R^2}$$

Die Vernachlässigung dieser Korrektur führt in den untersten Meßhöhen zu einer Unterschätzung der Temperatur durch das RASS von bis zu einem Grad, die tatsächlich beobachtet wird. Die Wirksamkeit dieser Korrektur wird neben den anderen Korrekturen von Peters und Angevine (1996) und Goersdorf (1998) untersucht.

#### 4.1.4 Berechnung der Empfangsleistung in Form eines Faltungsprodukts

Für die Bestimmung der Schallabsorption wird nicht eine bestimmte Realisierung des Empfangssignals, die schwer zu berechnen wäre, sondern nur der Ensemble-Mittelwert der Empfangsleistung  $\langle P \rangle = \frac{1}{2} \langle U_r U_r^* \rangle$  benötigt. Mit dem Empfangssignal  $U_r$  aus (4.47) läßt sich dieser in der folgenden Form schreiben:

$$\begin{aligned} \langle P_r(\omega_a) \rangle &= \frac{1}{2} \alpha_p^2 \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \Omega_1 \text{fff}(\Omega_1) \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \Omega_2 \text{fff}^*(\Omega_2) \\ &\cdot \left\langle B(k_{\text{brg}}(\Omega_1)) B^*(k_{\text{brg}}(\Omega_2)) e^{\psi(\Omega_1) + \psi^*(\Omega_2)} \right\rangle e^{ik_a \rho_{\text{vir}} \Omega_\Delta} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Dabei ist  $\Omega_\Delta = \Omega_1 - \Omega_2$ . Der Mittelwert des Terms  $\Re\{\exp(-i(\omega_{\text{rf0}} - \omega_a)t)\}^2$  über eine Periode ergibt den Faktor  $\frac{1}{2}$  (siehe (4.28)). Das Signal erscheint im Empfangsspektrum bei der Frequenz  $\omega_{\text{rf0}} - \omega_a$ , und nach dem Mischer bei der Frequenz  $\omega_a$ .

In diesem Abschnitt wird (4.51) vereinfacht, indem vorausgesetzt wird, daß die Bragg-Wellenzahl  $k_{\text{brg}}(\Omega)$  konstant ist. Dadurch kann  $|B(k_{\text{brg}})|^2$  vor die Integrale gezogen werden. Die Auswirkung dieser Näherung wird in Abschnitt 4.1.7 untersucht. Durch die Substitution  $\Omega_2 = \Omega_1 - \Omega_\Delta$  ergibt sich weiter:

$$\langle P_r(\omega_a) \rangle = \frac{1}{2} \alpha_p^2 |B(k_{\text{brg}})|^2 \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \Omega_\Delta \tilde{\mathcal{G}}(\Omega_\Delta) \tilde{\mathcal{H}}(\Omega_\Delta) e^{ik_{\text{rf0}} \rho_{\text{abe}} \Omega_\Delta} \quad (4.52)$$

$$\text{mit } \tilde{\mathcal{G}}(\Omega_\Delta) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \Omega_1 \text{fff}(\Omega_1) \text{fff}^*(\Omega_1 - \Omega_\Delta) \quad (4.53)$$

$$\text{und } \tilde{\mathcal{H}}(\Omega_\Delta) = \left\langle e^{\psi(\Omega_1) + \psi^*(\Omega_1 - \Omega_\Delta)} \right\rangle \quad (4.54)$$

Da das Koordinatensystem so gewählt wurde, daß die RADAR-Antennen im Ursprung stehen ( $\rho_t + \rho_r = 0$ ), kann  $k_a \rho_{\text{vir}}$  mit Hilfe von  $2k_{\text{rf0}} \simeq k_a$  und (4.1) durch  $k_{\text{rf0}} \rho_{\text{abe}}$  ersetzt werden. Dadurch hat dieser Ausdruck die Form der Rücktransformation (4.13). Mit Hilfe des Faltungssatzes kann (4.52) als Faltungsprodukt geschrieben werden:

$$\langle P_r(\omega_a) \rangle = \frac{1}{2} \alpha_p^2 |B(k_{\text{brg}})|^2 (\mathcal{G} \otimes \mathcal{H})(\rho_{\text{abe}}) \quad (4.55)$$

Wobei  $\mathcal{G}$  und  $\mathcal{H}$  jeweils mit Hilfe der Rücktransformation (4.13) aus  $\tilde{\mathcal{G}}$  beziehungsweise  $\tilde{\mathcal{H}}$  gewonnen werden:

$$\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega}_{\Delta} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega}_1 \text{fff}(\boldsymbol{\Omega}_1) \text{fff}^*(\boldsymbol{\Omega}_1 - \boldsymbol{\Omega}_{\Delta}) e^{ik_{\text{rf}0}\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}\boldsymbol{\Omega}_{\Delta}} \quad (4.56)$$

$$\mathcal{H}(\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega}_{\Delta} \tilde{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\Omega}_{\Delta}) e^{ik_{\text{rf}0}\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}\boldsymbol{\Omega}_{\Delta}} \quad (4.57)$$

Die Berechnung der Funktion  $\mathcal{H}(\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}})$ , welche die turbulenzbedingte Verbreiterung des Empfangsflecks beschreibt, wird in Abschnitt 4.1.6 fortgesetzt. Die Funktion  $\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}})$  beschreibt die aperturbedingte Verbreiterung des Empfangsflecks. Sie kann vereinfacht werden, indem die Substitution  $\boldsymbol{\Omega}_2 = \boldsymbol{\Omega}_1 - \boldsymbol{\Omega}_{\Delta}$  rückgängig gemacht wird, die zu (4.52) geführt hat, und dann der Faltungssatzes auf das Produkt  $\text{fff} = f_{\text{t}}f_{\text{r}}f_{\text{a}}$  angewendet wird:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}) &= \left| \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega} \text{fff}(\boldsymbol{\Omega}) e^{ik_{\text{rf}0}\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}\boldsymbol{\Omega}} \right|^2 \\ &= \left| (g_{\text{t}} \otimes g_{\text{r}} \otimes g_{\text{a}})(\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}) \right|^2 \end{aligned} \quad (4.58)$$

Dabei wurde die um den Faktor 2 gestreckte Aperturfunktion

$$g_{\text{A}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}) = g_{\text{a}}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{\Omega} f_{\text{a}}(\boldsymbol{\Omega}) e^{ik_{\text{rf}0}\boldsymbol{\rho}_{\text{abe}}\boldsymbol{\Omega}} \quad (4.59)$$

eingeführt, damit alle drei Antennencharakteristiken mit Hilfe von (4.13) (mit  $k_{\text{rf}0}$  im Exponenten) transformiert werden können.

#### 4.1.5 Die Leistung eines Empfangspeaks

Um die Leistung eines Empfangspeaks zu berechnen, muß ein Schallsignal eingesetzt werden, das den Frequenzbereich, in dem die Bragg-Bedingung erfüllt ist, gleichmäßig überdeckt. Dazu wird die Schalleistung  $\bar{P}_{\text{a}}$ , die in  $\alpha_p$  in (4.55) enthalten ist, folgendermaßen ersetzt:

$$\bar{P}_{\text{a}} |B(k_{\text{brg}})|^2 \rightarrow \int_{\omega_{\text{a}0} - B_{\text{a}}/2}^{\omega_{\text{a}0} + B_{\text{a}}/2} d\omega_{\text{a}} \frac{\bar{P}_{\text{a}}}{B_{\text{a}}} |B(2k_{\text{rf}0} - \omega_{\text{a}}/c_{\text{a}})|^2 \quad (4.60)$$

Dabei ist  $\omega_{\text{a}0}$  die Mittenfrequenz und  $B_{\text{a}}$  die Bandbreite des gesendeten Signals. Aus (4.48) geht hervor, daß das Bragg-Fenster  $B(k_{\text{brg}})$  die Fourier-Transformierte der Höhengewichtsfunktion  $h(r)$  ist. Beim FMCW-RADAR ist die Höhengewichtsfunktion  $h(r)$  ihrerseits die Transformierte des Transientenfensters  $W(t)$  (siehe Abschnitt 1.1.3). Folglich ist das Bragg-Fenster bis auf ein paar Faktoren mit dem Transientenfenster identisch (siehe Bauer, 1992, (1.12)):

$$B(k_{\text{brg}}) = \Delta R W\left(\frac{\Delta R}{\omega_{\text{sw}}} k_{\text{brg}}\right) \quad (4.61)$$

Das Integral über das Bragg-Fenster ergibt

$$\int_{\omega_{a0}-B_a/2}^{\omega_{a0}+B_a/2} d\omega_a \frac{\overline{P}_a}{B_a} |B(k_{\text{brg}})|^2 = 2\pi c_a \Delta R \quad (4.62)$$

dabei wurde vorausgesetzt, daß das Transientenfenster  $W(t)$  so normiert ist, daß es die mittlere Leistung erhält. Wenn das abgestrahlte Schallspektrum das Bragg-Fenster gleichmäßig überdeckt, dann wirkt sich die Lage des Bragg-Fensters, und damit auch die Verschiebung  $\epsilon_{\text{vir}}$  nicht auf die über das Schallspektrum integrierte Leistung aus.

Faßt man die bisherigen Ergebnisse dieses Kapitels zusammen, so ergibt sich die folgende Gleichung für die Empfangsleistung eines RASS-Peaks:

$$\langle P_r \rangle = \frac{4\pi^3 \alpha_\epsilon^2 \varrho_L c_a^2 \Delta R \overline{P}_{\text{rf}} \overline{P}_a A_{\text{e,rf}}^2 A_{\text{e,a}}}{B_a \lambda_{\text{rf}}^8 R^2} \Pi(R) V_a\left(\frac{1}{2}\rho_{\text{abe}}\right) (\mathcal{G} \otimes \mathcal{H})(\rho_{\text{abe}}) \quad (4.63)$$

Sie wird als RASS-Gleichung bezeichnet und ist nicht nur für die Bestimmung der Schallabsorption, sondern auch für den Systementwickler von Bedeutung. Zum Beispiel kann ihr entnommen werden, wie sich eine Vergrößerung der Antennenfläche auf die Empfangsleistung auswirkt. Bei Meßhöhen oberhalb 300 m ist die turbulenzbedingte Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  auch bei geringer Turbulenzintensität breiter als die aperturbedingte Fleckfunktion  $\mathcal{G}$ . Dann ist die Empfangsleistung proportional zu

$$\langle P_r \rangle \sim A_{\text{e,rf}}^2 A_{\text{e,a}} \iint d^2\boldsymbol{\rho} \mathcal{G}(\boldsymbol{\rho}). \quad (4.64)$$

Wegen der Normierung (4.15) ist  $\iint d^2\boldsymbol{\rho} \sqrt{\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})} = 1$ . Wenn die drei Aperturen aufeinander abgestimmt sind ( $A_e = A_{\text{e,rf}} = 2A_{\text{e,a}}$ ), dann ist die Breite des Integranden  $\sqrt{\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})}$  proportional zur Breite der Aperturen  $\sigma_g \sim \sqrt{A_e}$  und folglich die Höhe (des Maximums) proportional zu  $1/A_e$ , da die Breite bei der zweidimensionalen Integrationen  $\iint d^2\boldsymbol{\rho} \sqrt{\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})}$  quadratisch eingeht.<sup>6</sup> Dann ist die Höhe (des Maximums) von  $\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})$  proportional zu  $1/A_e^2$  und folglich  $\iint d^2\boldsymbol{\rho} \mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})$  proportional  $A_e \cdot 1/A_e^2 = 1/A_e$ . Die Empfangsleistung ist dann wegen (4.64) proportional zu  $A_e^2$ . Zum Vergleich: Beim Clear-Air-Signal beziehungsweise bei den Signalen von verteilten Streukörpern ist die Empfangsleistung proportional zu  $A_e$ . In den unteren Meßhöhen kann der RASS-Empfangsleistungsgewinn, der durch eine Vergrößerung der Aperturen erreicht wird, je nach Fokusaberration  $\rho_{\text{abe}}$  stark von der  $A_e$ -Proportionalität abweichen.

Der Verlauf der RASS-Aperturfunktion  $\mathcal{G}$  des Wind-Temperatur-RADAR kann in der Nähe des Maximums gut durch eine Gaußfunktion genähert werden (siehe Abbildung 4.10). Ihre Breite wurde numerisch berechnet, indem die Aperturfunktionen  $g_{\text{rf}}$  und  $g_A$  wie in Abschnitt 4.2.1.4 durch Kastenfunktionen genähert wurden. Dabei ergibt sich eine Breite von

<sup>6</sup>Dieser Schlußfolgerung liegt die Abschätzung  $\iint d^2\boldsymbol{\rho} \sqrt{\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})} \simeq \sigma_g^2 \mathcal{G}(0)$  zu Grunde.

$$\sigma_g = 1,1 \text{ m.} \quad (4.65)$$

$\sqrt{\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})}$  ist die Fourier-Transformierte der für das RASS wirksamen Antennencharakteristik  $fff(\boldsymbol{\Omega})$ . Daher besteht der folgende Zusammenhang zwischen der Aperturbreite (Standardabweichung von  $\mathcal{G}$ ) und der Standardabweichung des Strahlöffnungswinkels  $\sigma_b$ :

$$\sigma_g = \frac{1}{2k_{r10} \sigma_b} \quad (4.66)$$

Die Zwei im Nenner folgt daraus, daß sich die Breiten auf die Quadrate des Transformationspaars  $\sqrt{\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho})}$  und  $fff(\boldsymbol{\Omega})$  beziehen.

Die explizite  $1/R^2$ -Abhängigkeit in (4.63) hat nur eine geringe Auswirkung im Vergleich zu den  $R$ -Abhängigkeiten, die durch die Schallabsorption  $\Pi(R)$  und die Fokussierungsbedingung  $\mathcal{H}(\boldsymbol{\rho}_{abe})$  verursacht werden.

#### 4.1.6 Die turbulenzbedingte Fleckfunktion $\mathcal{H}(\boldsymbol{\rho}_{abe})$

Die Kovarianzfunktion  $\tilde{\mathcal{H}}$  des Schallwellenfeldes in (4.52) beschreibt den Einfluß der Turbulenz. Es wird sich zeigen, daß sie ein Maximum bei  $\Omega_\Delta = 0$  hat und mit wachsenden Werten von  $\Omega_\Delta$  abfällt. Sie gewichtet bei der  $\boldsymbol{\Omega}_\Delta$ -Integration in (4.52) den Bereich  $|\boldsymbol{\Omega}_\Delta|R < \rho_o$ , in dem die mittleren (komplexen) Phasenunterschiede so klein sind, daß sich die Signale kohärent addieren können. Die Phasenunterschiede können durch die Wellenstrukturfunktion (siehe (3.6))

$$D_\psi(R\Omega_\Delta) = \langle |\psi(\boldsymbol{\Omega}) - \psi(\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_\Delta)|^2 \rangle = D_\chi + D_s \quad (4.67)$$

charakterisiert werden. Diese hängt auf Grund der horizontalen Isotropie der turbulenten Brechungsindexvariationen nur vom Betrag  $\Omega_\Delta$  ab.

Unter der Voraussetzung, daß der Realteil  $\chi$  und der Imaginärteil  $s$  von  $\psi$  jeweils normal-verteilt sind, gelingt es Clifford und Wang (1977, Anhang I) den Zusammenhang zwischen  $\tilde{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\Omega}_\Delta)$  und der Wellenstrukturfunktion  $D_\psi(\Omega_\Delta)$  herzustellen<sup>7</sup>:

$$\tilde{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\Omega}_\Delta) = \left\langle e^{\psi(\boldsymbol{\Omega}) + \psi^*(\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_\Delta)} \right\rangle = e^{-\frac{1}{2}D_\psi(R\Omega_\Delta)} \quad (4.68)$$

Dabei wurde angewendet, daß für eine normalverteilte Zufallsvariable  $B$  die Beziehung  $\langle \exp(B) \rangle = \exp(\frac{1}{2} \langle B^2 \rangle)$  gilt, was sich durch Einsetzen der Verteilungsfunktion zeigen läßt. Des weiteren wurde verwendet, daß die mittlere über eine Kugeloberfläche integrierte Leistung durch die Turbulenz nicht verändert werden soll:  $\langle \exp(\chi + is) \exp(\chi - is) \rangle = 1$ . Daraus ergibt sich, daß die mittlere Amplitude  $\langle \chi \rangle = -\langle \chi^2 \rangle$  mit wachsender Varianz abnehmen muß.

<sup>7</sup>in Abschnitt 4.1.7 wird eine ähnliche Rechnung ausführlich durchgeführt.

#### 4.1.6.1 Die Wellenstrukturfunktion $D_\psi$

Die wesentliche Aufgabe bei der Berechnung der turbulenzbedingten Fleckfunktion mit Hilfe von (4.68) und (4.57) besteht darin, den Zusammenhang zwischen den statistischen Eigenschaften des Brechungsindexfeldes  $n'_a(\mathbf{r})$ , die durch das Spektrum  $\Phi_n(K)$  des Brechungsindex beschrieben werden (siehe Abschnitt 3.1.1), und der Wellenstrukturfunktion  $D_\psi$  der Schallwelle herzustellen. Der direkte Weg, diesen Zusammenhang herzustellen, bestünde darin, das Wellenfeld bei gegebener Verteilung des Brechungsindex zu berechnen, daraus die Phasenabweichung  $\psi(\mathbf{r})$  gegenüber der ungestörten Welle zu berechnen, mit Hilfe von (3.6) die Strukturfunktion von  $\psi(r)$  zu bestimmen und diese auf die statistischen Eigenschaften des Brechungsindexfeldes zurückzuführen. Dies scheitert schon daran, daß das Wellenfeld bei einer beliebigen Verteilung des Brechungsindex nicht exakt berechnet werden kann. So ist man bei der Berechnung der statistischen Eigenschaften von Wellen, die sich durch ein stochastisches Medium ausbreiten, auf Näherungsmethoden angewiesen. Solche Näherungen wurden bereits in den vierziger und fünfziger Jahren größtenteils in der UdSSR für so unterschiedliche Bereiche wie die Ausbreitung von Radio- oder Schallwellen oder die Szintillation von Sternenlicht entwickelt. Mit der Erfindung des Lasers anfang der sechziger-Jahre verstärkte sich das Interesse für diese Näherungsmethoden. Ein Großteil dieser Entwicklung ist in den Büchern von Chernov (1960) und Tatarskii (1961, 1971)<sup>8</sup> zusammengefaßt.

Die älteste dieser Näherungsmethoden, die 'Methode der geometrischen Optik' (Bergmann, 1946; Tatarskii, 1961, Kapitel 6) beschränkt sich auf Wellenlängen, die im Vergleich zu den Skalen der Variationen des Brechungsindex klein sind. Außerdem wird vorausgesetzt, daß diese Variationen klein sind. Die Wellengleichung (4.22) einer spektralen Komponente der Frequenz  $\omega_a = k_a/c_a$  der Schallwelle (Helmholtz-Gleichung)

$$\nabla^2 p + k_a^2 n_a^2 p = 0 \quad (4.69)$$

wird durch den Ansatz  $p = \exp(\chi) \exp(is)$  in zwei gekoppelte Differentialgleichungen für die Phase  $s$  und die Amplitude  $\log(\chi)$  überführt. Durch einen störungstheoretischen Ansatz folgt eine Lösung, deren Phase die Verzögerung wiedergibt, die sich genauso durch die geradlinige Ausbreitung mit der Geschwindigkeit  $n_a c_a$  ergeben hätte:

$$s(\boldsymbol{\rho}, z) = k_a \int_0^z dz' n_a(\boldsymbol{\rho}, z') \quad (4.70)$$

Dieser Interpretation verdankt das Verfahren seinen Namen. Die Phasenstrukturfunktion  $D_s(\boldsymbol{\rho})$  kann nun durch Einsetzen von (4.70) in (3.6) berechnet werden und die Amplitudenstrukturfunktion entsprechend. Bei dieser Näherung wird die Beugung an Brechungsindexvariationen nicht richtig berücksichtigt. Dadurch werden, insbesondere bei größeren Weglängen, Amplitudenschwankungen,

---

<sup>8</sup>Die beiden Bücher von Tatarskii haben zum Großteil den gleichen Inhalt. Bei dem späteren sind einige Kapitel hinzugekommen, das frühere ist vor allem durch die Übersetzung von Silverman leichter zu verstehen, dafür ist der Streuquerschnitt von Turbulenz für Schallwellen dort falsch angegeben.

die sich durch Interferenzeffekte von gebeugten Strahlen ergeben, nicht richtig wiedergegeben.

Einen etwas größeren Gültigkeitsbereich hat die Näherungsmethode, die in dieser Arbeit verwendet wird, um die Wellenstrukturfunktion  $D_\psi$  für (4.68) zu berechnen. Sie wird in der Literatur als Methode der kleinen Störungen ('method of smooth perturbations') bezeichnet, was die Methode nur ungenau charakterisiert, denn auch die Methode der geometrischen Optik verwendet einen störungstheoretischen Ansatz. Die Wellengleichung (4.69) wird direkt mit einem störungstheoretischen Ansatz behandelt, der mit der in Abschnitt 4.1.1.3 beschriebenen Born-Näherung identisch ist. Da die Störungsreihe nur bis zur ersten Ordnung entwickelt wird, kann dieses Verfahren nur Einfachstreuung beschrieben. Diese Methode wird von Clifford (1973) beschrieben. Von Tatarskii (1971) wird sie in einer abgewandelten Form beschrieben, bei der die Wellengleichung (4.69) logarithmiert wird, bevor die Störungsreihe eingesetzt wird. Dieses Verfahren wurde von Rytov (1937) vorgeschlagen und von Obukhov (1953) entwickelt. Man glaubte einige Zeit, daß hierdurch auch Mehrfachstreuung berücksichtigt würde. Dies ist jedoch nicht der Fall, was daran zu erkennen ist, daß die Rytov-Methode zum gleichen Ergebnis führt, wie die von Clifford (1973) beschriebene Methode der kleinen Störungen. In den genannten Arbeiten wird die Ausbreitung von Licht in der Atmosphäre behandelt. Da die Wellengleichung der Schallwellen die gleiche Form hat wie die der elektromagnetischen Wellen, kann diese Methode auf die Schallwellen übertragen werden. Allerdings wird in den genannten Arbeiten vorausgesetzt, daß die Wellenlänge der sich ausbreitenden Welle im Vergleich zu den kleinsten im Turbulenzspektrum auftretenden Wellenlängen (Kolmogorov-Microscale) klein ist. Dies ist bei Licht gerechtfertigt, aber bei den Schallwellen des Wind-Temperatur-RADAR ( $\lambda = 12$  cm) nicht. Clifford und Brown (1970) zeigen, daß die Methode der kleinen Störungen auch für größere Wellenlängen gültig bleibt.

Die Voraussetzung, daß die Variationen des Brechungsindex im Vergleich zu seinem Mittelwert klein sein müssen, ist auf den ersten Blick gut erfüllt ( $\sqrt{\langle n_a'^2 \rangle} < 10^{-2}$ ). Die daraus resultierende Verformung des Wellenfeldes wächst jedoch mit der Strecke, welche die Welle durch das stochastische Medium zurücklegt. Dadurch wird die Bornnäherung, die nur Einfachstreuung berücksichtigt, für längere Laufwege unbrauchbar. Es zeigt sich tatsächlich bei den experimentellen Untersuchungen von Garacheve und Gyrvich (1965) und Gyrvich et al. (1968), daß die mit der Methode der kleinen Störungen gewonnenen Aussagen über die Amplitude ihre Gültigkeit verlieren, wenn die Varianz der Amplitude entlang einer Wellenfront  $\langle \chi^2 \rangle$  größer als 0,3 wird. Bei größeren Laufwegen tritt eine Sättigung ein, und  $\chi$  wächst nicht mehr weiter, wie es die Methode der kleinen Störungen vorhersagt. Die durch die Methode der kleinen Störungen gewonnenen Aussagen über die Phase  $s$  behalten ihre Gültigkeit über längere Laufwege. Da die Experimente von Garacheve und Gyrvich und Gyrvich et al. mit kürzeren Wellenlängen durchgeführt wurden, ist es nicht möglich, die Ergebnisse auf unsere Anwendung zu übertragen. Um zu erfahren, ob bei der Berechnung der Fleckfunktion der Gültigkeitsbereich der Methode der kleinen Störungen verlassen wird, sind genauere Untersuchungen notwendig. Die in Abschnitt 4.2 experimentell gefundenen Fleckbreiten deuten darauf hin.

Es gibt zwei weitere Methoden, die in der Quantenfeldtheorie entwickelt wurden, mit denen die Mehrfachstreuung berücksichtigt werden kann. Zum einen wird von Bourret (1962) die von Feynman entwickelte Diagramm-Technik auf die Helmholtz-Gleichung angewendet. Dabei ergeben sich

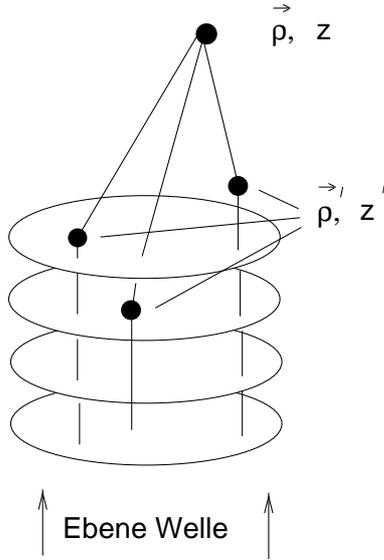


Abbildung 4.3: Skizze einiger Ausbreitungspfade des Signals, das zum Signal  $p_1$  am Ort  $\rho, z$  beiträgt. Die Verzögerung gegenüber der geradlinigen Ausbreitung beträgt bei kleinen Streuwinkel  $|\rho - \rho'|^2 / 2(z - z') / c_a$ .

Gleichungen für das erste  $\langle p(\mathbf{r}) \rangle$  und das zweite  $\langle p(\mathbf{r}) p^*(\mathbf{r}') \rangle$  statistische Momente der gestreuten Wellen. Die Gleichung für das zweite statistische Momente kann bis heute nicht gelöst werden (Rytov et al., 1998).

Bei der zweiten Methode (Klyatskin, 1970) wird ein Ansatz der Form  $p = u \exp(ikz)$  in die Helmholtz-Gleichung eingesetzt, was bei Beschränkung auf kleine Streuwinkel und damit auf kleine Wellenlängen auf eine parabolische Gleichung führt:

$$\left( 2ik \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 n_a'^2 \right) u(\mathbf{r}) = 0$$

Indem die Ausbreitung der Wellen in z-Richtung als Markov-Prozeß beschrieben wird, lassen sich die ersten beiden statistischen Momente der gestreuten Welle berechnen. Diese Methode wurde von Große (1992) in Hinblick auf Schallwellen in der Troposphäre auf größere Wellenlängen erweitert. Die Anwendung seiner Formeln auf das hier vorliegende Problem ist jedoch nicht ohne weiteres möglich. Seine Ergebnisse müßten dazu auf eine sphärische Welle übertragen werden, und die Wellenstrukturfunktion müßte aus den statistischen Momenten der gestreuten Welle berechnet werden. Daher wird die Wellenstrukturfunktion hier mit der im folgenden beschriebenen Methode berechnet:

#### 4.1.6.1.1 Methode der kleinen Störungen bei einer ebenen Welle und räumlich konstanter Turbulenzintensität

Die Wellengleichung (4.69) wird durch einen störungstheoretischen Ansatz gelöst, der mit der in Abschnitt 4.1.1.3 beschriebenen Born-Näherung identisch ist. Wenn für die ungestörte Welle  $p_0 = \exp(ik_a z)$  (ebene Welle) eingesetzt wird, so ergibt sich mit der Zerlegung  $n_a = \bar{n}_a + n_a'$  analog zu (4.25) für die gestreuten Wellen der Ausdruck:

$$p_1(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{k_a^2 e^{ik_a z}}{2\pi} \int_0^z dz' \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\rho}' \frac{e^{ik_a \frac{|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|^2}{2(z-z')}}}{(z-z')} n_a'(\boldsymbol{\rho}', z') \quad (4.71)$$

Wenn die Brechungsindexvariationen klein sind, erstreckt sich die Integration über ein Volumen, das nur die Ausbreitungspfade in der Nähe der geradlinigen Ausbreitung enthalten muß. Ein größeres Integrationsvolumen, das auch größere Streuwinkel zuläßt, liefert nur einen vernachlässigbaren Beitrag zu  $p_1$ , weil nur die Pfade einen Beitrag ergeben, die dicht bei der kürzesten Verbindung liegen (Feynman und Hibbs, 1965). Dementsprechend kann der Betrag  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , der in der Retardierung in (4.25) enthalten ist, durch  $z + |\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|^2/2(z-z')$  genähert werden (siehe Abbildung 4.3).

Um die Beziehung zwischen  $E_1$  und den Abweichungen  $\chi$  und  $s_1$  der Amplitude und der Phase gegenüber der ungestörten Schallwelle herzustellen, muß der Logarithmus von  $p/p_0 = 1 + p_1/p_0 = A/A_0 \exp(i(s_1 - s_0))$  gebildet werden, wobei  $p = A \exp(is)$  und  $p_0 = A_0 \exp(is_0)$ . Weil  $p_1 \ll p_0$  und  $A_1 \ll A_0$  kann der Logarithmus um 1 entwickelt und nach der ersten Potenz abgebrochen werden ( $\log(1 + \epsilon) \simeq \epsilon$ ). Es ergibt sich:

$$\frac{p_1}{p_0} \simeq \underbrace{\frac{A_1}{A_0}}_{=\chi} + i \underbrace{(s_1 - s_0)}_{=s} \quad (4.72)$$

Folglich kann  $\chi$  aus dem Realteil und  $s$  aus dem Imaginärteil von (4.71) abgeleitet werden.

Durch Einsetzen von (4.71) in (4.72) folgen mit Hilfe der Definition (3.1) die transversalen Kovarianzfunktionen der Amplitude  $\chi$  und der Phase  $s$ :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} R_\chi(\boldsymbol{\rho}_\Delta, z) \\ R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta, z) \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \langle \chi(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}_\Delta, z) \chi(\boldsymbol{\rho}, z) \rangle \\ \langle s(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}_\Delta, z) s(\boldsymbol{\rho}, z) \rangle \end{Bmatrix} \\ &= \frac{k_a c^4}{4\pi^2} \int_0^z dz' \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\rho}' \int_0^z dz'' \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\rho}'' \langle n_a'(\boldsymbol{\rho}', z') n_a''(\boldsymbol{\rho}'', z'') \rangle \\ &\quad \cdot \frac{\left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \left( k_a \frac{|\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}_\Delta - \boldsymbol{\rho}'|^2}{2(z-z')} \right)}{(z-z')} \cdot \frac{\left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \left( k_a \frac{|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}''|^2}{2(z-z'')} \right)}{(z-z'')} \end{aligned} \quad (4.74)$$

Weil hier statt der sphärischen Welle in (4.67) eine ebene Welle beschrieben wird, wird der Abstand zwischen zwei Orten auf einer Phasenfront durch  $\boldsymbol{\rho}_\Delta$  statt durch  $R\boldsymbol{\Omega}_\Delta$  beschrieben. Zur Berechnung von (4.74) wurden Volumen- und Ensemble-Mittelung vertauscht und alle deterministischen Größen aus dem Ensemble-Mittelwert herausgezogen. Der verbleibende Ensemble-Mittelwert kann mit der Kovarianzfunktion der Brechungsindexvariationen  $n_a'$  identifiziert werden:

$$R_n(\boldsymbol{\rho}', z'; \boldsymbol{\rho}'', z'') = \langle n_a'(\boldsymbol{\rho}', z') n_a''(\boldsymbol{\rho}'', z'') \rangle$$

Wird Homogenität vorausgesetzt, so kann die Kovarianzfunktion  $R_n$  analog zu (3.3) als Integral über das Turbulenzspektrum  $\Phi_n(\mathbf{K}_\rho, K_z)$  geschrieben werden:

$$R_n(\boldsymbol{\rho}', z'; \boldsymbol{\rho}'', z'') = \int_{-\infty}^{\infty} dK_z \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{K}_\rho \Phi_n(\mathbf{K}_\rho, K_z) e^{i\mathbf{K}_\rho(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}'') + iK_z(z' - z'')}$$

Durch Einsetzen dieser spektralen Darstellung der Kovarianzfunktion  $R_n$  in (4.73) ergibt sich ein Ausdruck mit 9 Integralen. Unter der Voraussetzung, daß das Spektrum  $\Phi_n$  isotrop ist und unter den oben genannten Voraussetzungen können 8 der 9 Integrationen ausgeführt werden:

$$\begin{Bmatrix} R_\chi(\boldsymbol{\rho}_\Delta, z) \\ R_s(\boldsymbol{\rho}_\Delta, z) \end{Bmatrix} = 2\pi k_a^2 z \int_0^\infty dK K J_0(K \rho_\Delta) \Phi_n(K) \left[ 1 \left\{ \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} \right\} \frac{k_a}{K^2 z} \sin\left(\frac{K^2 z}{k_a}\right) \right] \quad (4.75)$$

Dabei ist  $K = \sqrt{\mathbf{K}_\rho^2 + K_z^2}$  der Betrag des Wellenzahlvektors und  $J_0$  die Besselsche Funktion erster Gattung und nullter Ordnung. Die Auswirkung der großen Skalen, bei denen die Atmosphäre in der Regel nicht isotrop ist, hebt sich beim Übergang zur Strukturfunktion  $D_\psi$  weg (siehe Abschnitt 3.1.1.2). Dieser Übergang wird mit Hilfe von (3.7) und (4.67) vollzogen:

$$D_\psi(\boldsymbol{\rho}_\Delta, z) = 8\pi^2 k_a^2 z \int_0^\infty dK K (1 - J_0(K \rho_\Delta)) \Phi_n(K) \quad (4.76)$$

#### 4.1.6.1.2 Erweiterung der Methode der kleinen Störungen auf eine sphärische Welle in einem Medium mit langsam variierender Turbulenzintensität

Die Wellenstrukturfunktion (4.76) wurde für den Fall abgeleitet, daß die ungestörte Welle eine ebene Welle ist ( $p_0 = \exp(ik_a z)$ ) und sich durch ein homogenes Medium ausbreitet. Um diese Wellenstrukturfunktion auf das Schallsignal des Wind-Temperatur-RADAR übertragen zu können, muß sie aus zwei Gründen modifiziert werden:

- Bei der vertikalen Abstrahlung des Schalls muß die Änderung der Turbulenzintensität mit der Höhe berücksichtigt werden. Damit die Variationen des Brechungsindex durch das Turbulenzspektrum  $\Phi_n$  dargestellt werden können, muß vorausgesetzt werden, daß sich die statistischen Eigenschaften des Brechungsindex  $n'_a$  nur langsam im Raum ändern, damit die Homogenität wenigstens lokal erfüllt ist. Die Wellenstrukturfunktion für das homogene Medium geht dann durch die Modifikation  $z \rightarrow \int_0^z dz'$  in die für ein inhomogenes Medium über (s. u.).
- Die ungestörte Schallwelle ist sphärisch. Die Wellenfronten einer sphärischen Welle werden durch Variationen des Brechungsindex in der Nähe der Quelle weniger verformt, als durch die gleichen Variationen in der Nähe des Beobachters, weil der Abstand zweier benachbarter Strahlen und dadurch auch der mittlere Unterschied des Brechungsindex, den die beiden Strahlen erfahren, mit der Entfernung von der Quelle wächst. Dies wird durch die Modifika-

tion  $\rho_\Delta \rightarrow \rho_\Delta \frac{r}{R} = \Omega_\Delta r$  berücksichtigt ( $r =$  Abstand von der Quelle,  $R =$  Abstand von der Quelle bis zur Kugelschale, für die die Wellenstrukturfunktion berechnet wird).

Durch beide Modifikationen geht die Wellenstrukturfunktion (4.76) über in:

$$D_\psi(R\Omega_\Delta, R) = 8\pi^2 k_a^2 \int_0^R dr \int_0^\infty dK K (1 - J_0(K\Omega_\Delta r)) \Phi_n(K) \quad (4.77)$$

Beide Modifikationen werden von Lutumirski und Yura (1971) in einer Fußnote ohne Begründung angegeben<sup>9</sup> und werden von Clifford und Wang (1977) zitiert. Auch spätere Arbeiten, die sich mit der Auswirkung der Turbulenz auf das RASS befassen (z. B.: Lataitis, 1992; Lataitis und Clifford, 1996; Peters und Angevine, 1996; Bauer, 1992) kommen nicht ohne dieses wenig fundierte Zitat aus. Diese Modifikationen sind nur auf den ersten Blick einleuchtend. Die Erweiterung  $z \rightarrow \int_0^z dz'$  steht im Widerspruch zu der Erfahrung, daß eine matte Scheibe die Sicht in die Ferne (ebene Welle) mehr behindert, je weiter sie vom Auge entfernt ist. Eine räumliche Gewichtung, die dieser Erfahrung Rechnung trägt, wird von (Tatarskii, 1971, (49.23)) tatsächlich abgeleitet. Leider berechnet er für den Fall einer sphärischen Welle in einem inhomogenen Medium nur die Varianzen der Amplituden- und Phasenvariationen (Tatarskii, 1971, § 48). Bei der Klärung des scheinbaren Widerspruchs hilft die mathematische Arbeit von Schmeltzer (1967). Er verallgemeinert die in Abschnitt 4.1.6.1.1 beschriebene Rechnung, indem er als ungestörte Welle statt einer ebenen Welle ein verallgemeinertes Wellenfeld einsetzt, das im Grenzfall auch eine sphärische Welle enthält. Lee und Harp (1969) setzen diesen Grenzfall in das Ergebnis der Arbeit von Schmeltzer ein, wodurch die Wellenstrukturfunktion (4.77) bestätigt wird. Es zeigt sich, daß die Modifikationen, die Lutumirski und Yura (1971) vorgeschlagen haben, nur für die Summe der Amplituden- und der Phasenstrukturfunktion gilt.

Durch den Faktor  $(1 - J_0(K\Omega_\Delta r))$  in (4.77) wird der Einfluß des langwelligen Teils des Spektrums  $\Phi_n(K)$  unterdrückt. Der Teil des Spektrums  $\Phi_n(K)$ , der einen Beitrag zur Wellenstrukturfunktion  $D_\psi$  liefert, liegt daher im Inertialbereich, und kann folglich durch<sup>10</sup>

$$\Phi_n(K) = 0,033 C_n^2 K^{-11/3} \quad (4.78)$$

beschrieben werden. (4.78) kann analog zu den Komponenten  $\Phi_{ij}$  des Spektrums des Windgeschwindigkeitsvektors abgeleitet werden (siehe Abschnitt 3.1 und Panofsky und Dutton, 1984).  $C_n^2$  ist der Strukturparameter der Schallausbreitung, die analog zu (3.9) definiert ist. Aus der Definition der Strukturfunktion (3.6) und der Formel für die vertikale Schallgeschwindigkeit (1.2) ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem Strukturparameter des Brechungsindex und denen der Vertikalgeschwindigkeit und der Temperatur:

<sup>9</sup>Beide Autoren arbeiten bei einer kalifornischen Rüstungsfirma. Möglicherweise wird diese Fußnote in einer Arbeit begründet, die mir nicht zugänglich ist.

<sup>10</sup>Die Konstante 0,033 hat die Dimension 1, das Spektrum  $\Phi_n$  hat die Einheit  $\text{m}^3$  und der Strukturparameter  $C_n^2$  hat die Einheit  $\text{m}^{-2/3}$ .

$$C_n^2 = \frac{C_w^2}{c_a^2} + \frac{C_T^2}{4T^2} \simeq \frac{C_w^2}{c_a^2} \quad (4.79)$$

wobei  $T$  die absolute Temperatur ist. Der Beitrag des Strukturparameters  $C_T^2$  der Temperatur kann in der Regel vernachlässigt werden. Dies folgt aus der Tatsache, daß sich die Vertikalgeschwindigkeitsspektren des Clear-Air- und des RASS-Kanals, wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, nur wenig unterscheiden.

Indem (4.78) in (4.77) eingesetzt wird, ergibt sich mit Hilfe der Integraltabelle (Wheelon, 1960, Integral 1.307) ein analytischer Ausdruck für die Wellenstrukturfunktion:

$$D_\psi(R\Omega_\Delta) = 2 \left( \frac{R\Omega_\Delta}{\rho_o} \right)^{5/3} \quad (4.80)$$

$$\text{mit } \rho_o = \left( \alpha_\rho k_a^2 R \bar{C}_n^2 \right)^{-3/5} \quad (4.81)$$

$$\text{und } \bar{C}_n^2 = \frac{8}{3} \int_0^1 d\frac{z}{R} C_n^2(z) \left( \frac{z}{R} \right)^{5/3} \quad (4.82)$$

$$\text{und } \alpha_\rho = \frac{3}{8} 4\pi^2 \cdot 0,033 \frac{\left(\frac{5}{6}\right), \left(\frac{1}{6}\right)}{2^{8/3}, 2\left(\frac{11}{6}\right)} \simeq 0,55$$

Dabei wird  $\rho_o$  als transversale Kohärenzlänge bezeichnet<sup>11</sup>, weil bei  $R\Omega_\Delta = \rho_o$  die Kovarianz-Funktion  $\tilde{\mathcal{H}}(\Omega_\Delta)$  des Schallwellenfeldes auf das  $1/e$ -fache abgefallen ist.

Durch Einsetzen von (4.80) in (4.68) ergibt sich die Transformierte der turbulenzbedingten Fleckfunktion:

$$\tilde{\mathcal{H}}(\Omega_\Delta) = e^{-\left( \frac{R\Omega_\Delta}{\rho_o} \right)^{\mu_\mathcal{H}}} \quad (4.83)$$

wobei entsprechend (4.80)  $\mu_\mathcal{H} = 5/3$  ist. Lataitis (1992) nähert den Exponenten  $\mu_\mathcal{H}$  durch 2. Dadurch geht die Transformierte der turbulenzbedingten Fleckfunktion in eine um die  $z$ -Achse rotationssymmetrische Gauß-Kurve der Breite  $\sigma_\mathcal{H} = \frac{\rho_o}{R\sqrt{2}}$  über, die sich mit (4.13) analytisch transformieren läßt. Dabei ergibt sich eine Gauß-Kurve

$$\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}}) \simeq \frac{\pi}{k_{\text{rf0}}^2 \sigma_\mathcal{H}^2} e^{-\frac{\rho_{\text{abe}}^2}{2\sigma_\mathcal{H}^2}} \quad (4.84)$$

der reziproken Breite

$$\sigma_\mathcal{H} = \frac{R\sqrt{2}}{k_{\text{rf0}} \rho_o} = 2,0 R^{8/5} k_a^{1/5} (\bar{C}_n^2)^{3/5}. \quad (4.85)$$

---

<sup>11</sup>Die Bezeichnung  $\rho_o$  wurde in Anlehnung an Arbeiten in der Literatur (z. B.: Lutumirski und Yura, 1971) gewählt, obwohl der Buchstabe  $\rho$  in dieser Arbeit sonst Vektoren in der Aperturebene vorbehalten ist.

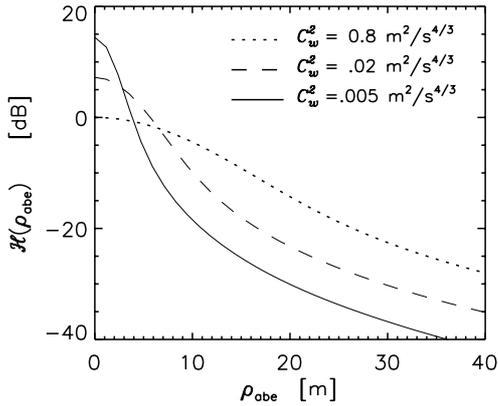


Abbildung 4.4: Turbulenzbedingte Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  bei verschiedenen Werten des über den Ausbreitungsweg gemittelten Strukturparameters  $\overline{C}_w^2$  und einer Meßhöhe von  $R = 300$  m.

Für die Berechnung müssen  $\Omega$  und  $\rho_{\text{abe}}$  in (4.13) koordinatenweise ausgeschrieben werden und anschließend der Exponenten quadratisch ergänzt werden.  $\sigma_{\mathcal{H}}$  kann auch als Abschätzung für die Breite der ungenäherten Fleckfunktion verwendet werden. Ist der Strukturparameter in der Höhe konstant ( $\overline{C}_n^2(R) = C_n^2$ ), dann wächst die Breite  $\sigma_{\mathcal{H}}$  des turbulenzbedingten Empfangsflecks mit  $R^{8/5}$ .

Ohne den Exponenten  $\mu_{\mathcal{H}}$  durch 2 zu nähern, kann die Transformierte der turbulenzbedingten Fleckfunktion  $\tilde{\mathcal{H}}$  nur numerisch zurücktransformiert werden (siehe Abschnitt 4.2.1.4). Da  $\tilde{\mathcal{H}}$  rotationssymmetrisch ist, ist auch  $\mathcal{H}$  rotationssymmetrisch. In Abbildung 4.4 ist die turbulenzbedingte Fleckfunktion des Signals von der Meßhöhe  $R = 300$  m bei verschiedenen Werten von  $\overline{C}_w^2$  dargestellt. Es handelt sich dabei um ein und dieselbe Funktion, die mit wachsenden Werten des mittleren Strukturparameters  $\overline{C}_w^2$  in  $x$ -Richtung gespreizt wird.

$$\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}}, \sigma_{\mathcal{H}}) = \frac{1}{\sigma_{\mathcal{H}}^2} \mathcal{H}(\rho_{\text{abe}}, \sigma_{\mathcal{H}} = 1) \quad (4.86)$$

Dabei bleibt die über die gesamte Fläche des Flecks integrierte Leistung konstant. (4.86) kann aus Regeln abgeleitet werden, die allgemein für Fourier-Transformationspaare gelten. Einfacher kann die Beziehung (4.86) in der Näherung (4.84) abgelesen werden.

Die von Lataitis vorgeschlagene 'quadratische' Näherung (4.84) ergibt bei Fokusaberrationen  $\rho_{\text{abe}}$ , die weit außerhalb der Fleckbreite  $\sigma_{\mathcal{H}}$  liegen, deutlich kleinere Werte als die 'exakte' ( $\mu_{\mathcal{H}} = 5/3$ ) Lösung. Um zu zeigen, wie empfindlich die Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  bei großen Fokusaberrationen von dem Exponenten  $\mu_{\mathcal{H}}$  in der Wellenstrukturfunktion  $D_{\psi}$  abhängt, wurde sie für verschiedene Werte von  $\mu_{\mathcal{H}}$  berechnet und in Abbildung 4.5 dargestellt.

Da solche großen Fokusaberrationen in der Praxis oft vorkommen, entscheidet der genaue funktionale Verlauf der Wellenstrukturfunktion  $D_{\psi}$  in vielen Fällen darüber, ob ein RASS-Signal empfangen werden kann oder nicht. Er ist wichtig zur Beurteilung des Nutzens, der durch eine Erhöhung der Sendeleistung oder eine Veränderung der Position der Schallquelle erzielt werden kann.

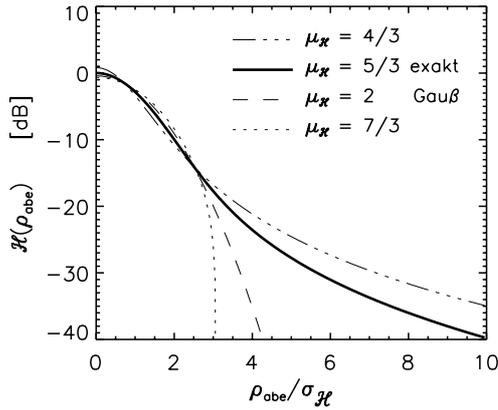


Abbildung 4.5: Turbulenzbedingte Fleckfunktion, bei der zur Berechnung verschiedene Werte des Exponenten  $\mu_x$  verwendet wurden.

Wegen der Vernachlässigung der Mehrfachstreuung verläßt die Wellenstrukturfunktion  $D_\psi$  aus (4.77) bei großen Abständen  $R\Omega_\Delta$  ihren Geltungsbereich. Dies ist schon daran zu erkennen, daß die Strukturfunktion (siehe Abschnitt 3.1.1.2) der Zufallsvariablen  $\psi$  im Grenzfall für große Abstände gegen  $2\langle\psi^2\rangle$  gehen muß, wohingegen  $D_\psi$  aus (4.77) gegen Unendlich geht. Durch

$$\frac{1}{D_{\psi,asy}^2} = \frac{1}{D_\psi^2} + \frac{1}{4\langle\psi^2\rangle^2} \quad (4.87)$$

kann eine asymptotisch korrigierte Wellenstrukturfunktion konstruiert werden.  $\langle\psi^2\rangle$  kann mit der von Große (1992) beschriebene Näherung aus der Varianz des Brechungsindex berechnet werden. Aus der Tatsache, daß die Varianz des Brechungsindex zum Großteil durch großskalige Variationen dominiert wird, die keinen Einfluß auf die Fleckfunktion haben, wird klar, daß die in (4.87) konstruierte Wellenstrukturfunktion nur eine grobe Annäherung an die exakte Wellenstrukturfunktion ist. Daher wird sie in dieser Arbeit lediglich verwendet, um eine grobe Vorstellung zu vermitteln, in welcher Weise sich die Fleckfunktion durch die Berücksichtigung der Mehrfachstreuung verändern könnte. Dazu wurde die Fleckfunktion mit Hilfe von (4.54) und (4.87) für einige asymptotische Werte von  $\langle\psi^2\rangle$  berechnet. Die Korrektur wirkt sich nur aus, wenn der asymptotische Wert kleiner als  $\approx 2\pi$  ist. Dann führt die Korrektur zu einer Zunahme der Intensität bei sehr kleinen Streuwinkeln (siehe Abbildung 4.6).

#### 4.1.7 Verbreiterung des Empfangsflecks durch die Variationen der Radialgeschwindigkeit im Meßvolumen – eine Ursache für die geringe Breite der RASS-Peaks

Die Variationen der Schallgeschwindigkeit innerhalb des Meßvolumens werden durch den Ansatz (4.33) für das Schallwellenfeld nicht beschrieben. Die Zufallsvariable  $\psi$  beschreibt nur die Variationen der komplexen Phasen, die sich durch Vorwärtsstreuung auf dem Weg von der Schallquelle bis zur Mitte des Meßvolumens ergeben. Variationen der Schallgeschwindigkeit innerhalb des Meßvolumens können jedoch mit dem RASS direkt wahrgenommen werden, da die von verschiedenen Ab-

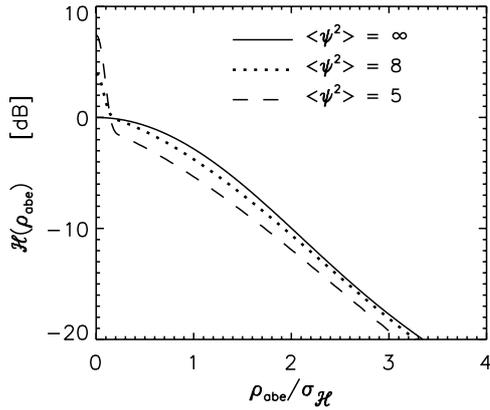


Abbildung 4.6: Turbulenzbedingte Fleckfunktionen, bei denen die Wellenstrukturfunktion  $D_\psi(R\Omega_\Delta)$  für große  $\Omega_\Delta$  zu verschiedenen Werten von  $2\langle\psi^2\rangle$  hin asymptotisch korrigiert wurde.

strahlwinkelbereichen zurückgestreute Leistung empfindlich davon abhängt, wie gut dort jeweils die Bragg-Bedingung<sup>12</sup>  $2k_{r10} = \omega_a/c_a(\mathbf{\Omega}, r)$  erfüllt wird. Ist der Unterschied der Schallgeschwindigkeit bei zwei verschiedenen Abstrahlwinkeln größer als  $\sigma_{\text{brg}}$ , so erscheinen die Signale, die bei diesen Abstrahlwinkeln reflektiert werden, bei verschiedenen Frequenzen im Empfangsspektrum, wodurch ihr Phasenunterschied seine Bedeutung verliert, und eine Fokussierung dieser Signale unmöglich wird. Dies führt zu einer Verbreiterung des Empfangsflecks, die im folgenden 'Bragg-Fleckverbreiterung' genannt wird.

Bei Geschwindigkeiten, die in der Verteilung der Radialgeschwindigkeiten im Meßvolumen gut vertreten sind, ist der Abstand  $\rho_{\text{brg}}$ , bei dem sich die Schallgeschwindigkeiten im Mittel noch um weniger als  $\sigma_{\text{brg}}$  unterscheiden, groß gegen die transversale Kohärenzlänge  $\rho_o$  der Wellenstrukturfunktion. Die Größe der 'fokussierenden Bereiche' wird durch die Statistik der komplexen Phase  $\psi$  und nicht durch die Variationen der Schallgeschwindigkeit innerhalb des Meßvolumens begrenzt. Dadurch wird die Breite des Empfangsflecks durch den im Abschnitt 4.1.6 beschriebenen Mechanismus zumindest dann dominiert, wenn  $R \gg \Delta R$  ist, und die Turbulenzintensität im Meßvolumen nicht deutlich größer als in den darunterliegenden Höhen ist. Geschwindigkeiten, die in der Verteilung der Radialgeschwindigkeiten im Meßvolumen schwach vertreten sind, können nur über einen kleinen räumlichen Bereich hinweg konstant sein, wodurch die Größe der 'fokussierenden Bereiche' nun durch die Variationen der Schallgeschwindigkeit innerhalb des Meßvolumens begrenzt wird. In der Regel sind Geschwindigkeiten, die weit vom Mittelwert abweichen in der Verteilung der Radialgeschwindigkeiten schwach vertreten, und folglich wird das Signal, das diese Geschwindigkeiten repräsentiert, weniger fokussiert, als in Abschnitt 4.1.6 beschrieben wird. Oder einfacher: Das Signal am Rand der Empfangspeaks besitzt einen breiteren Empfangsfleck, dessen Maximum schwächer ist, weil das Integral über die Fleckfunktion konstant ist (siehe (4.84)). Dieser Effekt soll im folgenden abgeschätzt werden, indem die oben beschriebene Herleitung der Fleckfunktion erweitert wird:

Das Bragg-Fenster  $B(k_{\text{brg}}) = \Delta R W\left(\frac{\Delta R}{\omega_{\text{sw}}} k_{\text{brg}}\right)$ , das sich durch die Integration des gestreuten Signals in radialer Richtung ergibt (siehe Abschnitt 4.1.3 und (4.61)), wird durch Variationen der

<sup>12</sup>Die horizontalwindbedingte Verschiebung der Bragg-Bedingung wird in diesem Abschnitt der Einfachheit halber vernachlässigt.

radialen Schallgeschwindigkeit  $c_a(\mathbf{\Omega}, r)$  entlang der Tiefe des Meßvolumens aufgeweitet. Dieses aufgeweitete Fenster soll durch eine Gauß-Funktion<sup>13</sup> der Breite  $\sigma_{zb}^2 = \sqrt{\sigma_{\text{brg}}^2 + \sigma_z^2}$  genähert werden. Dabei ist  $\sigma_z$  die Standardabweichung der radialen Schallgeschwindigkeit entlang der Tiefe des Meßvolumens (siehe Abschnitt 3.2.3.2). Die Schallfrequenz, bei der das Maximum dieses Fensters liegt, folgt aus der Bragg-Bedingung, indem die Schallwellenzahl  $k_a = \omega_a / \hat{c}_a(\mathbf{\Omega})$  nach  $\hat{c}_a'(\mathbf{\Omega}) = \hat{c}_a(\mathbf{\Omega}) - \bar{c}_a$  und  $\omega_a' = \omega_a - \bar{\omega}_a$  entwickelt wird:

$$0 = k_{\text{brg}} \simeq -\frac{2k_{\text{rf0}}}{\bar{c}_a} (\gamma\omega_a' - \hat{c}_a'(\mathbf{\Omega})) \quad (4.88)$$

Dabei ist  $\bar{c}_a$  die über das gesamte Meßvolumen und  $\hat{c}_a(\mathbf{\Omega})$  die entlang der Tiefe des Meßvolumens gemittelte radiale Schallgeschwindigkeit, und  $\bar{\omega}_a = 2k_{\text{rf0}} \bar{c}_a$  ist die der mittleren radiale Schallgeschwindigkeit  $\bar{c}_a$  entsprechende Doppler-Frequenz, und  $\gamma = \bar{c}_a / \bar{\omega}_a = 1/2k_{\text{rf0}}$  ist der Umrechnungsfaktor zwischen Kreisfrequenz  $\omega_a$  und der entsprechenden Doppler-Geschwindigkeit. Das aufgeweitete Fenster kann mit Hilfe von (4.88) in der folgenden Form geschrieben werden:

$$B^2(k_{\text{brg}}(\mathbf{\Omega})) = \frac{\Delta R^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{zb}} e^{-\frac{(\gamma\omega_a' - \hat{c}_a'(\mathbf{\Omega}))^2}{2\sigma_{zb}^2}} \quad (4.89)$$

Im Gegensatz zu Abschnitt 4.1.4 soll jetzt das vom Abstrahlwinkel  $\mathbf{\Omega}$  abhängige Fenster  $B(k_{\text{brg}}(\mathbf{\Omega}))$  nicht wie in (4.52) aus der  $\mathbf{\Omega}$ -Integration herausgezogen werden. Durch Einsetzen von (4.89) ergibt der Ensemble-Mittelwert in (4.51)

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{zb}} \left\langle e^{-\frac{(\gamma\omega_a' - \hat{c}_a'(\mathbf{\Omega}_1))^2}{4\sigma_{zb}^2}} e^{-\frac{(\gamma\omega_a' - \hat{c}_a'(\mathbf{\Omega}_2))^2}{4\sigma_{zb}^2}} e^{\psi(\mathbf{\Omega}_1) + \psi^*(\mathbf{\Omega}_2)} \right\rangle \quad (4.90)$$

Die turbulenzbedingte Fleckfunktion ergibt sich analog zur Ableitung in Abschnitt 4.1.4, indem der Ausdruck (4.90) mit (4.13) Fourier-transformiert wird. Daher wird in diesem Abschnitt der gesamte Ausdruck (4.90) als  $\tilde{\mathcal{H}}$  bezeichnet. Mit Hilfe der Beziehung

$$e^{-(a-x_1)^2} e^{-(a-x_2)^2} = e^{-\frac{1}{2}(x_1-x_2)^2} e^{-2\left(a-\frac{1}{2}(x_1+x_2)\right)^2},$$

die für das Produkt zweier gegeneinander verschobenen Gauß-Kurven gilt, können die ersten beiden Terme von  $\tilde{\mathcal{H}}$  umgeschrieben werden:

---

<sup>13</sup>Die Asymmetrie der Vertikalgeschwindigkeitsverteilung konvektiver Turbulenz kann bei den kleinen Skalen, die hier von Bedeutung sind, vernachlässigt werden.

$$\tilde{\mathcal{H}} = \tilde{\mathcal{H}}_1 \tilde{\mathcal{H}}_2 \tilde{\mathcal{H}}_3 \quad (4.91)$$

$$\text{mit } \tilde{\mathcal{H}}_1(\boldsymbol{\Omega}_1, \boldsymbol{\Omega}_2) = \left\langle e^{-\frac{(\dot{c}'_a(\boldsymbol{\Omega}_1) - \dot{c}'_a(\boldsymbol{\Omega}_2))^2}{8\sigma_{zb}^2}} \right\rangle$$

$$\text{und } \tilde{\mathcal{H}}_2(\boldsymbol{\Omega}_1, \boldsymbol{\Omega}_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{zb}} \left\langle e^{-\frac{(\gamma\omega'_a - \frac{1}{2}(\dot{c}'_a(\boldsymbol{\Omega}_1) + \dot{c}'_a(\boldsymbol{\Omega}_2)))^2}{2\sigma_{zb}^2}} \right\rangle$$

$$\text{und } \tilde{\mathcal{H}}_3(\boldsymbol{\Omega}_1, \boldsymbol{\Omega}_2) = \left\langle e^{\psi(\boldsymbol{\Omega}_1) + \psi^*(\boldsymbol{\Omega}_2)} \right\rangle$$

Um das Produkt in dem Ensemble-Mittelwert in (4.90) in ein Produkt dreier Ensemble-Mittelwerte zerlegen zu können, muß vorausgesetzt werden, daß die Ausdrücke  $\tilde{\mathcal{H}}_1$ ,  $\tilde{\mathcal{H}}_2$  und  $\tilde{\mathcal{H}}_3$  voneinander unabhängig sind. Um zu prüfen, wie gut diese Voraussetzung erfüllt ist, müßten die Korrelationsfunktionen der drei Terme untersucht werden. Die stärkste Korrelation ist zwischen  $\tilde{\mathcal{H}}_1$  und  $\tilde{\mathcal{H}}_3$  zu erwarten, da sich Vertikalwindänderungen oft über einen großen Höhenbereich ausdehnen. Die erwartete positive Korrelation zwischen  $\tilde{\mathcal{H}}_1$  und  $\tilde{\mathcal{H}}_3$  würde zu einer Verstärkung der in diesem Abschnitt beschriebenen Bragg-Fleckverbreiterung führen.

$\tilde{\mathcal{H}}_3$  läßt sich wieder wie in (4.68) auf die Strukturfunktion  $D_\psi$  zurückführen:

$$\tilde{\mathcal{H}}_3(\boldsymbol{\Omega}_\Delta) = \left\langle e^{\psi(\boldsymbol{\Omega}_1) + \psi^*(\boldsymbol{\Omega}_2)} \right\rangle = e^{-\frac{1}{2}D_\psi(R\boldsymbol{\Omega}_\Delta)} \quad (4.92)$$

Die Terme  $\tilde{\mathcal{H}}_1$  und  $\tilde{\mathcal{H}}_2$  können auf die Strukturfunktion  $D_\varepsilon$  der über die Tiefe des Meßvolumens gemittelten radialen Schallgeschwindigkeit  $\hat{c}$  zurückgeführt werden. Dazu wird die folgende Beziehung verwendet, die für eine Normal-verteilte Zufallsvariable  $B$ , deren Mittelwert 0 ist, und eine deterministische Größe  $a$  gilt:

$$\left\langle e^{-(a-B)^2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+2\langle B^2 \rangle}} e^{-\frac{a^2}{1+2\langle B^2 \rangle}} \quad (4.93)$$

Diese Beziehung kann abgeleitet werden, indem mit Hilfe der normierten Verteilungsfunktion

$$W(B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{B^2}{2\sigma^2}}$$

das erste Moment von  $\exp(-(a-B)^2)$  berechnet wird:

$$\left\langle e^{-(a-B)^2} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dB W(B) e^{-(a-B)^2}$$

Dies führt durch quadratisches Ergänzen auf (4.93).

Indem  $a = 0$  und  $B = (\hat{c}'_a(\Omega_1) - \hat{c}'_a(\Omega_2))/\sqrt{8}\sigma_{zb}$  gesetzt wird, kann die Beziehung (4.93) auf den Term  $\tilde{\mathcal{H}}_1$  angewendet werden:

$$\tilde{\mathcal{H}}_1(\Omega_\Delta) = \left\langle e^{-\frac{(\hat{c}'_a(\Omega_1) - \hat{c}'_a(\Omega_2))^2}{8\sigma_{zb}^2}} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{D_{\hat{c}}(R\Omega_\Delta)}{4\sigma_{zb}}}} \quad (4.94)$$

Diese Funktion hat ähnlich wie  $\tilde{\mathcal{H}}_3(\Omega_\Delta)$  ein Maximum bei  $\Omega_\Delta = 0$  und fällt zu größeren Werten von  $\Omega_\Delta$  ab. Sie führt also dazu, daß  $\tilde{\mathcal{H}}$  schmaler, und somit der turbulenzbedingte Empfangsfleck selbst breiter wird, als in Abschnitt 4.1.6. Um diese Verbreiterung quantitativ abschätzen zu können, müssen  $\sigma_{zb}$  und  $D_{\hat{c}}(R\Omega_\Delta)$  auf den Strukturparameter  $C_w^2$  zurückgeführt werden:

$\sigma_{zb}$  kann mit Hilfe von (3.40) und (3.42) berechnet werden. Dabei muß bei der Berechnung von  $I_{\text{FC}}$  zum eindimensionalen Grenzfall  $\sigma_b = 0$  übergegangen werden. Zum gleichen Ergebnis führt die eindimensionale Berechnung mit Hilfe von (3.4), (3.5), (3.10), (3.18), (3.29) und (3.39):

$$\sigma_z^2 = \frac{3}{4}\beta C_w^2(R) \int_0^\infty dK_3 K_3^{-5/3} \left(1 - e^{-K_3^2 \sigma_{\text{rg}}^2}\right) = \frac{9}{8}, \left(\frac{2}{3}\right) \beta C_w^2 \sigma_{\text{rg}}^{2/3} \quad (4.95)$$

Das Integral wurde durch partielle Integration in das Integral  $\int_0^\infty dK_3 K_3^{1/3} \exp(-\sigma_{\text{rg}}^2 K_3^2)$  überführt, dessen Lösung bei Bronstein und Semendjajew (1985) zu finden ist.

Die Strukturfunktion  $D_{\hat{c}}(R\Omega_\Delta)$  der über die Tiefe des Meßvolumens gemittelten radialen Schallgeschwindigkeit kann mit Hilfe von (3.8), (3.19) und (3.30) in der folgenden Form geschrieben werden:

$$D_{\hat{c}}(x_1) = \frac{55\beta C_w^2(R)}{24 \cdot 4\pi} \iiint_{-\infty}^\infty d^3\mathbf{K} (1 - \cos(K_1 x_1)) \left(1 - \frac{K_3^2}{K^2}\right) K^{-11/3} e^{-K_3^2 \sigma_{\text{rg}}^2} \quad (4.96)$$

$$\text{mit } x_1 = R\Omega_\Delta$$

Dieses Integral konnte nur numerisch berechnet werden. Für die Abschätzungen in diesem Kapitel wird die Strukturfunktion der gemittelten radialen Schallgeschwindigkeit daher durch die der ungemittelten vertikalen Schallgeschwindigkeit genähert:

$$D_{\hat{c}}(R\Omega_\Delta) \simeq h D_w(R\Omega_\Delta) \quad (4.97)$$

Numerische Berechnungen von (4.96) zeigen, daß bei  $\Delta R = 60$  m und  $R = 500$  m  $h \simeq 0,7$  ist. Mit Hilfe dieser Abschätzung wird sich zeigen, daß sich die  $\Omega_\Delta$ -Abhängigkeit von  $\tilde{\mathcal{H}}_1$  näherungsweise gegen einen Term kürzt, der in  $\tilde{\mathcal{H}}_2$  enthalten ist.

Der Ensemble-Mittelwert  $\tilde{\mathcal{H}}_2$  kann mit Hilfe der Beziehung (4.93) berechnet werden, indem  $a =$

$\gamma\omega'_a/\sqrt{2}\sigma_{zb}$  und  $B = (\hat{c}'_a(\Omega_1) + \hat{c}'_a(\Omega_2))/\sqrt{8}\sigma_{zb}$  gesetzt wird. Dazu soll zunächst  $\langle B^2 \rangle$  berechnet werden:

$$\langle B^2 \rangle = \frac{\langle (\hat{c}'_a(\Omega_1) + \hat{c}'_a(\Omega_2))^2 \rangle}{8\sigma_{zb}^2} = \frac{D_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta}) + 4R_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta})}{8\sigma_{zb}^2} = \frac{\sigma_{\hat{c}}^2 - \frac{1}{4}D_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta})}{2\sigma_{zb}^2}$$

Im ersten Schritt wurde das Quadrat aufgelöst und die Kovarianzfunktion  $R_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta}) = \langle \hat{c}'_a(\Omega_1)\hat{c}'_a(\Omega_2) \rangle$  eingesetzt und im zweiten Schritt wurde die Beziehung (3.7) zwischen Kovarianzfunktion und Strukturfunktion eingesetzt und  $R_{\hat{c}}(0)$  mit Hilfe von (3.1) durch  $\sigma_{\hat{c}}^2$  ersetzt. Durch Einsetzen dieses Zwischenergebnisses in (4.93) ergibt sich:

$$\tilde{\mathcal{H}}_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\gamma\omega}} e^{-\frac{\gamma\omega'_a{}^2}{2\sigma_{\gamma\omega}^2}} \quad (4.98)$$

$$\text{mit } \sigma_{\gamma\omega}^2 = \sigma_{\text{brg}}^2 + \sigma_{\text{vol}}^2 - \frac{1}{4}D_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta})$$

Dabei wurde  $\sigma_z^2 + \sigma_{\hat{c}}^2$  durch die Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten  $\sigma_{\text{vol}}^2$  im gesamten Meßvolumen ersetzt. Ohne den Term  $-\frac{1}{4}D_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta})$  gibt (4.98) die in (3.37) erwartete Breite der Peaks in den Doppler-Spektren bis auf einige Beiträge wieder, die nicht in die Rechnung eingegangen sind (siehe Abschnitt 3.2.3.1). Um die Auswirkung des Terms  $\tilde{\mathcal{H}}_2$  auf die Fleckfunktion besser verstehen zu können, soll das erwartete Bragg-Frequenzfenster  $B_{\text{soil}}(\omega'_a)$  aus  $\tilde{\mathcal{H}}_2$  herausgezogen werden:

$$\tilde{\mathcal{H}}_2 = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{vol}}} e^{-\frac{\gamma^2\omega'_a{}^2}{2\sigma_{\text{vol}}^2}}}_{= B_{\text{soil}}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{D_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta})}{4\sigma_{\text{vol}}}}} e^{-\frac{\gamma^2\omega'_a{}^2}{2\sigma_{\gamma\omega}^2} + \frac{\gamma^2\omega'_a{}^2}{2\sigma_{\text{vol}}^2}}}_{= \tilde{\mathcal{H}}_{22}} \quad (4.99)$$

Bei der Schallfrequenz, bei der die Bragg-Bedingung für die mittlere radialen Schallgeschwindigkeit im Meßvolumen erfüllt ist ( $\omega'_a = 0$ ), ist die Exponentialfunktion in  $\tilde{\mathcal{H}}_{22}$  gleich 1 und die  $\Omega_{\Delta}$ -Abhängigkeit des Vorfaktors  $1/\sqrt{1 - \frac{D_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta})}{4\sigma_{\text{vol}}}}$  kürzt sich näherungsweise gegen die des Faktors  $1/\sqrt{1 + \frac{D_{\hat{c}}(R\Omega_{\Delta})}{4\sigma_{zb}^2}}$  in  $\tilde{\mathcal{H}}_1$  (siehe (4.94)). In diesem Fall hat die Fleckfunktion den in Abschnitt 4.1.6 beschriebenen Verlauf.

Mit wachsender Abweichung der Schallfrequenz  $\omega'_a$  vom Bragg-Maximum  $\bar{\omega}_a$ , gewinnt die  $\Omega_{\Delta}$ -Abhängigkeit von  $\tilde{\mathcal{H}}_{22}$  an Bedeutung. Unter Vernachlässigung von  $\sigma_{\text{brg}}$  kann  $\tilde{\mathcal{H}}_{22}$  weiter vereinfacht werden:

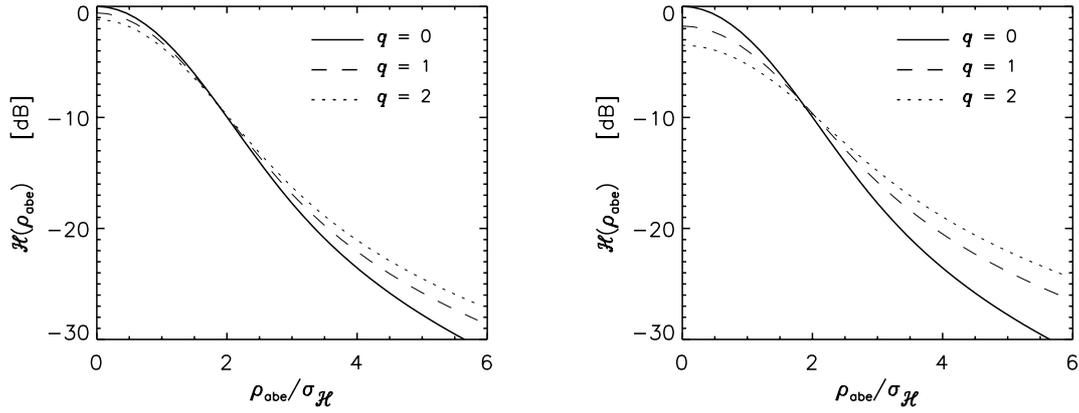


Abbildung 4.7: Turbulenzbedingte Fleckfunktion  $\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}})$  bei verschiedenen Frequenzabständen vom Peakmaximum, die durch  $q$  (siehe (4.101)) repräsentiert werden. Links bei starker ( $\overline{C}_w^2 = C_w^2 = 0,03 \text{ m}^2/\text{s}^{4/3}$ ) und rechts bei schwacher ( $\overline{C}_w^2 = C_w^2 = 0,003 \text{ m}^2/\text{s}^{4/3}$ ) Turbulenz.

$$\tilde{\mathcal{H}}_{22} = \frac{1}{\sqrt{1-Q}} e^{-q \frac{Q}{1-Q}} \quad (4.100)$$

$$\text{mit } Q(R\Omega_\Delta) = \frac{D_{\hat{c}}(R\Omega_\Delta)}{4\sigma_{\text{vol}}} \simeq \frac{h(R\Omega_\Delta)^{2/3}}{2,28 I_{\text{FC}}}$$

$$\text{und } q = \frac{\gamma^2 \omega_a'^2}{2\sigma_{\text{vol}}^2} \quad (4.101)$$

Dabei wurde  $D_{\hat{c}}$  wieder mit Hilfe von (4.97) abgeschätzt, und für  $\sigma_{\text{vol}}$  wurde (3.40) und (3.42) eingesetzt. Die Funktion  $\tilde{\mathcal{H}}_{22}$  hat ein Maximum bei  $\Omega_\Delta = 0$  und fällt bei größeren Werten von  $\Omega_\Delta$  ab. Sie führt also dazu, daß  $\tilde{\mathcal{H}}$  schmaler und somit der turbulenzbedingte Empfangsfleck  $\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}})$  breiter wird als in Abschnitt 4.1.6. Die Breite von  $\tilde{\mathcal{H}}_{22}$  ist unabhängig von dem Wert des Strukturparameters  $C_w^2$ . Folglich fällt  $\tilde{\mathcal{H}}_1$  vor allem bei geringer Turbulenzintensität ins Gewicht, wenn  $\tilde{\mathcal{H}}_3$  sehr breit ist. In Abbildung 4.7 ist die Empfangsfunktion links bei starker und rechts bei schwacher Turbulenz jeweils für das Maximum, den  $1/e$  und den  $1/e^2$ -Punkt eines Empfangspeaks dargestellt ( $q = 0, 1$  und  $2$ ). Der Leistungsunterschied zwischen den Kurven für  $q = 0, 1$  und  $2$  ist beim Fleckmaximum  $\Omega_\Delta = 0$  am größten und sein Vorzeichen ist dort so, daß die Empfangsleistung mit wachsendem Frequenzabstand vom Peakmaximum, der durch  $q$  repräsentiert wird, abfällt. Daraus folgt, daß die Peaks bei kleinen Fokusaberrationen schmaler und bei großen Fokusaberrationen breiter als  $\sigma_{\text{vol}}$  werden. Dies kann bei Messungen bestätigt werden, bei denen die Position der Schallquelle im Halbstundenrhythmus verändert wurde (siehe Abbildung 4.8).

Der berechnete Leistungsunterschied bei verschiedenen Frequenzabständen vom Peakmaximum reicht zumindest bei starker Turbulenz nicht, um die beobachtete Unterschätzung des Strukturparameters durch die RASS-Peaks zu erklären. Durch die Berücksichtigung der Mehrfachstreuung bei der Berechnung der Wellenstrukturfunktion wird  $\tilde{\mathcal{H}}_3$  allerdings breiter (siehe Abschnitt 4.2.2),

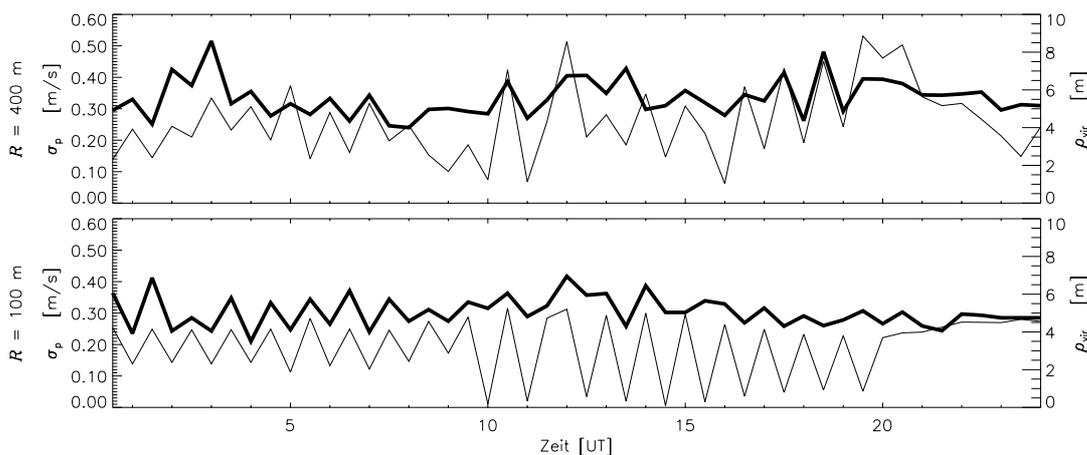


Abbildung 4.8: Die Position der Schallquelle wurde bis 20:00 UTC im Halbstundenrhythmus geändert. Die fetten Linien geben die Breite  $\sigma_p$  der RASS-Peaks und die dünnen die halbe Fleckaberration  $\rho_{vir}$  wieder. Offensichtlich sind die Peaks bei größerer Fleckaberration meist breiter.

wodurch  $\tilde{\mathcal{H}}_{22}$  ein größeres Gewicht erhält.

Bei Fokusaberrationen, die im Vergleich zu  $\sigma_{\mathcal{H}}$  groß sind ( $\rho_{abe}/\sigma_{\mathcal{H}} > 2$ ) ist das Vorzeichen des Leistungsunterschiedes bei verschiedenen Frequenzabständen vom Peakmaximum so, daß die Peaks schmaler als  $\sigma_{vol}$  werden sollten. Dies wird deswegen nicht beobachtet, weil sich der in diesem Abschnitt beschriebene Effekt auf die (ungemittelten) Einzelspektren auswirkt. Auf die gemittelten Spektren hat er nur indirekt eine Auswirkung, weil sich die Peakbreite der gemittelten Spektren aus der Summe der Varianz der ersten Momente und der Peakbreiten  $\sigma_{p,einzel}^2 = \sigma_{vol,einzel}^2 + \sigma_{FFT}^2 + \dots$  zusammensetzt. Dadurch verschwindet der oben beschriebene Effekt bei langer Spektrenmittlungszeit. Der Unterschied zwischen den RASS- und Clear-Air-Peakbreiten verschwindet erwartungsgemäß bei langen Spektrenmittlungszeiten. Er verschwindet jedoch auch bei kurzen Spektrenmittlungszeiten, wenn die Turbulenz so schwach ist, daß die Peakbreite  $\sigma_{p,einzel}$  der Einzelspektren durch  $\sigma_{FFT}$  dominiert wird.

## 4.2 Vermessung des RASS-Empfangsflecks – Verifizierung der Theorie

Die mechanische Anordnung des Wind-Temperatur-RADAR, durch welche die Schallquelle zur Optimierung der Empfangsbedingungen in den Luv der RADAR-Antennen bewegt werden kann, bietet zusätzlich die Möglichkeit zur Vermessung des RASS-Empfangsflecks. Dazu wird die Schallquelle durch Dreh- und Fahrbewegungen (siehe Abbildung 2) sukzessive in verschiedene Positionen gebracht, und bei jeder Position ein Vertikalprofil der Empfangsleistung bestimmt. Die Empfangsleistungen einer bestimmten Meßhöhe geben dann die Werte der Empfangsfleckfunktion bei den

Fleckaberrationen wieder, die sich aus den jeweiligen Positionen der Schallquelle und den Horizontalwindprofil ergeben, das im Doppler-Beam-Swinging-Modus gemessen werden kann. Auf diese Weise können die funktionale Form oder zumindest die ersten drei Momente des Empfangsflecks bestimmt werden. Bis auf die Untersuchung von May et al. (1996) konnten keine vergleichbaren Messungen in der Literatur gefunden werden. Die Statistik seiner Messungen ist jedoch sehr klein, und er hat für seine Messungen ein 50 MHz-RADAR verwendet, bei dem der Einfluß der Turbulenz auf die Fleckbreite sehr gering ist.

Das nullte Moment des Empfangsflecks gibt nach Berücksichtigung einiger Systemparameter und einiger bekannter  $R$ -Abhängigkeiten die Schallabsorption wieder. Das erste Moment sollte bei  $\rho_{\text{abe}} = 0$  liegen. Dies kann genutzt werden, um das Horizontalwindprofil, mit dem die Verschiebung der virtuellen Schallquelle berechnet wurde oder die Höhenzuordnung der Empfangsleistungen zu überprüfen. In den meisten Fällen ist die Abweichung des ersten Moments von  $\rho_{\text{abe}} = 0$  zumindest oberhalb von 150 m klein gegen die Fleckbreite, so daß sie bei der Bestimmung der Momente des Empfangsflecks gleich Null gesetzt werden kann, wodurch die Bestimmung der übrigen zwei Momente einfacher wird. Aus dem zweiten Moment ergibt sich die turbulenzbedingte Fleckverbreiterung  $\sigma_{\mathcal{H}}$ , die alternativ mit Hilfe der in Abschnitt 4.1.6 beschriebenen Theorie aus dem Profil des Strukturparameters  $C_w^2$  berechnet werden kann.  $C_w^2$  kann zu diesem Zweck aus den Doppler-Verbreiterungen der Peaks der Empfangsspektren oder aus Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen bestimmt werden. Der Vergleich der bei der Fleckvermessung beobachteten und der theoretisch berechneten Fleckbreite  $\sigma_{\mathcal{H}}$  ist ein wichtiger Test für die Theorie.

Der maximale Abstand zwischen der Schallquelle und den RADAR-Antennen ist 5 m. Dadurch driftet das Maximum des Empfangsflecks mit zunehmender Meßhöhe aus dem Bereich heraus, der abgetastet werden kann. Die Bestimmung der ersten drei Momente des Empfangsflecks gelingt daher nur in den untersten Meßhöhen. Die Bestimmung des nullten und des zweiten Moments unter der Annahme, daß das erste Moment  $\rho_{\text{abe}}$  Null ist, gelingt bis zu einer größeren Höhe. Bei einer mittleren Windgeschwindigkeit von 5 m/s konnten diese zwei Momente etwa bis zu einer Höhe von 600 m bestimmt werden.

Seit 1992 wurden zahlreiche Versuche unternommen, die oben beschriebene Theorie der RASS-Empfangsleistung durch Fleckvermessungen zu überprüfen. Der erste dieser Versuche wurde im Rahmen der Diplomarbeit (Bauer, 1992) mit dem Vorgänger des Wind-Temperatur-RADAR durchgeführt. In zwei Fällen wurden jeweils etwa 25 Punkte des Empfangsflecks vermessen und daraus Profile des nullten und des zweiten Moments bestimmt. Daraus ergaben sich Profile des Strukturparameters und der Absorption, die jedoch nicht verifiziert werden konnten, da keine unabhängigen Meßwerte des Strukturparameters und der Luftfeuchte (Absorption) zur Verfügung standen. Diese Ergebnisse ermutigten dazu, die Schallabsorption und daraus die Luftfeuchte mit Hilfe von Fleckvermessungen zu bestimmen, zumal die Meßgenauigkeit aus den folgenden Gründen erhöht werden konnte:

- Die Momenteschätzung wurde verbessert.
- Der Horizontalwind wurde damals aus zwei Empfangsspektren von Hand bestimmt, weil die

routinemäßige Windbestimmung im Doppler-Beam-Swinging-Modus noch nicht funktionierte.

- Die Erkennung von Ausreißern wurden verbessert.
- Das neue Wind-Temperatur-RADAR hat größere Antennenflächen und mehr Sendeleistung und erreicht dadurch eine größere Reichweite und einen besseren Signal-zu-Rausch-Abstand.
- Dadurch daß die Schallquelle des alten Gerätes auf eigenen Rädern stand, und nicht fest mit den elektromagnetischen Antennen verbunden war, konnte durch das 'Schielen' der Antennen ein Verlust entstehen, der durch den unebenen Untergrund von einer Position der Schallquelle zur anderen verschieden groß war.
- Eine neue Möglichkeit ergibt sich daraus, daß die turbulenzbedingte Fleckbreite jetzt mit Hilfe der Untersuchungen, die in Kapitel 3 beschrieben sind, aus einem unabhängig gemessenen Profil des Strukturparameters berechnet werden kann. Hierfür muß nur noch das nullte Moment des Empfangsflecks angepaßt werden. Dadurch kann auch versucht werden, die Schallabsorption bei fester Position der Schallquelle im Standard-Betrieb zu bestimmen.

Das grundsätzliche Problem einer Fleckvermessung besteht darin, daß die verschiedenen Positionen nacheinander angefahren werden müssen. Für die Bestimmung des nullten und zweiten Moments des Empfangsflecks muß vorausgesetzt werden, daß das Turbulenz- und das Luftfeuchteprofil während der gesamten Meßzeit konstant bleiben. Diese Voraussetzungen sind eher gerechtfertigt, wenn die gesamte Meßzeit kurz ist. Auf der anderen Seite darf die Mittelungszeit pro Position wegen der starken Variationen der Empfangsleistung nicht zu kurz gewählt werden. Eine spektrale Untersuchung einer Zeitreihe der Empfangsleistung zeigt (siehe Abschnitt 4.2.1.1), daß eine sinnvolle Mittelungszeit bei etwa 6 min liegt.

Um das nullte und zweite Moment des Empfangsflecks bei einer Meßhöhe bestimmen zu können, reichen Messungen mit zwei Positionen der Schallquelle aus. In der Regel tritt dann jedoch bei einer bestimmten Meßhöhe der ungünstige Fall auf, daß sich bei beiden Positionen betragsmäßig die gleiche Fleckaberration ergibt, die eine im Luv, die andere im Lee. Dann kann nur eines der beiden Momente bestimmt werden. Um beide Momente bei verschiedenen atmosphärischen Bedingungen und in einem möglichst großen Höhenbereich bestimmen zu können, müssen mehr Punkte der Fleckfunktion abgetastet werden. In der Praxis hat es sich bewährt, bei 6 Positionen entlang einer Geraden von Luv nach Lee zu messen. Um den funktionalen Verlauf der Fleckfunktion überprüfen zu können, müssen sogar noch mehr Positionen abgetastet werden.

Bis zum Juli 1996 wurde das für die Fleckvermessung benötigte Zeitintervall noch zusätzlich durch technische Probleme verlängert: Der Analog-Digital-Wandler des FFT-Rechners hatte einen Dynamikbereich von 72 dB (12 Bit). Tatsächlich stand wegen der Rechengenauigkeit des FFT-Rechners sogar noch ein deutlich kleinerer Dynamikbereich zur Verfügung. Um den schmalen Dynamikbereich optimal nutzen zu können, mußte nach jeder Änderung der Position der Schallquelle die Austeuerung neu eingestellt werden. Da der Aufzeichnungsrechner, der die Austeuerung regelt, nur Minuten-Mittelwerte vom FFT-Rechner erhielt, die jeweils um ein bis zwei Minuten verzögert

übertragen wurden, dauerte es jeweils 5 bis 10 min, bis sich die Aussteuerung richtig eingestellt hatte. Zusätzlich dauert das Bewegen der Schallquelle bis zu 5 min, so daß die Position der Schallquelle höchstens alle 20 min verändert werden konnte.

Um alle nötigen Messungen in einem möglichst kurzen Zeitintervall unterzubringen, wurden zwei Meßstrategien verwendet:

- **Doppler-Beam-Swinging-Fleckvermessung:** Bei der bis März 1996 verwendeten Strategie wird die Position der Schallquelle zyklisch zwischen einigen (zwei bis vier) Positionen gewechselt und bei jeder Position Profile der Empfangsleistung, des Horizontalwinds und des Strukturparameters bestimmt. Damit trotz des Zeitverlustes durch die automatische Aussteuerung Horizontalwindprofile bestimmt werden konnten, wurde die Position der Schallquelle im Halbstunden-Rhythmus gewechselt. Die Empfangsleistungsprofile können bei allen fünf Strahlrichtungen bestimmt werden. Sie sollten sich nach der beschriebenen Theorie nur aufgrund des Antennengewinns unterscheiden, der bei den geschwenkten Strahlrichtungen etwas kleiner ist als bei der vertikalen Strahlrichtung. Nach der Korrektur dieses Unterschieds können die fünf Profile gemittelt werden, wodurch sich die gleiche statistische Signifikanz ergibt, wie bei kontinuierlicher Messung im Vertikal-Modus. Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen für die Bestimmung des Turbulenzprofils stehen bei der Doppler-Beam-Swinging-Fleckvermessung nicht in ausreichend hoher zeitlicher Auflösung zur Verfügung.

Ein Vorteil dieser Methode ist, daß Änderungen des Horizontalwinds während der Messung keinen Fehler verursachen, da zur Berechnung der Fleckaberration bei jeder Positionen der aktuelle Wind verwendet wird. Ein stationärer Zeitbereich, der für eine Fleckvermessung geeignet ist, muß nicht auf Grund von Prognosen gewählt werden. Er kann nach der Messung selektiert werden, wenn die Wetterentwicklung bereits bekannt ist.

Der Nachteil dieser Methode ist, daß zu viel Zeit zwischen den Messungen bei den verschiedenen Positionen vergeht, so daß Änderungen der Profile von Turbulenz und Feuchte dazu führen, daß sich die Momente des Empfangsflecks während der Messung verändert. Bei den durchgeführten Messungen können dadurch maximal drei aufeinanderfolgende Positionen für die Anpassung der Fleckfunktion verwendet werden.

Um eine gute Verfügbarkeit der Winddaten zu gewährleisten, darf die Schallquelle nicht zu extrem ungünstigen Positionen gefahren werden. Bei Positionen im Luv kann zwar der Wind in großen Meßhöhen bestimmt werden, es fehlen dann aber die unteren Meßhöhen, welche für die Integration bei der Berechnung der Fleckaberration nötig sind. In vielen Fällen ist es bei einer ungünstigen Position zwar möglich, die Empfangsleistung im Vertikalstrahl zu bestimmen, aber der Horizontalwind kann nicht bestimmt werden, da der Antennengewinn der geschwenkten Strahlrichtungen kleiner ist als der des Vertikalstrahls. Dadurch kann nur ein kleiner Bereich der Fleckfunktion abgetastet werden.

- **Explizite Fleckvermessung:** Während der Fleckvermessung werden nur Empfangsleistungsprofile mit dem Vertikalstrahl gemessen. Die Verweilzeit pro Position kann dadurch

reduziert werden, wodurch mehr Positionen für die Anpassung der Fleckfunktion verwendet werden können. Da während der Fleckvermessung keine Windprofile bestimmt werden, können bei der expliziten Fleckvermessung auch extrem ungünstige Positionen angefahren werden. Die Windmessung im Doppler-Beam-Swinging-Modus wird vor und nach der Fleckvermessung durchgeführt, wobei jeweils die optimale Position der Schallquelle gewählt werden kann.

- **Implizite Fleckvermessung:** Im Standard-Doppler-Beam-Swinging-Modus wird die Schallquelle nur selten bewegt. Durch Änderungen der mittleren Windgeschwindigkeit ergeben sich aber von selbst verschiedene Fleckaberrationen. Bei einer geeigneten Skalierung der Empfangsleistungen und der Fleckaberrationen entsteht so im Laufe einiger Tage ein Bild der Fleckfunktion (siehe Abschnitt 4.2.2).

Von September 1994 bis zum März 1996 wurden während 500 Stunden Doppler-Beam-Swinging-Fleckvermessungen durchgeführt. Diese führten zu sehr unbefriedigenden Ergebnissen. Insbesondere nahm die ermittelte Schallabsorption meistens nicht monoton mit der Meßhöhe zu, oder die Momente des Empfangsflecks (nulltes und zweites) konnten überhaupt nicht an die Meßwerte angepaßt werden. Das ist zum Beispiel der Fall, wenn die Leistung einer Meßhöhe beim Wechsel der Position der Schallquelle abnimmt, obwohl die Fleckaberration größer geworden ist. Die folgenden Ursachen kommen für diese Abweichungen zwischen dem erwarteten und dem beobachteten Verhalten in Frage:

- Wird der Empfänger vor dem Kammkerbfilter durch ein Festecho übersteuert, so ist das den Empfangsspektren nicht anzusehen. Sowohl das Festecho als auch die durch die Übersteuerung entstehenden Oberwellen werden durch das Kammkerbfilter unterdrückt. Im Zeitsignal ist dann ein bestimmter Bereich während jeder Sweep-Periode zu erkennen, in dem das Empfangssignal gedämpft ist. Dies führt nur dazu, daß die Höhenauflösung grober wird. Da die Festecho-situation von der Position der Schallquelle abhängt, und das Zeitsignal vor dem Kerbfilter bis zum April 1996 der Auswertung nicht zugänglich war, konnte eine solche Übersteuerung leicht unbemerkt bleiben. Seit Juli 1996 wird die Kammkerbfilterung im FFT-Rechner gerechnet, wodurch eine Übersteuerung vor dem Kammkerbfilter registriert wird.
- Je nach Position der Schallquelle treten starke Gradienten im Empfangsleistungsprofil auf, durch die sich der Höhenbereich, der zum Meßwert einer Höhenstufe beiträgt, verschiebt (Herdén, 1996). Der 'effektive' Höhenbereich ergibt sich aus dem Produkt des Empfangsleistungsprofils, das sich bei einer feinen Höhenauflösung ergibt, und der Höhengewichtsfunktion, die sich aus der Frequenzmodulation und dem Transientenfenster ergibt. Dieser Effekt wirkt sich besonders deutlich aus, wenn die Schallquelle im Luv steht. Dann nimmt die Empfangsleistung im unteren Höhenbereich bis zu der Höhe, in der die Fokussierungsbedingung am besten erfüllt ist, sehr stark zu, wodurch sich die effektive Meßhöhe der unteren Höhenstufen jeweils nach oben verschieben. Wird dieser Effekt bei der Auswertung vernachlässigt, so ergeben sich in diesem Höhenbereich im RASS-Kanal zu große Windgeschwindigkeiten (bei Zunahme der

Windgeschwindigkeit mit der Höhe) und zu hohe Empfangsleistungen. Bei der Fleckvermessung kompensieren sich beide Fehler teilweise.

Die Korrektur dieses Effekts entsprechend (Herden, 1996) führt zu einer Verringerung der Verfügbarkeit, und erhöht die Ausreißerdichte. Daher hat sich das Ergebnis der Fleckvermessung durch diese Korrektur eher verschlechtert. Der Effekt fällt weniger ins Gewicht, je feiner die Höhenauflösung eingestellt wird. Daher wirkt sich der Fehler bei den neueren Messungen, bei denen  $\Delta R = 60$  m oder 40 m gewählt wurde, nur wenig aus.

- Um die Dynamik des Empfangssignals zu verringern, wurde ein Equalizer in den Empfänger eingebaut. Dieser bewirkte eine starke Höhengewichtung der Empfangsleistung. Bei der spektralen Kalibrierung der Empfangsspektren mit dem Empfängerrauschen (siehe Abschnitt 1.4) wird diese Höhengewichtung nicht richtig korrigiert, da das Rauschspektrum durch das Transienten-Fenster verschmiert wird.

Wegen der geringen Dynamik des Analog-Digital-Wandlers war das Rauschspektrum in den Empfangsspektren nicht zu sehen. Daher mußte für jede Einstellung des Equalizers eine Rauschmessung mit erhöhter Verstärkung durchgeführt werden, und bei jeder Messung mußte die Einstellung des Equalizers notiert werden. Die zeitliche Zuordnung dieser Equalizer-Einstellungen machte viel Arbeit und ist eine mögliche Fehlerquelle.

- In der Zeit zwischen 1993 und 1997 mußten die Empfangsspektren immer medianisiert werden, da eine Änderung des Programms des alten FFT-Rechners viel Mühe gemacht hätte, und dadurch die Entwicklung des Programms für den neuen FFT-Rechner verzögert hätte. In der Theorie werden aber mittlerer Empfangsleistungen berechnet. Gerade beim RASS können sehr große Unterschiede zwischen Mittelwert und Median auftreten, wenn zum Beispiel ein Schallsignal mit einem Sweep verwendet wird, der über mehrere FFT-Perioden reicht (siehe Abschnitt 2.2).
- Nicht ausreichende Stationarität der Turbulenz- und Feuchteprofile.
- Fehler in der Theorie.

### 4.2.1 Explizite Fleckvermessungen

Wegen der Vielzahl möglicher Fehlerquellen war es schwierig nachzuweisen, daß der wesentliche Grund für die unbefriedigenden Ergebnisse dieser Empfangsfleckvermessungen darin besteht, daß die in Abschnitt 4.1.6 beschriebene Theorie ungenau ist. Daher wurde Anfang 1998 eine neue Serie von expliziten Fleckvermessungen durchgeführt. Durch den neuen FFT-Rechner, der einen 16 Bit Analog-Digital-Wandler und eine schnellere Datenübertragungsschnittstelle zum Aufzeichnungsrechner besitzt, konnte ein Großteil der Fehlerquellen der alten Messungen ausgeschlossen werden.<sup>14</sup> Nach einem Positionswechsel ist keine Änderung der Aussteuerung mehr notwendig, und

---

<sup>14</sup>Seit der Erneuerung des FFT-Rechners stand das Wind-Temperatur-RADAR bis Anfang 1998 nicht für Fleckvermessungen zur Verfügung.

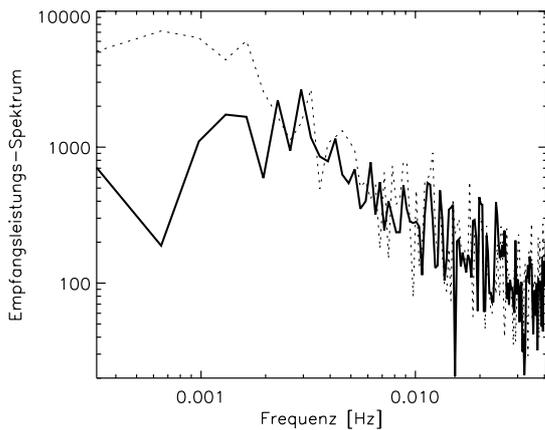


Abbildung 4.9: Gemittelte Spektren aus Zeitreihen der nullten Momente von RASS-Peaks (durchgezogen) und von Clear-Air-Peaks (punktiert).

auf den Equalizer kann verzichtet werden. Statt gemittelter Spektren kann das Zeitsignal (hinter dem Fensterverstärker und dem Kammkernfilter) aufgezeichnet werden. Dadurch können die Spektren zum Vergleich medianisiert und gemittelt werden. Es kann dadurch untersucht werden, ob sich die Empfangsleistungen bei den medianisierten und den gemittelten Spektren unter bestimmten Bedingungen wesentlich unterscheiden.

In insgesamt 21 Fällen wurde die Doppler-Beam-Swinging-Messung, die während dieser Zeit kontinuierlich lief, für eine oder zwei Stunden unterbrochen, um 6 beziehungsweise 12 Stützstellen der Fleckfunktion im Vertikalmodus abzutasten. Die Schallquelle wurde jeweils in gleichmäßigen Schritten über die volle verfügbare Strecke von Luv nach Lee bewegt (10 m). Die Gerade, entlang welcher der Empfangsfleck dabei vermessen wird, ist durch die Dreh-Richtung festgelegt, die durch die automatische Optimierung der RASS-Betriebsparameter gewählt wird. Um Zeit für die Messungen zu sparen, wurden die Positionen so ausgesucht, daß beim Wechsel von einer Position zur anderen immer entweder eine Dreh- oder eine Fahrbewegung ausreichte, da Dreh- oder Fahrbewegungen nicht gleichzeitig ausgeführt werden können.

#### 4.2.1.1 Mittelungszeit für die Bestimmung der Empfangsleistungsprofile

Um eine sinnvolle Mittelungszeit für die Bestimmung der Empfangsleistungsprofile zu finden, wurden Spektren aus Zeitreihen der nullten Momente gebildet. Diese Spektren wurden aus 12 s-Mittelwerten der logarithmierten Empfangsleistung nach dem gleichen Verfahren wie die Vertikalgeschwindigkeitsspektren in Kapitel 3 berechnet (siehe Abbildung 4.9). In dem Spektrum können drei Beiträge unterschieden werden:

- Die hochfrequenten Variationen der Empfangsleistung werden vermutlich durch statistische Variationen des Winkels der Phasenfronten verursacht.<sup>15</sup>

<sup>15</sup>Die in Abschnitt 4.1.6 beschriebene Theorie beschreibt die Verteilung, aber nicht den zeitlichen Verlauf dieses Winkels. Untersuchungen des Spektrums der Intensität von Sternenlicht werden von Clifford (1973) beschrieben. Diese können möglicherweise auf das RASS übertragen werden.

- Die niederfrequenteren Variationen der Empfangsleistung, die den Hauptbeitrag zur Varianz bilden, werden durch Variationen des Horizontalwinds verursacht, durch die sich das Zentrum des Empfangsflecks in der  $\rho_{abe}$ -Ebene bewegt. Diese Variationen sind am größten, wenn  $\rho_{abe}$  in einem Bereich liegt, in dem die Steigung der Fleckfunktion groß ist. Dann bewirkt eine kleine Verschiebung des Zentrums große Änderungen der Empfangsleistung. Dieser Beitrag zur Varianz der Empfangsleistung fällt bei tiefen Frequenzen zusammen mit dem Spektrum des Horizontalwinds ab.<sup>16</sup> In Abbildung 4.9 (durchgezogen) ist dieses Abfallen der spektralen Leistung links von 0,003 Hz ( $\simeq 1/6$  min) zu erkennen.

Durch die Bewegungen des Empfangsfleck in der  $\rho_{abe}$ -Ebene wird er breiter, je länger die Empfangsleistungen bei einer Position gemittelt werden. Durch die in Abschnitt 4.1.6 beschriebenen Theorie wird die Fleckbreite berechnet, die durch das volle Turbulenzspektrum verursacht wird.

- Noch niederfrequenterer Änderungen der Empfangsleistung werden durch Änderungen des Strukturparameters und der Luftfeuchte hervorgerufen. Das zeigt sich darin, daß die Variationen der Clear-Air-Empfangsleistung, die durch das Produkt des Strukturparameters des Vertikalwinds und des Luftfeuchtgradienten dominiert werden (Stankov et al., 1996), ihr Maximum bei deutlich tieferen Frequenzen haben (Abbildung 4.9, punktiert).

In vielen Fällen zeigt sich ähnlich wie in der Abbildung 4.9, daß die Spektren bei Frequenzen unterhalb von  $1/6$  min deutlich abfallen. Bei einer Mittelungszeit von 6 min ergibt sich folglich ein repräsentativer Mittelwert.

#### 4.2.1.2 Bestimmung der Fleckaberration

Die vor und nach der expliziten Fleckvermessungen im Doppler-Beam-Swinging-Modus gemessenen Horizontalwindprofile wurden für die Zeiten, zu denen bei den verschiedenen Positionen gemessen wurde, interpoliert. Zusätzlich wurden für den unteren Höhenbereich Meßwerte von Schalenstern-Anemometern verwendet, die bei 40, 60, 80 und 100 m an dem 200 m hohen meteorologischen Mast montiert sind. Der Mast steht etwa 150 m neben dem Standort des Wind-Temperatur-RADAR im Forschungszentrum. Diese Meßwerte haben den Vorteil, daß sie kontinuierlich auch während der Fleckvermessung im Vertikal-Modus verfügbar sind. Andererseits bleiben die Anemometer bei Windgeschwindigkeiten unter 4 m/s oft stehen und zeigen bei kleinen Windgeschwindigkeiten im Vergleich zum Wind-Temperatur-RADAR niedrige Windgeschwindigkeiten an. Trotzdem wurden die Anemometer-Daten für die Integration der unteren 100 m bei der Berechnung der Fleckaberration immer dann verwendet, wenn sie eine Geschwindigkeit größer 0 m/s anzeigten. Sonst und in Höhen über 100 m wurden – wenn verfügbar – die interpolierten Wind-Temperatur-RADAR-Daten verwendet. Für den Höhenbereich vom Boden bis zum untersten verfügbaren Meßwert bei  $h_{\min}$

---

<sup>16</sup>Ein  $f^{-5/3}$ -Verlauf im Inertialbereich ist nicht zu erwarten, da die Empfangsleistung keine lokale Eigenschaft sondern das Ergebnis der Turbulenz im gesamten Ausbreitungsvolumen ist.

wurde ein logarithmisches Windprofil der Rauigkeitslänge  $z_o = 1$  m angenommen (Thomas et al., 1981).

$$\int_0^{h_{\min}} dz \mathbf{v}(z) \simeq h_{\min} \mathbf{v}(h_o) \underbrace{\left(1 - \frac{1}{\ln(h_{\min}/z_o)}\right)}_{\simeq 0,7 \cdots 0,8}$$

In den Meßhöhen, in denen die horizontalwindbedingte Verschiebung  $\rho_{\text{hrz}}$  der virtuellen Schallquelle kleiner als die Länge des Auslegers (5 m) ist, kann die Position, bei der maximale Leistung empfangen wird, bestimmt werden (Lage des Maximums). Das erste Moment  $\rho_{a,\text{max}}$  wurde dazu mit dem gleichen Verfahren wie die Doppler-Geschwindigkeit in den Empfangsspektren bestimmt. Die ermittelte ersten Momente sollten bis auf das Vorzeichen mit der Komponente der Verschiebungen  $\rho_{\text{hrz}\parallel}$  der virtuellen Schallquelle übereinstimmen, die parallel zu der Geraden ist, entlang welcher der Empfangsfleck vermessen wird ( $\rho_{a,\text{max}} = -\rho_{\text{hrz}\parallel}$ ). Dadurch kann diese Komponente  $\rho_{\text{hrz}\parallel}$  der aus den Winddaten berechneten Verschiebung der virtuellen Schallquelle korrigiert werden. Dabei ergeben sich in den untersten Meßhöhen kleine Korrekturen, die aber eine auffällige Systematik erkennen lassen. Sie können durch die Annahme erklärt werden, daß die gemessenen Empfangsleistungen jeweils zu einer um  $\simeq 0,6\Delta R$  nach oben verschobenen Meßhöhe gehören. Wenn die Leistungsprofile mit den Verfahren von Herden (1996) korrigiert werden, dann wird der Unterschied zwischen  $\rho_{\text{hrz}\parallel}$  und  $\rho_{a,\text{max}}$  etwas kleiner. Die Korrektur der Komponente  $\rho_{\text{hrz}\parallel}$  und damit der Fleckaberration  $\rho_{\text{abe}}$  ist vor allem wichtig, damit die Breite des Empfangsflecks nicht überschätzt wird.

#### 4.2.1.3 Bestimmung der Momente des Empfangsflecks

Da von der Fleckfunktion immer nur ein Teilbereich abgetastet werden kann, ist es nicht möglich, die Momente des Empfangsflecks in der Form  $M_n = \int d\rho \rho^n \langle P(\rho) \rangle$  zu berechnen. Statt dessen müssen die Parameter  $\Pi$ , und  $\sigma_{\mathcal{H}}$  an Hand der bei den Positionen  $\rho_{a,j}$  gemessenen Leistungen  $\langle P_{r,j} \rangle$  an die Funktion (4.63) angepaßt werden:

$$\langle P_{r,j} \rangle = \bar{P}_r \bar{P}_a \Delta R \frac{\Lambda^2(R)}{R^2} V_a \left(\frac{1}{2}\rho_{\text{abe},j}, R\right) \overbrace{A \Pi(R) \left(\mathcal{G} \otimes \mathcal{H}\right)(\rho_{\text{abe},j})}^{P_{\text{kor},j} :=} \underbrace{F(\sigma_{\mathcal{H}}, \rho_{\text{abe},j})}_{F(\sigma_{\mathcal{H}}, \rho_{\text{abe},j}) :=} \quad (4.102)$$

$$\text{mit } \rho_{\text{abe},j} = 2(\rho_{\text{hrz}} + \rho_{a,j}) \quad \text{und } j = 1, \dots, N$$

$j$  bezeichnet die laufende Nummer der  $N$  Positionen  $\rho_{a,j}$  der Schallquelle.  $A$  faßt alle Konstanten der Gleichung (4.63) zusammen, die bezüglich der Meßhöhe konstant sind, solange keine Veränderungen am System stattfinden (z. B. Ausfall von Sendeelementen). Der in (4.63) nicht enthaltene Term  $\Lambda^2(R)$  berücksichtigt die Höhengewichtung, die durch die Sender-Empfänger-Tastung hervorgerufen wird. Die Empfangsleistungen  $\langle P_{r,j} \rangle$  können zunächst durch die  $R$ -abhängigen Terme dividiert

werden, wodurch sich die 'korrigierten' Empfangsleistungen  $\langle P_{\text{kor},j} \rangle$  ergeben.

Wenn die (turbulenz- und aperturbedingte) Fleckfunktion  $F(\sigma_{\mathcal{H}}, \rho_{\text{abe}})$  (siehe (4.102)) eine Gauß-Funktion wäre, dann würde die Anpassung mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate durch den Übergang zu den Logarithmen linearisiert. Obwohl das bei der tatsächlichen Form der Fleckfunktion nicht der Fall ist, wird die Anpassung vereinfacht, wenn (4.102) logarithmiert wird:

$$p_{\text{kor},j} = a + \pi(R) + f(\sigma_{\mathcal{H}}, \rho_{\text{abe},j}) \quad (4.103)$$

Dabei wurden die logarithmierten Größen jeweils durch Kleinbuchstaben gekennzeichnet (z. B.  $\pi = 10 \ln(\Pi) / \ln 10$ ). Der quadratische Fehler der Anpassung ist in dieser Darstellung:

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left( a + \pi(R) + f(\sigma_{\mathcal{H}}, \rho_{\text{abe},j}) - p_{\text{kor},j} \right)^2 \quad (4.104)$$

Das Minimum dieses Anpassungsfehlers bezüglich  $a + \pi$  kann berechnet werden, indem seine Ableitung nach  $a + \pi$  gleich Null gesetzt wird:

$$a + \pi(R) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N fp_j = \overline{fp_j} \quad (4.105)$$

$$\text{mit } fp_j = f(\sigma_{\mathcal{H}}, \rho_{\text{abe},j}) - p_{\text{kor},j}$$

Durch Substitution von  $a + \pi$  in (4.104) kann der Anpassungsfehler in Abhängigkeit von  $\sigma_{\mathcal{H}}$  geschrieben werden:

$$\Delta(\sigma_{\mathcal{H}}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (fp_j)^2 - \left( \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N fp_j \right)^2 = \text{std}(fp_j) \quad (4.106)$$

Das Minimum von  $\Delta(\sigma_{\mathcal{H}})$  kann nicht analytisch berechnet werden. Beim Standardverfahren zur Anpassung nichtlinearer Parameter (Press, 1988) wird dieses Minimum bestimmt, indem die Ableitung gleich Null gesetzt wird. Zur Bestimmung der Nullstelle nach dem Newtonschen Verfahren wird noch die zweite Ableitung benötigt. Damit das Newtonschen Verfahren konvergiert, muß  $\Delta(\sigma_{\mathcal{H}})$  so genau berechnet werden, daß beide Ableitungen aus Differenzen-Quotienten bestimmt werden können, ohne daß diese wegen Rechenungenauigkeiten unstetig werden. Dies konnte mit vertretbarem Aufwand nicht erreicht werden. Im Falle punktförmiger Aperturen ( $F = \mathcal{H}$ ) können die Ableitungen in einer ähnlichen Form wie  $\mathcal{H}$  selbst (s. u.) berechnet werden. Das hilft jedoch nur in großen Höhen, in denen die aperturbedingte Fleckverbreiterung keine Rolle spielt. Daher wurde das direkte Verfahren zur Suche des Minimums verwendet: Der Anpassungsfehler  $\Delta(\sigma_{\mathcal{H}})$  wird bei etwa  $n = 80$  exponentiell angeordneten Stützstellen

$$\sigma_{\mathcal{H}}(k) = \sigma_o e^{k \frac{\ln(\sigma_1) - \ln(\sigma_o)}{(n-1)}}$$

mit  $k = 0, \dots, n-1$

berechnet und an drei Punkten in der Nachbarschaft des Minimums eine Parabel angepaßt. Dieses Verfahren ist etwas genauer als der Abstand  $\sigma_{\mathcal{H}}(i)(\ln(\sigma_1) - \ln(\sigma_o))/(n-1)$  der Stützstellen (<8 % bei den verwendeten Parametern).

Der Anpassungsfehler  $\Delta(\sigma_{\mathcal{H}})$  hat in den oberen Höhen oft ein zweites lokales Minimum bei sehr kleinen Werten von  $\sigma_{\mathcal{H}}$  (Bauer, 1992, Abbildung 4.7). Da die turbulenzbedingte Fleckbreite  $\sigma_{\mathcal{H}}$  mit der Höhe nicht abrupt abfallen kann (siehe (4.85) und (4.82)), ist klar, daß dieses zweite lokale Minimum nicht die Fleckbreite ergibt. Um zu vermeiden, daß das Programm zur Anpassung der Fleckfunktionen dieses zweite lokale Minimum findet, muß die untere Bereichsgrenze  $\sigma_o$  bei der Minimumsuche gut gewählt werden. Eine starre Bereichsgrenze, die in allen Fällen zum richtigen Ergebnis führt, konnte nicht gefunden werden, da die Werte von  $\sigma_{\mathcal{H}}$  in einem großen Bereich liegen, der die falschen Minima auch enthält ( $\approx 0,2-60$  m). Es hat sich bewährt, in der untersten Meßhöhe mit einem Bereich von  $0,2-60$  m anzufangen und die untere Grenze für die nächste Meßhöhen dann jeweils um einen Faktor 0,7 kleiner zu wählen als die bei der aktuellen Meßhöhen gefundene Breite  $\sigma_{\mathcal{H}}$ . Die obere Bereichsgrenze ist unkritisch.

#### 4.2.1.4 Numerische Berechnung der Fleckfunktion

Die Fleckfunktion  $F(\sigma_{\mathcal{H}}, \rho_{\text{abe}})$  muß sehr sorgfältig berechnet werden, weil oft Werte aus Bereichen beobachtet und somit benötigt werden, die mehr als 40 dB unter dem Maximum liegen.

Die turbulenzbedingte-Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  kann durch die zweidimensionale Fourier-Transformation 4.13 aus (4.83) berechnet werden:

$$\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}}) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\Omega_{\Delta} \underbrace{e^{-\left(k_{\text{rf}0}\sigma_{\mathcal{H}}\Omega_{\Delta}/\sqrt{2}\right)^{5/3}}}_{=\tilde{\mathcal{H}}} e^{ik_{\text{rf}0}\rho_{\text{abe}}\Omega_{\Delta}} \quad (4.107)$$

Weil die turbulenzbedingte-Fleckfunktion  $\tilde{\mathcal{H}}(\Omega_{\Delta})$  nur vom Betrag des Abstrahlwinkels  $\Omega$  abhängt, kann die zweidimensionale Fourier-Transformation in eine eindimensionale Integration überführt werden, indem der Abstrahlwinkel  $\Omega_{\Delta}$  in Polarkoordinaten  $\Omega_{\Delta}$  und  $\varphi$  dargestellt wird ( $\Omega$  ist ein zweidimensionaler Vektor, siehe Definition bei (4.8)):

$$\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}}, \varphi_{\text{abe}}) = \int_0^{\infty} d\Omega_{\Delta} \Omega_{\Delta} \tilde{\mathcal{H}}(\Omega_{\Delta}) \int_0^{2\pi} d\varphi_{\Delta} e^{ik_{\text{rf}0}\rho_{\text{abe}}\Omega_{\Delta} \cos(\varphi_{\text{abe}} - \varphi_{\Delta})}$$

Dabei sind  $\rho_{\text{abe}}, \varphi_{\text{abe}}$  die entsprechenden Zylinderkoordinaten in der Aperturebene. Das Vektorprodukt  $\rho_{\text{abe}}\Omega$  im Exponenten der Fourier-Transformation (4.13) ergibt in diesen Koor-

dinaten  $\rho_{\text{abe}} \Omega_{\Delta} \cos(\varphi_{\rho} - \varphi_{\Delta})$ . Die  $\varphi_{\Delta}$ -Integration kann mit Hilfe der Beziehung  $J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \exp(ix \cos(\varphi))$  (Wheelon, 1960, Seite 65) durchgeführt werden:

$$\mathcal{H}(\rho_{\text{abe}}) = 2\pi \int_0^{\infty} d\Omega_{\Delta} \Omega_{\Delta} \tilde{\mathcal{H}}(\Omega_{\Delta}) J_0(k_{\text{rfm}} \rho_{\text{abe}} \Omega_{\Delta}) \quad (4.108)$$

Die Berechnung dieses eindimensionalen Integrals benötigt etwas mehr Rechenzeit, aber weniger Speicherplatz als die zweidimensionale Fourier-Transformation, was entscheidend wird, wenn  $\mathcal{H}$  bei einer großen Anzahl von Stützstellen berechnet werden soll. Bei der anschließenden Faltung mit  $\mathcal{G}$  entstehen Interferenzen, zwischen den Abständen der Stützstellen, durch welche die Funktionen  $\mathcal{H}$  und  $\mathcal{G}$  repräsentiert werden. Diese Interferenzen werden kleiner, je engmaschiger das Netz der Stützstellen gewählt wird. Die durch die Interferenzen entstehenden Fehler bei  $\Delta(\sigma_{\mathcal{H}})$  (siehe (4.106)) sind bei einer Anzahl von 2048 Stützstellen noch so groß, daß die Anpassung nicht möglich ist. Bei einer weiteren Verdoppelung der Zahl der Stützstellen steigt der Speicherplatzbedarf der zweidimensionalen Fouriertransformation auf 2 GByte, wodurch die Berechnung mit einer Workstation unmöglich wird. Mit (4.108) ist die Berechnung vieler Stützstellen nur eine Frage der Zeit, was kein Problem ist, denn das Ergebnis kann abgespeichert und für verschiedene Breiten  $\sigma_{\mathcal{H}}$  mit Hilfe von (4.86) skaliert werden.

Als Aperturfunktion aller drei Antennen wird für die Berechnung von  $\mathcal{G}$  eine Kastenfunktion verwendet. Die Struktur der einzelnen Sendeelemente wird vernachlässigt, was aber keine Rolle spielt, da diese bei der Faltung mit der turbulenzbedingten Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  selbst bei extrem geringer Turbulenz zerfließen würde.

Die Faltung von  $\mathcal{G}$  mit  $\mathcal{H}$  wird im  $\rho$ -Raum durchgeführt, weil bei der Faltung im  $\Omega$ -Raum mit Hilfe des Faltungssatzes bei großen Fleckaberrationen Oszillationen entstehen, die bei der Anpassung zu Artefakten führen. Um den Rechenzeitbedarf auf ein vertretbares Maß zu beschränken, wird die Faltung nur entlang einer Dimension durchgeführt und das Ergebnis zu einer rotationssymmetrischen Funktion fortgesetzt. Der dadurch entstehende Fehler ist entlang der Diagonalen am größten, weil die Projektion der Aperturfunktion auf die Diagonale eine Dreiecksfunktion mit einem gegenüber der Kastenfunktion um den Faktor  $\sqrt{2}$  größeren Durchmesser ergibt. Wie Abbildung 4.10 zeigt, ist die Abweichung von der Rotationssymmetrie nach der Faltung der drei Aperturen und dem Übergang zum Quadrat jedoch nicht mehr sehr groß.

Ein weiterer Unterschied zwischen der eindimensionalen und der zweidimensionalen Faltung wird deutlich, wenn  $\mathcal{G}$  im Vergleich zu  $\mathcal{H}$  schmal ist. Dann zerfließt der Schnitt von  $\mathcal{H}$  in der  $\rho_x$ -Richtung vor allem durch die Faltung entlang der  $\rho_x$ -Richtung. Durch die Faltung entlang der  $\rho_y$ -Richtung zerfließt  $\mathcal{G}$  in  $\rho_y$ -Richtung wodurch, die Werte in dem  $\rho_x$ -Schnitt alle etwas abnehmen, da sie in  $\rho_y$ -Richtung jeweils mit dem Maximum zusammenfallen. Leider ist diese Abnahme nicht bei allen Punkten des  $\rho_x$ -Schnitts gleich groß. Dies wäre der Fall, wenn  $\mathcal{H}$  eine Gauß-Funktion wäre. Der dadurch entstehende Fehler kann zum größten Teil korrigiert werden, indem die Fleckfunktion nach der Faltung wieder so normiert wird, daß das Integral über die  $\rho$ -Ebene

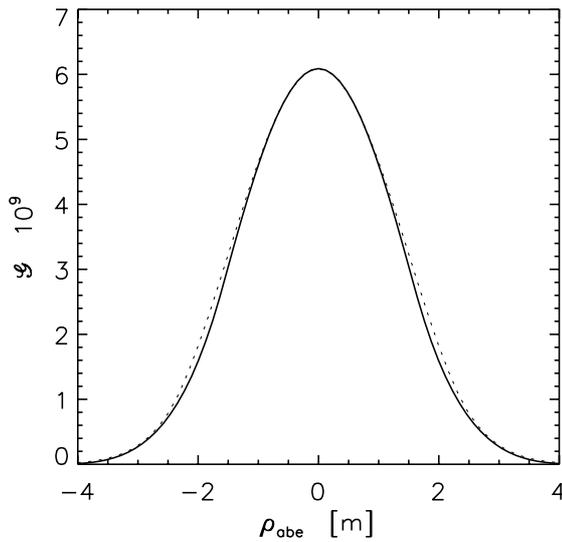


Abbildung 4.10: Zwei Schnitte durch das Zentrum der aperturbedingten Fleckfunktion  $\mathcal{G}$ . durchgezogen: parallel zu den Kanten der Apertur, punktiert: diagonal.

$$I_{\text{F}} = 2\pi \int_0^{\infty} d\rho F(\rho, \sigma_{\mathcal{H}})$$

nicht von  $\sigma_{\mathcal{H}}$  abhängt (siehe (4.86)).

Die Faltung muß jedes Mal berechnet werden, wenn  $F(\rho, \sigma_{\mathcal{H}})$  mit einem neuen Wert von  $\sigma_{\mathcal{H}}$  benötigt wird. Alternativ kann eine Tabelle von Fleckfunktionen für verschiedenen Werte von  $\sigma_{\mathcal{H}}$  und idealerweise auch für verschiedene Schnittrichtungen angelegt werden. Dann muß  $F(\rho, \sigma_{\mathcal{H}})$  dreidimensional zwischen den tabellierten Werten interpoliert werden. Bei beiden Verfahren muß die Faltung sehr oft durchgeführt werden. Auf die zweidimensionale Faltung im  $\rho$ -Raum wurde daher verzichtet. Die zweidimensionale Faltung im  $\Omega$ -Raum mit Hilfe des Faltungssatzes ist zu ungenau, wenn das Verhältnis  $\rho\sigma_{\mathcal{H}} \gtrsim 50$  m ist. Da aperturdominierte Fälle, in denen der Fall  $\rho\sigma_{\mathcal{H}} \gtrsim 50$  m auftritt, nicht ausgeschlossen werden können, führen diese Ungenauigkeiten oft zu Artefakten bei der Anpassung. Daher wurde bei der Auswertung mit der eindimensionalen Faltung gearbeitet. Nur in einigen Fällen wurde zum Vergleich die zweidimensionale Faltung verwendet, wobei sich keine signifikanten Unterschiede ergaben.

#### 4.2.1.5 Meßergebnisse der expliziten Fleckvermessungen

In Abbildung 4.11 sind die Ergebnisse von zwei expliziten Fleckvermessungen vom 5.2.1998 und in Abbildung 4.12 von drei Fleckvermessungen vom 25.1.1998 zusammengefaßt. In den Abbildungen werden die folgenden Größen dargestellt:

**Fleckfunktionen:** Jeweils links sind die korrigierten Empfangsleistungen  $p_{\text{kor}}$  durch Punkte und die daran angepaßten Fleckfunktionen durch durchgezogenen Linien über der Fleckaberration  $\rho_{\text{abe}}$  aufgetragen. Für die Meßhöhe und die Leistung in dB wird dieselbe Skala verwendet ( $1 \text{ m} \hat{=} 1 \text{ dB}$ ).

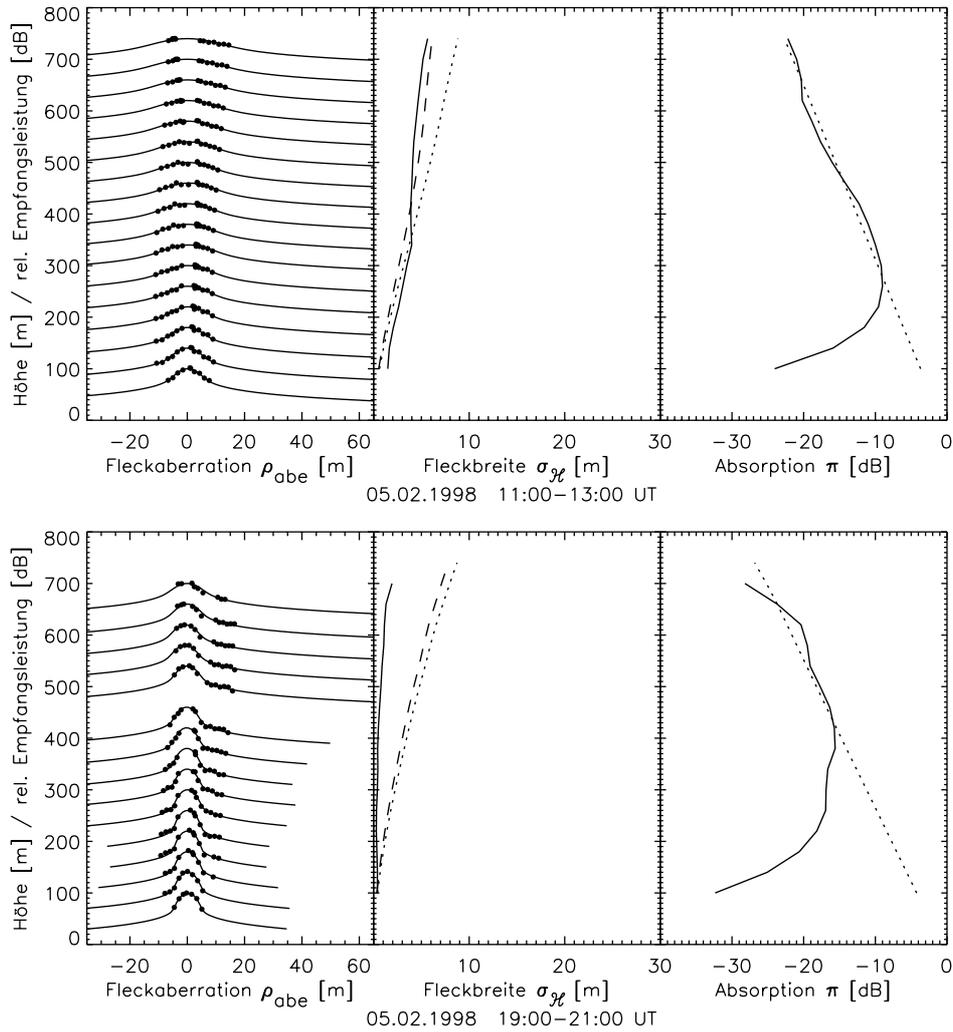


Abbildung 4.11: Zwei Fleckvermessungen an einem wolkenfreien Tag auf dem Gelände des Forschungszentrums.

**Links:** Punkte: Korrigierte Empfangsleistungen  $p_{kor}$ , die bei verschiedenen Positionen der Schallquelle gemessen wurden über der Fleckaberration  $\rho_{abe}$ . Durchgezogenen Linien: Daran angepaßte Fleckfunktionen  $\mathcal{H} \otimes \mathcal{G}$ . Die relativen Leistungen wurden jeweils so normiert, daß das Maximum der Fleckfunktion auf der  $y$ -Achse bei der Höhe liegt, der die jeweilige Fleckfunktion zugeordnet werden muß.

**Mitte:** Durchgezogen: angepaßte Fleckbreite, gestrichelt: aus RASS-Peakbreiten bestimmte Fleckbreite, punktiert: aus Wind-Temperatur-RADAR-Zeitreihen in Kombination mit in situ gemessenen  $\sigma_w$ -Werten bestimmte Fleckbreite.

**Rechts:** Durchgezogen: Aus der Fleckvermessungen bestimmte Schallabsorption, punktiert: aus Luftfeuchte und Temperatur berechnete Schallabsorption.

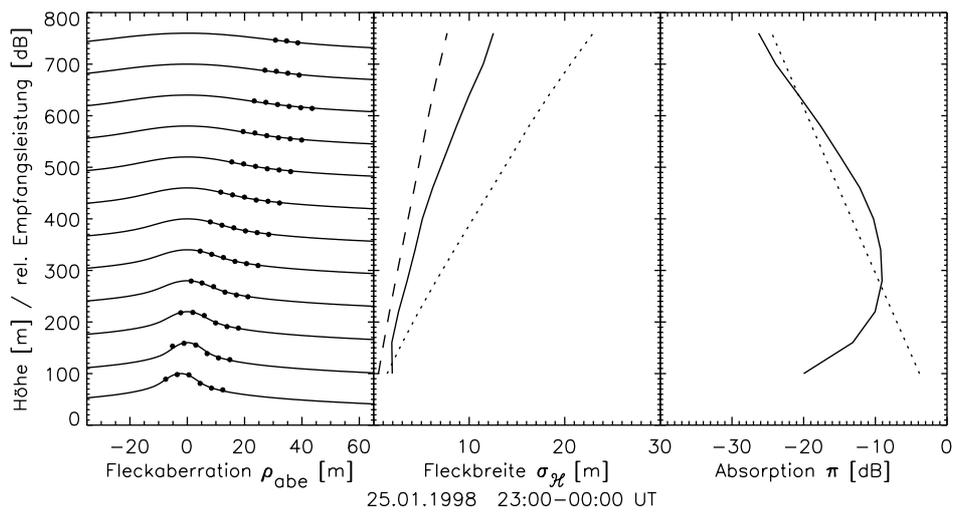
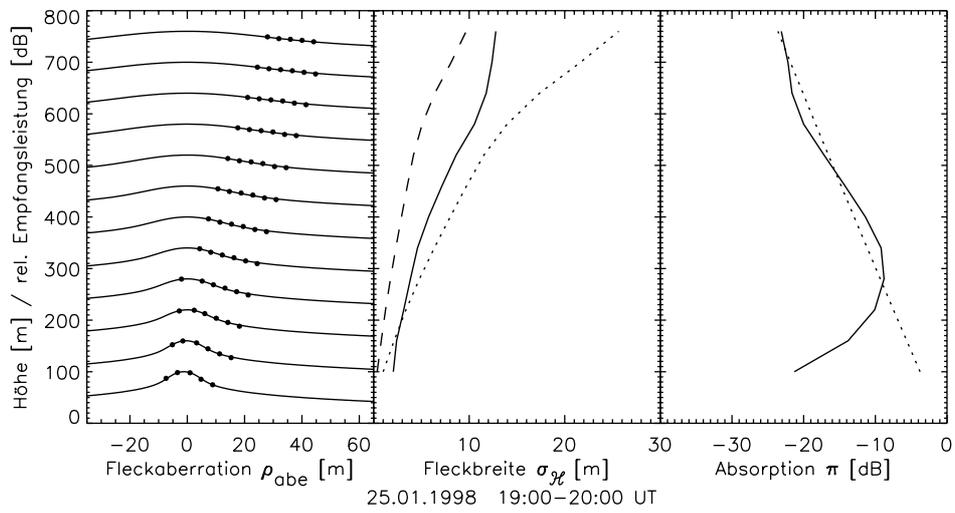
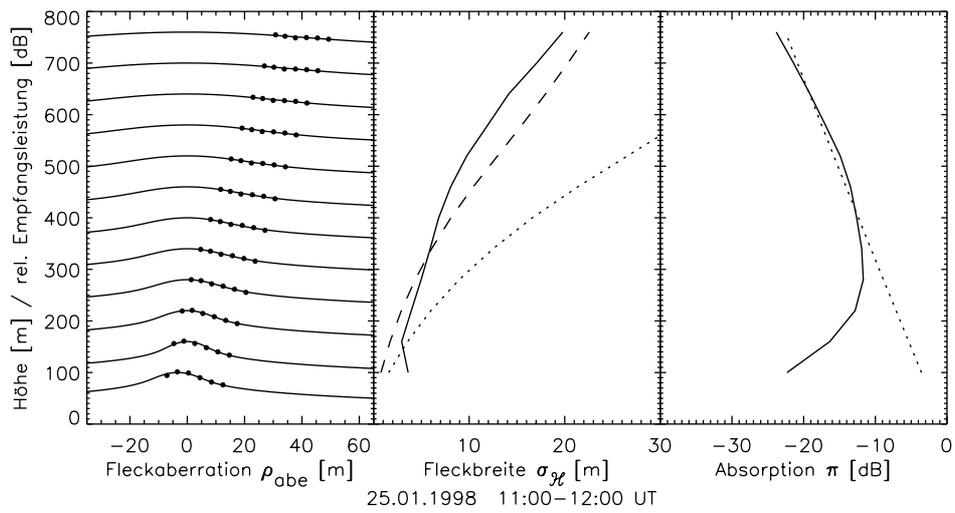


Abbildung 4.12: Drei Fleckvermessungen bei starkem Wind und Bewölkung. Siehe Legende der Abbildung 4.11.

Die Leistungen wurden so normiert (in der logarithmischen Darstellung verschoben), daß das Maximum der Fleckfunktionen jeder Meßhöhe jeweils bei der entsprechenden Meßhöhe liegt. Es ist zu sehen, daß sich die Meßwerte sehr gut an die von der Theorie berechnete Fleckfunktion anpassen lassen. Bei geringer Turbulenz (z. B. 5.2.1998, 19:00 UT) wird die Fleckfunktion bei kleinen Fleckaberrationen durch die aperturbedingte Fleckfunktion  $\mathcal{G}$  dominiert. Bei größeren Fleckaberrationen tritt die turbulenzbedingte Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  in den Vordergrund. Die Abweichung der Funktion  $\mathcal{H}$  von einer Gauß-Kurve (Parabel in der logarithmischen Darstellung) ist deutlich zu erkennen. Die Anpassung wird schlechter, wenn man den Exponenten  $\mu_{\mathcal{H}}$  in (4.83) um mehr als 0,1 verändert. Damit sichergestellt ist, daß das flache Auslaufen der Fleckfunktionen bei großen Fleckaberrationen nicht durch schwache Peaks verursacht wird, deren Leistung wegen ungenügendem Rauschabzug überschätzt wird, wurden nur die Empfangsleistungen eingezeichnet und für die Anpassung verwendet, die mehr als 6 dB über dem Rauschen liegen. Außerdem wurden nur die Werte verwendet, deren Konsensus-Qualitätsmaß (siehe Abschnitt 1.4.6) besser als 0,65 ist. Für die Bestimmung des Konsensus-Qualitätsmaßes wurden die Momente von 12 s-gemittelten Empfangsspektren verwendet. Für die Bestimmung der abgebildeten Fleckfunktionen wurden die Empfangsspektren jeweils über die ganze Zeit gemittelt (nicht medianisiert), während der die Schallquelle bei einer Position stand ( $\approx 500$  s). Dadurch wird der größtmögliche Signal-Rausch-Abstand erreicht. Das ist bei den RASS-Spektren möglich, weil dort fast keine Störungen auftreten.

Bei den Fleckvermessungen vom 5.2.1998 ist bei den oberen Meßhöhen in der Nähe von  $\rho_{abe} = 0$  eine Lücke, in der keine Stützstellen der Fleckvermessung vorliegen. Das tritt dann auf, wenn die durch die Fleckvermessung abgetasteten Punkte nicht durch das Zentrum des Empfangsflecks gehen. Wenn das Windprofil eine Richtungsscherung aufweist, dann ist es nicht möglich, die Positionen der Schallquelle für eine Fleckvermessung so zu wählen, daß der Empfangsfleck bei allen Meßhöhen zentral geschnitten wird.

**Fleckbreiteprofil:** In der Mitte sind die turbulenzbedingten Fleckbreiten  $\sigma_{\mathcal{H}}$ , die sich durch die Anpassung ergeben, als durchgezogene Linien über der Meßhöhe aufgetragen. Zum Vergleich sind zwei Fleckbreiteprofile eingezeichnet, die sich mit Hilfe von (4.85) und (4.82) aus dem Profil des Strukturparameters ergeben. Der Strukturparameter wurde aus den RASS-Peakbreiten (gestrichelt) und aus den Differenzen der Vertikalgeschwindigkeitsvarianzen (punktiert) berechnet, die mit einem Ultraschallanemometer beziehungsweise mit dem RADAR gemessen wurden (siehe unten).

Die Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks ergeben, wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, zu kleine Werte des Strukturparameters, die wie in Abbildung 4.8 zu sehen ist, von der Position der Schallquelle abhängen. Dies kann auch bei den expliziten Fleckvermessungen beobachtet werden. Außerdem ergibt sich beim Peakbreitenverfahren bei der schwachen Turbulenz der Winterdaten ein hoher relativer Fehler.

Leider ist es bei den Messungen, bei denen das Wind-Temperatur-RADAR neben dem 200 m-Mast stand, auch nur selten möglich, Clear-Air-Peaks zur Bestimmung des Strukturparameterprofils zu verwenden. Bei einigen der Messungen sind zwar Clear-Air-Peaks vorhanden, die zum Teil sogar so breit sind, daß die starken Festechos des Masts ausgeblendet werden können. Die Signale sind je-

doch noch zusätzlich durch die am Mast befestigten Schalenstern-Anemometer beeinträchtigt. Diese verursachen zwei symmetrische Peaks bei sehr ungünstigen Doppler-Geschwindigkeiten. Dadurch können die Clear-Air-Peakbreiten erst oberhalb von  $\approx 300$  m ( $\simeq$  Entfernung des obersten Anemometers) bestimmt werden. Für die Berechnung von  $\sigma_{\mathcal{H}}$  wird in (4.82) ein lückenloses Profil des Strukturparameters benötigt. Wenn das Turbulenzmaximum, wie im Sommer oft der Fall, über der Höhe liegt, die durch den Mast verdeckt wird, dann wirken sich die Fehler des Strukturparameters in den unteren Höhen durch die Höhengewichtung in (4.82) nur wenig aus. Bei den Messungen im Winter kann die Fleckbreite aber nicht mit einem Clear-Air-Peakbreitenprofil bestimmt werden, das erst über 300 m auswertbar ist.

Für die Bestimmung des Strukturparameters mit Hilfe von Spektren aus Wind-Temperatur-RADAR-Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen reicht das Turbulenzspektrum bei den Messungen im Winter nicht weit genug zu langen Wellenlängen. Eine bisher noch nicht beschriebene Möglichkeit zur Bestimmung des Strukturparameters ergibt sich mit Hilfe der am Mast befestigten Ultraschallanemometer. Diese messen den Vertikalwind mit einer zeitlichen Auflösung von 20 Hz. Leider stehen diese Daten nicht zur Verfügung. Das einzige, was zur Verfügung steht, sind die Varianzen, die jeweils über 10 min bestimmt wurden. Der Hauptbeitrag zu den 10 min-Varianzen stammt aus dem Produktionsbereich. Sie sind daher nicht geeignet, um daraus den Strukturparameter zu berechnen. Zieht man von diesen 10 min-Varianzen die entsprechenden 10 min-Varianzen ab, die aus Wind-Temperatur-RADAR-Vertikalgeschwindigkeiten bestimmt werden, so sollte sich die Varianz im Meßvolumen ergeben, deren Hauptbeitrag aus dem Inertialbereich stammt. Aus dieser Differenz kann der Strukturparameter nach dem gleichen Verfahren wie aus den Peakbreiten bestimmt werden. Auf diese Weise wurde der Strukturparameter in einer Höhe von 100 m berechnet. Dieser Wert wurde entsprechend dem korrigierten Profil der RASS-Peakbreiten zu einem Profil erweitert (Dreisatz), woraus die punktierten Fleckbreiten berechnet wurden.

Für beide Methoden zur Berechnung des Strukturparameterprofils wurden je nach Höhenbereich die Messungen mit günstiger Position der Schallquelle interaktiv ausgewählt. Dazu wurden die Momente der 12-s-gemittelten Empfangsspektren verwendet.

Obwohl beide Verfahren zur Bestimmung der Vergleichsprofile der Fleckbreiten mit großen Ungenauigkeiten behaftet sind, zeigt sich bei den 20 expliziten Fleckvermessungen, die im Januar/Februar 1998 durchgeführt wurden, daß die beobachteten Fleckbreiten im Mittel kleiner sind als die mit dem Differenzverfahren berechneten. Die aus den RASS-Peakbreiten bestimmten Fleckbreiten liegen im Mittel dichter bei den beobachteten. Dies ist verwunderlich, weil in Kapitel 3 gezeigt wurde, daß die RASS-Peakbreiten deutlich zu kleine Werte des Strukturparameter ergeben. Um dieses Ergebnis statistisch zu erhärten, werden in Abschnitt 4.2.2 Messungen untersucht, die im Standard-Doppler-Beam-Swinging-Modus gewonnen werden, und dadurch in viel größerer Zahl zur Verfügung stehen.

**Absorptionsprofile:** Rechts in den Abbildungen 4.11 und 4.12 sind jeweils die Profile der Schallabsorption  $\pi(R)$  dargestellt, die sich aus dem (zweidimensionalen) Integral unter der Fleckfunktion ergeben (durchgezogen). Zum Vergleich sind Schallabsorptionsprofile eingezeichnet, die aus Luftfeuchtemeßwerten vom Mast und aus dem RASS-Temperaturprofil mit Hilfe der Tabellen von Harris

(siehe Abschnitt 4.1.2.2) berechnet wurden (punktiert). Da keine Luftfeuchte-Daten oberhalb des Masts zur Verfügung standen, wurde ein konstantes Mischungsverhältnis angenommen. Die Vergleichsprofile sind daher nur als grober Richtwert anzusehen. Durch die Wahl der Konstanten  $a$  wurde  $\pi(R)$  im oberen Höhenbereich an das Vergleichsabsorptionsprofil anpaßt. Bei den 20 Fleckvermessungen ergaben sich dabei bis auf  $\pm 2$  dB übereinstimmende Werte von  $a$ .

Die Profile  $\pi(R)$  der Absorption sollten pro 100 m je nach Luftfeuchte und Temperatur um 1,2 bis 5 dB abfallen. Unterhalb einer bestimmten Höhe, die von Fleckvermessung zu Fleckvermessung variiert, knicken die aus den Fleckvermessungen bestimmten Profile  $\pi(R)$  deutlich zu kleineren Werten hin ab. Dieses Phänomen wurde bei allen Fleckvermessungen außer bei den in (Bauer, 1992) durchgeführten beobachtet. Da bei diesen Meßhöhen ein großer Bereich der Fleckfunktion abgetastet werden kann, ist sichergestellt, daß der Fehler weder daher kommt, daß die Momente des Empfangsflecks ungenau geschätzt wurden noch daher, daß eine falsche Fleckfunktion angenommen wurde. Die in Abschnitt 4.1.6.1.2 und 4.1.7 angesprochenen Zweifel an der von der Theorie berechneten Fleckbreite und Fleckform können dieses Phänomen nicht erklären, da die über die Fläche des Empfangsflecks integrierte Leistung von diesen Zweifeln nicht betroffen ist. Auch die Medianisierung der Empfangsspektren kann nicht, wie lange angenommen wurde, dafür verantwortlich gemacht werden, da dieses Phänomen sowohl bei den gemittelten, als auch bei den medianisierten Empfangsspektren beobachtet wird.

Es wurde auch untersucht, ob die Überlappung von Sende- und Empfangsstrahl für das Abknicken der Absorptionsprofile verantwortlich ist. Dies sollte das RASS-Signal nicht abschwächen, da die Schallwellenfronten das RADAR-Signal immer dann vom Sender zum Empfänger reflektieren, wenn die virtuelle Schallquelle in der Mitte zwischen Sende- und Empfangsantennen liegt. Wird das RASS-Signal jedoch wegen der turbulenzbedingten Verformung der Schallwellenfronten von kleinen Bereichen gestreut, so führt die schlechte Überlappung von Sende- und Empfangsstrahl in der Nähe der Antennen zu einer Verringerung der Empfangsleistung. Dieser Effekt würde jedoch zu einem wesentlich steileren Abknicken führen, das erst bei den Meßhöhen unterhalb von 200 m einsetzt. Außerdem müßte dieser Effekt, entgegen der Beobachtung, bei starker Turbulenz besonders deutlich sein.

Möglicherweise ist eine der folgenden Ursachen für das Abknicken der Profile von  $\pi(R)$  verantwortlich:

- Der Empfänger ist möglicherweise bei den unteren Meßhöhen weniger empfindlich als aufgrund der Höhengewichtsfunktion  $\Lambda$  der Sender-Empfänger-Tastung erwartet wird. Dies kann daher kommen, daß der erste Empfangsverstärker, der durch Übersprechen zwischen Sende- und Empfangsantenne während der Sendephase übersteuert wird, am Anfang der Empfangsphase einige Mikrosekunden braucht, bis er wieder seine lineare Verstärkung hat. Die Signale der unteren Meßhöhen treffen gerade während dieser Zeit beim Empfänger ein. Wie lange der Verstärker braucht, bis er sich von der Übersteuerung erholt hat, kann davon abhängen, wie stark die Festechos sind, mit denen er während dieser Phase belastet wird. Dies wäre eine Erklärung dafür, daß sich der Höhenbereich, in dem das Abknicken beobachtet wird, von Messung

zu Messung unterscheidet.

Um nachzuweisen, daß das Abknicken der Absorptionsprofile vom Empfänger verursacht wird, muß unter Meßbedingungen (Festechos mit verschiedenen Laufzeitverzögerungen + Signal) ein definierter Signalpuls periodisch während verschiedenen Phasen der Tastperiode am Fußpunkt der Empfangsantenne eingespeist werden. Dieser Signalpuls muß mit einer Verzögerungsleitung aus dem Sendesignal abgezweigt werden, damit er im Empfangsspektrum bei einer definierten Frequenz ( $\neq 0$  Hz) erscheint. Die Leistung dieses Signalpulses im Empfangsspektrum sollte konstant bleiben, wenn dieser bei verschiedenen Zeitbereichen eingespeist wird, die in der Empfangsphase der Tastperiode liegen. Nimmt die im Empfangsspektrum beobachtete Leistung dagegen ab, wenn ein Zeitbereich kurz nach dem Einschalten des Empfängers gewählt wird, so ist nachgewiesen, daß das Abknicken der Absorptionsprofile durch den Empfänger verursacht wird. Dieser Test konnte noch nicht realisiert werden.

- Die Vernachlässigung des Terms  $\nabla(\nabla\mathbf{E})$  in (4.21) bei der Berechnung des Signals, das von Brechungsindexinhomogenitäten gestreut wird, ist nur bei einem monostatischen RADAR gerechtfertigt. Möglicherweise wird der Gültigkeitsbereich dieser Näherung verlassen, wenn die aperturbedingte Fleckfunktion  $\mathcal{G}$  gegenüber der turbulenzbedingten Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  in den Vordergrund tritt.
- In der Ableitung von Abschnitt 4.1.4 befindet sich ein Fehler.

**Meßsituation:** In Abbildung 4.13 sind die Wind- und Temperaturprofile der Zeiträume dargestellt, in denen die Fleckvermessungen der Abbildungen 4.11 und 4.12 stattfanden. Aus der Temperaturschichtung und der Windscherung kann die Turbulenzintensität qualitativ abgeleitet werden, und mit Wachstum der beobachteten Fleckbreiten  $\sigma_{\mathcal{H}}$  verglichen werden:

Der 5.2.1998 war ein wolkenfreier Tag. Die Inversion, die sich in der Nacht ausgebildet hatte, war bei der Fleckvermessung von 11 bis 13 Uhr UT auf 350 m gestiegen, wodurch die Fleckbreite vor allem in dem darunterliegenden Höhenbereich wächst. Die Bedingungen für diese Fleckvermessung sind nicht gut, da sich das Temperatur- und das Windprofil und damit vermutlich auch das Turbulenzprofil während der Messung geändert haben. Trotzdem kann die Fleckfunktion gut angepaßt werden. Bei der Fleckvermessung von 19 bis 21 Uhr UT war die Schichtung in den unteren 400 m bereits stabil. Da der schwache Wind auch kaum Turbulenz produziert, ist die beobachtete Fleckbreite in den unteren 400 m sehr klein, und wächst erst über der stabilen Schicht.

Bei den Temperaturprofilen in Abbildung 4.13 wurde die horizontalwindbedingte Verschiebung des Bragg-Maximums (siehe Abschnitt 4.1.3) nicht korrigiert. Dies wirkt sich vor allem während den Fleckvermessungen aus, weil dann zum Teil bei extrem großen Fleckaberrationen gemessen wird. Die Auswirkung der Position der Schallquelle auf die Bragg-Frequenz kann bei Fleckvermessungen, bei denen die tatsächliche Temperatur gleichmäßiger verläuft, deutlich beobachtet werden. Daher ist anzunehmen, daß die Temperaturänderungen während den Fleckvermessungen (dort wo die Windpfeile fehlen) geringer sind als in der Abbildung.

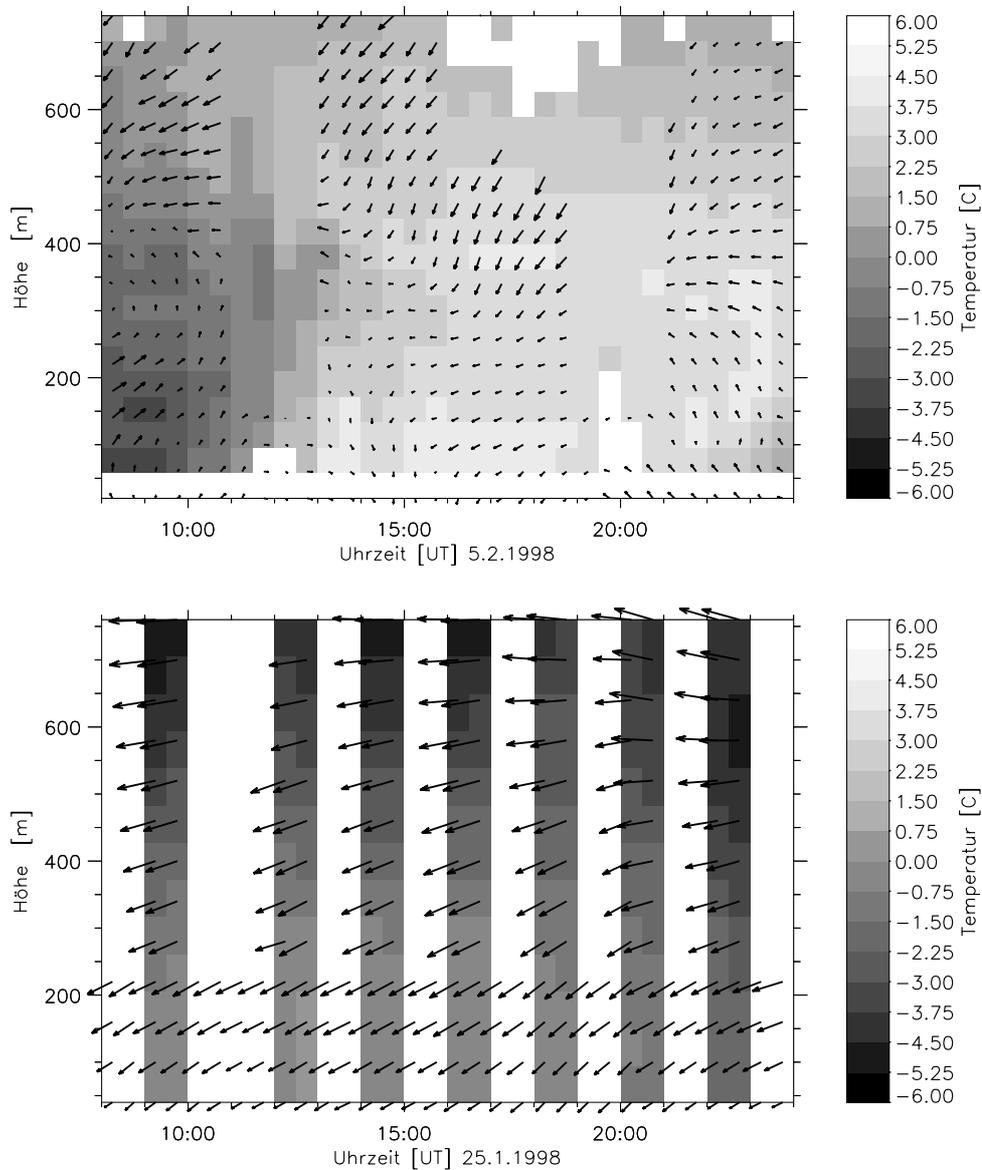


Abbildung 4.13: Höhen-Zeit-Schnitte von Horizontalwind- und Temperatur der Zeitbereiche in denen die in Abbildung 4.11 und 4.12 dargestellten Fleckvermessungen durchgeführt wurden. Die Pfeile stellen Windrichtung und Geschwindigkeit dar ( $1 \text{ cm Pfeillänge} \cong 23 \text{ m/s}$ ). Die Meßwerte der unteren 200 m wurden (wenn verfügbar) von den am Mast montierten Ultraschallanemometern, und im darüberliegenden Höhenbereich im Doppler-Beam-Swinging-Modus zwischen den Fleckvermessungen erfaßt. Die durch Graustufen hinterlegten Temperaturen wurden mit dem RASS gemessen. Wegen des gleichförmigen Temperaturverlaufs wurde bei der unteren Abbildung darauf verzichtet, die Temperaturen aus den während der Fleckvermessung gewonnenen Spektren zu bestimmen (weiße Streifen).

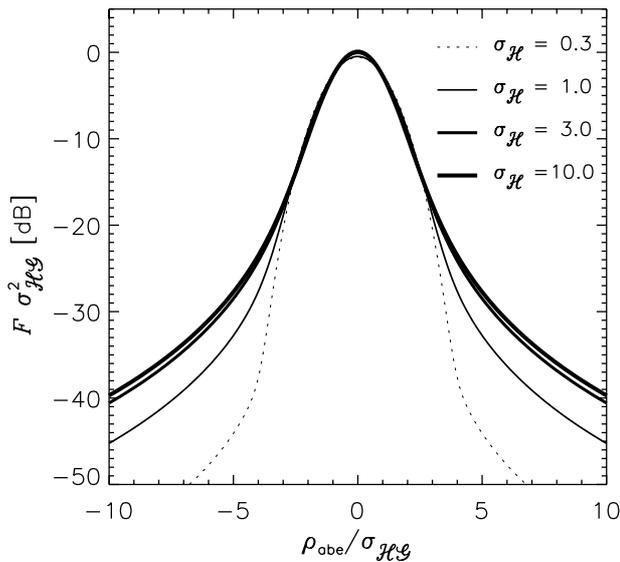


Abbildung 4.14: Normierte Fleckfunktionen  $\sigma_{H_G}^2 F(\rho_{\text{obe}}/\sigma_{H_G})$  verschiedener turbulenzbedingter Breiten  $\sigma_H$ .

Bei der Fleckvermessung vom 25.1.1998 wachsen die Fleckbreiten wegen der größeren Windgeschwindigkeit und der von der Scherung verursachten Turbulenz mit der Höhe deutlich schneller an. Beim Vergleich der drei Fleckvermessungen und der entsprechenden Temperaturprofile kann aber auch der Anteil der Konvektion an der Turbulenzproduktion beobachtet werden.

#### 4.2.2 Auswertung von Messungen im Standard-Doppler-Beam-Swinging-Modus

Bei den im letzten Abschnitt beschriebenen Messungen konnten die Profile des Strukturparameters nur ungenau bestimmt werden. Dadurch kann der Zusammenhang zwischen den bei der Fleckvermessung angepaßten Werten von  $\sigma_H$  und denen, die sich mit Hilfe von (4.85) aus dem Strukturparameterprofil ergeben, mit diesen Messungen nur ungenau überprüft werden. Die Bedingungen für die Bestimmung des Strukturparameterprofils aus den Clear-Air-Peakbreiten sind im Sommer deutlich besser. Da das Wind-Temperatur-RADAR seit dem Einbau des 16-Bit Analog-Digital-Wandlers nur während der kalten Jahreszeit für explizite Fleckvermessungen zur Verfügung stand, wird in diesem Abschnitt versucht, anhand von Standard-Doppler-Beam-Swinging-Messungen den Zusammenhang zwischen Fleckbreite und Turbulenzprofil zu untersuchen. Solche Messungen wurden im Oktober 1996 bei der Meßkampagne NORDEX (Nordsee Experiment) in Ostfriesland und zur Erprobung der neuen FFT-Rechnerprogramme vor dieser Meßkampagne in Karlsruhe durchgeführt.

Der einfachste Ansatz zur Auswertung der Doppler-Beam-Swinging-Daten, besteht darin, die gemessenen Empfangsleistungsprofile mit denen zu vergleichen, die sich mit Hilfe von (4.63) ergeben. Dazu werden die gleichen Meßgrößen wie im letzten Abschnitt benötigt. Die Streuung zwischen den gemessenen und berechneten Empfangsleistungen, die sich dabei ergab, ist deutlich größer, als sich durch die Meßfehler des Horizontalwinds, des Strukturparameters, der Luftfeuchte und der

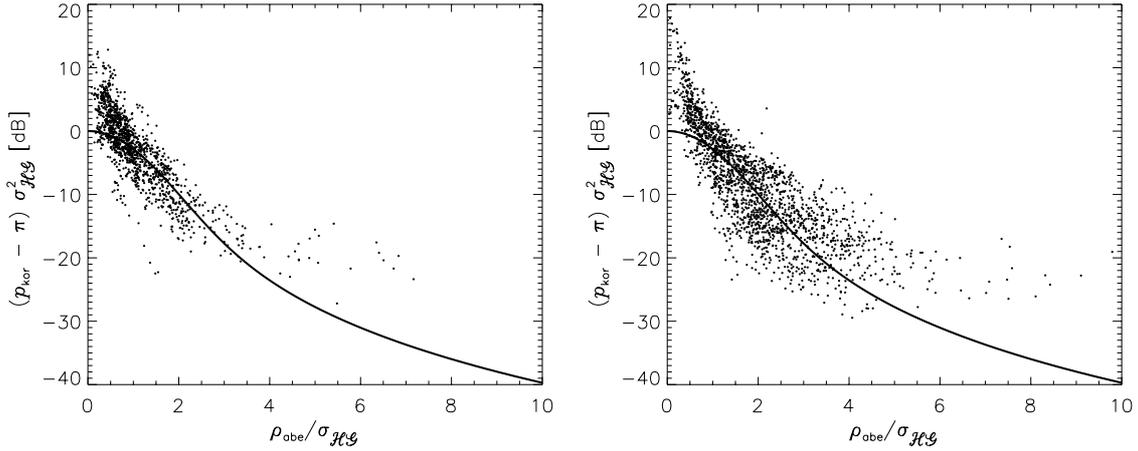


Abbildung 4.15: Rekonstruktion der Fleckfunktion anhand von Messungen im Standard-Doppler-Beam-Swinging-Modus, die vom 30.8.–26.9.1996 auf dem Gelände des Forschungszentrums gemessen wurden (links: 12:00–21:00 UT, rechts: 21:00–12:00 UT). Jeder Punkt repräsentiert einen Halbstundenmittelwert einer Meßhöhe zwischen 500–1000 m. Die Empfangsleistungen und die Fleckaberrationen wurden mit Hilfe der Fleckbreite  $\sigma_{\mathcal{H}\mathcal{G}} = \sqrt{\sigma_{\mathcal{H}}^2 + \sigma_{\mathcal{G}}}$  und der aus Luftfeuchte und Temperatur berechneten Absorption jedes Meßwerts so skaliert, daß die Punkte auf der als durchgezogene Linie eingezeichneten Fleckfunktion (siehe Abbildung 4.14) liegen sollten.  $\sigma_{\mathcal{H}}$  wurde aus Doppler-Verbreiterungen der Clear-Air-Peaks berechnet.

Empfangsleistung erklären läßt.

Die wesentliche Ursache für diese Streuung ist in den Abbildungen 4.15 bis 4.17 zu erkennen. Dort wurden die korrigierten Empfangsleistungen  $p_{\text{kor}}$  aller plausiblen Meßwerte (Höhenbereiche und Tageszeiten siehe Bildunterschrift) so über den jeweiligen Fokusaberrationen aufgetragen, daß die Punkte, wenn die Theorie stimmt, alle auf der Fleckfunktion liegen sollten, die als durchgezogene Linie eingezeichnet ist. Wenn die turbulenzbedingte im Vergleich zur aperturbedingten Fleckbreite groß ist, so daß die Fleckfunktion  $F = (\mathcal{H} \otimes \mathcal{G}) \simeq \mathcal{H}$  ist, wird dies erreicht, indem auf der  $x$ -Achse die 'normierte' Fleckaberration  $\rho_{\text{abe}}/\sigma_{\mathcal{H}}$  und auf der  $y$ -Achse die 'fokussierungsbedingte' Empfangsleistung  $(P_{\text{kor}} - \pi) \sigma_{\mathcal{H}}^2$  jedes Meßwerts aufgetragen wird. Durch die Normierung der Fokusaberrationen sollten die Punkte alle auf einer Fleckfunktion  $\mathcal{H}$  der Breite  $\sigma_{\mathcal{H}} = 1$  liegen (siehe 4.86), und durch die Multiplikation von  $(P_{\text{kor}} - \pi)$  mit  $\sigma_{\mathcal{H}}^2$  werden die Maxima der Fleckfunktionen unabhängig von der Fleckbreite. Wenn die aperturbedingte gegenüber der turbulenzbedingten Fleckbreite nicht vernachlässigt werden kann, so ist es nicht möglich, die Fleckaberration und die Empfangsleistung mit Hilfe von 4.86 so zu skalieren, daß die Punkte auf einer Linie liegen sollten. Die Punkte werden jedoch näherungsweise auf eine Kurve vereinigt, indem für die Normierung der Fleckaberration und die Berechnung der fokussierungsbedingten Empfangsleistung statt der turbulenzbedingten Fleckbreite  $\sigma_{\mathcal{H}}$  die Gesamtfleckbreite  $\sigma_{\mathcal{H}\mathcal{G}} = \sqrt{\sigma_{\mathcal{H}}^2 + \sigma_{\mathcal{G}}}$  verwendet wird. Um zu zeigen, daß sich die Streuung durch diese Näherung nur bei sehr großen normierten Fleckaberrationen erhöht, sind in Abbildung 4.14 einige normierte Fleckfunktionen mit verschiedenen turbulenzbedingten Breiten  $\sigma_{\mathcal{H}}$  dargestellt.

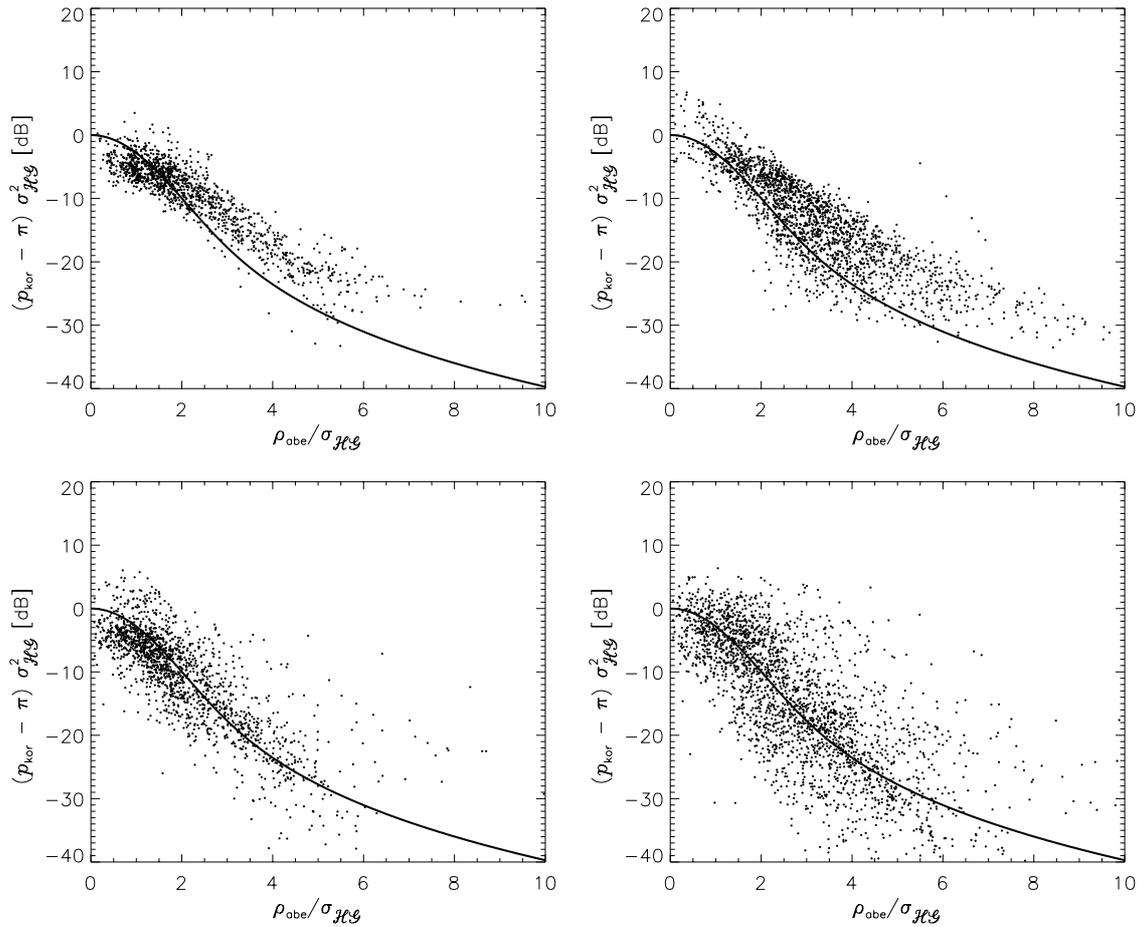


Abbildung 4.16: Wie Abbildung 4.15, jedoch wurden die Fleckbreiten mit Hilfe der Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks berechnet.

oben:  $R = 500\text{--}1000$  m, unten:  $R = 100\text{--}400$  m

links: 12:00–21:00 UT, rechts: 21:00–12:00 UT

Die für die Berechnung der fleckbedingten Empfangsleistung benötigten Absorptionsprofile  $\pi$  wurden aus der Luftfeuchte und der Temperatur berechnet. In einigen Fällen standen Luftfeuchteprofile von Radiosonden beziehungsweise bei den NORDEX-Messungen von Fesselballonaufstiegen zur Verfügung. Ansonsten mußte wieder die Annahme gemacht werden, daß das Mischungsverhältnis höhenkonstant ist. Dies ist bei den NORDEX-Messungen sehr unbefriedigend, weil dort kontinuierliche Luftfeuchtemessungen nur von einer etwa 2 m über einer Wiese liegenden Meßstation vorliegen. Die für die Skalierung der fleckbedingten Empfangsleistung und der Fleckaberration benötigten Fleckbreiteprofile  $\sigma_H$  wurden sowohl aus den Doppler-Verbreiterungen der Clear-Air- als auch der RASS-Peaks berechnet.

Werden die Clear-Air-Peaks verwendet, so sind die Punkte um eine Kurve verteilt, die deutlich schmäler ist, als die theoretisch berechnete Fleckfunktion (Abbildung 4.15). Das heißt, die von der Theorie berechneten Fleckbreiten sind zu breit. Dies kann dadurch erklärt werden, daß bei der Theorie der Schallausbreitung die Mehrfachstreuung vernachlässigt wurde. Durch diese Ver-

nachlässigung nehmen die Phasen- und Amplitudenfluktuationen der Schallwelle proportional mit der zurückgelegten Strecke zu. Wird die Mehrfachstreuung berücksichtigt, so gehen ab einer bestimmten Strecke zuerst die Amplitudenfluktuationen und später die Phasenfluktuationen in die Sättigung. Ab der Höhe, in der diese Sättigung eingetreten ist, wächst die Fleckbreite nur noch aus geometrischen Gründen.

Werden die Fleckbreiten mit Hilfe der RASS-Peaks berechnet, so streuen die Punkte bei starker Turbulenz (Abbildung 4.16 links oben) um eine Kurve, die etwas breiter ist, als die theoretisch berechnete Fleckfunktion. Bei mittlerer Turbulenz, die im Oktober an der Nordsee auftrat (Abbildung 4.17) ist bei den Meßhöhen oberhalb von 400 m keine systematische Abweichung zu erkennen. Da der Strukturparameter durch die RASS-Peakbreiten deutlich unterschätzt wird, wäre zu erwarten, daß die Punkte auf einer breiteren Kurve liegen. Ein Zusammenhang zwischen der Doppler-Verbreiterung der RASS-Peaks und der Fleckbreite, der erklärt, daß beide kleiner als erwartet sind, konnte nicht gefunden werden.

Auch die Streuung der Punkte ist bei Verwendung der RASS-Peaks (Abbildung 4.16 und 4.17) deutlich kleiner als bei der Verwendung der Clear-Air-Peaks (Abbildung 4.15). Dies kann dadurch erklärt werden, daß die Fleckverbreiterung genauso wie die Doppler-Verbreiterung der RASS-Peaks mit dem Strukturparameter  $C_n^2$  der Schallausbreitung und nicht wie die Doppler-Verbreiterung der Clear-Air-Peaks mit dem Strukturparameter  $C_w^2$  des Vertikalwinds zusammenhängt. Die Näherung (4.79) wurde damit gerechtfertigt, daß die großskaligen Variationen von Vertikalwind (Clear-Air) und vertikaler Schallgeschwindigkeit (RASS) erfahrungsgemäß (siehe z. B. Abbildung 3.3) gut übereinstimmen. Bei einem nach oben gerichteten fühlbaren Wärmestrom sollten die Variationen der Schallgeschwindigkeit größer sein als die des Vertikalwinds, was an ausgeprägten Strahlungstagen nicht in dem erwarteten Maße beobachtet wird (z. B.: Lippmann et al., 1996). Möglicherweise beschränkt sich die unerwartete hohe Übereinstimmung der Variationen von Schall- und Windgeschwindigkeiten auf die großen Skalen, die mit den Vertikalgeschwindigkeitszeitreihen aufgelöst werden können. Bei den kleineren Skalen, die für die Peakbreite und für die Fleckverbreiterungen relevant sind, besteht möglicherweise doch ein systematischer Unterschied zwischen den Variationen der vertikalen Schall- und Windgeschwindigkeit, der mit einem fühlbaren Wärmestrom dieser kleineren Skalen gekoppelt ist.

Am kleinsten ist die Streuung bei den Messungen am Tag (Abbildung 4.16 links und 4.17), bei denen die Schichtung innerhalb des Meßbereichs meistens labil war. Die größere Streuung bei den Nacht-Messungen (Abbildung 4.16 rechts) kann dadurch erklärt werden, daß die aperturbedingte gegenüber der turbulenzbedingten Fleckbreite dort oft nicht vernachlässigt werden kann (vergleiche Abbildung 4.14), oder daß die Bestimmung des Strukturparameters mit Hilfe der Peakbreiten bei geringer Turbulenz ungenau wird, weil dann die spektrale Auflösung oft nicht mehr ausreicht. Die große Streuung kann auch eine Folge der Annahme eines konstanten Wasserdampf-Mischungsverhältnisses sein, die für die Berechnung der Absorption  $\pi$  gemacht wurde. Diese Annahme ist nachts weniger gerechtfertigt als am Tag. Dies erklärt jedoch die Abnahme der Streuung bei kleinen Fleckaberrationen (Abbildung 4.16 rechts oben) nicht. Die größere Streuung bei den Nacht-Messungen kann auch daran liegen, daß der Inertialbereich des Turbulenzspektrums nachts oft den Bereich des Turbulenz-

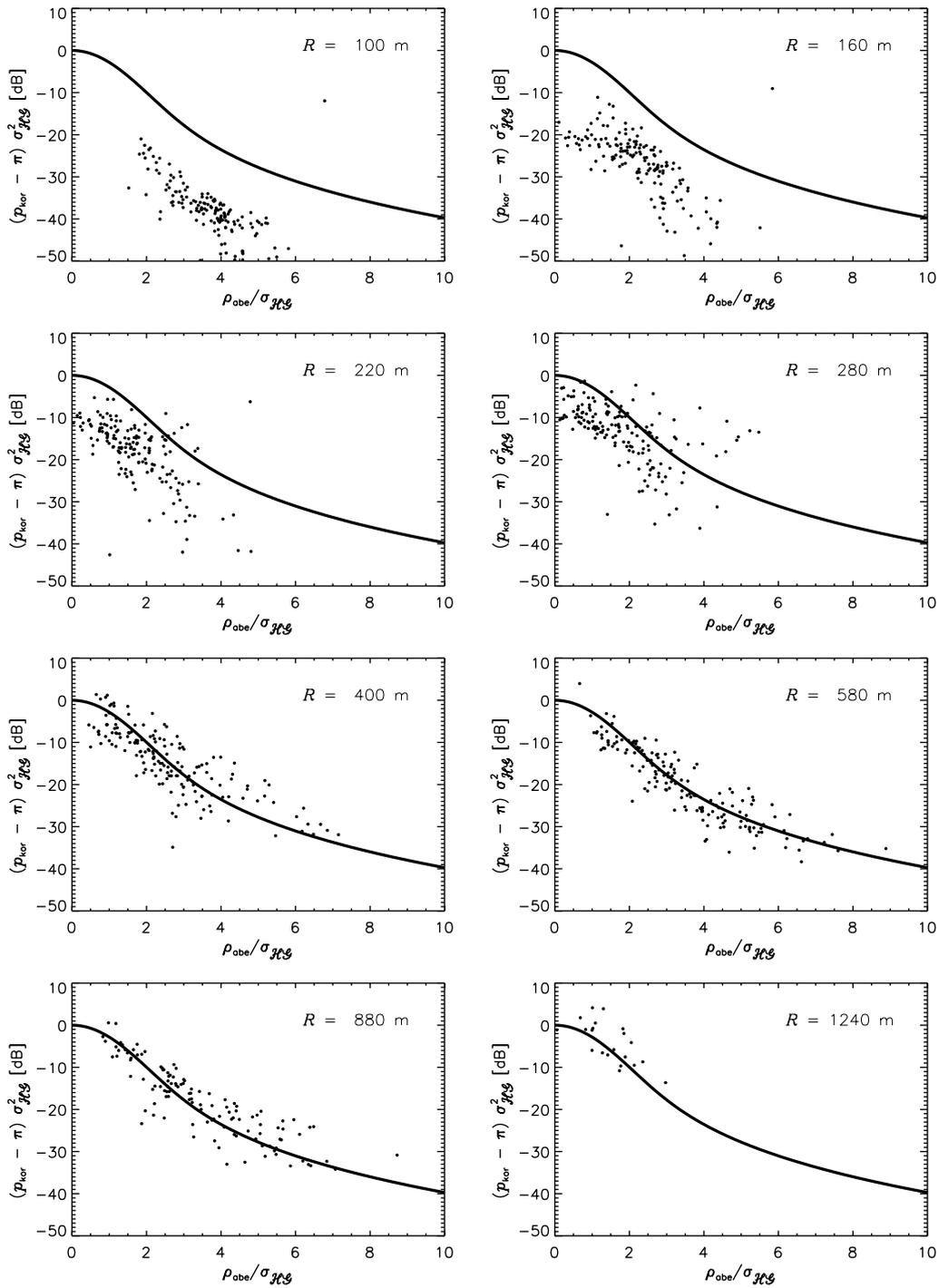


Abbildung 4.17: Wie Abbildung 4.16, jedoch mit den Daten der Meßkampagne NORDEX (6.10.–26.10.1996 jeweils von 10:00-17:00 UT). In den unteren Meßhöhen liegt die Leistung deutlich unter den eingezeichneten Fleckfunktionen. Die aus den Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks bestimmten Fleckbreiten passen in allen Meßhöhen.

spektrums nicht überdeckt, der für die Fleckbreite und die Peakbreite relevant ist. Da beide durch einen ähnlichen Bereich des Turbulenzspektrums und in erster Linie durch Vertikalgeschwindigkeitsvariationen hervorgerufen werden, verursacht die Isotropie- und die Inertialbereichs-Annahme der analytischen Berechnungen bei beiden einen ähnlichen Fehler.

In den unteren Meßhöhen ist die Streuung größer, was im wesentlichen daran liegt, daß die Empfangsleistung dort ähnlich wie bei den expliziten Fleckvermessungen mehr oder weniger abknickt. Dies ist deutlich in Abbildung 4.17 zu erkennen.

Es wurden einige Versuche unternommen, die Streuung durch verschiedene Auswerteverfahren zu verringern.

- Die Qualitätskontrolle wurde verbessert. Insbesondere der 5-Beam-Consistency-Test (Bauer et al., 1997) hat die Streuung verringert (wurde für die Abbildungen verwendet). Der Algorithmus von Weber und Wurtz (1991), der bei den meisten Wind-Profilern standardmäßig eingesetzt wird, konnte die Streuung nicht verringern.
- Die verschiedenen Verfahren zur Korrektur der Höhenzuordnung (Herden, 1996) wurden verwendet, wodurch sich die Streuung in einigen Zeitbereichen vergrößert und in einigen verkleinert hat (wurde in den Abbildungen nicht verwendet).
- Bei der Berechnung des Ortes  $\rho_{\text{vir}}$  der virtuellen Schallquelle mit (4.3) wurde versuchsweise die Brechung an Windscherungen berücksichtigt, wodurch sich die Streuung allerdings deutlich vergrößerte. Dies wird auch bei den expliziten Fleckvermessungen bestätigt. Es konnte nicht erklärt werden, warum sich die Ergebnisse bei der Berücksichtigung der Brechung nicht verbesserten sondern verschlechterten. In den gezeigten Ergebnissen wurde die Brechung nicht berücksichtigt.
- Es wurde versucht, die aus den Clear-Air-Peaks gewonnenen Strukturparameterprofile mit einem Faktor so zu verkleinern, daß sie im Mittel die richtige Fleckbreite ergeben. Die Streuung bleibt dann aber deutlich größer als bei den RASS-Strukturparameterprofilen. Die Clear-Air- und die RASS-Strukturparameterprofile unterscheiden sich, wie in Abbildung 3.10 zu erkennen ist, nicht nur um einen Faktor.

Desweiteren wurde versucht, die Situationen einzugrenzen, bei denen die Streuung besonders groß oder das Abknicken der Empfangsleistung besonders stark ist. Dazu wurden die Daten nach verschiedenen Kriterien in Klassen aufgeteilt, und von jeder Klasse ähnliche Abbildungen wie 4.15 bis 4.17 angefertigt. Dabei konnte kein Zusammenhang zwischen der Streuung beziehungsweise dem Abknicken und den folgenden Parametern festgestellt werden:

- Windscherung. Um zu untersuchen, ob die Brechung an Windscherungen bei der Berechnung des Ortes der virtuellen Schallquelle doch berücksichtigt werden muß.
- Winkel zwischen der Windrichtung und der vektoriellen Fleckaberration  $\rho_{\text{abe}}$ : Um zu untersuchen, ob der Empfangsfleck nicht rotationssymmetrisch ist (Horizontalwindverbreiterung).

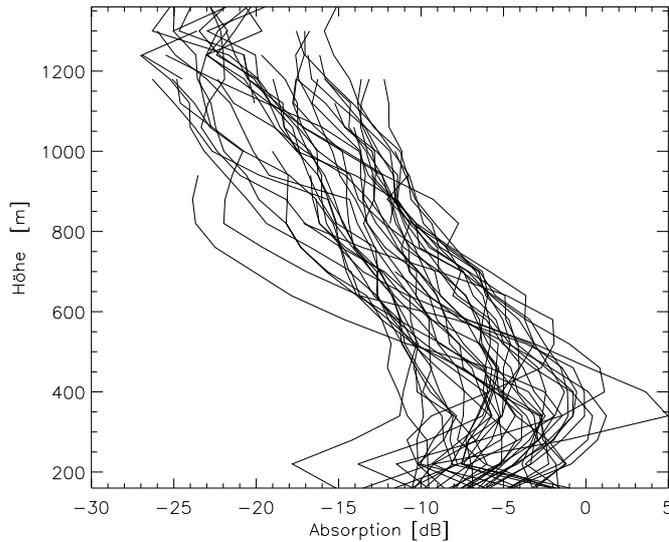


Abbildung 4.18: Absorptionsprofile die aus den Empfangsleistungen und den RASS-Peakbreiten der NORDEX-Messungen vom 6.10.–11.10.1996 jeweils von 10:00–17:00 UT bestimmt wurden.

- Windgeschwindigkeit
- Temperatur

Es kann lediglich festgestellt werden, daß das Abknicken der Empfangsleistungen einen größeren Höhenbereich betrifft, je geringer die Turbulenz ist.

Eine vollständige Fehlerrechnung ist schwierig, da Fehlerquellen wie Ausreißer, die Verbreiterung der Peaks durch Gitternebenmaxima des Antennendiagramms oder Fehler des theoretischen Verständnisses schlecht abgeschätzt werden können. Die Auswirkung der folgenden Fehler kann berechnet werden:

- Der Fehler der Horizontalwindmeßwerte wurde empirisch durch Vergleichsmessungen mit einem SODAR untersucht, und ist demzufolge kleiner als  $\text{std}(u) = 1,1 \text{ m/s}$ . Durch ihn entsteht ein Fehler auf der  $\rho_{\text{abe}}/\sigma_{\mathcal{H}\mathcal{G}}$ -Achse von  $\approx 2R \text{ std}(u) / c_a$ .
- Der Fehler der Peakbreite, der sich aus der Statistik des Empfangssignals ergibt (siehe Kapitel 2) verursacht einen kleinen Fehler auf der  $(P_{\text{kor}} - \pi) \sigma_{\mathcal{H}}^2$ -Achse und einen größeren auf der  $\rho_{\text{abe}}/\sigma_{\mathcal{H}\mathcal{G}}$ -Achse. Er wirkt sich also wie der Fehler des Horizontalwinds dort aus, wo die Steigung der Fleckfunktion groß ist.
- Die ungenaue Kenntnis der Luftfeuchte verursacht einen Fehler von etwa  $0,5 R \text{ dB}/100 \text{ m}$  und ist groß genug, um die Streuung in den oberen Höhen in Abbildungen 4.17 zu erklären. Dieser Fehler verschwindet, wenn die Messungen zur Bestimmung der Luftfeuchte verwendet werden. Er ist nicht der einzige Fehler in den oberen Höhen, sonst würde die Absorption zuverlässig um 1 bis 6 dB pro 100 m zunehmen, was nicht der Fall ist (siehe Abbildung 4.18).

Diese Fehler wurden in einigen Fällen exemplarisch berechnet. Dazu wurden die Fehler der Abbildung 2.7 verwendet und die Fleckbreiten wurden aus den RASS-Peakbreiten berechnet. Die durch

Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechneten Fehler stimmen bei den Meßhöhen oberhalb von  $\approx 500$  m mit den beobachteten Streuungen überein. Sie erklären auch, daß die Streuung bei geringer Turbulenz größer wird. Der systematische Fehler der RASS-Peakbreiten, der in Abbildung 2.7 rechts oben abgeschätzt wird, erklärt auch die Tatsache, daß die aus den RASS-Peaks berechneten Fleckbreiten bei starker Turbulenz etwas zu schmal sind. Das Abknicken der Empfangsleistung in den unteren Höhen kann allerdings nicht durch diese Fehler erklärt werden.

### 4.2.3 Möglichkeiten zur Gewinnung von Meßgrößen aus der RASS-Empfangsleistung

Welche Parameter aus der RASS-Empfangsleistung bestimmt werden können, hängt davon ab, welche der folgenden Meßstrategien verwendet wird:

**Standard-Doppler-Beam-Swinging-Modus:** Mit Hilfe der Strukturparameterprofile, die sich aus den Doppler-Verbreiterungen der RASS-Empfangspeaks ergeben, und mit den Horizontalwindprofilen, die im RASS-Kanal zuverlässig zur Verfügung stehen, kann ein Absorptionsprofil berechnet werden. Dieses erreicht oberhalb von 500 m eine Genauigkeit von etwa  $\sigma = 2,5$  dB. Dies kann zum Beispiel aus dem  $\pm 2\sigma$ -Intervall in Abbildung 4.17 abgeleitet werden. Um diese Genauigkeit auch bei starker Turbulenz zu erreichen, müssen die RASS-Peakbreiten mit einem Faktor vergrößert werden. Dieser Faktor kann möglicherweise durch eine genauere Untersuchung des Fehlers gewonnen werden, der sich durch die Statistik des Empfangssignals ergibt. Wenn dies nicht der Fall ist, dann muß der Faktor empirisch bestimmt werden.

Die Absorption von der Quelle bis zur Höhe von 500 m kann nur bestimmt werden, wenn das Wind-Temperatur-RADAR in einem technisch konstanten Zustand ist, also keine Netzteile, keine Sendeverstärker, keine Schall-Treiber, keine Phasenschalter ausfallen, ..., und nichts am Empfänger verändert wird. Dann kann die Konstante  $a$  in (4.103) mit Hilfe einiger Radiosonden-Feuchteprofile geeicht werden.

Eine Möglichkeit zur Überprüfung der Kalibrierung des Wind-Temperatur-RADAR ergibt sich, indem die Konstante  $a$  in regelmäßigen Abständen mit Hilfe eines geschätzten Luftfeuchteprofils und der Empfangsleistung zwischen 500 und 900 m bestimmt wird. Ändert sich die Konstante  $a$ , so ist das ein Hinweis, daß eine Komponente defekt ist. Dies ist wichtig, weil die Empfangsbedingungen sehr variabel sind und dadurch selbst der erfahrene Betreiber oft nicht beurteilen kann, ob das Gerät in Ordnung ist.

Um die Luftfeuchte mit einer Genauigkeit von  $\sigma = 5$  % bestimmen zu können, muß der Absorptionskoeffizient selbst in einem günstigen Temperatur-Feuchte-Bereich (siehe Abbildung 4.2) bis auf  $\sigma = 0,7$  dB pro 100 m bestimmt werden. Damit dies bei einer Streuung von  $\sigma = 2,5$  dB möglich ist, muß die Absorption entlang einer Strecke von mindestens 400 m ausgewertet werden. Es ergeben sich folglich unter günstigen Bedingungen zwei Meßwerte, einer im Höhenbereich von 500 bis 900 m und der zweite im Höhenbereich von 900 bis 1300 m. Wenn das RADAR kalibriert ist, ergibt sich

noch ein dritter Meßwert von 0 bis 500 m.

Es wurde auch überlegt, ob bei bekannter Luftfeuchte Profile der Fleckbreite und daraus Profile des Strukturparameters bestimmt werden können. Das setzt voraus, daß die Konstante  $a$  zunächst durch eine explizite Fleckvermessung bestimmt wurde. Die Bestimmung der Fleckbreite ist schwierig, weil es bei jeder Empfangsleistung zwei Fleckbreiten gibt, durch die sich diese Empfangsleistung ergeben könnte (siehe Abbildung 4.4). Je kleiner die Fleckaberration im Vergleich zur tatsächlichen Fleckbreite ist, desto dichter liegen diese zwei Fleckbreiten beieinander. Da es bei gut optimierter Position der Schallquelle eine Höhe gibt, bei der die Fleckaberration Null ist, überkreuzen sich die zwei Fleckbreitenprofile. Da sich die Fleckbreite aus dem integralen Strukturparameter  $\overline{C}_w^2$  ergibt, nimmt sie in der Regel mit der Meßhöhe zu. Mit diesem Wissen kann möglicherweise das richtige Fleckbreitenprofil identifiziert werden. Dies wurde jedoch bisher noch nicht versucht. Es würde sich dabei auch nur das Strukturparameterprofil ergeben, das auch aus RASS-Peakbreiten gewonnen werden kann. Aus diesem ergeben sich aber, wie die Untersuchungen in Kapitel 3 gezeigt haben, zu kleine Werte des Strukturparameters. Möglicherweise ist dieses Verfahren zur Bestimmung des Strukturparameters bei schwacher Turbulenz trotzdem gegenüber dem Peakbreitenverfahren überlegen.

**Explizite Fleckvermessung:** Bei einer expliziten Fleckvermessung, bei der der Standardbetrieb für mindestens eine Stunde unterbrochen werden muß, um fünf oder mehr Positionen der Fleckfunktion abzutasten, kann die Fleckbreite bis zu einer Meßhöhe bestimmt werden, in der das Fleckmaximum ein wenig aus dem Bereich herausgedriftet ist, der abgetastet werden kann. Aus dem Fleckbreitenprofil kann wieder das Strukturparameterprofil bestimmt werden, das sich auch aus den RASS-Peakbreiten ergibt. Dieses Verfahren zur Bestimmung der Turbulenzintensität ist sehr sensitiv für niedrige Turbulenzintensitäten.

In dem Höhenbereich, in dem die Fleckbreite direkt bestimmt werden kann, kann auch die Absorption genauer bestimmt werden. Im unteren Teil dieses Höhenbereichs ist aber die Empfangsleistung aus bisher noch nicht geklärten Gründen zu niedrig, so daß nur ein kleiner Höhenbereich bleibt, in dem die Absorption genau bestimmt werden kann. Dieser kann dazu genutzt werden, die Konstante  $a$  zu bestimmen, mit deren Hilfe dann die Luftfeuchte in einem Bereich von 0 bis 500 m im Standard-Doppler-Beam-Swinging-Modus bestimmt werden kann.

### 4.3 Fazit und Ausblick

Die Theorie der RASS-Empfangsleistung wurde überarbeitet und experimentell überprüft. Es wurde festgestellt, daß die Empfangsleistung zu kleinen Meßhöhen hin stärker abnimmt, als durch die Theorie erklärt werden kann. Dadurch gelingt die Bestimmung der Schallabsorption in den unteren 300 m nicht. Auch in den Meßhöhen über 300 m kann die Absorption nur mit einer geringen Genauigkeit und Höhenauflösung bestimmt werden. Dies liegt vor allem daran, daß die Profile der Breite des RASS-Empfangsflecks nur ungenau bestimmt werden können.

Die Verbreiterung des RASS-Empfangsflecks wird durch zwei Mechanismen hervorgerufen:

- Durch turbulente Windgeschwindigkeits- und Temperaturschwankungen auf dem Weg von der Quelle bis zum Meßvolumen werden den Schallwellen Phasenvariationen aufgeprägt. Diese werden in der Literatur mit Hilfe der Born-Näherung (Einfachstreuung) berechnet. Durch die Phasenvariationen der Schallwellen wird die fokussierende Abbildung der ursprünglich kugelförmigen Schallwellenfronten unscharf.
- Durch Variationen der Vertikalgeschwindigkeit innerhalb des Meßvolumens wird die Bragg-Bedingung in verschiedenen Teilbereichen des Meßvolumens bei verschiedenen spektralen Komponenten des Schallsignals erfüllt. Da die gestreuten Signale von Volumenbereichen verschiedener Vertikalgeschwindigkeit verschiedene Doppler-Verschiebungen besitzen, können sich diese nicht kohärent addieren, wodurch die Fokussierung wieder beeinträchtigt wird. Dieser zweite Mechanismus wurde in der Literatur bisher nicht in Betracht gezogen. Er wirkt sich vor allem aus, wenn eine bestimmte Radialgeschwindigkeit nur in einem kleinen Teil des Meßvolumens vertreten ist. Das Signal, das von diesem kleinen Volumenbereich gestreut wird, wird dann weniger fokussiert als das Signal, das von einem großen Bereich einheitlicher Vertikalgeschwindigkeit gestreut wird. Wenn der Abstand zwischen dem Zentrum des Empfangsflecks und dem Empfänger gegenüber der Breite des Empfangsflecks klein ist, was schon bei mäßiger Turbulenz meistens der Fall ist, so wird das stark fokussierte Signal eines großen Bereichs einheitlicher Vertikalgeschwindigkeit gegenüber dem wenig fokussierten Signal eines kleinen Volumenbereichs überrepräsentiert. Damit liefert der zweite Mechanismus der Fleckverbreiterung eine Erklärung dafür, daß die Doppler-Verbreiterungen der RASS-Peaks schmaler sind, als auf Grund der Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten im Meßvolumen erwartet wird.

Indem die RASS-Empfangsleistung sukzessive bei verschiedenen Positionen der Schallquelle vermessen wurde, konnte die Breite des Empfangsflecks unter verschiedenen Bedingungen gemessen werden. Dabei wurden kleinere Fleckbreiten beobachtet, als sich allein aufgrund des ersten Mechanismus der Fleckverbreiterung aus dem Profil des Strukturparameters ergeben. Dies kann durch die Vernachlässigung der Mehrfachstreuung bei der Berechnung dieser Fleckverbreiterung erklärt werden.

Für die Fleckverbreiterung, die sich aus dem zweiten Mechanismus ergibt, wird eine erste Abschätzung gegeben. Es wird auch abgeschätzt, wie sich dieser Mechanismus auf die Breite der RASS-Peaks in den Empfangsspektren auswirkt. Mit dieser Abschätzung könnten die Breiten der RASS-Peaks so korrigiert werden, daß auch mit ihnen Profile des Strukturparameters bestimmt werden können. Damit diese Abschätzung zu einem realistischen Ergebnis führen kann, muß allerdings zunächst bei der Berechnung des ersten Mechanismus der Fleckverbreiterung die Mehrfachstreuung berücksichtigt werden. Dafür gibt es Ansätze in der Literatur, die allerdings nicht ohne weiteres übertragen werden können. Auch für die Bestimmung der Schallabsorption und damit der Luftfeuchte ist die korrekte Berechnung der Fleckverbreiterung unerlässlich.

# Literaturverzeichnis

- Bass, H. E., H.-J. Bauer und L. B. Evans (1972). Atmospheric absorption of sound: Analytical expression. *J. Acoust. Soc. Am.* 52, 821–825.
- Batchelor, G. K. (1953). *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bauer, M. (1992). Untersuchungen zur Reichweite eines Wind-Temperatur-RADARs. Diplomarbeit, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Forschungszentrum Karlsruhe und Universität Karlsruhe.
- Bauer, M. und G. Peters (1993). On the altitude coverage of temperature profiling by RASS. In *Proc. of the 26. International Conference on RADAR Meteor., Am. Meteorol. Soc., Norman, Oklahoma, May 24–28*, pp. 487–489. Am. Meteor. Soc.
- Bauer, M., P. Thomas und S. Vogt (1997). 5 beam consistency: A simple and robust quality control algorithm. In *Preprint, COST-76 Profiler Workshop, May 12 – 16, 1997, Engelberg, Swizerland*, pp. 224–225. ETH Zürich.
- Bean, B. R. und E. J. Dutton (1966). *Radio Meteorology*. Natl. Bur. Stand. Monogr. 92, US Gov. Printing Office, Washington, D. C.
- Bergmann, P. (1946). Propagation of radiation in a medium with random inhomogeneities. *Phys. Rev* 70, 486–492.
- Bourret, R. C. (1962). Propagation in randomly pertubated fields. *Canad. J. Phys.* 40, 782–790.
- Bronstein, I. N. und K. A. Semendjajew (1985). *Taschenbuch der Mathematik, 22. Auflage*. Harri Deutsch Verlag, Thun und Frankfurt am Main.
- Burdic, W. (1968). *RADAR Signal Analysis*. Prentice-Hall.
- Chernov, L. A. (1960). *Wave Propagation in a Random Medium*. Dover Publ. Inc. (McGraw-Hill), New York.
- Clifford, S. F. (1973). *Classical Theorie of Wave Propagation in a Turbulent Medium, in: J. W. Strohbehn Laser beam Propagation in the Atmosphere*, Section 2, pp. 9–43. Springer, Berlin.

- Clifford, S. F. und E. H. Brown (1970). The range limitation on RADAR-acoustic sounding system (RASS) due to atmospheric refractive turbulence. *J. Acoust. Soc. Am.* 48, 1123–1127.
- Clifford, S. F. und T. Wang (1978). Spot size of the RADAR return from a RADAR-acoustic sounding system (RASS) due to atmospheric refractive turbulence. *Radio Sci.* 13, 985–989.
- Clifford, S. F. und T. I. Wang (1977). The range limitation on RADAR-acoustic sounding system (RASS) due to atmospheric refractive turbulence. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 25, 319–326.
- Cohn, S. A. (1994). Investigations of the wavelength dependence of RADAR backscatter from atmospheric turbulence. *J. of Atmos. and Oceanic Technology* 11, 225–238.
- Doviak, R. J. und D. S. Zrnić (1984). *Doppler RADAR and Weather Observations*. Academic Press, Inc., Orlando, Florida.
- Feynman, R. P. und A. R. Hibbs (1965). *Quantum Mechanics and Path Integrals*. McGraw Hill, New York.
- Frisch, A. S. und S. F. Clifford (1974). A study of convection capped by a stable layer using doppler RADAR and acoustic echo sounders. *J. Atmos. Sci.* 31, 1622–1628.
- Garacheve, M. E. und A. S. Gyrvich (1965). Strong fluctuations of light intensity in propagation in the ground air layer. *Izv. Vuzov (Radiofizika)* 8, 717–721.
- Goersdorf, U. (1998). About the accuracy of temperature measurements with RASS. *Meteor. Zeitschrift* 7, 241–247.
- Gossard, E. E., D. C. Welsh und R. G. Strauch (1988). RADAR-measured height profiles of  $C_n^2$  and turbulence dissipation rate compared with radiosonde data during october 1989 at denver. NOAA Technical Report ERL 442-WPL 63, NOAA Environmental Research Laboratories, Boulder, Colorado.
- Greiner, W. (1986). *Theoretische Physik, 4. Auflage*. Harri Deutsch Verlag, Thun und Frankfurt am Main.
- Große, R. (1992). *Ausbreitung von Wellen in stochastischen Medien*. Bibliotheks- und Informationssystem der Universität Oldenburg.
- Gyrvich, A. S., M. Kallistrova und N. Time (1968). Fluctuation in the parameters of a of light wave from a laser during propagation in the atmosphere. *Radiophys. Quantum Electron.* 11, 771–776.
- Harris, C. M. (1966). Absorbtion of sound in air versus humidity and temperature. *J. Acoust. Soc. Am.* 40, 148–159.
- Herden, S. (1996). Korrektur der Höhenzuordnung der Daten eines Wind-Temperatur-RADARs. Diplomarbeit, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Forschungszentrum Karlsruhe und Universität Karlsruhe.
- Hildebrand, P. H. und R. S. Sekhon (1974). Objective determination of the noise level in Doppler spectra. *J. Appl. Meteor.* 13, 808–811.

- Hirsch, L. (1994). Bestimmung der horizontalen Windgeschwindigkeit mit dem Spaced-Antenna-Drift-Verfahren unter Verwendung eines RADAR-RASS-Systems. Diplomarbeit, Meteorologisches Institut der Uni. Hamburg.
- Jackson, J. D. (1965). *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons.
- Kaimal, J. C., J. C. Wyngaard, D. A. Haugen, O. R. Coté, Y. Izumi, S. J. Caughey und C. J. Readings (1976). Turbulence structure in the convective boundary layer. *J. Atmos. Sci.* *33*, 2152–2169.
- Klyatskin, V. I. (1970). Applicability of the approximation of a markov random process in problems relating to the propagation of light in a medium with random inhomogeneities. *Soviet Physics JETP* *30*, 520–523.
- Kolmogorov, A. N. (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large reynolds numbers. *C. R. Acad. Sci. URSS* *30*, 301–305.
- Kuchling, H. (1986). *Taschenbuch der Physik, 5. Auflage*. Harri Deutsch Verlag, Thun und Frankfurt am Main.
- Labitt, M. (1981). Coordinated RADAR and aircraft observations of turbulence. Report No. Faa-RD-81-44, MIT Lincoln Laboratory, Lexington, Massachusetts.
- Lataitis, R. J. (1992). Signal power for radio-acoustic sounding system of temperature: The effects of horizontal winds, turbulence, and vertical temperature gradients. *Radio Sci.* *27*, 369–385.
- Lataitis, R. J. (1993). Theory and application of a radio-acoustic sounding system (RASS). PhD thesis, NOAA Technical Memorandum ERL WPL-230, NOAA Environmental Research Laboratories, Boulder, Colorado.
- Lataitis, R. J. und S. F. Clifford (1996). The effects of atmospheric turbulence on the spot size of a radio-acoustic sounding system: A calculation revisited. *Radio Sci.* *31*, 1531–1540.
- Lee und Harp (1969). Weak scattering in random media, with applications to remote probing. *Proc. IEEE* *57*, 375–406.
- Löffler-Mang, M., M. Kunz und W. Schmid (1998). On the performance of a low-cost k-band Doppler RADAR for quantitative rain measurements. Accepted for publication by *J. of Atmos. and Oceanic Technology*.
- Lippmann, J., M. Bauer und G. Peters (1996). Methods of virtual heat flux determination from boundary layer wind profiler / RASS measurements. *Beitr. Phys. Atmosph.* *69*, 119–128.
- Lutumirski, R. F. und H. T. Yura (1971). Wave structure function and mutual coherence function of an optical wave in a turbulent atmosphere. *J. Opt. Soc. Am.* *61*, 482–487.
- Marshall, J. S. und W. Hitchfeld (1953). Interpretation of the fluctuating echo from randomly distributed scatterers. *Canad. J. Physics.* *31*, 962–994.

- May, T. P., T. Adachi, T. Tsuda und R. J. Latatits (1996). The spatial structure of RASS echoes. *J. of Atmos. and Oceanic Technology* 13, 1275–1284.
- Niemann, V. (1997). Numerische Simulation turbulenter Scherströmungen mit einem Kaskadenmodell. Doktorarbeit, Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Forschungszentrum Karlsruhe und Universität Karlsruhe.
- Obukhov, A. M. (1953). The effect of weak inhomogeneities in the atmosphere on the propagation of light and sound. *Izv. Akad. Nauk SSSR, (Seriya Geofizichskaya)* 2, 155.
- Panofsky, H. A. und J. A. Dutton (1984). *Atmospheric Turbulence: Models and Methods for Engineering Applications*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Pavelin, E. (1997). Estimation of atmospheric turbulence parameters with a RADAR-RASS profiler. 3rd year research project, Imperial College of Science, Technology, and Medicine, Uni. London, Great Britain und Institut für Meteorologie und Klimaforschung, Forschungszentrum Karlsruhe und Universität Karlsruhe.
- Peters, G. und W. M. Angevine (1996). On the correction of RASS-temperature errors due to turbulence. *Beitr. Phys. Atmosph.* 69, 81–96.
- Peters, G., D. Hasselmann und S. Pang (1988). Radio acoustic sounding of the atmosphere using a FMCW RADAR. *Radio Sci.* 23, 640–646.
- Peters, G. und H.-J. Kirtzel (1994). Measurements of momentum flux in the boundary layer by RASS. *J. of Atmos. and Oceanic Technology* 11, 63–75.
- Piercy, J. E. (1969). Role of the vibrational relaxation of nitrogen in the absorption of sound in air. *J. Acoust. Soc. Am.* 46, 602–604.
- Press, W. H. (1988). *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Richter, C. (1993). Niederschlagsmessungen mit dem vertikal ausgerichteten FM-CW-doppler-RADAR-RASS-System – Validierung und Anwendung. Doktorarbeit, Meteorologisches Institut der Uni. Hamburg.
- Rogers, R. R. und B. R. Tripp (1964). Some RADAR measurements of turbulence in snow. *J. Appl. Meteor.* 3, 603–610.
- Rytov, S. M. (1937). Diffraction of light by ultrasound waves. *Izv. Akad. Nauk SSSR, (Seriya Fizicheskaya)* 2, 223–229.
- Rytov, S. M., Y. A. Kravtsov und V. I. Tatarskii (1998). *Wave Propagation Through Random Media*, Volume 4 of *Principles of Statistical Radio Physics*. Springer Berlin.
- Sacher, D. (1999). Qualitätskontrolle der Daten des Wind-Temperatur-RADAR mit Hilfe Neuronaler Netze. Diplomarbeit, Institut für Meteorologie und Klimaforschung und Hauptabteilung für Prozeßdatenverarbeitung und Elektronik, Forschungszentrum Karlsruhe und Universität Karlsruhe.

- Sauvageot, H. (1991). *RADAR-Meteorology*. Artech House, Boston, London.
- Schmeltzer, R. A. (1967). Means, variances, and covariances for laser beam propagation through a random medium. *Qart. Appl. Math.* 24, 339–354.
- Senf, C., J. Bösenberg und G. Peters (1994). Measurement of the water vapor flux profiles in the convective boundary layer with LIDAR and RADAR-RASS. *J. of Atmos. and Oceanic Technology* 11, 85–93.
- Senf, C., J. Bösenberg, G. Peters und T. Schaberl (1996). Remote sensing of turbulent ozone fluxes and the ozone budget in the convective boundary layer with DIAL and RADAR-RASS: A case study. *Beitr. Phys. Atmosph.* 69, 161–176.
- Skolnik, M. I. (1970). *RADAR Handbook*. McGraw, Inc., New York.
- Srivastave, R. C. und D. Atlas (1974). The effects of finite RADAR pulse volume on turbulence measurements. *J. Appl. Meteor.* 13, 472–480.
- Stankov, B. B., E. Westwater und E. Gossard (1996). Use of wind profiler estimates of significant moisture gradients to improve humidity profile retrieval. *J. of Atmos. and Oceanic Technology* 13, 1285–1290.
- Stull, R. B. (1988). *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers.
- Tatarskii, V. I. (1961). *Wave Propagation in a Turbulent Medium*. Dover Publ. Inc. (McGraw-Hill), New York.
- Tatarskii, V. I. (1971). *The Effects of the Turbulent Atmosphere on Wave Propagation*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.
- Thomas, P., H. Dilger, W. H. S. H. Schüttelkopf und S. Vogt (1981). Experimental determination of the atmospheric dispersion parameters at Karlsruhe nuclear research center for 60 m and 100 m emission heights. Bericht des Forschungszentrum Karlsruhe, KfK 3090.
- Vogt, S., M. Bauer, U. Corsmeier und P. Thomas (1998). Virtual heat flux measurements from a boundary-layer profiler-RASS. In *Proc. of the 14. International Symposium on Tropospheric Profiling, Snowmass, Colorado, Sep. 22–26*. CIRES, Boulder.
- Weber, B. L. und D. B. Wuertz (1991). Quality control algorithm for profiler measurements of winds and temperatures. NOAA Technical Memorandum ERL WPL-212, NOAA Environmental Research Laboratories, Boulder, Colorado.
- Wheeler, A. D. (1960). *Table of Summable Series and Integrals Involving Bessel Functions*. San Francisco, Holden-Day.
- White, A. B. (1997). RADAR remote sensing of scalar and velocity microturbulence in the convective boundary layer. PhD thesis, NOAA Technical Memorandum ERL ETL-276, NOAA Environmental Research Laboratories, Boulder, Colorado.

## Verzeichnis einiger viel verwendeter Symbole

$\langle x \rangle$	Ensemblemittelwert von $x$
$\hat{x}$	Amplitude der harmonisch variierenden Variablen $x$
$\bar{x}$	Mittelwert der Variablen $x$
$\bar{\bar{x}}$	Median der Variablen $x$
$x'$	$x - \bar{x}$
$\tilde{x}$	Fouriertransformierte von $x$
$\Re\{x\}$	Realteil von $x$
$(x.y)$	Gleichung Nummer $y$ in Kapitel $x$
$a \sim b$	$a$ ist proportional zu $b$
$a \simeq b$	$a$ ist ungefähr gleich $b$
$\text{std}(x)$	(Meß)-Fehler (Standardabweichung) der Größe $x$
$A_w, A_u$	longitudinale beziehungsweise transversale Kolmogorov-Konstante, siehe (3.5) und (3.18)
$A_{e,\text{rf}}, A_{e,a}$	effektive Aperturfläche, siehe (4.32)
$\alpha_{av}$	Übertragungsfunktion, durch die die Dämpfung des Spektrums durch die Volumenmittelung beschrieben wird, siehe Abbildung 3.4
$\alpha_r, \alpha_{\text{rf}}, \alpha_a,$ $\alpha_p, A, a$	verschiedene Vorfaktoren bei der Berechnung der RASS-Empfangsleistung, siehe (4.27), (4.31), (4.38) (4.41), (4.102) und (4.103)
$\alpha_{\text{abs}}$	Absorptionskoeffizient (dB/100 m), siehe (4.39)
$B$	Modulationshub des Sendesignals
$\beta$	Umrechnungsfaktor zwischen dem Strukturparameter und der Dissipationsrate, siehe (3.10)
$C_x^2$	Strukturparameter der Zufallsvariablen $x$ , siehe (3.9)
$c$	Lichtgeschwindigkeit
$c_a$	Schallgeschwindigkeit im bewegten Medium
$c_{a\text{m}}$	Schallgeschwindigkeit im unbewegten Medium
$\hat{c}_a(\Omega)$	entlang der Tiefe des Meßvolumens gemittelte radiale Schallgeschwindigkeit
$\bar{c}_a$	über das gesamte Meßvolumens gemittelte radiale Schallgeschwindigkeit
$D_x(\xi)$	Strukturfunktion der Zufallsvariablen $x$
$\Delta$	quadratischer Fehler der Anpassung (4.104)
$\Delta f$	Frequenzauflösung der Empfangsspektren
$\Delta R$	Höhenauflösung
$\Delta t$	Abtastrate im Vertikalmodus, $\hat{=}$ Spektrenmittelungszeit $T_{av}$
$\delta_{ij}$	diskrete Deltafunktion, siehe (3.16)
$\delta(x)$	Diracsche Deltafunktion, siehe (2.4)
$\varepsilon$	Dissipationsrate, siehe (3.5)

$\varepsilon_o$	elektrische Feldkonstante
$\varepsilon_r$	Dielektrizitätszahl
$\varepsilon_o\varepsilon_r$	Dielektrizitätskonstante
$F(K)$	Transformierte der Gewichtsfunktion $V(\mathbf{r})$ des Meßvolumens, siehe (3.26)
$F(\boldsymbol{\rho}_{abe})$	$= (\mathcal{H} \otimes \mathcal{G})(\boldsymbol{\rho}_{abe})$ , Faltungsprodukt der turbulenzbedingten und der aperturbedingten Fleckfunktion
$f_t, f_r, f_{rf}, f_a$	Abstrahlcharakteristik der elektromagnetischen Sendeantenne, der Empfangsantenne, einer der beiden elektromagnetischen Antennen beziehungsweise der Schallantenne
$f_{rf0}, f_{a0}$	Mittenfrequenzen des elektromagnetischen und des Schallsignals
$f_a$	Frequenz einer spektralen Komponente des Schallsendesignals
$f_D$	Doppler-Frequenzverschiebung
$f_{sw}$	Modulationsfrequenz des elektromagnetischen Sendesignals
$f_{smp}$	Abtastfrequenz des Analog-Digital-Wandlers
$f_{sw}$	Modulationsfrequenz des elektromagnetischen Sendesignals
$g_t, g_r, g_{rf}, g_a$	Aperturfunktionen, Indices siehe $f$
$g_A$	Aperturfunktion der Schallantenne, um einen Faktor 2 gestreckt
$G_{rf}, G_a$	Antennengewinn siehe (4.32)
$\mathcal{G}(\boldsymbol{\rho}_{abe})$	Aperturbedingte Fleckfunktion
$\gamma, (2/3)$	Gamma-Funktion, $\gamma, (2/3) \simeq 1,35$
$\gamma$	$= \bar{c}_a/\bar{\omega}_a = 1/2k_{rf}$ , Umrechnungsfaktor zwischen Kreisfrequenz $\omega_a$ und der entsprechenden Doppler-Geschwindigkeit
$\mathcal{H}(\boldsymbol{\rho}_{abe})$	turbulenzbedingte Fleckfunktion
$\mathbf{K}$	Wellenzahlvektor bei Turbulenzspektren ( $K = 2\pi/\lambda$ )
$J_0(x)$	Bessel-Funktion erster Gattung und nullter Ordnung
$k_{rf}, k_a$	Wellenzahlen der RADAR- und der Schallwellen
$k_{brg}$	Bragg-Wellenzahl siehe (1.5)
$\kappa \Delta K$	diskrete Stützstellen der gemessenen Vertikalgeschwindigkeitsspektren, $\kappa$ ist ganzzahlig, $\Delta K$ siehe Text nach (3.21)
$\Lambda(R)$	Höhengewichtsfunktion, die sich aus der Sender-Empfänger-Tastung ergibt (siehe Abschnitt 1.2)
$\mu_o$	magnetische Feldkonstante
$\mu_{\mathcal{H}}$	Exponent der Wellenstrukturfunktion (4.80)
$N_{FFT}$	Zahl der Stützstellen der FFT (im Zeitbereich)
$N_{prohs}$	Zahl der Stützstellen der Empfangsspektren, die im Eindeutigkeitsbereich einer Meßhöhe liegen
$N_{sw}$	Zahl der Stützstellen des Empfangssignals, die während einer Modulationsperiode $T_{sw}$ gewandelt werden

$n_{\text{av}}$	Zahl der Empfangsspektren, die vor der Momenteschätzung gemittelt werden
$n_{\text{a}}$	Brechungsindex der Schallausbreitung
$\omega_x$	Kreisfrequenzen siehe $f_x$
$\Omega$	Abstrahlwinkel, siehe (4.9)
$\psi(\Omega, r, t)$	$= \chi + is$ , komplexe Zufallsvariable, welche die Verformung des Schallwellenfeldes durch turbulente Variationen des Brechungsindex $n_{\text{a}}$ der Schallausbreitung beschreibt, siehe (4.33)
$\Phi_{ij}(\mathbf{K})$	Dreidimensionaler Tensor des Spektrums des Windfeldes siehe (3.12)
$\overline{P}_{\text{a}}$	(akustische) Leistung des Schallsignals
$\overline{P}_{\text{rf}}$	Sendeleistung des elektromagnetischen Signals
$P_{\text{kor}}$	'korrigierte' Empfangsleistung, siehe (4.102)
$\langle P_{\text{r}} \rangle$	mittlere Empfangsleistung
$\rho_{\text{abe}}, \rho_{\text{vir}}, \dots$	Vektoren in der Aperturebene, siehe Abbildung 4.1
$\rho_{\text{o}}$	transversale Kohärenzlänge der Schallphasenfront
$\varrho_{\text{L}}$	Dichte der Luft in $\text{kg}/\text{m}^3$
$R$	Höhe ( $\approx$ Entfernung) des Meßvolumens
$R_y(\xi)$	Kovarianzfunktion der Zufallsvariablen $y$ siehe (3.1)
$R_{ij}(\xi)$	Dreidimensionaler Kovarianztensor, siehe (3.13)
$S_y(K)$	eindimensionales Spektrum (transformierte der Kovarianzfunktion) der Größe $y$ siehe (3.2)
$\sigma_y$	Standardabweichung der Größe $y$
$\sigma_{\text{p}}$	Breite der Peaks der Empfangsspektren
$\sigma_{\text{vol}}$	Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten im Meßvolumen
$\sigma_{\text{FFT}}, \sigma_{\text{hrz}}, \sigma_{\text{grad}},$	andere Beiträge zur Peakbreite, siehe Seite 67.
$\sigma_{\text{intr}}, \sigma_{\text{brg}}$	
$\sigma_{-}$	Unterschätzung der Peakbreite auf Grund der Statistik der Empfangsleistungen, siehe Abschnitt 2.4.3
$\sigma_{\text{rass}}$	Betrag, um den die RASS-Peaks schmaler sind, als die Varianz der Vertikalgeschwindigkeiten erwarten läßt
$\sigma_{\text{b}}$	Strahldurchmesser
$\sigma_{\text{rg}}$	Tiefe des Meßvolumens
$\sigma_{\mathcal{H}}$	turbulenzbedingte Fleckbreite
$\sigma_{\mathcal{G}}$	aperturbedingte Fleckbreite
$T_{\text{av}}$	Spektrummittelungszeit $\Delta t$ , siehe $n_{\text{av}}$
$T_{\text{FFT}}$	Durchmesser des Zeitintervalls, mit dem ein ungemittelttes Empfangsspektrum gebildet wird ( $\Delta f = 1/T_{\text{FFT}}$ )

$u$	Horizontalkomponente der Windgeschwindigkeit parallel zum mittleren Wind
$\Pi(R)$	Faktor, um den die Schallabsorption das abgestrahlte Signal bei der Meßhöhe $R$ abgeschwächt hat
$\pi$	$10 \ln(\Pi) / \ln(10)$
$R$	Mitte der Meßhöhe, $\simeq$ Abstand des Meßvolumens
$V(\mathbf{r})$	Gewichtsfunktion, die das Meßvolumen beschreibt, siehe (3.26)
$v$	Horizontalkomponente der Windgeschwindigkeit senkrecht zum mittleren Wind
$\mathbf{v}_{\text{hrz}}$	zweidimensionaler Vektor der mittleren Horizontalwindgeschwindigkeit
$v_i$	Komponente der Windgeschwindigkeit, $i = 1, 2$ und $3$ entspricht jeweils den den Richtungen $u$ , $v$ und $w$
$V_r$	Radialgeschwindigkeit
$v_r$	radiale Windgeschwindigkeit
$w$	Vertikalkomponente der Windgeschwindigkeit
$\xi$	Versatz bei der Kovarianzfunktion und der Strukturfunktion
$x_i$	Achsen des Koordinatensystems im Ortsraum, $i = 1, 2$ und $3$ , $x_3$ ist die vertikale Achse
$\zeta u \Delta t$	diskrete Stützstellen der gemessenen Ortsreihen, siehe (3.20)

## Bedeutung einiger Indices

$x_{\text{rf}}$	radio frequency
$x_{\text{a}}$	acoustic
$x_{\text{r}}$	receive
$x_{\text{t}}$	transmit
$x_{\text{hrz}}$	horizontal
$x_{\text{brg}}$	Bragg
$x_{\text{abe}}$	Fokusaberration
$x_{\text{vir}}$	virtuelle Schallquelle
$x_{\text{b}}$	beam width
$x_{\text{rg}}$	range gate
$x_{\text{sw}}$	(FMCW)-sweep
$x_{\text{p}}$	peak

Kursiv gedruckte Indices beziehen sich auf die gleichnamigen Variablen.

## Danksagung

Abschließend möchte ich allen danken, die beim Entstehen dieser Arbeit geholfen haben.

Herrn Prof. F. Fischer und Herrn Prof. F. Fiedler möchte ich dafür danken, daß sie mir diese abwechslungsreiche und spannende Aufgabe zur Verfügung gestellt haben. Meinen Kollegen, Herrn Dr. P. Thomas und Herrn S. Vogt danke ich dafür, daß sie mir während der Endphase der Erstellung dieser Arbeit viel Arbeit, die der Betrieb des Wind-Temperatur-RADAR auf Meßkampagnen verursacht, abgenommen haben. Ich danke auch allen anderen, die beim Auf- und Abbau des Wind-Temperatur-RADAR an zahlreichen Standorten geholfen haben, insbesondere den Mitarbeitern der Werkstatt des IMK unter der Leitung von Herrn J. Seringer und Herrn A. Streili. Herrn H. Münster vom Max-Planck-Institut Hamburg möchte ich für den selbstlosen Einsatz bei Reparaturen des Wind-Temperatur-RADAR bei Wind, Regen und Schnee danken. Für die Programmierung und häufige Modifizierung des FFT-Rechnerprogramms möchte ich Herrn B. Fischer vom meteorologischen Institut der Uni. Hamburg danken. Herrn Dr. Kalthoff danke ich für die Zurverfügungstellung der Meßdaten beziehungsweise Herrn Kraut für die Instandhaltung der Meßgeräte des Meteorologischen Masts auf dem Gelände des Forschungszentrums. Herrn Dr. G. Hochschild, Herrn Dr. T. Gulde, Herrn Dr. T. Blumenstock und Herrn M. Rieder danke ich für das Ausleihen von Laborgeräten und die Versorgung mit elektronischen Bauteilen. Den MaTA-Praktikanten Frau M. Philippi, Frau K. Rübenacker, Frau K. Mangold, Herrn M. Klar und Frau K. Schnittke möchte ich für die Übernahme von Programmierarbeiten danken.

Für wissenschaftliche Diskussionen möchte ich besonders Herrn Dr. Peters und Herrn L. Hirsch vom meteorologischen Institut der Uni. Hamburg, den Diplomanden unserer Arbeitsgruppe, Frau S. Herden, Herrn E. Pavelin und Herrn D. Sacher, Herrn Dr. Steinhagen und Herrn U. Goersdorf vom Meteorologischen Observatorium in Lindenberg und Herrn Dr. A. White vom National Oceanic and Atmospheric Administration in Boulder danken.

Für die Mühen des Korrekturlesens danke ich Herrn Dr. P. Thomas, Herrn Dr. Peters, Herrn Prof. F. Fischer, Herrn M. Klar, meiner Frau und meinem Vater.

Dem Forschungszentrum Karlsruhe möchte ich für die Bereitstellung von Mitteln und die finanzielle Unterstützung danken.

Schließlich möchte ich meiner Frau Romy und unseren Kindern für das Verständnis und die Geduld danken, die sie während der Fertigstellung dieser Arbeit aufbringen mußten.



## Lebenslauf

Name:	Matthias Bauer-Pfundstein
Geburt:	7. Juni 1964 in Karlsruhe
Familienstand:	verheiratet, 3 Kinder
1970 – 1975	Grundschule Leopoldshafen
1973	einjähriger Aufenthalt in Brookhaven, USA, Besuch der Elementary-School
1975 – 1984	Helmholtz-Gymnasium in Karlsruhe Abitur: Mai 1984
1984 – 1986	Wehr- und Zivildienst
1986 – 1993	Studium der Physik an der Universität Karlsruhe
1991 – 1992	Durchführung der Diplomarbeit am meteorologischen Institut der Universität Hamburg
1993 – 1998	Doktorand am Institut für Meteorologie und Klimaforschung des Forschungszentrums Karlsruhe