

Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6038

Turbulente Transportvorgänge in magnetohydrodynamischen Kanalströmungen

U. Burr

Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik
Projekt Kernfusion

Februar 1998

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 6038

**Turbulente Transportvorgänge in
magnetohydrodynamischen Kanalströmungen***

Ulrich Burr

Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik
Projekt Kernfusion

*Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
1998

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor
Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe
Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)
ISSN 0947-8620

Turbulente Transportvorgänge in magnetohydrodynamischen Kanalströmungen

Zusammenfassung

Genauere Kenntnisse über den konvektiv-diffusiven Wärmetransport in magnetohydrodynamischen (MHD-) Strömungen sind entscheidende Voraussetzungen für die thermohydraulische Auslegung eines selbstgekühlten Flüssigmetallblankets. Aufgrund der im fusionsrelevanten Parameterbereich hohen elektromagnetischen Dämpfung wurden bisherige Untersuchungen des Wärmetransportes in MHD-Kanalströmungen unter der Annahme trägheitsfreier, laminarer Strömung durchgeführt. Bei einer MHD-Strömung im Rechteckkanal mit elektrisch leitenden Kanalwänden bilden sich jedoch entlang der in Richtung des angelegten Magnetfeldes orientierten Seitenwände strahlartige Geschwindigkeitsüberhöhungen, sogenannte Seitenwand-Jets aus. Übersteigt die Reynolds-Zahl eine bestimmte kritische Größe, so werden die durch den Seitenwand-Jet gebildeten Scherschichten instabil und es bilden sich entlang der Seitenwände turbulente Seitenschichten aus. Das magnetische Feld besitzt damit neben seinem generell stabilisierenden Einfluß eine durch die Verformung des laminaren Strömungsprofils verursachte destabilisierende, den Übergang zur Turbulenz beschleunigende Wirkung. Es kann damit auch im Bereich höchster Magnetfeldstärken ein turbulenter Strömungszustand entstehen, der den Wärmetransport im Fluid entscheidend verbessern kann.

Die Turbulenzstruktur magnetohydrodynamischer Strömungen unterscheidet sich erheblich von der hydrodynamischer Strömungen. Die Anisotropie der elektrodynamischen Kräfte führt zur Ausbildung zweidimensionaler Turbulenzwirbel deren Drehachsen in Magnetfeldrichtung orientiert sind.

Der turbulente Impuls- und Wärmetransport einer MHD-Strömung wird experimentell in einem geraden Rechteckkanal für den Parameterbereich der Reynolds-Zahlen $4.0 \cdot 10^3 < Re < 1.3 \cdot 10^5$ und hoher Hartmann-Zahlen $600 < M < 4800$ untersucht. Eine Seitenwand des Kanals kann durch einen Strahlungsheizer mit einem konstanten Wandwärmestrom beheizt werden. Es wird so die Entwicklung einer thermischen Anlaufströmung in einer voll entwickelten MHD-Strömung untersucht. Das technisch relevante, integrale Verhalten der Strömung wird mit Hilfe des Druckverlustes und der über Thermoelemente gemessenen Temperaturen an der beheizten Wand analysiert. Die Bestimmung lokaler Turbulenzgrößen erfolgt mit einer erstmals eingesetzten Vierpol-Temperatur-Potentialsonde. Mit dieser wird aus den Fluktuationen des Gradientenvektors des elektrischen Potentials die Zweidimensionalität der Turbulenzwirbel nachgewiesen. Durch zeitgleiche Messung der Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zum Magnetfeld und der Temperatur werden zum ersten Mal turbulente Wärmeströme in einer magnetohydrodynamischen Strömung gemessen.

Turbulent transport phenomena in magnetohydrodynamic duct flows

Abstract

The knowledge of the convective-diffusive heat transport in magnetohydrodynamic (MHD) flows is of crucial importance in the design of self-cooled liquid metal blankets. Due to the strong electromagnetic damping in the range of fusion relevant parameters the research of heat transport in MHD duct flows up to now was based on steady inertialess assumptions. The laminar MHD-flow in a rectangular duct with conducting walls is characterised by high velocity boundary layers adjacent to the walls parallel to the applied magnetic field. If the Reynolds-number exceeds a critical value, the jets become unstable and turbulent side-layers are created. Thus, the magnetic field besides to its damping effect exerts a destabilising, the transition to a turbulent flow promoting effect, by the formation of side-wall-jets. By this mechanism even in the range of high magnetic fields a turbulent flow is established that can significantly improve the heat transport.

The turbulence structure of magnetohydrodynamic flow shows significant differences to the patterns known in hydrodynamics. The non-isotropic character of the electromagnetic forces gives rise to the formation of two-dimensional vortices. The axis of these vortices are aligned in the direction of the magnetic field.

The turbulent transport of momentum and heat is experimentally investigated in a straight rectangular duct for Reynolds-numbers $4.0 \cdot 10^3 < Re < 1.3 \cdot 10^5$ and Hartmann-numbers $600 < M < 4800$. A constant heat flux, produced by a radiation heater can be applied to one side-wall. Thus the development of thermal boundary layers in a fully developed turbulent flow is investigated. The integral quantities of the flow like pressure drop and the temperatures at the heated wall are measured to show the relevance of turbulent transport for the design of heat transfer units. The local turbulent flow quantities are measured using a traversable four-pole-temperature-potential-probe. From the fluctuations of the gradient of the electric potential the two-dimensional structure of the turbulent flow can be proved. The simultaneous measurement of time dependent velocity and temperature signals enables for the first time the measurement of turbulent heat fluxes in MHD flows.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Physikalische Grundlagen	9
2.1	Grundlegende Phänomene magnetohydrodynamischer Strömungen	9
2.2	Analytische Beschreibung	10
2.2.1	Hydrodynamische Gleichungen	11
2.2.2	Elektrodynamische Gleichungen	11
2.2.2.1	Maxwellgleichungen	11
2.2.2.2	Vereinfachungen	12
2.2.2.3	Das Ohmsche Gesetz	12
2.2.3	Skalierung und Kennzahlen	13
2.2.4	Induktionsfreie Approximation	15
2.2.5	Rand- und Übergangsbedingungen	15
2.2.5.1	Randbedingungen an die Geschwindigkeit	15
2.2.5.2	Randbedingungen an das Temperaturfeld	16
2.2.5.3	Elektro-magnetische Randbedingungen	16
2.2.6	Statistische Beschreibung turbulenter Strömungsgrößen	18
2.2.6.1	Begriffe	18
2.2.6.2	Korrelationen	19
2.2.6.3	Leistungsdichtespektren	21
2.2.6.4	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	22
2.2.6.5	Beurteilung der Isotropieeigenschaft der Turbulenz	22
2.2.7	Reynolds-Gleichungen	24
3	Kanalströmungen	27
3.1	Geschwindigkeitsverteilung und Druckverlust	27
3.1.1	Hydrodynamik	27
3.1.2	Laminare MHD-Strömungen	28
3.1.3	Stabilität laminarer Geschwindigkeitsprofile - Übergang zur Turbulenz	31
3.1.4	Turbulente MHD-Strömungen	32
3.2	Konvektiv-diffusiver Wärmetransport	39
3.2.1	Grundlegende Betrachtungen	39
3.2.2	Laminarer Wärmetransport in MHD-Strömungen	40
3.2.3	Turbulenter Wärmetransport	42
4	Experimentelle Einrichtungen und Meßtechnik	47
4.1	Die MEKKA-Anlage	47
4.2	Die WTM-Teststrecke	49

4.2.1	Auswahl der Querschnittsgeometrie	49
4.2.2	Versuchsaufbau und Instrumentierung	50
4.3	Grundlagen der elektromagnetischen Strömungsmeßtechnik	52
4.4	Die Vierpol-Temperatur-Potentialsonde	54
4.4.1	Meßgrößen	56
4.4.2	Auflösungsgrenzen der Sonde	57
4.5	Datenerfassung	57
5	Meßergebnisse bei isothermer Strömung	61
5.1	Die laminare Strömung	62
5.2	Der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung	64
5.3	Die turbulenten Geschwindigkeitsprofile	68
5.4	Turbulente Transportgrößen	69
5.4.1	Turbulente Normalspannungen	70
5.4.2	Turbulente Tangentialspannungen	74
5.5	Druckverluste	77
5.6	Turbulenzstruktur	78
5.6.1	Raumkorrelationen Sonde-Wandpotential	78
5.6.2	Zeitsignale	81
5.6.3	Geschwindigkeitsspektren	87
6	Meßergebnisse bei Beheizung der Teststrecke	91
6.1	Temperaturprofile	92
6.2	Turbulente Wärmeströme	96
6.3	Struktur der turbulenten Temperaturfluktuationen	100
6.3.1	Zeitsignale	100
6.3.2	Temperaturspektren	102
6.4	Wandtemperaturen	105
7	Zusammenfassung und abschließende Diskussion	109
	Anhang	113
	A Stoffwerte der Natrium-Kalium-Legierung	113
	B Symbole	115
	Literatur	119

Kapitel 1

Einleitung

Flüssige Metalle bieten aufgrund ihrer hohen Wärmeleitfähigkeit und geringen Zähigkeit ideale Voraussetzungen für den konvektiv-diffusiven Wärmetransport an thermisch hochbelasteten, technischen Bauteilen. Ist die den konvektiven Wärmetransport bestimmende Geschwindigkeit die Folge eines von außen angelegten Druckgradienten, so wird dies als Zwangskonvektion bezeichnet.

Bei schwachem Antrieb der Strömung stellt sich nach einer gewissen Einlaufzeit eine zeitlich konstante Geschwindigkeitsverteilung ein. Man bezeichnet diesen Strömungszustand als laminar. Verstärkt man das treibende Druckgefälle, so wird die Strömung zunehmend durch Trägheitskräfte bestimmt. Übersteigen diese gegenüber den Reibungskräften eine bestimmte kritische Größe, so treten dem mittleren Strömungsverlauf überlagerte, stochastische Geschwindigkeitsfluktuationen auf. Die Strömung wird dann als turbulent bezeichnet.

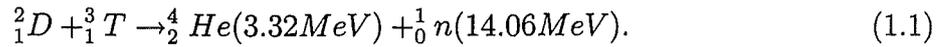
Betrachtet man die zeitlich gemittelten Zustandsgrößen in turbulenten Strömungen, so erzeugen die Fluktuationen einen zusätzlichen Transportmechanismus für die Erhaltungsgrößen im Fluid. Im isothermen Fall erfolgt ein zusätzlicher turbulenter Impulstransport. Bei der Ausbreitung eines passiven Skalars im Fluid, z.B. die Temperatur oder eine Spezieskonzentration, ergibt sich ein turbulenter Wärme- bzw. Stofftransport.

Besitzt das Fluid eine hohe elektrische Leitfähigkeit, wie z.B. flüssige Metalle, so können magnetische Felder die Strömung beeinflussen. Man spricht dann von magnetohydrodynamischen (MHD-) Strömungen.

Die auftretenden elektrodynamischen Kräfte führen in MHD-Kanalströmungen zu erheblichen Druckverlusten, die im allgemeinen weit über den Werten der hydrodynamischen Strömungen liegen. Darüber hinaus stellen sich von den Gesetzmäßigkeiten der Hydrodynamik abweichende Geschwindigkeitsverteilungen ein.

Die zusätzlichen elektrodynamischen Kräfte bewirken in Kanalströmungen generell eine Dämpfung turbulenter Geschwindigkeitsfluktuationen. Diese ist jedoch stark Richtungsabhängig. Geschwindigkeitsfluktuationen in Richtung des Magnetfeldes werden stark gedämpft oder sogar vollständig unterdrückt, Fluktuationen in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld dagegen deutlich schwächer. Es kann so eine zweidimensionale, turbulente Strömung in Form von in Magnetfeldrichtung orientierten Wirbeln entstehen.

Die dieser Arbeit zugrundeliegende Problemstellung entstammt der Kernfusionstechnik. Diese bildet neben der Kernspaltung eine mögliche Option zur zukünftigen Energieversorgung. Der für eine technische Nutzung aussichtsreichste Fusionsprozess ist die folgende Deuterium-Tritium-Reaktion:



Bei den zu dieser Reaktion benötigten hohen Temperaturen liegen die Gase in einem ionisierten und damit elektrisch sehr gut leitfähigen Zustand, dem Plasma, vor so daß ihr kontrollierter Einschluß durch magnetische Felder möglich ist. Ein magnetischer Plasmaeinschluß in einem kompakt gebauten Reaktor kann in einem toroidalen Magnetfeld erfolgen. In Abbildung 1.1 ist der Aufbau eines solchen Fusionsreaktors skizziert.

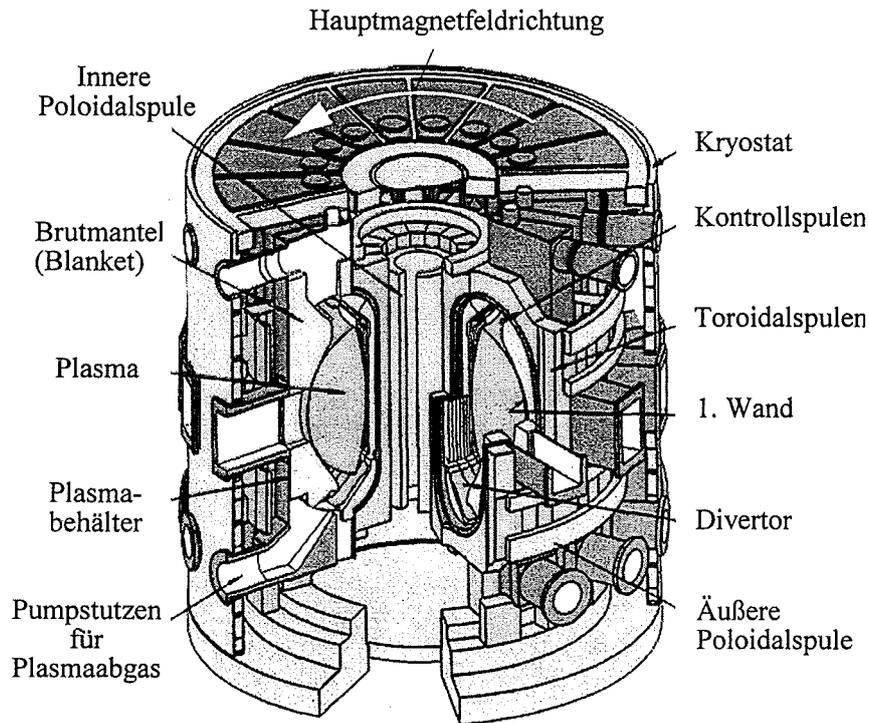


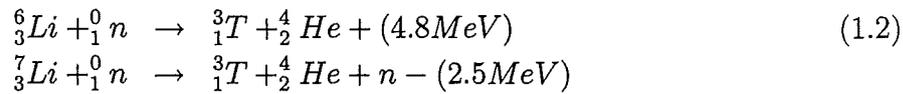
Abbildung 1.1: Aufbau eines zukünftigen Fusionsreaktors

Das Plasma befindet sich in einem torusförmigen Gefäß, dessen Wände durch das sogenannte Fusionsblanket gebildet werden. Dieses Blanket befindet sich zwischen dem heißen Plasma und den um den Torus angeordneten, supraleitenden Magnetfeldspulen. Es hat in einem kontinuierlichen Reaktorbetrieb folgende Aufgaben zu erfüllen:

- Abfuhr der thermischen Leistung aus dem Reaktorbereich
- Kühlung der dem Plasma zugewandten ersten Wand
- Erbrüten und Abfuhr des zum weiteren Reaktorbetriebs erforderlichen Brennstoffs Tritiums
- Abschirmung der supraleitenden Magnete vor Neutronenstrahlung aus dem Plasma

Zur Erfüllung dieser Aufgaben werden derzeit mehrere unterschiedliche Blanketkonzepte untersucht. Besonders geeignet erscheint das selbstgekühlte Flüssigmetallblanket. Bei Verwendung von Lithium (Li) oder einer eutektischen Blei-Lithium-Legierung ($PbLi$) als

Kühlmittel werden alle zuvor genannten Anforderungen bei nur einem Fluidkreislauf erfüllt. Durch Einfang von Neutronen aus dem Fusionsprozess in den beiden Lithium-Isotopen wird der Brennstoff Tritium nach den Formeln



gebildet. In Abbildung 1.2 ist ein Segment einer solchen Blanketstruktur dargestellt.

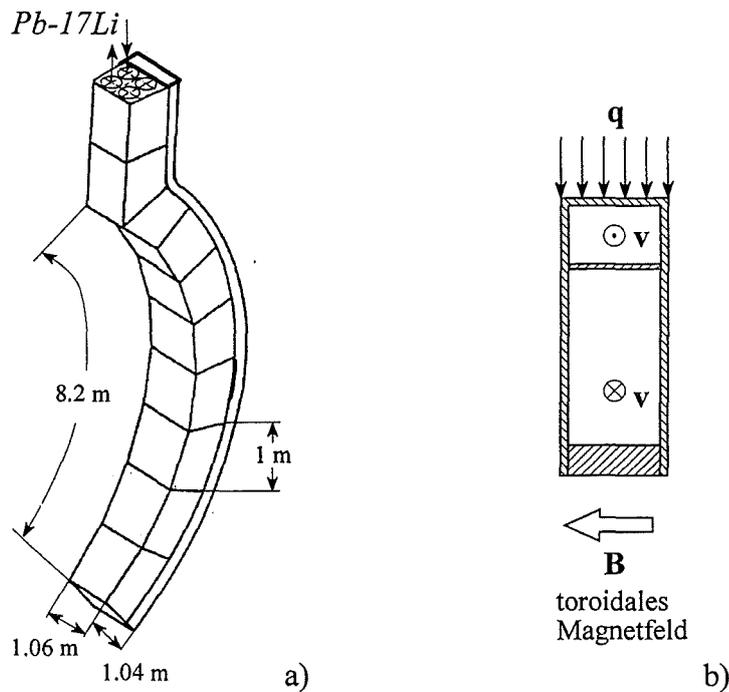


Abbildung 1.2: Segment a) und Querschnitt b) eines selbstgekühlten Flüssigmetall-Blankets.

Der Zu- und Abstrom des Kühlmediums befindet sich am oberen Ende des aus Stahl gefertigten Segments. Die Strömungsführung erfolgt in zwei rechteckförmigen Strömungskanälen in poloidaler Richtung. Diese sind an der Unterseite durch eine Umlenkung verbunden. In beiden Kanälen erfolgt ein Energieeintrag in das Fluid durch volumetrische Heizung. Den Hauptanteil hierbei liefert die γ -Strahlung. Hinzu kommen Dissipationsprozesse durch Fluidreibung und Joulische Heizung. Der vordere Kanal ist zusätzlich auf der dem Plasma zugewandten Seite durch einen Wandwärmestrom q beheizt. Ziel der Blanketauslegung ist es, die Strömung im Kanal so zu gestalten, daß die Wandtemperatur überall unterhalb eines durch die Werkstoffeigenschaften begrenzten Wertes bleibt.

Da das Fluid eine hohe elektrische Leitfähigkeit besitzt, stellt sich bei der Durchströmung des magnetfelddurchsetzten Reaktorbereichs eine typische MHD-Strömung mit erheblichen elektrodynamischen Druckverlusten ein. Die technische Forderung nach einer Reduzierung der Belastungen des Strukturmaterials bedingt daher die Abfuhr der erzeugten Wärme bei möglichst geringen Strömungsgeschwindigkeiten. Durch turbulenten Transport von Wärme im Fluid kann der Wärmeübergang an der beheizten Wand deutlich verbessert werden, so daß zur sicheren Kühlung ein geringerer Volumenstrom ausreicht als bei laminarer Strömung.

In der vorliegenden Arbeit wird der turbulente Impuls und Wärmetransport einer MHD-Strömung in einem geraden Rechteckkanal experimentell untersucht. In Abbildung 1.3 ist der aus der Blanketgeometrie abgeleitete Versuchsaufbau und der sich ausbildende Strömungszustand skizziert.

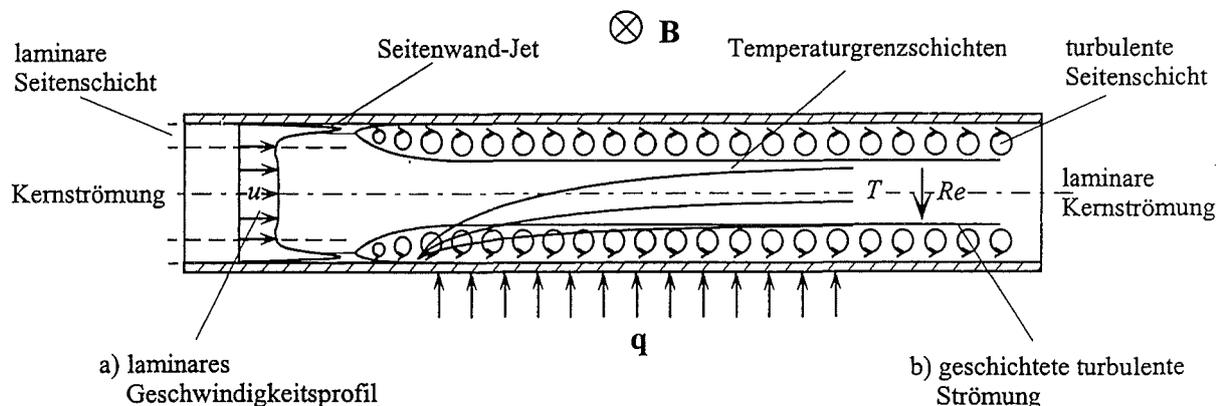


Abbildung 1.3: Turbulenzgenerierung in den Seitenschichten einer MHD-Strömung im Rechteckkanal und Entwicklung von Temperaturgrenzschichten bei geschichteter turbulenter Strömung. B : angelegtes Magnetfeld, q : Wandwärmestromdichte, u : axiale Strömungsgeschwindigkeit, T : Temperatur.

Der Strömung ist ein konstantes äußeres Magnetfeld parallel zu zwei Kanalwänden aufgebracht. Der Wärmeeintrag in das Fluid erfolgt durch einen konstanten Wandwärmestrom über eine in Magnetfeldrichtung orientierte Wand. Wie im Fall des Fusionsblankets wird die Entwicklung einer thermischen Anlaufströmung in einer weitgehend voll entwickelten Kanalströmung im Versuch realisiert und untersucht.

Die Unterdrückung turbulenter Geschwindigkeitsfluktuationen durch die elektrodynamischen Kräfte bewirkt, daß der Übergang zu einer turbulenten Kanalströmung erst bei wesentlich höheren Geschwindigkeiten beobachtet wird als in einer vergleichbaren hydrodynamischen Strömung. Die den Übergang zu turbulenter Strömung bestimmenden Trägheitskräfte wachsen mit der Stärke des lokalen Geschwindigkeitsgradienten an. Durch eine künstliche Erzeugung von Scherschichten im Kanal kann daher ein turbulenter Strömungszustand auch für kleinere mittlere Kanalgeschwindigkeiten generiert werden. Neben der Einbringung mechanischer Störungen durch sogenannte Turbulenzpromotoren bietet die MHD-Strömung im Rechteckkanal mit elektrisch leitenden Kanalwänden eine zusätzliche Möglichkeit, den Übergang zu turbulenter Strömung bei kleineren mittleren Geschwindigkeiten einzuleiten. Bei geeigneter Wahl der elektrischen Leitfähigkeit der Kanalwände treten bei laminarer Strömung entlang der zur Magnetfeldrichtung parallelen Kanalwände starke strahlartige Geschwindigkeitsüberhöhungen, sogenannte Seitenwand-Jets auf (vgl. Abbildung 1.3 a)). Im folgenden werden die Grenzschichten entlang der parallel zum Magnetfeld orientierten Kanalwände als Seitenschichten bezeichnet. Die laminaren Seitenschichten besitzen abhängig von der Magnetfeldstärke eine geringe Dicke, so daß im Übergangsbereich zur Kernströmung sowie in unmittelbarer Nähe der festen Wand Scherschichten mit großen Geschwindigkeitsgradienten entstehen. Das Magnetfeld besitzt somit neben seinem stabilisierenden Einfluß durch starke Dämpfung von Geschwindigkeitsschwankungen eine destabilisierende Wirkung durch die Bildung von strahlartigen Geschwindigkeitsüberhöhungen und den damit verbundenen Scherschichten. Bei großen Magnetfeldstärken blei-

ben die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen auf die wandnahen Bereiche beschränkt. Es liegt dann eine geschichtete turbulente Strömung mit laminarem Strömungskern und turbulenten Seitenschichten vor (vgl. Abbildung 1.3 b)).

Die Turbulenzgenerierung in den Seitenschichten lässt eine Verbesserung des Wärmeübergangs an der beheizten Wand als besonders aussichtsreich erscheinen, da hier die Geschwindigkeitsfluktuationen unmittelbar im Wandbereich entstehen. Sie ist jedoch nur dann technisch relevant, wenn die zusätzlichen Druckverluste gering sind. Die quantitative Darstellung dieser Zusammenhänge ist das wesentliche Anliegen dieser Arbeit.

Den Schwerpunkt der Messungen bildet die Bestimmung turbulenter Strömungsgrößen im Fluid unter Verwendung einer im Rahmen dieser Arbeit entwickelten 4-Pol-Temperatur-Potentialsonde. Aus der Vielzahl der mit dieser Sonde bestimmbaren Größen sind nachfolgende besonders hervorzuheben:

- Die Bestimmung des Gradientenvektors des elektrischen Potentials. Mit diesem kann die Turbulenzstruktur objektiv beurteilt werden.
- Die zeitgleiche Messung von Geschwindigkeiten und Temperatur. Diese ermöglicht erstmals die Bestimmung turbulenter Wärmeströme in magnetohydrodynamischen Strömungen.

Neben der rein ingenieurtechnischen Fragestellung nach einer Optimierung des Wärmetransportes bei möglichst geringen Druckverlusten eröffnet sich mit der neuen Meßtechnik in dieser Versuchsanordnung auch die Möglichkeit einer detaillierten Untersuchung der Dynamik und der Struktur zweidimensionaler turbulenter Strömungen.

Kapitel 2

Physikalische Grundlagen

2.1 Grundlegende Phänomene magnetohydrodynamischer Strömungen

In rein hydrodynamischen Strömungen ist die Kräftebilanz im Fluid durch Impuls-, Druck-, Reibungs- und Auftriebskräfte bestimmt. Bei magnetohydrodynamischen Strömungen wirken zusätzlich elektrodynamische Kräfte auf das Fluid ein. Die wesentlichen physikalischen Effekte, die hierbei eine Rolle spielen, können anhand einfacher Gesetzmäßigkeiten in einer MHD-Kanalströmung (Abbildung 2.1) erläutert werden.

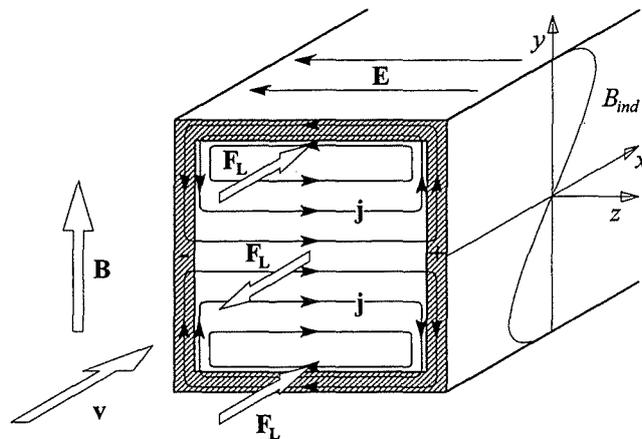


Abbildung 2.1: Prinzipielle Effekte magnetohydrodynamischer Kanalströmungen am Beispiel der Durchströmung eines Rechteckkanals.

Betrachtet wird die Strömung eines elektrisch leitenden Fluids in einem Magnetfeld der magnetischen Induktion \mathbf{B} . Das durchströmte Rohr besitzt die Wandstärke t sowie die elektrische Leitfähigkeit σ_w . Die Hauptströmungsrichtung ist durch den Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v} skizziert. An den Fluid-Wand-Grenzflächen soll die Haftbedingung erfüllt sein, d.h. an den Kanalwänden erfolgt ein Abfall der Geschwindigkeit auf den Wert Null.

Durch die Bewegung des elektrisch leitenden Fluids im Magnetfeld wird ein elektrisches Feld $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ im Fluid induziert. Dieses steht senkrecht zur Strömungsrichtung sowie senkrecht zum angelegten Magnetfeld. Seine Stärke ist dabei direkt proportional der lokalen Geschwindigkeitskomponente normal zum Magnetfeld.

Durch das elektrische Feld werden elektrische Ströme hervorgerufen, die in Richtung des Gradienten des induzierten elektrischen Feldes fließen. In den Wandgrenzschichten, in denen das Fluid gegenüber der Kernströmung verzögert wird, sowie im gegebenenfalls elektrisch leitenden Wandmaterial finden diese eine Rückflußmöglichkeit, so daß geschlossene Stromkreise entstehen. Die induzierten Ströme haben prinzipiell zwei Effekte zur Folge:

- I. Entsprechend der Richtung und der Stärke der elektrischen Ströme wird ein Magnetfeld $\mathbf{j} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{B}$ induziert, welches dem ursprünglich angelegten überlagert ist.
- II. Die Stromdichte \mathbf{j} bewirkt in Wechselwirkung mit dem Magnetfeld die Lorenz-Kraft $\mathbf{F}_L = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$, welche senkrecht zur Stromrichtung und senkrecht zum anliegenden Magnetfeld gerichtet ist.

In diesem Beispiel erzeugt Effekt I eine Deformation der magnetischen Feldlinien in axialer Richtung. Die durch Effekt II hervorgerufenen Lorenz-Kräfte wirken als volumetrische Kräfte direkt auf die Kräftebilanz im Fluid ein. Im Kernbereich ist die Lorenz-Kraft der Strömungsrichtung entgegengerichtet. Sie verursacht dadurch erhebliche Druckverluste, proportional der Stromdichte. In den Grenzschichten der zur Magnetfeldrichtung senkrechten Wände zeigt die Lorenz-Kraft in Strömungsrichtung. Durch die Erfüllung der Haftbedingung stehen sie dort im wesentlichen mit viskosen Kräften im Gleichgewicht. Durch die zusätzlichen Lorenz-Kräfte verringert sich die Dicke dieser Wandgrenzschichten gegenüber vergleichbaren hydrodynamischen Strömungen erheblich. An den zur Magnetfeldrichtung parallelen Wänden weichen die Strompfade in Magnetfeldrichtung aus. Es wird dadurch die Stromdichte senkrecht zum Magnetfeld reduziert, und es treten deutlich geringere Lorenz-Kräfte auf. Dies bewirkt auch hier eine Verringerung der Grenzschichtdicke.

Entsprechende Betrachtungen verdeutlichen den Einfluß der elektrischen Leitfähigkeit der Kanalwand auf den Druckverlust und die Geschwindigkeitsverteilung. Wird das Rückfließen der Ströme in der Kanalwand vermindert oder gar ganz unterbunden, was z.B. durch sehr dünne Wandstärken oder entsprechendes, schlecht leitendes oder isolierendes Material erreicht werden kann, so können die induzierten Ströme sich nur innerhalb des Fluids schließen. Dies führt zu einer Reduktion der Stromdichte im Kern und somit zu geringeren Druckverlusten. Anders dagegen stellt sich der Grenzfall mit perfekt leitenden Kanalwänden dar. Die elektrischen Ströme finden innerhalb der Kanalwand keinen Widerstand. Dies führt zu maximalen Stromdichten im Fluid, woraus sich ein maximaler Druckverlust ergibt. In turbulenten MHD-Strömungen unterliegen die einzelnen Turbulenzwirbel einer stark anisotropen Dämpfung. Wirbel, deren Drehachse parallel zum angelegten Magnetfeld liegen, werden nur schwach gedämpft, solche deren Drehachse zum Magnetfeld geneigt ist, dagegen stark. Bei genügend starkem Magnetfeld führt dies zur Ausbildung eines zweidimensionalen turbulenten Strömungszustandes.

2.2 Analytische Beschreibung

Die analytische Beschreibung magnetohydrodynamischer Strömungen erfolgt durch eine Kombination der hydrodynamischen Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie mit den allgemeinen Maxwellgleichungen der Elektrodynamik. Beschränkt man die Betrachtung auf Fluide hoher elektrischer Leitfähigkeit und auf endliche Dimensionen, so können die Gleichungen wesentlich vereinfacht werden. Aus einer Skalierung der physikalischen

Einflußgrößen ergeben sich Kennzahlen, welche die einzelnen Terme in den Grundgleichungen gegeneinander gewichten. Diese bilden dann die relevanten Einflußparameter in analytischen Betrachtungen sowie in Experimenten.

Treten im Fluid nur geringe Temperaturunterschiede auf, so können in homogenen Fluiden konstante Stoffwerte vorausgesetzt werden. Mit dieser Vereinfachung verschwinden auch die Auftriebskräfte, da diese durch temperaturbedingte Dichteunterschiede im Fluid hervorgerufen werden.

2.2.1 Hydrodynamische Gleichungen

Die Kontinuitätsgleichung ergibt sich für ein inkompressibles Medium als Bedingung für das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{v} = (u, v, w)$:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2.1)$$

Die Impulserhaltung wird durch die Navier-Stokes-Gleichung für homogene Newtonsche Fluide mit konstanter kinematischer Viskosität ν und konstanter Massendichte ρ beschrieben. Diese ist zur Berücksichtigung der elektrodynamischen Wechselwirkungen durch zusätzliche Terme erweitert:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \rho \nu \Delta \mathbf{v} + \rho_{el} \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (2.2)$$

Die elektromagnetische Wechselwirkung setzt sich zusammen aus den durch die elektrostatische Ladungsdichte in dem elektrischen Feld $\mathbf{E} = (e_x, e_y, e_z)$ hervorgerufenen Coulomb-Kräften und der durch die elektrische Stromdichte $\mathbf{j} = (j_x, j_y, j_z)$ in dem Magnetfeld der Induktion $\mathbf{B} = (b_x, b_y, b_z)$ bestimmten Lorenz-Kraft. Zusätzlich zu diesen elektrodynamischen Kräften wird der Verlauf des Druckes p durch Trägheits- und Reibungskräfte bestimmt.

Die Temperaturverteilung im Fluid kann aus der Energiegleichung für konvektiv-diffusiven Wärmetransport in einem inkompressiblen Medium bestimmt werden. Sie lautet:

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T \right] = \lambda \Delta T + D. \quad (2.3)$$

Die linke Seite der Gleichung beschreibt die zeitliche Änderung der Temperatur und den konvektiven Anteil des Wärmetransportes mit der konstanten spezifischen Wärmekapazität c_p . Auf der rechten Seite der Gleichung stehen die diffusiven Wärmeströme, die mit der ebenfalls konstanten Wärmeleitfähigkeit λ gebildet werden und die unter D zusammengefaßten Quellterme, welche den Wärmeeintrag in das Fluid durch die dissipativen Prozesse Joulsche Heizung und viskose Reibung erfassen. Diese werden in den nachfolgenden Betrachtungen vernachlässigt.

2.2.2 Elektrodynamische Gleichungen

2.2.2.1 Maxwellgleichungen

Die vollständige Beschreibung der elektrodynamischen Phänomene erfolgt durch die Maxwell'schen Gleichungen. Für konstante Werte der magnetischen Permeabilität μ sowie der Dielektrizitätskonstanten ε lauten diese:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (2.4)$$

$$\varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_{el}; \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \left[\mathbf{j} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right]; \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.7)$$

Hierbei beschreibt das Faraday-Maxwellsche-Induktionsgesetz (Gleichung 2.4) den Einfluß von zeitlichen Änderungen des Magnetfeldes auf den Verlauf des elektrischen Feldes. Die sich entsprechend der Divergenz des elektrischen Feldes einstellende Ladungsdichte ergibt sich nach Gleichung 2.5. Aus dem Ampère-Maxwellschen-Gesetz (Gleichung 2.6) und Gleichung 2.7 ergibt sich das induzierte, divergenzfreie Magnetfeld aus der Stromdichte sowie aus der zeitlichen Änderung des elektrischen Feldes.

2.2.2.2 Vereinfachungen

In Fluiden hoher elektrischer Leitfähigkeit kommt es zu einem raschen Ausgleich der induzierten elektrostatischen Ladungen. Ihre Kraftwirkung im elektrischen Feld kann daher, wie Chang und Lundgren (1961) gezeigt haben, in der Impulsbilanz (Gleichung 2.2) vernachlässigt werden. Es entfällt so auch die Berechnung der elektrischen Ladungsdichte nach Gleichung 2.5.

Der mit der Ladungsverschiebung verbundene Verschiebestrom $\varepsilon \partial \mathbf{E} / \partial t$ kann nach Shercliff (1965) vernachlässigt werden. Der dadurch entstehende Fehler ist von der Größenordnung $(v/c)^2$, c ist die Lichtgeschwindigkeit.

Darüberhinaus wird der Hall-Effekt vernachlässigt¹.

2.2.2.3 Das Ohmsche Gesetz

In einem elektrisch leitenden Medium besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Stromdichte und der elektrischen Feldstärke. In diesem, als Ohmsches-Gesetz bezeichneten Zusammenhang tritt die elektrische Leitfähigkeit σ als Proportionalitätskonstante auf. Für teilchenfeste, mitbewegte Koordinaten erhält man:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (2.8)$$

Betrachtet man einen bewegten elektrischen Leiter, so verspüren die elektrischen Ladungen neben dem statischen elektrischen Feld \mathbf{E} auch das durch die Bewegung induzierte elektrische Feld $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Das Ohmsche Gesetz für bewegte Leiter lautet daher:

$$\frac{\mathbf{j}}{\sigma} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (2.9)$$

¹Als Hall-Effekt bezeichnet man die Bewegung der Ladungsträger im Magnetfeld senkrecht zur Stromrichtung.

2.2.3 Skalierung und Kennzahlen

Um zu einer dimensionslosen Darstellung des Gleichungssystems zu gelangen, werden die physikalischen Größen in den Grundgleichungen mit geeigneten Bezugsgrößen skaliert. Es ergeben sich die mit * gekennzeichneten, dimensionslosen Größen zu:

$$\begin{aligned} (x^*, y^*, z^*) &= \frac{(x, y, z)}{a}, \quad \mathbf{v}^* = \frac{\mathbf{v}}{v_0}, \quad t^* = \frac{t}{t_0}, \quad p^* = \frac{p}{\sigma a v_0 B_0^2}, \\ \mathbf{B}^* &= \frac{\mathbf{B}}{B_0}, \quad \mathbf{j}^* = \frac{\mathbf{j}}{\sigma v_0 B_0}, \quad \mathbf{E}^* = \frac{\mathbf{E}}{v_0 B_0}, \quad T^* = \frac{T - T_0}{\Delta T}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Die geometrische Ähnlichkeit der Stromfelder ist durch die Skalierung aller Koordinatenrichtungen mit derselben Bezugsgröße a gewährleistet. Als Bezugsgeschwindigkeit v_0 wird in Kanalströmungen die aus dem Massenstrom abgeleitete mittlere Strömungsgeschwindigkeit u_m verwendet. Diese wird nachfolgend als Kanalgeschwindigkeit bezeichnet. Die Zeitskala t_0 wird aus der charakteristischen Kanalabmessung a und der Bezugsgeschwindigkeit zu $t_0 = a/v_0$ definiert. Aus der charakteristischen Zeitskala kann eine charakteristische Frequenz $f_0 = v_0/a$ gebildet werden. Die dimensionslose Frequenz f^* ergibt sich damit zu

$$f^* = \frac{f}{f_0}. \quad (2.11)$$

Die absoluten Temperaturwerte werden zunächst auf eine Referenztemperatur T_0 bezogen. Danach erfolgt die Entdimensionalisierung mit einer charakteristischen Temperaturdifferenz, auf deren Definition noch im Zusammenhang mit den Randbedingungen eingegangen wird.

Führt man die Gleichungen 2.10 in die Grundgleichungen ein und berücksichtigt die getroffenen Vereinfachungen, so erhält man das folgende, dimensionslose Gleichungssystem. Da dabei nur noch dimensionslose Größen auftreten, ist eine Verwechslung ausgeschlossen, und es können dieselben Bezeichnungen wie im dimensionsbehafteten Fall verwendet werden.

Hydrodynamische Gleichungen:

Kontinuität:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.12)$$

Impulserhaltung:

$$\frac{1}{N} \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \frac{1}{M^2} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (2.13)$$

Energiegleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T = \frac{1}{Pe} \Delta T. \quad (2.14)$$

Elektrodynamische Gleichungen:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = Rm\mathbf{j}; \quad (2.16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.17)$$

Ohmsches Gesetz:

$$\mathbf{j} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (2.18)$$

Die dimensionsbehafteten Einflußgrößen sind in diesen Gleichungen zu dimensionslosen Kennzahlen zusammengefaßt, die die physikalischen Bedeutungen der einzelnen Terme gegeneinander gewichten. In der Impulsgleichung gewichtet der

Interaktionsparameter

$$N = \frac{\sigma a B_0^2}{\rho \nu} \quad (2.19)$$

die elektrodynamischen Kräfte gegenüber den Impulskräften. Das Quadrat der

Hartmann-Zahl

$$M = a B_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}} \quad (2.20)$$

ergibt das Verhältnis von elektrodynamischen Kräften zu viskosen Reibungskräften im Fluid. In den elektrodynamischen Gleichungen tritt lediglich die

magnetische Reynolds-Zahl

$$Rm = \mu \sigma \nu_0 a \quad (2.21)$$

auf. Sie ist ein Maß für die Stärke induzierter Magnetfelder gegenüber dem von außen angelegten Magnetfeld. Das Verhältnis von konvektivem zu diffusivem Wärmetransport wird in der Energiegleichung durch die

Péclet-Zahl

$$Pe = \frac{\nu_0 a}{\kappa} \quad (2.22)$$

ausgedrückt. Es ist $\kappa = \lambda / \rho c_p$ die Temperaturleitfähigkeit. Die aus der Hydrodynamik bekannte

Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{\nu_0 a}{\nu} = \frac{M^2}{N} \quad (2.23)$$

ergibt sich aus einer Kombination von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter. Aus dem Verhältnis der Péclet-Zahl zur Reynolds-Zahl ergibt sich die

Prandtl-Zahl

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{\kappa}. \quad (2.24)$$

Sie beschreibt das Verhältnis der Leistung des molekularen Impulstransports zur molekularen Wärmetransportleistung. Die Prandtl-Zahl ist eine reine Stoffgröße und kann daher unabhängig vom Kanal angegeben werden. Für flüssige Metalle erhält man sehr kleine Prandtl-Zahlen der Größenordnung $Pr \approx 10^{-2} - 10^{-3}$.

2.2.4 Induktionsfreie Approximation

Bei einem Fusionsblanket sowie bei den im Labormaßstab realisierbaren Flüssigmetallströmungen ergeben sich durch die beschränkten Abmessungen und die endliche Leitfähigkeit flüssiger Metalle kleine Werte für die magnetische Reynolds-Zahl $Rm \ll 1$. Damit sind die gemäß dem Ampère-Maxwellschen-Gesetz (Gleichung 2.16) durch elektrische Ströme im Fluid induzierten Felder klein gegenüber dem von außen angelegten Feld \mathbf{B}_∞ . Vernachlässigt man diesen Anteil des Magnetfeldes ganz, was dem Grenzfall $Rm \rightarrow 0$ entspricht, so verschwindet die rechte Seite der Gleichung 2.16 und die magnetische Induktion wird einzig durch das von außen angelegte Magnetfeld bestimmt, das dann divergenz- und wirbelfrei ist. Die Stärke der magnetischen Induktion ist damit auch innerhalb des Fluides eine fest vorgegebene Größe, auf die die Strömung keinen Einfluß mehr hat. Die nichtlinearen Terme $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ und $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ in den Gleichungen 2.13 und 2.18 werden durch diese Approximation linearisiert. Es ergibt sich so ein neues, vollständiges Gleichungssystem zur Beschreibung magnetohydrodynamischer Strömungen, bestehend aus den unveränderten Erhaltungsgleichungen der Masse (Gleichung 2.12), des Impulses (Gleichung 2.13) und der Energie (Gleichung 2.14). Durch Anwendung des Divergenzoperators auf Gleichung 2.16 erhält man die Gleichung der Ladungserhaltung

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0. \quad (2.25)$$

Diese bildet ein Analogon zur hydrodynamischen Kontinuitätsgleichung und ersetzt die Gleichungen 2.15 und 2.16 bei vorgegebenem Magnetfeld. Für verschwindende, zeitliche Änderungen des magnetischen Feldes ergibt sich aus Gleichung 2.15 das elektrische Feld \mathbf{E} als Gradient eines skalaren elektrischen Potentials $\mathbf{E} = -\nabla\phi$. Das Ohmsche Gesetz (Gleichung 2.18) lautet damit:

$$\mathbf{j} = -\nabla\phi + \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (2.26)$$

Nach Davidson (1995) wird nach Anwendung des Rotationsoperators auf das Ohmsche Gesetz ein wichtiger Sachverhalt deutlich:

$$\nabla \times \mathbf{j} = \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{v}. \quad (2.27)$$

Die Stromdichte im Fluid und mit ihr die Lorenz-Kraft in der Impulsgleichung verschwindet, wenn keine Änderungen des Geschwindigkeitsfeldes in Magnetfeldrichtung auftreten.

2.2.5 Rand- und Übergangsbedingungen

Eine eindeutige Lösung der induktionsfreien Gleichungen (2.12, 2.13, 2.14, 2.25, und 2.26) ist erst durch die Vorgabe des aktuellen Systemzustandes an den Grenzen des betrachteten Rechengebietes möglich. Bei der Beschreibung magnetohydrodynamischer Strömungen kommen zu den hydrodynamischen und thermischen Randbedingungen noch die elektrischen Randbedingungen hinzu. In den nachfolgenden Gleichungen werden die Indizes n für *normal* zur Wand sowie t für *tangential* zur Wand verwendet. Ferner bezeichnen F die Fluidseite der Grenzfläche und W die Wand.

2.2.5.1 Randbedingungen an die Geschwindigkeit

Bei Kanalströmungen ist der Fluidbereich durch zeitlich und räumlich konstante, undurchdringbare Wände beschränkt. Die wandnormale Komponente der Geschwindigkeit \mathbf{v}_n ver-

schwindet daher an jeder Grenzfläche:

$$\mathbf{v}_n|_W = \mathbf{0}. \quad (2.28)$$

Liegt eine freie Grenzfläche vor, so tritt keine Wandschubspannung auf. Dies führt auf das Verschwinden der Ableitung der Tangentialkomponente der Geschwindigkeit \mathbf{v}_t in Richtung des Normaleneinheitsvektors \mathbf{n} an der Wand

$$\left. \frac{\partial \mathbf{v}_t}{\partial \mathbf{n}} \right|_W = \mathbf{0}. \quad (2.29)$$

Ist der Fluidbereich durch eine feste Wand begrenzt, so fordert dies bei einer viskosen Strömung die Erfüllung der Haftbedingung

$$\mathbf{v}|_W = \mathbf{0} \quad (2.30)$$

an der Fluid-Wand-Grenzfläche.

2.2.5.2 Randbedingungen an das Temperaturfeld

An den Berandungen des Fluidbereiches können grundsätzlich zwei verschiedene Bedingungen an das Temperaturfeld gestellt werden. Die eine Randbedingung besteht darin, die Temperatur an der Fluid-Wand-Grenzfläche explizit vorzugeben. Die Wärmestromdichte \mathbf{q}_W an der Fluid-Wandgrenzfläche wird dann von den Transporteigenschaften der Strömung bestimmt. Bei der anderen wird der wandnormale Wärmefluß \mathbf{q}_W vorgegeben und die Wandtemperatur stellt sich ein. Da die konvektiven Anteile des Wärmetransports an der Wand verschwinden, ergibt sich nach dem Fourierschen Wärmeleitungsgesetz, als Bedingung an das Temperaturfeld, daß der Temperaturgradient normal zur Wand gleich dem dimensionslosen Wandwärmestrom ist:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \right|_W = -\mathbf{q}_W. \quad (2.31)$$

Abhängig vom jeweils betrachteten Randproblem werden verschiedene charakteristische Temperaturdifferenzen zur Bildung der dimensionslosen Temperatur in Abschnitt 2.2.3 verwendet. Bei expliziter Vorgabe der Wandtemperaturen erweist sich eine Bildung aus der maximalen T_{max} und der minimalen T_{min} im Fluidbereich auftretenden Temperaturen

$$\Delta T = T_{max} - T_{min} \quad (2.32)$$

als zweckmäßig.

Erfolgt der Energieeintrag in das Fluid dagegen durch einen Wandwärmestrom, so verwendet man eine charakteristische Temperaturdifferenz, welche mit dem maximalen Wandwärmestrom q_{max} gebildet wird:

$$\Delta T = \frac{q_W \cdot a}{\lambda}. \quad (2.33)$$

Diese wird in dieser Arbeit ausschließlich verwendet.

2.2.5.3 Elektro-magnetische Randbedingungen

Bei hydrodynamischen Strömungen endet das Rechengebiet unmittelbar an der Kanalwand. In MHD-Strömungen in elektrisch leitenden Kanälen können die induzierten Ströme in die Kanalwand eintreten und sich im Wandmaterial schließen. Es müssen daher Bedingungen an die Stromdichte und das elektrische Potential an der Fluid-Wand-Grenzfläche formuliert werden.

Die Ladungserhaltung fordert an der Fluid-Wand-Grenzfläche die Stetigkeit der Normalkomponente der Stromdichte:

$$(\mathbf{j} \cdot \mathbf{n})|_F = (\mathbf{j} \cdot \mathbf{n})|_W. \quad (2.34)$$

Zusammen mit der Haftbedingung des Fluids (Gleichung 2.30) ergibt sich aus dem Ohmschen Gesetz (Gleichung 2.26) für das elektrische Potential:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_F = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_W. \quad (2.35)$$

Besteht zwischen Fluid und der Wand kein Kontaktwiderstand, so ist das elektrische Potential über die Grenzfläche hinweg stetig:

$$\phi_F = \phi_W. \quad (2.36)$$

Bei gleicher magnetischer Permeabilität der Kanalwand und des Fluids sind alle Komponenten der magnetischen Induktion über die Grenzfläche hinweg stetig, solange keine elektrischen Grenzflächenströme auftreten:

$$\mathbf{B}_F = \mathbf{B}_W. \quad (2.37)$$

Die Bestimmung des elektrischen Potentials ϕ im Wandmaterial erfordert prinzipiell die Lösung der aus dem Ohmschen Gesetz (Gleichung 2.26) und der Ladungserhaltung (Gleichung 2.25) gewonnenen Potentialgleichung

$$\Delta \phi = 0. \quad (2.38)$$

Es können jedoch unter bestimmten Voraussetzungen einfache Ansätze zur Bestimmung der elektrischen Größen an der Fluid-Wand-Grenzfläche formuliert werden.

An nichtleitenden Wänden verschwindet die Normalkomponente des Stromes an der Wand. Aus dem Ohmschen Gesetz (Gleichung 2.26) ergibt sich zusammen mit der Haftbedingung die korrespondierende Randbedingung für das elektrische Potential:

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}|_W = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_W = 0. \quad (2.39)$$

In perfekt leitenden Wänden treten keine Gradienten des elektrischen Potentials auf. Es verschwindet damit die Tangentialkomponente des Stromes an der Wand:

$$\mathbf{j} \times \mathbf{n}|_W = \mathbf{0}. \quad (2.40)$$

Aus dem Ohmschen Gesetz (Gleichung 2.26) ergibt sich, daß das elektrische Potential an elektrisch perfekt leitenden Wänden konstant ist:

$$\phi|_W = \text{konst.} \quad (2.41)$$

Ist die Dicke eines elektrisch gut leitenden Wandmaterials klein im Vergleich zur charakteristischen Abmessung des Strömungsgebietes und der auftretenden Strömungsstrukturen ($t_w/a \ll 1$), so ergeben sich nur geringe Potentialdifferenzen über die Dicke der Kanalwand. Vernachlässigt man diese ganz, so kann der Stromfluß im Wandmaterial und die mit ihm verbundene Potentialdifferenz durch einen über die Dicke der Wand integralen Ansatz erfaßt werden. Der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Potential in der Wand und dem tangential im Wandmaterial fließenden, elektrischen Strom \mathbf{j}_t kann daher mit dem wandtangentialen Gradientenvektor ∇_t anhand des Ohmschen Gesetzes (Gleichung 2.26) formuliert werden:

$$\mathbf{j}_t = -c \nabla_t \phi_w. \quad (2.42)$$

c ist der dimensionslose Wandleitparameter. Er gewichtet den elektrischen Widerstand des Fluids gegenüber dem der Wand und ist definiert als:

$$c = \frac{\sigma_w s}{\sigma a}. \quad (2.43)$$

σ_w kennzeichnet die elektrische Leitfähigkeit des Wandmaterials der Dicke s . Die Formulierung der Ladungsbilanz in der Kanalwand liefert die als 'Dünne-Wand-Approximation' bekannte Beziehung (Walker (1981)):

$$-c \nabla_t^2 \phi = \mathbf{j} \cdot \mathbf{n}. \quad (2.44)$$

In diese geht der vom Fluid in die Wand fließende, elektrische Strom $\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}$ als Quellterm ein. Liegt kein elektrischer Kontaktwiderstand zwischen Fluid und Wandmaterial vor, so ist nach Gleichung 2.36 das elektrische Potential im Wandmaterial gleich dem an der Fluid-Wandgrenzfläche.

Eine weitere Grenzfläche bildet der Übergang von der elektrisch leitenden Kanalwand zur nichtleitenden Umgebung. Als Rand- und Übergangsbedingungen ergeben sich hier generell:

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0. \quad (2.45)$$

2.2.6 Statistische Beschreibung turbulenter Strömungsgrößen

2.2.6.1 Begriffe

Betrachtet man ein hinreichend großes Fluidvolumen eines Strömungsgebietes, so fordert die Kontinuitätsgleichung, daß eine lokale Geschwindigkeitsfluktuation durch entsprechende Gegenbewegungen ausgeglichen wird. Dies führt zu der Vorstellung, daß in turbulenten Strömungen dem mittleren Strömungszustand einzelne Wirbelstrukturen unterschiedlicher Größe und Intensität überlagert sind. Diese werden kontinuierlich gebildet, deformiert und dissipiert.

Für die Beschreibung turbulenter Strömungsgebiete sind Begriffe üblich, die nachfolgend beschrieben werden:

- **Stationäre Turbulenz:** Eine turbulente Strömung wird als stationär bezeichnet, wenn die statistischen Eigenschaften nicht vom Zeitpunkt ihrer Bestimmung abhängen.
- **Homogene Turbulenz:** Eine turbulente Strömung wird als homogen bezeichnet, wenn alle statistischen Eigenschaften lediglich von der Richtung, aber nicht vom Ort abhängen, also invariant gegen Translation sind.

- **Isotrope Turbulenz:** Eine homogene turbulente Strömung wird als isotrop bezeichnet, wenn alle statistischen Eigenschaften richtungsunabhängig, also invariant gegen Rotation sind.
- **Anisotrope Turbulenz:** In nahezu allen in Natur und Technik vorkommenden, turbulenten Strömungen sind die Turbulenzgrößen mehr oder weniger richtungsabhängig.
- **Zweidimensionale (2D-) Turbulenz:** Treten in einer turbulenten Strömung ausschließlich Fluktuationen der Strömungsgrößen in zwei Koordinatenrichtungen auf, so bezeichnet man dies als 2D-Turbulenz.
- **Quasi zweidimensionale (Q2D-) Turbulenz:** In turbulenten Kanalströmungen fordert die Erfüllung der Haftbedingung stets Abweichungen von einem perfekt zweidimensionalen Zustand. Eine turbulente Strömung wird dann als quasi zweidimensional bezeichnet, wenn Abweichungen vom zweidimensionalen turbulenten Strömungszustand auf die Kanalwandbereiche begrenzt sind.

2.2.6.2 Korrelationen

Die Strömungsgrößen im Fluid sind stochastische Funktionen des Ortes (x, y, z) und der Zeit t . Der zeitliche Verlauf einer Zustandsgröße Φ in einer turbulenten Strömung kann somit nicht durch mathematische Formeln beschrieben werden. Es werden daher Kenngrößen definiert, die eine integrale Beurteilung des Zeitverhaltens ermöglichen. Für die Diskussion der Meßergebnisse dieser Arbeit genügt es, diese für stationäre Turbulenz anzugeben. Nach Reynolds erfolgt hierzu die Aufspaltung eines Momentanwertes Φ in seinen zeitlichen Mittelwert $\bar{\Phi}$ und den Schwankungswert Φ' :

$$\Phi(x, y, z, t) = \bar{\Phi}(x, y, z) + \Phi'(x, y, z, t). \quad (2.46)$$

Der zeitliche Mittelwert im Zeitintervall τ ist definiert durch

$$\bar{\Phi}(x, y, z) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi(x, y, z, t) dt. \quad (2.47)$$

Das Zeitintervall τ muß hierbei so groß gewählt werden, daß eine weitere Vergrößerung keinen Einfluß mehr auf den Wert des Integrals hat. Bei dieser Definition ist der Mittelwert einer Schwankungsgröße stets Null:

$$\bar{\Phi}' = 0. \quad (2.48)$$

Der zeitliche Verlauf einer Zustandsgröße $\Phi(x, y, z, t)$ wird in dieser Arbeit als Signal bezeichnet, der um den Mittelwert bereinigte Zeitverlauf des Schwankungswertes $\Phi'(x, y, z, t)$ als Fluktuation.

Der zeitliche Mittelwert einer Potenz der Schwankungsgrößen $\overline{\Phi'^n}$ wird als Moment n-ter Ordnung der Größe Φ' bezeichnet:

$$\overline{\Phi'^n} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi'^n dt. \quad (2.49)$$

Für $n = 2$ ergibt sich die Varianz

$$\delta^2 = \overline{\Phi'^2} \quad (2.50)$$

Deren Quadratwurzel

$$\delta = \sqrt{\overline{\Phi'^2}} \quad (2.51)$$

als Intensität, Streuung, Standardabweichung oder auch als RMS-(Root-Mean-Square) Wert bezeichnet wird. Für die Bildung der Relativen Intensität

$$\tilde{\delta} = \frac{\sqrt{\overline{\Phi'^2}}}{\bar{\Phi}} \quad (2.52)$$

bezieht man diese auf den zeitlichen Mittelwert. Für ein zeitlich konstantes Signal ist die Intensität null. Ihre Größe ist ein Maß dafür, wie stark ein Zeitsignal um seinen Mittelwert schwankt.

Die relative Intensität der Strömungsgeschwindigkeit wird als Turbulenzgrad

$$Tu = \frac{\sqrt{1/3 (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{|\bar{\mathbf{u}}|} \quad (2.53)$$

bezeichnet. Kann nur eine Geschwindigkeitskomponente u_i betrachtet werden, so ist die Bildung nach

$$Tu_i = \frac{\sqrt{\overline{u_i'^2}}}{\bar{u}_i} \quad (2.54)$$

üblich. \bar{u}_i ist die mittlere Geschwindigkeit in der betrachteten Richtung i . Anstelle der mittleren lokalen Geschwindigkeit kann der Turbulenzgrad in beiden Definitionen auch mit der Kanalgeschwindigkeit u_m gebildet werden.

Die turbulente kinetische Energie bzw. die Turbulenzenergie wird nach der Formel

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (2.55)$$

gebildet.

Die zeitlichen Mittelwerte von Produkten von Schwankungsgrößen werden als Korrelationen bezeichnet. Es ist

$$Q = \overline{\Phi'_1 \Phi'_2 \dots \Phi'_n} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \Phi'_1 \cdot \Phi'_1 \cdot \dots \cdot \Phi'_n dt \quad (2.56)$$

eine allgemeine Korrelationsfunktion. Normiert mit den Intensitäten der einzelnen Signale erhält man den Korrelationskoeffizienten:

$$K = \frac{\overline{\Phi'_1 \Phi'_2 \dots \Phi'_n}}{\sqrt{\overline{\Phi_1'^2}} \cdot \sqrt{\overline{\Phi_2'^2}} \cdot \dots \cdot \sqrt{\overline{\Phi_n'^2}}} \quad (2.57)$$

Beide Größen sind ein Maß für die Ähnlichkeit von Signalen, wobei der Korrelationskoeffizient Werte zwischen Eins (identisches Signal) und Null (unkorreliert) annimmt.

Bei der Beschreibung turbulenter Strömungsvorgänge sind die Doppelkorrelationen ($n = 2$) von zentraler Bedeutung. Man unterscheidet diese in:

- **Punktkorrelationen:** Es werden zwei verschiedene Größen an demselben Ort zur gleichen Zeit miteinander korreliert.

- **Auto- oder Zeitkorrelationen:** Dieselbe Größe wird an demselben Ort zu verschiedenen Zeiten betrachtet.
- **Raumkorrelationen:** An verschiedenen Orten r_1 und r_2 wird dieselbe Größe zu derselben Zeit untersucht.
- **Kreuz- oder Raum-Zeit-Korrelationen:** Dieselbe Größe wird zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Orten untersucht.

Bewegen sich die einzelnen Turbulenzwirbel mit der Grundströmungsgeschwindigkeit, so kann aus einem Zeitsignal direkt auf die Strukturgröße geschlossen werden. Der Zusammenhang zwischen räumlicher und zeitlicher Ableitung ist durch die Taylor-Hypothese

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi = -\bar{u} \frac{\partial}{\partial r} \Phi \quad (2.58)$$

gegeben. Einem Zeitintervall Δt entspricht demnach der räumliche Abstand

$$\Delta r = -\bar{u} \Delta t. \quad (2.59)$$

Aus einer Frequenz f kann nach dieser Gesetzmäßigkeit die räumliche Wellenzahl k berechnet werden:

$$k = \frac{2\pi f}{\bar{u}}. \quad (2.60)$$

Es kann damit aus einer Frequenzanalyse eines Meßsignals an einem festen Punkt im Strömungsfeld auf die räumliche Struktur der Turbulenz geschlossen werden.

2.2.6.3 Leistungsdichtespektren

Eine im Zeitintervall τ vorliegende, beliebige Zeitfunktion $\Phi(t)$ kann durch eine harmonische Analyse in eine Fourierreihe entwickelt werden:

$$\Phi(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) \quad (2.61)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \tan \varphi_n = \frac{a_n}{b_n}, \quad \omega_n = \frac{2\pi \cdot n}{\tau}$$

$$a_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \phi(t) \cos(\omega_n t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \phi(t) \sin(\omega_n t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Für mittelwertfreie Signale Φ' ist $A_0 = 0$. Es ergibt sich so eine Darstellung der Funktion im Frequenzbereich. Führt man diese Darstellung in die Definition der Varianz (Gleichung 2.50) ein, so erhält man:

$$\overline{\Phi'^2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2. \quad (2.62)$$

Es wird hieraus ersichtlich, aus welchen Frequenzanteilen

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n}{\tau} \quad (2.63)$$

bzw. Wellenzahlen

$$k_n = \frac{2\pi n}{\tau u} \quad (2.64)$$

sich die Varianz des betrachteten Signals zusammensetzt. Die diskreten Werte $A_n^2/2$ bilden daher das Leistungsdichtespektrum $E(f)$ bzw. $E(k)$ der Funktion $\Phi(t)$.

Die Zusammensetzung nach Frequenzanteilen einer Punktkorrelation $\overline{\Phi'_1 \Phi'_2}$ ergibt sich durch Einsetzen der Fourierreihen der Funktionen Φ'_1 und Φ'_2 in Gleichung 2.56:

$$\overline{\Phi'_1 \Phi'_2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_{n,1} \cdot A_{n,2} \cdot \cos(\varphi_{n,1} - \varphi_{n,2}). \quad (2.65)$$

Die diskreten Werte $A_{n,1} \cdot A_{n,2} \cdot \cos(\varphi_{n,1} - \varphi_{n,2})$ ergeben das Korrelationsspektrum $S_1 S_2(f)$ der Größe $\overline{\Phi'_1 \Phi'_2}$.

2.2.6.4 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Die Häufigkeit, mit der eine Größe Φ einen Wert innerhalb eines Intervalls $\Delta\Phi$ einnimmt, kann durch eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (*PDF*) $P(\Phi)$ ausgedrückt werden. Diese wird so normiert, daß

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(\Phi) d\Phi = 1 \quad (2.66)$$

ist. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer Schwankung der Größe Φ um einen Mittelwert $\bar{\Phi}$ kann häufig durch eine Normalverteilung

$$P(\Phi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Phi - \bar{\Phi})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.67)$$

beschrieben werden. σ ist die Standardabweichung und beschreibt die Breite der Verteilung.

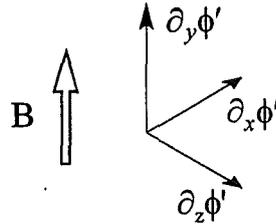
2.2.6.5 Beurteilung der Isotropieeigenschaft der Turbulenz

Durch das Ohmsche Gesetz (Gleichung 2.26) ist ein Zusammenhang zwischen Geschwindigkeitsfeld und dem elektrischen Potential im Fluid gegeben. In diesen geht die Bedeutung der elektrodynamischen Kräfte in der Impulsbilanz nicht ein. Es kann daher sowohl in hydrodynamischen als auch in MHD-Strömungen eine Beurteilung der Isotropieeigenschaften des Turbulenzfeldes anhand des elektrischen Potentials erfolgen. In den nachfolgenden Betrachtungen wird vorausgesetzt, daß ein anisotroper, turbulenter Strömungszustand in MHD-Strömungen stets durch eine geringere Varianz der Geschwindigkeitskomponente in Magnetfeldrichtung \bar{v}'^2 gekennzeichnet ist als diejenigen die in den Richtungen senkrecht zur Magnetfeldrichtung vorliegen.

Tsinober, Kit und Titel (1987) untersuchen die Anwendbarkeit von Messungen des Potentialgradienten in turbulenten hydrodynamischen Strömungen zur Beurteilung der Turbulenzstruktur. Sie zeigen, daß bei isotroper Turbulenz die Varianz des Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung doppelt so groß ist als die in den Richtungen senkrecht zum angelegten

Magnetfeld. Mit dieser Aussage können zwei Isotropiekoeffizienten A_x und A_z formuliert werden:

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{2\overline{\partial_y\phi'^2}}{\overline{\partial_x\phi'^2}} \\ A_z &= \frac{2\overline{\partial_y\phi'^2}}{\overline{\partial_z\phi'^2}}. \end{aligned} \quad (2.68)$$



Es wird hier und im folgenden zur Bezeichnung der partiellen Ableitungen des elektrischen Potentialgradienten die Kurzschreibweise

$$\frac{\partial\phi}{\partial x_i} = \partial_{x_i}\phi \quad (2.69)$$

eingeführt. Bei isotroper Turbulenz ($\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$) besitzen beide Koeffizienten den Wert Eins ($A_x = A_z = 1$). Bei anisotroper Turbulenz mit geringeren Varianzen der Geschwindigkeitskomponente in Richtung des Magnetfeldes werden die Isotropiekoeffizienten kleiner ($A_x, A_z < 1$). Im Fall einer zweidimensionalen turbulenten Strömung in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld treten keine Fluktuationen des elektrischen Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung auf. Beide Isotropiekoeffizienten nehmen dann den Wert Null an ($A_x = A_z = 0$).

Eine weitere Möglichkeit zur Beurteilung der Isotropie besteht in der Bildung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $P(\theta)$ nach Abschnitt 2.2.6.4 des Winkels $\theta = [\mathbf{B}, \nabla\phi']$ zwischen der Richtung des Magnetfeldes \mathbf{B} und den Fluktuationen des elektrischen Potentialgradienten $\nabla\phi'$. Anstelle des Winkels wird in dieser Arbeit die Wahrscheinlichkeitsdichte $P(\cos(\theta))$ der Cosinusfunktion des Winkels zwischen Magnetfeld und den Fluktuationen des Potentialgradienten $\cos[\mathbf{B}, \nabla\phi']$ aufgetragen. Diese wird nachfolgend als Richtungsverteilung $P_{\cos\theta}$ bezeichnet. In Abbildung 2.2 sind die zu erwartenden Richtungsverteilungen für verschiedene Bereiche der Strömung eingetragen.

In perfekt zweidimensionalen Strömungen sind die Fluktuationen des elektrischen Potentialgradienten stets senkrecht zur Magnetfeldrichtung orientiert ($\partial_x\phi' \neq 0$, $\partial_y\phi' = 0$, $\partial_z\phi' \neq 0$). Die Cosinusfunktion des Winkels θ nimmt daher stets den Wert Null an, so daß sich in der Richtungsverteilung nur für $\cos[\mathbf{B}, \nabla\phi'] = 0$ ein von Null verschiedener Wert ergibt. Bei Zunahme der Isotropie treten vermehrt Fluktuationsanteile des elektrischen Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung auf ($\partial_x\phi' \neq 0$, $\partial_y\phi' \neq 0$, $\partial_z\phi' \neq 0$). Dies führt zu einer zunehmenden Verbreiterung der Richtungsverteilung. Bei isotroper Turbulenz liegen Fluktuationen des elektrischen Potentials in allen Raumrichtungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit vor. Die Richtungsverteilung entartet daher zu einer Konstanten.

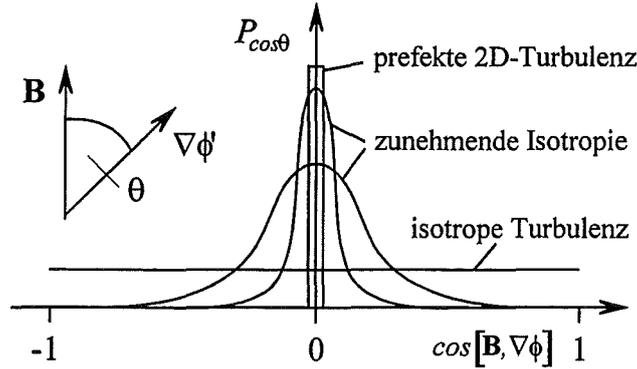


Abbildung 2.2: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Winkels zwischen Magnetfeld und Gradient des elektrischen Potentials (Richtungsverteilung) $P_{\cos\theta}$ für turbulente Geschwindigkeitsfelder unterschiedlicher Isotropie.

2.2.7 Reynolds-Gleichungen

Bei einer technischen Erfassung eines turbulenten Strömungsproblems sind detaillierte Kenntnisse des Zeitverhaltens nicht erforderlich. Hier interessieren vielmehr Größen wie die mittlere Geschwindigkeitsverteilung, der Druckverlust und mittlere Wärmeübergangszahlen. Es müssen daher Gleichungen formuliert werden, mit denen eine Bestimmung der mittleren Strömungsgrößen möglich ist, ohne die Fluktuationen einzeln aufzulösen.

Entsprechend der Vorgehensweise bei hydrodynamischen Strömungen (vgl. Jischa (1982)) werden für sämtliche Transportgrößen der Grundgleichungen ($\mathbf{u}, p, T, \mathbf{j}, \phi$) Ansätze nach Gleichung 2.46 formuliert:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', & \mathbf{j} &= \bar{\mathbf{j}} + \mathbf{j}', \\ p &= \bar{p} + p', & \mathbf{B} &= \bar{\mathbf{B}} + \mathbf{B}', \\ T &= \bar{T} + T', & \phi &= \bar{\phi} + \phi'. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Setzt man die Gültigkeit der Induktionsfreien Approximation voraus, so können Fluktuationen des Magnetfeldes vernachlässigt werden ($\mathbf{B}' = \mathbf{0}$). Nach Einsetzen in die Grundgleichungen der induktionsfreien Approximation (Gleichung 2.12, 2.13, 2.26, 2.25 und 2.14) und anschließender zeitlicher Mittelung erhält man so die Reynoldsen Gleichungen der mittleren Strömungsgrößen.

Die Kontinuitätsgleichung

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0 \quad (2.71)$$

der mittleren Geschwindigkeiten entspricht der Gleichung der Momentanwerte.

Durch die Mittelung des konvektiven Terms treten in der Impulsgleichung

$$\frac{1}{N} (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{v}} = -\nabla \bar{p} + \frac{1}{M^2} \Delta \bar{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{j}} \times \mathbf{B} - \frac{1}{N} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_t \quad (2.72)$$

$$\boldsymbol{\tau}_t = \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

Korrelationen turbulenter Schwankungsgrößen der Geschwindigkeiten (z.B. $\overline{u'v'}$) als zusätzliche Unbekannte auf. Diese werden als turbulente Schubspannungen oder Reynoldsspan-

nungen bezeichnet. Sie sind ein direktes Maß für den turbulenten Impulstransport in der Strömung.

Die Hauptdiagonale des Reynoldschen Spannungstensors τ_t besteht aus den Varianzen der Geschwindigkeitskomponenten. Diese wirken in Koordinatenrichtung und werden deshalb als turbulente Normalspannungen bezeichnet. Die übrigen Punktkorrelationen wirken senkrecht zur jeweiligen Koordinatenrichtung und werden daher als turbulente Tangentialspannungen bezeichnet.

Der turbulente Wärmetransport in der Energiegleichung

$$(\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{T} = \frac{1}{Pe} \Delta \bar{T} - \nabla \cdot \mathbf{q}_t \quad (2.74)$$

$$\mathbf{q}_t = \begin{bmatrix} \overline{u'T'} \\ \overline{v'T'} \\ \overline{w'T'} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

ist durch die turbulenten oder Reynoldschen Wärmeströme \mathbf{q}_t gegeben.

Im zeitlich gemittelten Ohmschen-Gesetz

$$\bar{\mathbf{j}} = -\nabla \bar{\phi} + \bar{\mathbf{v}} \times \mathbf{B} \quad (2.76)$$

sowie in der Ladungserhaltung

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{j}} = 0 \quad (2.77)$$

treten keine Korrelationen von Schwankungsgrößen auf. Die zeitabhängigen Gleichungen können daher direkt übernommen werden. Ebenso verschwinden die Korrelationen in den Randbedingungen (vgl. Abschnitt 2.2.5), so daß auch diese direkt übernommen werden können.

Durch die zeitliche Mittelung treten in den Grundgleichungen zusätzliche, unbekannte Korrelationen der Transportgrößen auf. Um das Gleichungssystem der mittleren Strömungsgrößen lösen zu können, müssen diese durch geeignete Turbulenzmodelle aus den mittleren Strömungsgrößen bestimmt werden. Ziel dieser Arbeit ist daher auch, durch die experimentelle Bestimmung der turbulenten Transportgrößen eine Datenbasis für eine erfolgreiche Modellierung turbulenter magnetohydrodynamischer Strömungen zu schaffen.



Kapitel 3

Kanalströmungen

3.1 Geschwindigkeitsverteilung und Druckverlust

Bei einer technischen Auslegung von Leitungssystemen steht im isothermen Fall der mit einem bestimmten Volumenstrom verbundene Druckverlust im Vordergrund. Die sich hierbei ergebende Geschwindigkeitsverteilung ist bei reinen Durchströmungsproblemen eher von prinzipiellem Interesse und gewinnt erst dann an Bedeutung, wenn durch sie Austauschvorgänge gesteuert werden.

Die Formulierung exakter Druckverlustbeziehungen für Rohrströmungen erfolgt idealerweise für hydraulisch voll entwickelte Geschwindigkeitsverteilungen. Der Druckgradient in Hauptströmungsrichtung ist dann unabhängig von der Lauflänge. Hinzu kommen Druckverluste durch Unstetigkeiten der Kanalgeometrie. Neben den aus der Hydrodynamik bekannten Druckverlusten durch Querschnittsänderungen, Verzweigungen oder Krümmer müssen bei MHD-Strömungen zusätzliche Druckverluste durch Störungen der elektrischen Randbedingungen, wie Änderungen der Wandleitfähigkeit oder des äußeren Magnetfeldes, berücksichtigt werden.

3.1.1 Hydrodynamik

Die dimensionslose Darstellung des Druckverlustes bei rein hydrodynamischer Strömung ist mit der in dieser Arbeit verwendeten Skalierung nicht möglich. Es erfolgt daher die Skalierung des Druckes mit dem dynamischen Druck der mittleren Strömungsgeschwindigkeit im Kanal:

$$p^* = \frac{p}{\frac{\rho}{2} \bar{u}^2}. \quad (3.1)$$

Die Skalierung der Längen erfolgt bei nichtkreisförmigen Querschnitten mit dem hydraulischen Durchmesser D_{hyd} des Rohres. Dieser wird aus dem Verhältnis von Umfang U zu Querschnittsfläche A bestimmt:

$$D_{hyd} = \frac{4A}{U}. \quad (3.2)$$

Der vom Strömungszustand abhängige, dimensionslose Druckgradient $\partial p / \partial x$ kann dann in Form eines Verlustkoeffizienten λ ausgedrückt werden:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\lambda. \quad (3.3)$$

Für laminare Strömung ergibt sich dieser, gebildet mit der hydraulischen Reynolds-Zahl

$$Re_{hyd} = \frac{u_0 D_{hyd}}{\nu}, \quad (3.4)$$

zu

$$\lambda_{lam} = \frac{64}{Re_{hyd}}, \quad Re_{hyd} \leq 2300. \quad (3.5)$$

Im turbulenten Bereich kann der Verlustkoeffizient aus der Näherungsbeziehung von Blasius

$$\lambda_{turb} = \frac{0.3164}{Re_{hyd}^{1/4}}, \quad Re_{hyd} \leq 10^5 \quad (3.6)$$

berechnet werden (Schlichting (1982)).

Die Einlaufängen (z.B. beim Ansaugen aus einem Behälter) gibt derselbe Autor mit $l_E/D_{hyd} \approx 0.03 * Re_{hyd}$ im laminaren Fall und $l/D_{hyd} \sim 25 \div 40$ im turbulenten Fall an.

Die Geschwindigkeitsverteilung weist im laminaren Fall parabolischen Charakter auf (vgl. Poiseuille-Strömung). Mit zunehmendem Turbulenzgrad flachen die Profile ab, und es erfolgt ein steiler Geschwindigkeitsabfall an den Kanalwänden.

3.1.2 Laminare MHD-Strömungen

Die systematische Untersuchung magnetohydrodynamischer Strömungen beginnt mit Arbeiten von Hartmann (1937) und Hartmann und Lazarus (1937). Als Hartmann-Strömung bezeichnet man eine ebene Strömung in einem durch zwei elektrisch isolierte, parallele Platten begrenzten Kanal konstanter Breite. Senkrecht zur Strömungsrichtung und senkrecht zu den Platten ist ein Magnetfeld konstanter Stärke angelegt. Die Betrachtung erfolgt in genügend großer Entfernung vom Eintritt des Fluids in den Kanal, so daß ausgebildete Strömungszustände vorausgesetzt werden können.

Die von Hartmann gefundene Lösung für den isolierten Plattenkanal wurde durch Chang und Lundgren (1961) zu einer Lösung für einen Kanal mit elektrisch leitenden Platten (Wandleitparameter c), die im Abstand $2a$ angeordnet sind, erweitert.

Bei gegebenem Druckgradient ergibt sich die normierte Geschwindigkeit V zu

$$V = \frac{1}{M} \frac{c+1}{Mc + \tanh(M)} \left[1 - \frac{\cosh(My)}{\cosh(M)} \right], \quad (3.7)$$

$$V = \frac{v}{(a^2/\rho\nu)(-\partial p/\partial x)}. \quad (3.8)$$

Für große Hartmann-Zahlen strebt dieser Ausdruck gegen

$$V = \frac{1}{M} \frac{c+1}{Mc+1} [1 - e^{-M(1-|y|)}], \quad M \gg 1; \quad (3.9)$$

für kleine Hartmann-Zahlen dagegen gelangt man zu der bekannten hydrodynamischen Poiseuille-Strömung

$$V = \frac{1}{2} (1 - y^2), \quad M \ll 1. \quad (3.10)$$

An Gleichung 3.9 erkennt man unmittelbar die wichtigsten charakteristischen Eigenschaften von MHD-Strömungen bei großen Hartmann-Zahlen:

- Die Geschwindigkeit ist für große Werte von M nahezu über den gesamten Querschnitt konstant.
- Das Abfallen der Geschwindigkeit auf den Wert $v = 0$ an den Kanalwänden erfolgt in einer sehr dünnen Grenzschicht δ der Größenordnung $\delta \sim 1/M$. Diese wird als Hartmann-Grenzschicht bezeichnet.
- Bei gegebenem Volumenstrom kann der Druckverlust in Abhängigkeit der Hartmann-Zahl und der Wandleitfähigkeit bestimmt werden. Für isolierte Kanäle ist dieser direkt proportional der Hartmann-Zahl, für perfekt leitende Kanäle proportional dem Quadrat der Hartmann-Zahl.

Ergänzt man die oben beschriebene Anordnung um zwei magnetfeldparallele Wände, so gelangt man zu dem in dieser Arbeit behandelten Problem der MHD-Strömung im Rechteckkanal mit gegebenenfalls elektrisch leitenden Kanalwänden.

Für große Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter wird bereits wenige charakteristische Längen nach einer Störung der Randbedingungen ein eingelaufener, zweidimensionaler Strömungszustand erreicht (Holroyd und Walker (1978) und Grinberg, Kauze und Lielausis (1985)). Abbildung 3.1 a) zeigt den prinzipiellen Verlauf der Stromdichte sowie die Schichtenstruktur bei voll entwickelter Strömung.

Der rechteckförmige Querschnitt des Rohres wird durch zwei magnetfeldsenkrechte Hartmann-Wände mit dem Wandleitparameter c_H sowie durch zwei magnetfeldparallele Seitenwände, welche den Wandleitparameter c_S aufweisen, gebildet. Der Verlauf der Stromdichte entspricht dem bereits im Kapitel 2.1 geschilderten Prinzipien. Neben der aus der Hartmann-Strömung bekannten Hartmann-Schicht tritt an den magnetfeldparallelen Seitenschichten ein neuer Grenzschichttyp, die Seitenschicht, auf. In dieser weicht die Stromdichte in Magnetfeldrichtung aus, so daß die Lorenz-Kraft in der Kräftebilanz an Bedeutung verliert. Für große Hartmann-Zahlen erreicht die Seitenschicht lediglich eine Dicke der Größenordnung $\delta \sim 1/\sqrt{M}$.

Im Rahmen der Entwicklung eines selbstgekühlten Flüssigmetallblankets wurde die laminare, voll entwickelte MHD-Strömung im Rechteckkanal in vielen Arbeiten untersucht. Die für diese Arbeit wesentlichen Ergebnisse der Literatur sind nachfolgend zusammengefaßt. Für den Grenzfall elektrisch perfekt leitender Kanalwände $c_H = c_S \rightarrow \infty$ finden Chang und Lundgren (1961) eine geschlossene, analytische Lösung für die Geschwindigkeitsverteilung im Kanal. Diese ist durch konstante Geschwindigkeit im Strömungskern sowie einem monotonen Abfall der Geschwindigkeiten in den Grenzschichten gekennzeichnet. Hunt (1965) entwickelt Lösungen in Form unendlicher Reihen für die Kombinationen $c_H \rightarrow \infty$ und $c_S \gg 1/M$ sowie $c_H \gg 1/M$ und $c_S = 0$. Asymptotische Lösungen wie sie für große Hartmann-Zahlen formuliert werden von verschiedenen Autoren (Williams (1963); Hunt und Stewartson (1965); Temperley und Todd (1971) und Walker (1981)) angegeben. Temperley (1984) faßt die wichtigsten Arbeiten zusammen und zeigt Fehlerquellen und Wege zu deren Korrektur auf.

Die mit den Lösungsansätzen für elektrisch schwach leitende Kanalwände gewonnenen Geschwindigkeitsverteilungen weisen eine Besonderheit auf, die für diese Arbeit von zentraler Bedeutung ist. Abbildung 3.1 b) zeigt ein typisches Geschwindigkeitsprofil. Entlang der Seitenwände treten strahlartige Geschwindigkeitsüberhöhungen auf, die in Magnetfeldrichtung einen parabolischen Verlauf aufweisen. Diese werden auch als Seitenwand-Jets bezeichnet. In Kanalmitte, dem Strömungskern, liegt eine weitgehend konstante Strömungsgeschwindigkeit vor. Beim Übergang von der Seitenschicht auf den Strömungskern können

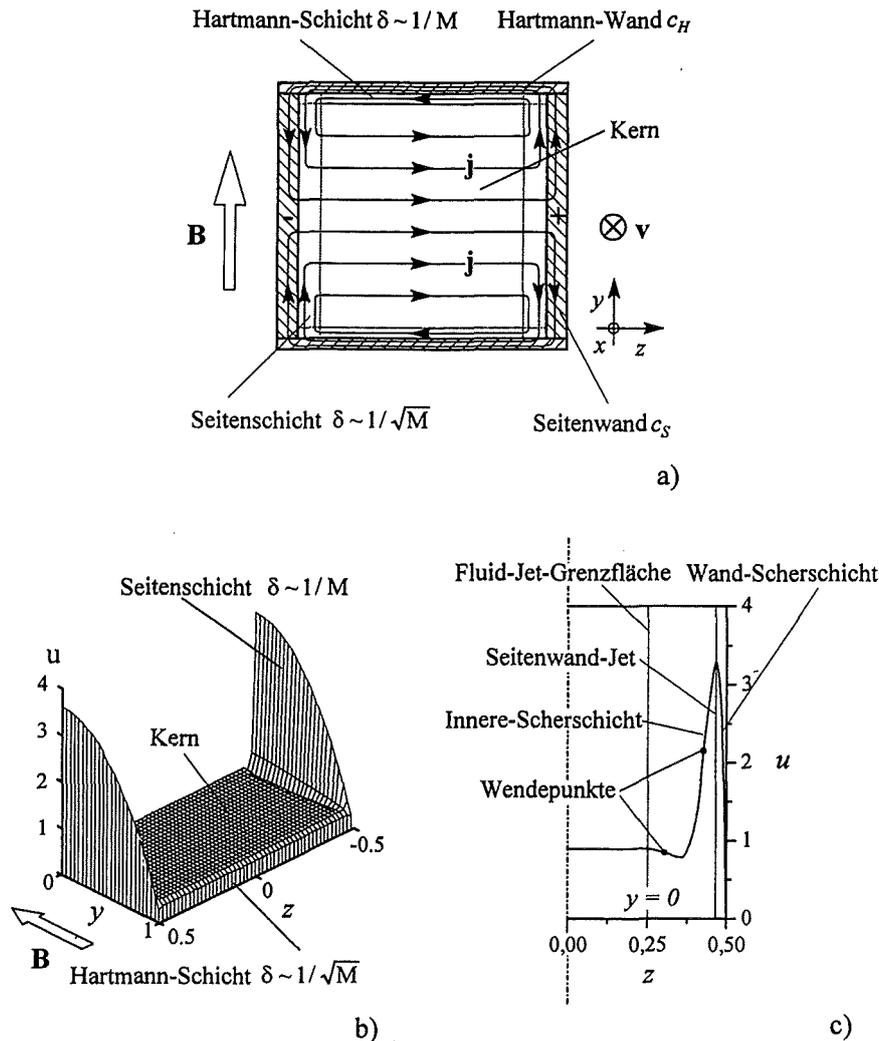


Abbildung 3.1: Schichtenstruktur einer MHD-Strömung im Rechteckkanal mit elektrisch leitenden Wänden. a) Stromverlauf, b) Geschwindigkeitsverteilung im Querschnitt und c) Nomenklatur.

zusätzlich Untergeschwindigkeiten auftreten. Für eine solche Geschwindigkeitsverteilung wird oft auch der Begriff M-Schape-Profil verwendet. Die Form des Geschwindigkeitsprofils kann anhand der Stromdichteverteilung in Abbildung 3.1 a) entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 2.1 erklärt werden. In der Seitenschicht weichen die elektrischen Ströme in Richtung der Hartmann-Wände aus. Die geringere Stromdichte senkrecht zum Magnetfeld bewirkt kleinere Lorenz-Kräfte und ermöglicht so in der Seitenschicht höhere Strömungsgeschwindigkeiten als im Strömungskern.

Aus der asymptotischen Lösung von Walker (1981) können zwei wichtige Zusammenhänge abgeleitet werden. Bei fest vorgegebener Leitfähigkeit der Kanalwände nimmt die Breite der Seitenwandjets mit der Quadratwurzel der Hartmann-Zahl ab. Die Geschwindigkeiten im Jet dagegen nehmen in gleicher Weise zu. Die Trennfläche zwischen Seitenschicht und Strömungskern kann im weiteren als Seitenschicht-Kern-Grenzfläche bezeichnet werden.

Die wesentlichen Charakteristika wie Druckabfall und Geschwindigkeitsverteilung von MHD-Strömungen im Rechteckkanal konnten auch experimentell bestätigt werden (vgl. Hunt,

Branover und Gelfgat (1969) sowie Branover (1978)).

Für die Berechnung des dimensionslosen Druckgradienten kann die von Tillack (1990) abgeleitete Näherungsbeziehung herangezogen werden:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \left[\frac{a_d}{3b_d} \frac{\sqrt{M}}{1 + c_S \sqrt{M}} + \frac{1 + c_H}{c_H + 1/M} \right]^{-1}. \quad (3.11)$$

a_d ist die Kanalhöhe in Magnetfeldrichtung, b_d die Breite senkrecht zum Magnetfeld. Gleichung 3.11 bezieht sich auf die bei MHD-Strömungen übliche Skalierung nach den Gleichungen 2.2.3. Durch Reskalierung auf die hydrodynamische Druckskala (vgl. Absch. 3.1.1) kann der Druckverlust magnetohydrodynamischer Strömungen auch in Form des Verlustkoeffizienten λ ausgedrückt und mit hydrodynamischen Strömungen verglichen werden. Es ergibt sich:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\lambda = -\frac{2D_{hyd}^2}{a^2} \cdot \frac{M^2}{Re} \left[\frac{a_d}{3b_d} \frac{\sqrt{M}}{1 + c_S \sqrt{M}} + \frac{1 + c_H}{c_H + 1/M} \right]^{-1}. \quad (3.12)$$

Ebenso wie bei laminaren hydrodynamischen Strömungen fällt der Druckverlustkoeffizient bei laminarer MHD-Strömung im Rechteckkanal wie Re^{-1} ab.

3.1.3 Stabilität laminarer Geschwindigkeitsprofile - Übergang zur Turbulenz

Ein wesentlicher Gesichtspunkt bei der Untersuchung magnetohydrodynamischer Strömungen ist der Einfluß des magnetischen Feldes auf die hydrodynamische Stabilität. Hartmann und Lazarus (1937) beobachten in ihrem Experiment eine laminarisierende Wirkung des Magnetfeldes. Lock (1955) ermittelt die kritische Reynolds-Zahl Re_{krit} der Hartmann-Strömung durch Lösung der Orr-Sommerfeld-Gleichung. Für große Hartmann-Zahlen ($M > 20$) ergibt sich die folgende lineare Abhängigkeit:

$$Re_{krit} = 5 \cdot 10^4 M. \quad (3.13)$$

Brouillette und Lykoudis (1967) bestätigen zwar die lineare Abhängigkeit der kritischen Reynolds-Zahl von der Hartmann-Zahl in einem Experiment, der von diesen Autoren angegebene Koeffizient ist jedoch erheblich kleiner:

$$\frac{Re_{krit}}{M} = 225. \quad (3.14)$$

Branover (1978) stellt die Turbulenzuntersuchungen in Kreis- und Rechteckrohren verschiedener Autoren zusammen. Aus diesen leitet er eine obere und eine untere Grenze für den laminar-turbulenten Umschlagspunkt ab:

$$laminar : Re < 130M, \quad (3.15)$$

$$turbulent : Re > 215M. \quad (3.16)$$

Der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung wird durch die nichtlinearen Trägheitskräfte bestimmt. Diese wachsen mit der Größe des lokalen Geschwindigkeitsgradienten und der lokalen Strömungsgeschwindigkeit an. Durch künstliche Erzeugung von Übergeschwindigkeiten und den damit verbundenen Scherschichten kann der Übergang zu

einem turbulenten Strömungszustand auch bei kleineren mittleren Kanalgeschwindigkeiten erreicht werden. Neben der Einbringung mechanischer Störungen durch sogenannte Turbulenzpromotoren ist bei MHD-Strömungen zusätzlich die Möglichkeit gegeben, durch geeignete Wahl der elektrischen Randbedingungen das laminare Grundströmungsprofil zu beeinflussen.

Bei der in dieser Arbeit behandelten MHD-Strömung im Rechteckkanal treten an den Rändern des Seitenwandjets Scherschichten mit erheblichen Geschwindigkeitsgradienten auf. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird der Bereich von der Maximalgeschwindigkeit in der Seitenschicht bis zur Seitenwand als Wand-Scherschicht, der Bereich des Geschwindigkeitsabfalls zur Kernströmung als Innen-Scherschicht bezeichnet (vgl. Abbildung 3.1 c)). Bei Erhöhung der Stärke des angelegten Magnetfeldes nimmt im laminaren Strömungsprofil die Geschwindigkeit in der Seitenschicht mit der Wurzel der Hartmann-Zahl zu, ihre Dicke dagegen in gleicher Weise ab. Der Einfluß der nichtlinearen Terme bei der Anfachung kleiner Störungen der laminaren Geschwindigkeitsverteilung steigt damit linear mit der Hartmann-Zahl an. Das Magnetfeld besitzt somit neben seinem stabilisierenden Einfluß eine destabilisierende Wirkung durch die Vergrößerung der Geschwindigkeitsgradienten in den Seitenschichten. Nach dem Wendepunktkriterium von Tollmien (1935) ist das Auftreten von Wendepunkten im laminaren Geschwindigkeitsprofil eine hinreichende Bedingung für die Anfachung von Störungen. Nach Abbildung 3.1 c) weist das laminare MHD-Geschwindigkeitsprofil im Bereich der Innen-Scherschicht zwei Wendepunkte auf. Im Bereich des oberen Wendepunktes liegen sowohl größere Geschwindigkeiten als auch Geschwindigkeitsgradienten vor. Es ist daher anzunehmen, daß die Instabilität der Seitenschicht von diesem Punkt ausgeht.

Reed und Picologlou (1989) beobachten, daß die Seitenschichten in der von ihnen untersuchten, eingelaufenen Strömung im Rechteckkanal ($c_H = c_S = 0.07$) oberhalb einer kritischen Reynolds-Zahl instabil werden. Für die von ihnen untersuchten Hartmann-Zahlen $2700 < M < 5400$ liegt diese im Bereich $2650 < Re_{krit} < 5100$. Die Kernströmung bleibt bei diesen hohen Hartmann-Zahlen auch für überkritische Reynolds-Zahlen laminar.

Ting, Walker, Reed und Picologlou (1991) führen als erste eine lineare Stabilitätsanalyse der aus einer asymptotischen Lösung gewonnenen, laminaren Geschwindigkeitsprofile durch. Für die von Reed und Picologlou (1989) beschriebene Geometrie ergibt sich hieraus eine von der Hartmann-Zahl unabhängige, kritische Reynolds-Zahl von $Re_{krit} = 313$. Diese liegt deutlich unterhalb der von Reed und Picologlou (1989) experimentell ermittelten Werte.

Die Ähnlichkeit der laminaren Geschwindigkeitsprofile ermöglicht die Übertragung von Ergebnissen auf Rechteckkanäle mit anderen Aspekt- und Wandleitverhältnissen. Die Übertragungsformel für die kritische Reynolds-Zahl lautet nach Ting et al. (1991):

$$Re_{krit,2} = \frac{(K c_H / c_S)_1}{(K c_H / c_S)_2} Re_{krit,1} \quad (3.17)$$

$$K = \left(1 + c_H + \frac{c_H}{3bc_S} \right)^{-1}.$$

b ist das Verhältnis der Breite (senkrecht zur Magnetfeldrichtung) zur Höhe (parallel zur Magnetfeldrichtung) des Querschnitts. Die von Ting et al. (1991) gefundene Lösung liefert die Bezugsgrößen $Re_{krit,1} = 313$ und $(K c_H / c_S)_1 = 0.7126$.

3.1.4 Turbulente MHD-Strömungen

Im vorhergehenden Abschnitt wurde deutlich, daß die Turbulenz im Rechteckkanal mit elektrisch leitenden Kanalwänden durch die Instabilität der Seitenschichten generiert werden kann. Die erste Arbeit, die sich detailliert mit diesem Themengebiet auseinandersetzt, ist die bereits erwähnte von Reed und Picologlou (1989). In einem Kanal mit rechteckförmigem Querschnitt und identischen Wandleitverhältnissen $c_H = c_S = 0.07$ der Hartmann- und Seitenwände wird die Strömung im Bereich $2900 < M < 5400$ und $540 < N < 1.26 \cdot 10^5$ untersucht. Eine in der Mittelebene senkrecht zum Magnetfeld und senkrecht zur Strömungsrichtung traversierbare Potentialsonde liefert die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit in axialer Richtung sowie deren Fluktuationen. Durch Verschieben der Teststrecke in axialer Richtung kann die Probe in verschiedenen Abständen vom Eintritt in den Magnet positioniert werden. Die Ergebnisse geben ein umfassendes Bild, sowohl von der Entwicklung der Turbulenz als auch von der ausgebildeten Strömung. Die wesentlichen Punkte sind nachfolgend aufgeführt.

- Der zeitliche Verlauf der lokalen Geschwindigkeit im Jet zeigt isolierte Wirbel hoher Intensität. Wobei u' die Größenordnung von \bar{u} annimmt.
- Für $N = 2900$ und $M = 5300$ wird das laminare Profil nach spätestens 15 charakteristischen Längen instabil.
- Die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofile sind bereits nach wenigen charakteristischen Längen vom Einsatzpunkt der Instabilitäten an voll entwickelt. Die Zeitsignale an weiteren Positionen stromab zeigen jedoch, daß der Entwicklungsprozeß erst nach ca. 20 weiteren charakteristischen Längen abgeschlossen ist.
- Es bilden sich periodische Wirbelmuster mit einem ausgeprägten breitbandigen Frequenzbereich aus.
- Die turbulenten Fluktuationen bleiben auf die Seitenschichten begrenzt, die Strömung im Kanalmittenbereich bleibt laminar.
- Die Dicke der turbulenten Seitenschicht δ_S ist von der Größenordnung $a/N^{1/3}$.
- Das Einsetzen der Turbulenz ist weitgehend unabhängig von der Hartmann-Zahl. Die weitere Entwicklung des Strömungsprofils und damit die turbulenten Transporteigenschaften sind dagegen wesentlich von der Stärke des Magnetfeldes abhängig.

Mit den oben angeführten Beobachtungen von Reed und Picologlou (1989) lassen sich vorab bedeutende Vorstellungen über die turbulente Strömung im Rechteckkanal entwickeln. Abbildung 3.2 zeigt die zu erwartende Entwicklung der Wirbelstrukturen vom laminaren Geschwindigkeitsprofil zu einem turbulenten Strömungszustand.

Beim Einsetzen von Störungen in der Inneren-Scherschicht bilden sich entlang der Seitenwände, stromab des Entstehungsortes der Fluktuationen, turbulente Seitenschichten aus. Die Entwicklung der turbulenten Strömung kann in zwei Bereiche aufgeteilt werden. Im ersten Bereich vollzieht sich während einer Länge l_E die Entwicklung der in Kanalmitte induzierten Störungen zu sich in Magnetfeldrichtung ausdehnenden Wirbelgebieten, ohne daß diese durch die Wandgrenzschichten und die Leitfähigkeit der Kanalwände beeinflusst werden. Von besonderem Interesse sind hierbei die Wachstumsgeschwindigkeiten der Wirbel in Magnetfeldrichtung und senkrecht dazu. Im anschließenden zweiten Bereich reichen

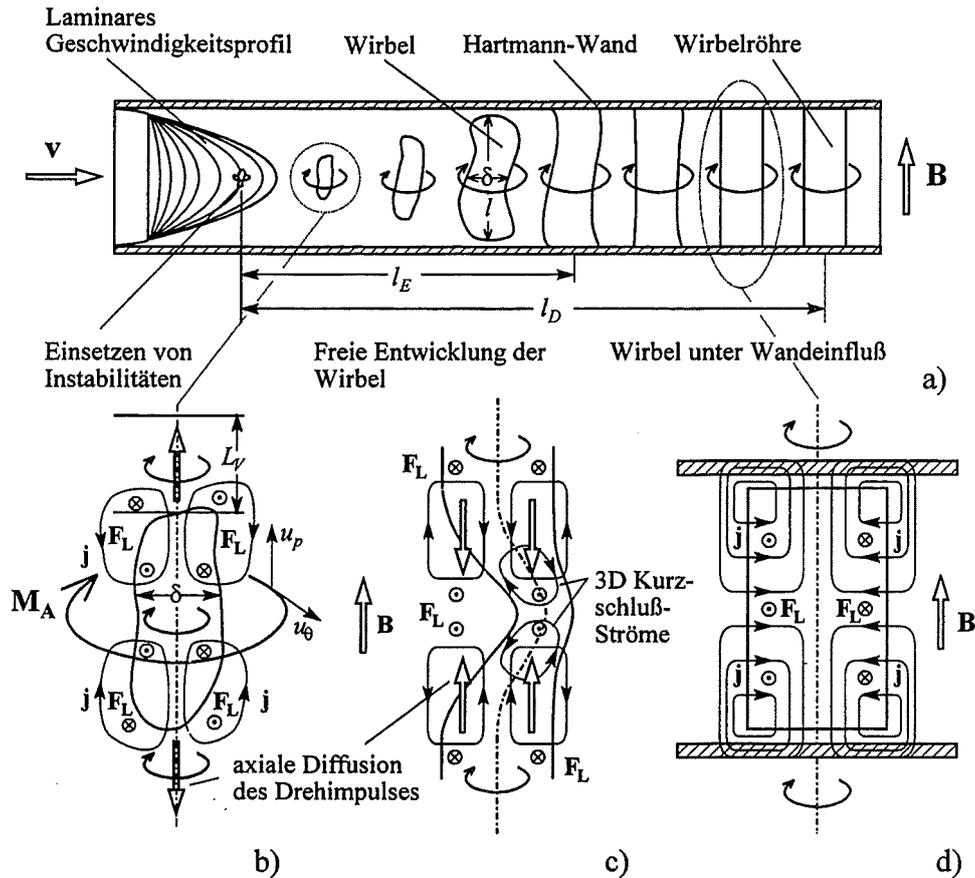


Abbildung 3.2: Turbulente MHD-Strömung im Rechteckkanal mit elektrisch leitenden Wänden: a) Entwicklung kleiner Störungen unter dem Einfluß eines transversalen Magnetfeldes zu einem ausgebildeten turbulenten Strömungszustand. b) Wirbelwachstum in Magnetfeldrichtung durch axiale Diffusion des Drehimpulses. c) Dämpfung dreidimensionaler Störungen eines Wirbels. d) Dämpfung einer zweidimensionalen Wirbelröhre durch Stromschlüsse an den Hartmann-Wänden.

die Wirbel bis in den Einflußbereich der Hartmann-Wände und erfahren dann durch Stromschlüsse über das Wandmaterial eine zusätzliche Joulsche Dämpfung. Im weiteren erfolgt die Entwicklung der Strömung hin zu einem ausgebildeten, turbulenten Strömungsprofil mit kohärenten Wirbelstrukturen. Stromab der Lauflänge l_D hängen alle statistischen Strömungsgrößen nicht mehr von der Lauflänge ab.

Bleiben die Wirbel innerhalb der Scherschicht des Jets, so erfolgt eine permanente Anfachung der Turbulenzstrukturen durch die Scherschicht. Dieser Anfachung durch Energieübertragung aus der Scherschicht ist die Joulsche Dämpfung überlagert.

Verlassen die Wirbel die Seitenschicht, so entwickeln sich die Strukturen im Strömungskern frei von Scherkräften. Es stellt sich dann die Frage nach der Zerfallszeit dieser Wirbel sowohl mit als auch ohne Dämpfung durch die Hartmann-Schichten. Dominieren die nichtlinearen Trägheitsterme der Impulsgleichung auch im Strömungskern das Geschehen, so kann ein turbulenter Strömungszustand aufrechterhalten werden.

Bei ihrer Entstehung und während des Anwachsens in Magnetfeldrichtung sind die Wirbel stets dreidimensional. Nach Erreichen der Hartmann-Wände und nach dem Ausgleich der Geschwindigkeitsunterschiede in Richtung des Magnetfeldes liegt am Ende der Entwick-

lungslänge l_D ein quasi zweidimensionaler turbulenter Strömungszustand vor. Es stellt sich jedoch in allen Strömungsbereichen die Frage nach der Stabilität zweidimensionaler Turbulenzstrukturen gegenüber dreidimensionalen Störungen.

Es sind nun die wesentlichen Vorstellungen und Fragen zur Ausbildung und Struktur der Turbulenz vorgetragen, auf welche in der nachfolgende Literaturübersicht, erweitert durch zusätzliche Überlegungen, eingegangen wird.

In turbulenten Kanalströmungen steht eine kontinuierliche Neugenerierung turbulenter kinetischer Energie in Scherschichten im Gleichgewicht mit jouscher und viskoser Dissipation. Eine präzise Vorstellung der Wechselwirkung elektrodynamischer Kräfte mit turbulenten Wirbelstrukturen erschließt sich anhand einfacher Überlegungen an isolierten Wirbelstrukturen ohne Überlagerung einer Grundströmung.

Sommeria und Moreau (1982) beschreiben bei Vernachlässigung viskoser Kräfte die Streckung der Wirbel in Magnetfeldrichtung als Diffusion der Wirbelstärke $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}$ entlang magnetischer Feldlinien. Dieser Vorgang entspricht der Ausbreitung von Alfvén-Wellen im Bereich kleiner magnetischer Reynolds-Zahlen. Abhängig von der magnetfeldsenkrechten Längenabmessung l_{\perp} des Wirbels wird die Diffusion durch die Diffusivität $\alpha = \sigma B^2 l_{\perp}^2 / \rho$ gesteuert. Der Ausgleich von Geschwindigkeitsunterschieden zwischen zwei zum Magnetfeld senkrechten Ebenen im Abstand d vollzieht sich während der Zeitspanne

$$t_d \cong (\rho / \sigma B^2) d^2 / l^2. \quad (3.18)$$

Davidson (1995) beschreibt mit der Beschränkung auf hohe Reynolds- und kleine magnetische Reynolds-Zahlen das Verhalten eines einzelnen Wirbels in einem unendlich ausgedehnten Fluidbereich. Er leitet drei allgemeingültige Prinzipien ab, denen die Entwicklung der Geschwindigkeitsverteilung gehorcht:

- Die Lorenz-Kräfte reduzieren die kinetische Energie des Wirbels, der Drehimpuls des Wirbels in Richtung des Magnetfeldes bleibt dagegen erhalten.
- Die Lorenz-Kräfte bilden die Geschwindigkeitsverteilung dergestalt um, daß die globale Jousche Dissipation D stetig abnimmt. Diese Dissipationsminderung vollzieht sich rascher als die Abnahme der globalen kinetischen Energie E .
- Die stetige Abnahme der relativen Dissipation D/E ist eine Voraussetzung für die Erhaltung des Drehimpulses. Sie wird dadurch erreicht, daß der Drehimpuls entlang magnetischer Feldlinien transportiert wird.

Diese Mechanismen führen zu einer Streckung der Wirbelstruktur in Magnetfeldrichtung. Sie bewirken so die Entwicklung zweidimensionaler Turbulenz. Abbildung 3.2 b) veranschaulicht dies anhand der Stromdichteverteilung über eine rotationssymmetrische Wirbelstruktur. Die Drehbewegung des Wirbels induziert eine radiale Potentialdifferenz. Diese treibt über den Wirbel elektrische Ströme an, die sich im relativ zur Drehbewegung ruhenden Medium schließen. Die Lorenz-Kraft ist im Wirbel der Drehrichtung entgegengerichtet, bremst diesen damit ab. Außerhalb des Wirbels, insbesondere an der Ober- und Unterseite, beschleunigen die Lorenzkräfte das ruhende Fluid, wodurch der Wirbel in axialer Richtung anwächst. Der Transport des Drehimpulses vom Wirbelkern in die axialen Randbereiche erfolgt damit durch die elektrischen Ströme.

Davidson (1995) kann bei einem rotationssymmetrischen Wirbel das Geschwindigkeitsfeld in eine azimuthale Geschwindigkeitskomponente u_{Θ} und eine axiale (poloidale) Strömungskomponente u_p zerlegt werden (vgl. Abbildung 3.2 b)). Den elektrodynamischen Kräften im

Bereich außerhalb der Wirbel sind im wesentlichen die Trägheitskräfte des Fluides entgegengerichtet. Aus der Eulergleichung der azimuthalen Geschwindigkeitskomponente erhält man als charakteristische Zeitskala τ für die axiale Diffusion des Drehimpulses bei der hier verwendeten Skalierung:

$$\tau = \frac{\rho}{\sigma B^2}. \quad (3.19)$$

Davidson gibt als Zeitskala für die Diffusion eines Wirbels mit dem axialen Durchmesser δ über die Länge L_V den Wert

$$t = \tau \left(\frac{L_V}{\delta} \right)^2 \quad (3.20)$$

an.

Dieses Ergebnis stimmt mit der von Sommeria und Moreau (1982) gefundenen Beziehung (Gleichung 3.18) überein.

Aus den Eulergleichungen der azimuthalen und axialen Geschwindigkeitskomponenten können Energiegleichungen formuliert werden. Aus diesen wird ersichtlich, daß die Lorenzkkräfte die axialen Bewegungen wesentlich stärker dämpfen als die azimuthalen. Mit der charakteristischen Zeitskala t_p der axialen Geschwindigkeitskomponente ergeben sich nach Davidson (1995) die zeitlichen Änderungen der azimuthalen und der axialen kinetischen Energie E_Θ und E_p zu

$$\frac{dE_\Theta}{dt} \approx \pm \frac{E_\Theta}{t_p} - \frac{E_\Theta}{\tau} \left(\frac{\delta}{l} \right)^2 \quad (3.21)$$

$$\frac{dE_p}{dt} \approx \mp \frac{E_\Theta}{t_p} - \frac{E_p}{\tau}. \quad (3.22)$$

Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichungen 3.21 und 3.22 beschreibt den Energieaustausch zwischen azimuthaler und axialer Bewegung. Die Lorenz-Kräfte verringern die axiale kinetische Energie in Gleichung 3.22 mit E_p/τ . Erfolgt der Energietransport von der Wirbelbewegung auf einer längeren Zeitskala ($1/t_p \ll 1/\tau$), so fällt die axiale kinetische Energie wie folgt ab:

$$E_p \sim E_p(0) \cdot e^{-t/\tau}. \quad (3.23)$$

In die Dissipation der azimuthalen kinetischen Energie geht das Aspectverhältnis des Wirbels in Magnetfeldrichtung δ/l ein (vgl. Abbildung 3.2 a)). Die Joulsche Dissipation der Drehbewegung senkrecht zur Magnetfeldrichtung kann demnach durch Streckung der Wirbel in Magnetfeldrichtung vermindert werden.

Mit diesen Aussagen kann auch die Entwicklung der Strömung nach einer Störung der zweidimensionalen Wirbelstruktur beschrieben werden. Abbildung 3.2 c) zeigt einen in Magnetfeldrichtung orientierten Wirbel, mit einer Störung in Form einer Auslenkung. Im Bereich der Auslenkung liegen nun Komponenten der Wirbelstärke senkrecht zum Magnetfeld vor. Kurzschlußströme über die Wirbel dissipieren diese Anteile auf der Zeitskala τ . Der dadurch entstandene Defekt an Wirbelstärke in Magnetfeldrichtung wird auf der Zeitskala $\tau (l/\delta)^2$ durch Diffusion von Wirbelstärke in Magnetfeldrichtung ausgeglichen. Es entsteht so wieder eine vornehmlich in Magnetfeldrichtung ausgerichtete Wirbelstruktur. Die Erhaltung des Drehimpulses definiert eine untere Grenze der kinetischen Energie. Davidson leitet daraus die Entwicklung der radialen Geschwindigkeitsverteilung hin zu einer Starrkörperrotation ab. Bei fest vorgegebenem Drehimpuls ergibt diese die geringste Joulsche Dissipation.

In einer perfekt zweidimensionalen Strömung in der Ebene senkrecht zum angelegten Magnetfeld ergeben sich keine Schließungsmöglichkeiten für die durch die Drehbewegung induzierten elektrischen Ströme. Die Stromdichte im Fluid verschwindet, und es treten keinerlei Lorenzkraften in der Impulsbilanz auf, womit eine rein hydrodynamische Strömung vorliegt. Dieser Zusammenhang wurde bereits in Abschnitt 2.2.4 anhand Gleichung 2.27 deutlich. Man kann sich die Turbulenzwirbel in solch einer Strömung als in axialer Richtung unendlich ausgedehnte Wirbelröhren vorstellen, deren Drehachsen in Richtung des Magnetfeldes orientiert sind. In realen Strömungen ist der Fluidbereich immer begrenzt. Die Erfüllung der Haftbedingung an den magnetfeldsenkrechten Hartmann-Wänden im zweiten Bereich erzwingt eine Änderung der Geschwindigkeitsverteilung in Magnetfeldrichtung. Wie in Abschnitt 3.1.2 gezeigt, besitzen die Hartmann-Schichten lediglich einen Einflußbereich der Größenordnung $1/M$. Im Strömungskern kann daher nachwievor ein zweidimensionaler Strömungszustand aufrechterhalten werden. Abbildung 3.2 d) zeigt die Stromdichte und Geschwindigkeitsverteilung einer durch Hartmannwände begrenzten Wirbelröhre. Der Einfluß der Seitenwände bleibt weiterhin unberücksichtigt.

Liegt eine rotationssymmetrische Geschwindigkeitsverteilung vor, so wird um den gesamten Umfang verteilt dieselbe radiale Potentialdifferenz zwischen Wirbelkern und Außenbereich induziert. Mit der Annahme zweidimensionaler Strömung im Strömungskern variiert diese auch nicht mit der Höhe. In den Hartmann-Schichten führen die geringeren Geschwindigkeiten zu kleineren radialen Potentialdifferenzen, so daß Ströme entlang dieses Potentialgefälles fließen. Sind die Hartmann-Wände zudem elektrisch leitend, so bieten diese eine zusätzliche Schließungsmöglichkeit für die im Kern induzierten Ströme.

Im Wirbelkern wirken die Lorenz-Kräfte der Drehbewegung entgegen und dämpfen dadurch die Wirbelstärke. In den Hartmann-Schichten treiben die Lorenz-Kräfte die Strömung an. Dies führt ebenso wie bei laminaren Kanalströmungen zu sehr dünnen Hartmann-Schichten. Für große Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter kann die Geschwindigkeitsverteilung in Magnetfeldrichtung durch eine Formfunktion erfaßt werden. Unter Berücksichtigung der Dünne-Wand-Approximation (Gleichung 2.44) wird die Geschwindigkeitsverteilung im Strömungskern nach analytischer Integration in Magnetfeldrichtung durch eine Transportgleichung für die Wirbelstärke in Magnetfeldrichtung ω_B in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld beschreibbar (Bühler (1996)). Der Einfluß des Magnetfeldes tritt in dieser Gleichung als ein linearer Dämpfungsterm auf. Aus der Herleitung der Gleichung ergibt sich der dimensionslose Ähnlichkeitsparameter τ , in dem sämtliche Einflußgrößen der magnetischen Dämpfung zusammengefaßt sind:

$$\tau = \left(\frac{N}{M} + \frac{c_H N}{1 + c_H} \right)^{-1}. \quad (3.24)$$

Dieser stellt eine charakteristische Zeitskala für die Dämpfung der Wirbelstärke durch Joulesche Dissipation an und in den Hartmann-Wänden dar. Bei der hier behandelten Instabilität der Seitenschicht beschreibt diese Zeitskala die Lebensdauer eines Wirbels, der die Scherschicht des Seitenwand-Jets verlassen hat und im Strömungskern ohne Antrieb durch Scherkräfte dissipiert.

Die bislang angeführten Modelle liefern einen Einblick in die Vorgänge in unterschiedlichen Bereichen der Turbulenzentwicklung. Die nichtlinearen Terme der Impulsgleichung wurden hierbei immer als vernachlässigbar klein angesehen ($N \gg 1$): Damit ergibt sich eine deterministische Entwicklung in der Zeit, hin zu zweidimensionalen Wirbeln. Gewinnen die nichtlinearen Terme an Bedeutung ($N \ll 1$), so verlieren die zweidimensionalen Strukturen ihre Stabilität, und es stellt sich ein Trend zu isotroper MHD-Turbulenz ein. Dieser

ist nach den obigen Überlegungen durch eine höhere Dissipation der der Grundströmung entnommenen, turbulenten kinetischen Energie gekennzeichnet.

Diese Überlegungen führen zu der Frage nach den Druckverlusten in turbulenten MHD-Kanalströmungen. Druckverluste turbulenter MHD-Kanalströmungen wurden von verschiedenen Autoren untersucht. Zusammenfassungen der wichtigsten Arbeiten finden sich in Branover (1978), Tsinober (1989) und Moreau (1990).

In dreidimensionalen hydrodynamischen Strömungen entziehen die großen Turbulenzwirbel der Grundströmung kinetische Energie. Beim Verlust ihrer Stabilität zerfallen die großen Wirbel in einem Kaskadenprozess zu immer kleineren Wirbeln die schließlich durch viskose Reibung dissipiert werden. Die viskose Dissipation isotroper Turbulenzstrukturen ergibt in hydrodynamischen Strömungen erhebliche zusätzliche Druckverluste, die bei der Auslegung eines Strömungskanals berücksichtigt werden müssen. Der Mechanismus des dreidimensionalen Wirbelzerfalls tritt in zweidimensionalen Strömungen naturgemäß nicht auf, so daß großräumige Wirbelstrukturen eine hohe Stabilität besitzen. Die Dissipation turbulenter kinetischer Energie und der mit ihr verbundene Druckverlust ist daher in zweidimensionalen hydrodynamischen Strömung bei gleichem Turbulenzgrad geringer.

Der Druckverlust laminarer MHD-Strömungen ist im wesentlichen durch elektrodynamische Kräfte bestimmt. Die Frage, ob eine turbulente Strömung zu einer Erhöhung des Druckverlustes führt, ist von der Größe der Joulschen Dissipation der Turbulenzwirbel im Vergleich zur Dissipation der laminaren Grundströmung abhängig. Dreidimensionale Turbulenzstrukturen unterliegen in MHD-Strömungen bedingt durch die Dämpfung der senkrecht zum Magnetfeld stehenden Wirbelkomponenten einer starken Dissipation. Bei in Magnetfeldrichtung orientierten, zweidimensionalen Wirbelstrukturen die durch Hartmann-Wände begrenzt sind, erfolgt eine Dissipation turbulenter kinetischer Energie ausschließlich durch Stromschlüsse in den Hartmann-Schichten und der Hartmann-Wand. Für dünne Hartmann-Wände bleibt diese weit unterhalb der Dissipation von zum Magnetfeld senkrecht verlaufenden Wirbelkomponenten. Dies läßt eine Vergrößerung des Druckverlustes bei einer Zunahme des Isotropiecharakters der Strömung erwarten.

Bleiben die Anteile des Druckverlustes durch Joulsche Dissipation der Turbulenzenergie gering, so hat dies eine wichtige Bedeutung für die Auslegung eines Fusionsblankets. Die prinzipielle Verbesserung des Transports passiver Zustandsgrößen wie Temperatur oder eine Spezieskonzentration durch Turbulenzerzeugung verursacht keine wesentlich höheren Druckverluste im Vergleich zu den bereits existierenden Verlusten der laminaren MHD-Strömung.

Anhand der Leistungsdichtespektren (vgl. Abschnitt 2.2.6.3) des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes kann gezeigt werden, auf welche Frequenzbereiche sich die turbulente kinetische Energie der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen verteilt. In Abbildung 3.3 sind die aus der Literatur bekannten Gesetzmäßigkeiten der Spektren für isotrope und zweidimensionale Turbulenz schematisch dargestellt.

Für hydrodynamische, isotrope Turbulenz gibt Batchelor (1956) zwei charakteristische Bereiche des Leistungsdichtespektrums der turbulenten kinetischen Energie an. Im Inertialbereich erfolgt der Wirbelzerfall zu kleineren Skalen, ohne daß diese eine merkliche Dissipation erfahren. Die turbulente kinetische Energie fällt daher schwach mit $k^{-5/3}$ ab. Nach Hinze (1975) tritt dieser Bereich nur für große Reynolds-Zahlen $Re \geq 10^6$ auf. Für größere Wellenzahlen k schließt sich an den Inertialbereich der Dissipationsbereich an. In diesem werden die Turbulenzwirbel durch viskose Reibung dissipiert, das turbulente Energiespektrum fällt daher stark mit k^{-7} ab.

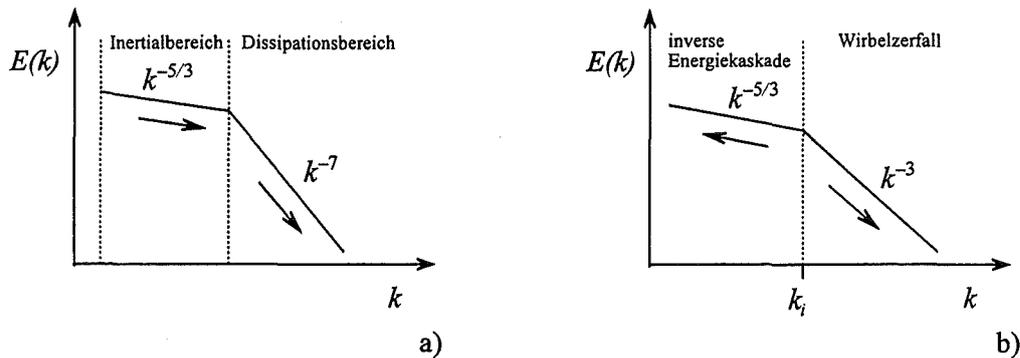


Abbildung 3.3: Theoretische Leistungsdichtespektren $E(k)$ der turbulenten kinetischen Energie. a) Isotrope dreidimensionale Turbulenz. b) Zweidimensionale Turbulenz.

Kraichnan (1967) beschreibt zwei charakteristische Bereiche im Leistungsdichtespektrum der turbulenten kinetischen Energie zweidimensionaler hydrodynamischer Turbulenz. Dem turbulenten Geschwindigkeitsfeld wird Energie bei der Wellenzahl k_i zugeführt. Für größere Wellenzahlen ($k > k_i$) fällt das Energiespektrum dann mit k^{-3} ab. Für kleinere Wellenzahlen, als die mit der der Strömung Energie zugeführt wird ($k < k_i$), steigt das turbulente Energiespektrum mit $k^{-5/3}$ an. Dies zeigt, daß in zwiedimensionalen Strömungen ein Transport turbulenter kinetischer Energie von kleineren zu größeren Skalen erfolgt. Dieser Effekt wird als inverse Energiekaskade bezeichnet. Beide Bereiche des Spektrums können gleichzeitig auftreten.

Für zweidimensionale MHD-Strömungen, bei denen eine Dämpfung der Geschwindigkeitsfluktuationen in den Hartmann-Wänden erfolgt, ist bislang keine Theorie formuliert.

Die Anisotropie magnetohydrodynamischer Turbulenz wurde durch Platnieks (1972) sowie von Kolesnikov und Tsinober (1972a) in Experimenten nachgewiesen. Platnieks (1972) mißt Raumkorrelationen zweier Hitzdrahtanemometer. Es zeigt sich, daß der Korrelationskoeffizient in Magnetfeldrichtung mit wachsendem Magnetfeld gegen den Wert Eins strebt. In den übrigen Richtungen wurden wesentlich kleinere Korrelationen gemessen. Kolesnikov und Tsinober (1972a) untersuchen den Stofftransport in einer durch magnetfeldparallele Zylinder angeregten, turbulenten Strömung. Es zeigt sich, daß der Massentransport bei starkem Magnetfeld auf eine magnetfeldsenkrechte Ebene beschränkt bleibt. In hydrodynamischer Strömung erfolgt eine Gleichverteilung der Substanz in alle Richtungen.

Die Messung von Geschwindigkeitsfluktuationen ermöglicht die Bestimmung von Leistungsdichtespektren zweidimensionaler Turbulenz. Kolesnikov und Tsinober (1972b) ermitteln diese hinter einem durch in Magnetfeldrichtung orientierte Stäbe gebildeten Gitter sowie hinter einem einzelnen Zylinder gleicher Orientierung. Tsinober (1975) untersucht einen isolierten Rechteckkanal. Die Spektren können durch ein k^{-3} Gesetz für hohe Frequenzen und durch Bereiche mit $k^{-5/3}$ für kleinere Frequenzen beschrieben werden.

3.2 Konvektiv-diffusiver Wärmetransport

3.2.1 Grundlegende Betrachtungen

Die Beschreibung des Wärmetransportes in Kanalströmungen kann bei Wärmeeintrag über die Kanalwand in zwei Bereiche unterteilt werden. Im ersten Abschnitt der beheizten Län-

ge bleibt die Erwärmung des Fluides auf den Bereich der beheizten Wand begrenzt. Der Wärmetransport besitzt damit Grenzschichtcharakter. Die meisten, technisch relevanten Fragestellungen liegen in diesem Bereich der thermischen Anlaufströmung. Erfassen die thermischen Grenzschichten den gesamten Kanalquerschnitt, so geht die Strömung in einen thermisch ausgebildeten Zustand über. Als thermisch ausgebildet kann eine Strömung dann bezeichnet werden, wenn die Differenz zwischen einer beliebigen Temperatur im Kanalquerschnitt und der mittleren Fluidtemperatur unabhängig von der Lauflänge einen konstanten Wert einnimmt.

In dieser Arbeit wird die Entwicklung der thermischen Anlaufströmung einer MHD-Strömung im Rechteckkanal mit elektrisch schwach leitenden Kanalwänden untersucht. Der Wärmeeintrag in das Fluid eines konstanten Wandwärmestroms q erfolgt über eine Seitenwand, so daß der Ausbildung der thermischen Grenzschicht im allgemeinen die Entwicklung der turbulenten Seitenschicht überlagert ist (vgl. Abbildung 1.3).

Bei einem Fusionsblanket sowie bei den meisten anderen technischen Anwendungen ist einem Kühlkanal ein fest vorgegebener Wärmestrom aufgeprägt. Die Wandtemperatur stellt sich entsprechend dem Kühlmittelmassenstrom ein. Ziel einer technischen Auslegung eines Kühlkanals ist daher, die Strömung im Kanal so zu gestalten, daß die Wandtemperaturen einen durch die Werkstoffeigenschaften begrenzten Wert nicht überschreiten. Grundsätzlich können die Temperaturen im Kanal bei konstantem Volumenstrom \dot{V} durch eine Verringerung des Strömungsquerschnitts gesenkt werden. Man erkaufte sich dies allerdings mit erheblich höheren Druckverlusten Δp . Ist die Geometrie des Kühlkanales festgelegt, so bietet die Erzeugung turbulenter Strömungsstrukturen eine Möglichkeit zur Verbesserung des Wärmetransportes bei unverändertem Massenstrom. Durch Dissipation der turbulenten kinetischen Energie ist dies jedoch ebenfalls mit zusätzlichen Druckverlusten verbunden. Die Optimierungsaufgabe besteht demnach darin, unter Senkung der Strömungsleistung

$$P_S = \dot{V} \cdot \Delta p \quad (3.25)$$

die Temperatur in den durch die Auslegung geforderten, zulässigen Grenzen zu halten. Zur Beschreibung des Wärmetransportes in hydrodynamischen Kanalströmungen existieren zahlreiche Lösungsansätze und Auslegungsbeziehungen (vgl. Jischa (1982), VDI (1984)). Die für hydrodynamische Strömungen gewonnenen Lösungen lassen sich jedoch nur bedingt auf den Wärmetransport in MHD-Strömungen übertragen. Ursache hierfür sind nicht nur die stark veränderten Geschwindigkeitsprofile, sondern auch der verzögerte Übergang zur Turbulenz sowie deren andersartige Struktur.

Der Wärmeübergang an Kanalwänden wird oft anhand der Nusselt-Zahl

$$Nu = \frac{q_w \cdot h}{\lambda (T_W - T_m)} \quad (3.26)$$

charakterisiert. Diese wird mit den dimensionsbehafteten Größen des Wandwärmestroms q_w , der Kanalhöhe h , der Wärmeleitfähigkeit λ sowie der Wandtemperatur T_W und der mittleren Fluidtemperatur T_m gebildet. Nach Einführung der Skalierung nach Gleichung 2.10 erhält man

$$Nu = \frac{2}{T_W - T_m}, \quad (3.27)$$

ausgedrückt mit den nun dimensionslosen Temperaturen. Die Nusselt-Zahl ist ein Maß für den Anteil des konvektiven Wärmetransports im Vergleich zur gesamten Wärmeübertragung an der Wand. Ein hoher Wert bedeutet daher eine hohe Kühleffektivität.

Für große Péclet-Zahlen kann der diffusive Anteil des Wärmetransports in axialer Richtung vernachlässigt werden. Bei ausgebildeter hydraulischer Strömung sind dann die Einflüsse von axialer Lauflänge und Strömungsgeschwindigkeit korreliert. Bei Verwendung der reskalierten, axialen Koordinate

$$\zeta = x/Pe \quad (3.28)$$

können daher Ergebnisse verschiedener Experimente miteinander verglichen werden.

3.2.2 Laminarer Wärmetransport in MHD-Strömungen

Für Strömungen mit Grenzschichtcharakter kann nach Jischa (1982) das Verhältnis der Dicken von Temperatur- und Strömungsgrenzschicht (δ_T und δ_S) abgeschätzt werden:

$$\frac{\delta_T}{\delta_S} = \frac{1}{\sqrt{Pr}}. \quad (3.29)$$

Für flüssige Metalle erhält man sehr kleine Prandtl-Zahlen der Größenordnung $Pr \approx 10^{-3} - 10^{-2}$. Die Dicke der Strömungsgrenzschicht einer Flüssigmetallströmung ist damit erheblich geringer als die Dicke der Temperaturgrenzschicht. Ihr Einfluß auf die Wärmeübertragung von der Wand in das Fluid kann daher häufig vernachlässigt werden. Zusammen mit der Vernachlässigung axialer Wärmeleitung führt dies auf eine einfache Beziehung zur Bestimmung der Wandtemperatur in einer MHD-Strömung im Rechteckkanal. Es wird hierzu im gesamten Querschnitt eine konstante Geschwindigkeit angenommen. Diese Annahme wird auch als Kolbenströmung bezeichnet. Bei Beheizung einer Kanalwand mit einem konstanten Wandwärmestrom kann der Bereich einer sich entwickelnden, thermischen Grenzschicht durch eine für die halbunendliche Platte gewonnene Lösung ausgedrückt werden. Nach dieser steigt die Wandtemperatur mit der Wurzel der axialen reskalierten Koordinate ζ nach Gleichung 3.28

$$T_W = 2\sqrt{\frac{\zeta}{\pi}}. \quad (3.30)$$

Eine analytische Lösung des Wärmetransports in einer thermisch ausgebildeten MHD-Strömung im isolierten Rechteckkanal wurde von Gardner (1968) formuliert. Das Buch von Blums, Mikhailov und Ozols (1987) gibt einen Überblick über den Wärmetransport in laminaren 2D-MHD-Strömungen für verschiedene Kanalgeometrien, elektrische Leitfähigkeiten und thermische Randbedingungen. Der Schwerpunkt liegt dabei in der Behandlung der von der Kolbenströmung im Strömungskern erheblich abweichenden, magnetohydrodynamischen Grenzschichten. Der Wärmetransport in einer MHD-Strömung im Rechteckkanal mit elektrisch leitenden Kanalwänden entzieht sich aufgrund der Komplexität der Geschwindigkeitsverteilung einer analytischen Lösung. Die Generierung von Seitenwandjets durch geeignete Wahl der Wandleitverhältnisse lassen eine Verbesserung des Wärmetransportes gegenüber einer angenommenen Kolbenströmung bei Wärmeabfuhr von der Seitenwand erwarten.

Bühler (1993) berechnet mit einem numerischen Verfahren die Temperaturverteilung in ausgebildeten, laminaren MHD-Strömungen in Kanälen mit kreis- und rechteckförmigen Querschnitten. Neben der Temperaturverteilung bei thermisch ausgebildeter Strömung kann der Verlauf der Wandtemperatur im Bereich sich entwickelnder, thermischer Grenzschichten bestimmt werden. Bei einer Beheizung einer Seitenwand eines Rechteckkanals mit einem konstanten Wandwärmestrom zeigt sich, daß die Bildung eines Seitenwandjets die Nusselt-Zahl in der Mitte der Seitenschicht bei thermisch ausgebildeter Strömung um

bis zu 20% gegenüber der Kolbenströmung verbessern kann. Bedingt durch die parabolische Form der Seitenwandjets ist die Erhöhung der Nusselt-Zahl in den Ecken der beheizten Wand jedoch vernachlässigbar klein, so daß der verbesserte Wärmeübergang in Kanalmitte technisch kaum verwertbar ist.

Eine deutliche Verbesserung des Wärmetransports gegenüber der Kolbenströmung ergibt sich im thermischen Anlaufbereich. Bleibt die Temperaturgrenzschicht auf den Seitenwand-Jet begrenzt, so bewirken die dortigen Übergeschwindigkeiten ein Anwachsen des konvektiven Anteils am Wärmetransport. Reichen die Grenzschichten dagegen weit in die Kernströmung hinein, so verlieren die Seitenschichten ihren Einfluß und es ergeben sich mit einer Kolbenströmung vergleichbare Werte. Für ein Rechteckrohr mit $c_H = c_s = 0.1$ findet Bühler (1993) einen Anstieg der Wandtemperatur mit $\zeta^{1/3}$ im Bereich $0 < \zeta < 10^{-2}$. Im Anschluß daran erfolgt ein Anstieg mit $\zeta^{5/7}$, der ab einer Lauflänge von $\zeta \approx 20$ in den Bereich thermisch ausgebildeter Strömung mit ζ^1 übergeht. Der Anstieg mit $\zeta^{1/3}$ im Anfangsbereich ist von universeller Natur. Er ergibt sich auch aus einer Grenzschichtlösung für die Temperatur in einem linearen Geschwindigkeitsprofil.

Bei einem Fusionsblanket sowie den meisten technischen Anwendungen, bei denen eine Verwendung von Flüssigmetall als Kühlmittel gerechtfertigt ist, treten hohe Wärmeströme ($q > 25 \text{ W/cm}^2$) auf. Trotz der hohen Wärmeleitfähigkeit dieser Kühlmedien erfordert die begrenzte Aufheizspanne hohe Strömungsgeschwindigkeiten und damit große Péclet-Zahlen ($Pe \approx 10^4$). Thermisch ausgebildete Zustände können, wie die Rechnungen von Bühler gezeigt haben, erst nach einer Lauflänge von $\zeta \approx 20$, also erst nach einer Lauflänge von $l_T = Pe \cdot b$ charakteristischen Längen, erreicht werden. Der Wärmetransport im Fusionsblanket ist daher wesentlich durch sich entwickelnde, thermische Grenzschichten geprägt.

3.2.3 Turbulenter Wärmetransport

Bei unveränderter Grundströmung verbessert ein turbulenter Strömungszustand durch zusätzliche turbulente Wärmeströme den Wärmeübergang an beheizten Wänden, sowohl im thermischen Anlaufbereich als auch bei ausgebildeter Strömung.

In den vorherigen Abschnitten wurde deutlich, daß sich mit zunehmender Magnetfeldstärke anisotrope Turbulenzstrukturen ausbilden und sich schließlich ein quasi zweidimensionaler Strömungszustand einstellt. In diesem ist ein Großteil der turbulenten kinetischen Energie auf großräumige Wirbel konzentriert. Eine Dissipation turbulenter kinetischer Energie durch den Zerfall zu kleinen Turbulenzskalen, wie er bei isotroper Turbulenz geschieht, tritt nur in geringem Maße auf.

Die geringe Dissipation turbulenter kinetischer Energie in zweidimensionalen turbulenten Strömungen ermöglicht große turbulente Wärmeströme bei relativ geringen Reynolds-Spannungen. Es erscheint daher aussichtsreich, eine Verbesserung des Wärmeübergangs durch Generierung von Turbulenz zu erzielen, ohne dafür wesentlich höhere Druckverluste in Kauf zu nehmen. Ebenso wirkt sich die Konzentration der turbulenten kinetischen Energie auf großräumige Wirbel positiv auf den Wärmetransport aus. Aufgrund der hohen Wärmeleitfähigkeit flüssiger Metalle zerfließen turbulente Temperaturschwankungen rasch. Ein turbulenter Wärmetransport durch kleinskalige Wirbel ist daher weniger effektiv als durch große Strukturen, die heiße und kalte Fluidballen über große Längen transportieren. Die Struktur des turbulenten Temperaturfeldes kann anhand der Leistungsdichtespektren nach Abschnitt 2.2.6.3 der Temperatursignale beurteilt werden. In Abbildung 3.4 sind die aus der Literatur zu entnehmenden charakteristischen Temperaturspektren für hydrody-

namische isotrope Turbulenz a) und für hydrodynamische, zweidimensionale Turbulenz b) skizziert.

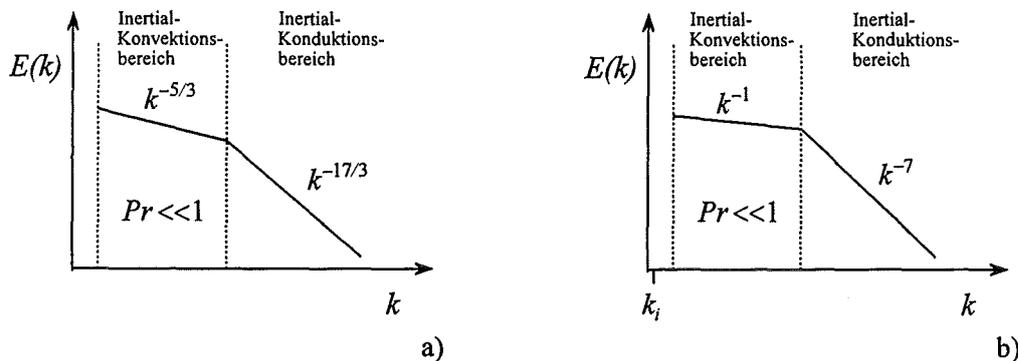


Abbildung 3.4: Theoretische Leistungsdichtespektren $E(k)$ der Temperatur bei kleiner Prandtl-Zahl ($Pr \ll 1$). a) Isotrope dreidimensionale Turbulenz. b) Zweidimensionale Turbulenz.

Nach Batchelor (1959) tritt in Fluiden kleiner Prandtl-Zahl im turbulenten Temperaturspektrum zunächst ein trägheitsbestimmter Konvektionsbereich (Inertial-Konvektionsbereich) auf. In diesem werden heiße Fluidballen schneller von der Strömung bewegt und deformiert als ihre Temperatur diffusiv zerfließt. Das Temperaturspektrum fällt mit $k^{-5/3}$ ab. Für größere Wellenzahlen schließt sich ein Konduktionsbereich (Inertial-Konduktionsbereich) an. Dort werden die turbulenten Temperaturschwankungen hauptsächlich durch molekulare Wärmeleitung gedämpft. Das Spektrum fällt mit $k^{-17/3}$ deutlich steiler ab.

Lesieur und Herring (1985) untersuchen analytisch das Transportverhalten eines passiven Skalars in einer zweidimensionalen turbulenten Strömung. Für kleine Prandtl-Zahlen ($Pr \ll 1$) finden sie für den Inertial-Konvektionsbereich den Abfall -1 sowie -7 im Inertial-Konduktionsbereich. Beide Bereiche befinden sich im k^{-3} Bereich des Geschwindigkeitsspektrums (vgl. Abbildung 3.3 b)).

Der Wärmetransport in turbulenten magnetohydrodynamischen Strömungen ist bisher nur wenig untersucht. Sämtliche nachfolgend aufgeführte Arbeiten stehen in Zusammenhang mit der Entwicklung eines selbstgekühlten Flüssigmetallblankets.

Andreev und Kolesnikov (1994) untersuchen den Wärmeübergang an magnetfeldparallelen Seitenwänden in einem Ringkanal mit rechteckförmigem Querschnitt. Der Strömung wird durch Beheizen der inneren Seitenwand ein konstanter Wärmestrom aufgeprägt, der durch Kühlung der Außenwand wieder abgeführt wird. Neben Messungen bei elektrisch isolierten Wänden wird eine zweidimensionale Turbulenz durch elektrisch leitende Einsätze in eine Hartmann-Wand generiert. Bei genügend großer, konstanter Reynolds-Zahl ergibt sich ein deutlicher Anstieg der Nusselt-Zahlen mit wachsender Stärke des Magnetfeldes. In weiteren Experimenten ermitteln Kolesnikov und Andreev (1994) die Verbesserung des Wärmeübergangs durch Einbringung elektrisch leitender Zylinder, welche senkrecht zum Magnetfeld von der beheizten Innenwand bis in Kanalmitte reichen. Durch diese wird eine großskalige, zweidimensionale Wirbelstruktur induziert, die den Wärmeübergang drastisch verbessert. Bei identischer Antriebsleistung der Strömung ist das Verhältnis von Nusselt-Zahl mit und ohne Zylinder 5.5.

Diese Ergebnisse lassen die Generierung zweidimensionaler Turbulenz im Blanketkanal zur Verbesserung der Wärmeübertragung vielversprechend erscheinen. Es wird bei diesen Ex-

perimenten jedoch nur der technisch i.a. nicht relevante Fall der dynamisch und thermisch eingelaufenen Strömung erfaßt.

Sukoriansky und Branover (1988) bestimmen die thermische Anlaufströmung in einem Rechteckkanal mit isolierten Wänden. Durch in Magnetfeldrichtung orientierte Gitterstäbe läßt sich eine zweidimensionale turbulente Strömung generieren. Die mit einer Heißfilmsonde gemessenen Spektren der turbulenten kinetischen Energie fallen mit der Wellenzahl mit Potenzen k^{-4} bis k^{-3} ab. Werden die Gitterstäbe senkrecht zum Magnetfeld orientiert, so ergeben sich ähnlich geringe Turbulenzgrade wie ohne Gitter. Ein schwaches Magnetfeld führt bei einem isolierten Kanal zunächst zu einer Verschlechterung des Wärmeübergangs an der beheizten Seitenwand. Mit zunehmender Magnetfeldstärke wächst der Wärmeübergang jedoch an. Die Nusselt-Zahl erreicht im Fall der in Magnetfeldrichtung orientierten Gitterstäbe den doppelten Wert im Vergleich zu den beiden anderen Fällen. Für einen Kanal mit elektrisch leitenden Wänden ergibt sich eine Verbesserung des Wärmeübergangs auch ohne Turbulenzgenerierung bereits für kleine Magnetfelder. Die Autoren erklären dies mit den Übergeschwindigkeiten im Seitenwand-Jet sowie durch Instabilitäten im Wandbereich.

In einer ähnlichen Anordnung untersuchen Branover, Eidelmann und Nagorny (1994) Geschwindigkeits- und Temperaturspektren in einer turbulenten Strömung die durch einen in Magnetfeldrichtung orientierten Zylinder angeregt wird. Der Wärmeeintrag ins Fluid erfolgt jedoch nicht über die Seitenwand, sondern durch Heizstäbe, die hinter den Zylindern in Magnetfeldrichtung angeordnet sind. Der Abfall der Geschwindigkeitsspektren reicht von $k^{-5/3}$ für $B = 0.04T$ bis $k^{-11/3}$ für $B = 0.84T$. Die Temperaturspektren zeigen sowohl im hydrodynamischen Fall als auch unter Magnetfeldeinfluß einen Inertial-Konvektionsbereich mit $k^{-5/3}$ sowie einen Konduktionsbereich mit $k^{-11/3}$.

Die Wirkung mechanischer Turbulenzpromotoren in einem isolierten Rechteckkanal wird von Barleon, Mack, Kirchner und Stieglitz (1996a) untersucht. Durch Einbringung isolierter zylindrischer Stäbe in der Nähe der beheizten Seitenwand wird der Wärmetransport an der Wand gegenüber Messungen ohne Turbulenzpromotoren um das Dreifache verbessert.

Detaillierte Untersuchungen des Wärmetransports in Rechteckkanälen mit elektrisch leitenden Kanalwänden liegen bislang nicht vor. Es können jedoch vorab einige Überlegungen zu den zu erwartenden Phänomenen angestellt werden.

In hydrodynamischen Kanalströmungen bewirken die turbulenten Reynolds-Spannungen, daß der Geschwindigkeitsanstieg von der Wand zur Kernströmung steiler verläuft als bei laminarer Strömung. Es kann daher sowohl durch die Form des Grundströmungsprofils als auch durch turbulenten Wärmetransport eine Verbesserung des Wärmeübergangs erwartet werden. Bei einer MHD-Strömung im elektrisch leitenden Rechteckkanal ergibt sich ein wesentlich komplizierteres Bild. Bei laminarer Strömung verbessert die Übergeschwindigkeit des Seitenwand-Jets den Wärmeübergang insbesondere im Bereich sich entwickelnder, thermischer Grenzschichten.

Beim Auftreten turbulenter Geschwindigkeitsfluktuationen in der Seitenschicht bewirken die zusätzlichen Reynolds-Spannungen eine Verringerung der Übergeschwindigkeiten der Seitenwand-Jets. Einer Verbesserung des Wärmeübergangs durch turbulente Wärmeströme steht daher eine reduzierte Grundgeschwindigkeit im Jet gegenüber.

Durch die parabolische Form des Seitenwand-Jets ist der Wärmeübergang in den Randbereichen der Seitenwand bei laminarer Strömung schlechter als in der Mitte. Die Zweidimensionalität der Turbulenzwirbel beschleunigt die Strömung in den Eckbereichen so daß bei turbulenter Strömung eine gleichmäßigere Wärmeabfuhr über die Höhe der Seitenwand erzielt wird.

In eingelaufenen hydrodynamischen Strömungen liegt bei überkritischer Reynolds-Zahl im gesamten Strömungsquerschnitt ein turbulenter Strömungszustand vor. Lediglich an den Kanalwänden erfolgt der Geschwindigkeitsabfall in einer laminaren Unterschicht. Der Wärmetransport im Fluid ist daher mit Ausnahme sehr kurzer Lauflängen durch turbulente Austauschvorgänge geprägt.

Bei der hier untersuchten MHD-Strömung im Rechteckkanal bleiben die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen auf die Seitenschichten begrenzt. Es liegt demnach eine geschichtete turbulente Strömung vor. Abbildung 3.5 zeigt die verschiedenen Strömungsbereiche im Kanal in der zur Magnetfeldrichtung senkrechten Mittelebene.

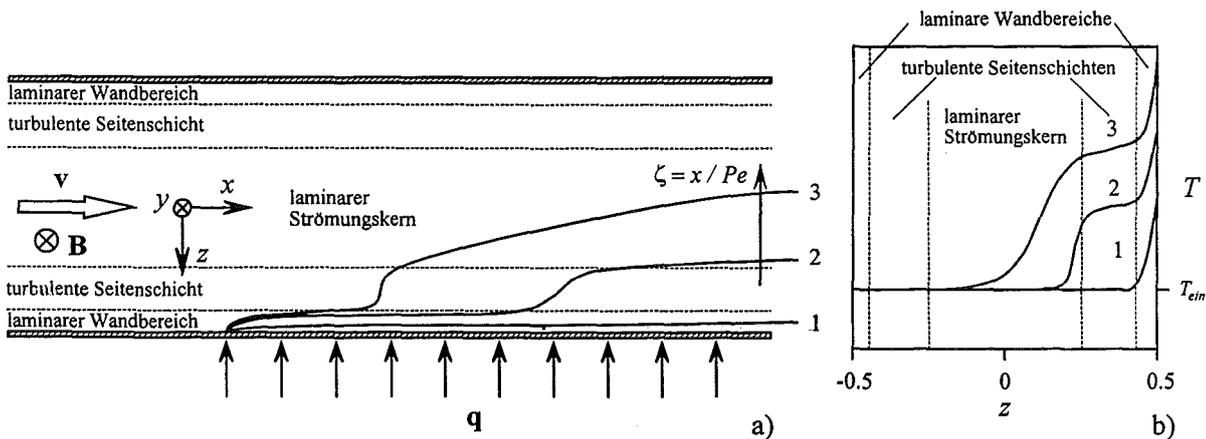


Abbildung 3.5: Wärmetransport in geschichteter turbulenter Strömung. a) Schichtenstruktur und Temperaturgrenzschichten. b) Temperaturprofile.

Der Geschwindigkeitsanstieg an der beheizten Seitenwand erfolgt zunächst in einer laminaren Unterschicht, deren Dicke bislang unbestimmt ist. Die turbulenten Seitenschichten nehmen, wie aus den Messungen von Reed und Picologlou (1989) folgt, jeweils ca. $1/4$ der Kanaltiefe ein. Die Kernströmung ist für genügend hohe Magnetfeldstärken laminar. Mit wachsender Dicke δ_T der sich entlang der Seitenwand ausbildenden Temperaturgrenzschicht wird der Wärmetransport im Fluid durch die unterschiedlichen Transportmechanismen in den einzelnen Strömungsbereichen bestimmt. In Abbildung 3.5 b) sind die zu erwartenden Temperaturprofile qualitativ für verschiedene Temperaturgrenzschichtdicken dargestellt. Bei kleinen thermischen Lauflängen ζ erfolgt die Ausbildung der Temperaturgrenzschicht ausschließlich innerhalb des laminaren Wandbereiches (1). Das Temperaturprofil steigt steil und gleichmäßig zur beheizten Wand an. Erreicht für größere thermische Lauflängen die Temperaturgrenzschicht die turbulente Seitenschicht, so bewirkt der turbulente Wärmetransport ein sprunghaftes Anwachsen ihrer Dicke (2). Es ist damit eine deutliche Verminderung des Temperaturanstiegs mit der Lauflänge verbunden, da die turbulente Seitenschicht viel Wärme aufnimmt, ohne ihre mittlere Temperatur dabei merklich zu erhöhen. Das Temperaturprofil zeigt im Bereich der turbulenten Seitenschicht einen relativ kleinen Temperaturgradienten. Dieser deutet auf die reduzierte Wirkung der molekularen Wärmeleitung in diesem Bereich hin. Die in die turbulente Seitenschicht eingebrachte Wärme kann von der laminaren Kernströmung nur durch Wärmeleitung abgeführt werden. Die Temperaturgrenzschicht wächst daher für große ζ -Werte wieder schwächer mit der Lauflänge an (3). Das Temperaturprofil zeigt einen steilen Temperaturgradienten in der Kernströmung.

Betrachtet man den Temperaturanstieg an der beheizten Wand mit der thermischen Lauflänge, so erfolgt dieser zunächst wie bei einer laminarer Strömung. Nach einer bestimmten Lauflänge ist dann ein deutlich verzögerter Temperaturanstieg zu erwarten, da die Wärme effektiv in den Bereich der turbulenten Seitenschicht transportiert wird. Es ergeben sich dadurch insgesamt am thermisch höchstbelasteten Ende eines Kühlkanales geringere Wandtemperaturen.

Ziel der Messungen ist es, die Effektivität des turbulenten Wärmetransports in der Seitenschicht auf die Wärmeabfuhr von der beheizten Wand zu zeigen und qualitativ zu messen. Neben dem Verlauf der Wandtemperaturen geben die Zustandsgrößen der mittleren Temperatur und der turbulenten Wärmeströme ein umfassendes Bild der komplexen Vorgänge im Fluid.

Kapitel 4

Experimentelle Einrichtungen und Meßtechnik

In diesem Abschnitt wird zunächst die MEKKA-Versuchsanlage vorgestellt. Nach einigen Grundgedanken zur Auslegung der WTM-Teststrecke werden diese und die darin eingesetzten Meßtechniken vorgestellt. In einem weiteren Abschnitt werden die Grundlagen der elektromagnetischen Geschwindigkeitsmessung behandelt und ihre Anwendbarkeit in MHD-Strömungen diskutiert. Für die Messung lokaler turbulenter Strömungsgrößen im Fluid wurde eine Vierpol-Temperatur-Potential-Sonde entwickelt und eingesetzt. Die Sonde und die mit ihr erzielbaren Meßgrößen werden in einem weiteren Abschnitt beschrieben.

4.1 Die MEKKA-Anlage

Die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente wurden in der MEKKA-Anlage (Magneto-Hydrodynamische-Experimente in Natrium-Kalium Karlsruhe) am Institut für angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Forschungszentrums Karlsruhe durchgeführt.

Eine detaillierte Beschreibung dieses im Rahmen der Blanketentwicklung aufgebauten Labors kann dem Bericht von Barleon, Mack und Stieglitz (1996b) entnommen werden. Nachfolgend werden nur die Komponenten beschrieben, die für den Versuch eingesetzt wurden. Abbildung 4.1 zeigt das Kreislaufschema des Flüssigmetallkreislaufs der MEKKA-Anlage. Den Mittelpunkt von Experimenten in MHD-Strömungen bildet die Erzeugung des Magnetfeldes. Die Abmessungen des homogenen Feldbereichs legen maßgeblich die Dimensionen der Teststrecke fest. Für die Experimente im Rechteckkanal wurde ein normalleitender, wassergekühlter Dipolmagnet verwendet. Bei einer elektrischen Leistung von ca. 450kW beträgt die Maximale Feldstärke 2.0 Tesla. Abbildung 4.2 zeigt Isolinien der Magnetfeldstärke im Spalt.

Die rechteckige Spaltöffnung weist eine Größe von $168\text{mm} \times 480\text{mm}$ auf. Läßt man Abweichungen der Feldstärke vom Wert des geometrischen Zentrums um 1% zu, so hat der nutzbare homogene Feldbereich eine Länge von 800mm . Am Ein- und Austritt fällt die magnetische Feldstärke auf einer Länge von ca. 500mm auf den Wert Null ab.

Als Modellfluid wird in der MEKKA-Anlage die eutektische Natrium-Kalium-Legierung $\text{Na}^{22}\text{K}^{78}$ eingesetzt. Die temperaturabhängigen, physikalischen Stoffeigenschaften sind im Anhang A zusammengestellt. Ein wesentlicher Gesichtspunkt, der zur Auswahl dieses Flüssigmetalls geführt hat, ist der sehr niedrige Schmelzpunkt von -11°C . Hinzu kommen die gute Verträglichkeit mit anderen metallischen Werkstoffen und die biologische Unbedenklichkeit. Demgegenüber steht die hohe Reaktivität mit Sauerstoff und Wasser. Der

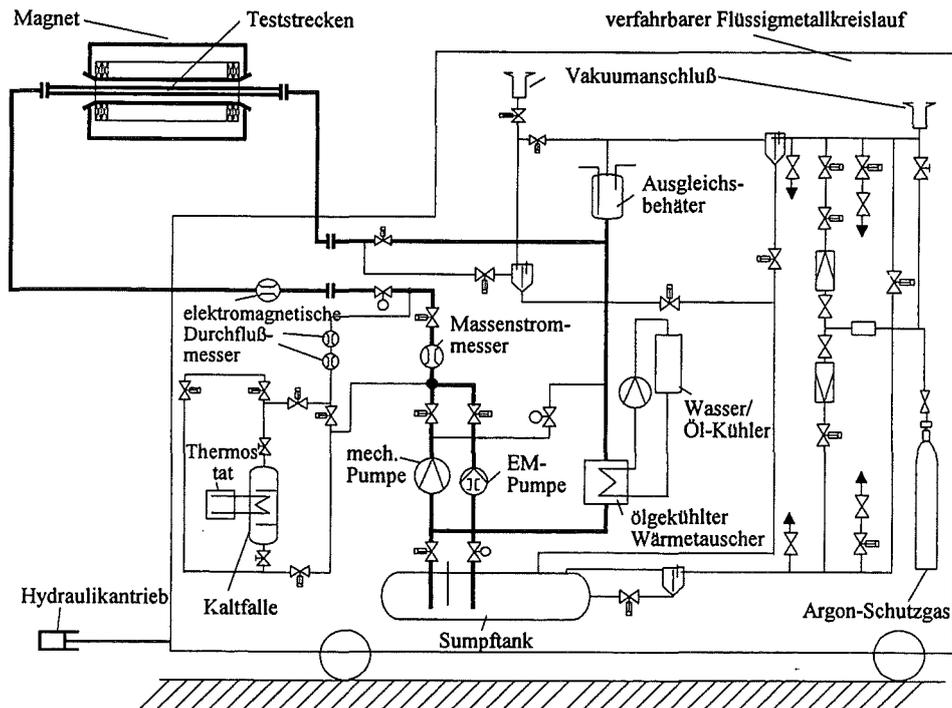


Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau des Natrium-Kalium ($Na^{22}K^{78}$) Flüssigmetallkreislaufs der MEKKA-Anlage.

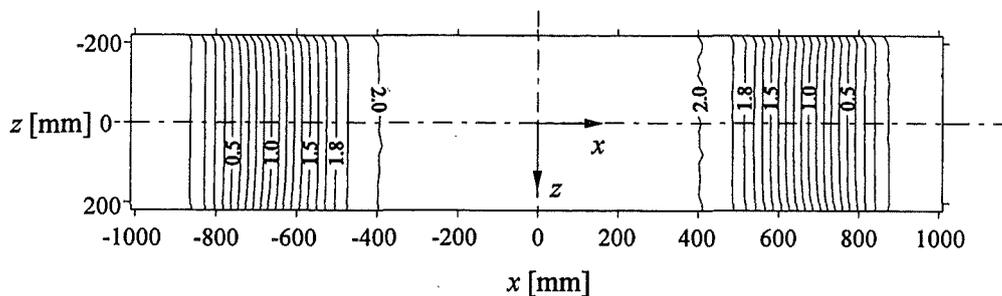


Abbildung 4.2: Verteilung der Magnetfeldstärke des normalleitenden Magneten in der Mittelebene ($y = 0$). Die Magnetfeldstärke ist in Tesla angegeben, die Differenz zwischen zwei Isolinien beträgt $\Delta B = 0.1$.

gesamte Flüssigmetallkreislauf muß daher unter Luftabschluß betrieben werden. Dies erfordert einen hohen apparativen Aufwand wie Abbildung 4.1 zeigt. Sowohl während des Betriebs als auch im Stillstand befindet sich der gesamte Fluidkreislauf unter einem leichten Überdruck des Inertgases Argon.

Die Förderung des Volumenstromes erfolgt durch eine Kreiselpumpe, die einen Volumenstrom von bis zu $22\text{ m}^3/\text{h}$ bei einer Druckdifferenz von 9 bar liefern kann. Zusätzlich steht für kleinere Volumenströme und zur Förderung während der Hochtemperaturbenetzungsphase ($T > 250^\circ\text{C}$) eine elektromagnetische (EM-) Pumpe zur Verfügung.

Die Bestimmung des durch die Teststrecke geförderten Massenstroms erfolgt durch einen gyrostaten Durchflußmesser. Der maximale Meßfehler beträgt 0.3% des Maximalwertes

des gewählten Meßbereichs. Der Volumenstrom kann hieraus mit den temperaturabhängigen Stoffwerten berechnet werden.

Die von den Pumpen und eventuell durch Heizen in den Kreislauf eingebrachte Wärme wird vom Flüssigmetall an ein Wärmeträgeröl und von diesem schließlich an einen Wasserkreislauf abgegeben. Konstante Zustandsgrößen des Arbeitsmediums werden durch Abscheidung von Verunreinigungen in einer Kaltfalle gewährleistet. Alles in der Anlage befindliche Fluid kann zur Durchführung von Arbeiten am Kanal in den Sumpftank abgelassen werden. Das Befüllen des Kreislaufs und der Teststrecke erfolgt zur Vermeidung von Gaseinschlüssen gegen ein auch während des Füllvorgangs aufrechterhaltenes Vakuum.

Der gesamte Kreislauf ist in einen Wagen eingebaut, der auf Schienen gegenüber dem feststehenden Magneten verschoben werden kann. Es können so mehrere axiale Positionen von Teststrecken im Magnetfeld realisiert werden.

4.2 Die WTM-Teststrecke

Zur Untersuchung des Wärmetransports im thermischen Anlaufbereich einer MHD-Strömung im Rechteckkanal wurde die WTM (Wärmetransport im Magnetfeld) Teststrecke entworfen und gefertigt. Ziel der Auslegung war die Bestimmung der Abhängigkeit der Nusselt-Zahlen von der Hartmann- und der Péclet-Zahl im fusionsrelevanten Parameterbereich. Besonderes Augenmerk wurde hierbei auf den Einfluß eines turbulenten Strömungszustandes auf den Wärmeübergang an der beheizten Wand gerichtet. Obwohl die Versuchseinrichtung der Fusionsanwendung möglichst nahe kommen sollte, wurde die Auslegung so vorgenommen, daß grundlegende Untersuchungen turbulenter MHD-Strömungen möglich sind.

4.2.1 Auswahl der Querschnittsgeometrie

Die Blanketgeometrie (vgl. Abbildung 1.2) gibt einen rechteckförmigen Querschnitt vor, bei dem zwei Seiten in Magnetfeldrichtung orientiert sind.

Durch geeignete Wahl des Aspekt-Verhältnisses sowie der Dicke der elektrisch leitenden Wände sollen nachfolgende experimentelle Ziele erreicht werden:

- Erzeugung eines typischen MHD-Geschwindigkeitsprofils mit großen Übergeschwindigkeiten der Seitenwandjets.
- Durch Steigerung der Reynolds-Zahl soll sich ein durch die Instabilität der Seitenschichten generierter, turbulenter Strömungszustand einstellen.
- Die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen sollen eine möglichst geringe elektromagnetische Dämpfung erfahren.

Die absolute Größe der Versuchseinrichtung ist durch den nutzbaren Feldbereich des Magneten vorgegeben. Einerseits ergibt ein kleiner Kanalquerschnitt eine lange dimensionslose Lauflänge. Andererseits kann Meßtechnik nicht beliebig klein gebaut werden. Es mußte hier ein sinnvoller Kompromiß gefunden werden.

Die Realisierung dieser Ansprüche führt auf die in Abbildung 4.3 a) dargestellte Querschnittsgeometrie.

Der Kanalquerschnitt weist ein Aspekt-Verhältnis von 2 : 1 bei einer charakteristischen Kanalabmessung von $a = 40\text{mm}$ auf. Die größere Erstreckung in Magnetfeldrichtung wurde

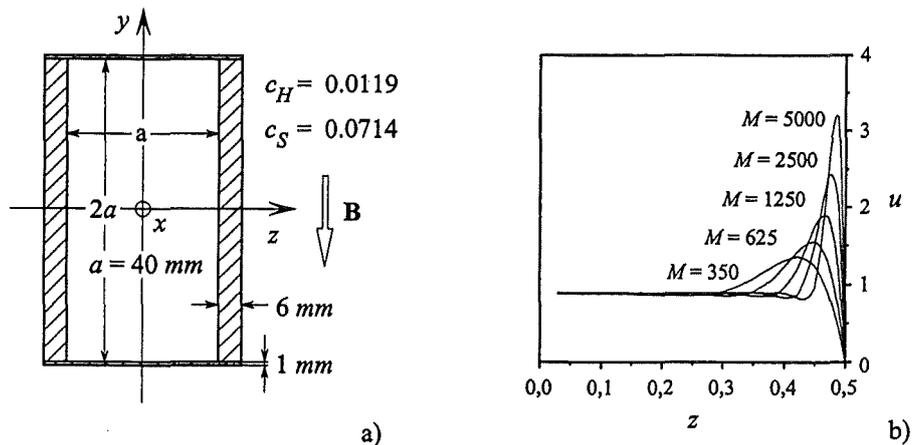


Abbildung 4.3: Querschnittsgeometrie der WTM Teststrecke a) und b) berechnete laminare Geschwindigkeitsprofile in der Mittelebene ($y = 0$) für verschiedene Hartmann-Zahlen.

gewählt, um die Dämpfung zweidimensionaler Wirbel durch die Hartmann-Wände zu reduzieren. Denselben Effekt erreicht man durch die lediglich 1 mm dicken Hartmann-Wände, die Seitenwände sind aus Festigkeitsgründen 6 mm dick. Als Wandmaterial wurde Edelstahl verwendet, womit sich die Wandleitverhältnisse der Hartmann- und der Seiten-Wände zu $c_H = 0.0119$ und $c_S = 0.0714$ ergeben. Abbildung 4.3 b) zeigt die nach einer Lösung von Molokov (1993) berechneten, laminaren Geschwindigkeitsprofile in der Mittelebene ($y = 0$) für verschiedene Hartmann-Zahlen. Deutlich zu erkennen ist das Anwachsen der Geschwindigkeiten in den Seitenwandjets. Die Dicke der Seitenschichten nimmt dagegen mit wachsenden Hartmann-Zahlen ab.

4.2.2 Versuchsaufbau und Instrumentierung

Die Teststrecke besteht aus einem geraden Rohr, welches über eine Länge von 2766 mm den beschriebenen, rechteckigen Querschnitt aufweist. An den Enden sind Kreisrohre mit Flanschen zum Anschluß an den Flüssigmetallkreislauf angeschweißt. Am Eintritt und am Austritt des Rechteckrohres strömt das Fluid durch Düsenblöcke aus Kupfer. In diese sind jeweils drei Thermoelemente eingelassen, mit denen die mittlere Temperatur des Fluids beim Ein- und Austritt der Teststrecke bestimmt werden kann.

Eine Seitenwand kann durch einen Strahlungsheizer mit einem konstanten Wandwärmestrom beaufschlagt werden. Die beheizte Länge beträgt 500 mm bzw. $12,5$ charakteristische Längen. In Abbildung 4.4 ist ein Querschnitt durch den Testkanal und den Strahlungsheizer dargestellt.

Der Wärmestrom wird in fünf elektrisch beheizten, keramischen Heizstäben freigesetzt. Diese geben die Wärme bei einer Temperatur von über 1400° C durch Wärmestrahlung an die Seitenwand ab. Die übrigen Wände des Strahlungsraumes sind mit Aluminiumoxidplatten isoliert. Dennoch ist eine Wasserkühlung des Heizergehäuses erforderlich. Jeder Heizstab kann mit bis zu 2 kW belastet werden. Es können so Wärmeströme bis zu 25 W/cm^2 realisiert werden. Die Bilanzierung der in das Fluid eingebrachten Wärme kann anhand der elektrischen Leistung und der mit den Kupferblöcken gemessenen Aufheizrate des Fluides erfolgen. Um die Wärmeverluste über die Kanalwände gering zu halten wurde die gesamte Teststrecke isoliert.

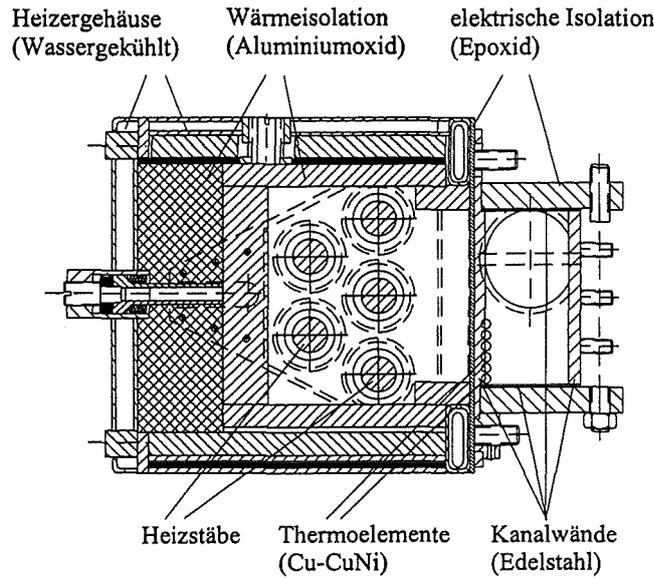


Abbildung 4.4: Querschnitt durch die WTM-Teststrecke und den aufgesetzten Strahlungsheizer.

Der Strömungskanal verfügt über zahlreiche Einrichtungen zur Bestimmung der Wandtemperaturen, des Druckes sowie zur Einbringung von Sonden. In Abbildung 4.5 sind die Positionen der Instrumentierung eingetragen.

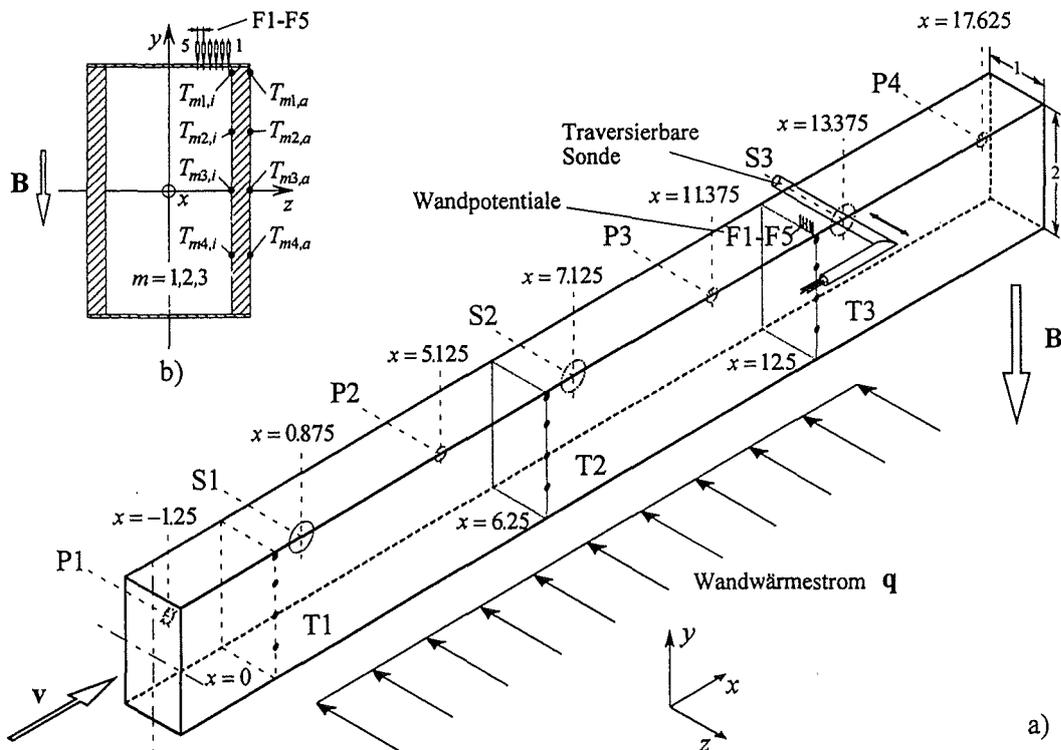


Abbildung 4.5: Instrumentierungspositionen der WTM-Teststrecke. a) Meßebenen, b) Positionen der Wandthermoelemente und Wandpotentialstifte.

Die Bemaßung ist in charakteristischen Längen ($a = 40\text{mm}$) angegeben. Der Koordinatensprung des Koordinatensystems x, y, z liegt am Beginn der beheizten Länge. Die x -Koordinate zeigt in Strömungsrichtung, das Magnetfeld liegt parallel zur y -Koordinate an und die z -Koordinate bezeichnet den Abstand von den Seitenwänden.

Die Messung der Temperaturen der beheizten Seitenwand erfolgt durch Mantelthermoelemente an drei verschiedenen axialen Positionen des Strömungskanals. Die erste (T1) liegt am Beginn der beheizten Strecke bei $x = 0$, die zweite (T2) in der Mitte bei $x = 6.25$ und die dritte (T3) befindet sich am Ende bei $x = 12.5$. In Abbildung b) sind die für alle Meßebenen gleichen Positionen in der Seitenwand eingezeichnet. In den ersten beiden Meßebenen (T1 und T2) befinden sich jeweils vier Meßstellen an der Fluid-Wand-Grenzfläche und vier an der Außenseite der Seitenwand. Die Positionen in y -Richtung sind $y = 1$, $y = 0.5$, $y = 0$ und $y = -0.5$. In der dritten Meßebene sind lediglich an der Fluid-Wand-Grenzfläche Thermoelemente angebracht. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, für die Bezeichnung der Thermoelemente eine Nomenklatur der Form $T_{mn,i}$ für die innenliegenden sowie $T_{mn,a}$ für die außenliegenden einzuführen. Hierbei bezeichnet m die axiale Position (T1, T2, T3) und n die Position in Magnetfeldrichtung (1, 2, 3, 4). Durch Verschieben des Heizers in axialer Richtung ist die Messung von Zwischenwerten der Lauflänge möglich. Die 0.5mm dicken Thermoelementdrähte sind sowohl an der Außenseite als auch an der Innenseite in Nuten eingelegt und verstemmt. Die Nuten verlaufen solange in axialer Richtung bis eine Herausführung der Thermoelemente ohne Störung der Strömung möglich ist. Um Meßfehler durch den Nernst-Ettingshausen-Effekt zu vermeiden (vgl. Kollie, Anderson, Horton und Roberts (1977)), wurde die Materialpaarung Kupfer-Konstantan (Cu-CuNi) gewählt.

Gegenüber den Temperaturmeßebenen versetzt angeordnet befinden sich in den Positionen $x = -1.125$, $x = 5.125$, $x = 11.375$ und $x = 17.625$ in der unbeheizten Seitenwand die Druckmeßbohrungen D1, D2, D3 und D4. Die Messung des Druckabfalls zwischen zwei Meßstellen erfolgt durch kapazitive Differenzdruckmesser. Eine detaillierte Beschreibung des Meßprinzips findet sich in der Arbeit von Barleon et al. (1996b).

Die unbeheizte Seitenwand weist in der Symmetrielinie ($y = 0$) Bohrungen mit 12mm Durchmesser (S1, S2, S3) auf, die gegenüber den Temperaturmeßebenen um 0.875 charakteristische Längen in Strömungsrichtung verschoben sind. Durch diese ist die Einbringung traversierbarer Sonden zur Bestimmung von Strömungsgrößen im Fluid möglich. Wird keine Sonde eingesetzt, so werden die Bohrungen durch Deckel verschlossen, die durch einen Zapfen die Störung in der Seitenwand beseitigen. Durch geeignete Wahl der Sondengeometrie kann deren Meßspitze in der Meßebene der Wandtemperaturen zu liegen kommen.

In der Meßebene S1 sind auf der Hartmann-Wand 6 Potentialstifte angebracht. Der erste befindet sich in einem Abstand von 1mm von der beheizten Seitenwand, der Abstand zum nächsten beträgt jeweils 2mm . Durch Messung der Spannungsdifferenz zwischen jeweils zweien dieser Stifte kann der Gradient des elektrischen Potentials in den z -Positionen $z = 0.45$ (F1), $z = 0.40$ (F2), $z = 0.35$ (F3), $z = 0.30$ (F4) und $z = 0.25$ (F5) bestimmt werden. Die Bedeutung dieser Meßgrößen wird im Zusammenhang mit der im nächsten Abschnitt beschriebenen, elektromagnetischen Strömungsmesstechnik deutlich.

4.3 Grundlagen der elektromagnetischen Strömungsmesstechnik

Die Messung der turbulenten Strömungsgrößen in MHD-Strömungen stellt hohe Anforderungen an die eingesetzte Meßtechnik. Optische Methoden wie Laser-Doppler-Anemometrie

oder Laser-Lichtschnitte, wie sie bei hydrodynamischen Strömungen üblich sind, können aufgrund der Undurchsichtigkeit flüssiger Metalle nicht angewendet werden. Demgegenüber ermöglicht die elektrische Leitfähigkeit flüssiger Metalle den Einsatz elektromagnetischer Strömungsmesstechniken.

Das Meßprinzip der elektromagnetischen Strömungsmesstechnik ist die Bestimmung der Geschwindigkeit \mathbf{u} aus der Messung des durch die Bewegung des Fluids in einem Magnetfeld \mathbf{B} induzierten, elektrischen Feldes \mathbf{E} . Eine detaillierte Beschreibung des Meßprinzips und eine Übersicht über die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten kann den Arbeiten von Shercliff (1962) und Baker (1983) sowie den darin angegebenen Literaturstellen entnommen werden. Beispiele ausgeführter Sonden finden sich unter anderem in den Arbeiten von Baker (1971), Weissenfluh (1985) und Tsinober et al. (1987).

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird die Anwendbarkeit der induktionsfreien Approximation bei der Beschreibung der Strömungsgrößen vorausgesetzt (vgl. Abschnitt 2.2.4). Das elektrische Feld kann damit als Gradient des elektrischen Potentials ϕ beschrieben werden.

Die Messung des elektrischen Potentials erfolgt durch Elektroden, die in die Strömung eingebracht werden. Die einzelnen Komponenten des Gradientenvektors des elektrischen Potentials können durch Messung der Spannungsdifferenz ΔU zwischen zwei Elektroden, die in Richtung der zu bestimmenden Komponente angeordnet sind, als Differenzenquotient approximiert werden.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta U_i}{d_i}. \quad (4.1)$$

d_i bezeichnet den Abstand der beiden Elektroden, x_i die Richtung im Raum. Es erfolgt dabei eine räumliche Mittelung entlang der Verbindungslinie zwischen den Elektroden. Der Wert des Potentialgradienten ist so im halben Abstand zwischen den Elektroden definiert. Die Geschwindigkeiten können aus dem Gradienten des elektrischen Potentials nicht direkt bestimmt werden. Im Ohmschen Gesetz für bewegte Leiter (Gleichung 2.26)

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \nabla \phi + \mathbf{j} \quad (4.2)$$

tritt zusätzlich noch die Stromdichte \mathbf{j} auf. Der Term $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ kann damit nur für den Fall exakt bestimmt werden, daß die Stromdichte verschwindet $\mathbf{j} = \mathbf{0}$ oder aber klein gegenüber den Termen $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ und $\nabla \phi$ ist. In Abschnitt 2.2.4 wurde deutlich, daß die Stromdichte im Fluid immer dann verschwindet, wenn ein zweidimensionaler Strömungszustand in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld vorliegt. In realen MHD-Strömungen treten jedoch immer elektrische Ströme auf, so daß geprüft werden muß, ob die Bestimmung der Geschwindigkeiten aus dem Potentialgradient zulässig ist.

Nach Reed, Picologlou, Dazvardis und Bailey (1986) können in laminaren MHD-Kanalströmungen die elektrischen Ströme vernachlässigt werden, wenn die Bedingung $1/M \ll c \ll 1$ erfüllt ist. Sommeria und Moreau (1982) geben bei Nichtberücksichtigung der Stromdichte bei 2D-turbulenten-Strömungen zwischen Hartmann-Wänden einen Fehler der Größenordnung N^{-1} an.

Besitzt das Magnetfeld entsprechend den experimentellen Gegebenheiten lediglich eine Komponente in negativer y -Richtung $\mathbf{B} = (0, -1, 0)$, so lauten die einzelnen Komponenten der Gleichung 4.2:

$$\begin{aligned} x - \text{Richtung} & : w = \partial_x \phi + j_x, \\ y - \text{Richtung} & : 0 = \partial_y \phi + j_y, \\ z - \text{Richtung} & : u = -\partial_z \phi - j_z. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Aus der x - und der z -Komponente des Potentialgradienten folgen die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zum Magnetfeld w und u . Die Geschwindigkeitskomponente in Magnetfeldrichtung kann mit der Potentialmeßtechnik nicht erfaßt werden. Stattdessen liefert die Ableitung des elektrischen Potentials in Magnetfeldrichtung die Stromdichte in Magnetfeldrichtung. Wird diese von einer Sonde gemessen, so kann die Größenordnung der Stromdichtekomponenten senkrecht zum Feld und damit der bei ihrer Vernachlässigung entstehende Fehler abgeschätzt werden.

Das Prinzip der elektromagnetischen Geschwindigkeitsmessung wird bei den Messungen in dieser Arbeit an zwei Meßstellen angewendet:

Auf der Kanalwand wird der Gradient des elektrischen Potentials in z -Richtung in den Positionen F1-F5 (siehe Abbildung 4.5) bestimmt, woraus sich die Geschwindigkeitskomponente u in Hauptströmungsrichtung berechnen läßt. Es wird hierbei ausgenutzt, daß sich die Fluktuationen des elektrischen Potentials durch zweidimensionale Wirbelstrukturen entsprechend der Abbildung 3.2 d) durch die dünne, elektrisch leitende Hartmann-Wand hindurch abbilden.

Für die Messung der lokalen Geschwindigkeiten im Fluid wird eine traversierbare Potentialsonde, die im nächsten Abschnitt detailliert beschrieben wird, eingesetzt. Im Gegensatz zu den häufig verwendeten Zwei- und Dreipol-Sonden können bei dieser durch vier geeignet angeordnete Elektroden alle drei Komponenten des Potentialgradienten bestimmt werden.

4.4 Die Vierpol-Temperatur-Potentialsonde

Für die Messung lokaler Geschwindigkeiten und der lokalen Temperatur im Fluid wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Vierpol-Temperatur-Potentialsonde entwickelt und in der WTM-Teststrecke eingesetzt. Die Messung der Geschwindigkeiten erfolgt nach dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Prinzip der elektromagnetischen Geschwindigkeitsmessung; die Temperatur des Fluides wird durch Thermoelemente erfaßt.

Die Bestimmung von turbulenten Wärmeströmen ($\overline{u_i T'}$) erfordert die zeitgleiche Messung der Geschwindigkeits- und der Temperaturfluktuationen am selben Ort. Dies kann bei der induktiven Geschwindigkeitsmessung dadurch realisiert werden, daß für die Elektroden der Potentialmessung Thermoelemente verwendet werden. Abbildung 4.6 zeigt den Aufbau der Sonde, die schematische Anordnung der Elektroden sowie den inneren Aufbau des Thermoelementmaterials.

Der Sondenkopf besteht aus vier Nickel-Chrom-Nickel- (Ni-CrNi-) Thermoelementen (Te1-4) mit einem Durchmesser von 0.25mm . Abbildung 4.6 d) zeigt den inneren Aufbau der Thermoelemente. Am Ende des Thermoelementdrahtes befindet sich der Kontaktpunkt der Thermopaarung und damit der Temperaturmeßpunkt. Die Drähte der Thermoelementpaarung, insbesondere aber der Kontaktpunkt, sind gegenüber dem Edelstahlmantel elektrisch isoliert. Die Mantelrohre sind mit Ausnahme der Elementspitze durch eine Farbschicht elektrisch isoliert. Es kann so das elektrische Potential an der Thermoelementspitze über den Edelstahlmantel gemessen werden. Die Temperaturmessung im Innern des Elements bleibt hiervon unbeeinflusst.

Die Thermoelemente sind im Raum so angeordnet, daß die Thermoelemente Te1, Te2 und Te4 in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld liegen. Das vierte Element (Te3) befindet sich außerhalb dieser Ebene, in Richtung des angelegten Magnetfeldes über dem Element Te1. Diese Anordnung der Thermoelemente ermöglicht die Messung des Potentialgradienten in drei linear unabhängigen Richtungen. Die genauen Positionen der einzelnen Meßpositionen

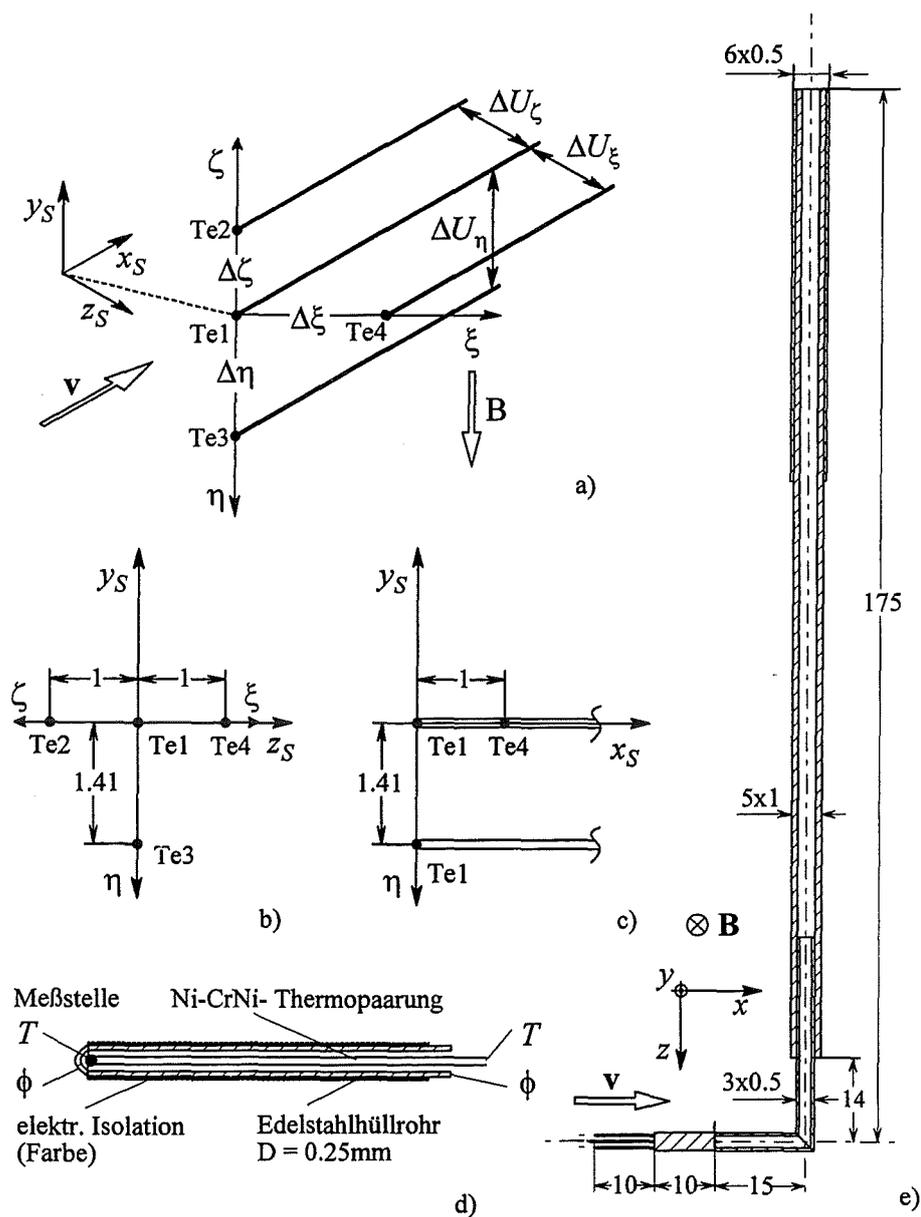


Abbildung 4.6: 4-Pol-Temperatur-Potentialsonde. a), b) und c) Geometrie. d) Schematischer Aufbau der als Elektroden verwendeter Thermoelemente. e) Aufbau.

können Abbildung 4.6 b) und c) entnommen werden. Das Thermoelement Te1 bildet den zentralen Punkt der Sonde und wird daher als Meßposition der Potentialdifferenzen angenommen.

Die Thermoelementdrähte werden im Sondenschaft aus der Teststrecke geführt. Sie sind dort durch Teflonschläuche elektrisch gegeneinander isoliert.

Der Sondenschaft besteht aus Edelstahlrohren verschiedener Durchmesser. Um Kurzschlußströme über die Sonde zu vermeiden, ist der Sondenschaft ebenfalls mit Farbe isoliert. Die Sonde kann durch die Bohrungen S1, S2 und S3 in den WTM-Kanal eingesetzt werden. Sie ist dann in der jeweiligen Position in der Symmetrieebene ($y = 0$) in z -Richtung traversierbar. Der Antrieb erfolgt durch einen vom Meßprogramm gesteuerten Schrittmotor.

4.4.1 Meßgrößen

Die Thermoelemente der Sonde spannen im Raum das Meßkoordinatensystem ξ, η, ζ auf. Die Sonde selbst besitzt das Referenzkoordinatensystem x_S, y_S, z_S mit Koordinatenursprung in Te1. Die Koordinatenrichtungen des Referenzkoordinatensystems fallen mit denen der WTM-Teststrecke zusammen. Die genauen Positionen der Elektroden im Referenzkoordinatensystem wurden mit einem Meßmikroskop auf eine Genauigkeit von 0.05mm bestimmt.

Aus der Messung der Spannungsdifferenz der Elemente Te2-Te4 gegenüber dem zentralen Element Te1 kann der Gradient des elektrischen Potentials im Meßkoordinatensystem nach Gleichung 4.1 bestimmt werden.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{\Delta U \xi}{\Delta \xi} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{\Delta U \eta}{\Delta \eta} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = \frac{\Delta U \zeta}{\Delta \zeta} \quad (4.6)$$

Die Abstände $\Delta \xi$, $\Delta \eta$ und $\Delta \zeta$ ergeben sich aus der Differenz der Ortsvektoren der Elektroden im Referenzkoordinatensystem.

Durch eine Vektortransformation kann der Gradient des elektrischen Potentials in das Referenzkoordinatensystem oder das Koordinatensystem der WTM-Teststrecke überführt werden. Dort können dann aus den einzelnen Komponenten nach Gleichung 4.3 die Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung u , die wandnormale Geschwindigkeit w , sowie die Stromdichte j_y in Magnetfeldrichtung berechnet werden.

Die Temperaturen liegen an allen Elektroden vor. Bei ihrer gleichzeitigen Messung kann der Temperaturgradient im Meßkoordinatensystem bestimmt werden und auf gleiche Weise wie der Potentialgradient in das Koordinatensystem der Teststrecke übertragen werden.

Da sämtliche Meßgrößen zeitgleich verfügbar sind, ist die Bildung von Punktkorrelationen zur Bestimmung der turbulenten Schubspannung $\overline{u'w'}$ und der turbulenten Wärmeströme $\overline{u'T'}$ und $\overline{w'T'}$ in axialer und wandnormaler Richtung möglich. In nachfolgender Tabelle sind die wichtigsten mit der Sonde bestimmbareren Größen zusammengefaßt.

Physikalische Größe:	Bedeutung:
\overline{u}	mittlere Axialgeschwindigkeit
$\overline{u'^n}$	Moment n-ter Ordnung der Axialgeschwindigkeit
\overline{w}	mittlere Quergeschwindigkeit
$\overline{w'^n}$	Moment n-ter Ordnung der Quergeschwindigkeit
$\overline{j_y}$	mittlere Stromdichte in B-Richtung
$\overline{j_y'^n}$	Moment n-ter Ordnung der Stromdichte in B-Richtung
$\overline{u'w'}$	turbulente Schubspannung normal zur Seitenwand
$\overline{T_{1-4}}$	Mittlere Temperaturen der vier Thermoelemente
$\overline{T_{1-4}'^n}$	Moment n-ter Ordnung der Temperaturen
$\overline{u'T'}$	turbulenter Wärmestrom in axialer Richtung
$\overline{w'T'}$	turbulenter Wärmestrom normal zur Seitenwand
$\overline{\nabla T}$	Mittlerer Temperaturgradient
$\overline{\nabla T'^n}$	Moment n-ter Ordnung des Temperaturgradienten

Darüber hinaus erlaubt die zeitgleiche Messung von allen drei Komponenten des Potentialgradienten eine objektive Beurteilung der Isotropieeigenschaften des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes anhand der in Abschnitt 2.2.6.5 beschriebenen Isotropiefaktoren A_x und A_z nach Gleichung 2.68 sowie der Richtungsverteilung $P_{\cos\theta}$.

4.4.2 Auflösungskenngrößen der Sonde

Ein großer Vorteil der elektromagnetischen Geschwindigkeitsmessung ist das praktisch trägheitsfreie Ansprechen auf Änderungen des elektrischen Potentials. Die Auflösungskenngröße ist damit einzig durch die Elektrodenabstände bzw. die Dimensionen des Sondenkopfes beschränkt. Bei der vorgestellten Auswertetechnik benutzt die 4-Pol-Sonde zur Bestimmung der einzelnen Komponenten prinzipiell immer alle Elektroden. Die räumliche Auflösung wird daher für alle Komponenten gleich, zu $\Delta s = 2\text{mm}$, angenommen. Eine über die Sonde hinwegbewegte Wirbelstruktur wird dann korrekt erfaßt, wenn ihre Abmessung das Doppelte der räumlichen Auflösung des Sondenkopfes übersteigt. Aus der Taylor-Hypothese ergibt sich die Grenzfrequenz der Auflösung f_a aus den dimensionsbehafteten Größen zu

$$f_a = \frac{\bar{u}}{2\Delta s} [s^{-1}]. \quad (4.7)$$

Bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $\bar{u} = 2\text{m/s}$ ergibt sich beispielsweise eine Auflösungsfrequenz von $f_a = 500 [s^{-1}]$. Mit der charakteristischen Frequenz f_0 aus Abschnitt 2.2.3 kann die Grenzfrequenz in dimensionsloser Form dargestellt werden:

$$f_a^* = \frac{f_a}{f_0} = \frac{\bar{u}}{2\Delta s} [-]. \quad (4.8)$$

Die Berechnung erfolgt dann aus den dimensionslosen Größen der Geschwindigkeit und der Sondenabmessung.

Unter der Annahme, daß sich die Wirbel mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\bar{u} = 1$ über die Sonde hinwegbewegen, erhält man eine für alle Messungen gültige Abschätzung der dimensionslosen Grenzfrequenz zu $f_a^* = 10$.

Da das Thermoelementmaterial den Temperaturänderungen im Fluid folgen muß, ist die Temperaturmessung im Gegensatz zur Potentialmessung nicht trägheitsfrei. Die Auflösungsgrenze der für die Sonde verwendeten Thermoelemente beträgt in Flüssigmetallströmungen ca. $f_T \approx 60 [s^{-1}]$. Bezogen auf die charakteristische Frequenz der Strömung wird hieraus

$$f_T \approx 60 [s^{-1}] \frac{a}{v_0}. \quad (4.9)$$

Bei einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von 1m/s ergibt sich eine dimensionslose Grenzfrequenz von $f_T \approx 2.4$.

4.5 Datenerfassung

Die Datenerfassung dieser Versuchsreihe erfolgt durch zwei unabhängige Systeme, die zeitgleich betrieben werden können. Die Steuerung der Messung und das Abspeichern der Daten erfolgt jeweils durch einen Personal-Computer.

Stationäre Meßgrößen wie die Betriebsdaten des Flüssigmetallkreislaufs, die Ein-, Austritts- und Wandtemperaturen sowie die Drücke werden von einem Datenlogger erfaßt. Die genaue

Bestimmung der absoluten Temperaturen ist durch die Verwendung von Eispunkten als Referenz-Thermoelemente gewährleistet.

Für die Messung und Auswertung der zeitabhängigen Signale der Temperatur-Potential-Sonde und der Wandpotentialstifte steht ein separates System zur Verfügung. Abbildung 4.7 zeigt das Datenfluschema der Turbulenzgrößenerfassung und skizziert die möglichen Meßkonfigurationen.

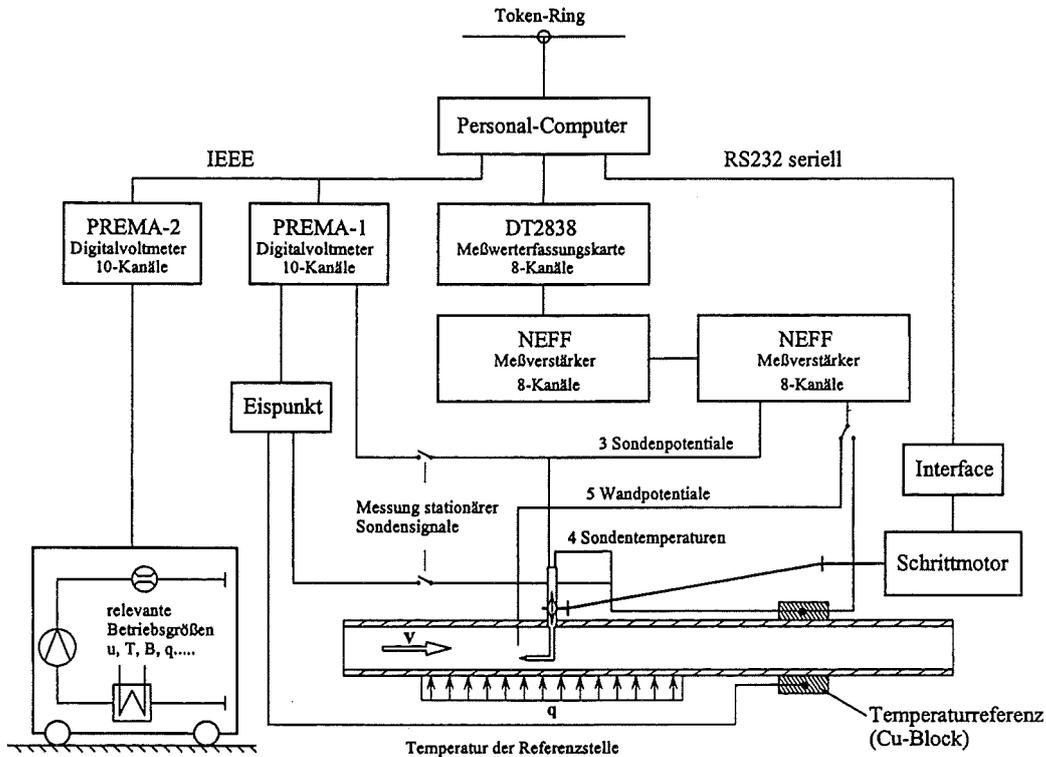


Abbildung 4.7: Datenfluschema der Turbulenzgrößenerfassung.

Die Aufzeichnung der zeitabhängigen Signale erfolgt durch die Meßwerterfassungskarte *DT2838* der Firma Data Translation Inc. Die Karte besitzt 8 analoge Eingänge, die zeitgleich abgetastet werden können (sample and hold). Der Meßbereich beträgt $\pm 10V$ bei einer Auflösung von $16bit$. Sowohl die Potentialsonden als auch die Thermoelemente liefern sehr kleine Meßsignale ($U \approx 1mV$). Um den Meßbereich der Karte ausnützen zu können, werden die Sondensignale durch jeweils zwei hintereinandergeschaltete Meßverstärker (Model 124A von NEFF Instrument Co.) verstärkt. Darüber hinaus wird dadurch das Signal-Rausch-Verhältnis der Meßkette verbessert.

Für die Bestimmung zeitlich gemittelter Größen stehen zwei Digitalvoltmeter (*DMM5001* von PREMA Präzisionselektronik GmbH) zur Verfügung. Diese besitzen eine Auflösung von $100nV$ und können während des Meßablaufs zu beliebigen Zeiten angesprochen werden. Mit dem PREMA-1 Voltmeter können z.B. die Mittelwerte der Sondensignale bestimmt werden. Das PREMA-2 Voltmeter erfaßt die Betriebsgrößen des NaK-Kreislaufs sowie die Temperaturen des Fluids am Ein- und Austritt der Teststrecke.

Zur Steuerung des Meßablaufs sowie für die Auswertung und Speicherung der Meßdaten wird ein Personal-Computer eingesetzt. Neben der Meßwerterfassung steuert dieser über ein Interface noch den Schrittmotor der Sondenverfahreinrichtung.

Die bei der Messung turbulenter Strömungsgrößen anfallenden großen Datenmengen können

über den Token-Ring-Netzanschluß anderen Rechnern zur Weiterverarbeitung und Speicherung übermittelt werden.

Mit dem Softwarepaket Test-Point von Keithley Instruments GmbH wurde ein modular aufgebautes Meßwerterfassungsprogramm erstellt. Entsprechend den Anforderungen einer Meßreihe können Meß-, Auswerte- und Speichermodule mit der Schrittmotorsteuerung zu einem spezifisch angepaßten Meßprogramm kombiniert werden.

Die Instrumentierung für die Erfassung turbulenter Strömungsgrößen umfaßt drei elektrische Potentiale der Sonde, fünf Wandpotentiale und vier Sondentemperaturen. Da die Meßkette zur Erfassung zeitabhängiger Daten auf 8 Kanäle begrenzt ist, kann die Messung aller fünf Wandpotentiale nur bei isothermen Messungen erfolgen.

Um die Thermoelementsignale der Sonde hoch verstärken zu können, muß ihr Gleichspannungsanteil gering gehalten werden. Als Temperaturreferenzstelle wird daher ein Kupferblock verwendet, der durch das abströmende Fluid auf die mittlere Fluidtemperatur temperiert wird. Die Temperatur der Referenzstelle kann durch separate Thermoelemente kontrolliert werden.

Bei der Bestimmung zeitlicher Mittelwerte aus den Zeitreihen der Sondensignale tritt als Meßfehler die Nullpunktverschiebung der Meßverstärker auf.

Die hohe Auflösung der Voltmeter ermöglicht eine exakte Messung der Mittelwerte aller Signale unter Umgehung der Meßverstärker. Die Thermospannungen der Sondenthermoelemente werden dabei in Referenz zum Eispunkt bestimmt.

Um Störungen auf die Messung der zeitabhängigen Signale durch die zusätzliche Verkabelung zu vermeiden, wurden die Messungen von Turbulenzgrößen und Mittelwerten getrennt ausgeführt. Die Verbindungen der Sondensignale zu dem Digitalvoltmeter PREMA-1 wurden zur Turbulenzmessung gelöst.



Kapitel 5

Meßergebnisse bei isothermer Strömung

In einer ersten Meßreihe wird auf die Beheizung der Seitenwand durch den Strahlungsheizer verzichtet. Es können so sämtliche Wandpotentiale zeitgleich mit den Sondenpotentialen erfaßt werden. Ziel dieser Meßreihe ist die genaue Klärung der isothermen Strömungsphänomene im Testkanal.

Die Auftragung der Meßwerte erfolgt generell in dimensionsloser Form unter Verwendung der in Abschnitt 2.2.3 eingeführten Skalierung. Abweichend hiervon werden Druckverluste mit der hydrodynamischen Skalierung aus Abschnitt 3.1.1 dargestellt.

Als Versuchsparameter treten bei der isothermen Messung lediglich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und die Stärke des angelegten Magnetfeldes auf. Dimensionslos werden diese durch die vom Magnetfeld unabhängige Reynolds-Zahl sowie die von der Strömungsgeschwindigkeit unabhängige Hartmann-Zahl ausgedrückt. Um den Vergleich mit hydrodynamischen Strömungen einfacher zu gestalten, wird anstelle der sich aus den Grundgleichungen ergebenden MHD-Reynolds-Zahl (Gleichung 2.23) die hydrodynamische Reynolds-Zahl nach Gl. 3.4 verwendet. Für die Querschnittsgeometrie der WTM-Teststrecke ergibt sich der einfache Zusammenhang:

$$Re_{hyd} = \frac{4}{3} Re_{MHD}. \quad (5.1)$$

Bei der Durchführung der Experimente werden die dimensionsbehafteten Größen des Massenstromes und der Magnetfeldstärke eingestellt. In Abhängigkeit dieser Versuchsparameter ergeben sich stark unterschiedliche Druckverluste. Die von der Pumpe in den Kanal eingebrachte Leistung variiert daher stark, so daß die Temperatur des Fluides zwischen den einzelnen Messungen nur bedingt konstant gehalten werden kann. Durch die Berücksichtigung temperaturabhängiger Stoffwerte bei der Auswertung ergeben sich so für dieselbe Magnetfeldstärke unterschiedliche Hartmann-Zahlen bzw. für denselben Massenstrom unterschiedliche Reynolds-Zahlen. Die Unterschiede sind jedoch gering, so daß in den Diagrammen häufig nur die mittleren Werte der Kennzahlen von zusammengefaßten Messungen angegeben werden.

Um dennoch eine Vorstellung von der Größenordnung der physikalischen Einflußgrößen im untersuchten Parameterbereich zu geben, sind in den nachfolgenden Tabellen die sich aus den Geschwindigkeiten und Magnetfeldstärken ergebenden Kennzahlen zusammengefaßt.

$u[m/s]$	Re_{hyd}	$B[T]$	M
0.08	3000	0.25	600
0.32	$2.0 \cdot 10^4$	0.50	1200
0.64	$4.0 \cdot 10^4$	1.00	2400
1.28	$8.0 \cdot 10^4$	1.41	3300
2.00	$1.3 \cdot 10^5$	2.00	4800

Die Meßspitze der 4-Pol-Temperatur-Potentialsonde befindet sich bei sämtlichen Messungen in der Position $x = 12.5$ (vgl. Abbildung 4.5). Die Teststrecke wird so im Magnetspalt positioniert, daß die T2-Meßebeine ($x = 6.25$) mit der Mitte des Magneten zusammenfällt. Es ergeben sich so im homogenen Feldbereich des Magneten 16.25 charakteristische Längen vor und 3.75 charakteristische Längen hinter der Meßposition der Sonde. Abbildung 5.1 zeigt die zu erwartende Entwicklung der Strömung beim Durchlaufen des Magnetfeldes.

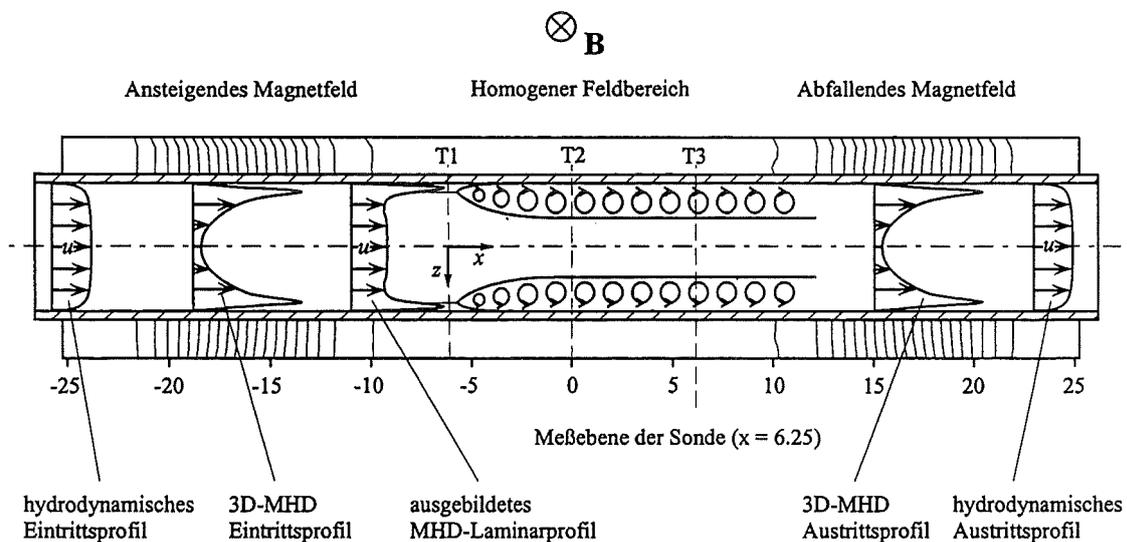


Abbildung 5.1: Meßposition der Sonde und Entwicklung der Strömung im Magnetfeld.

Beim Eintritt des hydrodynamischen Geschwindigkeitsprofils in das Magnetfeld bildet sich, bedingt durch dreidimensionale Ströme in axialer Richtung, ein typisches MHD-Eintrittsprofil mit starken Übergeschwindigkeiten in den Seitenwandbereichen. Im homogenen Feldbereich entwickelt sich daraus ein laminares, zweidimensionales-MHD-Profil, welches bei genügend hoher Reynolds-Zahl nach einer kurzen Lauflänge in ein turbulentes Profil übergeht. Beim Verlassen des homogenen Feldbereiches bildet sich wiederum ein dreidimensionaler Strömungszustand, der schließlich in eine hydrodynamische Strömung zerfällt. Die Position der Sonde ist so gewählt, daß der Strömung eine möglichst lange Entwicklungslänge zur Verfügung steht, aber dennoch ein genügend großer Abstand zu den Austrittseffekten eingehalten wird.

5.1 Die laminare Strömung

Für genügend kleine Geschwindigkeiten sind keine Fluktuationen der Sondensignale zu beobachten, so daß bei einer Reynolds-Zahl von $Re \approx 4400$ die laminaren Geschwindig-

die kleinste Hartmann-Zahl erfaßt. Dennoch ist zu erkennen, daß sich in der Messung größere Seitenschichtdicken ergeben, als von der Theorie vorausgesagt werden. Die Übereinstimmung von Messung und Rechnung wird mit steigender Hartmann-Zahl besser.

Als wesentlicher Unterschied fällt auf, daß die gemessenen Geschwindigkeiten ca. 15% geringer sind als die berechneten. Dieser Fehler kann auf die relativ große Dicke der Elektroden im Vergleich zu ihrem Abstand zurückgeführt werden (vgl. Abbildung 4.6). Die sich an den Elektroden ausbildenden Grenzschichten verringern den Massenfluß im Zwischenraum, so daß eine zu geringe Potentialdifferenz gemessen wird. Die Grenzschichtdicke selbst und mit ihr die Größenordnung der Fehler hängt von der Reynolds-Zahl ab. Die mit der Sonde gemessenen Geschwindigkeiten können daher nicht mit Hilfe der Ergebnisse der laminaren Rechnung korrigiert werden.

Zur Berechnung der axialen Geschwindigkeiten aus dem Ohmschen Gesetz (Gleichung 4.3) muß die Stromdichte j_z vernachlässigt werden. Diese ist von gleicher Größenordnung wie die mit der Sonde bestimmbare Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung j_y , für die sich Werte im Bereich $0.01 < j_y < 0.02$ ergeben. Bei Nichtberücksichtigung der Stromdichten im Ohmschen Gesetz entstehen somit nur vernachlässigbare Fehler bei der Berechnung der Geschwindigkeiten aus den Potentialgradienten.

5.2 Der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung

Bei Steigerung der Reynolds-Zahl treten oberhalb eines kritischen Wertes der Reynolds-Zahl Fluktuationen der Sondersignale auf. In Abbildung 5.3 ist die Entwicklung der Varianz der Potentialgradienten der Sonden und der eines Wandpotentials, beide in der Position $z = 0.45$, für verschiedene Hartmann-Zahlen aufgetragen.

Die von der Meßkette erfaßten Signale setzen sich generell aus dem durch die turbulenten Fluktuationen des elektrischen Potentials erzeugten Nutzsignal und einem von der Strömung unabhängigen Störsignal zusammen. Da Nutz- und Störsignal unkorreliert sind, kann für hinreichend lange Meßzeiten die durch die Messung bestimmte Varianz $\overline{\partial_{x_i} \phi_{mess}^2}$ als Summe der Varianzen des Nutzsignals $\overline{\partial_{x_i} \phi_{nutz}^2}$ und des Störsignals $\overline{\partial_{x_i} \phi_{stör}^2}$ aufgefaßt werden ($\overline{\partial_{x_i} \phi_{mess}^2} = \overline{\partial_{x_i} \phi_{nutz}^2} + \overline{\partial_{x_i} \phi_{stör}^2}$).

Im Bereich laminarer Strömung kann das Störsignal und damit das Rauschniveau unabhängig vom Nutzsignal bestimmt werden. Durch die Skalierung der Potentialgradienten mit $v_0 B_0$ fällt das Rauschniveau mit dem Quadrat der Reynolds-Zahl ab. Aufgrund der statistischen Unabhängigkeit von Nutz- und Störsignal können in Abbildung 5.3 die Linien der Steigung -2 in den turbulenten Bereich fortgesetzt werden und markieren auch dort das Rauschniveau.

Treten die Meßwerte aus dem Rauschniveau heraus, so deutet dies auf ein den Störungen überlagertes Nutzsignal hin. Man erkennt so das Einsetzen der Turbulenz aus der laminaren Strömung. Aus dem Abstand der Meßwerte vom jeweiligen Rauschniveau ergibt sich im turbulenten Bereich das Signal-Rausch-Verhältnis der Meßkette.

Die kritische Reynolds-Zahl kann am besten anhand der Varianz des Potentialgradienten in z -Richtung $\overline{\partial_z \phi^2}$ beurteilt werden, da dieser das geringste Rauschniveau besitzt. Mit Ausnahme der kleinsten Hartmann-Zahl ($M = 600$) liegt die kritische Reynoldszahl im Bereich zwischen $8000 < Re_{hyd,krit} < 9000$; für $M = 600$ ergibt sich ein höherer Wert von $Re_{hyd,krit} \approx 2 \cdot 10^4$. Eine Übertragung der von Ting und Walker Ting et al. (1991) gefundenen Stabilitätsgrenze nach Gleichung 3.17 auf die Geometrie dieser Teststrecke ergibt

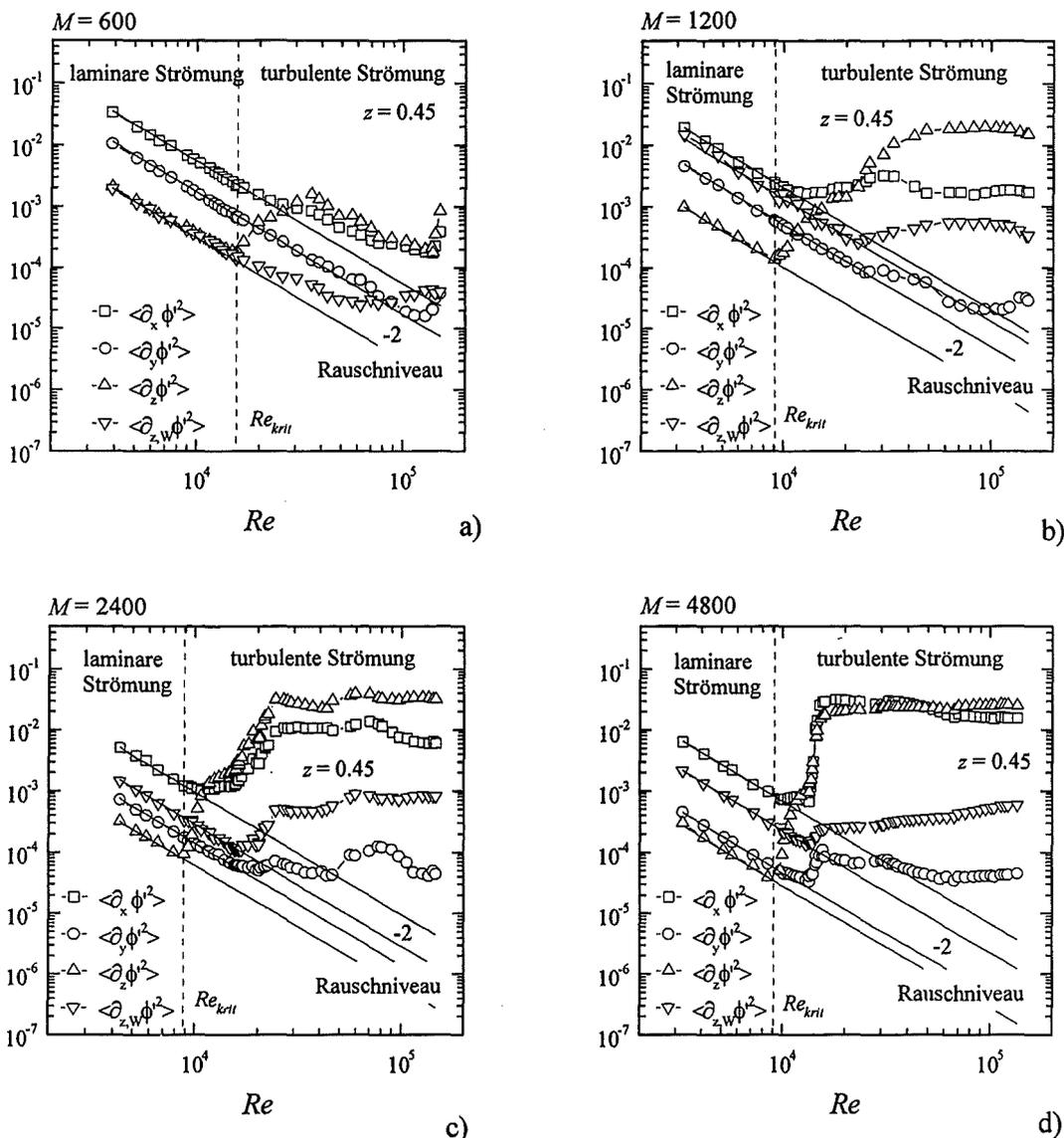


Abbildung 5.3: Varianzen der Potentialgradienten $\overline{\partial_{x_i} \phi'^2}$ der Sonde und eines Wandpotentials in der Position $z = 0.45$, beim Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung. Für die Hartmann-Zahlen a) $M = 600$, b) $M = 1200$, c) $M = 2400$, d) $M = 4800$.

$Re_{hyd,krit} = 2004$. Dieser Wert liegt weit unter den hier ermittelten, kritischen Reynolds-Zahlen.

Für $M = 600$ treten erst ab $Re > 10^5$ merkliche Fluktuationen des Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung auf. Bei größeren Hartmann-Zahlen sind diese oberhalb einer Reynolds-Zahl von ca. $2 \cdot 10^4$ zu beobachten.

Aus der Zuordnung der Potentialgradienten nach Gleichung 4.3 erhält man

$$\begin{aligned} \overline{w'^2} &= \overline{\partial_x \phi'^2}, \\ \overline{j_y'^2} &= \overline{\partial_y \phi'^2}, \\ \overline{u'^2} &= \overline{\partial_z \phi'^2}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

sowie die mit der Kanalgeschwindigkeit u_m normierten Turbulenzgrade in axialer- und wandnormaler Richtung

$$Tu_x = \sqrt{u'^2}, \quad (5.3)$$

$$Tu_z = \sqrt{w'^2}. \quad (5.4)$$

Es können damit aus den Diagrammen die nachfolgenden Aussagen getroffen werden:

- Für $M = 600$ wird nur ein schwach turbulenter Strömungszustand erreicht.
- Bei größeren Hartmann-Zahlen erfolgt oberhalb der kritischen Reynolds-Zahl ein rascher Anstieg der Varianzen auf ein von der Reynolds-Zahl unabhängiges Niveau. Insbesondere die Turbulenzgrade Tu_x und Tu_z sind für genügend große Reynolds-Zahlen konstant. Dies entspricht dem Verhalten der Turbulenzgrade hydrodynamischer Strömungen.
- Die auf der Wand gemessenen Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung zeigen prinzipiell das gleiche Verhalten wie die mit der Sonde bestimmten. Ihre Intensität ist jedoch um mehr als eine Größenordnung geringer.
- Die Fluktuationen des Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung sind um mehr als zwei Größenordnungen geringer als diejenigen senkrecht zum Magnetfeld. Es liegt demnach ein anisotropes Turbulenzfeld vor.

Die letzte Aussage wird noch deutlicher, wenn man aus den Varianzen die Isotropiekoeffizienten in axialer und wandnormaler Richtung nach Gleichung 2.68 bildet. Die Definition der in Abbildung 5.4 dargestellten Koeffizienten ist jedoch nur in den Bereichen sinnvoll, in denen ein genügend hohes Signal-Rauschverhältnis erreicht wird.

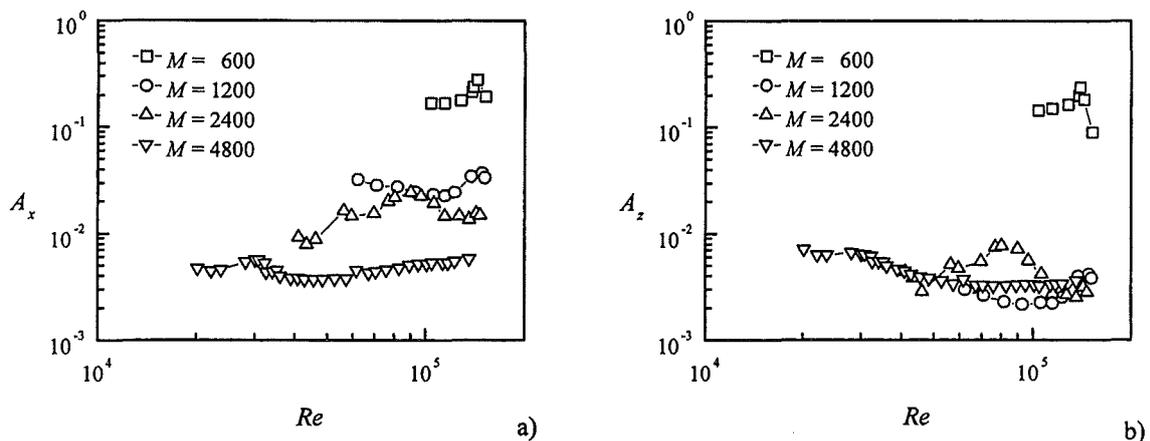


Abbildung 5.4: Abhängigkeit der Isotropiekoeffizienten A_x und A_z von der Reynolds-Zahl für verschiedene Hartmann-Zahlen in der Seitenschicht ($z = 0.45$).

Im gesamten Parameterbereich ergeben sich sehr kleine Werte der Isotropiekoeffizienten in beiden Richtungen. Es liegt danach im gesamten untersuchten Parameterbereich ein stark anisotroper, nahezu zweidimensionaler, turbulenter Strömungszustand vor. Die Isotropiekoeffizienten in x -Richtung zeigen jedoch deutlich eine Tendenz zu höherer Isotropie bei

sinkenden Hartmann-Zahlen; die Koeffizienten in z -Richtung zeigen diese nur für $M = 600$ eindeutig.

Die Anisotropie der Turbulenz kann auch anhand der Richtungsverteilung $P_{\cos\theta}$ (vgl. Abschnitt 4.4.1) gezeigt werden. Für eine Reynolds-Zahl von $Re = 1.3 \cdot 10^5$ sind in Abbildung 5.5 Richtungsverteilungen für verschiedene Hartmann-Zahlen in der Position $z = 0.45$ dargestellt.

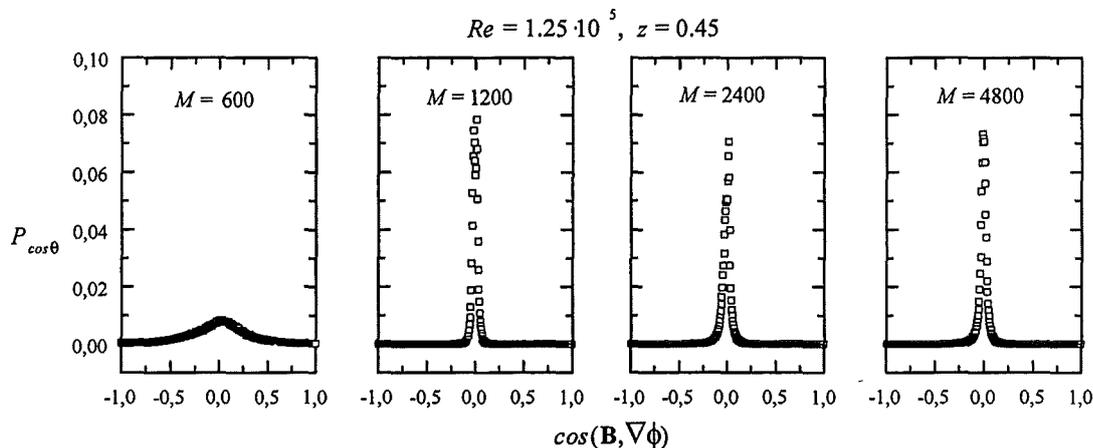


Abbildung 5.5: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die Richtungsverteilung $P_{\cos\theta}$ in der Seitenschicht ($z = 0.45$) bei konstanter Reynolds-Zahl $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

Für alle Hartmann-Zahlen zeigen die Richtungsverteilungen eine deutliche Konzentration um den Wert Null. Dies bedeutet, daß die Turbulenz stark anisotrop ist. Die Kurve der kleinsten Hartmann-Zahl $M = 600$ ist deutlich breiter und zeigt so, ebenso wie die Isotropiekoeffizienten, eine Zunahme der Isotropie gegenüber den höheren Hartmann-Zahlen.

Es könnte allgemein erwartet werden, daß die Steigerung der Hartmann-Zahl systematisch zu verminderter Isotropie der Turbulenz führt. Es zeigt sich jedoch für die beiden höchsten Hartmann-Zahlen $M = 4800$ und $M = 2400$ wieder eine Zunahme der Isotropie gegenüber der Hartmann-Zahl $M = 1200$. Der ordnenden Wirkung des Magnetfeldes steht offenbar die zunehmende Tendenz zu dreidimensionalen Störungen durch die ebenfalls mit dem Magnetfeld wachsenden Gradienten in den Seitenschichten entgegen.

Insgesamt sind aber die Varianzen der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung im gesamten untersuchten Parameterbereich so gering, daß auf eine nahezu zweidimensionale turbulente Strömung geschlossen werden kann. Dies erlaubt die Bildung des Turbulenzgrades Tu nach Gleichung 2.53 und der turbulenten kinetischen Energie k nach Gleichung 2.55 unter Nichtberücksichtigung der Geschwindigkeitskomponente in Magnetfeldrichtung $\overline{v'^2} = 0$:

$$Tu_{2D} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{w'^2})}}{|\overline{\mathbf{v}}|}, \quad (5.5)$$

$$k_{2D} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{w'^2}). \quad (5.6)$$

Erfolgt die Normierung des Turbulenzgrades mit der Kanalgeschwindigkeit anstelle der zeitlich gemittelten, lokalen Geschwindigkeit $|\overline{\mathbf{v}}|$, so ergibt sich der Turbulenzgrad als Qua-

dratwurzel der turbulenten kinetischen Energie k

$$Tu_{2D} = \sqrt{k_{2D}}. \quad (5.7)$$

Bei einem zweidimensionalen, turbulenten Strömungszustand müßten die über die Wandpotentialstifte gemessenen Varianzen des Potentialgradienten in z -Richtung von gleicher Größenordnung sein wie die mit der Sonde bestimmten. In Abbildung 3.2 zeigt sich jedoch, daß diese um eine Größenordnung geringer sind. Hierfür können zwei Erklärungen angegeben werden:

- a) Der Abfall der Wirbelstärke an der Hartmann-Wand erfolgt in einer wesentlich dickeren Schicht als der Hartmann-Schicht. Über diese fällt das elektrische Potential in Richtung des Magnetfeldes ab, so daß auf der Wand nur noch ein schwacher Fluktuationsanteil gemessen wird.
- b) Es liegen kleinskalige Wirbel vor, die durch das Wandmaterial nur abgeschwächt detektierbar sind, da für diese die Dünne-Wand-Approximation nicht mehr gültig ist.

5.3 Die turbulenten Geschwindigkeitsprofile

Turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen bewirken in MHD-Strömungen ebenso wie in hydrodynamischen Strömungen einen zusätzlichen Impulstransport, der im allgemeinen zu einer Vergleichmäßigung der Geschwindigkeitsverteilung führt.

Bei laminarer Strömung ist das MHD-Profil lediglich von der Hartmann-Zahl, nicht aber von der Reynolds-Zahl abhängig. Die Diagramme der Abbildung 5.6 zeigen den Einfluß der Steigerung der Reynolds-Zahl auf die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsverteilungen bei konstanten Hartmann-Zahlen.

Für die kleinsten Reynolds-Zahlen liegt eine laminare Strömung entsprechend Abbildung 5.2 vor. Die größeren Reynolds-Zahlen liegen nach Abbildung 5.3 alle im turbulenten Bereich der Strömung.

Die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen bewirken bei allen Hartmann-Zahlen eine Verringerung der Übergeschwindigkeiten des Seitenwand-Jets. Gleichzeitig wächst die Dicke der turbulenten Seitenschicht mit der Reynolds-Zahl an.

Für die beiden kleineren Hartmann-Zahlen $M = 600$ und $M = 1200$ erfolgt eine systematische Rückbildung des Jets und des Geschwindigkeitsminimums der laminaren Strömung. Die Position der Jet-Spitze bleibt nahezu unverändert.

Bei den höheren Hartmann-Zahlen $M = 2400$ und $M = 4800$ gestalten sich die Veränderungen im Geschwindigkeitsprofil unsystematischer. Insbesondere bei der höchsten Hartmann-Zahl zeigt sich für $Re = 4 \cdot 10^4$ erneut ein Minimum in der Geschwindigkeitsverteilung. Dies wird in einem späteren Abschnitt anhand der Turbulenzstruktur der Strömung erklärt werden.

Für große Hartmann-Zahlen ($M \geq 2400$) heben sich die Seitenschichten deutlich von der Kernströmung ab. Ihre Dicke δ_S kann daher graphisch bestimmt werden. Hierzu wird die Position des Geschwindigkeitsprofils als Beginn der Seitenschicht bezeichnet, bei welcher Abweichungen von der konstanten Strömungsgeschwindigkeit der Kernströmung beobachtet werden. In Abbildung 5.7 sind die Schichtdicken als Funktion der Reynolds-Zahl für drei große Hartmann-Zahlen zusammengestellt.

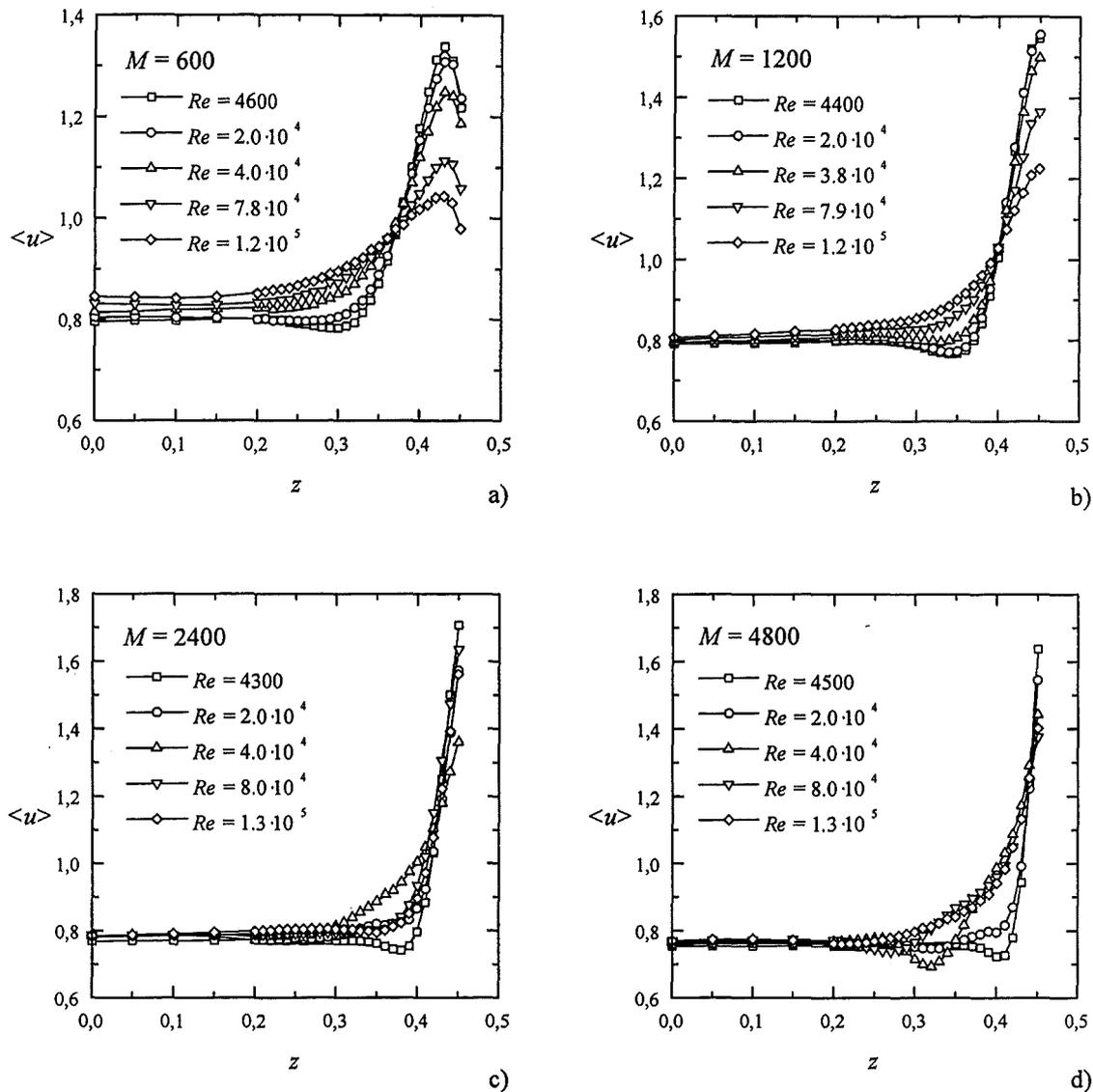


Abbildung 5.6: Einfluß der Reynolds-Zahl auf die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofile für die Hartmann-Zahlen: a) $M = 600$, b) $M = 1200$, c) $M = 2400$, d) $M = 4800$.

Die Dicke der turbulenten Seitenschicht wächst mit der Reynolds-Zahl exponentiell nach dem Gesetz $\delta_S \sim Re^{0.31 \pm 0.02}$ an. Bei konstanter Reynolds-Zahl nimmt die Seitenschichtdicke entsprechend dem Verhalten bei laminarer Strömung bei Steigerung der Hartmann-Zahl tendenziell ab. Eine umfassende Gesetzmäßigkeit welche Abhängigkeiten von der Reynolds- und der Hartmann-Zahl ausweist kann deshalb aus den vorliegenden Messungen nicht abgeleitet werden.

5.4 Turbulente Transportgrößen

Betrachtet man den Reynoldsen Spannungstensor (Gleichung 2.73), so können mit einer vierpoligen Potentialsonde all diejenigen Komponenten bestimmt werden, zu deren

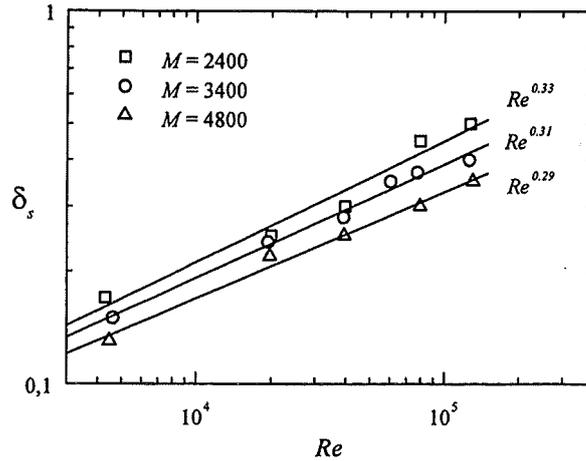


Abbildung 5.7: Abhängigkeit der Dicke der turbulenten Seitenschichten δ_s von der Reynolds-Zahl für $M = 2400$, $M = 3400$, $M = 4800$.

Bildung nur die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zum Magnetfeld u und w erforderlich sind. Gelingt der Nachweis einer stark anisotropen Turbulenzstruktur im gesamten Kanalquerschnitt, so können die turbulente Normalspannung in Magnetfeldrichtung $\overline{v'^2}$ und mit ihr die turbulenten Tangentialspannungen $\overline{u'v'}$ und $\overline{v'w'}$ bei der Turbulenzmodellierung vernachlässigt werden. Der turbulente Spannungstensor einer perfekt zweidimensionalen turbulenten Strömung τ_{t2D} lautet

$$\tau_{t2D} = \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & 0 & \overline{u'w'} \\ 0 & 0 & 0 \\ \overline{w'u'} & 0 & \overline{w'^2} \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

5.4.1 Turbulente Normalspannungen

Das Verhalten der turbulenten Normalspannungen sowie die Beurteilung der Isotropieeigenschaften kann exemplarisch anhand zweier Versuchsreihen diskutiert werden. Abbildung 5.8 zeigt für die höchste Hartmann-Zahl $M = 4800$ den Einfluß der Reynolds-Zahl auf die Varianzen der Geschwindigkeitskomponenten in der Ebene senkrecht zur Magnetfeldrichtung und der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung im Kanalquerschnitt.

Lediglich in den wandnahen Bereichen werden von Null verschiedene Werte der Varianzen gemessen. Die Turbulenz ist damit auf die turbulenten Seitenschichten begrenzt. In Kanalmitte liegt eine laminare Kernströmung vor. Die Messungen bestätigen damit die Schichtenstruktur der turbulenten MHD-Strömung im gezeigten Parameterbereich. Mit zunehmender Reynolds-Zahl wächst die Dicke der turbulenten Seitenschichten an. Die Varianzen der Geschwindigkeitskomponente in axialer Richtung weisen zwei Maxima auf, diejenigen in wandnormaler Richtung lediglich eines. Unmittelbar an der Wand kündigt sich ein erneuter Anstieg beider Größen an. Während die Varianzen in axialer Richtung ein von der Reynolds-Zahl unabhängiges Niveau erreichen, steigen die Varianzen in wandnormaler Richtung zunächst mit der Reynolds-Zahl an, fallen dann jedoch wieder auf ein geringeres Niveau ab. Die Varianzen der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung folgen diesem Verhalten und zeigen dabei Maximalwerte im Grenzbereich zwischen Jets und Kernströmung. Anhand der Richtungsverteilung kann der Einfluß höherer Reynolds-Zahlen auf die

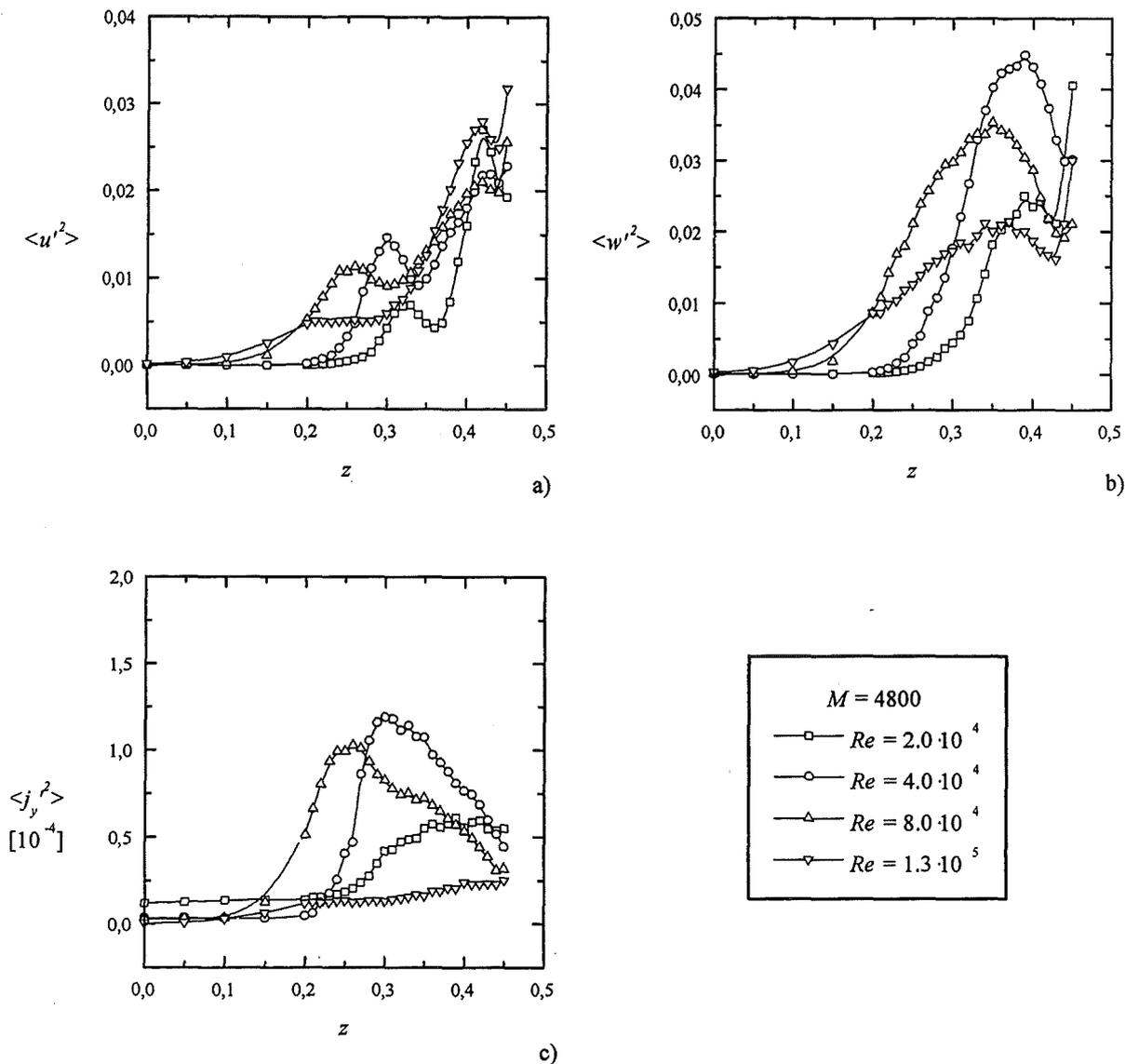


Abbildung 5.8: Einfluß der Reynolds-Zahl auf die Varianzen der Sondensignale in der Mittelebene ($y = 0$) bei konstanter Hartmann-Zahl $M = 4800$. a) Axiale Strömungsgeschwindigkeit $\overline{u'^2}$, b) wandnormale Geschwindigkeitskomponente $\overline{w'^2}$, c) Stromdichte in Richtung des Magnetfeldes $\overline{j_y'^2}$.

Isotropie der Turbulenz bestimmt werden. In Abbildung 5.9 ist die Richtungsverteilung wiederum in der Position $z = 0.45$ dargestellt.

Für alle Reynolds-Zahlen zeigt die peakartige Überhöhung der Funktionen um den Wert Null an, daß ein praktisch zweidimensionaler, turbulenter Strömungszustand vorliegt. Mit wachsender Reynolds-Zahl zeigt sich eine gewisse Tendenz zur Reduzierung der Anisotropie der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen. Diese kann mit der wachsenden Bedeutung der nichtlinearen Impulskräfte erklärt werden.

Den Einfluß der Hartmann-Zahl auf die Varianzen der Geschwindigkeitskomponenten in der Ebene senkrecht zur Magnetfeldrichtung und der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung im Kanalquerschnitt bei konstanter Reynolds-Zahl $Re = 4.0 \cdot 10^4$ zeigt Abbildung

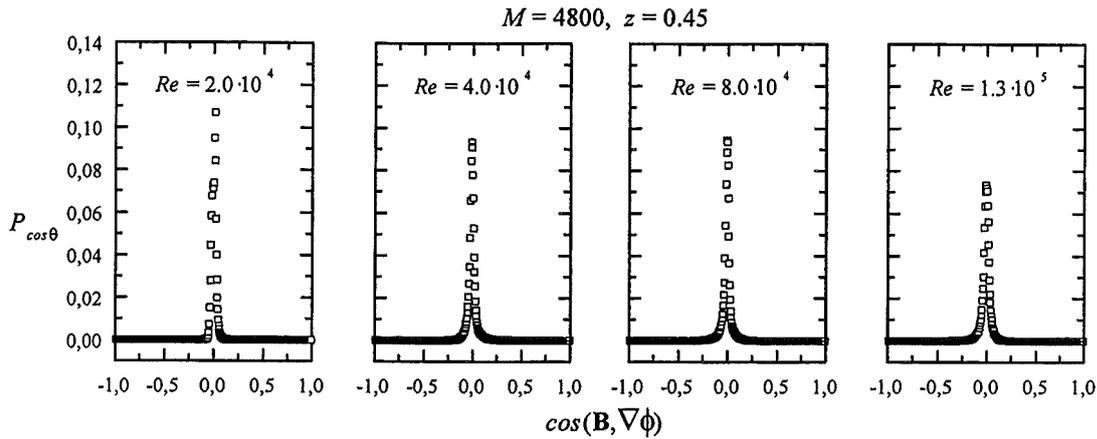


Abbildung 5.9: Einfluß der Reynolds-Zahl auf die Richtungsverteilung $P_{\cos\theta}$ in der Seitenschicht ($z = 0.45$) bei konstanter Hartmann-Zahl $M = 4800$.

5.10.

Bei konstanter Reynolds-Zahl nimmt die Dicke der turbulenten Seitenschichten hier mit wachsender Hartmann-Zahl ab. Dies entspricht dem Verhalten der laminaren Grundströmungsprofile. Die Varianzen der Geschwindigkeiten in axialer und wandnormaler Richtung nehmen mit der Hartmann-Zahl systematisch zu. Dies zeigt die verstärkte Turbulenzgenerierung bei Übergang zu höheren Hartmann-Zahlen. Die beiden Maxima der Varianzen der axialen Geschwindigkeit werden mit zunehmender Hartmann-Zahl immer ausgeprägter. Es kann daraus auf eine regelmäßigeren Strömungsstruktur geschlossen werden.

Die Varianzen der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung sind sehr gering und zeigen ebenfalls deutliche Maxima am Übergang von der Seitenschicht zur laminaren Kernströmung. In Abbildung 5.11 sind die zugehörigen Richtungsverteilungen in der Position $z = 0.45$ dargestellt.

Auch hier weist die starke Konzentration der Fluktuationen des Potentialgradientenvektors auf die Magnetfeldrichtung auf einen zweidimensionalen turbulenten Strömungszustand hin. Es zeigt sich hier mit wachsender Hartmann-Zahl wiederum ein Trend zu zunehmender Anisotropie.

Beide Beispiele zeigen, daß im betrachteten Parameterbereich der Reynolds- und Hartmann-Zahlen im gesamten Kanalquerschnitt keine nennenswerten Varianzen der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung auftreten. Es liegt damit ein praktisch zweidimensionaler, turbulenter Strömungszustand vor. Die turbulente kinetische Energie k sowie der Turbulenzgrad Tu können daher aus den Gleichungen 5.5 und 5.12 berechnet werden. In Abbildung 5.12 ist der Einfluß der Hartmann-Zahl auf die turbulente kinetische Energie in Diagrammen mit konstanter Reynolds-Zahl zusammengefaßt.

Bei allen Reynolds-Zahlen steigt die turbulente kinetische Energie im Bereich der turbulenten Seitenschicht systematisch mit der Hartmann-Zahl an. Dieser Anstieg folgt aus den höheren Geschwindigkeitsgradienten im Jet bei höheren Magnetfeldstärken. Für $M = 600$ ergibt sich eine nur schwach turbulente Strömung, oberhalb $M = 1200$ erfolgt ein rascher Anstieg der turbulenten kinetischen Energie. Die Kurven weisen ein unterschiedlich stark ausgeprägtes Maximum auf. Zur Wand hin erfolgt ein erneuter Anstieg der turbulenten kinetischen Energie. Es wird angenommen, daß dieser Anstieg mit den extrem steilen

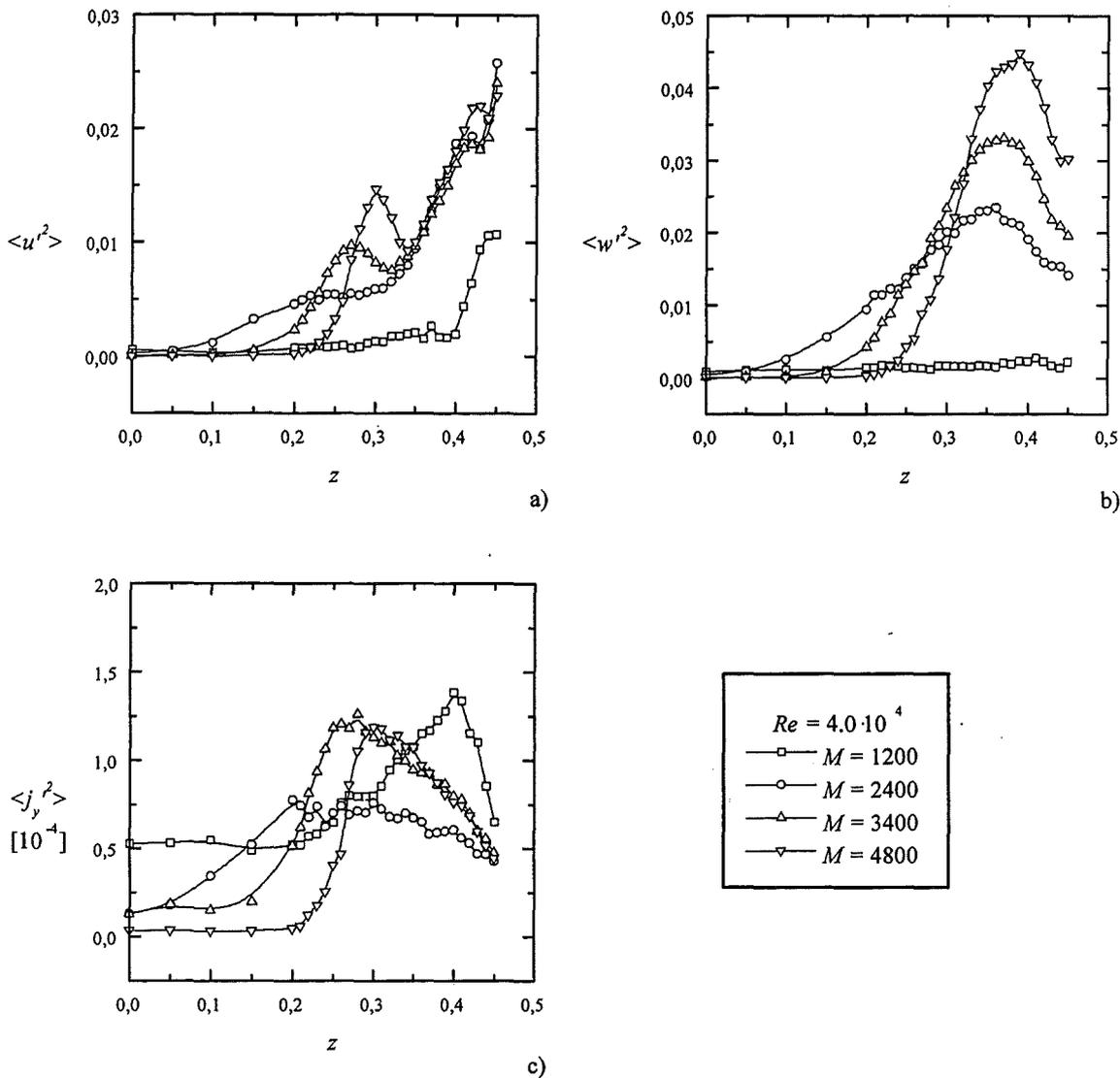


Abbildung 5.10: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die Varianzen der Sondensignale in der Mittelebene ($y = 0$) bei konstanter Reynolds-Zahl $Re = 4.0 \cdot 10^4$. a) Axiale Strömungsgeschwindigkeit $\overline{u'^2}$, b) wandnormale Geschwindigkeitskomponente $\overline{w'^2}$, c) Stromdichte in Richtung des Magnetfeldes $\overline{j_y'^2}$.

Geschwindigkeitsgradienten in der Wandgrenzschicht verknüpft ist.

Bei großen Hartmann-Zahlen bleibt auch für hohe Reynolds-Zahlen der Kernbereich der Strömung laminar. Die Dicke der turbulenten Seitenschicht nimmt, wie bereits aus dem Verlauf der mittleren Geschwindigkeitsprofile ersichtlich wurde, mit zunehmender Magnetfeldstärke ab.

Für kleinere Hartmann-Zahlen treten im Bereich hoher Reynolds-Zahlen zunehmend Fluktuationen in der Kernströmung auf. Die turbulente kinetische Energie besitzt dann ein über den gesamten Querschnitt nahezu konstantes Turbulenzniveau, aus dem die Seitenschichten mit noch höheren Werten herausragen.

Offensichtlich steht der verstärkten Turbulenzgenerierung in bei höherem Magnetfeld stärker ausgeprägten Seitenwand-Jets eine ebenfalls mit dem Magnetfeld wachsende Dämpfung

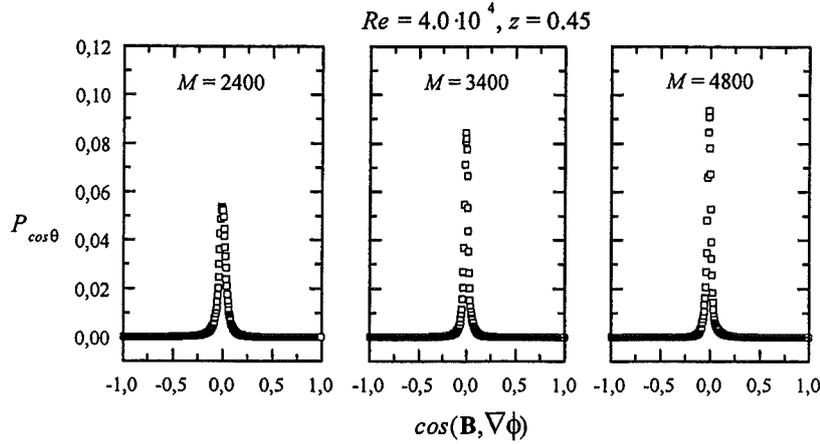


Abbildung 5.11: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die Richtungsverteilung $P_{\cos\theta}$ in der Seitenschicht ($z = 0.45$) bei konstanter Reynolds-Zahl $Re = 4.0 \cdot 10^4$.

der Wirbel durch Joulsche Dissipation entgegen. Da nur geringe Fluktuationen der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung vorliegen, ist der wesentliche Dämpfungsmechanismus der Stromschluß zweidimensionaler Wirbel über die elektrisch leitenden Hartmann-Wände (vgl. Abbildung 3.2 d)). Die Dämpfung durch die Hartmann-Wand kann anhand des Dämpfungsparameters Gleichung 3.24 abgeschätzt werden. Ersetzt man in dieser Beziehung den Interaktionsparameter durch die Reynolds-Zahl, so erhält man die charakteristische Zeitskala der Wirbeldämpfung zu

$$\tau = \frac{3Re_{hyd}}{4} \frac{1}{M + \frac{c_H}{1+c_H} M^2}. \quad (5.9)$$

Bei konstanter Reynolds-Zahl fällt die Dämpfungszeit eines Wirbels ohne Antrieb durch die Grundströmung mit M^{-1} und M^{-2} ab, je nachdem ob die Hartmann-Wand elektrisch leitend ($c_H \neq 0$) oder elektrisch nicht leitend ($c_H = 0$) ist. Die Zerfallszeit ist ein Maß für die Lebensdauer eines Wirbels, der die turbulente Grenzschicht verlassen hat und in der Kernströmung ohne Antrieb durch die Scherschicht dissipiert. Es ergibt sich in der WTM-Teststrecke für $Re = 4 \cdot 10^4$ und $M = 4800$ eine Zerfallszeit von $\tau = 0.11$, also ein rascher Wirbelzerfall. Für $Re = 1.3 \cdot 10^5$ und $M = 1200$ dagegen deutet eine Zerfallszeit von $\tau = 5.4$ auf eine signifikante Lebensdauer der Wirbel in der Kernströmung hin. Mit der Taylor Hypothese 2.58 können aus den Zerfallszeiten direkt dimensionslose Lauflängen der Strömung berechnet werden. Diese betragen dann $l = 0.11$ bzw. $l = 5.4$.

Für die kleinste Hartmann-Zahl $M = 600$ wird die Dämpfung nicht sichtbar, da das in der Seitenschicht erzeugte Turbulenzniveau zu gering ist. Für große Hartmann-Zahlen wird zwar eine hohe Turbulenzenergie erzeugt, gleichzeitig wächst jedoch die Dämpfung durch die Hartmann-Schichten. Offensichtlich kompensieren sich Dämpfung und Turbulenzanregung in einem solchen Maß, daß der Strömungskern laminar bleibt.

5.4.2 Turbulente Tangentialspannungen

Als weitere turbulente Transportgrößen treten im zweidimensionalen Reynoldschen Spannungstensor nach Gleichung 5.8 die Punktkorrelationen der Geschwindigkeitskomponenten $\overline{u'u'}$ und $\overline{w'w'}$ auf. Aus Symmetriegründen sind diese identisch. Die Zusammenfassung der

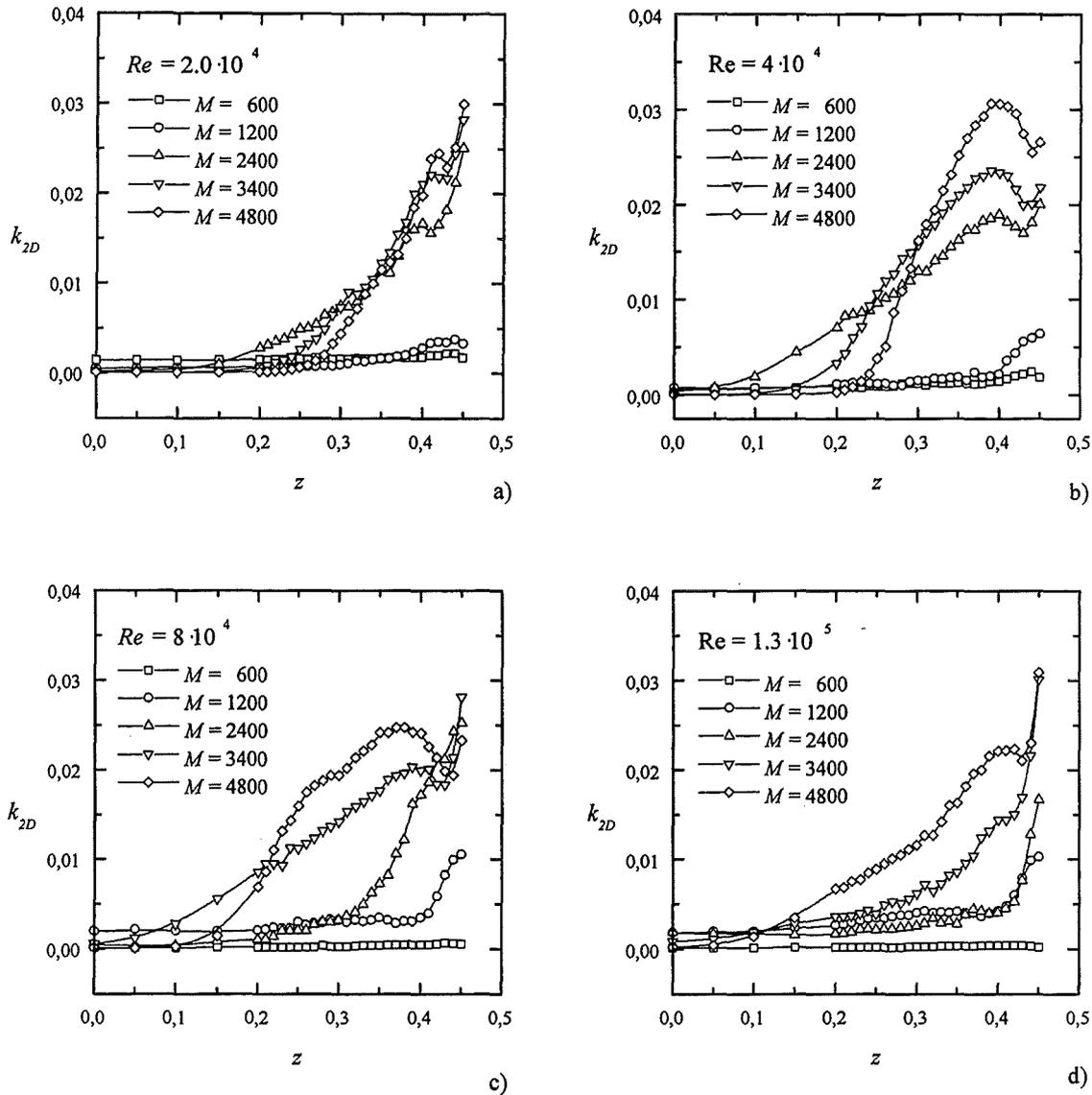


Abbildung 5.12: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die turbulente kinetische Energie stark anisotroper Turbulenz $k_{2D} = 1/2 (\overline{u'^2} + \overline{w'^2})$ in der Mittelebene ($y = 0$). Reynolds-Zahlen: a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 8.0 \cdot 10^4$, d) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

Meßreihen in Abbildung 5.13 erfolgt wiederum zu Diagrammen mit konstanter Reynolds-Zahl.

Für alle Reynolds-Zahlen erfolgt ein systematischer Anstieg der turbulenten Tangentialspannungen mit der Hartmann-Zahl. Dieser zeigt die zunehmende Bedeutung des turbulenten Impulstransportes bei höherer Magnetfeldstärke. Ebenso wie für die Normalspannungen zeigt sich oberhalb $M = 1200$ ein erhebliches Ansteigen des turbulenten Impulstransports. Die turbulenten Tangentialspannungen sind stärker als die Normalspannungen auf die Seitenschichten begrenzt. In einem Kernbereich $-0.2 < z < 0.2$ treten praktisch keine turbulenten Tangentialspannungen auf.

Insbesondere die Kurven für hohe Hartmann-Zahlen zeigen ein leichtes Maximum und einen

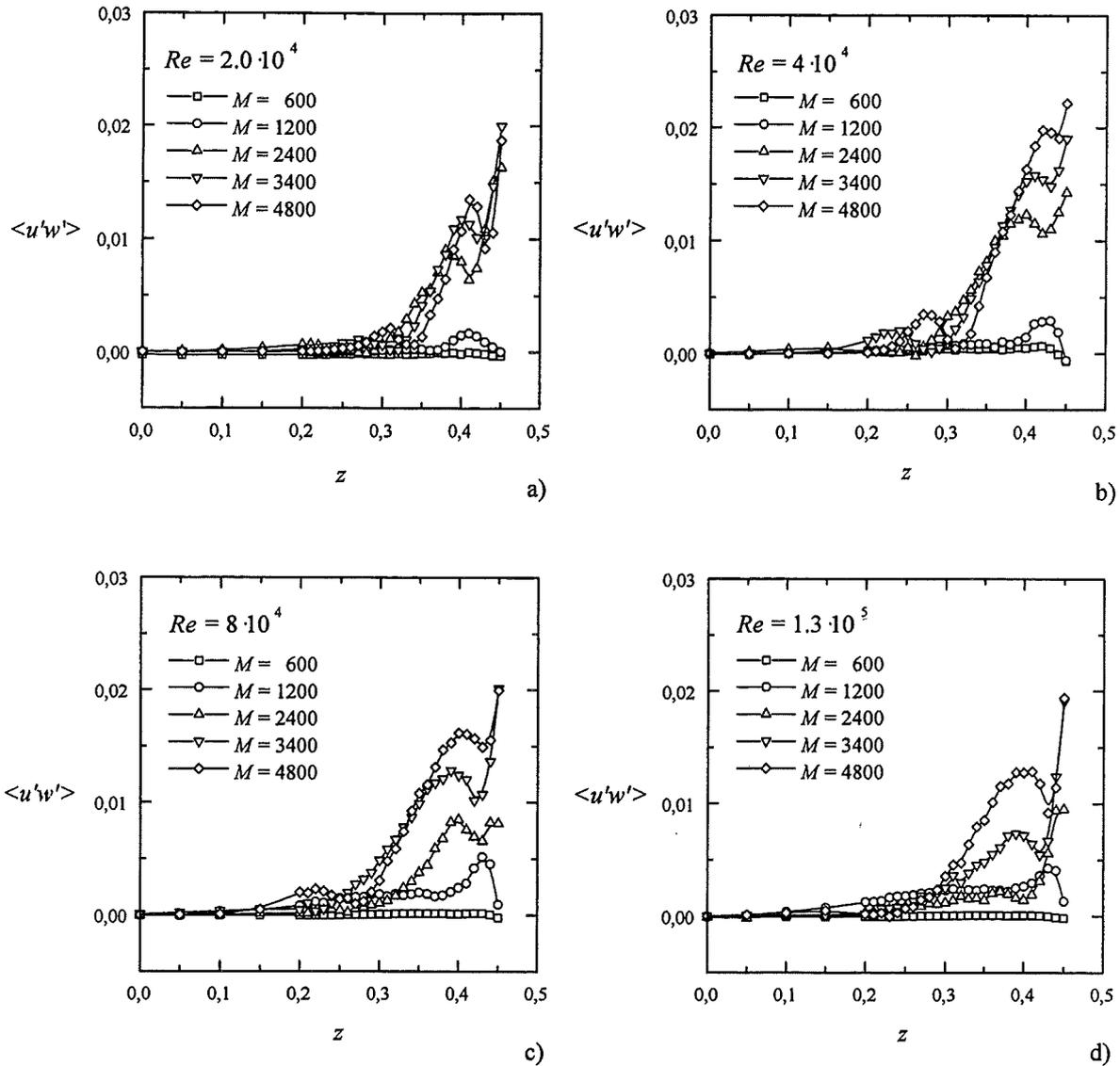


Abbildung 5.13: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die turbulenten Tangentialspannungen $\overline{u'w'}$ in der Mittelebene ($y = 0$). Reynolds-Zahlen: a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 8.0 \cdot 10^4$, d) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

kontinuierlichen Anstieg zur Wand hin. Für die kleineren Hartmann-Zahlen $M = 600$ und $M = 1200$ wird der Abfall zur Wand hin mit erfaßt. Dabei deutet sich unmittelbar an der Wand ein Bereich mit negativen turbulenten Tangentialspannungen an. Positive Werte der Tangentialspannungen deuten auf einen Impulstransport in negative z -Richtung, negative Werte dagegen auf einen Impulstransport in positive z -Richtung hin. Der turbulente Seitenwand-Jet beschleunigt damit einerseits die Kernströmung und andererseits die Seitenwandgrenzschicht. Es bleibt dabei, wie bereits anhand der mittleren Geschwindigkeitsprofile deutlich wurde, der Charakter eines flachen Kernströmungsprofils im mittleren Kanalbereich erhalten.

5.5 Druckverluste

In den vorigen Abschnitten wird deutlich, daß in den Seitenschichten der untersuchten MHD-Strömung erhebliche turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen auftreten. Die Auswirkungen des dadurch bedingten, turbulenten Impulstransports zeigen sich bereits an den zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofilen. Die großen Werte der turbulenten kinetischen Energie lassen zudem eine signifikante Verbesserung des Wärmetransportes von der Seitenwand an das Fluid erwarten. Dem Vorteil eines turbulenten Wärmetransportes stehen jedoch die allgemein höheren Druckverluste turbulenter Strömungen gegenüber (vgl. Kapitel 3.1). Durch Messung des Verlustkoeffizienten λ nach Gleichung 3.3 in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl kann geklärt werden ob sich mit den Instabilitäten der Seitenschichten der Druckverlust erhöht. In Abbildung 5.14 sind die gemessenen dimensionslosen Verlustkoeffizienten für verschiedene Hartmann-Zahlen über der hydraulischen Reynolds-Zahl aufgetragen. Diese werden mit theoretischen Werten aus der von Tillack (1990) für laminare MHD-Strömungen gefundenen Beziehung (Gleichung 3.12) verglichen. Darüber hinaus sind noch die Druckverlustbeziehungen für laminare und turbulente hydrodynamische Strömungen nach Gleichung 3.5 und Gleichung 3.6 eingezeichnet.

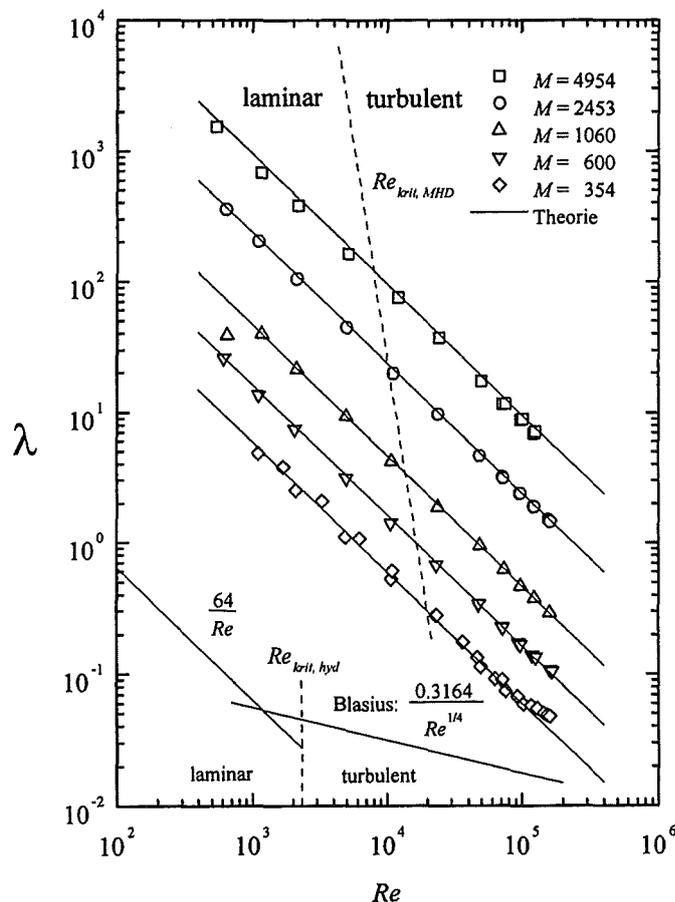


Abbildung 5.14: Vergleich gemessener Druckverlustkoeffizienten λ mit theoretischen Werten für laminare MHD-Strömung (Tillack (1990)) und mit hydrodynamischen Druckverlustkoeffizienten (Schlichting (1982)).

Die Druckverlustkoeffizienten bei magnetohydrodynamischer Strömung sind um mehrere

Größenordnungen höher als die bei hydrodynamischer Strömung. In hydrodynamischen Strömungen wird der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung von einem deutlichen Anstieg des Druckverlustkoeffizienten begleitet. Die gemessenen Druckverluste der magnetohydrodynamischen Strömung stimmen mit den theoretischen Werten der laminaren Strömung sehr gut überein. Der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung im Bereich $8000 < Re_{hyd} < 1.3 \cdot 10^5$ zeigt sich nicht durch signifikant höhere Druckverlustkoeffizienten an. Der bekannte Abfall des laminaren MHD-Verlustbeiwertes mit der Reynolds-Zahl bleibt auch für stark überkritische Reynolds-Zahlen unverändert. Erst für Hartmann-Zahlen $M < 600$ zeigt sich für Reynolds-Zahlen $Re > 10^5$ die erhöhte Dissipation der turbulenten Strömung in einem Anstieg der Druckverlustkoeffizienten über die Werte bei laminarer MHD-Strömung. Im Bereich hoher Hartmann-Zahlen kann somit die Auslegung eines Fusionsblankets mit Hilfe der Druckverlustbeziehungen laminarer MHD-Strömungen ohne Berücksichtigung der turbulenten Dissipation erfolgen.

5.6 Turbulenzstruktur

Die bisher gezeigten Ergebnisse liefern wichtige Hinweise für die Modellierung des Reynold-schen Spannungstensors und damit für die Lösung der Reynolds-Geichungen für technisch relevanten Fragestellungen. Die zeitlichen Mittelwerte zeigen zwar, daß die Turbulenz im untersuchten Parameterbereich stark inhomogen und anisotrop ist, geben aber keine Auskunft über die Größe und die Verteilung der Turbulenzwirbel. In diesem Abschnitt werden Meßergebnisse präsentiert, die Einblick in die räumliche und zeitliche Struktur der turbulenten Strömung geben.

5.6.1 Raumkorrelationen Sonde-Wandpotential

Liegt ein zweidimensionaler, turbulenter Strömungszustand in der Seitenschicht vor, so ist das elektrische Potential in Magnetfeldrichtung konstant (vgl. Abbildung 3.2 d)). Die von der Sonde in der Mittelebene ($y = 0$) gemessenen Fluktuationen des Potentialgradienten $\phi'_z = -u'$ in z -Richtung können dann auch durch Messung der Fluktuationen des Potentialgradienten auf der Hartmann-Wand $\phi'_{z,W} = -u'_W$ mit den Potentialstiften (vgl. Abbildung 4.5) nachgewiesen werden. Die Bildung der Raumkorrelation $Q = \overline{\phi'_{z,S} \phi'_{z,W}}$ nach Gleichung 2.56 erlaubt die objektive Beurteilung der Kohärenz beider Signale. Bildet man die Korrelationsfunktionen bei fester Position auf der Wand und verschiedenen z -Positionen der Sonde, so kann die Lage der Turbulenzwirbel in den Seitenschichten lokalisiert werden. In Abbildung 5.15 sind die Korrelationsfunktionen $Q(z) = \overline{\phi'_z(z) \phi'_{z,W}}$ zwischen der Sonde und der der Seitenwand nächsten Wandpotentialmeßstelle F1 in der Position $z = 0.45$ für verschiedene Hartmann-Zahlen in Diagrammen mit konstanter Reynolds-Zahl zusammengefaßt.

In allen Messungen ergibt sich ein qualitativ ähnlicher Verlauf der Korrelationsfunktion. Daraus kann auf prinzipiell ähnliche Strömungsmuster im gesamten untersuchten Parameterbereich geschlossen werden. In Kanalmitte sind die Fluktuationen der Meßsignale der Sonde und der Wandpotentialstifte unkorreliert. Beim Verfahren der Sonde in Richtung der Seitenwand ergeben sich zunächst negative Werte, danach erfolgt ein Anstieg in den positiven Bereich bis hin zu einem Maximalwert, der erreicht wird, wenn die z -Position der Sonde mit der der Wandpotentialmeßstelle übereinstimmt.

Positive Werte der Korrelationsfunktion zeigen, daß die von der Sonde und dem Wandpo-

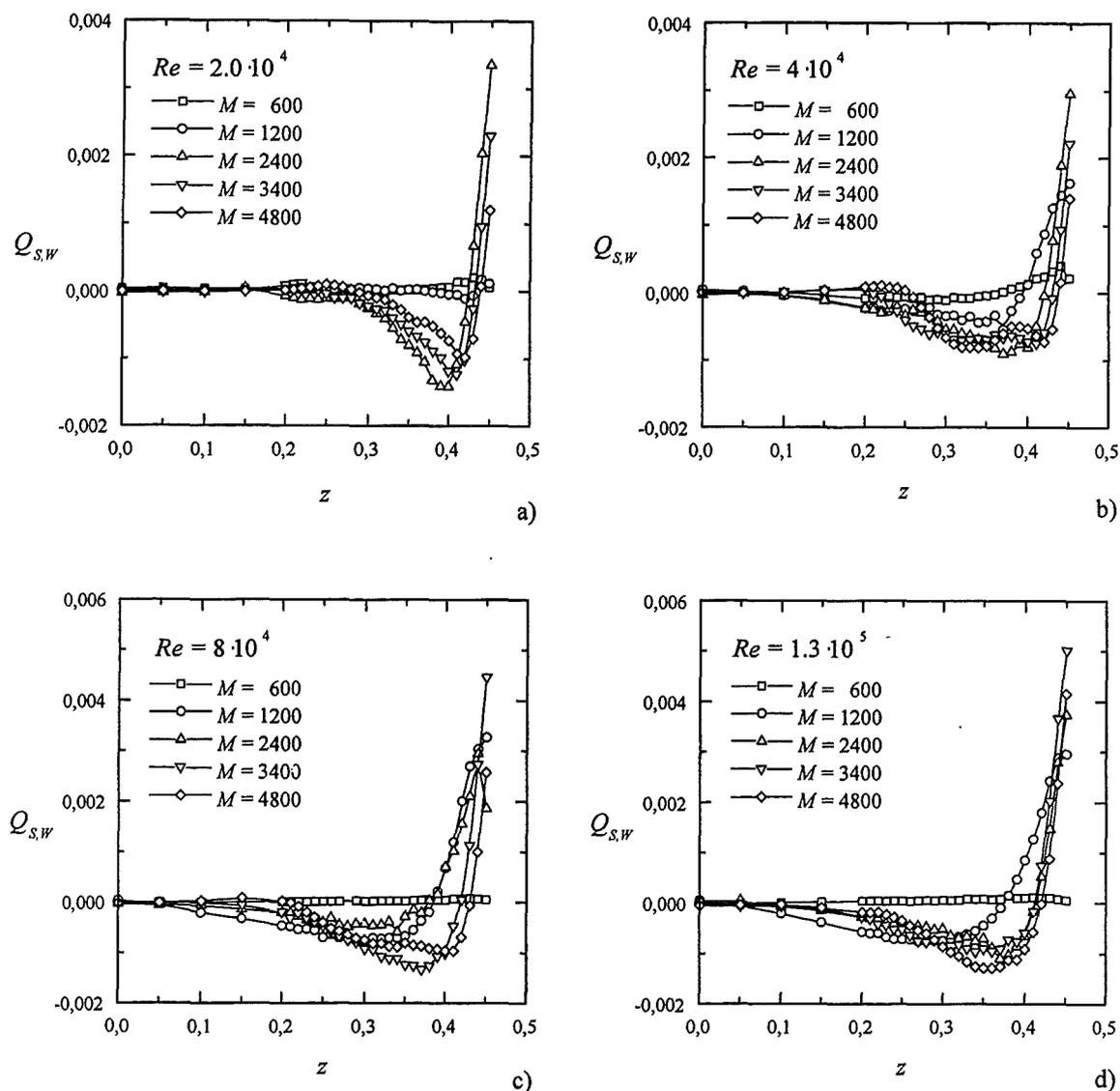


Abbildung 5.15: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die Korrelationsfunktion $Q_{S,W}$ zwischen den mit der Sonde in Kanalmitte bestimmten Fluktuationen des Potentialgradienten $\phi_z = -u$ und einer entsprechenden Messung auf der Hartmann-Wand. Die Sonde wird in z -Richtung traversiert, das Wandpotential wird in der festen Position $z = 0.45$ bestimmt. Reynolds-Zahlen: a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 8.0 \cdot 10^4$, d) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

tentialstift gemessenen Geschwindigkeitsfluktuationen gleichphasig verlaufen. Für negative Werte dagegen liegt ein gegenphasiges Verhalten der Geschwindigkeitsfluktuationen vor. Setzt man einen stark anisotropen Strömungszustand voraus, so liefert der Maximalwert der Korrelationsfunktion in $z = 0.45$ einen Anhaltswert, wie hoch die Korrelation ist, wenn derselbe Wirbel erfaßt wird. Negative Werte von gleicher Größenordnung deuten darauf hin, daß die Sonde in diesen Bereichen denselben Wirbel erfaßt, sich jedoch im Rückströmgebiet des Wirbels befindet. Es ergibt sich daraus das Bild großer Wirbelstrukturen, die sich über den gesamten turbulenten Seitenwandbereich erstrecken. Die Wirbel werden durch die Geschwindigkeitsgradienten der Seitenschicht angetrieben. Durch die starke elektroma-

netische Dämpfung der Hartmann-Wände werden die Wirbel verzerrt. Dies kann aus den geringeren negativen Werten der Korrelationsfunktion geschlossen werden. In Abbildung 5.19 ist ein schematisches Bild der Wirbel skizziert.

Erfolgt die Bestimmung der Korrelationsfunktion für identische z -Positionen der Sonde und der Wandpotentialstifte, so bildet diese eine zusätzliche Möglichkeit, die Anisotropie der Turbulenz zu bewerten. Der Grad der Übereinstimmung beider Signale kann bei Variation der Versuchsparameter nicht aus den einfachen Korrelationen bestimmt werden. Zum einen weisen die Fluktuationen verschieden hohe Intensitäten auf, zum anderen zeigen die Ausführungen in Abschnitt 5.2, daß die auf der Wand gemessenen Fluktuationen deutlich geringer sind. Durch Bildung des Korrelationskoeffizienten nach Gleichung 2.57

$$K_{S,W} = \frac{\overline{\phi'_{z,W} \phi'_{z,S}}}{\sqrt{\overline{\phi'^2_{z,W}}} \sqrt{\overline{\phi'^2_{z,S}}}} \quad (5.10)$$

aus den Fluktuationen des Wand- und Sondenpotentialgradient können alle Messungen miteinander verglichen werden. Ergibt sich der Wert Eins, so sind die Signale identisch, und es liegt ein perfekt zweidimensionaler Strömungszustand vor. Sind die Signale unkorreliert, so strebt der Korrelationskoeffizient gegen Null, und es liegt isotrope Turbulenz vor. In Abbildung 5.16 sind die Korrelationskoeffizienten $K_{S,W}$ für alle Hartmann- und Reynolds-Zahlen dieser Versuchsreihe zusammengefaßt. Wand- und Sondenpotentialgradient werden in der Position $z = 0.45$ gemessen.

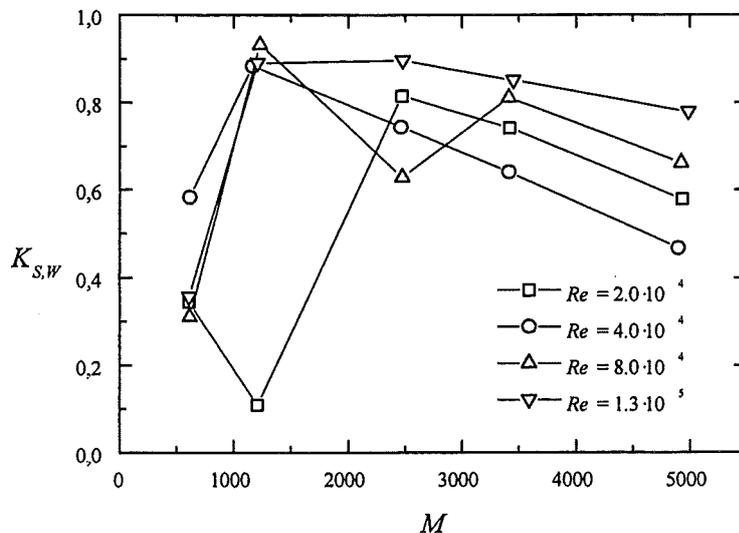


Abbildung 5.16: Korrelationskoeffizienten $K_{S,W}$ zwischen den mit der Sonde in Kanalmitte bestimmten Fluktuationen des Potentialgradienten $\phi_z = -u$ und einer entsprechenden Messung auf der Hartmann-Wand, beide an der Position $z = 0.45$.

Für die kleinste Hartmann-Zahl $M = 600$ ist der Korrelationskoeffizient am geringsten. Dies bedeutet, daß die Turbulenzwirbel hier die geringste Anisotropie aufweisen. Für größere Hartmann-Zahlen ergibt sich für die kleinste Reynolds-Zahl eine weitere Reduzierung der Anisotropie, die Werte des Korrelationskoeffizienten der höheren Reynolds-Zahlen dagegen steigen sprunghaft auf große Werte an. Es liegt bei $M = 1200$ ein weitgehend zweidimensionaler, anisotroper Turbulenzzustand vor. Von diesem hohen Wert fallen die

Korrelationskoeffizienten mit steigender Hartmann-Zahl weitgehend systematisch ab und zeigen damit eine erneute Abnahme der Anisotropie an.

Die Aussagen zur Turbulenzisotropie mit Hilfe der Korrelationsfunktion können mit denen aus dem Isotropiekoeffizienten in x -Richtung A_x verglichen werden. In Abbildung 5.17 ist A_x für die identischen Versuchsparameter in der Position $z = 0.45$ dargestellt.

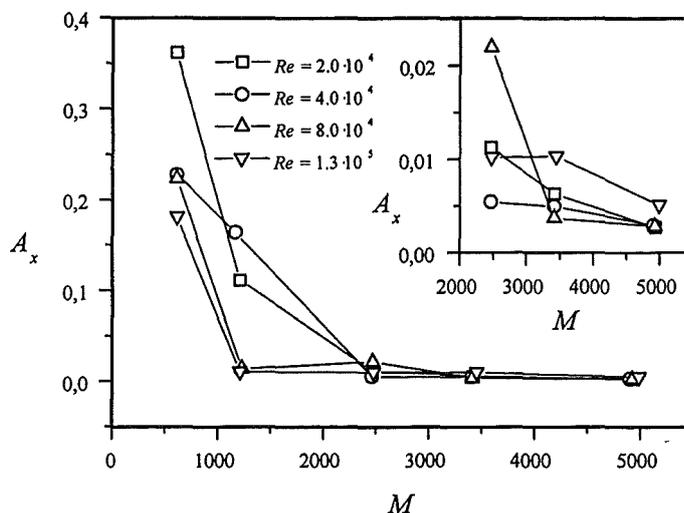


Abbildung 5.17: Isotropiekoeffizient A_x in der Position $z = 0.45$ für verschiedene Hartmann- und Reynolds-Zahlen.

Auch aus dem Verlauf des Isotropiekoeffizienten kann auf eine starke Anisotropie der Turbulenz für Hartmann-Zahlen größer $M = 600$ geschlossen werden. Die Verringerung der Anisotropie für hohe Hartmann-Zahlen wird jedoch hier nicht deutlich. Wiederum zeigt sich, daß anhand der Sondensignale eine nuanzierte Charakterisierung des anisotropen Turbulenzzustandes bei hohen Hartmann-Zahlen nur schwer möglich ist. Es wird oberhalb $M = 1200$ eine nahezu zweidimensionale Turbulenz in der Mittelebene ($y = 0$) angezeigt. Die in Abbildung 3.2 d) entwickelte Vorstellung zweidimensionaler Wirbelstrukturen, welche bis an die Hartmann-Wände heranreichen, wird anhand der Korrelationskoeffizienten bestätigt. Der Korrelationskoeffizient zeigt eine Tendenz zu höherer Isotropie bei den höchsten Hartmann-Zahlen, die aber durch den Isotropiekoeffizienten A_x nicht bestätigt wird. Es kann daraus geschlossen werden, daß Störungen der zweidimensionalen Wirbel auf Bereiche nahe den Hartmann-Wänden begrenzt sind. Unklar bleibt dabei, warum die an der Wand bestimmten Fluktuationen des Potentialgradienten trotz ihrer qualitativ guten Übereinstimmung mit den Messungen der Sonde deutlich geringer sind.

5.6.2 Zeitsignale

Ein anschauliches Bild der Turbulenzstruktur ergibt sich aus den Zeitverläufen der Fluktuationen der Potentialgradienten der Sonde und auf der Wand. Abbildung 5.18 zeigt diese für eine Hartmann-Zahl von $M = 4800$ und eine Reynolds-Zahl von $Re = 2.0 \cdot 10^4$. Die Sonde befindet sich in der Position $z = 0.45$. Die Auftragung erfolgt über der dimensionslosen Zeitskala $t_0 = a/u_m$. Mit der Taylor-Hypothese ergibt sich daraus, daß ein Ereignis, welches eine charakteristische Zeiteinheit andauert, sich räumlich über eine charakteristische Länge erstreckt.

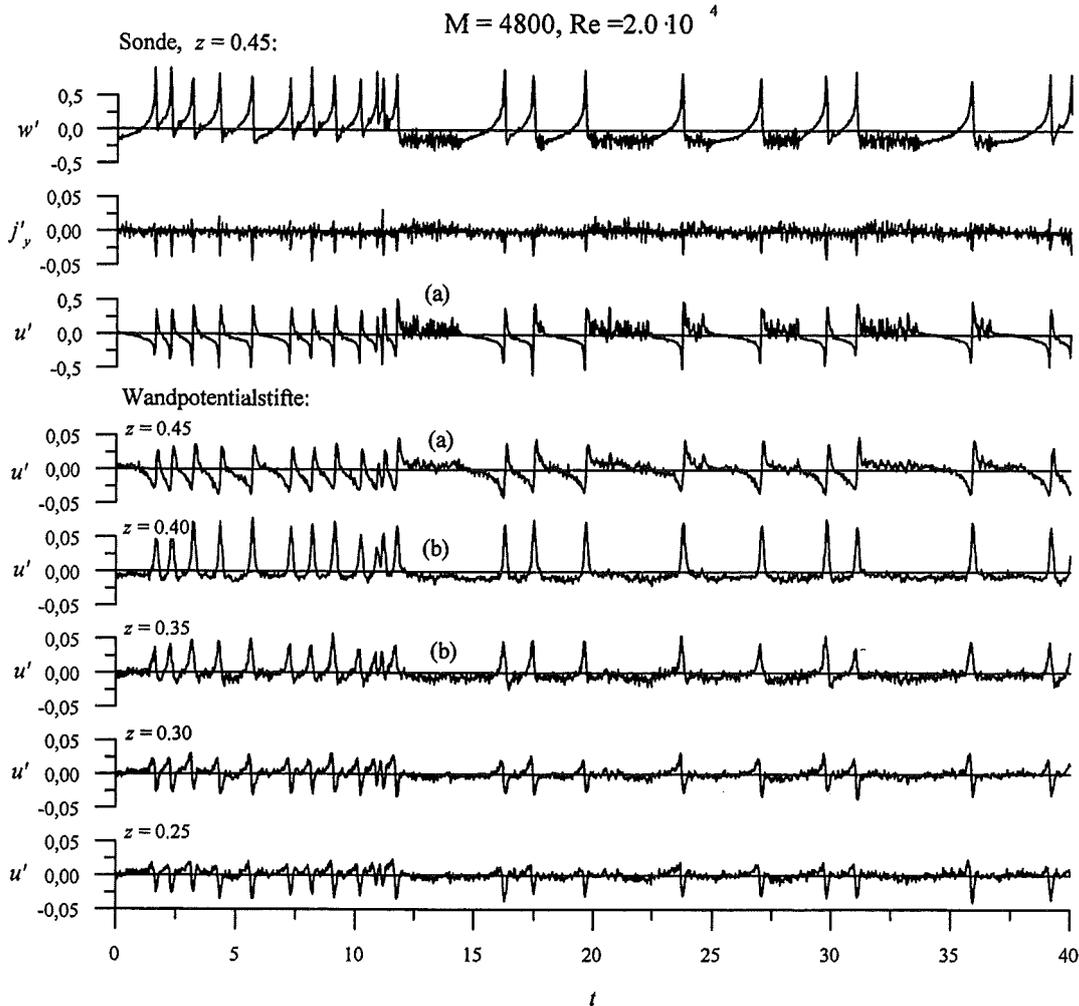


Abbildung 5.18: Fluktuationen der Potentialgradienten der Sonde und aller fünf Wandpotentialmeßstellen, für $M = 4800$ und $Re = 2.0 \cdot 10^4$; Sondenposition: $z = 0.45$. u' ist die axiale Strömungsgeschwindigkeit, w' die wandnormale Geschwindigkeitskomponente und j'_y die Stromdichte.

Die starken Fluktuationen der Geschwindigkeitssignale lassen sich als ausgeprägte, quasi zweidimensionale Wirbelstrukturen interpretieren, die von der Strömung mittransportiert werden. Die zweidimensionalen Turbulenzwirbel treten sowohl in Gruppen mit regelmäßigen Abständen als auch einzeln auf. Dies entspricht der Vorstellung eines unregelmäßigen, intermittierenden, turbulenten Strömungszustandes.

Die Anisotropie des turbulenten Strömungszustandes zeigt sich deutlich durch die wesentlich geringeren Schwankungen der Stromdichtekomponente j'_y in Magnetfeldrichtung. Zudem stimmen die von der Sonde gemessenen Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente u' mit den entsprechenden Signalen auf der Wand in der Struktur sehr gut überein. Die in der Mittelebene erfaßten Wirbel reichen demnach bis an die Hartmann-Wände heran. Wie sich bereits anhand der Korrelationsfunktionen zeigte, sind aber die auf der Wand gemessenen Intensitäten deutlich geringer als diejenigen in der Mittelebene. Vergleicht man die auf der Hartmann-Wand gemessenen Signale untereinander, so zeigt die Synchronität der Signalspitzen, daß an allen Positionen dieselbe Strömungsstruktur erfaßt

wird. Dies bestätigt die anhand der Korrelationsfunktion zwischen Sonde und Wand im vorigen Abschnitt getroffene Aussage, daß sich die Geschwindigkeitsschwankungen durch Wirbel von der Größenordnung der Dicke der turbulenten Seitenschicht verursacht sein können.

An den mit (a) gekennzeichneten Stellen werden zwischen den großen Wirbeln Zeitintervalle mit hochfrequenten Fluktuationen geringer Intensität sichtbar. In diesen Bereichen liegt die momentane axiale Strömungsgeschwindigkeit über eine längere Zeit über dem zeitlichen Mittelwert. Da die Strömung im Kern laminar ist, muß eine entsprechende Rückströmung innerhalb der Seitenschicht erfolgen. Dies zeigt sich an den mit (b) gekennzeichneten, negativen Geschwindigkeiten der weiter zur Kanalmitte hin liegenden Wandpotentialsonden. Es treten damit in der Seitenschicht über mehrere charakteristische Längen gestreckte Wirbel auf, denen kleinere, rotationssymmetrische Wirbel überlagert sind.

Mit der Vorstellung, daß die peakartigen Fluktuationen der Geschwindigkeitssignale durch einzelne Wirbel hervorgerufen werden, die sich mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit über die Sonde hinwegbewegen, kann aus den Zeitverläufen, z.B. der Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung, auf die räumliche Struktur eines einzelnen Wirbels geschlossen werden. Aus der Ähnlichkeit der Fluktuationen verschiedener Wirbel ergibt sich, daß der Abstand der Wirbelachsen von der Seitenwand sowie deren Größe und Wirbelstärke nur wenig variieren. Aus Messungen an verschiedenen z -Positionen kann daher, obwohl diese nicht zeitgleich erfolgen können, ein repräsentatives Wirbelbild zusammengefügt werden. Die Abbildung 5.19 zeigt die Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente an vier verschiedenen z -Positionen und die daraus hergeleitete Vorstellung über die Wirbelstruktur.

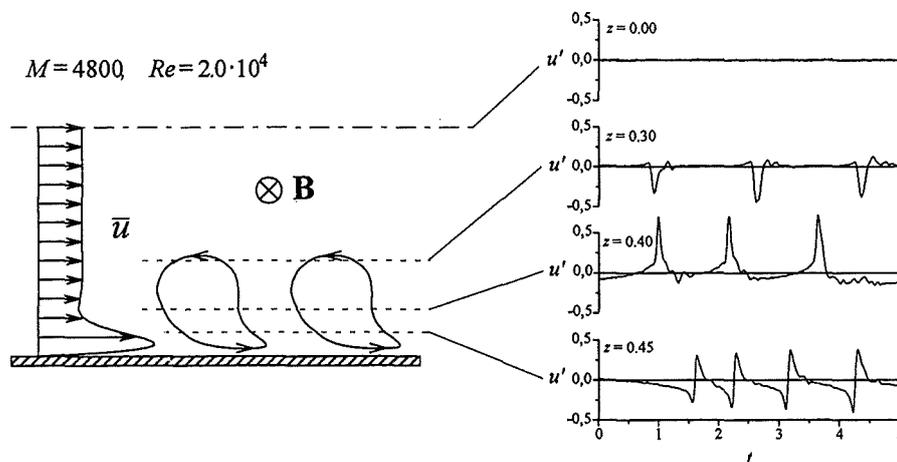


Abbildung 5.19: Aus den Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente u' an verschiedenen z -Positionen abgeleitete räumliche Struktur einzelner Turbulenzwirbel. $M = 4800$, $Re = 2 \cdot 10^4$.

In Kanalmitte ($z = 0.00$) treten keine Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente auf. Es liegt dort laminare Strömung vor. Im Übergangsbereich vom laminaren Strömungskern in die turbulente Seitenschicht ($z = 0.30$) beobachtet man vorwiegend negative Fluktuationen. Diese können als Rückströmgebiete der Wirbel interpretiert werden. In der näher an der Seitenwand liegenden Position $z = 0.40$ sind in den Wirbelbereichen ausschließlich positive Fluktuationen sichtbar. Es kann daraus auf eine asymmetrische Defor-

mation der Wirbel durch den Geschwindigkeitsgradienten der Grundströmung geschlossen werden. In der wandnächsten Position $z = 0.45$, die mit der Sonde erreichbar ist, wird der Einfluß des Seitenwandjets so stark, daß praktisch symmetrische Fluktuationen gemessen werden. Die Ergänzung der Stromlinien im unmittelbaren Wandbereich würde Fluktuationen in positiver axialer Strömungsrichtung ergeben. Aus technischen Gründen können diese jedoch nicht gemessen werden. Das aus den Zeitsignalen abgeleitete Wirbelbild bestätigt die in Abschnitt 3.1.4 entwickelten Vorstellungen über die turbulente Seitenschicht. Gegenüber der in Abbildung 3.2 d) schematisch dargestellten, rotationssymmetrischen Wirbelform ergeben sich im realen Experiment erhebliche Deformationen der Wirbel durch den Geschwindigkeitsgradienten der Grundströmung. Dieser bildet den Antriebsmechanismus der Wirbel und bewirkt, daß alle Wirbel die gleiche Drehrichtung haben.

Mit dieser erweiterten Vorstellung über die Turbulenzwirbel in der Seitenschicht wird im weiteren der Einfluß einer wachsenden Reynolds-Zahl auf die Struktur der Turbulenz bei konstanter Hartmann-Zahl untersucht. In Abbildung 5.20 sind die mit der Sonde in der Position $z = 0.45$ gemessenen Fluktuationen des elektrischen Potentialgradienten dargestellt.

Für die Reynolds-Zahl $Re = 4.0 \cdot 10^4$ (Abbildung 5.20 a)) kann ein regelmäßiges Muster großer Wirbel angenommen werden. Die Fluktuationen der Stromdichtekomponente in Magnetfeldrichtung sind sehr gering und verlaufen synchron zu den Geschwindigkeitsfluktuationen. Bei einer weiteren Steigerung der Reynolds-Zahl auf $Re = 8.0 \cdot 10^4$ (Abbildung 5.20 b)) treten erstmals Fehlstellen zwischen den ansonsten regelmäßigen Wirbelbereichen auf. An den Übergängen von den regelmäßigeren Signalbereichen zu den Intermittenzbereichen treten intensive Geschwindigkeitsfluktuationen auf. Diese sind mit gleichzeitigen Fluktuationen des Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung verknüpft. Die Steigerung der Reynolds-Zahl führt damit zu vereinzelt Zeitintervallen mit starken Störungen der zweidimensionalen Wirbelstruktur.

Die zeitlich regelmäßige Wirbelstruktur der Strömung geht bei weiterer Erhöhung der Reynolds-Zahl auf den maximal erreichbaren Wert $Re = 1.3 \cdot 10^5$ vollständig verloren (Abbildung 5.20 c)). Es treten stochastisch verteilte Wirbel unterschiedlicher Intensität und axialer Erstreckung auf. Diese sind mit unterschiedlich starken Fluktuationen in Magnetfeldrichtung verknüpft.

Ausgehend von dieser Versuchparameterkombination ($M = 4800$, $Re = 1.3 \cdot 10^5$) kann anhand der Abbildung 5.21 die Entwicklung der Struktur der Turbulenz beim Übergang von größeren zu kleineren Hartmann-Zahlen betrachtet werden. Die geringere stabilisierende Wirkung des Magnetfeldes läßt erwarten, daß bei konstanter Reynolds-Zahl die Anisotropie der Turbulenz abnimmt und eine Tendenz zu vermehrt isotropem Verhalten einsetzt.

Insgesamt bewirkt die Reduktion der Hartmann-Zahl eine Vergrößerung der Abstände zwischen den durch die Signalpeaks gekennzeichneten Wirbeln. Vermehrt zeigen sich Bereiche schwächerer, unregelmäßiger Fluktuationen, die trotz ihrer geringen Intensität deutliche Anteile in Magnetfeldrichtung aufweisen.

Bei Steigerungen der Reynolds-Zahl sowie bei Reduktion der Hartmann-Zahl zeigen sich zwar vereinzelt Fluktuationen in Magnetfeldrichtung, insgesamt wird jedoch nach wie vor der stark ausgeprägte zweidimensionale Charakter der Turbulenz in den Seitenschichten bestätigt. Die Feinstruktur der Zeitsignale zeigt die Komplexität der auftretenden Phänomene, die mit der eingesetzten Instrumentierung aber nur unvollständig aufzulösen ist, und damit nur unvollständig interpretiert werden kann.

Die Geschwindigkeitsfluktuationen in axialer Richtung in Abbildung 5.21 c) für $M = 1200$ zeigen Ausschläge in den negativen Bereich. Da die Dicke der turbulenten Seitenschicht

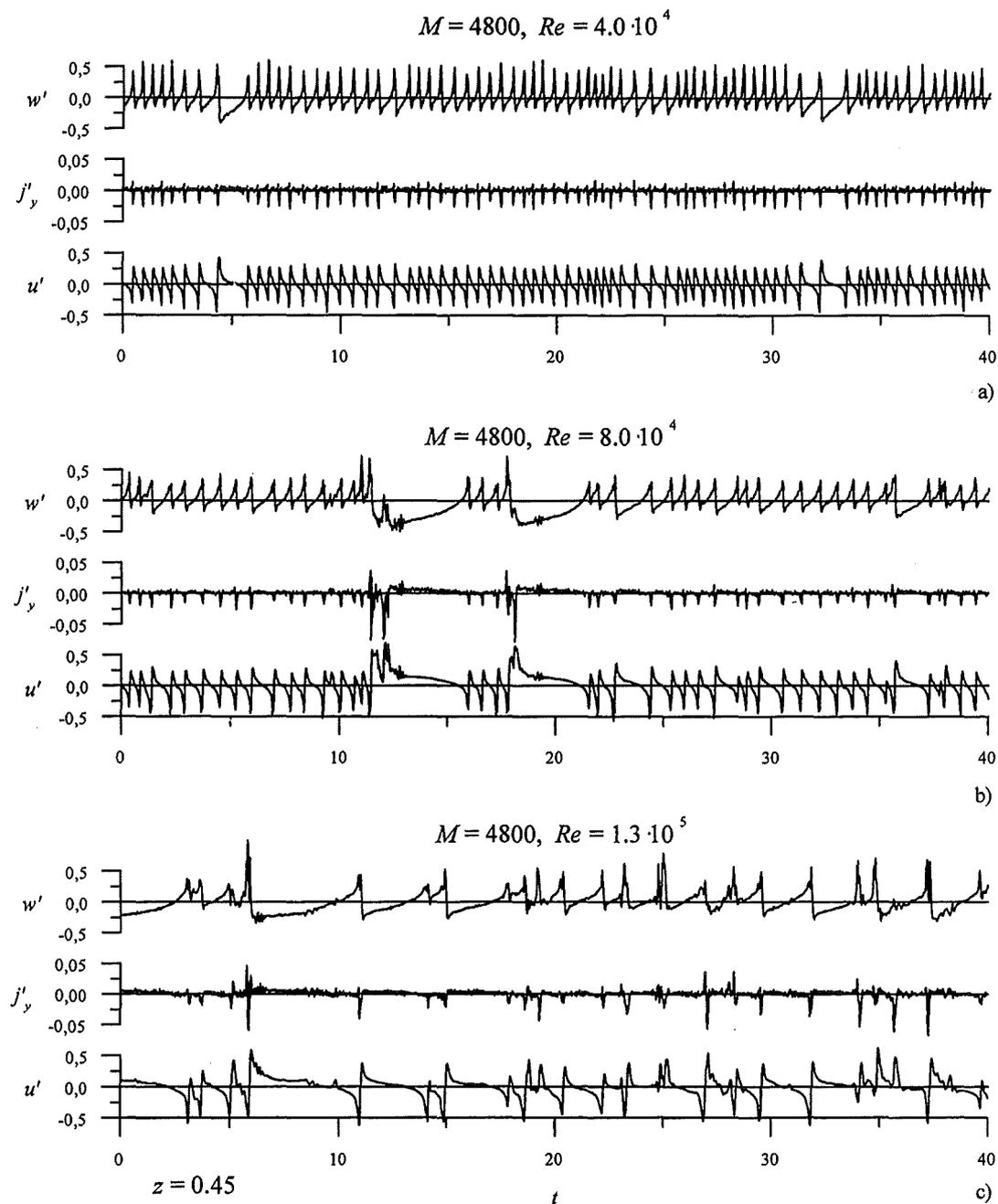


Abbildung 5.20: Einfluß höherer Reynolds-Zahlen auf die Turbulenzstruktur für die Hartmann-Zahl $M = 4800$. Dargestellt sind Fluktuationen der mit der Sonde gemessenen Potentialgradienten in $z = 0.45$. u' ist axiale Strömungsgeschwindigkeit, w' die wandnormale Geschwindigkeitskomponente und j'_y die Stromdichte. Reynolds-Zahlen: a) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 8.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

für diese Versuchsparameter deutlich größer ist, können diese nicht mit der in Abbildung 5.19 dargestellten Wirbelstruktur erklärt werden. In der Abbildung 5.22 kann wiederum aus den Zeitsignalen der axialen Geschwindigkeitsfluktuationen u' in verschiedenen z -Positionen eine räumliche Struktur der Wirbel entwickelt werden.

Es zeigt sich, daß in der turbulenten Seitenschicht bei kleineren Hartmann-Zahlen und ho-

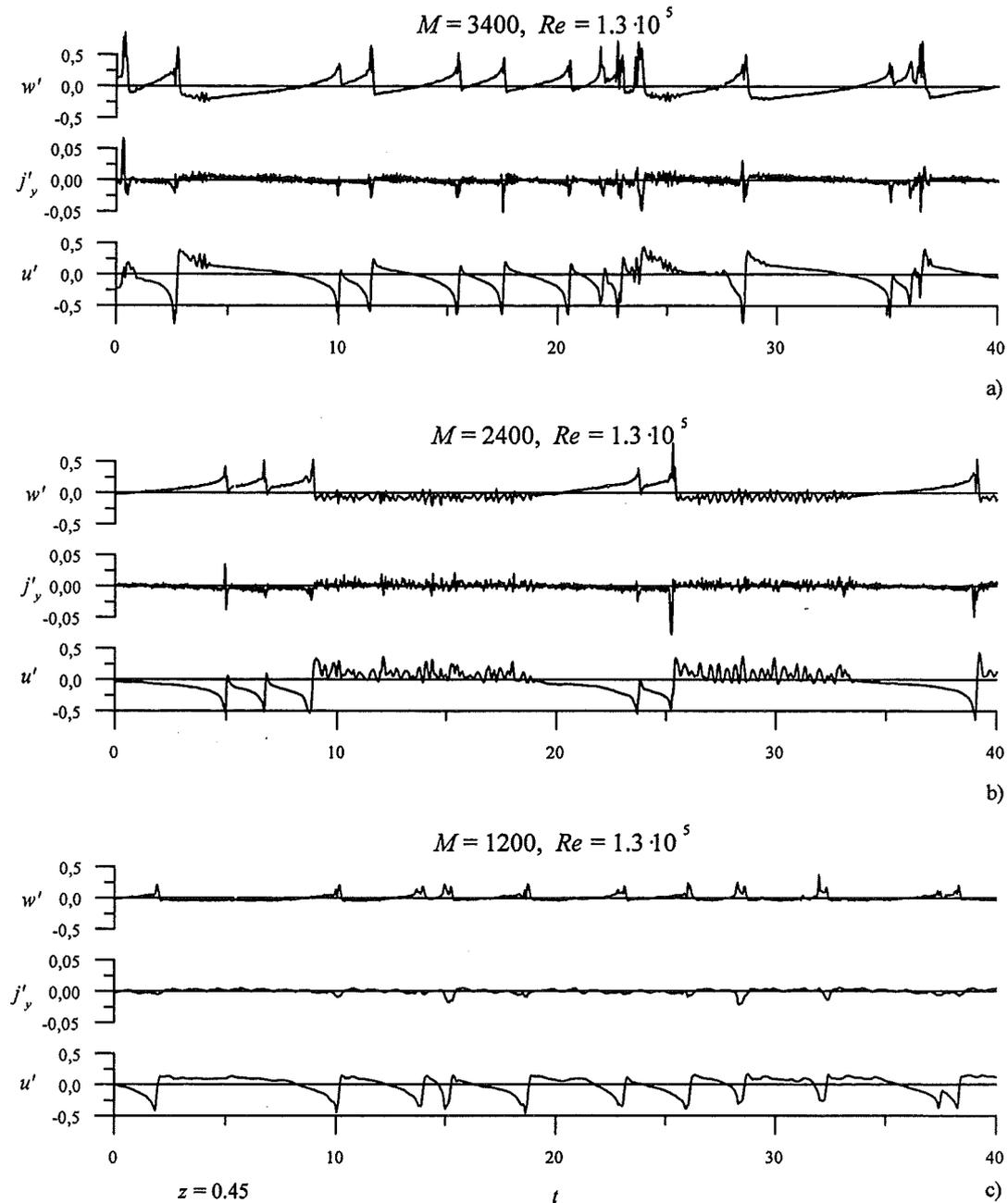


Abbildung 5.21: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die Turbulenzstruktur für die Reynolds-Zahl $Re = 1.3 \cdot 10^5$. Fluktuationen der mit der Sonde gemessenen Potentialgradienten in $z = 0.45$. u' ist axiale Strömungsgeschwindigkeit, w' die wandnormale Geschwindigkeitskomponente und j'_y die Stromdichte in Richtung des Magnetfeldes. Hartmann-Zahlen: a) $M = 3400$, b) $M = 2400$, c) $M = 1200$.

hen Reynolds-Zahlen ausschließlich Wirbel vorliegen, deren Drehrichtung entgegengesetzt zu der in Abbildung 5.19 dargestellten Wirbel steht. Dieses Phänomen kann als eine Instabilität der an der Seitenwand anliegenden Wand-Scherschicht interpretiert werden. Die Meßdaten liefern keinen eindeutigen Hinweis auf eine Instabilität der Inneren-Scherschicht, vielmehr treten im Bereich der Kernströmung (z.B. $z = 0$) unregelmäßige Fluktuationen

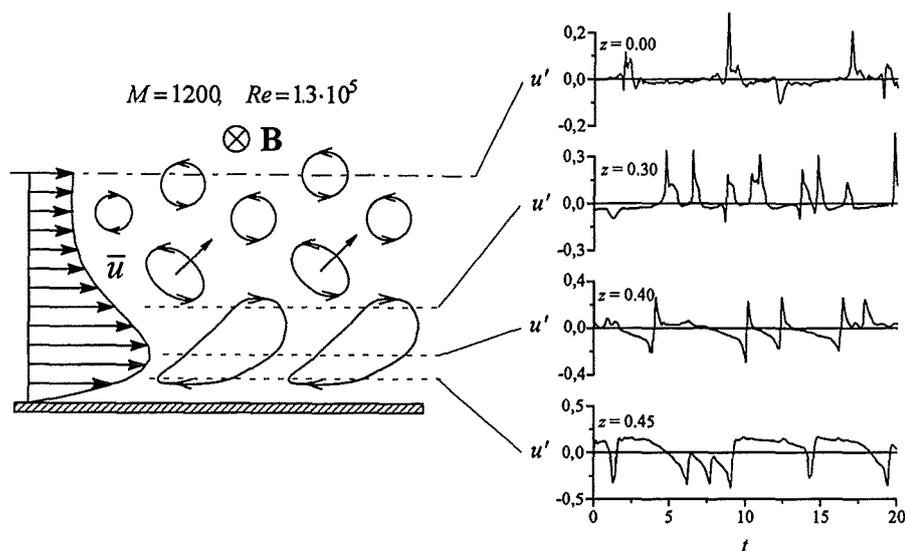


Abbildung 5.22: Aus den Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente u' an verschiedenen z -Positionen abgeleitete räumliche Struktur einzelner Turbulenzwirbel. $M = 1200$, $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

auf. Diese können als Wirbel interpretiert werden, welche aus der Seitenschicht herauslaufen und frei in der Kernströmung dissipieren. Die Sonde erfasst an einer festen Position unterschiedlich große Wirbel in verschiedenen Wirbelbereichen und liefert daher unterschiedliche Fluktuationen. Die Wirbel in Kanalmitte können in beiden Seitenschichten gebildet sein. Es liegen daher in der Kernströmung Wirbel mit beiden Drehrichtungen vor. Weitere Messungen sind aber erforderlich, um diese Vorstellungen zu untermauern.

5.6.3 Geschwindigkeitsspektren

Eine weitere Beurteilung der Turbulenzstrukturen kann anhand der Leistungsdichtespektren E der gemessenen Potentialgradienten erfolgen (vgl. Abschnitt 2.2.6.3). Aus dem Zusammenhang zwischen der Varianz der Fluktuationen und den Koeffizienten ihrer Fourierreihenentwicklung (Gleichung 2.62) kann beurteilt werden, wie groß der Anteil einzelner Frequenzen, z.B. an der turbulenten kinetischen Energie, ist. In Abbildung 5.23 sind die Leistungsdichtespektren von Sondensignalen und den Signalen der Wandpotentialstifte in der Position $z = 0.45$ für zwei exemplarische Beispiele aufgetragen.

Im linken Diagramm sind Leistungsdichtespektren für die Parameterkombination $M = 4800$ und $Re = 4.0 \cdot 10^4$ dargestellt. Das rechte Diagramm zeigt Leistungsdichtespektren für die höhere Reynolds-Zahl $Re = 1.3 \cdot 10^5$. Diese Spektren entsprechen den Zeitsignalen in Abbildung 5.20 a) und c).

Das in Abschnitt 5.6.2 diskutierte, regelmäßige Wirbelmuster bei der kleineren Reynolds-Zahl $Re = 4.0 \cdot 10^4$ spiegelt sich deutlich in den jeweils zwei ausgeprägten Maxima dieser Spektralverteilung und den zugeordneten Frequenzen wider. Von diesen kann die niedrigere Frequenz mit dem Abstand zwischen den mit der Strömung transportierten Wirbeln, die höhere Frequenz mit der Wirbelabmessung identifiziert werden. Der steile Abfall der Spektren im Bereich hoher Frequenzen ist auf die regelmäßige Struktur des Zeitsignals und auf die starke Dämpfung kleiner Wirbelstrukturen durch Ohmsche Dissipation zurückzuführen.

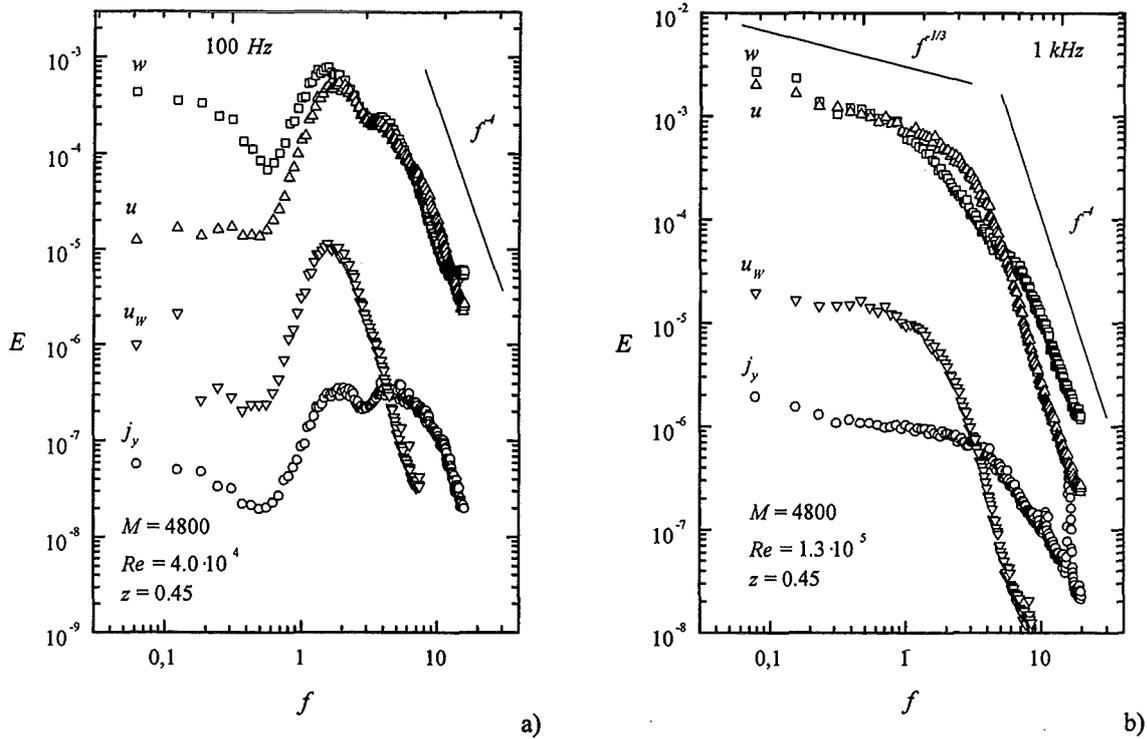


Abbildung 5.23: Leistungsdichtespektren E der Potentialgradienten der Sonde und eines Wandpotentials in $z = 0.45$ für die Hartmann-Zahl $M = 4800$, Reynolds-Zahlen: a) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 1.3 \cdot 10^5$. u kennzeichnet die von der Sonde gemessene axiale Geschwindigkeitskomponente, w die wandnormale Geschwindigkeitskomponente, j_y die Stromdichtekomponente in Richtung des Magnetfeldes und u_w die auf der Hartmann-Wand gemessene, axiale Geschwindigkeitskomponente.

Die Spektren für die unregelmäßigen Zeitsignale bei der höheren Reynolds-Zahl $Re = 1.3 \cdot 10^5$ zeigen keine ausgezeichneten Frequenzen. Deutlich zeichnen sich hier jedoch Bereiche unterschiedlicher Steigungen ab. Im niederfrequenten Bereich ($f < 1$) erfolgt ein moderater Abfall mit $f^{-1/3}$. Nach einem Übergangsbereich $1 < f < 5$ erfolgt ein steiler Abfall der Geschwindigkeitsspektren mit f^{-4} . Die Fluktuationen des Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung zeigen einen deutlich schwächeren Abfall.

Die Fourierkoeffizienten der auf der Hartmann-Wand gemessenen Geschwindigkeitsfluktuationen liegen im gesamten Frequenzbereich deutlich unterhalb denen der Sonde. Die in Abschnitt 5.2 sichtbaren, deutlich geringeren Varianzen der an der Hartmann-Wand gemessenen Fluktuationen können daher nicht mit einer von der Wirbelgröße abhängigen Dämpfung der Signale bei einer Messung durch das Wandmaterial erklärt werden.

Prinzipiell kann die Isotropie einer turbulenten Strömung auch für einzelne Frequenzanteile betrachtet werden. Man erhält die frequenzabhängigen Isotropiekoeffizienten $A_x(f)$ und $A_z(f)$ entsprechend Abschnitt 2.2.6.5 aus den Fourierkoeffizienten $E_i(f)$ der Leistungsdichtespektren zu:

$$A_x(f) = \frac{2E_y(f)}{E_x(f)}, \quad (5.11)$$

$$A_z(f) = \frac{2E_y(f)}{E_z(f)}. \quad (5.12)$$

Ergibt sich ein Koeffizient für eine bestimmte Frequenz zu Eins, so sind die Geschwindigkeitsfluktuationen dieser Frequenz in allen Richtungen gleich groß bzw. die Turbulenzstruktur ist in diesem Frequenzbereich isotrop.

Abbildung 5.24 zeigt die frequenzabhängigen Isotropiekoeffizienten für die beiden Beispiele in Abbildung 5.23.

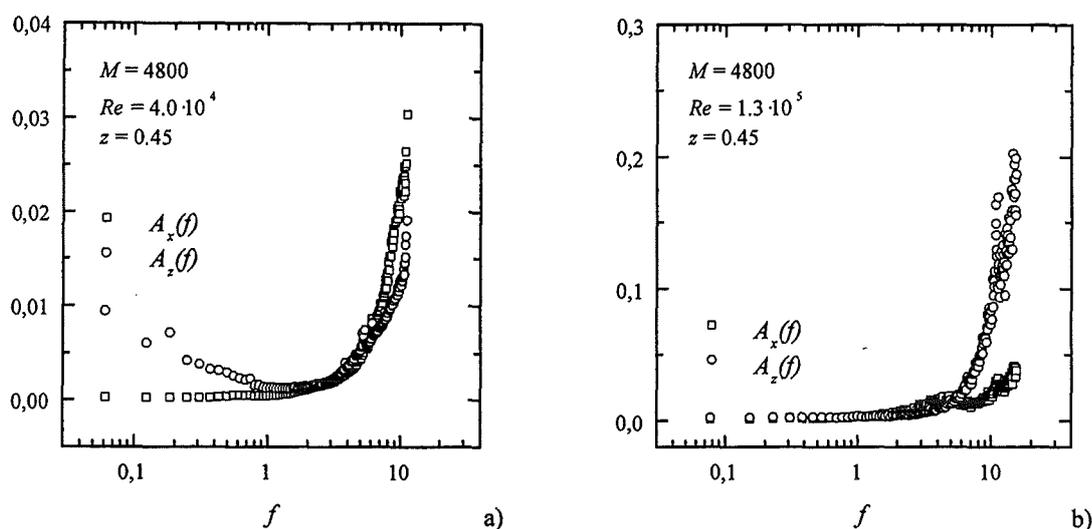


Abbildung 5.24: Frequenzabhängigkeit der Isotropiekoeffizienten $A_x(f)$ und $A_z(f)$, für die Hartmann-Zahl $M = 4800$ und die Reynolds-Zahlen a) $Re = 4.0 \cdot 10^4$ und b) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

Für beide Reynolds-Zahlen zeigt sich ein deutlicher Anstieg der Isotropiekoeffizienten für hohe Frequenzen. Dies bestätigt die Vorstellung, daß insbesondere das turbulente Geschwindigkeitsfeld der höheren Reynolds-Zahl $Re = 1.3 \cdot 10^5$ durch große, quasi zweidimensionale Wirbel und darüber hinaus durch kleinere Turbulenzstrukturen mit höherer Isotropie charakterisiert ist.

Da die Fluktuationen in axialer und wandnormaler Richtung prinzipiell das gleiche Verhalten zeigen, erfolgt die weitere Diskussion lediglich anhand der Leistungsdichtespektren der Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente E_u . Abbildung 5.25 a) zeigt diese in der Position $z = 0.45$ bei konstanter Hartmann-Zahl $M = 4800$ und verschiedenen Reynolds-Zahlen. Die gezeigten Messungen entsprechen den in den Abbildung 5.18 und 5.20 gezeigten Zeitsignalen.

Die Leistungsdichtespektren der verschiedenen Reynolds-Zahlen zeigen deutliche Unterschiede im Bereich niedriger Frequenzen ($f < 1$). Diese können mit der Ausbildung einer regelmäßigen Wirbelstruktur für mittlere Reynolds-Zahlen erklärt werden. Im Bereich hoher Frequenzen ($f > 5$) erfolgt der exponentielle Abfall der spektralen Leistungsdichte mit f^{-4} , wobei sich mit zunehmender Reynolds-Zahl die hochfrequenten Fluktuationsanteile abnehmen. Im mittleren Frequenzbereich sind unterschiedliche Steigungen zu beobachten, wobei sich der Übergang zum f^{-4} Bereich mit höheren Reynolds-Zahlen hin zu kleineren Frequenzen verschiebt.

Abbildung 5.25 b) zeigt den Einfluß verschiedener Hartmann-Zahlen auf die Leistungsdichtespektren der axialen Geschwindigkeitsfluktuationen bei konstanter Reynolds-Zahl

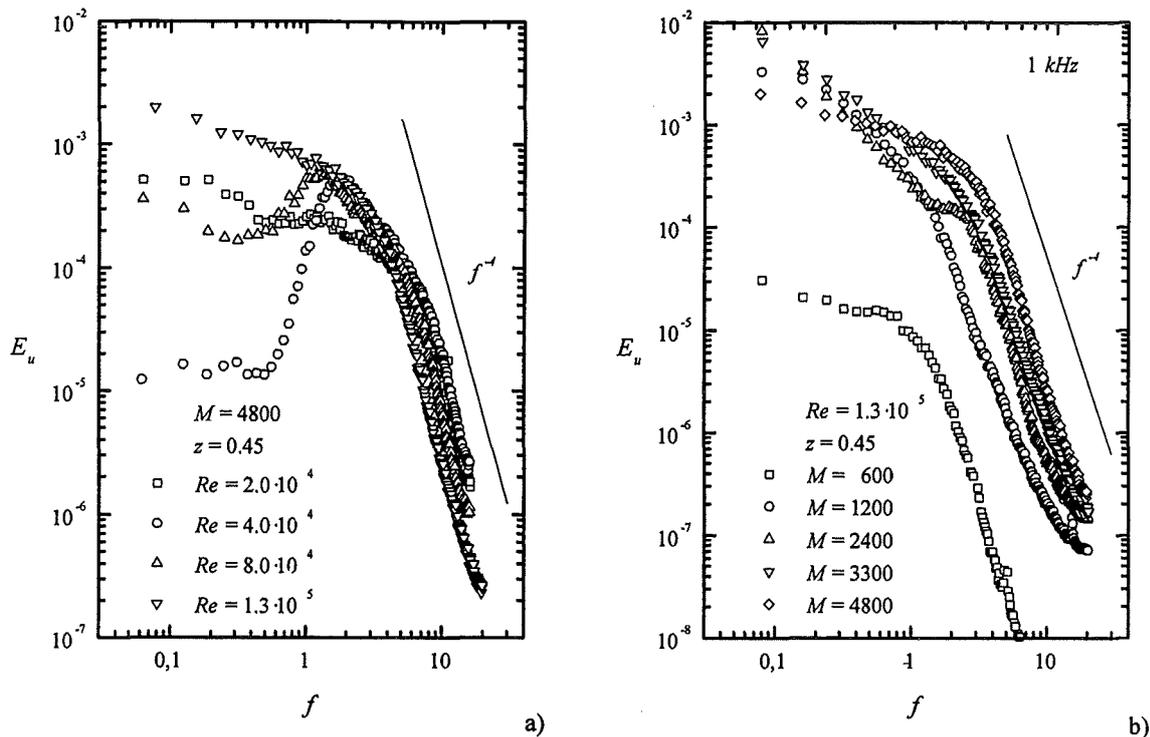


Abbildung 5.25: Leistungsdichtespektren E_u der axialen Geschwindigkeitskomponente u . a) bei konstanter Hartmann-Zahl $M = 4800$ und b) bei konstanter Reynolds-Zahl $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

$Re = 1.3 \cdot 10^5$, wiederum in der Position $z = 0.45$. Zum Vergleich können die Zeitsignale aus den Abbildungen 5.20 c) und 5.21 a)-c) betrachtet werden.

Die Spektren zeigen deutlich das Ansteigen der turbulenten kinetischen Energie in allen Frequenzbereichen mit der Hartmann-Zahl. Der niederfrequente Bereich ist durch geringe, von der Hartmann-Zahl abhängige Abfälle der Spektren gekennzeichnet. Im hochfrequenten Bereich wird wieder das bereits bekannte f^{-4} -Gesetz sichtbar. Der Übergang zwischen beiden Bereichen verschiebt sich mit zunehmender Hartmann-Zahl zu höheren Frequenzen. Eine Erhöhung der angelegten Magnetfeldstärke bedingt damit eine Zunahme der turbulenten kinetischen Energie in Form von kleineren Turbulenzwirbeln hoher Energie.

Die gemessenen Leistungsdichtespektren magnetohydrodynamischer Turbulenz lassen sich nur schwer in die in Abschnitt 3.1.4 beschriebenen, theoretischen Spektren für isotrope und zweidimensionale, hydrodynamische Turbulenz einordnen. Die hohe Anisotropie der hier untersuchten Turbulenz erklärt die erheblichen Unterschiede zum Energiespektrum isotroper Turbulenz. Gegenüber dem exponentiellen Abfall mit k^{-3} zweidimensionaler Turbulenz erfolgt der Abfall der gemessenen Spektren im hochfrequenten Bereich deutlich steiler mit f^{-4} . Dies kann damit erklärt werden, daß die Turbulenzwirbel ihre Energie im wesentlichen durch Joulsche Dissipation verlieren. Der flachere Abfall der turbulenten kinetischen Energie im niederfrequenten Bereich kann nicht eindeutig als ein inverser Kaskadeneffekt interpretiert werden, da dieser nicht durch ein Anwachsen der Wirbelgröße, sondern im wesentlichen durch die Intermittenz der Turbulenzwirbel geprägt ist.

Kapitel 6

Meßergebnisse bei Beheizung der Teststrecke

Um den Einfluß der im vorigen Kapitel beschriebenen, turbulenten MHD-Strömung auf den Wärmetransport zu untersuchen, wurde in einer zweiten Meßreihe eine Seitenwand mit einem Wärmestrom von $15W/cm^2$ beheizt. Abbildung 6.1 zeigt schematisch die Anordnung der Teststrecke bei Messungen mit Wärmezufuhr im Magnetfeld.

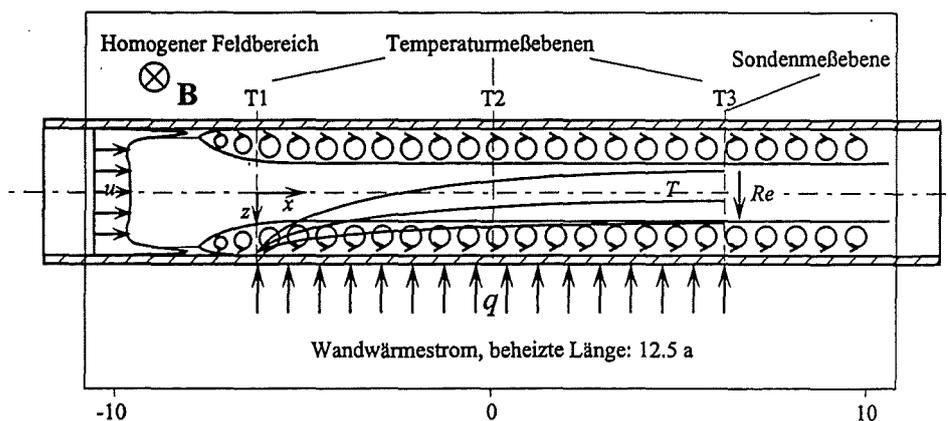


Abbildung 6.1: Meßkonfiguration der Messung mit Wärmeübertragung

Der Wärmestrom wird einer Seitenwand durch Wärmestrahlung aufgeprägt. Das Strahlungsfenster besitzt eine Länge von 12.5 charakteristischen Längen a und hat die Höhe der Seitenwand, so daß diese bis in den Eckbereich homogen beheizt wird. Der Strahlungsheizer befindet sich bei allen Messungen in der Mitte des homogenen Feldbereiches. Die Meßebene der Sonde befindet sich am Ende des beheizten Bereiches in der Position $x = 12.5$. Die Wandtemperaturen können so in den Positionen $x = 0$, $x = 6.25$ und $x = 12.5$ bestimmt werden (vgl. Abschnitt 4.2.2). Durch axiales Verschieben der Teststrecke bei unveränderter Position des Heizers ist die Bestimmung der Wandtemperaturen an beliebigen Zwischenpositionen möglich.

Die Messungen mit der Vierpol-Temperatur-Potentialsonde zur Bestimmung der Temperaturverläufe und der turbulenten Wärmeströme im Fluid werden in demselben Parameterbereich der Hartmann- und der hydraulischen Reynolds-Zahlen durchgeführt wie die isothermen Messungen. Der Einfluß der Strömungsgeschwindigkeit auf die Wärmeübertragung kann ersatzweise auch durch die Péclet-Zahl ausgedrückt werden. Es ist zweckmäßig,

diese mit der Tiefe des Kanals in Wärmestromrichtung als charakteristisches Längenmaß zu bilden, so daß sich für die Querschnittsgeometrie der WTM-Teststrecke die Péclet-Zahl als Produkt der hydraulischen Reynolds- und der Prandtl-Zahl

$$Pe = \frac{4}{3} Re_{hyd} \cdot Pr \quad (6.1)$$

darstellt. Bei einer mittleren Fluidtemperatur von $60^\circ C$ beträgt die Prandtl-Zahl der Natrium-Kalium-Legierung $Pr \approx 0.03$. Mit diesem Wert ergeben sich zu den einzelnen Reynolds-Zahlen die in nachfolgender Tabelle zusammengestellten Péclet-Zahlen:

Re	Pe
$2.0 \cdot 10^4$	450
$4.0 \cdot 10^4$	900
$8.0 \cdot 10^4$	1800
$1.3 \cdot 10^5$	2925

Bei diesen hohen Péclet-Zahlen weist bei der relativ kurzen, beheizten Länge der Versuchseinrichtung die Temperaturverteilung im Kanal stets Grenzschichtcharakter auf. Die durchgeführten Messungen liegen damit im technisch relevanten Bereich der thermischen Anlaufströmungen. Die Ausrichtung der Teststrecke im Magnet wurde so gewählt, daß der turbulenten Strömung eine möglichst lange Einlaufstrecke vor dem Beginn der beheizten Länge zur Verfügung steht. Es kann jedoch nicht ausgeschlossen werden, daß sich der turbulente Strömungszustand während der Aufheizphase noch verändert.

Die Skalierung der Temperaturwerte erfolgt nach Gleichung 2.10 mit einer aus dem Wandwärmestrom gebildeten, charakteristischen Temperaturdifferenz nach Gleichung 2.33. Als Bezugstemperatur wird die mittlere Temperatur des Fluides am Eintritt in die Teststrecke verwendet. Die sich aus Gleichung 2.33 ergebende Temperaturskala ist in allen Messungen nahezu gleich; bezogen auf eine mittlere Fluidtemperatur von $60^\circ C$ beträgt sie $\Delta T = 266^\circ C$. Durch die Skalierung der Temperaturen mit dem Wandwärmestrom sind die dimensionslosen Werte der gemessenen Temperaturen unabhängig von der Höhe des Wärmestromes. Um Temperaturerhöhungen des Fluides im durch die eingesetzte Meßtechnik auflösbaren Bereich zu erhalten, muß jedoch ein genügend großer Wärmestrom aufgebracht werden.

Bei konstanter Reynolds-Zahl können die Temperaturwerte bei Variation der Hartmann-Zahl direkt verglichen werden, da dem Fluid bis zur Meßebeene stets dieselbe Wärmemenge zugeführt wird. Im Vergleich zu den Geschwindigkeitsmessungen können die Temperatur und deren Fluktuationen auch bei rein hydrodynamischer Strömung bestimmt und mit Werten der MHD-Strömung verglichen werden. Nach dem Eintritt des Fluides in die Teststrecke steht der Strömung bis zur Meßebeene eine Lauflänge von ca. 25 hydraulischen Durchmessern zur Verfügung. Bei überkritischen Reynolds-Zahlen ($Re > 2300$) liegt damit nach Schlichting (1982) in der Meßebeene eine weitgehend entwickelte, turbulente Strömung vor.

6.1 Temperaturprofile

Einen ersten Eindruck vom Einfluß des Magnetfeldes auf den Wärmetransport im Flüssigmetall geben die zeitlich gemittelten Temperaturprofile. In Abbildung 6.2 sind diese zu Diagrammen mit konstanter Reynolds-Zahl zusammengestellt.

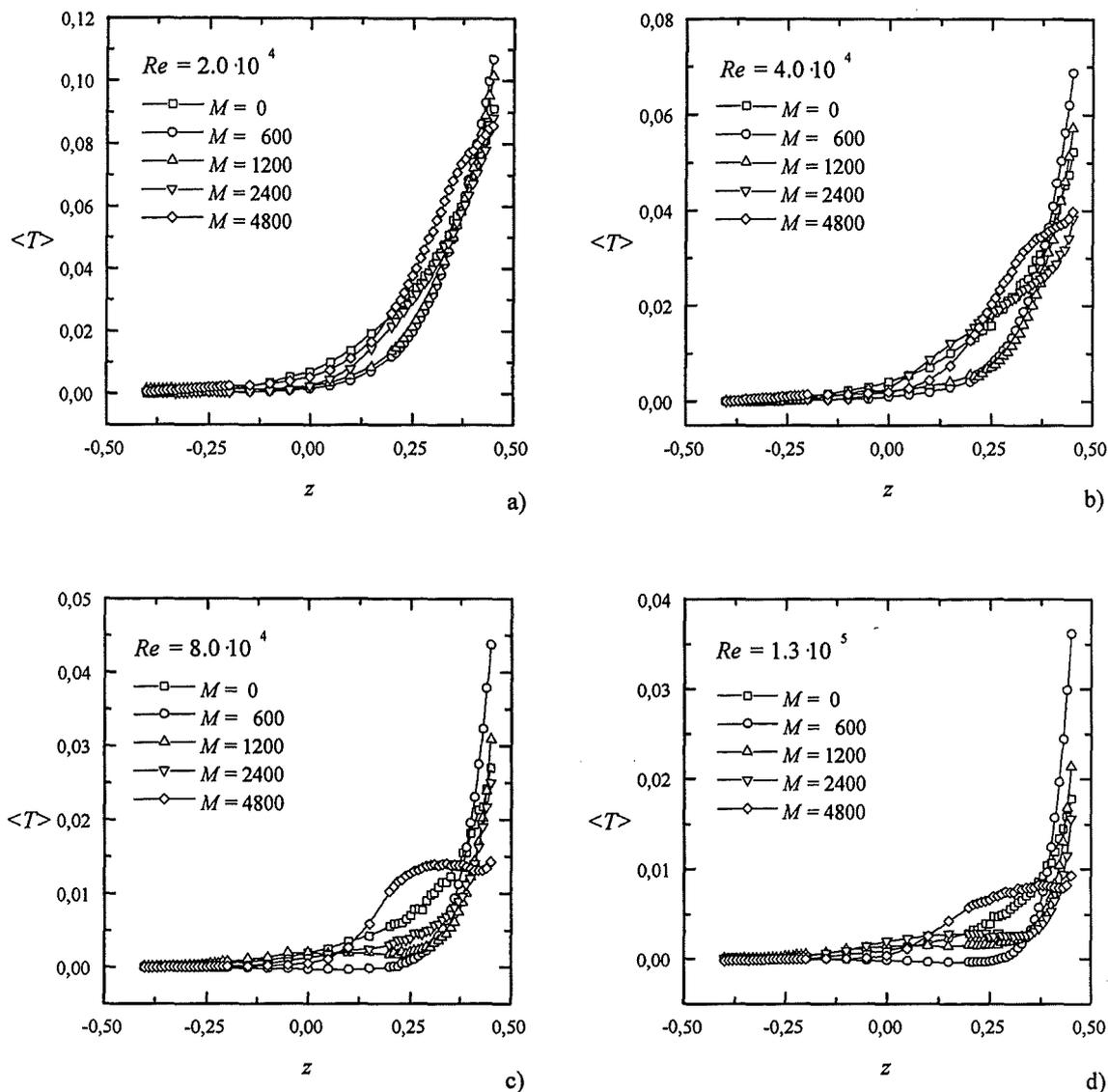


Abbildung 6.2: Einfluß der Hartmann-Zahl auf den Verlauf der zeitlich gemittelten Temperatur in der Mittelebene ($y = 0$) im Kanal bei konstant gehaltenen Reynolds-Zahlen. a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 8.0 \cdot 10^4$ und d) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

Aus technischen Gründen erfaßt die Sonde nicht den unmittelbaren Wandbereich bis zur Fluid-Wand-Grenzfläche. Im gemessenen Parameterbereich zeigen die Temperaturprofile ausgeprägten Grenzschichtcharakter. Niedrigere Temperaturen im wandnahen Bereich weisen eindeutig auf kleinere Wandtemperaturen und auf eine Verbesserung des Wärmeübergangs hin. Für die rein hydrodynamische Strömung ($M = 0$) ergeben sich für alle Reynolds-Zahlen mittelgroße Werte der Temperatur im Wandbereich. Da im hydrodynamischen Fall für alle Reynolds-Zahlen eine turbulente Kanalströmung vorliegt, bewirken die weitgehend isotropen Geschwindigkeitsfluktuationen eine turbulente Wärmeabfuhr von der Seitenwand.

Für die beiden kleineren Hartmann-Zahlen $M = 600$ und $M = 1200$ steigt die Temperatur im Wandbereich im Vergleich zur hydrodynamischen Strömung an. Dies kann damit erklärt

werden, daß in diesem Bereich der Magnetfeldstärke der Effekt der Wirbeldämpfung durch elektrodynamische Kräfte größer ist als die Turbulenzerzeugung durch die Scherströmung im Seitenwand-Jet.

Bei weiterer Steigerung der Hartmann-Zahl auf die Werte $M = 2400$ und $M = 4800$ fallen die Temperaturen in Wandnähe unter die Werte der hydrodynamischen Strömung. Der Grund dieses Verhaltens ist, daß für hohe Magnetfeldstärken die Turbulenzgenerierung im Seitenwand-Jet die erhöhte Dämpfung durch Joulsche Dissipation überwiegt. Es wird so eine deutliche Verbesserung des Wärmetransports durch die turbulenten Seitenwand-Grenzschichten erreicht.

Die Temperaturprofile zeigen, abhängig von der Reynolds- und der Hartmann-Zahl, deutliche Unterschiede in ihrem qualitativen Verlauf. In Abbildung 6.3 sind für die gleichen Meßdaten die zeitlich gemittelten Temperaturprofile bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen für drei charakteristische Hartmann-Zahlen zusammengefaßt.

Anhand der Steigung der mittleren Temperaturprofile kann bei konstant vorgegebenem Wandwärmestrom die Bedeutung turbulenter Wärmeströme abgeschätzt werden. Kleinere Steigungen im wandnahen Bereich deuten dabei auf eine erhöhte Effizienz der turbulenten Wärmeströme hin. Die hydrodynamischen Profile ($M = 0$) besitzen zur Wand hin eine monoton wachsende Steigung. Die Dicke der Temperaturgrenzschicht nimmt erwartungsgemäß mit höheren Reynolds-Zahlen ab. Die Temperaturprofile für $M = 600$ zeigen im Vergleich zur hydrodynamischen Strömung deutlich steilere Gradienten und weisen geringere Grenzschichtdicken aus. Offensichtlich findet in den rein hydrodynamischen Strömungen ein deutlich höherer turbulenter Wärmetransport statt, der den Anteil der Wärmeleitung am Wärmestrom normal zur Wand deutlich verringert.

Bei der höchsten Hartmann-Zahl $M = 4800$ führen die hohen Turbulenzgrade in den Seitenschichten zu qualitativ veränderten Temperaturprofilen. Der turbulente Wärmetransport bewirkt bei den kleineren Reynolds-Zahlen $Re = 2.0 \cdot 10^4$ und $Re = 4.0 \cdot 10^4$ eine Verringerung des Temperaturgradienten im Bereich der turbulenten Seitenschicht. Im Bereich des laminaren Strömungskerns zeigen größere Temperaturgradienten, daß die turbulent durch die Seitenschicht transportierte Wärme durch Wärmeleitung in den Strömungskern abfließt. Für die höchsten Reynolds-Zahlen ist der turbulente Wärmetransport in den Seitenschichten so groß, daß sich eine nahezu konstante Temperaturverteilung im Bereich der turbulenten Seitenschicht einstellt. Der turbulente Wärmetransport kann offensichtlich so groß werden, daß die Wärmeleitung in Wandnormalenrichtung keine Rolle mehr spielt.

Die Temperaturprofile zeigen damit wesentliche Merkmale des in Abschnitt 3.2.3 in Abbildung 3.5 beschriebenen Wärmetransports bei geschichteter, turbulenter Strömung.

Bei genauerer Betrachtung der Temperaturprofile für $Re = 8 \cdot 10^4$, $Re = 1.3 \cdot 10^5$ und für $M = 4800$ erkennt man, daß im wandnahen Bereich ein Temperaturminimum auftritt. Die mit diesem lokalen Minimum verknüpften, negativen Temperaturgradienten im mittleren Bereich der Seitenwandgrenzschicht zeigen, daß dort ein konduktiver Wärmestrom in Richtung auf die beheizte Wand fließen muß. Dieser Sachverhalt kann anhand der Regelmäßigkeit der Wirbelstruktur im Bereich der Seitenschicht erklärt werden. Die großen, auf den Bereich der Seitenschicht beschränkten Wirbel transportieren die im Wandbereich aufgenommene Wärme in heißen Strahlen in den Grenzbereich zum laminaren Strömungskern, ohne daß sich das dazwischenliegende Fluid gleichmäßig erwärmt. Der laminare Strömungskern kann die Wärme durch Wärmeleitung nicht schnell genug aufnehmen, so daß dem turbulenten Seitenwandbereich auch aus dem Grenzbereich zum laminaren Strömungskern Wärme zugeführt wird. Dies kann auch anhand der turbulenten Wärmeströme in Abbildung 6.7 erklärt werden.

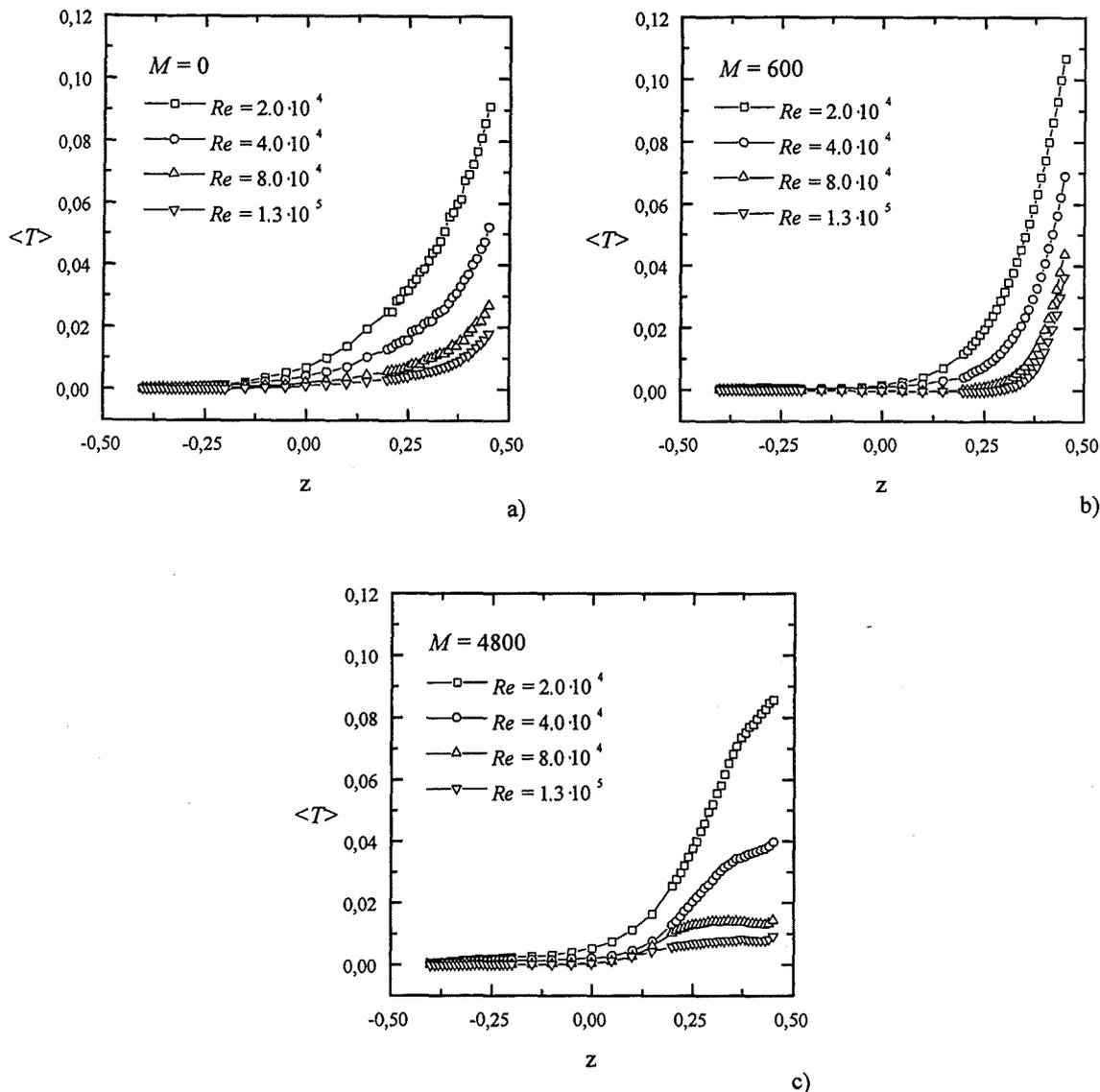


Abbildung 6.3: Einfluß der Reynolds-Zahl auf die zeitlich gemittelten Temperaturprofile in der Mittelebene ($y = 0$) bei konstanten Hartmann-Zahlen: a) $M = 0$, b) $M = 600$, $M = 4800$.

Der prinzipielle Unterschied zwischen Wärmeübertragung in hydrodynamischen und MHD-Strömungen kann auch mit Hilfe der Varianz der Temperatursignale $\overline{T'^2}$ gezeigt werden. In Abbildung 6.4 sind diese bei einer Reynolds-Zahl von $Re = 1.3 \cdot 10^5$ für eine hydrodynamische Strömung und eine Hartmann-Zahl von $M = 4800$, gemeinsam mit den zugehörigen, zeitlich gemittelten Temperaturkurven, aufgetragen.

Bei rein hydrodynamischer turbulenter Strömung wird eine kontinuierliche Zunahme der Varianz der Temperatursignale bis zur Wand hin gemessen. Der Abfall auf den Wert Null unmittelbar an der Wand wird von der Sonde nicht voll erfaßt. Der Verlauf der mittleren Temperatur entspricht qualitativ dem der Varianzen. Dies zeigt, daß innerhalb der Temperaturgrenzschicht eine gleichmäßige Durchmischung heißer und kalter Fluidbereiche erfolgt.

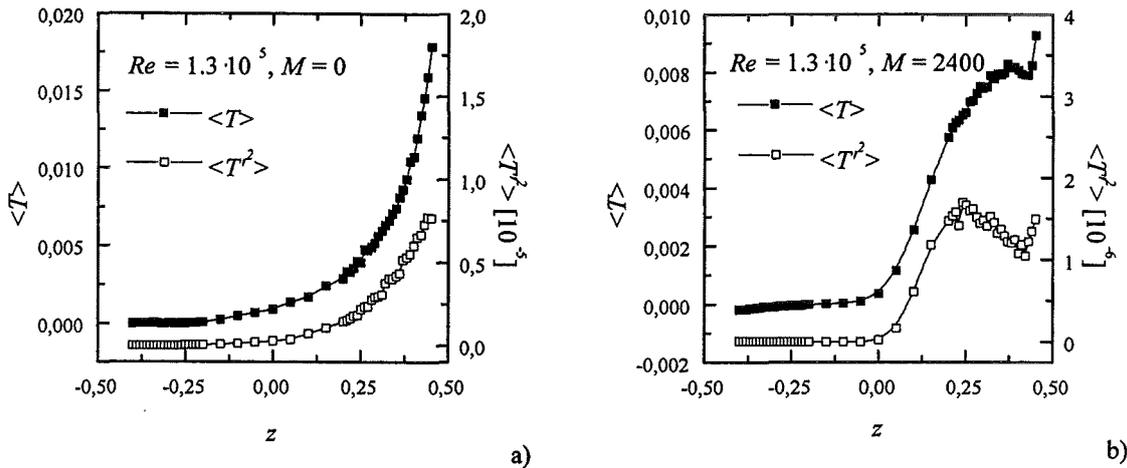


Abbildung 6.4: Zeitlich gemittelte Temperatur \overline{T} und Varianz der Temperaturfluktuationen $\overline{T'^2}$ in der Mittelebene ($y = 0$) für $Re = 1.3 \cdot 10^5$. a) hydrodynamische Strömung ($M = 0$) und b) MHD-Strömung mit $M = 2400$.

In magnetohydrodynamischer Strömung ergeben sich qualitativ andersartige Verläufe der mittleren Temperatur und der Varianzen der Temperaturfluktuationen. Im Übergangsbereich von der laminaren Kernströmung zur turbulenten Seitenschicht steigt die Varianz stark an, erreicht ein Maximum und fällt danach zur Wand hin ab. In unmittelbarer Wandnähe erfolgt ein erneuter Anstieg, der konsistent mit dem starken Anstieg der turbulenten kinetischen Energie (vgl. Abbildung 5.12) in diesem Bereich ist. Innerhalb der turbulenten Seitenschicht erfolgt eine intensive Durchmischung warmer und kalter Fluidbereiche. Die von der Wand aufgenommene Wärme kann aus diesem Bereich nur durch Wärmeleitung an den Strömungskern abgegeben werden. Dies zeigt sich erneut in den sehr hohen Temperaturgradienten des Übergangsbereiches und im starken Abfall der Temperaturvarianz. Obwohl die MHD-Strömung mit ihren wesentlich geringeren Temperaturen im wandnahen Bereich der Seitenwand-Grenzschicht einen größeren Einfluß eines turbulenten Wärmetransportes anzeigt, liegen die Intensitäten der Temperaturfluktuationen unterhalb denen der hydrodynamischen Strömung. Dies zeigt, daß die Effektivität des turbulenten Wärmetransportes nicht allein anhand der Intensität der Temperaturfluktuationen beurteilt werden kann. Vielmehr spielen die räumliche Verteilung und die Wechselwirkungen der Temperaturfluktuationen mit denen des Geschwindigkeitsfeldes eine entscheidende Rolle. Im nächsten Abschnitt wird deshalb der turbulente Wärmetransport anhand der gemessenen turbulenten Wärmeströme näher untersucht.

6.2 Turbulente Wärmeströme

Nach der Diskussion der Varianzen von Temperatur und Geschwindigkeitsschwankungen steht die Frage nach der Größe der turbulenten Wärmeströme in den zeitlich gemittelten Reynolds-Gleichungen (vgl. Abschnitt 2.2.7) an. Auf einen effektiven turbulenten Wärmetransport kann nicht allein aus dem gleichzeitigen Auftreten hoher Intensitäten der Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen geschlossen werden. Betrachtet man die Frequenzanteile einer Punktkorrelation (Gleichung 2.65), so müssen zusätzlich Temperatur-

und Geschwindigkeitsfluktuation in Phase sein, d.h. Geschwindigkeitsfluktuationen müssen von gleichphasigen Änderungen der Temperatur begleitet sein.

Da bei hohen Hartmann-Zahlen die Geschwindigkeitsfluktuationen in Magnetfeldrichtung vernachlässigbar sind, tritt kein signifikanter turbulenter Wärmestrom in Magnetfeldrichtung auf ($\overline{v'T'} = 0$). Der turbulente Wärmestromvektor lautet damit für eine zweidimensionale turbulente Strömung in der x, z -Ebene

$$\mathbf{q}_{t,2D} = \begin{bmatrix} \overline{u'T'} \\ 0 \\ \overline{w'T'} \end{bmatrix}. \quad (6.2)$$

In den Abbildungen 6.5 und 6.6 sind die turbulenten Wärmeströme in axialer und wandnormaler Richtung über der z -Koordinate für verschiedene Hartmann-Zahlen in Diagrammen bei konstanter Reynolds-Zahl aufgetragen.

Bei der kleinsten Reynolds-Zahl $Re = 2.0 \cdot 10^4$ treten unterhalb $M = 2400$ keine nennenswerten Fluktuationen im Strömungsfeld auf. Bei isothermer Messung ist die Strömung aber auch schon für die Hartmann-Zahlen $M = 1200$ und $M = 600$ turbulent (vgl. Abschnitt 5.2). Daraus ist zu schließen, daß ein Temperaturgradient in der Seitenschicht bedingt durch die Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte stabilisierend wirkt.

Für die kleinste Reynolds-Zahl $Re = 2.0 \cdot 10^4$ und die größte Hartmann-Zahl $M = 4800$ liegt, wie in Kapitel 5 gezeigt, eine sehr regelmäßige, auf den Seitenwandbereich begrenzte Wirbelstraße vor (vgl. Abbildung 6.9). Das prinzipielle Verhalten der turbulenten Wärmeströme für die hier behandelte Strömungsform wird bei diesen Versuchsparametern besonders deutlich.

Unmittelbar an der beheizten Seitenwand zeigen die positiven $\overline{u'T'}$ -Werte einen turbulenten Transport von Wärme in Strömungsrichtung an. Weiter innen, im Grenzbereich zum laminaren Strömungskern, wird Wärme turbulent stromauf transportiert. Der turbulente Wärmestrom normal zur Wand $\overline{w'T'}$ zeigt an der beheizten Seitenwand erwartungsgemäß in negative z -Richtung, also von der Wand weg in das Fluid hinein. Im inneren Bereich der turbulenten Seitenschicht erfolgt der turbulente Wärmetransport wie bereits in Abschnitt 6.1 angedeutet wieder in Richtung der beheizten Wand.

Die turbulenten Wärmeströme unterscheiden sich damit wesentlich von denen in hydrodynamischen turbulenten Kanalströmungen, bei denen der turbulente Wärmetransport stets in Richtung des treibenden Temperaturgefälles oder des treibenden Druckgefälles erfolgt. In der MHD-Strömung dagegen tritt an der Wand, in axialer Richtung und im inneren Bereich der Wandgrenzschicht in Wandnormalenrichtung, ein turbulenter Wärmetransport auf, der dem treibenden Gradienten entgegengerichtet ist¹. Dieses Verhalten kann anhand der kohärenten Wirbelstruktur der MHD-Strömung erklärt werden. In Abbildung 6.7 ist das Wirbelmuster und die Richtung der turbulenten Wärmeströme bei hoher Hartmann-Zahl eingetragen.

Da alle Wirbel in dieselbe Richtung drehen, ist die Richtung des axialen turbulenten Wärmetransports fest vorgegeben. Die turbulent stromauf transportierte Wärme wird vom laminaren Strömungskern nur teilweise abgeführt, so daß ein turbulenter Rücktransport in Richtung der beheizten Wand beobachtet wird. Bei großer Reynolds-Zahl kann soviel Wärme turbulent von der Kanalwand an den laminaren Strömungskern transportiert werden, daß die mittlere Temperatur im Zentrum der Seitenschicht kleiner ist als im Übergangsbereich zum laminaren Strömungskern. Dies zeigt sich in den bereits beschriebenen, negativen Temperaturgradienten der in Abbildung 6.3 dargestellten Messungen der mittleren

¹Man spricht in diesem Zusammenhang in der angelsächsischen Literatur von "Countergradient Fluxes".

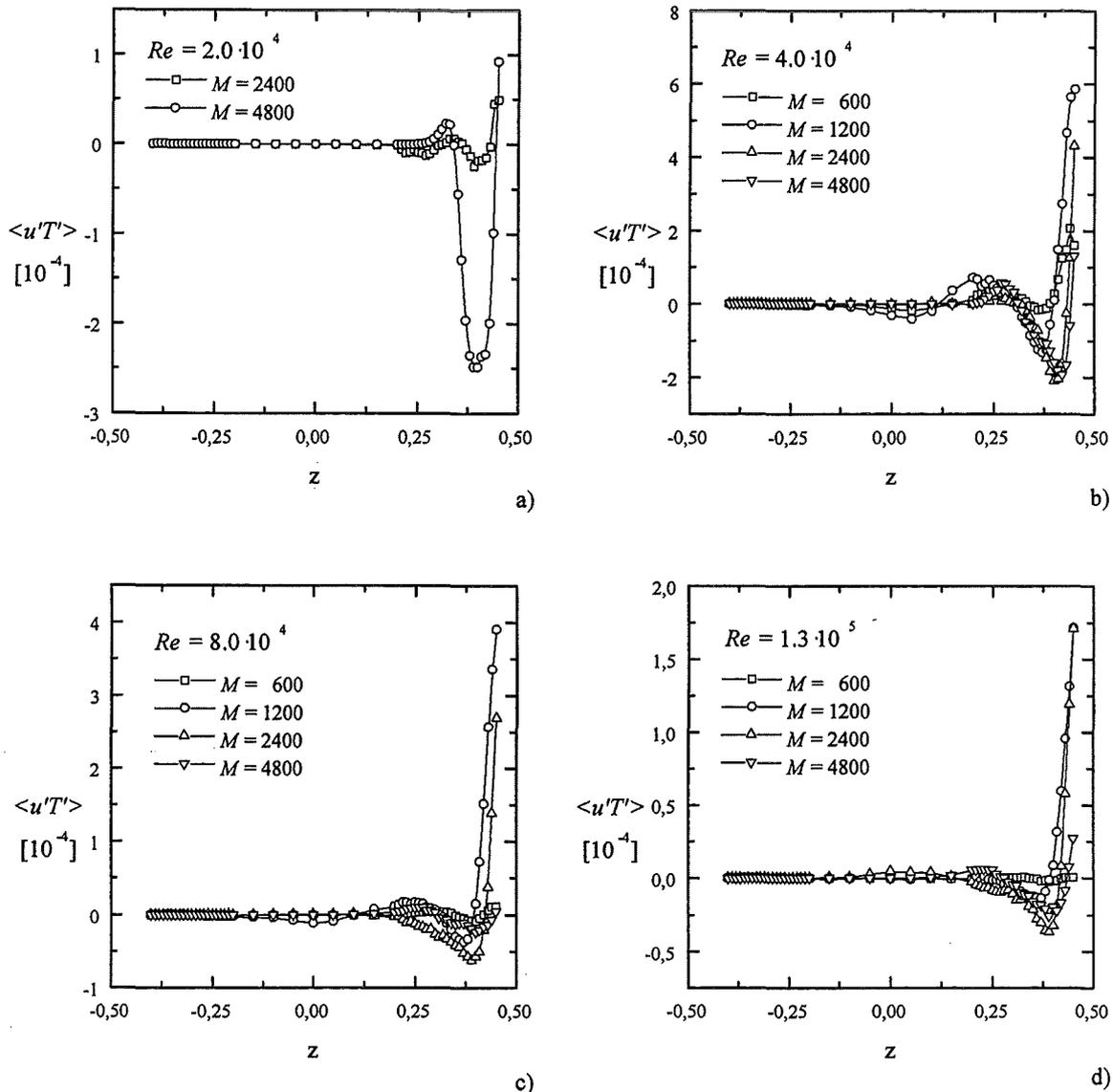


Abbildung 6.5: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die turbulenten Wärmeströme in axialer Richtung $\langle u'T' \rangle$ bei festgehaltener Reynolds-Zahl. a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 8.0 \cdot 10^4$ und d) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

Temperaturen. Negative Temperaturgradienten, die einen konduktiven Wärmetransport entgegen dem treibenden Temperaturgefälle anzeigen, sind von Naturkonvektionsströmungen in geschlossenen Systemen mit vergleichbarer Wirbelstruktur her bekannt. Die hierbei auftretenden Phänomene sind translationsinvariant.

Die dargestellten Messungen zeigen ferner, daß die turbulenten Wärmeströme oberhalb der Hartmann-Zahl $M = 600$ deutlich ansteigen. Bei den mittleren Magnetfeldstärken $M = 1200$ und $M = 2400$ erfolgt auch innerhalb des Strömungskerns ein turbulenter Wärmetransport. Dieser zeigt wiederum an, daß bei diesen Parameterwerten auch im Strömungskern Geschwindigkeitsfluktuationen auftreten.

Die Messungen bei der höchsten Magnetfeldstärke ($M = 4800$) zeigen einen Rückgang des turbulenten Wärmetransportes und dies obwohl die mittleren Fluidtemperaturen eindeutig

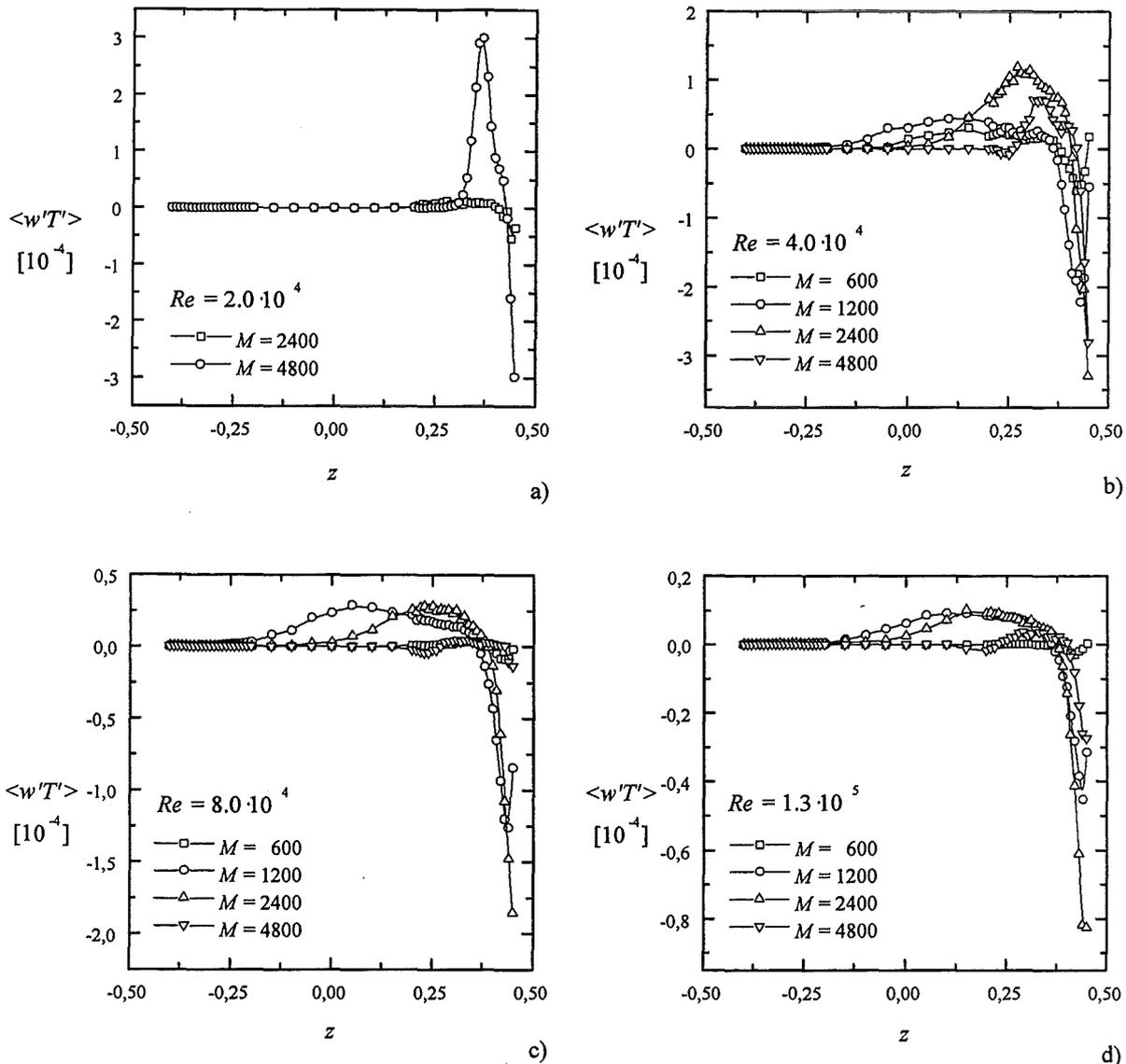


Abbildung 6.6: Einfluß der Hartmann-Zahl auf die turbulenten Wärmeströme in wandnormaler Richtung $\langle w'T' \rangle$ bei festgehaltener Reynolds-Zahl. a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 8.0 \cdot 10^4$ und d) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

auf einen durch die Turbulenz verbesserten Wärmetransport hinweisen (vgl. Abbildung 6.2). Dieser Sachverhalt kann bisher nicht angemessen erklärt werden. Entweder liegt ein systematischer Meßfehler vor, da die bei größeren Magnetfeldern zunehmend höherfrequenten Schwankungen von den Thermoelementen nur unzureichend erfaßt werden, oder das Maximum des turbulenten Wärmetransports verschiebt sich mit zunehmender Hartmann-Zahl weiter in den wandnahen Bereich, kann aber dort von der Sonde nicht erfaßt werden. Weitere Untersuchungen dieses Phänomens sind erforderlich, um eine abschließende Klärung zu erhalten.

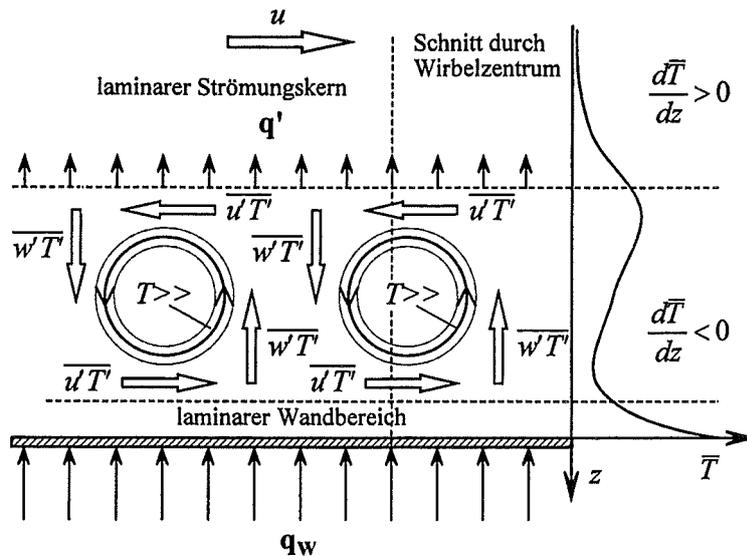


Abbildung 6.7: Turbulenter Wärmefluß bei kohärenter Wirbelstruktur in der Seitenwandgrenzschicht und Temperaturprofil mit inversem Temperaturgradient.

6.3 Struktur der turbulenten Temperaturfluktuationen

In Fluiden mit kleiner Prandtl-Zahl zerfließen die Fluktuationen des Temperaturfeldes auf einer schnellen Zeitskala und bilden so großräumige Strukturen geringer Schwankungsintensität. Der turbulente Transport von Wärme beruht anschaulich auf der Durchmischung heißer und kalter Fluidbereiche. Ein effektiver turbulenter Wärmetransport ist damit nur dann möglich, wenn die Strukturgrößen der Turbulenzwirbel und die Abmessungen heißer Fluidbereiche von gleicher Größenordnung sind.

6.3.1 Zeitsignale

Den Einfluß des durch das Magnetfeld geprägten Geschwindigkeitsfeldes auf die Struktur der Schwankungen des Temperaturfeldes kann anschaulich anhand der zeitabhängigen SONDENSIGNALE betrachtet werden. In Abbildung 6.8 sind für eine Reynolds-Zahl von $Re = 4.0 \cdot 10^4$ die Schwankungsanteile der Temperatur T' und der axialen Geschwindigkeitskomponente u' in der Position $z = 0.45$ für verschiedene Hartmann-Zahlen über der dimensionslosen Zeit aufgetragen.

Im hydrodynamischen Fall ($M = 0$) kann das Geschwindigkeitssignal nicht bestimmt werden, da keine Spannung an der Sonde induziert wird. Das Temperatursignal zeigt jedoch intensive Fluktuationen unterschiedlicher Intensitäten und Frequenzen. Bei geringer Magnetfeldstärke ($M = 600$) treten im Geschwindigkeitssignal geringe, unregelmäßige Fluktuationen auf. Die Struktur des Geschwindigkeitssignals, insbesondere die Störungen ausgelöst durch die größeren Wirbel, zeichnen sich deutlich im Temperatursignal ab. Die Intensität der Temperaturfluktuationen bleibt jedoch deutlich unterhalb der Werte bei rein hydrodynamischer Strömung. Für $M = 1200$ treten isolierte, heftige Geschwindigkeitsfluktuationen auf. Deutlich zu erkennen ist die Absenkung der Temperatur im Bereich

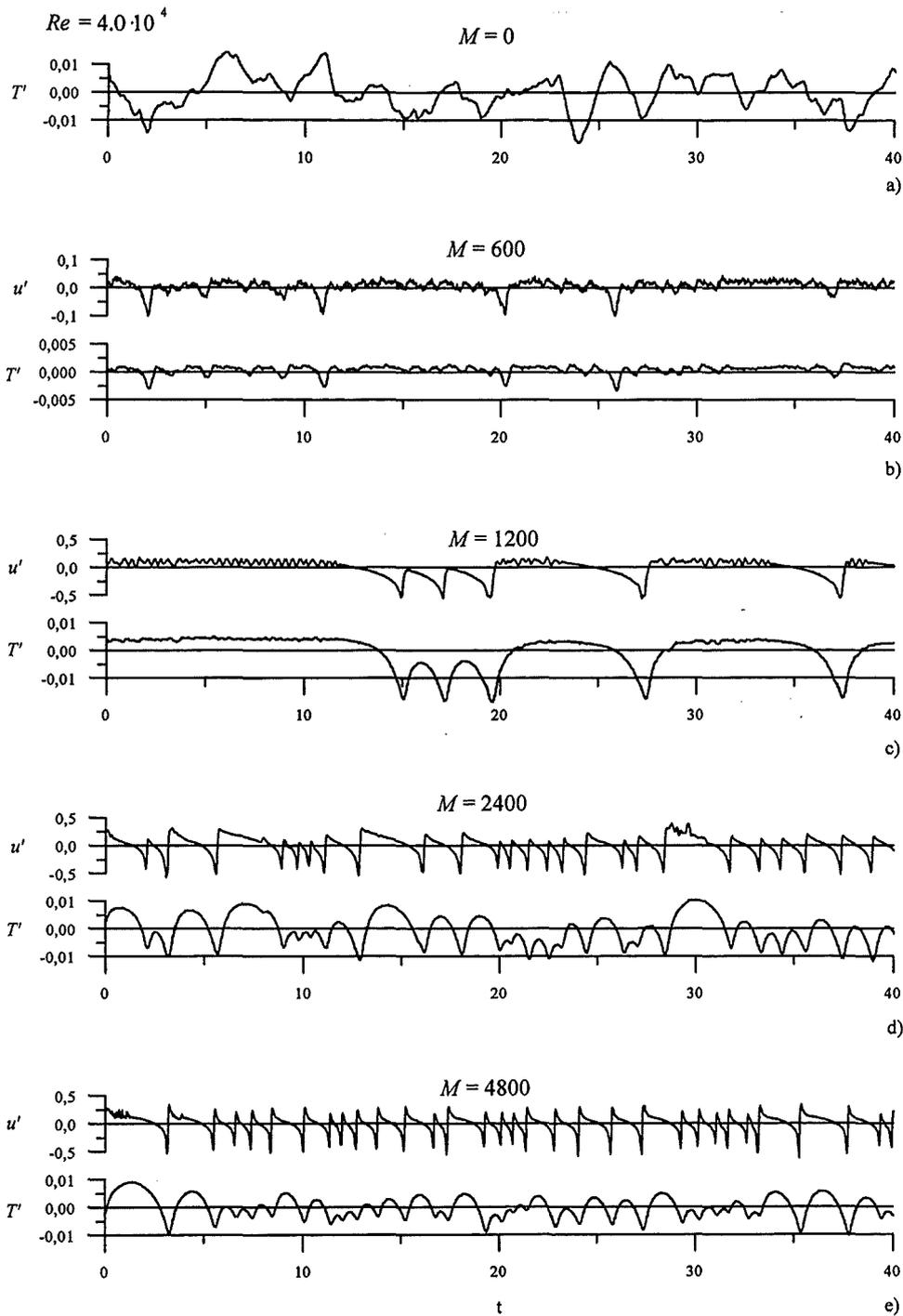


Abbildung 6.8: Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente u' und der Temperatur T' in der Mittelebene bei konstanter Reynolds-Zahl $Re = 4.0 \cdot 10^4$ Sondenposition $z = 0.45$. Hartmann-Zahlen: a) $M = 0$, b) $M = 600$, c) $M = 1200$, d) $M = 2400$, e) $M = 4800$.

der einzelnen Wirbel. Bei weiterer Steigerung der Magnetfeldstärke auf $M = 2400$ und schließlich $M = 4800$ sind gleichmäßige Fluktuationen zu beobachten, denen Wirbelmuster zu Grunde liegen. Das Temperatursignal folgt den Geschwindigkeitsfluktuationen nur

im Fall großräumiger Strukturen, kleinere Signalschwankungen sind im Temperatursignal kaum identifizierbar. Das Fehlen hochfrequenter Schwankungen im Temperatursignal zeigt das rasche Zerfließen der Temperaturfluktuationen durch die hohe Wärmeleitfähigkeit des Flüssigmetalls.

Der Vergleich der Geschwindigkeitsfluktuationen für $M = 4800$ mit dem Signalverlauf bei isothermer Strömung ergibt, daß im beheizten Fall deutlich weniger, aber intensivere Wirbel auftreten. Offensichtlich hat die Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit einen signifikanten Einfluß auf die Struktur der Turbulenz.

In Abbildung 6.9 sind die Schwankungsanteile der Temperatur und der axialen Geschwindigkeitskomponente für alle Reynolds-Zahlen über der Zeit bei festgehaltener Hartmann-Zahl $M = 4800$ aufgetragen.

Bei der kleinsten Reynolds-Zahl $Re = 2.0 \cdot 10^4$ zeichnet sich das regelmäßige Geschwindigkeitsmuster deutlich in den Temperaturfluktuationen ab. Der Temperaturgradient über der turbulenten Mischungsschicht bewirkt einen stetigen Austausch heißer und kalter Fluidbereiche. Mit zunehmender Reynolds-Zahl werden die Temperaturfluktuationen immer schwächer. Die mittleren Temperaturprofile in Abbildung 6.2 zeigen nahezu konstante Werte über der turbulenten Seitenschicht. Die Wirbel zirkulieren große Wärmemengen, die nicht vollständig an den laminaren Strömungskern abgegeben werden. Die Vermischung in der turbulenten Schicht ist dabei so hoch, daß kaum noch Temperaturunterschiede auftreten und die meßbaren Fluktuationen gering sind. Im Zusammenhang mit dem allmählichen Verschwinden höherer Frequenzanteile bei Steigerung der Reynolds-Zahl muß auch die Frage nach der Auflösung der Fluktuationen durch das Thermoelement gestellt werden. Die Auftragung über der dimensionslosen Zeit täuscht darüber hinweg, daß die Sonde immer höhere, dimensionsbehaftete Frequenzen auflösen muß. Die Abschätzung der Auflösungsgrenze in Abschnitt 4.4.2 ergibt für die Reynolds-Zahl $Re = 1.3 \cdot 10^5$ eine auflösbare Abmessung einer räumlichen Temperaturvariation von 1.2 charakteristischen Längen. Es ist daher möglich, daß bei den höheren Reynolds-Zahlen die hohen Frequenzen nicht mehr richtig erfaßt werden. Diese Frage wird im Zusammenhang mit den im nachfolgenden Abschnitt behandelten Temperaturspektren angesprochen.

6.3.2 Temperaturspektren

Die Leistungsdichtespektren E_T der Temperatursignale geben an, aus welchen Frequenzanteilen sich die Varianz des Temperatursignals zusammensetzt. In Abbildung 6.10 sind die Spektren in der Position $z = 0.45$ für drei verschiedene Reynolds-Zahlen $Re = 4.0 \cdot 10^4$, $Re = 8.0 \cdot 10^4$ und $Re = 1.3 \cdot 10^5$ dargestellt. Ausgehend von der hydrodynamischen Strömung ($M = 0$) wird der Einfluß des Magnetfeldes anhand der Hartmann-Zahlen $M = 600$ und $M = 4800$ aufgezeigt.

Neben der Auftragung über der dimensionslosen Frequenz an der unteren Abszisse der Diagramme ist an der oberen Abszisse die dimensionsbehaftete Frequenz angegeben. Oberhalb der Auflösungsgrenze der Thermoelemente von ca. 60Hz ergeben sich in allen Spektren Fourierkoeffizienten, die um mehrere Größenordnungen kleiner sind, als die im niederfrequenten Bereich. Die hochfrequenten Anteile des Signals liefern daher nur noch einen vernachlässigbaren Beitrag zur gemessenen Varianz der Temperatursignale (vgl. Gleichung 2.62). Die Auflösungsgrenze der Thermoelemente ist damit für die vorliegenden Messungen ausreichend.

Die Temperaturspektren bei hydrodynamischer Strömung können mit den in Abschnitt 3.2.3 vorgestellten theoretischen Spektren bei isotroper Turbulenz verglichen werden. In

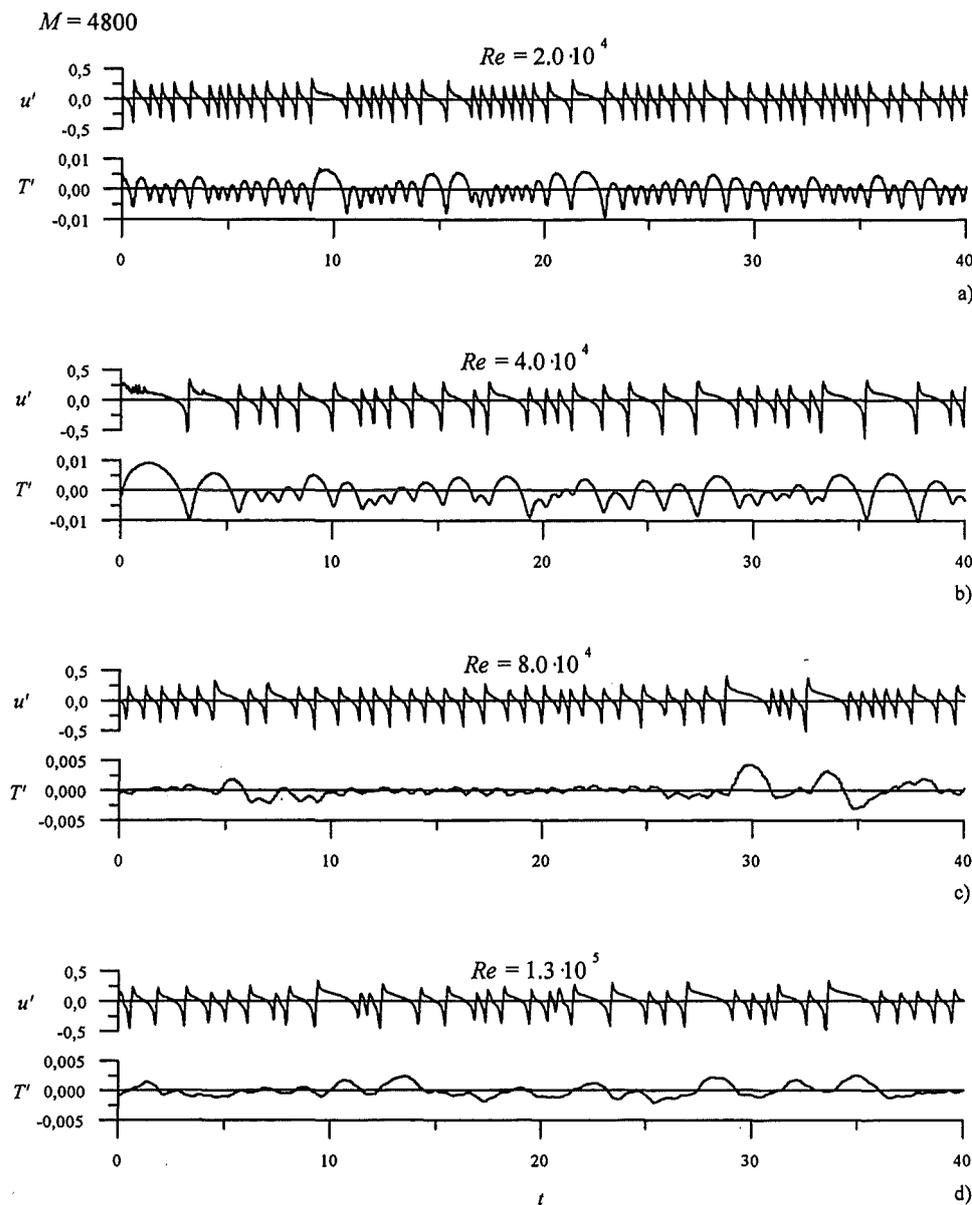


Abbildung 6.9: Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente u' und der Temperatur T' bei konstanter Hartmann-Zahl $M = 4800$. Sondenposition $z = 0.45$. Reynolds-Zahlen: a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, c) $Re = 8.0 \cdot 10^4$, d) $Re = 1.3 \cdot 10^5$.

den gemessenen Spektren aller Reynolds-Zahlen erfolgt ein gleichmäßiger Übergang aus dem niederfrequenten Bereich in den Inertial-Konduktionsbereich. Der durch die Theorie beschriebene Inertial-Konduktionsbereich, in dem die spektrale Leistungsdichte mit $f^{-5/3}$ abfällt, ist nicht sichtbar. Nach Hinze (1975) zeichnet sich dieser erst oberhalb einer Reynolds-Zahl von $Re = 10^6$ deutlich ab. Die im Experiment erreichbaren Reynolds-Zahlen sind für das Auftreten eines Inertial-Konduktionsbereiches demnach zu gering.

Im Inertial-Konduktionsbereich fällt das theoretische Spektrum mit $f^{-17/3}$ ab. Die Steigung der gemessenen Spektren nimmt mit der Reynolds-Zahl ab, sie bleiben jedoch stets größer als von der Theorie vorhergesagt.

Bei konstanter Reynolds-Zahl liegen die Fourierkoeffizienten der kleinen Hartmann-Zahl

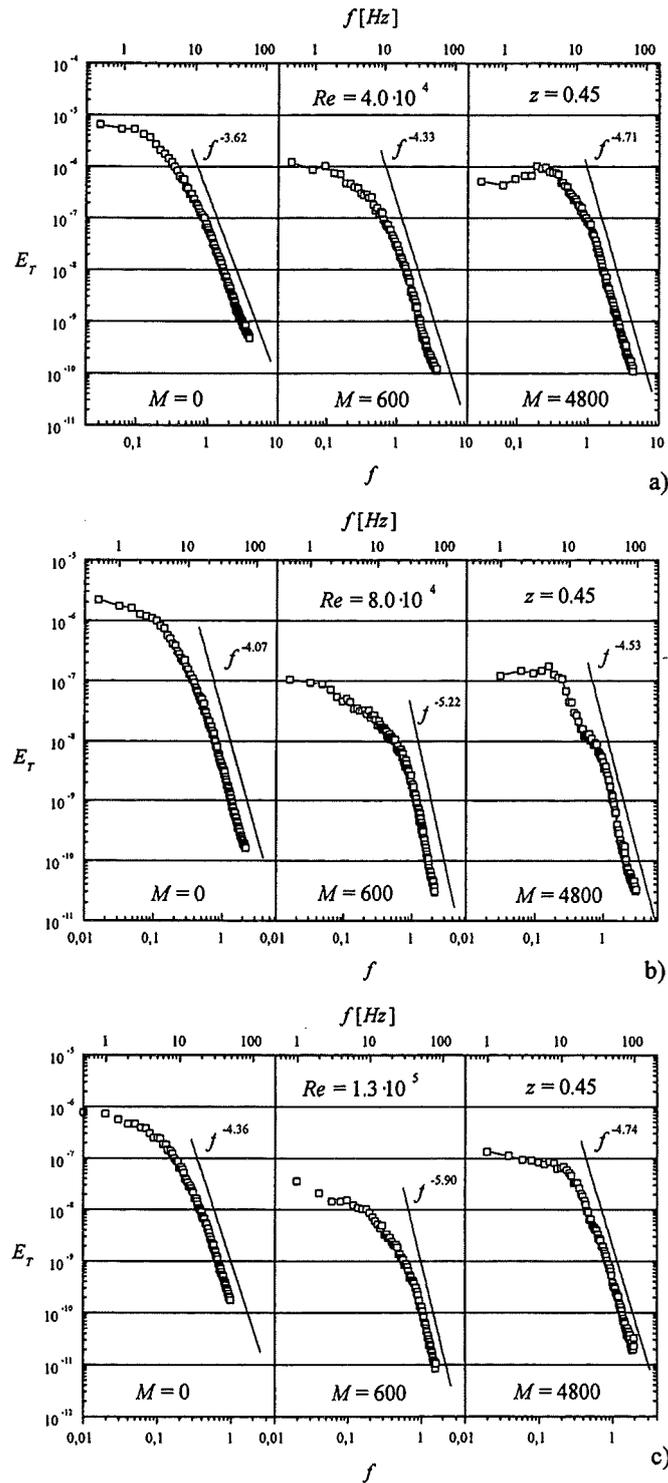


Abbildung 6.10: Leistungsdichtespektren E_T der Temperaturfluktuationen in der Sondenposition $z = 0.45$. Für die Reynolds-Zahl: a) $Re = 4.0 \cdot 10^4$, b) $Re = 8.0 \cdot 10^4$ und c) $Re = 1.3 \cdot 10^5$. Von links nach rechts Zunahme der Hartmann-Zahl von $M = 0$ (hyd. Strömung) auf $M = 600$ und $M = 4800$. Die eingetragenen Zahlen sind die asymptotischen Steigungen im hochfrequenten Bereich.

$M = 600$ im gesamten Frequenzbereich unterhalb denen der hydrodynamischen Strömungen. Dies bedeutet, daß in allen Frequenzbereichen geringere Temperaturschwankungen auftreten. Die Temperaturspektren bei großer Hartmann-Zahl $M = 4800$ zeigen wieder deutlich höhere Fluktuationsanteile im höherfrequenten Bereich. Im niederfrequenten Bereich dagegen bleiben die Schwankungen der Temperatursignale gering.

Die Leistungsdichtespektren der gemessenen Geschwindigkeitsfluktuationen in Abschnitt 5.6.3 zeigen deutliche Unterschiede zu den von der Theorie vorhergesagten bei zweidimensionaler Turbulenz. Es kann daher keine Übereinstimmung mit den in Abschnitt 3.2.3 vorgestellten theoretischen Temperaturspektren erwartet werden.

Die Temperaturspektren der kleinen Hartmann-Zahl $M = 600$ fallen zunächst flach in einem Inertial-Konvektionsbereich ab. Im Inertial-Konduktionsbereich erfolgt ein deutlich steilerer Abfall als in den gemessenen hydrodynamischen Spektren. Mit wachsender Reynolds-Zahl nimmt die Steigung der Konduktionsbereiche ab.

Bei der großen Hartmann-Zahl $M = 4800$ kann der Übergang vom niederfrequenten Bereich in den Inertial-Konduktionsbereich genauer lokalisiert werden. Es treten bis zum Abfall der Spektren deutlich höherfrequente Signalanteile auf als in hydrodynamischer Strömung und bei kleineren Hartmann-Zahlen. Im Inertial-Konduktionsbereich ist die Steigung nur wenig von der Reynolds-Zahl abhängig. Die Spektren fallen dort mit $f^{-4.6 \pm 0.2}$ ab.

Der Vergleich der Temperaturspektren mit den Geschwindigkeitsspektren in Abschnitt 5.6.3 zeigt, daß die Temperaturfluktuationen auf deutlich geringere Frequenzbereiche beschränkt sind. In Abbildung 6.11 sind die Spektren der Temperatur E_T und der axialen Geschwindigkeitsschwankungen E_u gemeinsam für die Reynolds-Zahl $Re = 8.0 \cdot 10^4$ und die Hartmann-Zahlen $M = 600$ und $M = 4800$ dargestellt.

Für $M = 600$ folgt der Verlauf des Temperaturspektrums dem der Geschwindigkeit bis in den hochfrequenten Bereich. Das Geschwindigkeitsspektrum der größeren Hartmann-Zahl $M = 4800$ weist wesentlich höhere Anteile im hochfrequenten Bereich auf. Das Auftreten einer regelmäßigen Wirbelstruktur (vgl. Abbildung 6.9) zeigt sich in dem Maximum des Geschwindigkeitsspektrums bei $f \approx 1$. Die durch die kleinen Turbulenzwirbel hervorgerufenen Fluktuationen im Temperaturfeld zerfließen aufgrund der hohen Wärmeleitung rasch, so daß das Temperaturspektrum bereits bei deutlich geringeren Frequenzen stark abfällt.

Anhand der Zeitsignale und der Spektren wurde deutlich, daß in der turbulenten Seitenschicht ein intensiver turbulenter Wärmetransport erfolgt. Die von der Wand abgeführte Wärme wird in der Seitenwandgrenzschicht eingefangen. Von dort kann sie nur durch Wärmeleitung an die Kernströmung abgeführt werden. Die deutliche Verbesserung der Wärmeabfuhr von einer beheizten Seitenwand durch Konvektion ist deshalb nur solange gewährleistet, wie eine turbulente Vermischung in der Seitenwandgrenzschicht erfolgt und diese damit die Wärme aufnimmt.

6.4 Wandtemperaturen

Die für die technische Auslegung eines Kühlkanals wichtigste Größe ist die Temperatur des Strukturmaterials an der beheizten Wand. Eine umfassende Auswertung der Temperaturmessungen an der Fluid-Wand-Grenzfläche und auf der Außenwand kann in Rahmen dieser Arbeit aus Zeitgründen nicht erfolgen. Dennoch soll ein Ausblick auf erzielbare Ergebnisse und ihre Verwertbarkeit für die Auslegung eines Fusionsblankets gegeben werden. Es stellt sich in diesem Zusammenhang die Frage, mit welcher Beziehung die Wandtemperatur bei vorgegebener Magnetfeldstärke vorausberechnet werden kann.

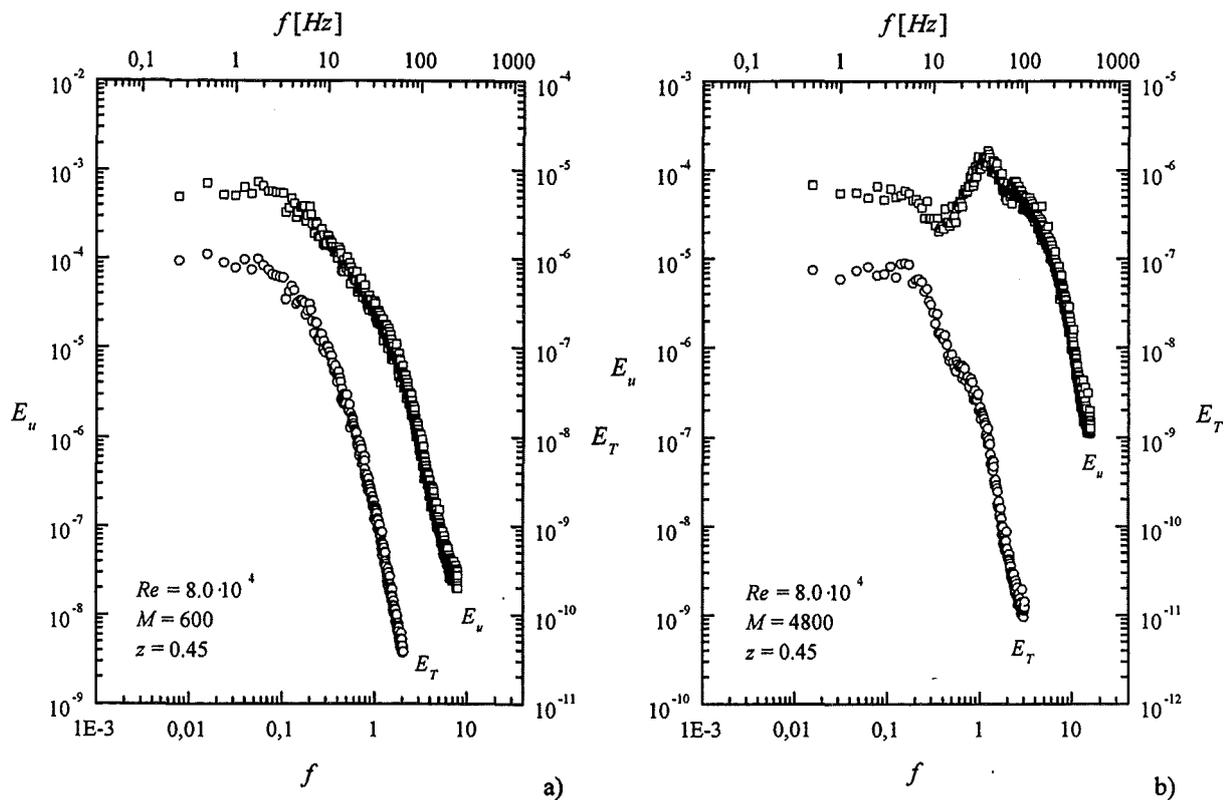


Abbildung 6.11: Vergleich der Leistungsdichtespektren der Temperaturfluktuationen E_T und der Fluktuationen der axialen Geschwindigkeitskomponente E_u bei einer Reynoldszahl von $Re = 8.0 \cdot 10^4$. Und den Hartmann-Zahlen: a) $M = 600$ und b) $M = 4800$.

Ohne detaillierte Kenntnisse über den turbulenten Wärmetransport in MHD-Strömungen erfolgt eine konservative Abschätzung der Wandtemperaturen im thermischen Anlaufbereich einer Flüssigmetallströmung häufig mit Hilfe der in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Lösung für eine Kolbenströmung. Die nachfolgend dargestellten Ergebnisse sollen zeigen, daß aufgrund des turbulenten Wärmetransportes bei der Auslegung eines Blanketkanals geringere Strömungsgeschwindigkeiten zur Abfuhr der gleichen Wärmemenge ausreichend sind als solche, die sich bei Auslegung nach der Kolbenströmung ergeben. Hierzu wird die Entwicklung der durch die Thermoelementreihe $T_{m3,i}$ gemessenen Temperatur der Fluid-Wand-Grenzfläche in Kanalmitte ($y = 0$) mit der Lauflänge betrachtet. In Abbildung 6.12 ist der Temperaturverlauf für die Reynoldszahlen $Re = 2.0 \cdot 10^4$ und $Re = 1.3 \cdot 10^5$ bei hydrodynamischer Strömung ($M = 0$) und verschiedenen Magnetfeldstärken aufgetragen. Die gemessenen Wandtemperaturen können mit den aus Gleichung 3.30 berechneten Wandtemperaturen bei einer reinen Kolbenströmung verglichen werden.

Die beheizte Länge der Teststrecke reicht von $z = 0$ bis $z = 12.5$. Bei beiden Reynoldszahlen wird bereits vor Beginn der beheizten Länge ein Anstieg der Wandtemperatur gemessen, der durch Wärmeleitung im Strukturmaterial der Wand verursacht wird.

Der Temperaturanstieg mit der Lauflänge entspricht im Einlaufbereich dem der laminaren Kolbenströmung. Für hohe Reynoldszahlen unterschätzt die Kolbenströmung die Wandtemperaturen bei sehr kurzen Lauflängen. Dies ist auf die Vernachlässigung der Geschwindigkeitsgrenzschicht in der Lösung zurückzuführen. Nach ca. 6–8 charakteristischen Längen erfolgt der Temperaturanstieg der gemessenen Werte jedoch deutlich flacher als für

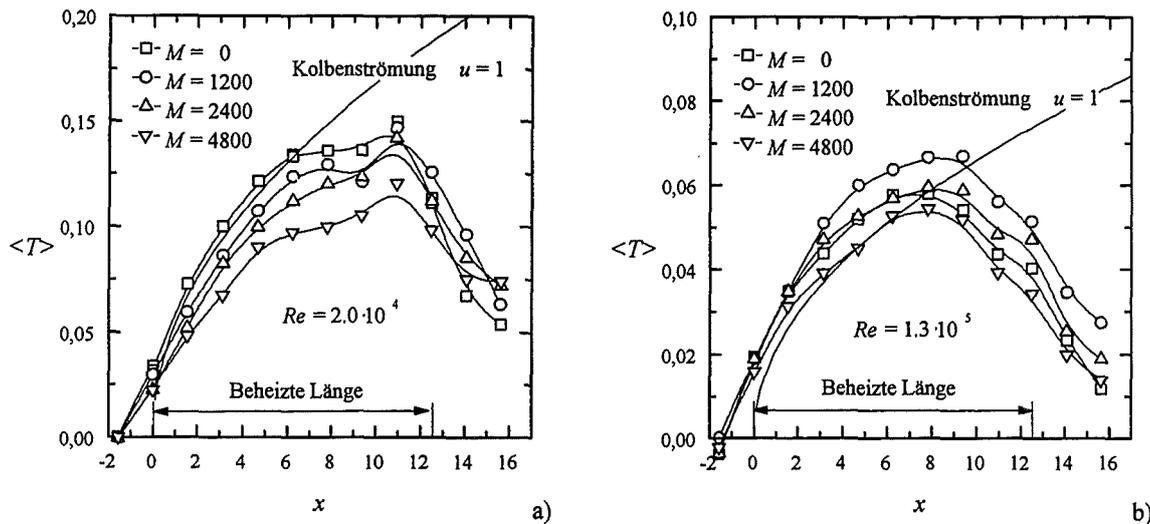


Abbildung 6.12: Einfluß der Hartmann-Zahl auf den gemessenen Temperaturverlauf an der Fluid-Wand-Grenzfläche. Für die Reynolds-Zahlen: a) $Re = 2.0 \cdot 10^4$ und b) $Re = 1.3 \cdot 10^5$. Zum Vergleich ist eine Kolbenströmung mit $u = 1$ eingetragen.

die Kolbenströmung. Dies ist auf eine deutliche Verbesserung der Wärmeabfuhr von der Wand durch turbulenten Wärmetransport zurückzuführen. Die beiden Beispiele zeigen damit die beiden ersten Phasen des Wärmetransportes in geschichteter turbulenter Strömung (vgl. Abschnitt 3.2.3). Zu Beginn der beheizten Strecke bildet sich die Temperaturgrenzschicht ausschließlich in der laminaren Wandschicht aus. Der Anstieg der Wandtemperatur erfolgt rasch, ohne Einfluß der Turbulenz. Erreicht die Temperaturgrenzschicht die turbulente Seitenschicht, so wird der Temperaturanstieg an der Wand mit der Lauflänge deutlich vermindert.

Im turbulenten Bereich zeigt sich auch am Verlauf der mittleren Temperaturprofile im Fluid der Einfluß des Magnetfeldes. Bei kleiner Hartmann-Zahl verschlechtert sich der Wärmeübergang gegenüber der hydrodynamischen Strömung. Bei höheren Hartmann-Zahlen werden dagegen geringere Wandtemperaturen und somit verbesserte Wärmeübergänge beobachtet.

Bei der Formulierung von Auslegungsbeziehungen für den Wärmeübergang wird häufig versucht, den Einfluß der Strömungsgeschwindigkeit und der Lauflänge simultan zu erfassen. Bei einer Auftragung der Wandtemperatur über der mit der Péclet-Zahl reskalierten Koordinate $\zeta = x/Pe$ sollten die bei unterschiedlichen Reynolds- oder Péclet-Zahlen gewonnenen Ergebnisse identisch sein. In Abbildung 6.13 sind die Temperaturen an der Fluid-Wand-Grenzfläche für $M = 4800$ und verschiedene turbulente Reynolds-Zahlen zusammengefaßt. Um den Einfluß der Wärmeleitung im Strukturmaterial der Wand zu unterdrücken, sind nur Meßwerte aus dem Bereich $0 < x < 10$ dargestellt.

Für kleine dimensionslose Lauflängen ($\zeta < 0.005$) treten nur geringe Unterschiede der gemessenen Temperaturen auf. Die Übertragbarkeit der Meßwerte auf andere Kombinationen der Lauflänge und der Reynolds-Zahl ist in diesem Bereich möglich. Bei größeren dimensionslosen Lauflängen wird der Einfluß der Reynolds-Zahl auf die gemessene Wandtemperatur deutlich sichtbar.

Der Vergleich mit dem Temperaturverlauf der Kolbenströmung zeigt eine deutliche Verbesserung des Wärmeübergangs an der Wand durch den turbulenten Wärmetransport in

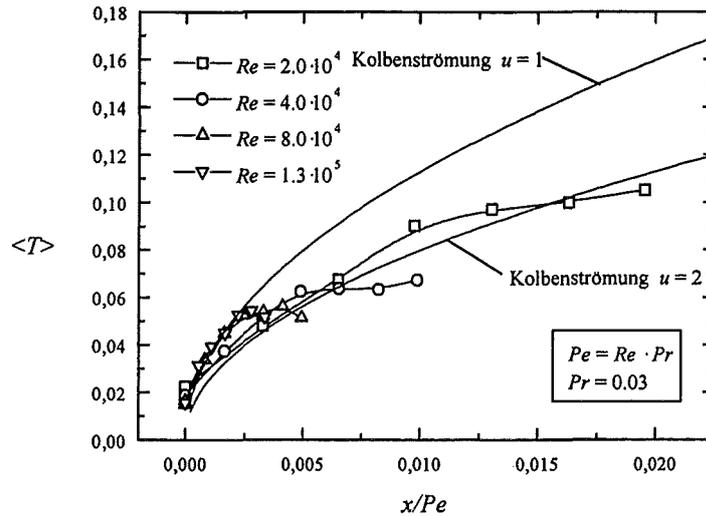


Abbildung 6.13: Einfluß unterschiedlicher Reynolds-Zahlen auf den gemessenen Temperaturverlauf an der Fluid-Wand-Grenzfläche bei einer Hartmann-Zahl von $M = 4800$. Zum Vergleich sind Kolbenströmungen mit $u = 1$ und $u = 2$ eingetragen.

den Seitenschichten, insbesondere nach größeren Lauflängen. Die Verbesserung ist um so höher zu bewerten, da am Ende der thermischen Lauflänge die für die Auslegung kritischen Temperaturen auftreten. Um diese Verbesserung qualitativ beurteilen zu können, ist in Abbildung 6.13 der Temperaturverlauf einer Kolbenströmung mit der doppelten Strömungsgeschwindigkeit $u = 2$ eingetragen. Die bessere Übereinstimmung mit den Meßwerten zeigt, daß bei einer Auslegung eines Blanketkanals unter der Annahme einer Kolbenströmung eine doppelt so große Strömungsgeschwindigkeit erforderlich ist, im Vergleich zu der aus den Messungen bei turbulenter MHD-Strömung ermittelten.

Berücksichtigt man die Ergebnisse der Druckverlustmessung in Abschnitt 5.5, so ergibt sich bei halber Strömungsgeschwindigkeit auch ein halb so großer, dimensionsbehafteter Druckverlust Δp . Die zur sicheren Kühlung erforderliche Strömungsleistung $P_S \sim \Delta p \cdot \bar{u}$ beträgt demnach bei turbulenter MHD-Strömung nur $1/4$ des Wertes der bei konservativer Abschätzung unter Annahme einer Kolbenströmung ermittelt wird.

Kapitel 7

Zusammenfassung und abschließende Diskussion

In einer magneto hydrodynamischen (MHD-) Strömung im geraden Rechteckkanal wird der turbulente Impuls- und Wärmetransport im Bereich starker Magnetfelder experimentell untersucht. Diese Fragestellung ist von großer technischer Bedeutung für die thermohydraulische Auslegung des Blankets zukünftiger Fusionsreaktoren. Die Wandleitverhältnisse der magnetfeldsenkrechten Hartmann-Wand und der in Magnetfeldrichtung orientierten Seitenwand sind so gewählt, daß sich laminare Grundströmungsprofile, mit hohen Übergeschwindigkeiten in den Seitenwandbereichen, sogenannte M-Shape-Profile ergeben. Eine Seitenwand des Kanals kann auf einer Länge von 12.5 charakteristischen Kanalabmessungen durch einen Strahlungsheizer mit einem Wandwärmestrom von bis zu $25\text{W}/\text{cm}^2$ senkrecht zur Magnetfeldrichtung beheizt werden. Es wird so die Entwicklung einer thermischen Anlaufströmung in einer voll entwickelten MHD-Strömung erzeugt. Durch die hohen Geschwindigkeitsgradienten in den Seitenschichten werden turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen angeregt. Das magnetische Feld besitzt damit neben seinem generell stabilisierenden Einfluß eine durch die Verformung des laminaren Profils verursachte destabilisierende, den Übergang zur Turbulenz beschleunigende Wirkung. Die Anisotropie der magnetischen Dämpfung hat in MHD-Strömungen die Ausbildung eines zweidimensionalen turbulenten Strömungszustandes zur Folge.

Das technisch relevante, integrale Verhalten der Strömung wird mit Hilfe des Druckverlustes und der über Thermolemente gemessenen Temperaturen an der beheizten Wand analysiert. Die Bestimmung lokaler Turbulenzgrößen im Fluid erfolgt mit einer erstmals eingesetzten 4-Pol-Temperatur-Potentialsonde. Mit dieser wird aus den Fluktuationen des Gradientenvektors des elektrischen Potentials die Zweidimensionalität der Turbulenzwirbel nachgewiesen. Durch zeitgleiche Messung der Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zum Magnetfeld und der Temperatur werden zum ersten Mal turbulente Wärmeströme in einer MHD-Strömung gemessen.

Der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung ist im Bereich der untersuchten Hartmann-Zahlen ($600 < M < 4800$) nur schwach von der Stärke des angelegten Magnetfeldes abhängig. Oberhalb der Hartmann-Zahl $M = 1200$ setzt eine turbulente Strömung stets bei einer kritischen Reynolds-Zahl von circa $Re_{krit} \approx 9000$ ein. Im überkritischen Bereich steigen die Turbulenzgrade rasch an und nehmen ein von der Reynolds-Zahl nahezu unabhängiges Niveau ein.

Die Bestimmung der turbulenten kinetischen Energie im Kanalquerschnitt zeigt, daß die Turbulenz auf enge Bereiche entlang der Seitenwände begrenzt bleibt.

Innerhalb der turbulenten Seitenschicht steigen die turbulenten Schubspannungen in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld mit der Hartmann-Zahl deutlich an. Der turbulente Impulstransport bewirkt eine systematische Reduzierung der Geschwindigkeitsüberhöhungen in den Seitenschichten mit zunehmender Reynolds-Zahl. Bei großen Hartmann-Zahlen wächst mit zunehmender Reynolds-Zahl die Dicke der turbulenten Seitenschicht wie $\delta_S \sim Re^{0.30 \pm 0.02}$ an.

Bei den in der Versuchsanlage realisierbaren Reynolds-Zahlen $0 < Re < 1.3 \cdot 10^5$ sind die Fluktuationen des elektrischen Potentialgradienten in Magnetfeldrichtung im gesamten Querschnitt um einige Größenordnungen geringer als in den magnetfeldsenkrechten Richtungen. Dies bedeutet, daß eine stark anisotrope, quasi zweidimensionale Turbulenzstruktur mit Wirbeln, deren Drehachse in Magnetfeldrichtung orientiert ist, vorliegt.

Die Auswertung der zeitabhängigen Sondensignale zeigt, daß die turbulente Seitenschicht durch großräumige Wirbelstrukturen entlang der Seitenwand ausgefüllt wird. Die Wirbel besitzen eine Dicke von der Größenordnung der Seitenschicht. Durch den Geschwindigkeitsgradienten des mittleren Strömungsprofils werden die Wirbel in axialer Richtung gestreckt. Für große Hartmann-Zahlen wird bei moderater Reynolds-Zahl ein in der Zeitfolge regelmäßiges Muster der großen Wirbelstrukturen beobachtet. Bei Steigerung der Reynolds-Zahl wird die Strömung zeitlich unregelmäßiger, und es treten Fluktuationen mit intermittierendem Charakter und Neigung zu höherer Isotropie auf. Insbesondere bei kleinen Hartmann-Zahlen wird ein stark intermittierendes Verhalten in Form vereinzelt auftretender großer Wirbelstrukturen beobachtet.

Die Leistungsdichtespektren der Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zum Magnetfeld fallen im hochfrequenten Bereich exponentiell mit f^{-4} ab. Die Analyse der Isotropieeigenschaft der einzelnen Frequenzanteile zeigt einen klaren Trend zu höherer Isotropie im hochfrequenten Bereich.

Aus der Korrelation der mit der Sonde gemessenen, axialen Strömungsgeschwindigkeit mit einer entsprechenden gemessenen Geschwindigkeit an der Hartmann-Wand ist zu schließen, daß die in der Mittelebene erfaßten Wirbel bis an die Hartmann-Wände heranreichen. Die Wirbel erfahren einen kontinuierlichen Antrieb durch den Geschwindigkeitsgradienten des Seitenwand-Jets und drehen daher alle in dieselbe Richtung. Vereinzelt laufen Wirbel aus der Seitenschicht heraus in den laminaren Strömungskern. Da dort kein Antrieb durch einen Geschwindigkeitsgradienten erfolgt, werden die Wirbel dort durch Joulsche Dissipation in der Hartmann-Schicht rasch gedämpft. Der Strömungskern bleibt deshalb praktisch laminar.

Die Instabilität der Seitenschichten verursacht im untersuchten Parameterbereich keine nennenswert höheren Druckverluste als bei laminarer Strömung zu erwarten sind. Die Auslegung von MHD-Kanalströmungen kann daher mit den Druckverlustbeziehungen für laminare MHD-Strömung ohne Berücksichtigung der Turbulenz erfolgen.

Die im Seitenwandbereich generierte Turbulenz führt zu einer deutlichen Verbesserung des Wärmetransports an der beheizten Wand. Der prinzipielle Einfluß des Magnetfeldes kann bereits anhand der zeitlich gemittelten Temperaturprofile erkannt werden. Bei schwachem Magnetfeld ($M = 600$) ergeben sich zunächst höhere Temperaturen im Wandbereich als bei turbulenter hydrodynamischer Strömung gleicher Reynolds-Zahl. Für schwache Magnetfelder ist die Wirkung der elektromagnetischen Dämpfung größer als die der Turbulenzgenerierung in der Seitenschicht. Dies führt zu geringeren turbulenten Wärmeströmen als in hydrodynamischer Strömung. Bei größeren Hartmann-Zahlen überwiegt die Erzeugung von Turbulenz deren Dämpfung im Fluid. Die steigenden turbulenten Wärmeströme in den Seitenschichten bewirken deutlich niedrigere Temperaturen im wandnahen Bereich.

Die Temperaturprofile der MHD-Strömung zeigen, daß sich der turbulente Wärmetransport deutlich von dem bei hydrodynamischer Strömung unterscheidet. Durch die spezifischen strahlförmigen Seitenschichten der MHD-Strömung ist insbesondere bei hohen Hartmann- und Reynolds-Zahlen die Temperatur im Bereich der turbulenten Seitenschicht nahezu konstant. Der Wärmetransport erfolgt in diesem Bereich ausschließlich durch turbulenten Transport, im laminaren Kernbereich dagegen erfolgt der Wärmetransport auch bei hohen Reynolds-Zahlen im wesentlichen durch Wärmeleitung.

Aufgrund der Regelmäßigkeit der Wirbelmuster unterscheiden sich die turbulenten Wärmeströme im Fluid deutlich von denen einer rein hydrodynamischen Strömung. Die Drehrichtung der Wirbel bestimmt maßgeblich die Richtung des turbulenten Wärmetransports. An der beheizten Wand erfolgt dieser in axialer Strömungsrichtung, im Übergangsbereich zum laminaren Strömungskern in Gegenrichtung. Senkrecht zur beheizten Seitenwand fließen die turbulenten Wärmeströme zunächst von der beheizten Wand weg in das Fluid. Aus dem Übergangsbereich zum laminaren Strömungskern erfolgt ein turbulenter Rücktransport von Wärme entgegen dem treibenden Temperaturgefälle zur Wand hin. Folgende Erklärung kann für dieses Phänomen gegeben werden: Die von den Wirbeln zum laminaren Strömungskern transportierte Wärme kann vom laminaren Strömungskern durch Wärmeleitung nicht schnell genug aufgenommen werden. Ein Teil der an der Wand aufgenommenen Wärme fließt daher in die kälteren Kernbereiche der Wirbel zurück und heizt sie auf. Dieser Effekt kann so groß werden, daß sich ein inverser mittlerer Temperaturgradient im Bereich der Seitenschicht ergibt. Man spricht in der angelsächsischen Literatur in diesem Zusammenhang von einem "countergradient flow", der auch bei anderen großräumigen Turbulenzstrukturen wie z.B. der Bénard-Konvektion beobachtet wird.

Die Leistungsdichtespektren der Temperatursignale zeigen, daß die turbulenten Temperaturfluktuationen gegenüber denen der Geschwindigkeiten auf deutlich kleinere Frequenzen beschränkt sind. Das rasche Zerfließen von Störungen des Temperaturfeldes durch die hohe Wärmeleitfähigkeit des Flüssigmetalls vermindert den Effekt kleiner Wirbelstrukturen auf den Wärmetransport.

Aus dem Temperaturverlauf an der beheizten Wand kann die Verbesserung des Wärmeübergangs direkt abgeschätzt werden. Hierzu werden die gemessenen Werte mit der Näherungslösung für laminare Kolbenströmung verglichen. Für kurze Lauflängen steigen die Wandtemperaturen in gleicher Weise wie bei einer Kolbenströmung an. Sobald nach einer gewissen Lauflänge die Temperaturgrenzschicht den turbulenten Mischungsbereich der Seitenschicht erreicht hat, tritt eine deutliche Verbesserung des Wärmeübergangs auf. Um mit einer Modellrechnung unter der Annahme einer Kolbenströmung die gemessenen Wandtemperaturen zu erzielen, muß die Strömungsgeschwindigkeit in der Modellrechnung im Vergleich zum Versuch verdoppelt werden.

Die mit dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse zeigen daß bei der thermohydraulischen Auslegung von Kanalströmungen wie sie in Fusionsblankets vorkommen, der turbulente Wärmetransport im Fluid mitberücksichtigt werden kann. Die künstliche Erzeugung einer turbulenten Strömung im Bereich kleiner Geschwindigkeiten durch die Instabilitäten der Seitenwandgrenzschichten führt gegenüber vergleichbarer laminarer Strömung nicht zu höheren Druckverlusten als bei laminarer Strömung, aber zu einer signifikanten Verbesserung des Wandwärmeübergangs. Die Entwicklung der Wandtemperatur über der gesamten Lauflänge realer Blanketkanäle kann jedoch nur in Experimenten mit noch größeren Lauflängen experimentell simuliert werden. Die mit der Sonde bestimmten, turbulenten Transportgrößen im Fluid können in weiteren Arbeiten als Grundlage für die Modellierung turbulenter MHD-Strömungen dienen. Ein wesentlicher Gesichtspunkt wird dabei die Berücksichtigung

der Anisotropie der Turbulenz sowie deren Schichtenstruktur sein. Mit Hilfe von an experimentellen Daten aus mittelgroßen skalierten Experimenten validierten Turbulenzmodellen und Auslegungsprogrammen können dann thermohydraulische Auslegungsrechnungen für reale Blanketgeometrien durchgeführt werden.

Anhang A

Stoffwerte der Natrium-Kalium-Legierung

Temperatur T [°C]	Dichte ρ [kg/m ³]	c_p [J/(kgK)]	λ [W/(mK)]	ν [10 ⁻⁶ m ² /s]	σ [10 ⁶ A/(Vm)]
0	873.4	995.0	21.4	1.28	2.977
10	870.8	988.4	21.6	1.15	2.926
20	868.2	982.1	21.8	1.05	2.878
30	865.6	976.0	22.0	0.961	2.831
40	663.0	970.3	22.2	0.885	2.786
50	860.5	964.9	22.4	0.819	2.742
60	857.9	959.6	22.6	0.762	2.700
70	853.3	954.7	22.7	0.711	2.658
80	852.7	949.9	22.8	0.667	2.618

Stoffdaten der eutektischen Natrium-Kalium-Legierung $Na^{22}K^{78}$ aus Lyon et al. 1952 Lyon (1952) und O'Donnell et al. 1989 O'Donnell, Papanikolaou und Reed (1989).

Die für die Auswertung der Experimente benutzten Näherungsbeziehungen zur Berechnung der temperaturabhängigen Stoffwerte lauten:

- Temperaturabhängige Dichte $\rho(T)$:

$$\rho(T) = 873.35 - 0.258 \cdot T \quad [\text{kg/m}^3] \quad (\text{A.1})$$

T [°C]; Gültigkeit bis $T = 204^\circ\text{C}$.

- Temperaturabhängige, kinematische Zähigkeit $\nu(T)$:

$$\nu(T) = 1.278 - 0.0134 \cdot T + 0.0001 \cdot T^2 \quad [10^{-6}\text{m}^2/\text{s}] \quad (\text{A.2})$$

T [°C]; Gültigkeit bis $T = 80^\circ\text{C}$.

- Temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit $\lambda(T)$:

$$\lambda(T) = 21.38 + 0.0208 \cdot T - 2.207 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 \quad [\text{W}/(\text{m K})] \quad (\text{A.3})$$

T [°C]; Gültigkeit bis $T = 80^\circ\text{C}$.

- Temperaturabhängige spezifische Wärmekapazität $c_p(T)$:

$$c_p(T) = 990.7 - 0.5133 \cdot T + 5.37 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 \quad [J/(kg \ K)] \quad (A.4)$$

T [$^{\circ}C$]; Gültigkeit bis $T = 450^{\circ}C$.

- Temperaturabhängige, spezifische elektrische Leitfähigkeit $\sigma(T)$:

$$\sigma(T) = 2.976 \cdot 10^6 - 5.05 \cdot 10^3 \cdot T + 7.188 \cdot T^2 \quad [10^6 A/(V/m)] \quad (A.5)$$

T [$^{\circ}C$]; Gültigkeit bis $T = 80^{\circ}C$.

Anhang B

Symbole

Skalare Größen:

a	charakteristische Kanalabmessung
A_x, A_z	Isotropiekoeffizienten in x - und z -Richtung
A_n	Fourierkoeffizienten
b	Kanalbreite senkrecht zum Magnetfeld
c	Wandleitparameter
d	Durchmesser
D	Quellterm der Energiegleichung
D_{hyd}	hydraulischer Durchmesser
E	Leistungsdichtespektrum
E_θ, E_p	azimutale und axiale Komponente der kinetischen Energie
f	Frequenz
$f_0 = v_0/a$	charakteristische Frequenz
f_a	Grenzfrequenz der Auflösung
k	Wellenzahl; turbulente kinetische Energie
K	Korrelationskoeffizient
l	Lauflänge
n	Laufvariable
p	Druck
P	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
$P_{\cos\theta}$	Richtungsverteilung
P_S	Strömungsleistung
Q	Korrelationsfunktion
s	Wanddicke
t	Zeit
$t_0 = v_0/a$	charakteristische Zeit
T	Temperatur
T_0	Bezugstemperatur
ΔT	charakteristische Temperaturdifferenz
Tu	Turbulenzgrad
u	axiale Strömungsgeschwindigkeit
u_m	mittlere Strömungsgeschwindigkeit od. Kanalgeschwindigkeit

v	normale Geschwindigkeitskomponente in Richtung des Magnetfeldes
v_0	Bezugsgeschwindigkeit
w	normale Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Magnetfeld
x, y, z	Kartesische Koordinaten
δ	Grenzschichtdicke; Standardabweichung
α	Diffusivität der Wirbelstärke in Magnetfeldrichtung
δ_S	Dicke der turbulenten Seitenschicht
$\tilde{\delta}$	relative Intensität
Δ	Differenz
$\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\zeta$	Abstände der Sondenprongs
ε	Dielektrizitätskonstante
$\zeta = x/Pe$	reskalierte Koordinate
τ	Zeitintervall
τ_t	Reynoldscher Spannungstensor
ϕ	elektrisches Potential
φ	Phasenwinkel
ω	Kreisfrequenz
Φ	allgemeine Zustandsgröße
θ	Winkel zwischen Magnetfeldrichtung und Fluktuation des el. Potentials
κ	Temperaturleitfähigkeit
λ	Wärmeleitfähigkeit
μ	magnetische Permeabilität
ν	kinematische Viskosität
ξ, η, ζ	Meßkoordinatensystem der Sonde
ρ	Dichte
σ	elektrische Leitfähigkeit

Vektoren und Tensoren (fett gedruckt):

$\mathbf{B} = (b_x, b_y, b_z)$	magnetische Feldstärke
$\mathbf{E} = (e_x, e_y, e_z)$	elektrische Feldstärke
\mathbf{F}_L	Lorenz-Kraft
$\mathbf{j} = (j_x, j_y, j_z)$	elektrische Stromdichte
\mathbf{n}	Normaleneinheitsvektor
\mathbf{q}	Wärmestromvektor
\mathbf{q}_t	Reynoldsche Wärmeströme
\mathbf{r}	Ortsvektor
$\mathbf{v} = (u, v, w)$	Geschwindigkeitsvektor
$\boldsymbol{\tau}_t$	Reynoldscher Spannungstensor
$\boldsymbol{\Omega} = \nabla \times \mathbf{v}$	Wirbelstärke

Indizes:

H	Hartmann-Wand
<i>hyd</i>	hydraulisch
i	Indizierung, z.B. $i = 1, 2, 3$
<i>krit</i>	kritischer, neutralstabiler Zustand
<i>lam</i>	laminar
m	räumliche Mittelung
<i>mess</i>	gemessen
<i>min</i>	minimal
<i>max</i>	maximal
<i>nutz</i>	Nutzsignal
MHD	magnetohydrodynamisch
n	Indizierung; normal zur Wand
S	Seitenwand; Strömung; Sonde
<i>stör</i>	Störsignal
T	Temperatur
t	tangential zur Wand
<i>turb</i>	turbulent
W	an der Wand
$x, y, z,$	kartesische Koordinatenrichtung
ξ, η, ζ	Koordinatenrichtung der Sonde
0	Bezugswert
$2D$	zweidimensional
$3D$	dreidimensional
*	dimensionslose Größe

Kennzahlen:

c	Wandleitparameter
M	Hartmann-Zahl
N	Interaktionsparameter
Pe	Péclet-Zahl
Nu	Nusselt-Zahl
Pr	Prandtl-Zahl
Re	Reynolds-Zahl
Re_{hyd}	hydraulische Reynolds-Zahl
Rm	magnetische Reynolds-Zahl
τ	Ähnlichkeitsparameter der magnetischen Dämpfung

Operatoren:

∇	Gradient
$\nabla \cdot$	Divergenz
Δ	Laplace-Operator, Differenz
$\nabla \times$	Rotation
$\frac{\partial}{\partial x_i} \Phi = \partial_{x_i} \Phi$	partielle Ableitung der Größe Φ in Richtung x_i
$\bar{\Phi} = \langle \Phi \rangle$	zeitlicher Mittelwert der Größe Φ
Φ'	Fluktuation, Schwankungswert der Größe Φ

Literaturverzeichnis

- Andreev, O. V. und Kolesnikov, Y. B.: 1994, Magnetohydrodynamic heat transfer intensification to the problems of fusion blankets, *Progress in Astronautics and Aeronautics* **162**, 179–188.
- Baker, R. C.: 1971, On the electromagnetic vortex probe, *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **4**, 99–101.
- Baker, R. C.: 1983, A review of recent developments in electromagnetic flow measurement, *Progress in Astronautics and Aeronautics* **84**, 225–259.
- Barleon, L., Mack, K. J., Kirchner, R. und Stieglitz, R.: 1996a, Heat transfer in MHD-flow at high hartmann numbers and improvement by turbulence promotion, *Magnetohydrodynamics* **31(3)**, 328–337.
- Barleon, L., Mack, K.-J. und Stieglitz, R.: 1996b, The MEKKA-facility a flexible tool to investigate MHD-flow phenomena, *Wissenschaftlicher Bericht FZKA 5821*, Forschungszentrum Karlsruhe.
- Batchelor, G. K.: 1956, *The theory of homogeneous turbulence*, Cambridge at the university press.
- Batchelor, G. K.: 1959, Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid, *J. Fluid Mech.* **5**, 113–139.
- Blums, E., Mikhailov, Y. A. und Ozols, R.: 1987, *Heat and mass transfer in MHD flows*, Utopia Press, Singapore.
- Branover, H.: 1978, *Magnetohydrodynamic flow in ducts*, Halsted Press.
- Branover, H., Eidelmann, A. und Nagorny, M.: 1994, Recent results related to blanket technology, *Proceedings of the Secound International Conference on Energy Transfer in Magnetohydrodynamic Flows, September 26-30, Aussois, France* **1**, 337–340.
- Brouillette, E. C. und Lykoudis, P. S.: 1967, Magneto-fluid-mechanic chanel flow. I. experiment, *Phys. Fluids* **10(5)**, 995–1001.
- Bühler, L.: 1993, Convective-diffusive transport in laminar MHD flows, *Wissenschaftlicher Bericht FZKA 5241*, Forschungszentrum Karlsruhe.
- Bühler, L.: 1996, Instabilities in quasi-two-dimensional magnetohydrodynamic flows, *J. Fluid Mech.* **326**, 125–150.
- Chang, C. und Lundgren, S.: 1961, Duct flow in magnetohydrodynamics, *ZAMP* **12**, 100–114.

- Davidson, P. A.: 1995, Magnetic damping of jets and vortices, *J. Fluid Mech.* **299**, 153–186.
- Gardner, R. A.: 1968, Laminar pipe flow in a transverse magnetic field with heat transfer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **11**, 1067–1081.
- Grinberg, G. K., Kauze, M. Z. und Lielausis, O. E.: 1985, Local MHD-resistances on a liquid sodium circuit with a superconducting magnet, *Magnetohydrodynamics; No.1* **21**, 99–103.
- Hartmann, J.: 1937, Hg-dynamics I Theory of the laminar flow of an electrically conductive liquid in a homogeneous magnetic field, *Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-fysiske Meddelelser*.
- Hartmann, J. und Lazarus, F.: 1937, Hg-dynamics II Experimental investigations on the flow of an electrically conductive liquid in homogeneous magnetic field, *Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-fysiske Meddelelser*.
- Hinze, J. O.: 1975, *Turbulence*, McGraw-Hill, Inc.
- Holroyd, R. J. und Walker, J. S.: 1978, A theoretical study of the effects of wall conductivity, non uniform magnetic fields and variable area ducts on liquid metal flows at high hartmann number, *J. Fluid Mech.* **84; part3**, 471–495.
- Hunt, J. C. R.: 1965, Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts, *J. Fluid Mech.* **21(4)**, 577–590.
- Hunt, J. C. R., Branover, G. G. und Gel'fgat, Y. M.: 1969, Magnetohydrodynamic flow in a rectangular channel with walls of finite conductivity, *Magnitnaya Girodynamica* **Vol. 5; Part 3**, 139–142.
- Hunt, J. C. R. und Stewartson, K.: 1965, Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts II, *J. Fluid Mech.* **23(3)**, 563–581.
- Jischa, M.: 1982, *Konvektiver Impuls- Wärme und Stoffaustausch*, Vieweg.
- Kolesnikov, Y. B. und Andreev, O. V.: 1994, Heat transfer promoted by cylindrical obstacles in magnetic field, *Proceedings of the Second International Conference on Energy Transfer in Magnetohydrodynamic Flows, September 26-30 Aussois, France* **1**, 371–379.
- Kolesnikov, Y. und Tsinober, A.: 1972a, An experimental study of two-dimensional turbulence behind a grid, *Fluid Dynamics* **9**, 621–624.
- Kolesnikov, Y. und Tsinober, A.: 1972b, Two-dimensional flow behind a circular cylinder, *Magnetohydrodynamics* **8**, 300–307.
- Kollie, T. G., Anderson, R. L., Horton, J. L. und Roberts, M. J.: 1977, Large thermocouple thermometry errors caused by magnetic fields, *Rev. Science Instrum.* **48(5)**, 501–511.
- Kraichnan, R. H.: 1967, Inertial ranges in two-dimensional turbulence, *Phys. Fluids* **10**, 1417–1423.
- Lesieur, M. und Herring, J.: 1985, Diffusion of a passive scalar in two-dimensional turbulence, *J. Fluid Mech.* **161**, 77–95.

- Lock, R. C.: 1955, Stability of the flow of an electrically conducting fluid between parallel planes under a transverse magnetic field, *Proc. Roy. Soc A* **233**, 105.
- Lyon, N.: 1952, *Liquid metals handbook*, Navexos P-733; Second edition.
- Molokov, S.: 1993, Fully developed liquid-metal flow in multiple rectangular ducts in a strong uniform magnetic field, *Eur. J. Mech./B Fluids* **12(6)**, 769–787.
- Moreau, R.: 1990, *Magnetohydrodynamics*, Kluwer Academic Press.
- O'Donnel, J. O., Papanikolaou, P. G. und Reed, C. B.: 1989, The thermophysical and transport properties of eutectic NaK near room temperature, *Technical report*, ANL/FPP/TM-237.
- Platnieks, I. A.: 1972, Correlation study of the transformation of a field of turbulence velocity perturbation in a MHD duct, *Proceedings of the 7th Riga Conference on MHD* **1**, 31.
- Reed, C. B., Picologlou, B., Dausvardis, P. V. und Bailey, J. L.: 1986, Techniques for measurements of velocity in liquid metal MHD-flows, *Fusion Technology* **10**, 813–821.
- Reed, C. B. und Picologlou, B. F.: 1989, Sidewall flow instabilities in liquid metal MHD-flow under blanket relevant conditions, *Fusion Technology* **15**, 705–715.
- Schlichting, H.: 1982, *Grenzschicht Theorie*, Verlag G.Braun Karlsruhe.
- Shercliff, J. A.: 1962, *The theory of electromagnetic flow-measurement*, Cambridge University Press.
- Shercliff, J. A.: 1965, *A textbook of Magnetohydrodynamics*, Pergamon Press, Oxford.
- Sommeria, J. und Moreau, R.: 1982, Why, how and when, MHD turbulence becomes two-dimensional, *J. Fluid Mech.* **118**, 507–518.
- Sukoriansky, S. und Branover, H.: 1988, Turbulence peculiarities caused by interference of magnetic field with energy transfer phenomena, *Progress in Astronautics and Aeronautics, Series: Current Trends in Turbulence Research* **112**, 87–99.
- Temperley, D. J.: 1984, Reconciliation of some discrepancies in results obtained for magnetohydrodynamic flow in a rectangular duct under an uniform transverse magnetic field at high Hartmann number, *Arch. Mech.* **35(5-6)**, 673–686.
- Temperley, D. J. und Todd, L.: 1971, The effects of wall conductivity in magnetohydrodynamic duct flow at high Hartmann numbers, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **69**, 337–351.
- Tillack, M. S.: 1990, Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts. design equations for pressure drop and flow quantity, *UCLA-FNT-41*.
- Ting, A. L., Walker, J. S., Reed, C. B. und Picologlou, B. F.: 1991, Linear stability analysis for high-velocity boundary layers in liquid-metal magnetohydrodynamic flows, *Int. J. Eng. Sci.* **29(8)**, 939–948.

- Tollmien, W.: 1935, Ein allgemeines Kriterium der Instabilität laminarer Geschwindigkeitsverteilungen, *Nach. Ges. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Klasse, Fachgruppe I*, **1**, 79–114.
- Tsinober, A.: 1975, Magnetohydrodynamic turbulence, *Magnetohydrodynamics* **11**, 5–17.
- Tsinober, A.: 1989, MHD flow drag reduction, *Progress in astronautics and aeronautics* **123**, 327–349.
- Tsinober, A., Kit, E. und Titel, M.: 1987, On the relevance of the potential-difference method for turbulence measurements, *J. Fluid Mech.* **175**, 447–461.
- VDI: 1984, *VDI-Wärmeatlas: Berechnungsbl. für d. Wärmeübergang*, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf.
- Walker, J. S.: 1981, Magnetohydrodynamic duct flows in rectangular ducts with thin conducting walls I, *Journal de Mécanique* **20(1)**, 79–112.
- Weissenfuh, T. V.: 1985, Probes for local velocity and temperature measurements in liquid metal flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* **28**, 1563–1574.
- Williams, W. E.: 1963, Magnetohydrodynamic flow in a rectangular tube at high hartmann number, *J. Fluid Mech.* **16**, 262.