



Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 5683

**Entwicklung einer Methode zur
Berechnung der elektromagne-
tischen Kräfte durch Magnetfeld-
änderungen in ferromagnetischen
Strukturen und Anwendung
dieser Methode auf den Plasma-
abbruch in einem Tokamakreaktor**

P. Ruatto

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Kernfusion

März 1996

Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 5683

**Entwicklung einer Methode zur Berechnung der
elektromagnetischen Kräfte durch Magnetfeldänderungen
in ferromagnetischen Strukturen und Anwendung
dieser Methode auf den Plasmaabbruch
in einem Tokamakreaktor**

Paolo Ruatto

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Kernfusion

von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
1996

**Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

ISSN 0947-8620

KURZFASSUNG

DEMO stellt die einzige Stufe zwischen ITER und dem Prototyp eines kommerziellen Kernfusionsreaktors dar. Die höhere Neutronenfluenz, die charakteristisch für diesen Reaktor ist, schreibt die Wahl eines martensitischen Stahls als Strukturmaterial vor. Für die europäischen DEMO-Blanketentwürfe wurde der Stahl MANET (MARTensitic for NET) ausgewählt. Dieser Stahl zeigt ein nichtlineares ferromagnetisches Verhalten, das eine Verzerrung des Magnetfelds innerhalb und außerhalb der Struktur verursacht, so daß bei einem möglicherweise auftretenden Plasmaabbruch Wirbelströme in der Struktur induziert werden, die durch Wechselwirkung mit dem Magnetfeld elektromagnetische Kräfte bewirken, die höher als in einer nichtmagnetischen Struktur sein können.

Im Rahmen der vom Forschungszentrum Karlsruhe (FZK) durchgeführten Aktivitäten für den DEMO-Feststoffblanketentwurf wurde die Entwicklung eines Rechenprogramms durchgeführt, das die Anwesenheit ferromagnetischen Materials berücksichtigen kann. Ausgehend vom Code CARIDDI/FZK, der bereits im Gebrauch für elektromagnetische Berechnungen mit nichtmagnetischen leitenden Strukturen ist, wurde dieser als AENEAS (Advanced Eddy-current Nonlinear Electromagnetic Analysis System) bezeichnete Code entwickelt.

Die magnetischen Eigenschaften des Stahls MANET in bezug auf den Reaktorbetrieb sowie die Modellierung der Magnetisierungskurve werden diskutiert.

Weiterhin werden die mathematische und numerische Formulierung des Code mit dem Aufbau des Berechnungssystems erklärt.

Ferner werden die Resultate von zwei zur Überprüfung des Code untersuchten allgemeinen elektromagnetischen Problemen, einem magnetostatischen und einem transienten nichtlinearen Problem, für die experimentelle Vergleichsergebnisse verfügbar waren, dargestellt.

Schließlich wird die Anwendung des Code im Referenz-Falle eines Plasmastromabbruchs für den DEMO-Feststoffblanketentwurf, der im FZK entwickelt wurde, beschrieben. Die Ergebnisse zeigen, daß bei Auftreten eines Plasmaabbruchs die mechanische Integrität der Struktur trotz der zusätzlichen Belastung, die auf die Anwesenheit ferromagnetischen Strukturmaterials zurückzuführen ist, gewährleistet ist.

**Development of a Numerical Method to Compute Electromagnetic
Forces Generated by Magnetic Field Changes in Magnetic Structures
and Application of this Method to a Plasma Disruption
in a Tokamak Fusion Reactor**

ABSTRACT

DEMO is the only step between ITER and a prototype of a commercial fusion reactor. The high neutron fluence characteristic for DEMO imposes the choice of a martensitic steel as structural material. The steel MANET (MARTensitic for NET) has been chosen for the european DEMO blanket designs. MANET is a ferromagnetic material with a nonlinear magnetic behaviour which alters the distribution of the magnetic field inside and outside the blanket structure in such a way that during a plasma disruption, as eddy currents are induced in the blanket structure, strong electromagnetic forces occur whose magnitude can be substantially greater than in the case without ferromagnetic structural material.

Within the activities of the Karlsruhe Research Centre for the DEMO solid breeder blanket design, a computer code which can take into account the presence of ferromagnetic material has been developed. The new code - named AENEAS (Advanced Eddy-current Nonlinear Electromagnetic Analysis System) - has been derived from CARIDDI/FZK, a code already in use for electromagnetic calculations with non-magnetic conducting structures.

The magnetic properties of MANET in relation to reactor conditions are discussed together with the modelling of the magnetization curve.

The mathematical and numerical formulation of the code as well as its structure are then explained.

Furthermore, the results of calculations performed for two test problems - a magnetostatic and a transient nonlinear problem - are presented and compared with the corresponding experimental data.

Finally, the code AENEAS has been applied to the Karlsruhe DEMO Solid Breeder Blanket design for a reference case of a plasma disruption. The results show that during a plasma disruption, even if the mechanical load on the structure increases due to the presence of ferromagnetic material, the mechanical integrity of the blanket is preserved.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1. EINLEITUNG	1
Physikalische Grundlagen der Kernfusion	1
Elektromagnetische Grundlagen des Tokamaks	3
Ziel dieser Arbeit	5
Kapitel 2. MAGNETISCHE EIGENSCHAFTEN DES STAHLs MANET	7
Messung der Magnetisierungskurve	7
Nachbildung der Magnetisierungskurve	12
Kapitel 3. FORMULIERUNG DES CODE AENEAS	17
Mathematische Formulierung	17
Numerische Formulierung	19
Raumintegration	19
Zeitintegration	23
Kräfteberechnung	26
Berechnungssystem	29
Kapitel 4. VALIDIERUNG DES CODE AENEAS	31
Ferromagnetische freischwebende Platte	31
Versuch	31
Berechnung	35
Magnetspule umgebende Stahlplatten	39
Versuch	39
Berechnung	43
Kapitel 5. ANWENDUNG DES CODE AENEAS	51
DEMO-FZK-Feststoffbrutblanket	51
Elektromagnetische Analyse	56
Modellierung und Berechnung	56
Resultate	59
Festigkeitsanalyse	69
Kapitel 6. ZUSAMMENFASSUNG	73
Nomenklatur	77

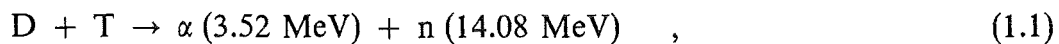
Literaturverzeichnis	79
Anhang. BERECHNUNG VON $\nabla\psi$ UND $\nabla(\nabla\psi)$	85

KAPITEL 1

EINLEITUNG

PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN DER KERNFUSION [1]. Das Ziel der Realisierung der kontrollierten thermonuklearen Fusion - einer potentiell unbegrenzten Energiequelle bei geringer Umweltgefährdung - hat in den letzten 40 Jahren weltweit einen in diesem Ausmaß einmaligen Aufwand in der angewandten Forschung und Industrie hervorgerufen.

Der Tokamak stellt die am besten untersuchte Methode zur Erzeugung von Kernfusionsenergie dar. Es handelt sich dabei um eine ringförmige Maschine, in der durch Magnetfelder ein vollständig ionisiertes Gas (Plasma) aus schweren Wasserstoff-Isotopen - gewöhnlich Deuterium (D) und Tritium (T) - über die 10 keV-Temperatur geheizt und für eine bestimmte Zeit darin eingeschlossen wird. Dadurch kann der Fusionsprozeß



bei dem ein α -Teilchen (Helium-4-Kern) und ein energiereiches Neutron n erzeugt werden, stattfinden. Dieses Neutron ist in der Lage, die Energie direkt aus dem Reaktionsplasma in den das Plasma umgebenden Maschinenbestandteil (bezeichnet als Blanket) zu übertragen und dort zu speichern. Dort finden die folgenden Reaktionen statt:

- Neutronenvermehrung durch (n,2n)-Reaktion von Elementen wie Beryllium und Blei,
- Tritium-Erbrüten (Tritium kommt nicht in der benötigten Menge in der Natur vor, daher muß es im Fusionsreaktor erbrütet werden) durch die Kernreaktionen



Damit soll unter Berücksichtigung der parasitären Neutronen-Absorption im Strukturmaterial (z. B. in der Ersten Wand) und vor allem der nicht hundert-

2 Einleitung

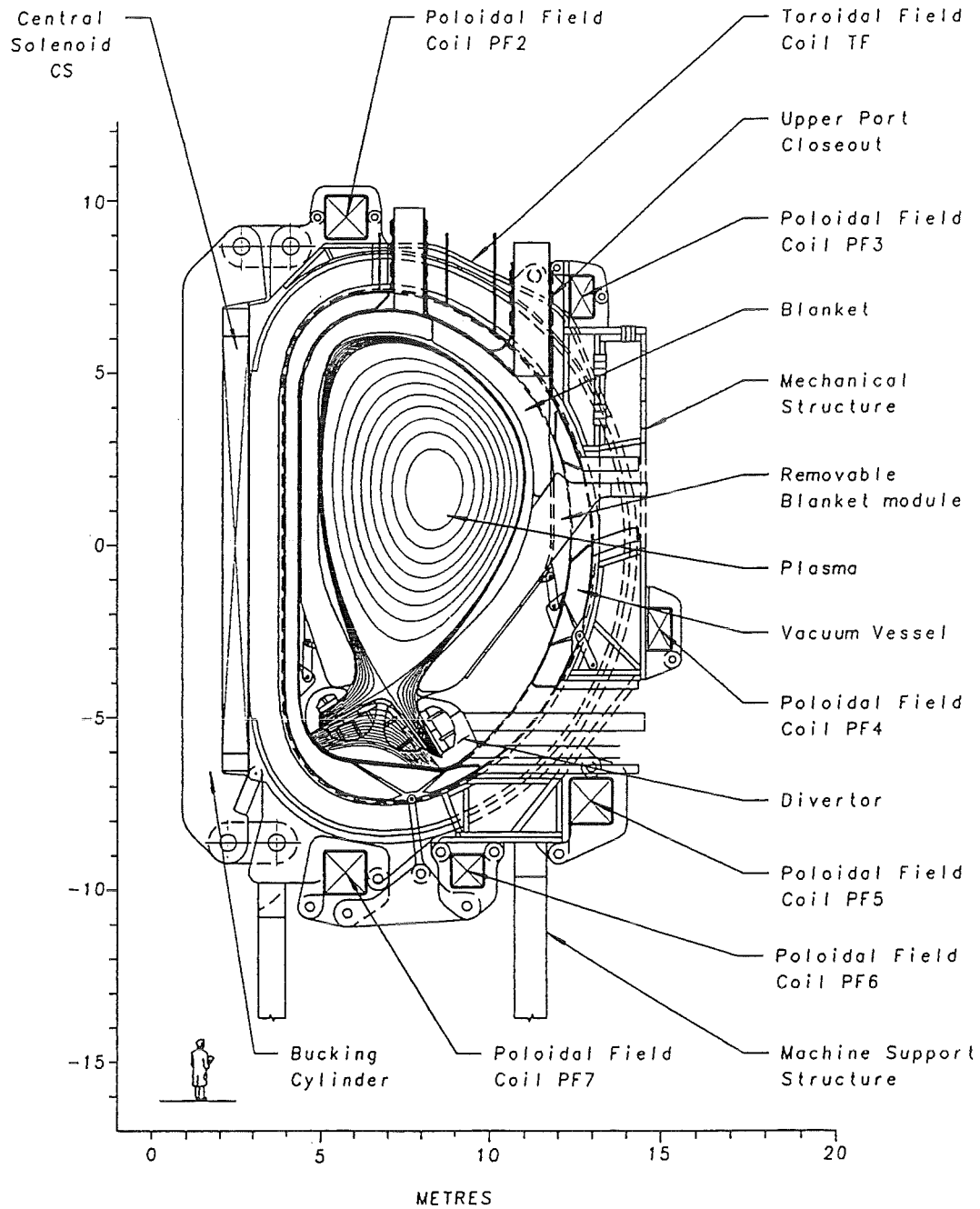


Abbildung 1. ITER Fusionsreaktor [2]. Radial-Poloidal-Schnitt durch den Torus mit der Anordnung der supraleitenden Magnetspulen.

prozentigen Bedeckung der Plasmaoberfläche durch das Blanket, eine Tritium-Brutrate größer als eins erzielt werden.

Der „International Thermonuclear Experimental Reactor (ITER)“ und der „Demonstration Reactor (DEMO)“ sind Beispiele für zukünftige Fusionsreaktoren, die das Tokamak-Konzept nutzen. Der Hauptzweck von ITER [2] (dessen Radial-Poloidal-Schnitt in Abb. 1 gezeigt wird) ist es, die wissenschaftliche und technologische Realisierbarkeit von Kernfusionsenergie für kommerzielle Energieproduktion zu demonstrieren und Technologien für DEMO, der gegenwärtig die einzige Stufe zwischen ITER und dem Prototyp eines kommerziellen Reaktors darstellt, zu prüfen. Beim Einsatz von DEMO [3] soll gezeigt werden, daß die Tritium-Brutrate ausreichend hoch ist.

Im Hinblick auf das Thema der vorliegenden Dissertation werden im folgenden genauere Ausführungen zu den elektromagnetischen Grundlagen einer Tokamak-Maschine gemacht.

ELEKTROMAGNETISCHE GRUNDLAGEN DES TOKAMAKS Aus elektromagnetischer Sichtweise lassen sich in einer Tokamak-Maschine drei miteinander in Wechselwirkung stehende Systeme identifizieren [4], [5] : ein Magnetfeldsystem, ein passives System und das Plasma.

Das Magnetfeldsystem produziert die gewünschte räumliche und zeitliche Verteilung des Magnetfelds in der Plasmaregion (Abb. 2). Mittels der Transformatorspulen wird ein toroidales elektrisches Feld erzeugt, das notwendig zur Initiierung, Aufrechterhaltung und Kontrolle eines toroidalen Stroms im Gas, das die Sekundärwicklung des Transformators bildet, ist. Durch diesen Strom entsteht elektrodosenlos ein Plasma. Mit Hilfe der Hauptfeldspulen, die den Plasmabehälter umfassen, wird ein toroidales Magnetfeld zur thermischen Isolierung des Plasmas von den Wänden hergestellt. Der im Plasma fließende Strom hat ein ihn umschließendes eigenes Magnetfeld, das sich dem Magnetfeld der Hauptfeldspulen überlagert. Die resultierenden magnetischen Feldlinien sind ringförmig verschraubt. Das vertikale Feld (Poloidalfeld) wird von kreisförmigen Spulen erzeugt, die in Ebenen parallel zu dem Plasma liegen. Die Verschraubung der Feldlinien, zusammen mit dem vertikalen Magnetfeld, ist notwendig, um das Plasma stabil einzuschließen.

Das passive System wird von den das Plasma umgebenden metallischen Strukturen gebildet. Dies sind die Blanketsegmente, die die Erste Wand, Blanketgehäuse, Blanketstruktur, Abschirmung und Kupferspulen zur passiven

4 Einleitung

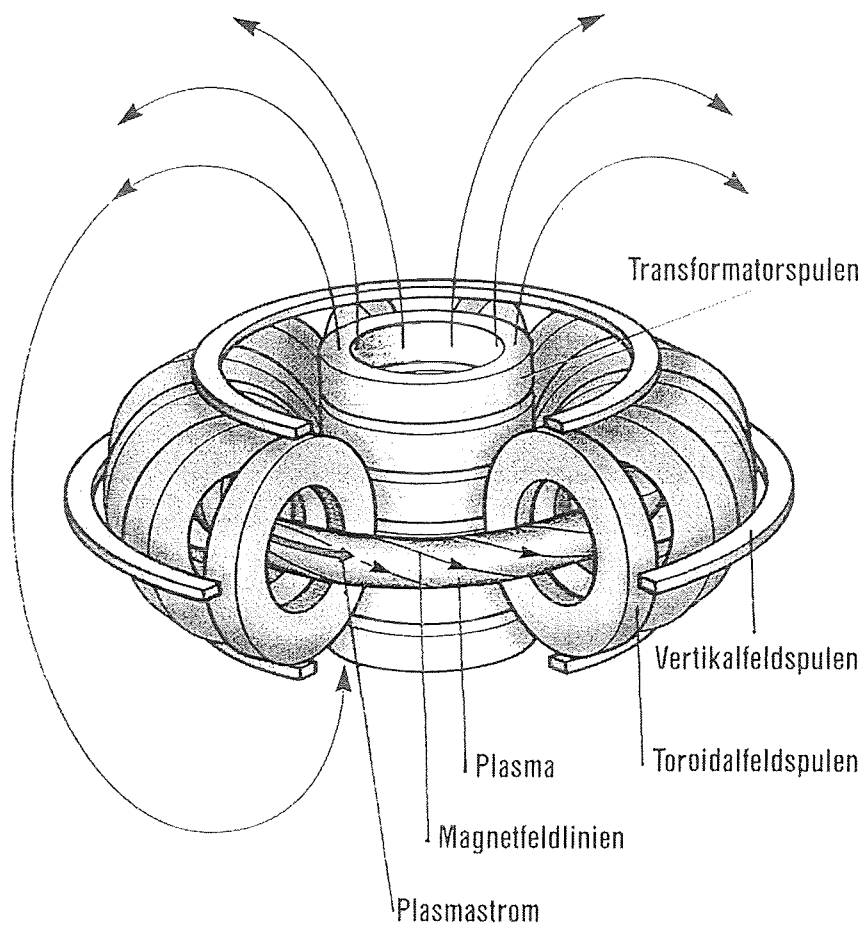


Abbildung 2. Prinzip des Tokamakeinschlusses [5]. Transformator-, Toroidalfeld- und Vertikalfeldspulen sowie der Plasmastrom, die zusammen das Magnetfeldsystem eines Tokamaks erzeugen, werden dargestellt.

Plasmastabilisierung enthalten und das Vakuumgefäß, das den äußeren Teil des Reaktors vor Neutronenbestrahlung abschirmt.

Für den Entwurf eines Blankets benötigt man die Berechnung der elektromagnetischen Effekte aufgrund der Wechselwirkung zwischen den zuvor genannten Systemen [6]. Bei einem möglicherweise auftretenden Plasmaabbruch in ITER/DEMO fällt der Plasmastrom von 20 MA auf Null innerhalb einer Zeitspanne in der Größenordnung von 20 ms. Dabei werden starke Wirbelströme in den elektrisch leitenden Bestandteilen des Tokamaks (passives System) induziert; solche Ströme stehen in Wechselwirkung mit den externen poloidalen und toroidalen Magnetfeldern, was in starken elektromagnetischen Kräften resultiert. Um die mechanische Integrität des Reaktors gewährleisten zu können, müssen diese Kräfte in den Entwurf mit einkalkuliert werden.

Wegen des komplizierten Aufbaus künftiger Kernfusionsreaktoren werden komplett dreidimensionale (3D) Finite-Elemente-Programme zur Berechnung der Wirbelströme benötigt, um die Effekte der durch einen Plasmastromabbruch verursachten magnetischen Kräfte auf die Struktur zuverlässig vorherzusagen zu können. In diesem Zusammenhang - im Rahmen der Aktivitäten des NET-Teams - wurde CARIDDI [7], ein Rechenprogramm für nichtmagnetische Materialien, entwickelt. Es basiert auf einer Integral-Volumen-Methode, die es ermöglicht, nur die leitenden Strukturen und nicht auch den umgebenden Raum zu modellieren. CARIDDI wurde erfolgreich validiert unter anderem durch Vergleich mit den Ergebnissen von Versuchen, die in der ASDEX-U Tokamak-Maschine durchgeführt wurden [8].

ZIEL DIESER ARBEIT Da für künftige Kernfusionsreaktoren wie DEMO eine höhere Neutronenfluenz charakteristisch ist [3], wurden martensitische Stähle als Strukturmaterialien vorgeschlagen. Diese zeigen im Vergleich zu den austenitischen Stählen ein sehr geringes durch Neutronenbestrahlung verursachtes Schwellen. Da sie aber ein nichtlineares ferromagnetisches Verhalten zeigen, wird die Abschätzung des elektromagnetischen Effektes auf die das Plasma umgebenden Strukturen bei einem Plasmaabbruch weiter kompliziert.

Die Anwesenheit magnetisierten Strukturmaterials beeinflusst signifikant die Verteilung und Größe des Magnetfelds innerhalb und außerhalb der Struktur. Tritt ein Plasmaabbruch ein, können die erzeugten Kräfte höher sein als bei nichtferromagnetischem Strukturmaterial.

Der Effekt des Vorhandenseins der ferromagnetischen Materialien in den Strukturen, die das Plasma umgeben, wurde bisher nur im Hinblick auf das

Problem über die Kontrolle des Plasmas [9], [10], [11] und der magnetischen Belastung aufgrund der Wechselwirkung mit ungleichförmigen statischen magnetischen Feldern [10], [12] untersucht.

Im Rahmen der vom Forschungszentrum Karlsruhe (FZK) durchgeführten Aktivitäten für den DEMO-Feststoffblanketentwurf [13] wurde deshalb die Entwicklung eines Rechenprogramms, das Wirbelströme und die während eines Plasmaabbruchs in der Anwesenheit magnetischer Strukturmaterialien produzierte magnetische Kräfteverteilung berechnen kann, durchgeführt.

Ausgehend vom Code CARIDDI/FZK [14], der bereits im Gebrauch für elektromagnetische Berechnungen mit nichtmagnetischen leitenden Strukturen ist, wurde dieser als AENEAS (Advanced Eddy-current Nonlinear Electromagnetic Analysis System) bezeichnete Code entwickelt.

Die Beschreibung dieses Code sowie seine Anwendung auf den Fall eines Plasmaabbruchs beim FZK-Feststoffblanketentwurf für DEMO [13] sind Thema der vorliegenden Dissertation. Im Folgenden werden die magnetischen Eigenschaften des martensitischen Stahls MANET (MARTensitic for NET), des ausgewählten Strukturmaterials für den FZK-Feststoffblanketentwurf, sowie die Modellierung der Magnetisierungskurve diskutiert (Kapitel 2). Weiterhin werden die mathematische und numerische Formulierung des Code mit dem Aufbau des Berechnungssystems erklärt (Kapitel 3). In Kapitel 4 erfolgt die Validierung des Code durch die Studie eines magnetostatischen * und eines transienten nichtlinearen Problems, für die experimentelle Vergleichsergebnisse verfügbar sind. Schließlich wird in Kapitel 5 die Anwendung des Code im Referenz-Falle eines Plasmastromabbruchs für den DEMO-Feststoffblanketentwurf, der im FZK entwickelt wurde [13], beschrieben.

Aus Gründen der Vollständigkeit ist zu erwähnen, daß parallel zu dieser Arbeit einige andere Autoren durch verschiedene Formulierungen versucht haben, ferromagnetische Materialien in auf der Integral-Volumen-Methode basierende Rechenprogramme für begrenzte Anwendungen (z. B. Übertrager mit Eisenkern) mit einzubeziehen [15], [16], [17] und daß kürzlich die Autoren von CARIDDI Ergebnisse von Wirbelstrom- und Magnetfeldberechnungen für ferromagnetische Strukturen durch eine erweiterte Version ihres Code, der sich gegenwärtig noch in der Entwicklung befindet, publiziert haben [18].

* Man bezeichnet als magnetostatisch ein Problem, bei dem die induzierten Wirbelströme nicht vorhanden oder vernachlässigbar sind; d. h. nur statische Magnetfelder werden betrachtet.

KAPITEL 2

MAGNETISCHE EIGENSCHAFTEN DES STAHLS MANET

Die Erste Wand und das Blanket von DEMO müssen in der Lage sein, die durch Neutronenbestrahlung entstandenen Schädigungen von 70 dpa (displacements per atom) tolerieren zu können. Aus diesem Grund wurden Untersuchungen zur Eignung von martensitischem Stahl für einen Einsatz in Fusionsreaktoren vorgenommen. Denn martensitischer Stahl bildet ein raumzentriertes kubisches Kristallgitter, das anders als bei der flächenzentrierten kubischen Struktur austenitischer Stähle ein sehr geringes, durch die Strahlenschäden über die Leerstellen verursachtes Schwellen (Void Swelling) zeigt.

Unter mehreren martensitischen Stählen - wie HT-9 [19] und F82H [20] - ist der Stahl MANET (DIN 1,4914) ein Kandidat für den Kernfusionsreaktor DEMO. Er wurde im Rahmen des Europäischen Fusions-Technologie-Programms entwickelt und als Strukturmaterial für die europäischen DEMO-Blanketentwürfe ausgewählt.

Die mechanischen Eigenschaften von MANET [21] wie auch sein Verhalten unter Neutronenbestrahlung [22] sind bekannt. Die physikalischen Eigenschaften von MANET sind bis auf die magnetischen Eigenschaften untersucht worden. Diese wurden bisher nur aus den verfügbaren Daten ähnlicher Stähle abgeschätzt. Dagegen sind die Magnetisierungskurven für HT-9 [23] und F82H [24] bereits vorhanden.

MESSUNG DER MAGNETISIERUNGSKURVE Zusammen mit der durch Neutronenbestrahlung verursachten Versprödung stellt Ferromagnetismus den Interessensschwerpunkt der Eignung von MANET als Strukturmaterial in DEMO dar. Um das mechanische Verhalten des im FZK entwickelten Feststoffblankets für DEMO [13] abschätzen zu können, sollte das magnetische Verhalten von MANET untersucht werden. Zu diesem Zweck wurde im Auftrag des FZK eine Messung an einer Probe von MANET (Chg. 50803) am Institut für Werkstoffe der Elektrotechnik der Rhein.-Westf. Technischen Hochschule (RWTH) Aachen durchgeführt [25]. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abb. 3 und Abb. 4 dargestellt.

8 Magnetische Eigenschaften des Stahls MANET

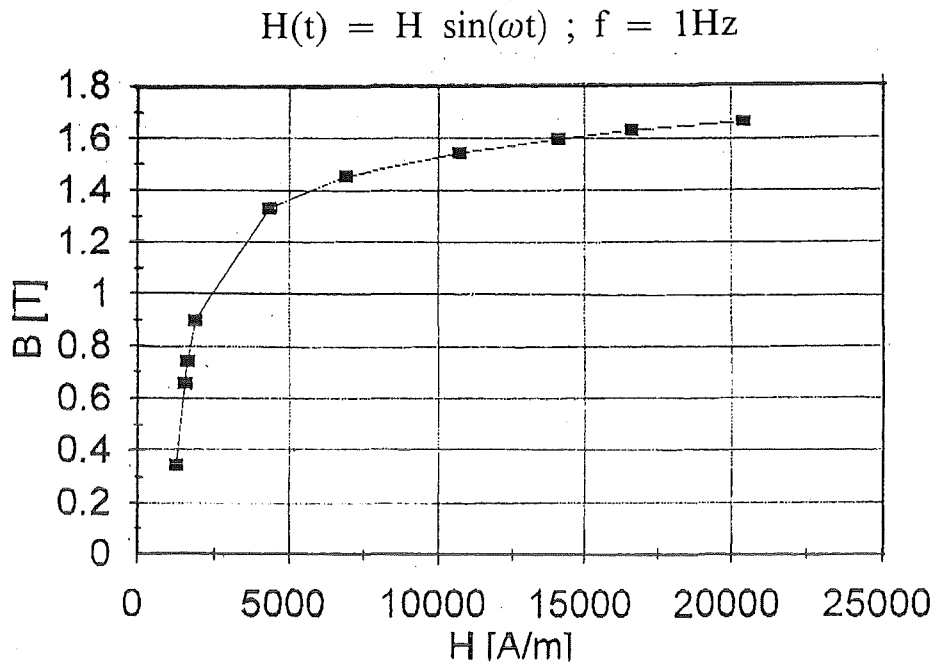


Abbildung 3. Magnetisierungskurve des Stahls MANET [25]. Das Verhalten der magnetischen Flußdichte B ist als Funktion der magnetischen Feldstärke H dargestellt. Dabei ist $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz.

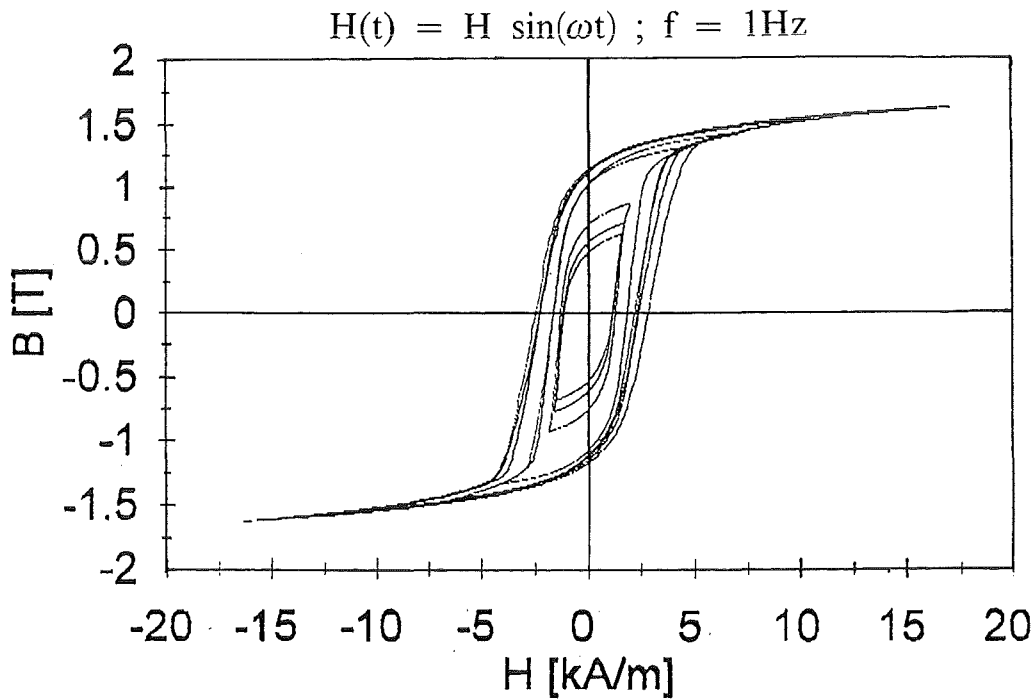


Abbildung 4. Hysteresekurven des Stahls MANET [25]. Die Hystereseschleifen, die aus verschiedenen Amplituden der angelegten magnetischen Feldstärke H entstanden sind, werden gezeigt.

Das Verhalten der magnetischen Flußdichte \mathbf{B} * als Funktion der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} wird in Abb. 3 in Form einer Magnetisierungskurve dargestellt. Es handelt sich um die sogenannte Kommutierungskurve, auf der sich die statischen Arbeitspunkte des Materials befinden. Das bedeutet, daß die Kurve aus einer Meßreihe über verschiedene Amplituden und mit der gleichen Frequenz $f = 1 \text{ Hz}$ entstanden ist (Abb. 4), von der nur die Endpunkte der einzelnen Hysteresekurven verwendet werden (Abb. 5).

Das Verhalten der Magnetisierung \mathbf{M} kann aus dem von \mathbf{B} entsprechend der Sommerfeld-Konvention erhalten werden, und zwar durch folgende Relation

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) , \quad (2.1)$$

wobei μ_0 die magnetische Feldkonstante ist.

Man findet allgemein (Abb. 6): Steigert man, vom unmagnetischen Zustand ausgehend (Punkt O), die magnetische Feldstärke \mathbf{H} , so nimmt zunächst \mathbf{B} beschleunigt, dann verzögert zu (Neukurve), bis schließlich \mathbf{B} nur noch wenig, und zwar praktisch linear mit \mathbf{H} weiterwächst; dann ist die Sättigung erreicht. Läßt man \mathbf{H} wieder abnehmen, so nimmt \mathbf{B} größere Werte an als auf der Neukurve, so daß für $H = 0$ der Wert $B = B_r$, die Remanenz, vorhanden bleibt; um sie auszulöschen, muß man eine magnetische Feldstärke $H = H_c$, die Koerzitiv-Feldstärke, in entgegengesetzter Richtung aufwenden. Durchläuft \mathbf{H} eine Folge von Werten zwischen entgegengesetzt gleich großen Endwerten, so stellt sich auch für \mathbf{B} (oder \mathbf{M}) eine zyklische Wertefolge ein. Die graphische Darstellung heißt Hystereseschleife, und zwar äußerste Hystereseschleife oder Grenzscheife, wenn Sättigung erreicht wird.

Im Fall von MANET zeigt die Messung einen Sättigungswert für die Magnetisierung ($\mu_0 M_{\text{sat}}$) von 1.645 Tesla für einen sehr niedrigen Wert von \mathbf{H} (24 kA/m), wohingegen der Remanenzwert für die Magnetisierung 1.15 Tesla ist.

Der Mechanismus der Magnetisierung läßt sich durch die Einführung des Konzeptes magnetischer Domänen erklären; das heißt die magnetische Substanz setzt sich aus vielen Bereichen zusammen, von denen jeder bis zur Sättigung magnetisiert ist.

* Die wichtigsten der im Folgenden benutzten Symbole werden in der Nomenklatur auf S. 77 zusammengestellt.

10 Magnetische Eigenschaften des Stahls MANET

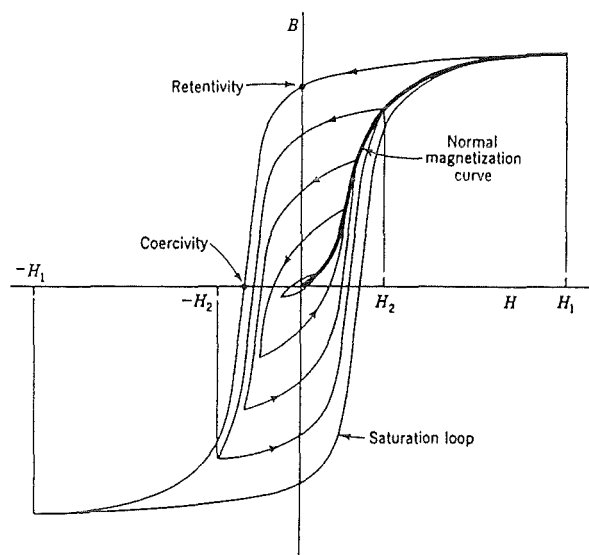


Abbildung 5. Entstehung der Kommutierungskurve [26]. Die einzelnen Hystereseschleifen, aus deren Endpunkten die Kommutierungskurve, auch normale Magnetisierungskurve genannt, entsteht, werden gezeigt.

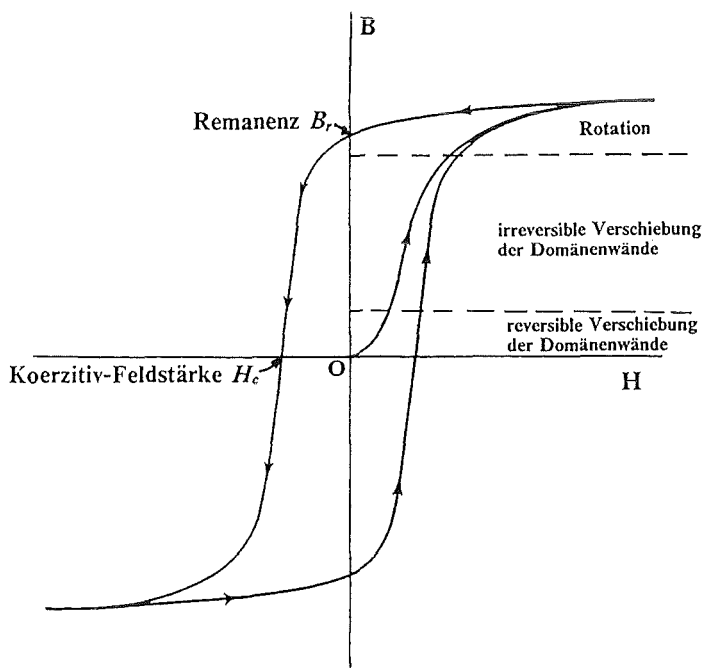


Abbildung 6. Mechanismus der Magnetisierung. Die magnetischen Prozesse werden anhand der Magnetisierungskurve (Neukurve) und der äußeren Hystereseschleife dargestellt.

Die Richtung des Vektors \mathbf{M} (konstant innerhalb jedes Bereichs) wechselt von Bereich zu Bereich, und die schmalen Abschnitte zwischen ihnen, in denen sich die Magnetisierungsrichtung ziemlich scharf ändert, heißen Domänenwände. Mit diesem Konzept kann die resultierende Magnetisierungskurve in drei Hauptzonen geteilt werden [27], [28] (Abb. 6):

- Die erste Zone aus dem unmagnetisierten Zustand, d. h. die Magnetisierungsrichtungen der gesättigten magnetischen Domänen sind ungeordnet verteilt, so daß die resultierende Magnetisierung der Probe als Ganzes null ist. Legt man ein externes Magnetfeld an, rotieren die Magnetisierungsvektoren reversibel aus ihrer stabilen Richtung und die Domänenwände werden reversibel aus ihrer stabilen Position verschoben. Dies hat eine Volumenzunahme der Domänen zur Folge, deren Magnetisierungsvektorrichtungen sich am nächsten zur Richtung des angelegten Magnetfelds befinden.
- Die zweite Zone tritt auf, wenn bei einer Erhöhung des angelegten Magnetfelds die Magnetisierung drastischer ansteigt und die oben genannten Prozesse irreversibel stattfinden (Barkhausen-Effekt).
- Bei einer weiteren Verstärkung des Magnetfelds wird die Magnetisierungskurve weniger steil und nähert sich der Sättigung. Die Magnetisierung erhöht sich nur durch reversible Rotationsmagnetisierung.

Berücksichtigt man, daß ein statisches toroidales Magnetfeld von 6 Tesla auf das Außenblanketsegment von DEMO wirkt, können die folgenden Überlegungen gemacht werden [29]:

1. Während des normalen Reaktorbetriebs ist das Strukturmaterial magnetisch voll gesättigt, so daß die magnetische Hysterese des Materials keine Bedeutung für die Studie der elektromagnetischen Effekte eines Plasmaabbruchs auf die DEMO-Blanketstruktur hat.
2. Auch wenn die Strukturen von MANET eine durch den Herstellungs- und den Verarbeitungsprozeß bewirkte magnetische Anisotropie zeigen können, verhält sich bei derartig hohen Magnetfeldern das Material isotrop.
3. Wenn sich während eines Plasmastromabbruchs das Magnetfeld des Plasmas abrupt ändert, ist die miteinhergehende Verzögerung der Magnetisierungsänderung aufgrund von Materialverunreinigungen (magnetische Nach-

wirkung) vernachlässigbar im Vergleich zu der Rückwirkung, die von den in der Struktur induzierten Wirbelströmen verursacht wird. Da sich außerdem das Material in dem Bereich der Magnetisierungskurve befindet, bei dem jede Änderung der Magnetisierung nur durch Rotation des Magnetisierungsvektors erfolgt, ist die magnetische Nachwirkung sehr gering.

Aus diesen Gründen kann man zusammenfassend das Material als magnetisch isotrop und anhysteretisch ansehen, mit augenblicklichen Änderungen der Magnetisierung nach Änderungen des angelegten Magnetfelds. Weiterhin gilt der Effekt der Dehnung auf die Magnetisierung als vernachlässigbar wie auch der Temperatureffekt, da die Blanketstruktur eine mittlere Temperatur von 350°C hat, während der Curie-Punkt für den Stahl MANET, oberhalb dessen sich das Material nichtmagnetisch verhält, bei über 600°C liegt [30].

NACHBILDUNG DER MAGNETISIERUNGSKURVE Für ein magnetisch isotropes und anhysteretisches Material kann das magnetische Verhalten durch eine konstitutive Beziehung der Art $B(H)$ oder $M(H)$ modelliert und in die numerische Methode, die für die Berechnung der Magnetfelder verwendet wird, eingeführt werden.

Es wurde extensiv Literatur produziert für die Wahl der mathematischen Funktionen, die näherungsweise die Magnetisierungskurven beschreiben (z. B. [31]). Bei Arbeiten mit verschiedenen Materialien kann es jedoch passieren, daß eine Funktion eine sehr gute Näherung für die Magnetisierungskurve eines bestimmten Materials darstellt, aber nicht zufriedenstellend für ein anderes ist.

Aus diesem Grund wurde die Akima-Methode [32], eine generelle Methode der Interpolation und Kurvenanpassung, basierend auf lokalen Prozessen, ausgewählt. Die Kennlinien der Methode sind folgende:

- Ein Satz diskreter Datenpunkte, die die Magnetisierungskurve repräsentieren, wird als Input benötigt.
- Die Steigung der Interpolationskurve wird für jeden Punkt durch die Koordinaten von fünf Punkten lokal bestimmt, mit dem fraglichen Punkt als zentralem und je zwei weiteren auf seinen beiden Seiten.
- Ein Polynom dritten Grades, das einen Teil der Kurve zwischen einem Paar gegebener Punkte repräsentiert, wird durch die Koordinaten von und die Steigungen in den beiden Punkten bestimmt.

Stahl MANET Magnetisierungskurve

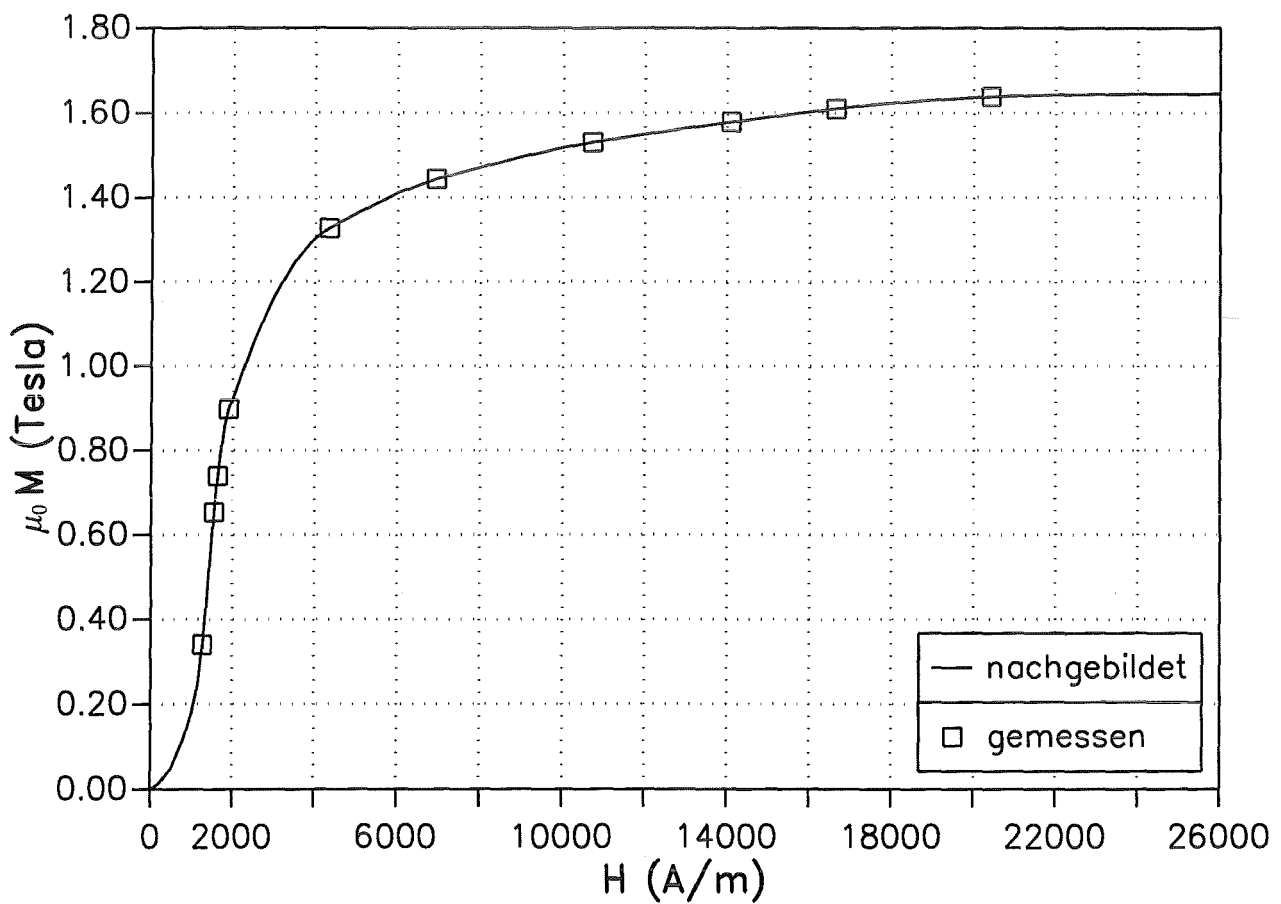


Abbildung 7. Magnetisierungskurve des Stahls MANET. Das nachgebildete Verhalten der Magnetisierung $f(H)$ (kontinuierliche Linie) wird zusammen mit den experimentellen Daten (viereckige Punkte) dargestellt.

Stahl MANET Magnetisierungskurve

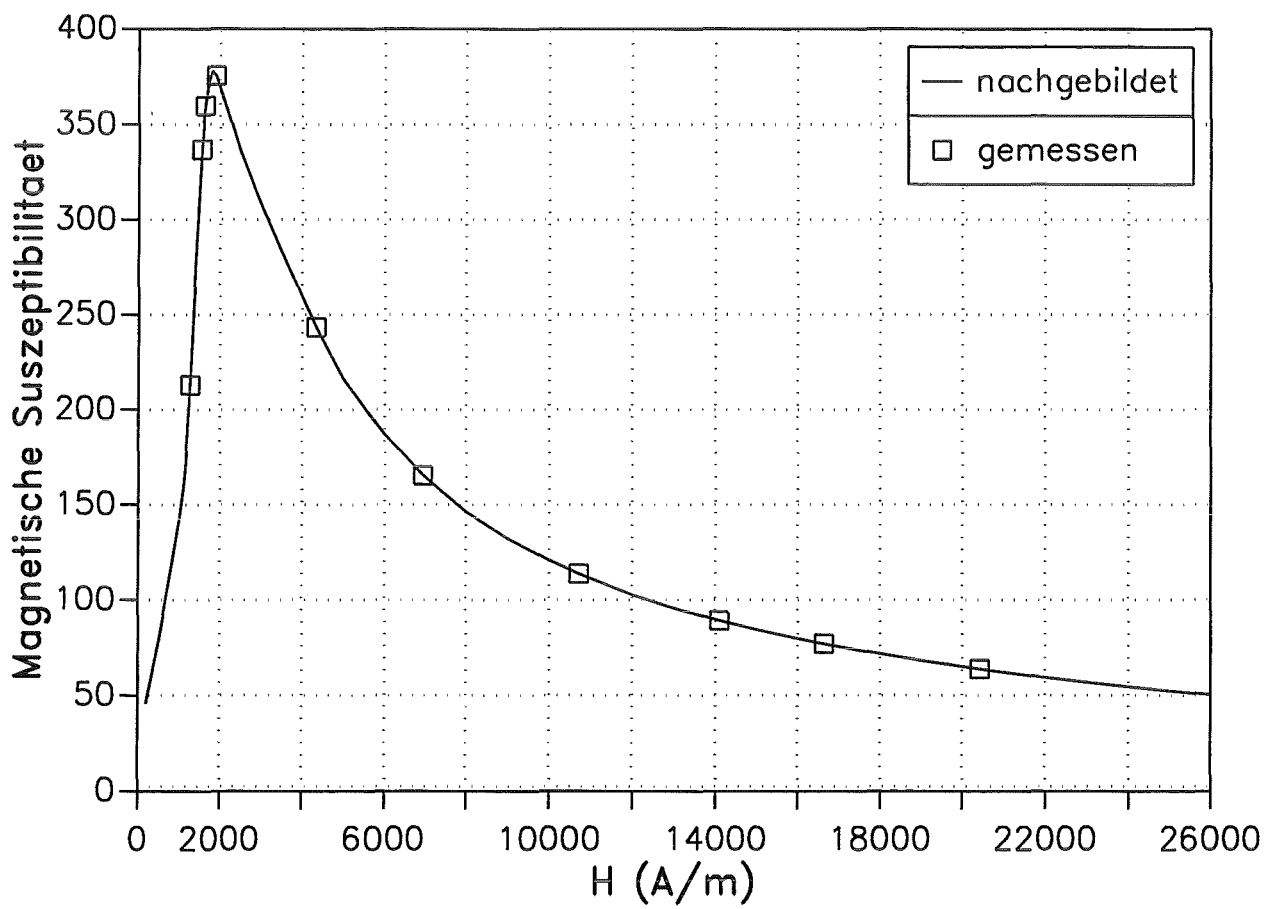


Abbildung 8. Magnetische Suszeptibilität χ des Stahls MANET. Die nachbildende Funktion $g(H)$ (kontinuierliche Linie) wird zusammen mit den Werten für χ , die aus den experimentellen Daten berechnet worden sind (viereckige Punkte), dargestellt.

Die resultierende Kurve basiert dann auf einer Funktion, die stückweise aus einem Satz der oben genannten Polynome zusammengesetzt ist.

Ein sich auf der Akima-Methode stützender Algorithmus wurde entwickelt und dann in den Code AENEAS eingeführt. Die in dem Code benutzte Materialgleichung läßt sich ausdrücken als

$$\mathbf{M} = \chi(H) \mathbf{H} , \quad (2.2)$$

wobei eine Beziehung für die magnetische Suszeptibilität χ bei dem Iterationsverfahren benötigt wird (s. Kap. 3 auf S. 18). Beginnend bei einem Satz experimenteller Datenpunkte für die Magnetisierungskurve kalkuliert der Algorithmus die Funktion $f(H)$ für das Magnetisierungsverhalten, bevor die magnetische Sättigung erreicht wird; und man erhält die Funktion $g(H)$ für das entsprechende Verhalten von χ

$$g(H) = \frac{f(H)}{H} . \quad (2.3)$$

Bei größeren Werten von H als solchen, die einer vollständigen magnetischen Sättigung des Materials entsprechen, wird die Magnetisierung dem Sättigungswert M_{sat} gleichgesetzt und die Funktion $g(H)$ für χ wird berechnet als

$$g(H) = \frac{M_{sat}}{H} . \quad (2.4)$$

Mit den vorher für das magnetische Verhalten des Stahls MANET gemachten Voraussetzungen ist χ eine Skalargröße; derselbe Vorgang kann jedoch auch auf ein magnetisch anisotropes Material angewendet werden, wobei ein Tensor für χ erhalten wird.

Das nachgebildete Verhalten von M und von χ für den Stahl MANET wird in Abb. 7 bzw. Abb. 8 gezeigt. Die kontinuierlichen Linien repräsentieren die interpolierten Funktionen $f(H)$ und $g(H)$, während die viereckigen Punkte die experimentellen Daten darstellen.

Diese Funktionen wurden für die Anwendung des Code AENEAS auf das in Kapitel 5 beschriebene DEMO-Feststoffblanket benutzt.

KAPITEL 3

FORMULIERUNG DES CODE AENEAS

MATHEMATISCHE FORMULIERUNG Das transiente Problem für Wirbelströme in einem leitenden Körper Ω mit einer ferromagnetischen Subdomäne Ω_M (Abb. 9) wird im Code AENEAS durch die folgende integrale Formulierung, die aus der quasistatischen Näherung der Maxwell'schen Gleichungen hergeleitet werden kann, beschrieben:

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}(\mathbf{r}) \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{\partial \mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{\partial t} d\tau' = - \frac{\partial \mathbf{A}_e(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ - \nabla \phi(\mathbf{r}, t) - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_M} \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{r}', t)}{\partial t} \times \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\tau' . \end{aligned} \quad (3.1)$$

Dabei ist $\tilde{\eta}$ ein Tensor, der den spezifischen elektrischen Widerstand darstellt, \mathbf{J} die Wirbelstromdichte, \mathbf{A}_e der Beitrag der externen Quellen zu dem gesamten magnetischen Vektorpotential \mathbf{A} , ϕ das elektrische skalare Potential, \mathbf{r} und \mathbf{r}' sind der Ortsvektor für den Aufpunkt bzw. für den Quellpunkt. Die Bedingungen für \mathbf{J} lauten dabei:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad \text{in } \Omega , \quad (3.2)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0 \quad \text{auf der Oberfläche } \partial\Omega , \quad (3.3)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, 0) = \mathbf{J}_{\text{in}}(\mathbf{r}) . \quad (3.4)$$

mit \mathbf{n} als der äußeren Oberflächennormale und \mathbf{J}_{in} als einer zugeschriebenen anfänglichen Verteilung für die Wirbelstromdichte.

Gleichung (3.1) stellt die Erweiterung einer bereits existierenden Formulierung für nichtmagnetische Materialien dar [7], bei der ein Bereich Ω_M aus einem magnetisch durchlässigen Material mit berücksichtigt wird, indem zu \mathbf{A} der Term \mathbf{A}_M , der auf \mathbf{M} zurückzuführen ist, addiert wird [33], [34]:

$$\mathbf{A}_M(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_M} \mathbf{M}(\mathbf{r}', t) \times \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\tau' . \quad (3.5)$$

\mathbf{A} ist dann die Summe aus den einzelnen Beiträgen von Wirbelstrom, extern angelegtem Magnetfeld und Magnetisierung:

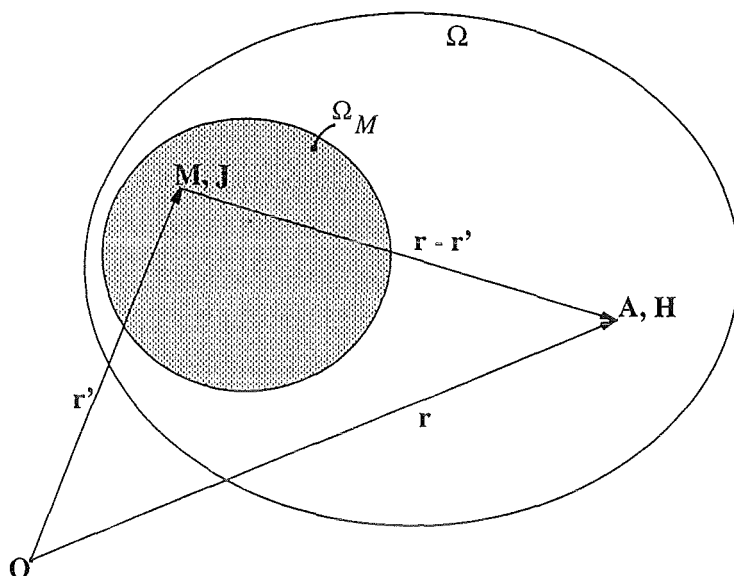


Abbildung 9. Bezeichnungen für Gl. (3.1).

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = & \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\tau' + \mathbf{A}_e(\mathbf{r}, t) \\ & + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_M} \mathbf{M}(\mathbf{r}', t) \times \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\tau' . \end{aligned} \quad (3.6)$$

Bei der Einführung von \mathbf{M} als neuer, unbekannter Größe wird zur Lösung des Problems eine zweite, gekoppelte Gleichung benötigt. Im Fall des magnetisch anhyseretischen, isotropen Materials wird als Materialgleichung eine einwertige, nichtlineare Relation zwischen \mathbf{M} und \mathbf{H} innerhalb Ω_M angenommen

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \chi(H) \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) . \quad (3.7)$$

Dabei ist die magnetische Suszeptibilität χ eine skalare Funktion des Betrags von \mathbf{H} (s. Kap. 2 auf S. 15). Um \mathbf{H} in Ω_M zu berechnen, werden die folgenden Relationen herangezogen:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) , \quad (3.8)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 [\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)] , \quad (3.9)$$

womit folgender Ausdruck resultiert:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) . \quad (3.10)$$

Setzt man (3.6) in (3.10) ein und führt man den differentiellen Operator in das Integrationszeichen des Wirbelstromterms ein [35], erhält man

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) \times \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\tau' \\ &+ \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}_e(\mathbf{r}, t) \\ &+ \frac{1}{4\pi} \nabla \times \int_{\Omega_M} \mathbf{M}(\mathbf{r}', t) \times \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\tau' - \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) . \end{aligned} \quad (3.11)$$

NUMERISCHE FORMULIERUNG Durch Diskretisierung des Gebiets Ω mit finiten Elementen kann numerisch näherungsweise eine Lösung des Problems gefunden werden, indem das Crank-Nicolson-Galerkin-Verfahren angewendet wird. Zu jedem Zeitpunkt wird das gekoppelte System, das durch die Matrix-Form von (3.1) und (3.7) gegeben ist ((3.11) dabei mit eingesetzt), mittels eines SOR (Successive OverRelaxation)-Verfahrens iterativ gelöst. Diese Methode läßt sich erhalten, wie im folgenden erklärt wird, wenn ein bereits existierender Algorithmus für magnetostatische Berechnungen (Gl. (3.41)) [36] auf das Wirbelstromproblem erweitert wird (Gl. (3.47)).

Raumintegration Wie im Code CARIDDI [7] ist eine Näherung für \mathbf{J} gegeben durch lineare Kombination von l Ausgangsfunktionen \mathbf{J}_k

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=1}^l I_k(t) \mathbf{J}_k(\mathbf{r}) . \quad (3.12)$$

Dabei sind I_k die Zeitkoeffizienten der Wirbelstromdichte, die als Komponenten des l -dimensionalen Spaltenvektors $\{I\}$ angeordnet sind. (3.12) erfüllt die Bedingungen (3.2) und (3.3) durch einen numerischen Prozeß, bei dessen Entwicklung die Kanten-Elemente und die Methode der Netzwerktheorie verwendet wurden.

Bei Anwendung des Galerkinschen Näherungsverfahrens auf (3.1), wobei (3.12) eingesetzt wird, wird die Berechnung von ϕ nicht benötigt [37]. Die resultierende zeitliche Entwicklung der Koeffizienten I_k ist gegeben durch das System von Differentialgleichungen

$$[\mathbf{L}] \frac{d\{I\}}{dt} + [\mathbf{R}] \{I\} = \{V\} + \{U\} , \quad (3.13)$$

wobei die Induktivitätsmatrix

$$L_{ik} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\tau' d\tau, \quad (3.14)$$

die Widerstandsmatrix

$$R_{ik} = \int_{\Omega} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \tilde{\eta}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}_k(\mathbf{r}) d\tau, \quad (3.15)$$

der Vektor der von den externen Quellen erzeugten elektromotorischen Kraft

$$V_i = - \int_{\Omega} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial \mathbf{A}_e(\mathbf{r}, t)}{\partial t} d\tau, \quad (3.16)$$

und der Vektor der von der Magnetisierungsänderung erzeugten elektromotorischen Kraft

$$U_i = - \int_{\Omega} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial \mathbf{A}_M(\mathbf{r}, t)}{\partial t} d\tau \quad (3.17)$$

durch das Gaußsche Integrationsverfahren berechnet werden. Man kann die Raum- und Zeitabhängigkeit in (3.16) trennen, so daß man erhält

$$\{V\} = [V_{koe}] \frac{d\{f\}}{dt}, \quad (3.18)$$

wobei

$$V_{koe,ir} = - \int_{\Omega} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{A}_{e,r}(\mathbf{r}) d\tau \quad (3.19)$$

eine (l, s) -reihige geometrische Koeffizientenmatrix darstellt und $\{f\}$ einen s -dimensionalen Vektor mit s skalaren Zeitfunktionen $f_r(t)$ als Koeffizienten. Weil (3.14), (3.15) und (3.16) in [7] erklärt wurden, wird im folgenden nur (3.17) betrachtet.

Für die Berechnung der Magnetfelder wird der Körper Ω in n geordnete, dreidimensionale 8-Knoten-Elemente unterteilt; als erstes m , was zur magnetisierten Region Ω_M gehört ($m \leq n$). \mathbf{M} ist diskretisiert, indem Elemente der nullten Ordnung benutzt werden; das heißt, sie ist konstant (gleich \mathbf{M}_q) inner-

halb und null außerhalb des entsprechenden finiten Elementes q , das zu Ω_M gehört.

Zieht man das magnetische Vektorpotential und die magnetische Feldstärke, die auf die Magnetisierung zurückzuführen sind, in Betracht, so lassen diese sich erhalten, indem die zum jeweiligen Quellelement q gehörenden Beiträge über m summiert (integriert) werden. Weil das Feld eines jeden Elementes nur von der Magnetisierung innerhalb des jeweiligen Elementes abhängt, werden die Ränder der Elemente implizit behandelt.

Wendet man (3.5) auf ein finites Element q an, so können \mathbf{M}_q und der Differentialvektor ∇ aus dem Integralzeichen herausgenommen werden [38],

$$\mathbf{A}_{M,q}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{M}_q(t) \times \nabla \psi_q, \quad (3.20)$$

mit

$$\psi_q = \frac{\mu_{0e}}{4\pi} \int_{\Omega_q} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\tau' \quad (3.21)$$

als dem skalaren Potential einer einheitlichen Magnetpoldichte, die über das gesamte Volumen Ω_q des q -Elementes verteilt ist. Das Entfernen von ∇ aus dem Integral ist legitim, da der Integrand keine größere als die zweite Potenz von $1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ enthält, so daß das Integral sowohl vor als auch nach der Differenzierung konvergiert.

Wird ein Einheitsvektor $\mathbf{1}$ für \mathbf{M}_q eingesetzt, resultiert aus (3.17)

$$\{U\} = [U_{koe}] \frac{d\{M\}}{dt}, \quad (3.22)$$

wobei

$$U_{koe, iq} = \int_{\Omega} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{1} \times \nabla \psi_q) d\tau \quad (3.23)$$

eine $(l, 3m)$ -Koeffizientenmatrix ist, die nur von der Geometrie der Aufpunkt- und Quellpunktelemente abhängt. Die Magnetisierungsverteilung $\{M\}$ ist ein Spaltenvektor in einem $3m$ -dimensionalen Raum, der zum Zeitpunkt t die skalaren Komponenten von \mathbf{M} für jedes finite Element q aus Ω_M darstellt.

Für die Berechnung von $\{M\}$ müssen die ersten m Komponenten der gesamten magnetischen Feldstärkeverteilung $\{H\}$, eines Spaltenvektors in einem $3n$ -dimensionalen Raum, in die Matrixform von (3.7) eingesetzt werden

$$\{M\} = [X] \{H\} . \quad (3.24)$$

Dabei wird χ wegen der Hypothese der Isotropie durch eine $(3m, 3m)$ -reihige Diagonalmatrix $[X]$ dargestellt, deren Werte für ein p -Element aus Ω_M sind:

$$\chi_{px, px} = \chi_{py, py} = \chi_{pz, pz} = \chi(H_p) . \quad (3.25)$$

H_p ist der Betrag der p -Komponente von $\{H\}$, d. h. der beim finiten Element $p \in \Omega_M$ berechneten magnetischen Feldstärke H_p .

$\{H\}$ wird beim geometrischen Zentrum \mathbf{r}_p von jedem Element p aus Ω durch Summation der Beiträge aller Quellelemente q berechnet. Gleichung (3.11) wird dann in die Matrixform

$$\{H\} = [H_J] \{I\} + \{H_e\} + [H_M] \{M\} \quad (3.26)$$

transformiert. Das erste Glied auf der rechten Seite von (3.26) stellt die magnetische Feldstärke, die durch die Wirbelströme verursacht wird, dar. Es kann analog zu (3.5) berechnet werden. Tatsächlich wird im Gaußschen Integrationsverfahren für ein finites Element q die Stromdichte \mathbf{J} bei jedem der gewählten Gaußpunkte G für dieses Element kalkuliert und in dem entsprechenden Gewichtungsvolumen w_G als konstant gesetzt. Der Wert für das Feld ist dann ein Mittelwert der Beiträge, die bei den verschiedenen Gaußpunkten G erhalten werden. Man kann dann (3.21) auf jedes der Gewichtungsvolumen w_G anwenden und vorgehen wie in (3.20), wo \mathbf{J} für \mathbf{M} eingesetzt wird; die einzelnen G -Beiträge werden wie bei der Gaußschen Quadratur summiert. Es resultiert

$$H_{J, pi} = - \frac{1}{\mu_0} \sum_{q_i} \left(\sum_G \mathbf{J}_i(\mathbf{r}'_G) \times \nabla \psi_{w_G} \right)_{q_i} , \quad (3.27)$$

eine $(3n, l)$ -reihige Koeffizientenmatrix. Dabei bezeichnet der Index q_i die finiten Elemente, die die Wirbelstromdichte \mathbf{J}_i enthalten.

Der Beitrag des extern angelegten Magnetfelds $\{H_e\}$ ist ein Spaltenvektor in einem $3n$ -dimensionalen Raum. Wie die Matrix (3.19) kann er durch analytische Ausdrücke [39] und/oder durch das numerische Verfahren (3.27), wobei

die Stromdichte keine Unbekannte, sondern eine auferlegte Größe ist, berechnet werden.

Der Beitrag der magnetischen Feldstärke, die durch die Magnetisierung verursacht wird, kann berechnet werden, indem man (3.20) durch Rotation (3.8) weiter differenziert. Dabei erhält man

$$\mathbf{B}_{M,q}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times (-\mathbf{M}_q(t) \times \nabla \psi_q) = \mathbf{M}_q(t) \cdot \nabla(\nabla \psi_q) - \mathbf{M}_q(t) \nabla^2 \psi_q . \quad (3.28)$$

Je nachdem, ob sich der Ortsvektor \mathbf{r} außerhalb oder innerhalb des Elementes q befindet, läßt sich (3.28) auf die Beziehungen [38]

$$\mathbf{B}_{M,q}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{M}_q(t) \cdot \nabla(\nabla \psi_q) = \mu_0 \mathbf{H}_{M,q}(\mathbf{r}, t) , \quad (3.29)$$

$$\mathbf{B}_{M,q}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{M}_q(t) \cdot \nabla(\nabla \psi_q) + \mu_0 \mathbf{M}_q(t) = \mu_0 [\mathbf{H}_{M,q}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{M}_q(t)] , \quad (3.30)$$

reduzieren. Wird ein Einheitsvektor $\mathbf{1}$ für \mathbf{M}_q eingesetzt, resultiert

$$\mathbf{H}_{M,pq} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{1} \cdot \nabla(\nabla \psi_q)) \quad (3.31)$$

eine $(3n, 3m)$ -reihige Matrix.

Analytische Ausdrücke für den Gradienten $\nabla \psi_q$ und den Tensor $\nabla(\nabla \psi_q)$ wurden beginnend mit der Integration von (3.21) mittels eines Verfahrens [40], das rekursiv den Gaußschen Satz auf die Green-Funktion $1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ anwendet, und durch nachfolgende Differenzierung erhalten (s. Anhang).

Zeitintegration Für die Berechnung der Wirbelstrom- und Magnetisierungsentwicklung in der Zeit wird die verallgemeinerte Crank-Nicolson-Methode auf $\{I\}$ angewendet. Zum Zeitpunkt t_{w+1} (mit w als Zeitschritt) läßt sich aus (3.13)

$$\begin{aligned} [D] \{I\}_{w+1} &= [D] \{I\}_w - \Delta t [R] \{I\}_w + \int_{t_w}^{t_{w+1}} \{V\} dt \\ &+ \int_{t_w}^{t_{w+1}} \{U\} dt \end{aligned} \quad (3.32)$$

erhalten. Dabei ist

$$[D] = [L] + \omega \Delta t [R] , \quad (3.33)$$

$\Delta t = t_{w+1} - t_w$ der Integrations-Zeitschritt und $0 \leq \omega \leq 1$ der Crank-Nicolson-Parameter.

Unter Berücksichtigung von (3.18) und (3.22) und Multiplikation mit $[D]^{-1}$ resultiert

$$\begin{aligned} \{I\}_{w+1} = & ([1] - [A]) \{I\}_w + [B] (\{f\}_{w+1} - \{f\}_w) \\ & + [C] (\{M\}_{w+1} - \{M\}_w) . \end{aligned} \quad (3.34)$$

Dabei gelten

$$[A] = \Delta t [D]^{-1} [R] , \quad (3.35)$$

$$[B] = [D]^{-1} [V_{koe}] , \quad (3.36)$$

$$[C] = [D]^{-1} [U_{koe}] . \quad (3.37)$$

Zu jedem Zeitpunkt t_{w+1} wird (3.34) (in (3.26) eingesetzt) zusammen mit (3.24) iterativ gelöst, wie im folgenden beschrieben wird.

Man betrachtet zunächst das magnetostatische Problem (d. h. in Abwesenheit von Wirbelströmen), das z. B. bei der Berechnung der anfänglichen Verteilung von $\{M\}$ in Ω_M eintritt. Es besteht aus (3.24) und

$$\{H\} = \{H_e\} + [H_M] \{M\} . \quad (3.38)$$

Beim i -ten Schritt des iterativen Vorgangs wird die Suszeptibilitätsmatrix berechnet, indem die resultierende magnetische Feldstärke verwendet wird, die durch

$$\{H\}^{(i)} = \{H_e\} + [H_M] \{M\}^{(i-1)} \quad (3.39)$$

gegeben ist. Wird anschließend ein Relaxationsverfahren durchgeführt, so erhält man durch (3.24)

$$\{M\}^{(i)} = ([1] - [\beta]^{(i)}) \{M\}^{(i-1)} + [\beta]^{(i)} [X]^{(i)} (\{H_e\} + [H_M] \{M\}^{(i-1)}) . \quad (3.40)$$

Es läßt sich beweisen [36], daß Konvergenz am schnellsten auftritt, wenn bei jedem Iterationsschritt die $3m \times 3m$ Relaxationsmatrix $[\beta]$ geändert wird, um folgender Relation zu genügen:

$$[\beta]^{(i)} = ([1] - [X]^{(i)} [H_M])^{-1} . \quad (3.41)$$

Wird (3.41) in (3.40) eingesetzt, resultiert für $\{M\}$ beim i -ten Iterationsschritt

$$\{M\}^{(i)} = [\beta]^{(i)} [X]^{(i)} \{H_e\} . \quad (3.42)$$

Der hier beschriebene Vorgang wird so lange wiederholt, bis für jede Komponente von $\{M\}$ bei gewähltem Konvergenzparameter ε die Bedingung

$$|\{M\}^{(i)} - \{M\}^{(i-1)}| \leq \varepsilon \cdot |\{M\}^{(i-1)}| \quad (3.43)$$

erfüllt wird.

Für das transiente Problem wird ähnlich vorgegangen. Beim i -ten Schritt des iterativen Vorgangs läßt sich (3.34) schreiben als

$$\{I\}_{w+1}^{(i)} = \{I_c\}_{w+1} + [C] \{M\}_{w+1}^{(i-1)} , \quad (3.44)$$

mit $\{I_c\}_{w+1}$ konstant während des Iterationsverfahrens. Eingesetzt in (3.26) liefert (3.44)

$$\{H\}_{w+1}^{(i)} = \{H_c\}_{w+1} + ([H_J][C] + [H_M]) \{M\}_{w+1}^{(i-1)} , \quad (3.45)$$

wobei

$$\{H_c\}_{w+1} = \{H_e\}_{w+1} + [H_J] \{I_c\}_{w+1} \quad (3.46)$$

während der Iteration nicht variiert.

Fährt man fort wie beim magnetostatischen Problem, erhält man für die Relaxationsmatrix

$$[\beta]^{(i)} = \left([1] - [X]^{(i)} ([H_J][C] + [H_M]) \right)^{-1} , \quad (3.47)$$

und für die Magnetisierung

$$\{M\}_{w+1}^{(i)} = [\beta]^{(i)} [X]^{(i)} \{H_c\}_{w+1} , \quad (3.48)$$

wobei die einzelnen Komponenten die Bedingung (3.43) erfüllen müssen.

Wenn das Modell aus zuvielen finiten Elementen besteht, kann man, um Speicherplatz zu sparen, die numerische Inversion für die Berechnung der Relaxationsmatrix vermeiden: Bei jedem Iterationsschritt wird ein skalarer Relaxationsparameter β durch den Ausdruck

$$\beta = \frac{1}{1 + \chi_{\max}} \quad (3.49)$$

berechnet, wobei der Maximalwert von χ unter den m -Elementen verwendet wird.

Kräfteberechnung Am Ende der transienten Kalkulation sind Wirbelstrom- und Magnetisierungsverteilung bekannt, so daß Gesamtkraft \mathbf{F} und -drehmoment \mathbf{C} (bezogen auf den Ursprung des Koordinatensystems), die auf den Körper Ω wirken, durch Addition von zwei Beiträgen berechnet werden können: Der eine ist auf den magnetischen Anteil der Lorentz-Kraft zurückzuführen

$$\mathbf{F}_1 = \int_{\Omega} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t) d\tau, \quad (3.50)$$

$$\mathbf{C}_1 = \int_{\Omega} \mathbf{r} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t)) d\tau; \quad (3.51)$$

der andere ist durch die Wechselwirkung zwischen \mathbf{M} und der magnetischen Flußdichte \mathbf{B}_0 , die durch alle Quellen mit Ausnahme derjenigen von Ω erzeugt wird, gegeben. Er läßt sich in einem ähnlichen Ausdruck wie die Lorentz-Kraft formulieren [41], [42]

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_2 = & \int_{\Omega_M} (\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t) d\tau \\ & + \int_{\partial\Omega_M} (\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{n}) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t) dS, \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_2 = & \int_{\Omega_M} \mathbf{r} \times [(\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t)] d\tau \\ & + \int_{\partial\Omega_M} \mathbf{r} \times [(\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{n}) \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r}, t)] dS. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Dabei ist das ferromagnetische Material durch eine Verteilung fiktiver Ströme $\mathbf{J}_M = \nabla \times \mathbf{M}$ und $\mathbf{K}_M = \mathbf{M} \times \mathbf{n}$ ersetzt, die als Volumen- bzw. Oberflächen-Ampere-Stromdichten bezeichnet werden.

Die Integrale (3.50) und (3.51) werden durch Anwendung des Gauß-Integrationsverfahrens auf die Finite-Elemente-Diskretisierung des Körpers Ω be-

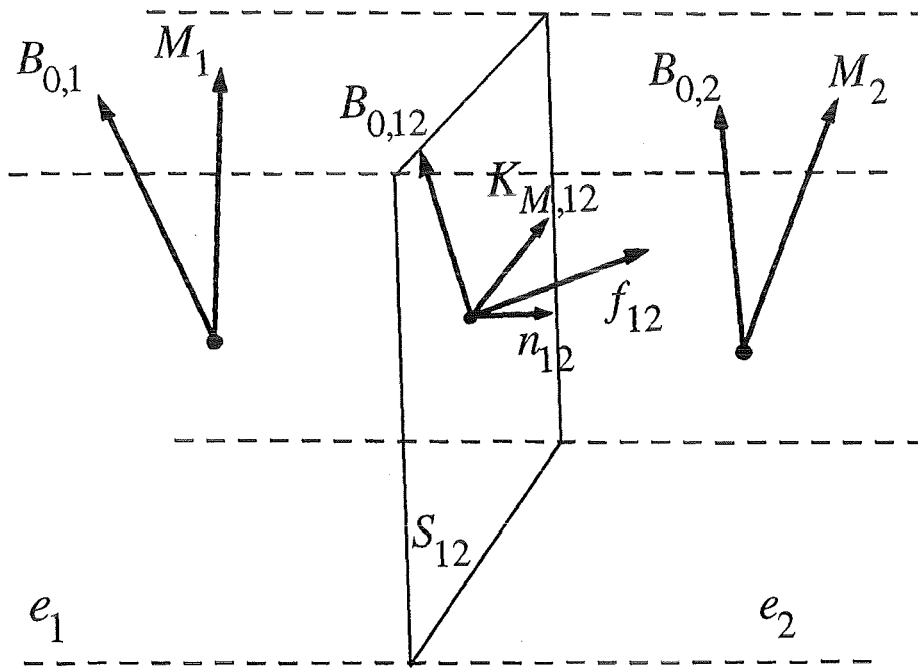


Abbildung 10. EMC Methode. Schema für die Berechnung des Ampere-Stroms und der dadurch bewirkten Kräfte.

rechnet. Die Werte für die Beiträge von Kraft und Drehmoment werden bei jedem geometrischen Zentralpunkt der finiten Elemente berechnet und für die Ermittlung von Gesamtkraft und -drehmoment addiert.

Die Berechnung von (3.52) und (3.53) wird durch die Anwendung der „Equivalent Magnetizing Current“ (EMC)-Methode durchgeführt; diese stellt eine Erweiterung des oben genannten Ampere-Strom-Modells magnetischer Materialien auf die Finite-Elemente-Methode dar. Ferner wurde ein Algorithmus, der einem bereits existierenden für 2D-Berechnungen ähnelt [43], für die Anwendung der EMC-Methode entwickelt.

Unter der Voraussetzung, daß zwei Elemente e_1 und e_2 der Finite-Elemente-Diskretisierung des Körpers Ω_M die Oberfläche S_{12} gemeinsam haben, wie in Abb. 10 gezeigt wird, findet man:

- 1) Da \mathbf{M} in jedem Element als konstant gilt, verschwinden die Volumen-Integralterme in (3.52) und (3.53), und es müssen nur die Oberflächenintegrale berechnet werden.
- 2) Es resultiert eine Ampere-Stromdichte $\mathbf{K}_{M,12}$ auf S_{12} , was sich durch

$$\mathbf{K}_{M,12} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) \times \mathbf{n}_{12} , \quad (3.54)$$

ausdrücken läßt. Dabei ist \mathbf{n}_{12} die äußere Oberflächennormale für S_{12} des Elementes e_1 .

- 3) Die magnetische Flußdichte $\mathbf{B}_{0,12}$, die auf S_{12} wirkt, läßt sich als Mittelwert zwischen den korrespondierenden Werten der beiden Elemente e_1 und e_2 berechnen.
- 4) Die Kraft \mathbf{F}_{12} , die auf S_{12} wirkt, wird bestimmt, indem die Kraftdichte

$$\mathbf{f}_{12} = \mathbf{K}_{M,12} \times \mathbf{B}_{0,12} , \quad (3.55)$$

mit der Fläche von S_{12} multipliziert und dem Zentrum von S_{12} zugeordnet wird.

- 5) \mathbf{F}_{12} wird dann zwischen beiden Elementen geteilt, indem die Hälfte seiner Länge genommen wird und man die korrespondierenden Kräfte und Drehmomente in bezug auf die geometrischen Zentren der Elemente e_1 und e_2 berechnet.

Derselbe Vorgang wird für jede Oberfläche eines jeden Elementes der Finite-Elemente-Diskretisierung wiederholt, wobei eine Volumenverteilung für Gesamtkraft und -drehmoment, die auf den Körper Ω einwirken, erhalten wird.

Bei Ersatz von \mathbf{B}_0 durch die gesamte magnetische Flußdichte \mathbf{B} in (3.50) bis (3.53) werden die obengenannten Verfahren für die Bestimmung der lokalen Kraft- und Drehmomentverteilung verwendet. Diese wird als Input für die Festigkeitsanalyse benutzt.

BERECHNUNGSSYSTEM Der Code AENEAS basiert auf den in den vorherigen Abschnitten beschriebenen mathematischen und numerischen Formulierungen. Als Berechnungssystem läßt er sich in vier Module einteilen:

AENEAS1 Das Finite-Elemente-Modell, das mittels des Code FEMGEN fertiggestellt wurde, wird zur Erzeugung einer geometrischen Datei, die in den folgenden Modulen eingesetzt wird, verwendet.

AENEAS2 Die Koeffizientenmatrizen für die Beiträge zu dem Magnetfeld und dem magnetischen Vektorpotential, die auf das untersuchte Modell einwirken, werden berechnet.

AENEAS3 Das durch (3.13) und (3.24) gekoppelte Problem wird iterativ gelöst. Für jeden Zeitschritt werden die Verteilungen für \mathbf{J} und \mathbf{M} erhalten.

AENEAS4 Unter Verwendung der berechneten Verteilungen für \mathbf{J} und \mathbf{M} wird die Magnetfeldverteilung in der Struktur berechnet. Werte des gesamten Magnetfelds auf einer Sektion, die das Modell durchkreuzt, werden ebenfalls berechnet und mit Hilfe des Visualisierungssystems AVS analysiert.

Ferner werden sowohl die Kraft- und Drehmomentverteilung gemäß (3.50) und (3.51) als auch die nach (3.52), (3.53) gegebenen (wobei die lokale magnetische Flußdichte ersetzt wird) berechnet. Die Kräfteverteilung wird dann nach Bearbeitung mittels eines vorhandenen Schnittstelle-Programms [14] für die Festigkeitsanalyse verwendet, die mittels des Code ABAQUS durchgeführt wird.

Der Code kann Symmetrieprobleme mit X, Y und Z-Achsen und Rotationsperiodizität um die Z-Achse behandeln. Die Kalkulation kann in einfacher oder doppelter Genauigkeit durchgeführt werden und läßt sich erneut starten, wenn die Rechenzeit nicht ausreicht, um sie abzuschließen.

KAPITEL 4

VALIDIERUNG DES CODE AENEAS

Der Mangel an experimentellen Daten im Hinblick auf die Operationsbedingungen eines Fusionsreaktors begrenzten die Möglichkeit, den Code AENEAS direkt in seinem Anwendungsbereich zu validieren. Deshalb wurde der Code auf die Untersuchung der folgenden nichtlinearen Probleme angewendet, die, trotz der verschiedenen Randbedingungen, bedeutend für die Überprüfung der neu in dem Code eingesetzten Algorithmen und Prozeduren sind:

- **ferromagnetische freischwebende Platte**, ein magnetostatisches Problem, damit man in Abwesenheit von Wirbelströmen die Berechnung sowohl der magnetischen Feldstärke (3.31), die durch die Magnetisierung bewirkt wird, als auch der magnetischen Kraft (3.52) und des Drehmoments (3.53), die durch die Wechselwirkung zwischen der Magnetisierung und der externen magnetischen Flußdichte gegeben sind, überprüfen kann;
- **Magnetspule umgebende Stahlplatten**, ein transientes Problem für Wirbelströme zur Kontrolle der Berechnung der Wirbelstromverteilung und der transienten Magnetfelder in Anwesenheit magnetischen Materials.

FERROMAGNETISCHE FREISCHWEBENDE PLATTE Das magnetostatische Problem besteht in der Untersuchung des dynamischen Verhaltens einer dünnen ferromagnetischen Platte, die unter Einfluß eines gleichförmigen externen Magnetfelds steht und die parallel zu dessen Richtung gesetzt ist. Die Untersuchung dieses Problems ist wichtig für den strukturellen Entwurf eines Fusionsreaktors, weil die Wirkung der Magnetisierung auf eine schwingende Struktur in Anwesenheit eines starken Magnetfelds berücksichtigt werden muß.

Versuch Eine Meßreihe ist von T. Takagi et al. mittels der in Abb. 11 und Abb. 12 gezeigten Versuchsanlage durchgeführt worden. Die für die Validierung des Code AENEAS bedeutsamen Aspekte des bereits veröffentlichten Versuchs mit seinen Ergebnissen [24] werden hier kurz erwähnt.

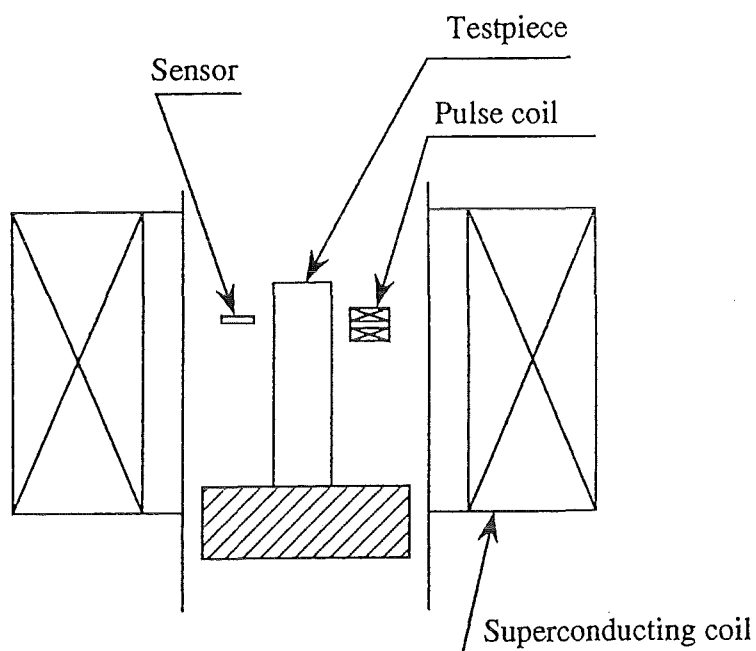


Abbildung 11. Versuchsanlage [24]. Ein senkrechtes räumlich und zeitlich konstantes Magnetfeld bis 8 Tesla wird mittels eines supraleitenden Magneten aufgebaut. Das nutzbare Magnetfeldvolumen beträgt 22 cm (Durchmesser) x 40 cm (Länge).

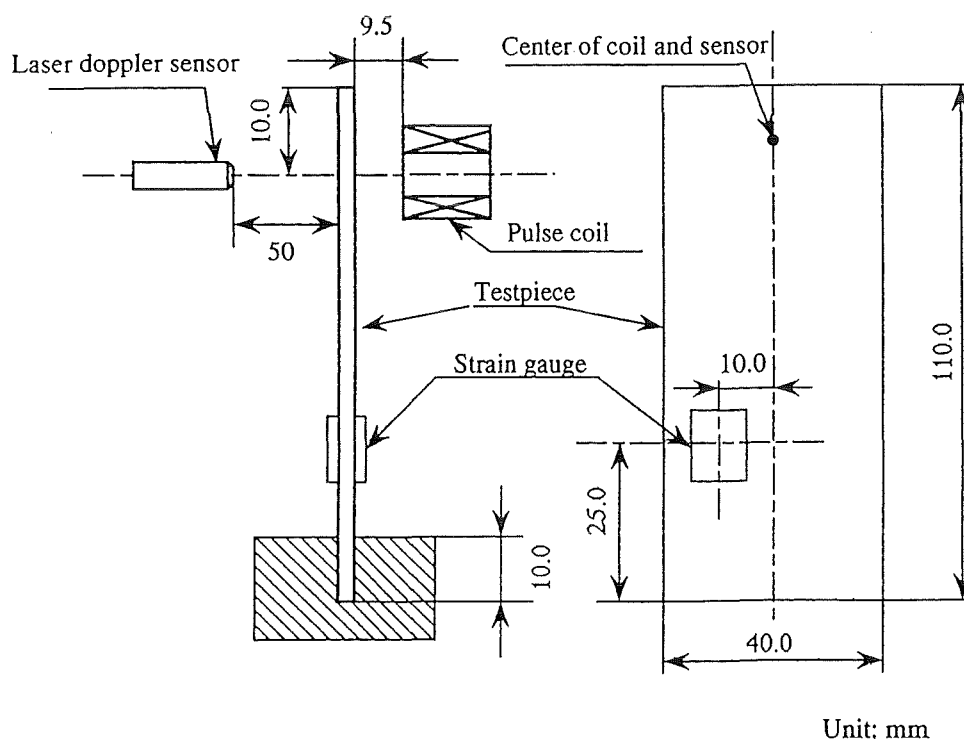


Abbildung 12. Experiment für eine dünne Platte [24].

Die aus dem als F82H bezeichneten ferritischen Stahl (8%Cr-2%W-0.2%V-0.04%Ta) bestehenden Proben lassen sich durch ihre unterschiedliche Stärke (0.29 mm und 0.5 mm) unterscheiden und werden im folgenden als T29 bzw. T50 bezeichnet. Beide Platten sind 110 cm lang und 41 cm breit. Die elektrische Leitfähigkeit des Stahls F82H beträgt $2.3 \times 10^6 \text{ S/m}$ *, die Dichte $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, der Elastizitätsmodul $2.0 \times 10^{11} \text{ Pa}$ und die Querkontraktionszahl (Poissonsche Zahl) 0.3. Die experimentelle Magnetisierungskurve ist in Abb. 13 dargestellt. Das magnetische Verhalten des Stahls F82H ist typisch weich (niedrige Werte für die Remanenz und die Koerzitiv-Feldstärke) und läßt sich durch einen anfänglichen magnetischen Suszeptibilitätswert von zirka 11 kennzeichnen.

Die Versuchsdurchführung wird im folgenden erklärt:

- Eine Probe wird unter ein senkrechtes konstantes Magnetfeld gesetzt. Dieses Feld wird mittels eines supraleitenden Magnets aufgebaut. Die maximal verwendbare magnetische Flußdichte beträgt 8 Tesla, wobei man ein nutzbares Magnetfeldvolumen von 22 cm (Durchmesser) x 40 cm (Länge) hat.
- Ein transientes Magnetfeld wird durch eine Impulsmagnetspule erzeugt. Diese Magnetspule besteht aus einer 27-Kupferdrahtwicklung und kann einen maximalen Strom von ungefähr 500 A erreichen.
- Durch Wechselwirkung zwischen dem Wirbelstrom, der durch das transiente Magnetfeld in der Struktur induziert ist, und dem externen Magnetfeld wird eine Biegeschwingung der Probe bewirkt. Die Plattenschwingung wird mittels eines Laser-Doppler-Sensors und eines nichtinduzierten Dehnungsmessers gemessen.

Der Versuch wurde mit steigenden Werten des aufgebauten Magnetfelds wiederholt. Die Versuchsergebnisse zeigen, wie die Eigenfrequenz der freischwebenden Platte mit wachsendem Magnetfeld steigt. Dieser Effekt, der nur bei ferromagnetischen Platten eintritt, kann erklärt werden, wenn man berücksichtigt, daß durch Auflegen des Magnetfelds die ferromagnetische Stahlplatte magnetisiert wird. Durch Wechselwirkung zwischen der Magnetisierung und dem externen Magnetfeld wird auf der Platte ein Drehmoment erzeugt, das als magnetische Biegesteifigkeit auf die Platte wirkt (Abb. 14).

* S ist das SI-Symbol für Siemens, das Ω^{-1} entspricht.

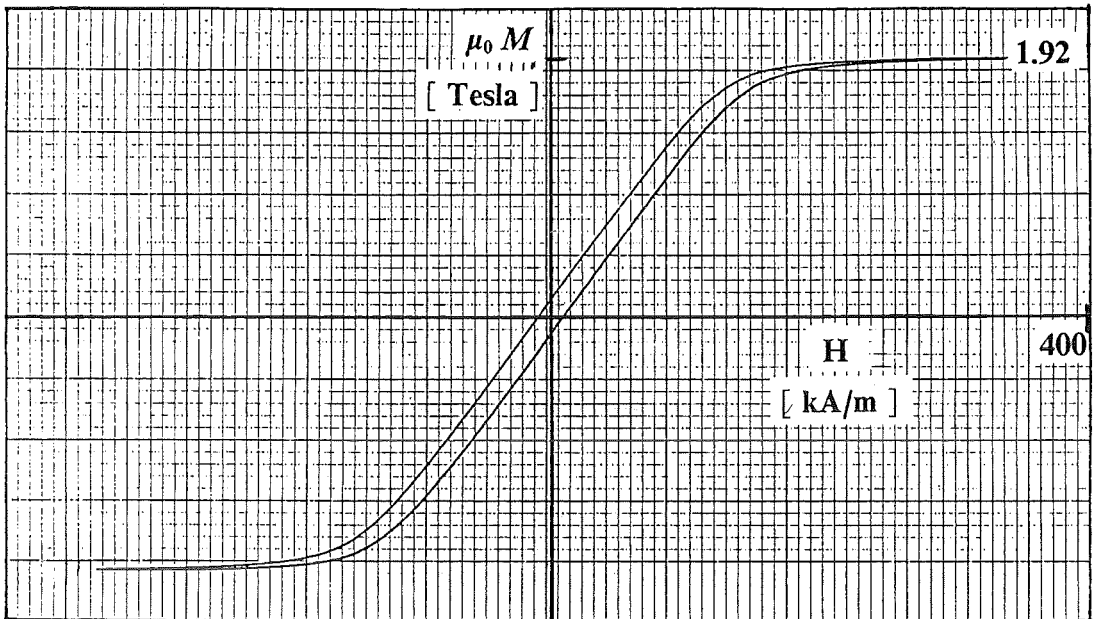


Abbildung 13. Magnetisierungskurve des Stahls F82H [24]. Die Haupthystereseschleifen zeigen, daß das magnetische Verhalten des Materials typisch weich (niedrige Werte für die Remanenz und die Koerzitiv-Feldstärke) ist.

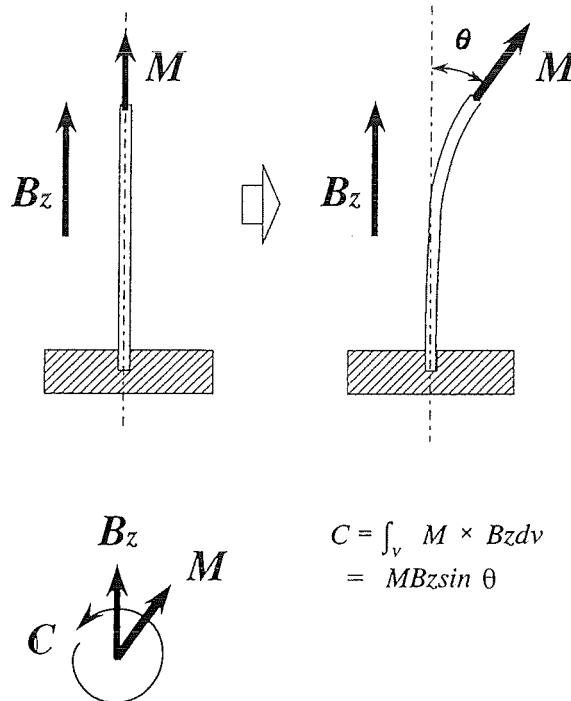


Abbildung 14. Magnetischer Biegesteifigkeitseffekt [24]. Durch Wechselwirkung zwischen der Magnetisierung und dem externen Magnetfeld wird auf der Platte ein Drehmoment erzeugt, das als magnetische Biegesteifigkeit auf die Platte wirkt.

Berechnung Um den Effekt der magnetischen Biegesteifigkeit mit dem Code AENEAS zu untersuchen, wurde ein Finite-Elemente-Modell für die ferromagnetischen Stahlplatten erzeugt: wegen der Symmetrie des Problems mit der Y-Achse (Abb. 12) wurde nur die Hälfte der Platten (in Richtung der Breite) diskretisiert. Im Fall der T29-Platte wurden 480 ($20(\text{Länge}) \times 8(\text{Breite}) \times 3(\text{Dicke})$) 8-Knoten-Elemente benutzt, während es bei der T50-Platte 800 ($20 \times 8 \times 5$) finite Elemente waren. Die Anzahl der Elemente wurde so bestimmt, daß eine ausreichende Genauigkeit in der berechneten Magnetfeldverteilung erreicht und der Randeffect auf die Magnetisierungsverteilung in den dünnen Platten berücksichtigt wird.

Eine anhysteretische Magnetisierungskurve wurde mittels der Akima-Methode [32] (s. Kap. 2) von der in Abb. 13 dargestellten experimentellen Hystereseschleife abgeleitet, indem die Mittelwerte zwischen den Werten der Haupt-hystereseschleife betrachtet wurden. Diese Näherung für die magnetischen Eigenschaften des Stahls F82H ist gerechtfertigt, weil das Material magnetisch weich ist. Der Verlauf der berechneten Magnetisierungs- und Suszeptibilitätskurve ist im Vergleich mit den experimentellen Daten in Abb. 15 bzw. Abb. 16 dargestellt.

Die folgenden Annahmen wurden für die numerische Untersuchung des Problems gemacht:

- 1) Das durch die Impulsmagnetspule erzeugte transiente Magnetfeld verschwindet so schnell, daß nur das konstant aufgelegte Magnetfeld berücksichtigt werden muß.
- 2) Die auf der Platte induzierten Wirbelströme werden nicht berücksichtigt.

Die erste Annahme ist angemessen wegen der kurzen Zeitdauer des Magnetspulenstroms. Die zweite Annahme ist gerechtfertigt, weil sich in Versuchen mit ähnlichen Kupferplatten keine Änderung der Eigenfrequenz durch magnetische Dämpfung beobachten ließ, so daß dieser Effekt auf die Eigenfrequenzänderungen von F82H-Stählen außer Betracht bleiben kann.

Somit ist die Art der Berechnung eine magnetostatische, und die einzigen Kräfte und Drehmomente, die auf die Platten wirken, sind diejenigen, die durch die Ausdrücke (3.52) und (3.53) in Kapitel 3 gegeben sind.

Außerdem ließ sich beobachten, daß für die F82H Platten nur eine Schwingung der Biegungsart auftritt und der Unterschied zwischen erster und zweiter Biegungsart über 30 Dezibel liegt. Es kann dann angenommen werden, daß die

Stahl F82H Magnetisierungskurve

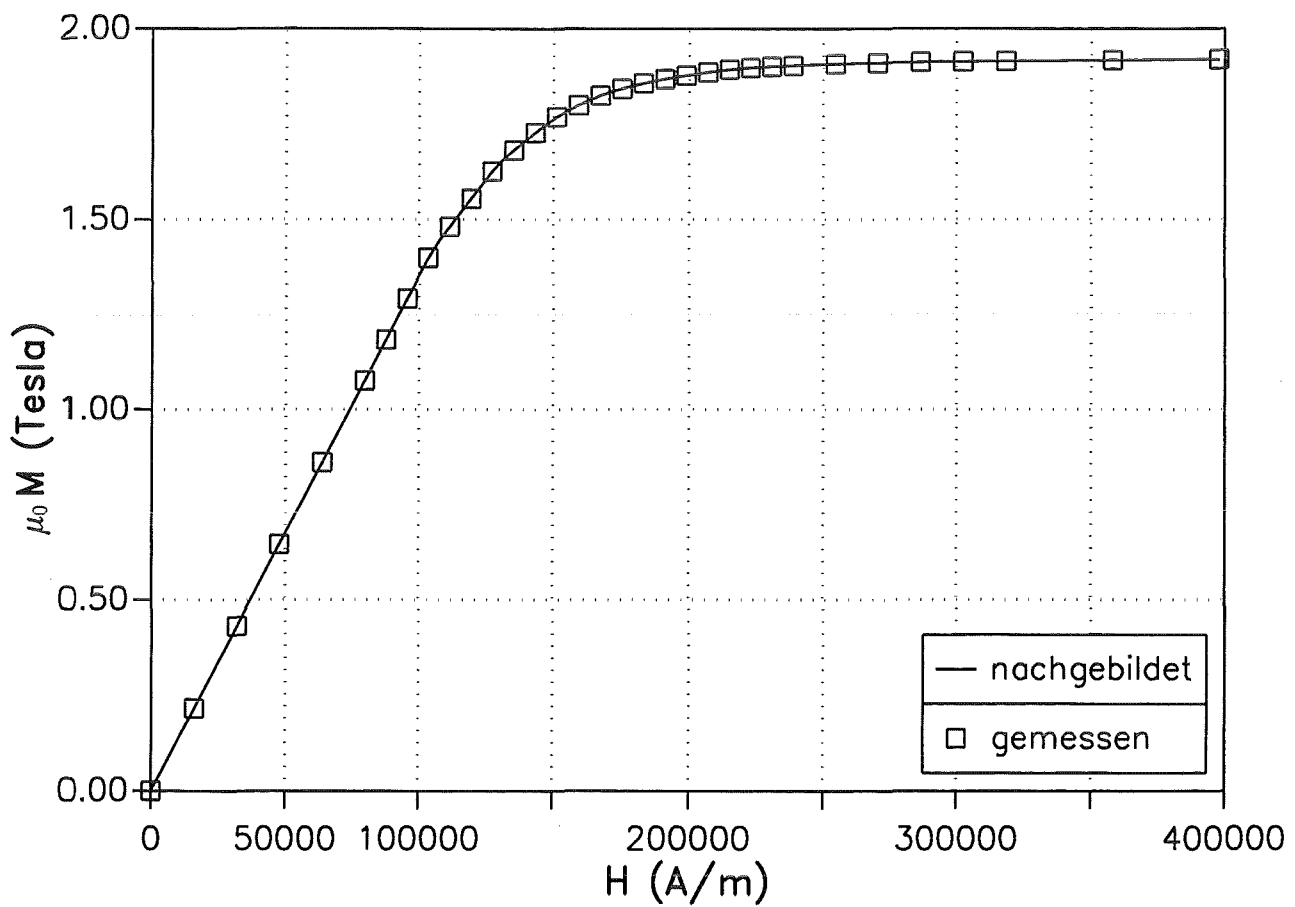


Abbildung 15. Magnetisierungskurve des Stahls F82H. Die anhysteretische Magnetisierungskurve, die mittels der Akima-Methode modelliert wurde, wird mit den Werten, die von der experimentellen Hystereseschleife (Abb. 13) hergeleitet wurden, dargestellt.

Stahl F82H Magnetisierungskurve

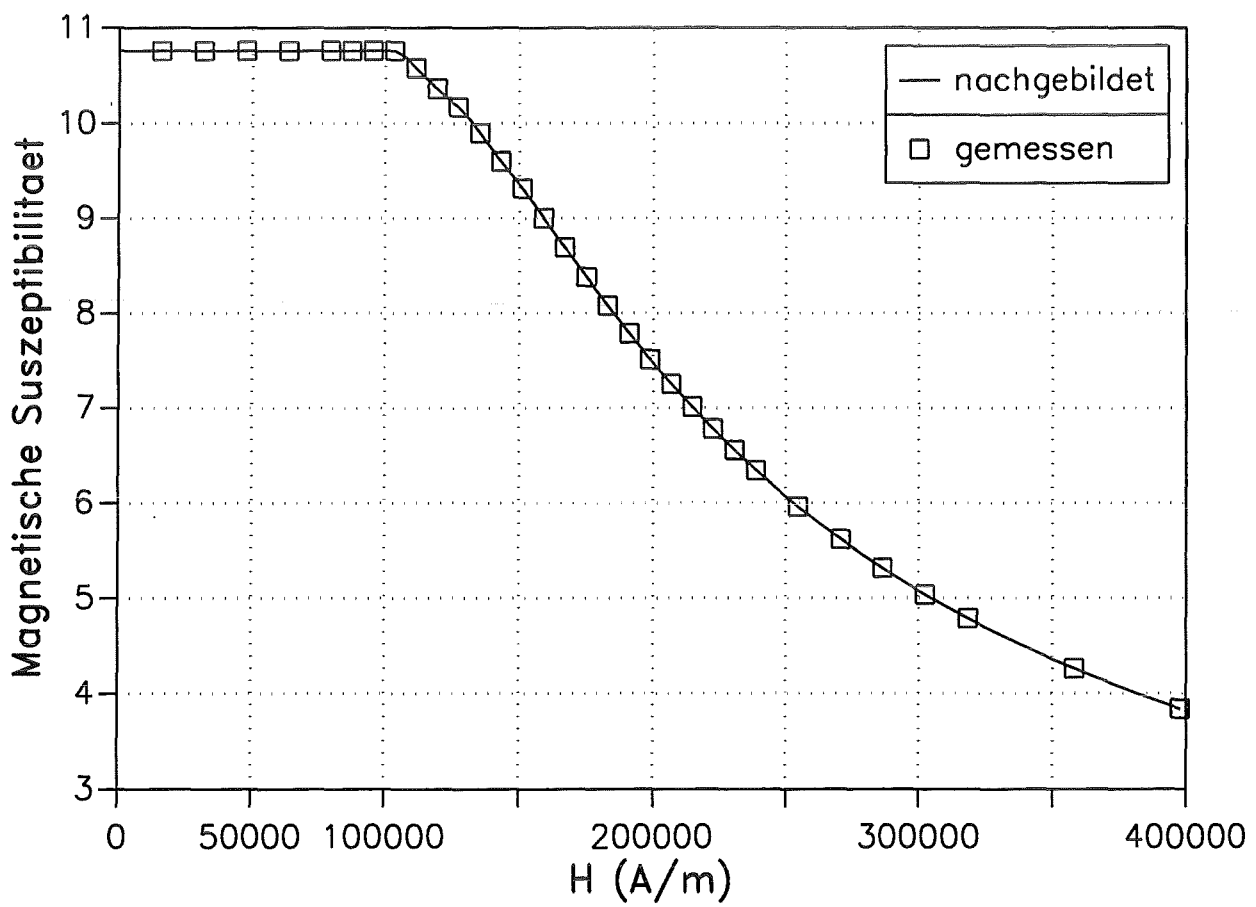


Abbildung 16. Magnetisierungskurve des Stahls F82H. Der Verlauf der berechneten magnetischen Suszeptibilität als Funktion der magnetischen Feldstärke wird dargestellt.

Magnetische Biegesteifigkeit fuer die F82H-Platten

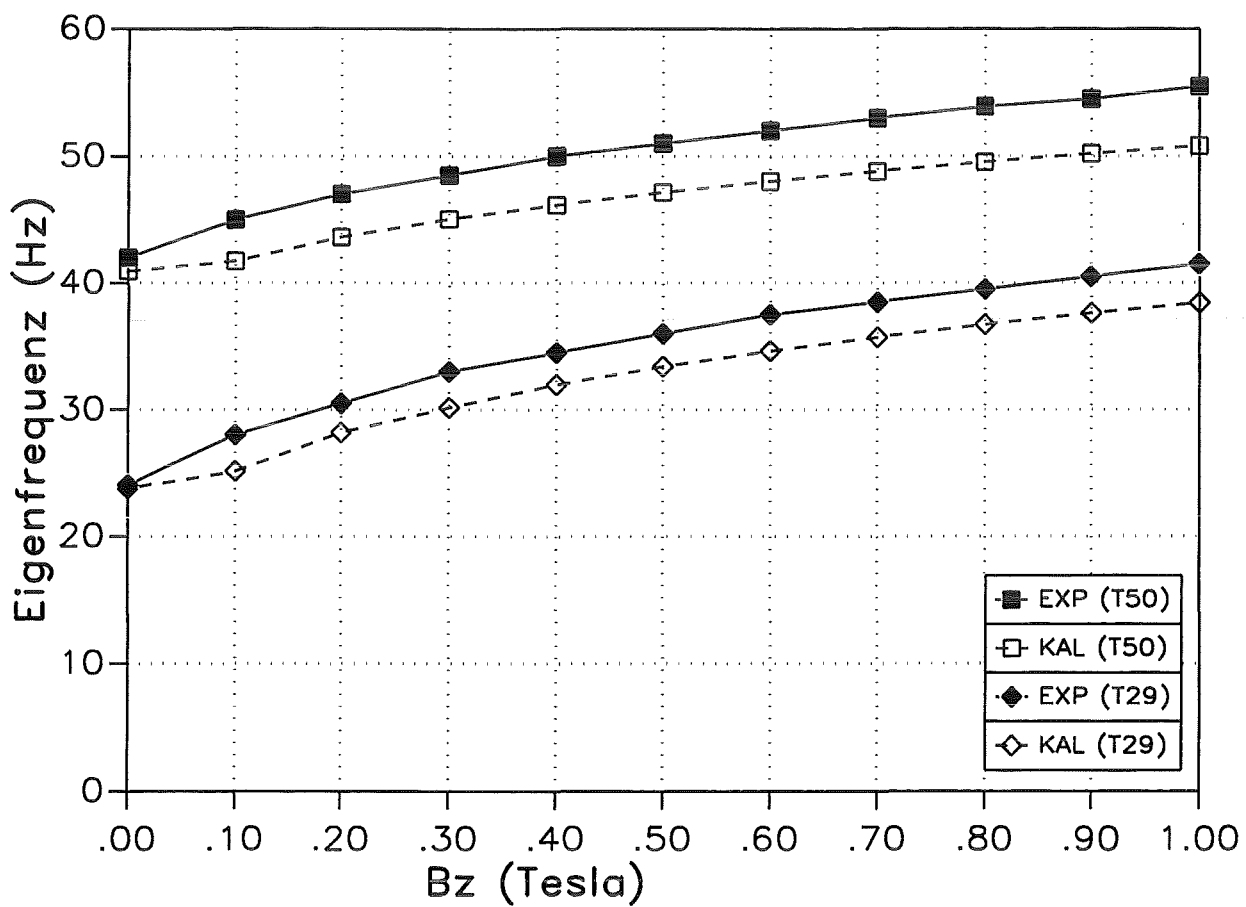


Abbildung 17. Eigenfrequenz der F82H Platten. Die Ergebnisse der Berechnung sind zusammen mit den experimentellen Eigenfrequenzen dargestellt. Sowohl die numerischen als auch die experimentellen Ergebnisse zeigen die Eigenfrequenzänderung.

Platte mit der ersten Biegungsart (einfache Biegung) schwingt. Unter dieser Voraussetzung wurde die Magnetisierungsverteilung für die verformten Platten berechnet, wobei die Freitragernäherung benutzt wurde. Die Berechnung wurde für ein steigendes angelegtes Magnetfeld wiederholt, wobei für jede nicht mehr als 17 Iterationsschritte erforderlich waren.

Dann wurde eine Energie-Methode [44] angewendet, um die Eigenschwingungsfrequenz der freischwebenden Platten zu berechnen.

Die Ergebnisse sind in Abb. 17 aufgelistet, wobei Vergleiche mit den experimentellen Eigenfrequenzen dargestellt werden. Sowohl die numerischen als auch die experimentellen Ergebnisse zeigen die Eigenfrequenzänderung für die F82H Platten. Die numerischen Werte sind kleiner als die experimentellen. Diese Diskrepanz kann auf geringe Unsicherheiten in der Kenntnis der Eigenschaften des Materials, die für die Berechnung verwendet wurden, zurückgeführt werden. Jedenfalls kann aus dem Vergleich geschlossen werden, daß unter den obengenannten Annahmen eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und numerischen Ergebnissen erzielt wurde.

MAGNETSPULE UMGEBENDE STAHLPLATTEN Das Testproblem Nr. 10 wurde beim TEAM-Workshop vorgeschlagen [45], um die Resultate der dreidimensionalen nichtlinearen Wirbelstromanalysen miteinander zu vergleichen. Damit sollte die Effizienz der beteiligten numerischen Techniken validiert werden.

Versuch Das vorgeschlagene Modell [46] wird in Abb. 18 dargestellt. Eine Erregerspule wird zwischen zwei Stahlkanäle gesetzt und eine Stahlplatte zwischen die Kanäle eingesetzt. Der verwendete Stahl weist ein nichtlineares magnetisches Verhalten auf. Da der Erregerstrom mit der Zeit von Null aus ansteigt und der Stahl vor dem Versuchsbeginn unmagnetisiert ist, kann die anfängliche Magnetisierungskurve anstelle der Hystereseschleife benutzt werden. Abb. 19 zeigt sowohl die B - H -Kurve des verwendeten Stahls als auch eine Tabelle mit den experimentellen Daten von B als Funktion von H .

Die Zahl der Drahtwicklungen der Magnetspule beträgt 162, wobei der Strom I in der Spule mit der Zeit gemäß

$$I = I_m (1 - e^{-t/t_k}) , \quad (4.1)$$

ansteigt. Dabei ist $I_m = 5.64$ A und die Zeitkonstante $t_k = 0.05$ s. Die Leitfähigkeit der Kanäle und der Zentralplatte ist 7.505×10^6 S/m. Die Amplitude I_m

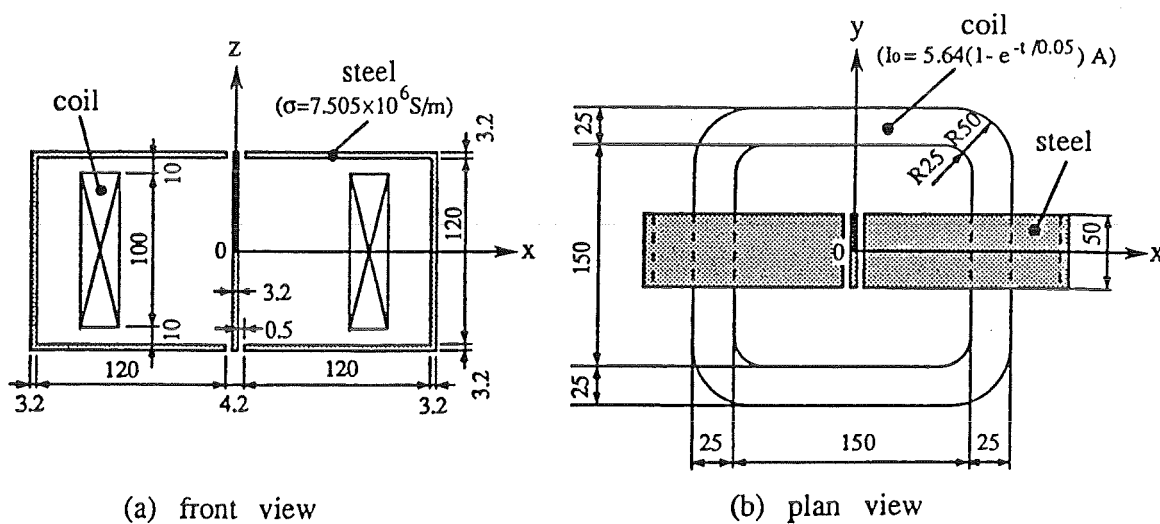


Abbildung 18. TEAM-Workshop-Problem Nr. 10 [46]. Dargestellt ist die Versuchsanordnung, die aus einer Magnetspule, zwei Stahlkanälen und einer in die Mitte gesetzten Stahlplatte besteht.

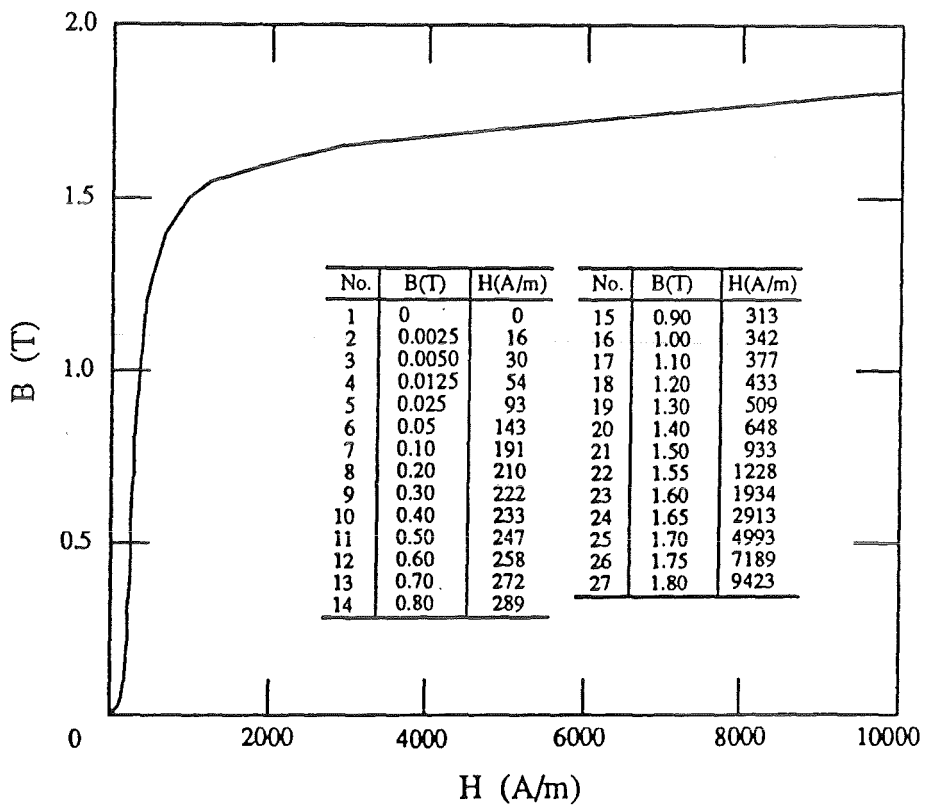


Abbildung 19. TEAM-Workshop-Problem Nr. 10 [46]. Der Verlauf von B als Funktion von H ist sowohl in Form einer Magnetisierungskurve als auch einer Tabelle dargestellt.

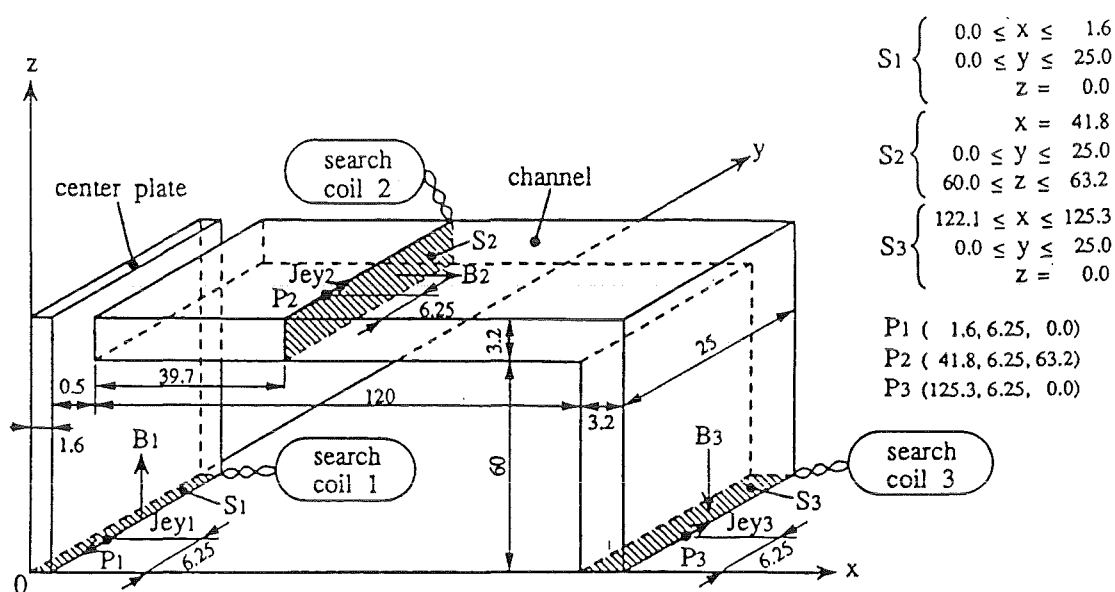


Abbildung 20. TEAM-Workshop-Problem Nr. 10 [46]. Sowohl die Sektionen S_1 , S_2 und S_3 , in denen die durchschnittliche magnetische Flußdichte gemessen wird, als auch die Positionen P_1 , P_2 und P_3 , bei denen die Wirbelstromdichte gemessen wird, werden dargestellt.

wird so gewählt, daß die stählernen Teile genügend magnetisch gesättigt werden. Die Zeitkonstante t_k wählt man so, daß die Wirbelstromdichte nicht niedrig ist, der Wirbelstrom in der Magnetspule jedoch vernachlässigt werden kann.

Wie in Abb. 20 gezeigt wird, wurden sowohl die durchschnittliche magnetische Flußdichte, senkrecht auf den Sektionen S_1 , S_2 und S_3 , als auch die Wirbelstromdichte bei den Positionen P_1 , P_2 und P_3 gemessen, um die Genauigkeit der berechneten Werte zu untersuchen.

Berechnung Das Problem wurde mit einem Finite-Elemente-Modell analysiert, das in Abb. 21 dargestellt ist, wobei 459 8-Knoten-Elemente benutzt werden. Für die Wirbelstromdichte gibt es 822 Unbekannte, für die Magnetisierung 1377 (459×3). Die Spule wurde durch zwei 8-Knoten-Elemente modelliert.

Die Magnetisierungskurve des Materials läßt sich näherungsweise erhalten, wenn die Akima-Methode [32] benutzt wird (Abb. 22). Die korrespondierende magnetische Suszeptibilität des Stahls wird in Abb. 23 dargestellt. Für die Übergangsberechnung wurden verschiedene Zeitschritte benutzt, um eine ausreichende Genauigkeit bei der Wirbelstrom- und Feldberechnung zu erhalten: 1.25 ms für die ersten 25 ms, 2.5 ms zwischen 25 und 100 ms, 5 ms für die Zeiträume nach 100 ms. Die CPU-Zeit, die notwendig war, um die Berechnung zu vervollständigen, betrug 15 Stunden. Für jeden Zeitschritt waren weniger als 6000 Iterationen notwendig, um eine ausreichende Genauigkeit zu erzielen. Die niedrige Konvergenzgeschwindigkeit ist darauf zurückzuführen, daß das Testobjekt bei Anlegen des Erregungsstroms komplett unmagnetisiert ist und eine sehr hohe magnetische Suszeptibilität bei niedrigen Magnetfeldwerten zeigt. Die Konvergenz des Iterationsverfahrens wird bei der Einführung der Wirbelströme und deren Magnetfeld in der Struktur weiter kompliziert.

Die Resultate der Berechnung werden auf den folgenden Seiten dargestellt. Die berechneten Werte der durchschnittlichen magnetischen Flußdichte, senkrecht auf den Sektionen S_1 , S_2 und S_3 werden in Abb. 24 gezeigt. Sie liegen nahe bei den experimentellen Daten und validieren die für die transiente Berechnung verwendeten Verfahren auch für diese extreme Situation. Die berechneten Wirbelströme sind in Abb. 25 zu sehen. Sie befinden sich ebenfalls in guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten, auch wenn sie etwas niedriger als diese liegen. Es muß berücksichtigt werden, daß im Versuch die Ströme auf der Oberfläche der Platte gemessen werden, während bei der Berechnung der Mittelwert des Wirbelstroms in dem finiten Element, das der Oberfläche am nächsten ist, angenommen wird. Außerdem ist die Zeitkon-

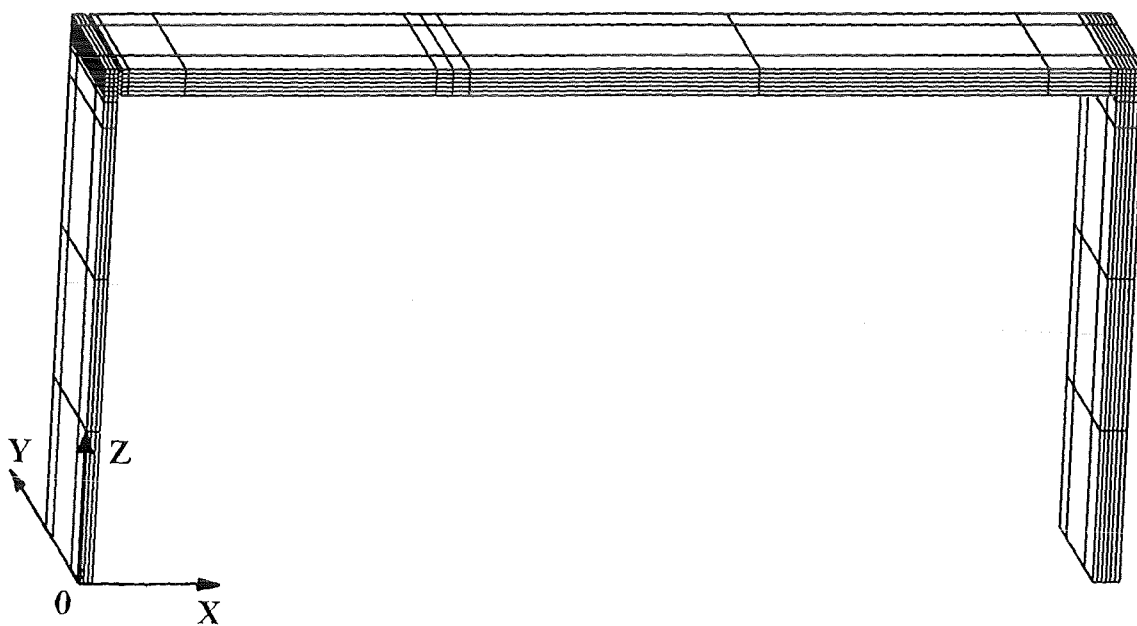


Abbildung 21. Finite-Elemente-Modell. Das Modell besteht aus 459 8-Knoten-Elementen. Für die Wirbelstromdichte gibt es 822 Unbekannte, für die Magnetisierung 1377 (459 \times 3).

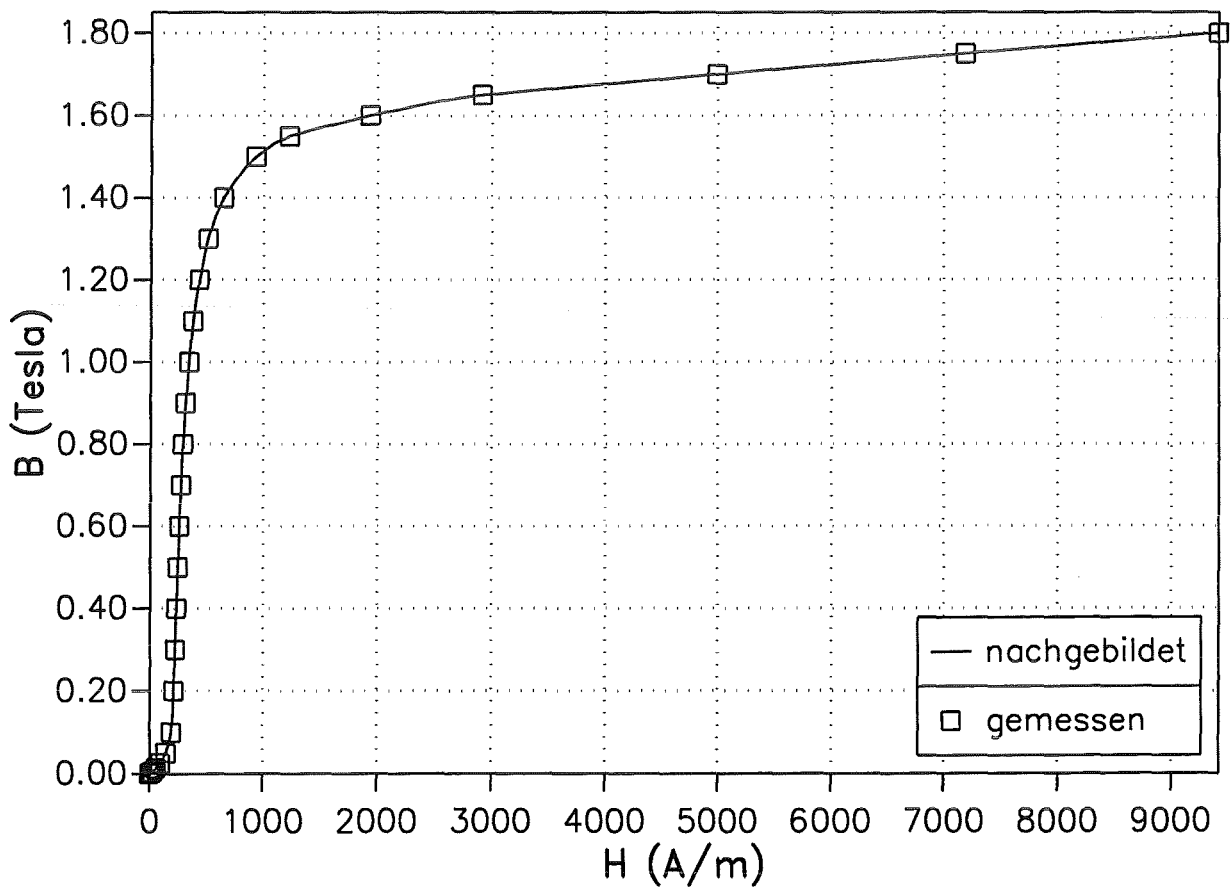
TEAM Workshop – Problem 10
Magnetisierungskurve

Abbildung 22. Magnetisierungskurve des verwendeten Stahls. Der Verlauf der Magnetisierung als Funktion der magnetischen Feldstärke wird durch Vergleich zwischen interpolierter (Akima-Methode) und gemessener Kurve gezeigt.

TEAM Workshop – Problem 10 Magnetisierungskurve

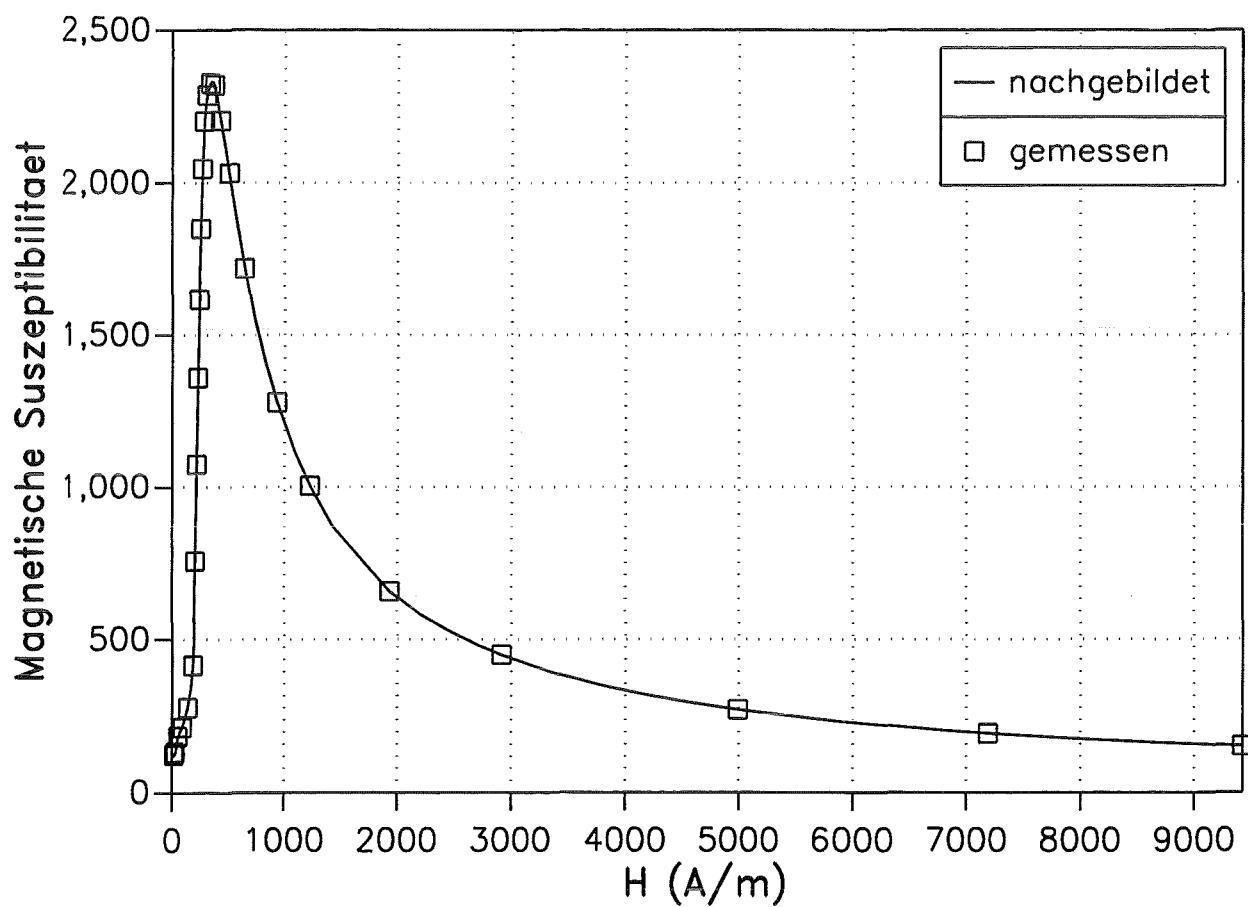


Abbildung 23. Magnetisierungskurve des verwendeten Stahls. Der für die Berechnung verwendete Verlauf der magnetischen Suszeptibilität des Materials wird gezeigt.

TEAM Workshop – Problem 10 Magnetische Flussdichte

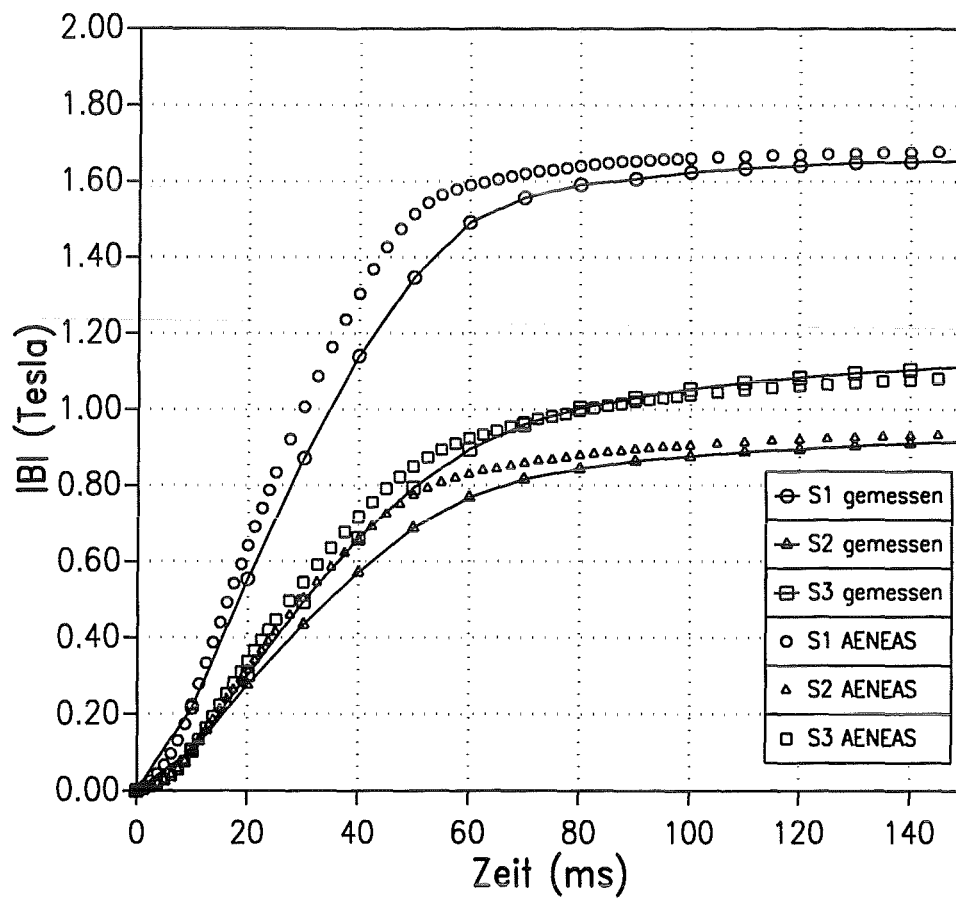


Abbildung 24. Resultate für das TEAM-Workshop-Problem Nr. 10. Die Werte der berechneten durchschnittlichen magnetischen Flußdichte, senkrecht auf den Sektionen S_1 , S_2 und S_3 werden gezeigt. Sie liegen nahe bei den experimentellen Daten (kontinuierliche Linien).

TEAM Workshop – Problem 10
Wirbelstromdichte J_y

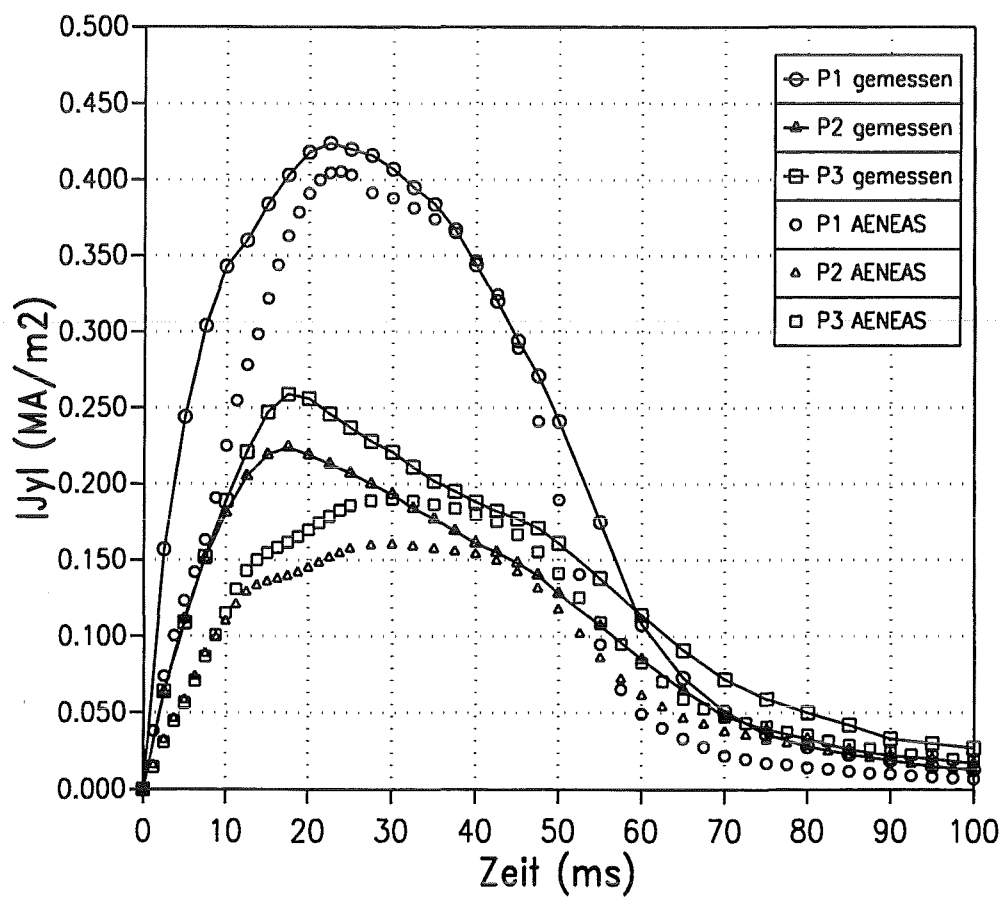


Abbildung 25. Resultate für das TEAM-Workshop-Problem Nr. 10. Die bei den Positionen P_1 , P_2 und P_3 berechneten Wirbelströme werden gezeigt. Sie befinden sich in guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten (kontinuierliche Linien).

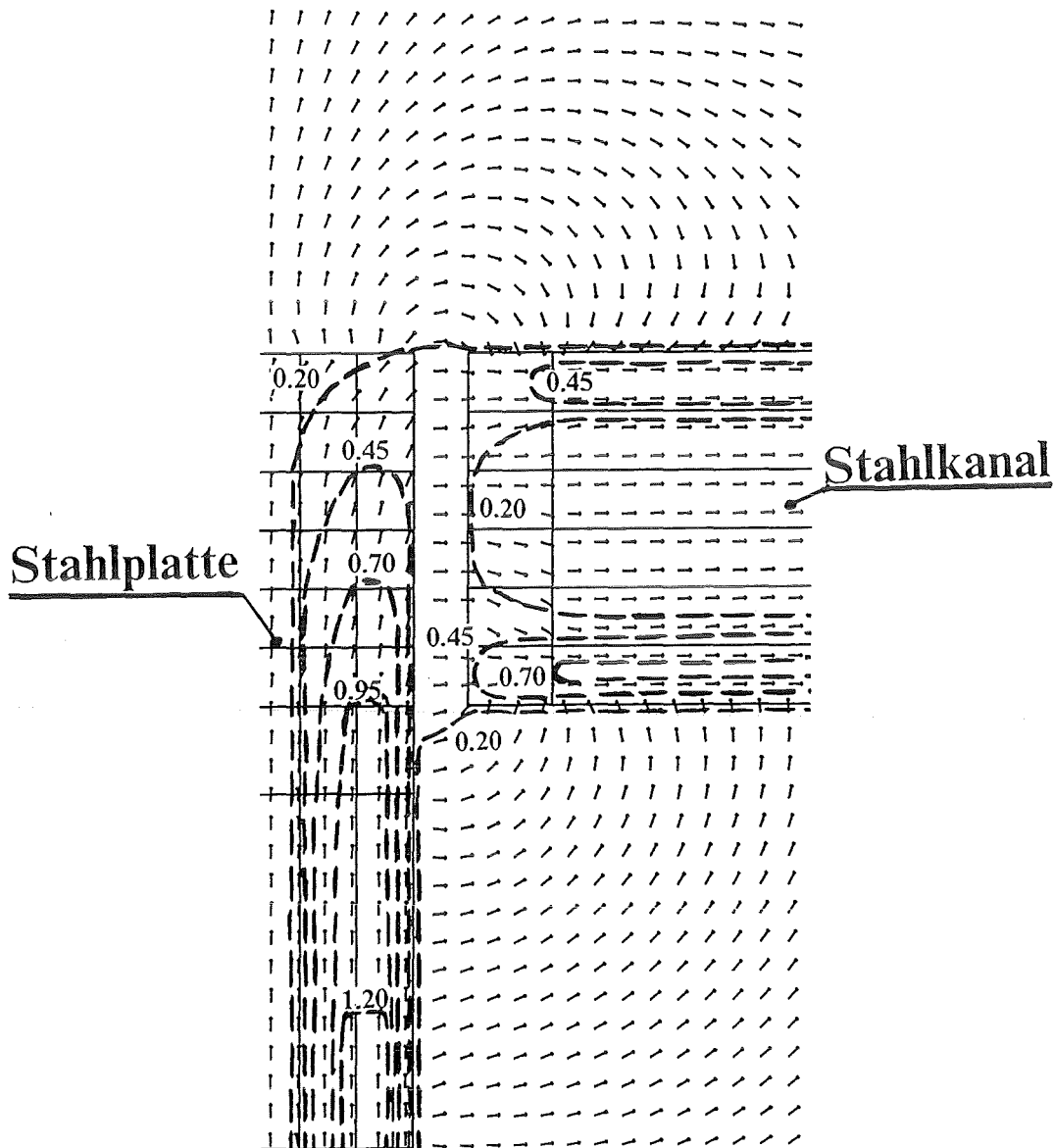


Abbildung 26. Resultate für das TEAM-Workshop-Problem Nr. 10. Für einen Teil des Objekts in der Nähe des Luftspaltes wird die magnetische Flußdichteverteilung, die bei 25 ms auf dem vertikalen Schnitt (X-Z-Ebene) liegt, dargestellt. Die Pfeile und die Isolinien zeigen die Richtung der magnetischen Flußdichte bzw. den Betrag, in Tesla ausgedrückt.

stante der berechneten Wirbelströme, wie auch von anderen Autoren [18] festgestellt wurde, höher als die der gemessenen Wirbelströme. In Abb. 26 wird für einen Teil des Objekts in der Nähe des Luftspaltes die magnetische Flußdichteverteilung bei 25 ms gezeigt.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß der Code AENEAS auf zwei allgemeine Probleme, ein magnetostatisches und ein transientes nichtlineares Problem, mit Erfolg angewendet worden ist.

KAPITEL 5

ANWENDUNG DES CODE AENEAS

Eine der wichtigsten Anforderungen beim Entwurf des DEMO-Blanketsegments besteht darin, gewährleisten zu können, daß die Struktur in der Lage ist, der durch einen Plasmastromabbruch bewirkten mechanischen Belastung standzuhalten. Um die Leistungen der verschiedenen europäischen DEMO-Blanketentwürfe untereinander vergleichen zu können, schrieb die „Test Blanket Advisory Group“ [3] für einen Referenz-Plasmaabbruch in DEMO „*einen linearen Abfall des Plasmastroms von 20 MA auf Null in 20 ms*“ und „*das Auftreten von höchstens einem Plasmaabbruch während des gesamten Blanketsegmentlebens*“ vor. Als Folge „*darf das Blanketsegment verformt werden, aber es muß durch die Öffnung entferntbar bleiben*“.

Auf diesen Vorschriften basierend wurde der Code AENEAS auf die Durchführung einer elektromagnetischen Analyse für das Außenblanketsegment des im FZK entwickelten Feststoffblanketentwurfs angewendet.

Im folgenden werden sowohl kurz der Entwurf des Außenblanketsegments [13] als auch das verwendete Finite-Elemente-Modell beschrieben. Ferner werden die Resultate der elektromagnetischen Analyse und der mittels des Code ABAQUS durchgeführten Festigkeitsanalyse [49] dargestellt und diskutiert.

DEMO-FZK-FESTSTOFFBRUTBLANKET [13]. Ein Vertikalschnitt des im FZK entwickelten DEMO-Feststoffbrutblankets ist in Abb. 27 dargestellt. Es ist in ein inneres und ein äußeres Blanket unterteilt. Insgesamt gibt es 48 Außenblanketsegmente (mit einem Kegelwinkel von 7.5° in bezug auf die Torus-Achse) und 32 Innenblanketsegmente (Kegelwinkel 11.25°). Für jede der 16 Toroidal-feld(TF)-Spulen sind auf der Außenseite und der Innenseite des Torus drei Außenblanketsegmente bzw. zwei Innenblanketsegmente vorhanden. Da das Innenblanket in der elektromagnetischen Analyse nicht berücksichtigt wurde, wird im folgenden nur das Außenblanketsegment betrachtet.

In Abb. 28 ist das Außenblanketsegment dargestellt. Sowohl der keramische Brutstoff (Li_4SiO_4) als auch der Beryllium-Neutronenmultiplikator ist in Form von Kugelschüttungen in 10 poloidalen Segment-Kästen enthalten. Diese Kästen sind in einem geschlossenen Blanketgehäuse aneinandergereiht (Abb. 27 und Abb. 29).

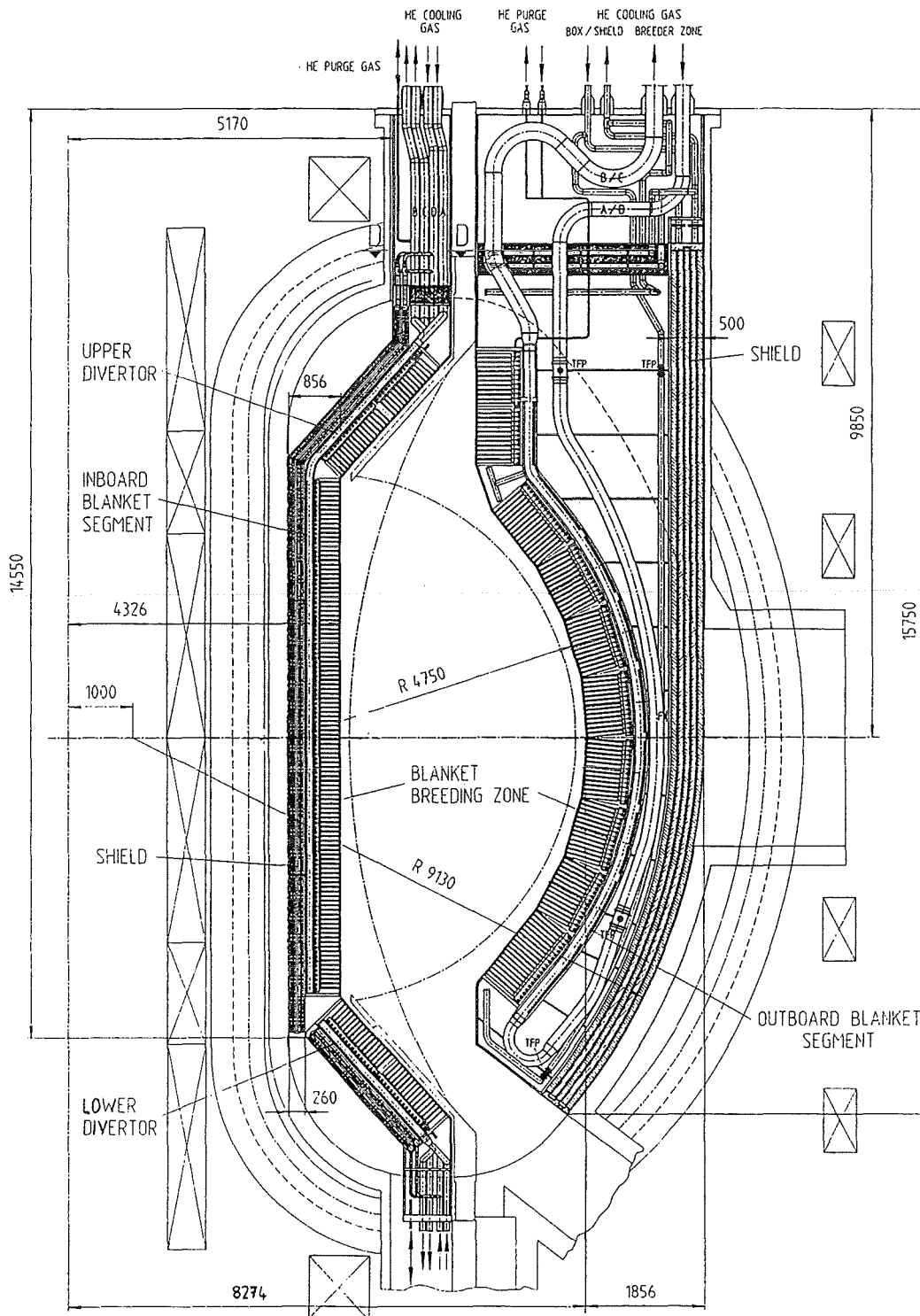


Abbildung 27. DEMO-Feststoffblanketentwurf des FZK [13]. Poloidal-Radial-Schnitt durch den Torus mit den Hauptkomponenten des Reaktors.

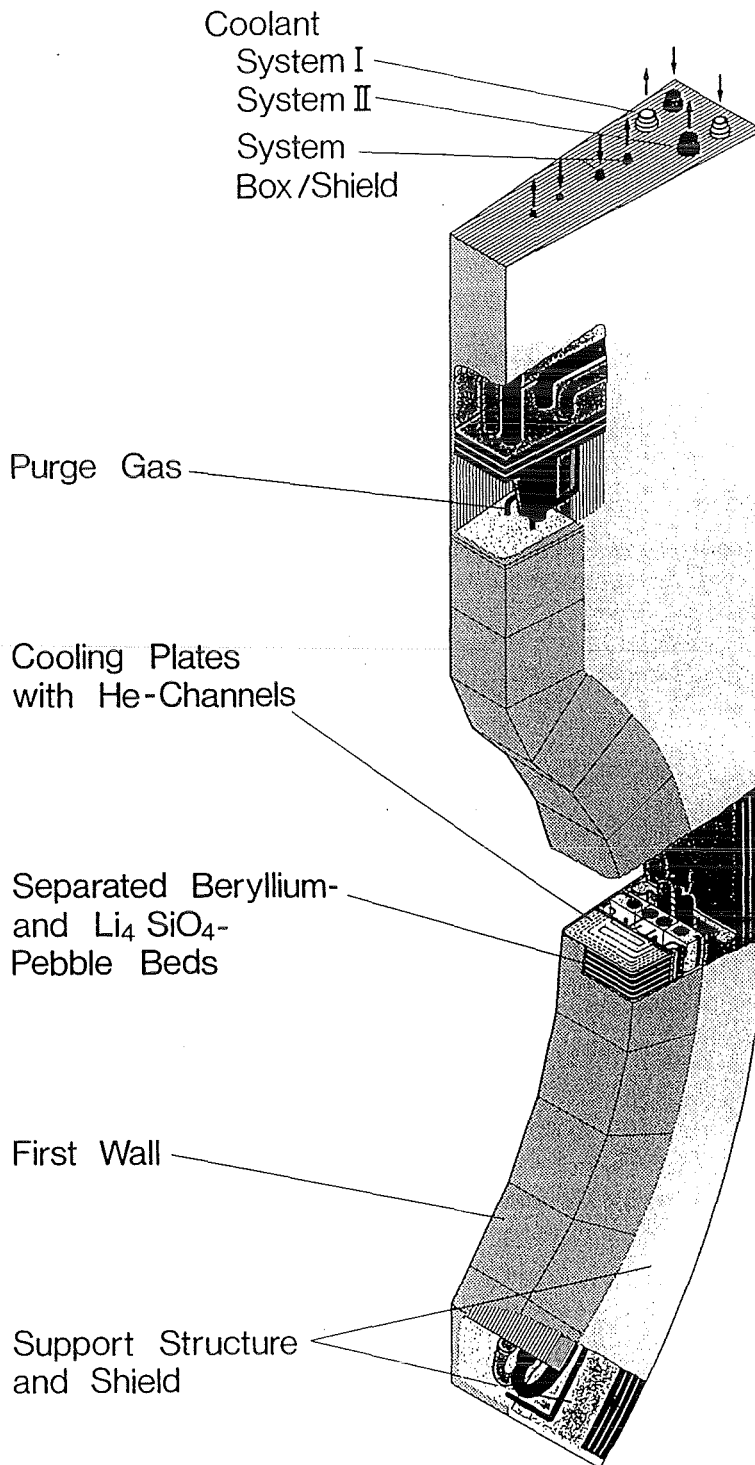


Abbildung 28. DEMO-Feststoffblanketentwurf des FZK [13]. Räumlicher Aufbau eines Außenblanketsegments.

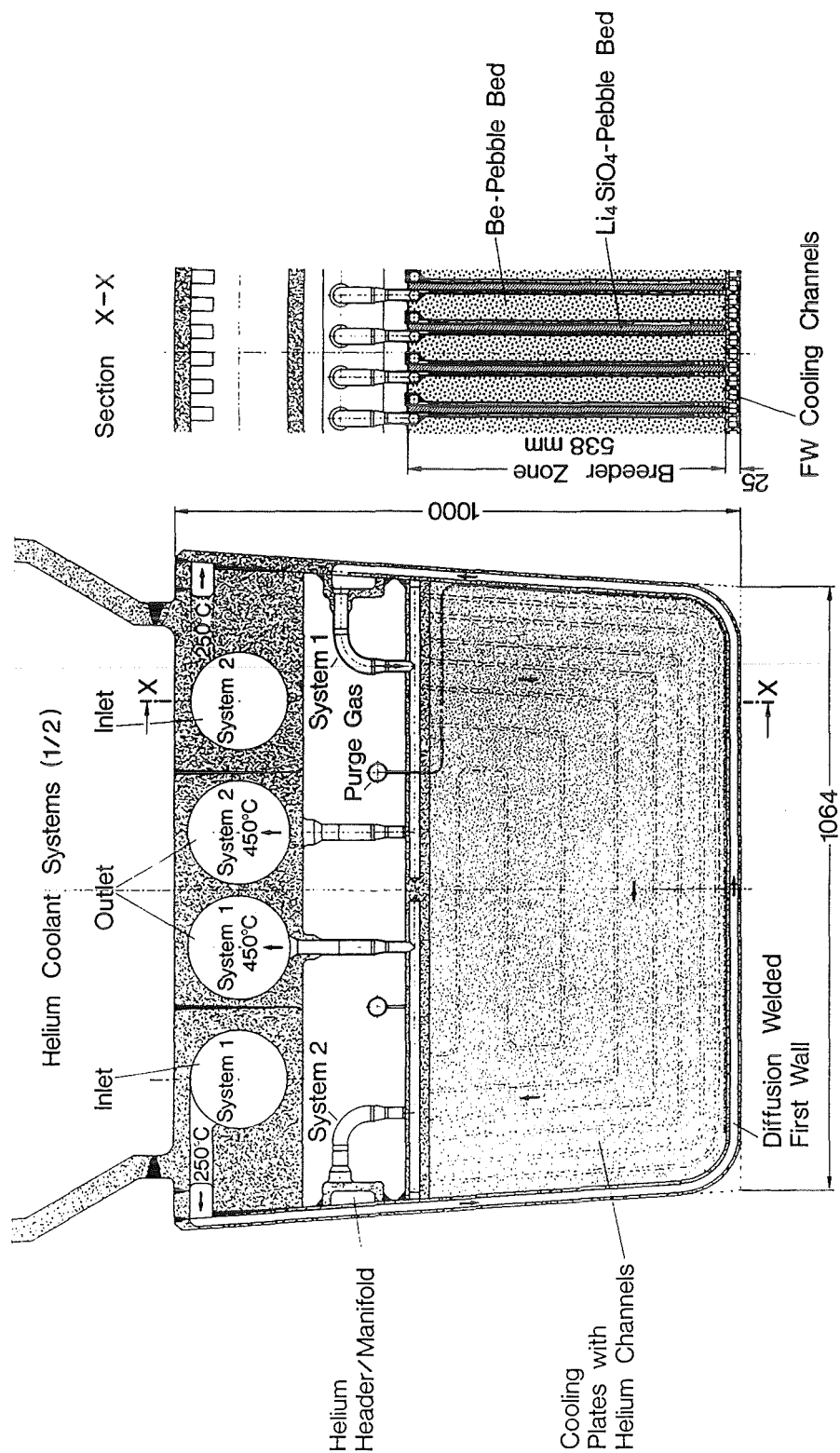


Abbildung 29. DEMO-Feststoffblanketentwurf des FZK [13]. Radial-Toroidal-Querschnitt eines Außenblanketsegments in der Torusmitte.

Die dem Plasma zugewandte Seite des Blanketgehäuses (zu sehen in Abb. 29) wird als Erste Wand bezeichnet. Die Rückwand des Blanketgehäuses besteht aus einer Platte, die ein Verteilerrohr für das Kühlmittel Helium enthält. In einem weiteren geschlossenen Gehäuse, das an das Rückteil des Blanketgehäuses geschweißt ist, befinden sich die Hauptrohre des Heliumkühlsystems. Die beiden Gehäuse bilden zusammen das Blanketsegmentgehäuse.

Die Blanketstruktur besteht aus 8mm-starken Kühlplatten, die in Radial-Toroidal-Ebenen angebracht und an die Vorder- und Seitenwände des Blanketgehäuses angeschweißt sind. Zwischen den Kühlplatten befinden sich abwechselnd 11mm-starke und 45mm-starke Schlitze, die mit einer Schüttung von Li_4SiO_4 -Kugeln (Durchmesser 0.3 bis 0.6 mm) bzw. mit einer gemischten Schüttung aus größeren (Durchmesser 1.5 bis 2.3 mm) und kleineren (Durchmesser 0.08 bis 0.18 mm) Beryllium-Kugeln gefüllt sind. Blanketgehäuse und Blanketstruktur werden durch Helium mit einem Druck von 8 MPa gekühlt. Das Kühlmittel strömt in Kühlkanälen nacheinander erst durch das Blanketgehäuse und dann durch die Blanketstruktur.

Eine Kupferspule zur passiven Plasmastabilisierung ist auch vorhanden. Sie besteht aus 13 mm dicken Kupferplatten, die an die Seitenwände des Blanketsegments geschweißt sind, und aus einer Verdickung der Ersten Wand in zwei 500 mm breite Regionen. Das Blanketsegment wurde mit horizontalen U-förmigen Verstärkungsblechen versteift, damit ein höherer Widerstand gegen die durch einen Plasmaabbruch bewirkten elektromagnetischen Kräfte ermöglicht wird.

Um die externen Strukturen des Reaktors (Magnetfeldspulen und Vakuum-Gefäß) vor Neutronenbestrahlung zu schützen, sind eine horizontale Abschirmung in dem oberen Teil des Blanketsegments oberhalb des Blankets und eine radiale Abschirmung an der Rückseite des Blanketsegments eingebaut (Abb. 27). Die radiale Abschirmung ist an der Rückwand des Blanketsegments mechanisch befestigt.

ELEKTROMAGNETISCHE ANALYSE Die Berechnung der Wirbelstrom- und Magnetisierungsverteilung in der Struktur während eines Plasmastromabbruchs und der Kräfte, die durch Wechselwirkung zwischen Wirbelstrom und magnetischer Flußdichte bzw. zwischen Magnetisierung und magnetischer Flußdichte entstehen, wurde für ein Außenblanketsegment durchgeführt.

Modellierung und Berechnung Eine sorgfältige Diskretisierung des Außensegments, die die Kompliziertheit des Entwurfs berücksichtigt [13], wurde ausgeführt. Da für das nichtlineare ferromagnetische Problem die mittlere Vertikal-Radial-Ebene des Blanketsegments keine Symmetrie-Ebene für den Wirbelstrom und die Magnetisierung darstellt, wurde ein ganzes Außensegment modelliert. Das Finite-Elemente-Modell für die ferromagnetische Struktur besteht aus 972 Elementen (Abb. 30). Der Brut-Bereich (Kühlplatten und Kugelschüttungen) wurde mittels 60 Elementen diskretisiert. Die elektrische Leitfähigkeit, aber nicht die ferromagnetischen Eigenschaften der Kühlplatten wurden berücksichtigt. Das Modell wurde in Elemente-Gruppen, Sätze genannt, unterteilt. Jeder Satz stellt einen Teil des Blanketsegments dar (Erste Wand, Rückwand usw.). Die Unterteilung des Segments mit Numerierung und Auflistung der Sätze wird in einem Vertikal-Schnitt und in einer Seitenansicht des Außenblanketsegments in Abb. 31 gezeigt. Für jeden Satz wurde ein spezifischer elektrischer Widerstand berechnet, der sowohl den Effekt der Temperatur als auch die durch die Anwesenheit von Kühlkanälen in der Struktur bewirkte Anisotropie berücksichtigt [14]. In gleicher Weise wurde die Anwesenheit der Kupferspule zur passiven Plasmastabilisierung mit berücksichtigt.

Außerdem wurde ein Segment des Vakuumgefäßes, das dem Außenblanketsegment entspricht (Kegelwinkel 7.5°), mittels 32 nichtmagnetischer finiter Elemente (Abb. 30), für die die Materialeigenschaften des austenitischen Stahls AISI 316 benutzt wurden, modelliert [13].

Die magnetische Wechselwirkung des modellierten Außenblanketsegments mit dem Vakuumgefäß und den anderen 47 Außenblanketsegmenten wurde durch die Berücksichtigung der Rotationsperiodizität des Modells um die Torus-Achse mit einberechnet. Jedes Außenblanketsegment ist von den anderen Bestandteilen des Reaktors elektrisch isoliert.

Für die ferromagnetischen Eigenschaften des Strukturmaterials, des martensitischen Stahls MANET, gelten die Überlegungen, die in Kap. 2 auf S. 11 gemacht wurden. Die Magnetisierungskurven, die in Abb. 7 auf S. 13 und Abb. 8 auf S. 14 dargestellt sind, wurden für die Berechnung verwendet.

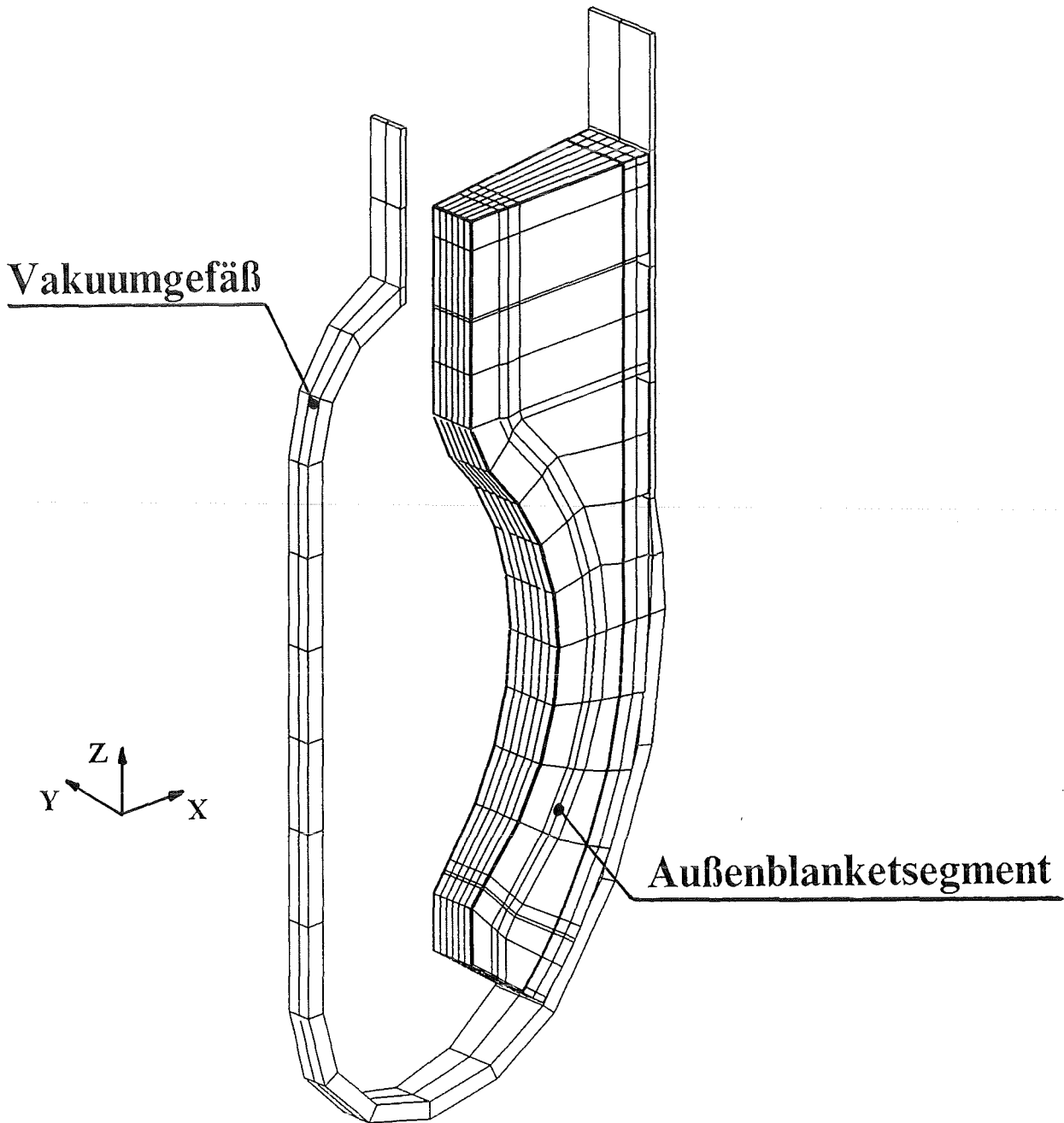


Abbildung 30. Finite-Elemente-Modell. Das Modell besteht aus 1084 8-Knoten-Elementen; davon sind 972 Elemente für die ferromagnetische Struktur des Außenblanketsegments, 60 für die Blanket-Region und 32 für das Vakuumpfäß.

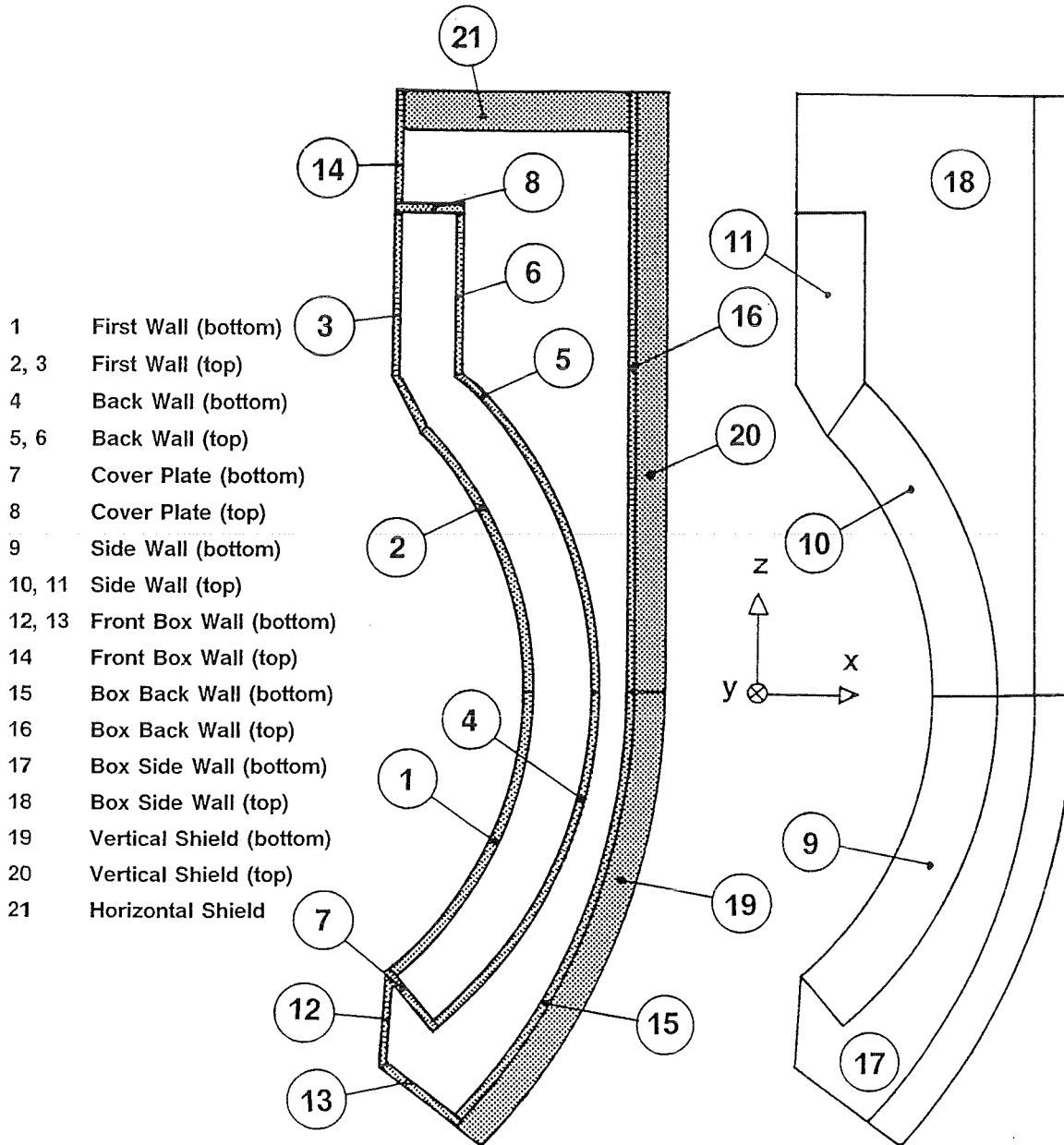


Abbildung 31. Finite-Elemente-Modell. Die Unterteilung des Modells mit Numerierung und Auflistung der Elementsätze wird in einem Vertikal-Schnitt und in einer Seitenansicht des Außenblanketsegments gezeigt.

Das Plasma-Modell besteht aus einem drahtförmigen Elektrizitätsleiter, in dem für die Simulation eines Plasmaabbruchs der Strom linear von 19.8 MA auf Null in einer Zeitspanne von 20 ms fällt. Das extern angelegte toroidale Magnetfeld wird umgekehrt proportional mit der radialen Koordinate variierend angenommen. Es beträgt 6 Tesla für einen Radius von 6.3 m. Auch eine Ausgleichskonfiguration für das poloidale Magnetfeld wurde in der Berechnung berücksichtigt [48].

Für die Wirbelstromdichte gibt es 1239 Unbekannte, für die Magnetisierung 2916 (972×3). Wegen des begrenzten Speicherplatzes wurde die Berechnung in einfacher Genauigkeit durchgeführt. Die Berechnung der ersten 30 ms der Transiente mit Zeitschritten von 0.2 ms erforderte weniger als 5 Stunden CPU-Zeit; dabei waren bei jedem Zeitschritt weniger als 10 Iterationen notwendig, um Konvergenz für das Iterationsverfahren erreichen zu können.

Resultate Im folgenden werden die Ergebnisse der elektromagnetischen Berechnung durch den Vergleich mit den Resultaten einer entsprechenden Berechnung mit nichtmagnetischem Strukturmaterial analysiert.

Wirbelströme. In Abb. 32 wird die Wirbelstromverteilung für das Blanketsegment und das Vakuumgefäß am Ende des Plasmastromabbruchs (bei 20 ms), wenn die maximalen Wirbelströme erreicht werden, dargestellt. Auf der Oberfläche der dargestellten Objekte werden Stromlinien gezeigt. Jede der Linien stellt einen 100kA-Strom dar. Da jedes Außenblanketsegment von den anderen Bestandteilen des Reaktors elektrisch isoliert ist, fließt der Strom in einem geschlossenen Stromkreis durch die Erste Wand, die Seitenwände und die Rückwände des Blanketsegmentgehäuses. Der Verlauf und die Verteilung der Wirbelströme ändern sich bei Anwesenheit ferromagnetischen Strukturmaterials nur leicht. Dies läßt sich dadurch erklären, daß die Struktur aus dem ferromagnetischen Stahl MANET, der bei einer angelegten magnetischen Feldstärke von 24 kA/m magnetisch völlig gesättigt ist, praktisch nur in der Richtung des starken toroidalen Magnetfelds (ca. 4800 kA/m) magnetisiert ist. Bei einem derartig starken Magnetfeld hat die magnetische Suszeptibilität des Materials einen Wert kleiner als 0.3, der typisch für ein paramagnetisches Material ist. Tritt ein Plasmastromabbruch ein, trifft das variierende poloidale Magnetfeld, das die Wirbelströme in der Struktur induziert, aus diesem Grund beim „Eindringen“ in das Blanketsegment auf ein Strukturmaterial, das sich wie nichtmagnetisches verhält.

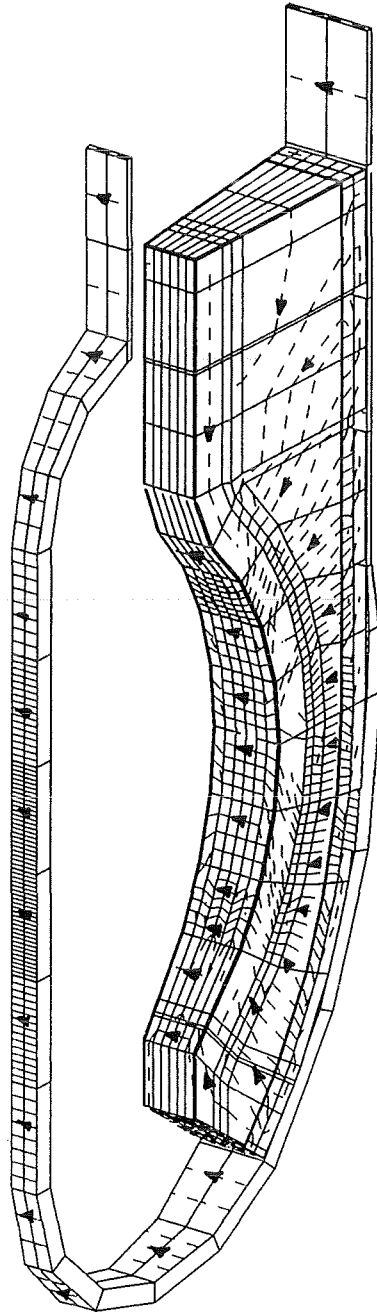


Abbildung 32. Wirbelstromverteilung. Für das Außensegment und das Vakuumgefäß wird die Wirbelstromverteilung am Ende des Plasmastromabbruchs gezeigt. Jede der Stromlinien stellt einen 100kA-Strom dar.

Im Vakuumgefäß fließt der Strom in toroidaler Richtung um den Plasma-Torus. Wenn nach 20 ms das Maximum erreicht wird, fällt der Strom mit verschiedenen Zeitkonstanten ab, je nachdem ob der Strom in dem Außensegment (ca. 10 ms) oder in dem Vakuumgefäß (ca. 100 ms) fließt [13].

Magnetfelder. In Abb. 33 und in Abb. 34 werden die Komponenten der gesamten magnetischen Flußdichte, die in dem mittleren Poloidal-Radial-Schnitt bzw. in der äquatorialen Ebene (Toroidal-Radial-Schnitt) des Modells liegen, am Ende des Plasmaabbruchs dargestellt. Die Pfeile zeigen die Richtung der dargestellten Größe. Der Betrag der Komponenten, in Tesla ausgedrückt, wird mittels Isolinien gezeigt. Der höchste Anstieg der magnetischen Flußdichte in der Struktur tritt in der toroidalen Richtung, in der das Material magnetisch gesättigt ist, ein. Weil der Magnetisierungsvektor eine sehr kleine Komponente in poloidaler Richtung hat, ändert sich deshalb die poloidale Komponente der magnetischen Flußdichte kaum. Aus den Bildern ist auch deutlich erkennbar, daß sich die ferromagnetische Struktur des Außenblanket-segments unter Einfluß eines extern angelegten Magnetfelds mit einem sehr hohen Gradienten befindet: Dieser ist in radialer Richtung für die toroidale Komponente des Felds und gegen die Poloidalfeldspulen für die poloidale Komponente ausgerichtet.

Elektromagnetische Kräfte. Die Kräfte und die Drehmomente, die auf das Außensegment wirken, werden durch Addition von zwei Beiträgen berechnet: Der eine ist auf die Lorentz-Kraft zurückzuführen, der andere ist durch die Wechselwirkung zwischen der Magnetisierung und der magnetischen Flußdichte, im Folgenden als Magnetisierungskraft bezeichnet, gegeben.

1. Lorentz-Kraft. Im Vergleich zu einer nichtmagnetischen Struktur ändert sich für die Lorentz-Kräfte, die durch Wechselwirkung in der Struktur zwischen der Wirbelstromdichte und der magnetischen Flußdichte entstehen, nur der Betrag aufgrund der durch die Magnetisierung bewirkten Erhöhung der toroidalen Komponente der magnetischen Flußdichte, während die Richtung praktisch unverändert bleibt. In Tabelle 1 und Tabelle 2 werden die Komponenten und die Beträge der resultierenden Kräfte für die verschiedenen Teile (in bezug auf Abb. 31) der vertikalen Hälfte des Außensegments in der positiven (Symmetrie I) bzw. negativen (Symmetrie II) toroidalen Richtung aufgelistet und mit den entsprechenden Werten für eine nichtmagnetische Struktur verglichen [49]; dabei wird die prozentuale Änderung der Beträge dargestellt.

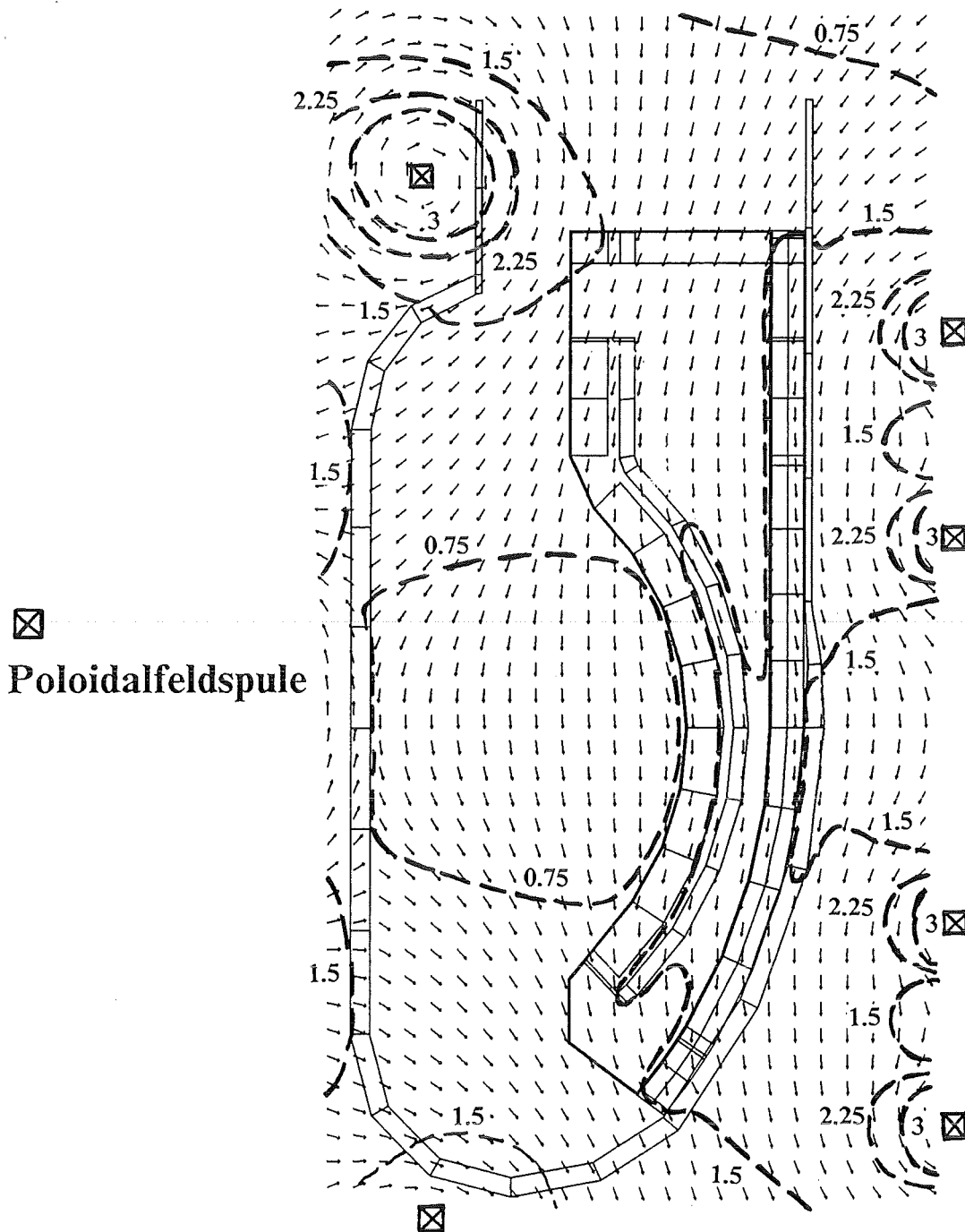


Abbildung 33. Magnetische Flußdichteverteilung. Die poloidale Komponente der gesamten magnetischen Flußdichteverteilung am Ende des Plasmaabbruchs, die in dem mittleren Poloidal-Radial-Schnitt des Modells liegt, wird dargestellt. Die Pfeile und die Isolinien zeigen ihre Richtung bzw. ihren Betrag, in Tesla ausgedrückt. Außerdem ist der starke Gradient der magnetischen Flußdichte in der Nähe der Poloidalfeldspulen deutlich erkennbar.

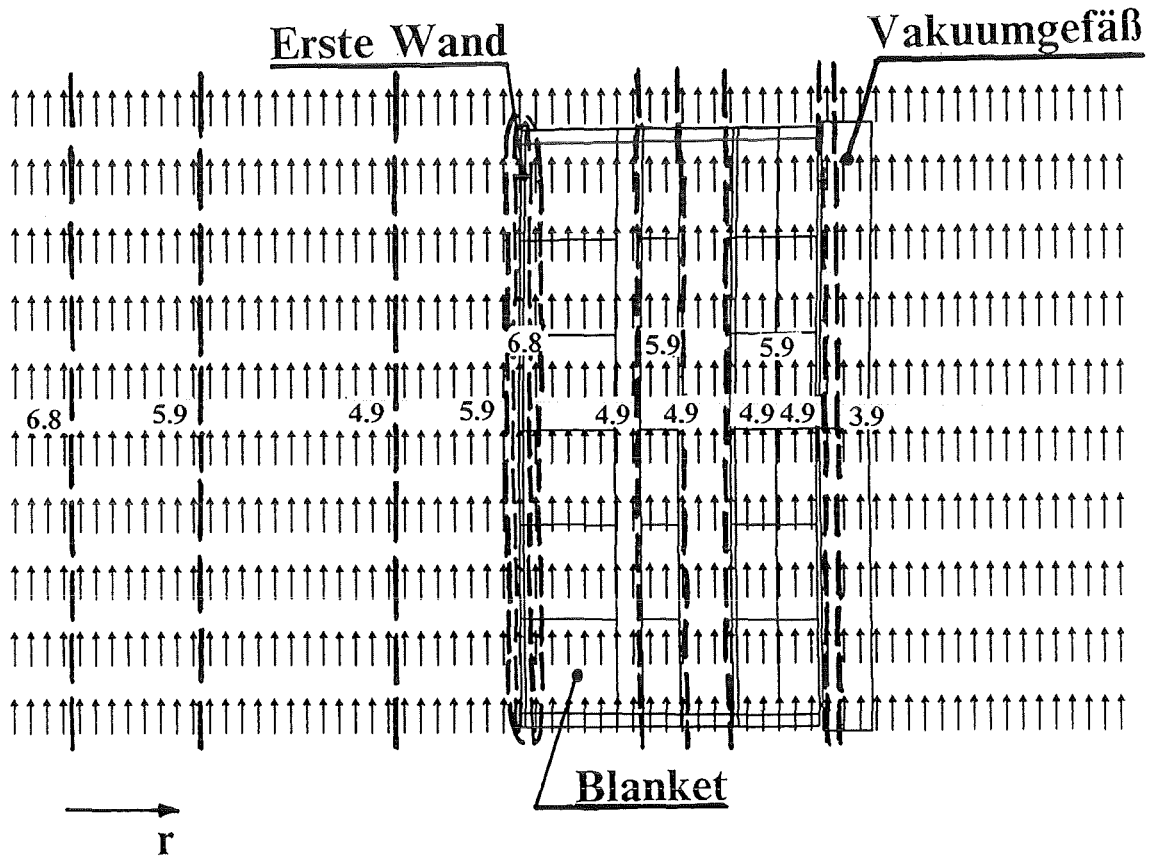


Abbildung 34. Magnetische Flußdichteverteilung. Die toroidale Komponente der gesamten magnetischen Flußdichteverteilung am Ende des Plasmaabbruchs, die in der äquatorialen Ebene (Toroidal-Radial-Schnitt) des Modells liegt, wird dargestellt. Die Pfeile und die Isolinien zeigen ihre Richtung bzw. ihren Betrag, in Tesla ausgedrückt. Außerdem ist der starke Gradient der magnetischen Flußdichte in radialer Richtung gegen die Torusmitte deutlich erkennbar.

Tabelle 1. Lorentz-Kräfte (Symmetrie I). Die Komponenten und die Beträge der resultierenden Kräfte am Ende des Plasmaabbruchs für die verschiedenen Teile (Abb. 31) der vertikalen Hälfte des Außensegments in der positiven toroidalen Richtung werden aufgelistet und mit den entsprechenden Werten einer nichtmagnetischen Struktur verglichen [49]; dabei wird die prozentuale Änderung der Beträge dargestellt. Die Werte sind in kN ausgedrückt.

Satz Nr.	Nichtmagnetischer Stahl				MANET				% Änderung des Betrags
	F_x	F_y	F_z	Betrag	F_x	F_y	F_z	Betrag	
1	89	3	-54	104	-170	-25	-44	177	70
2	-675	-19	-109	684	-1021	-27	-147	1032	51
3	-331	-36	-49	337	-434	-49	-58	440	31
4	1053	-22	-585	1205	1263	-118	-733	1465	22
5	-710	-124	-541	901	-954	-196	-693	1196	33
6	-1302	-120	-66	1310	-1571	-190	-75	1584	21
7	180	19	140	229	269	30	230	356	55
8	-35	-15	-55	67	-50	-1	51	71	6
9	8286	1556	5876	10277	8281	1735	6599	10730	4
10	-5513	861	5811	8056	-5876	1226	6531	8871	10
11	-1176	-116	77	684	-1256	-225	120	1282	87
12	283	-3	-43	286	283	-16	-14	284	-1
13	203	29	225	305	334	39	390	515	69
14	-122	-22	-24	127	-201	-33	-20	205	61
15	211	73	293	368	23	106	402	416	13
16	-528	65	267	595	-905	67	448	1011	70
17	4669	1244	5336	7199	4641	1571	5145	7105	-1
18	-6893	1463	8217	10825	-7074	1494	8437	11111	3
19	6657	941	3254	7470	9374	1387	4895	10666	43
20	-2696	798	4092	4965	-3632	931	5508	6663	34
21	23	13	42	50	41	38	161	171	242

Tabelle 2. Lorentz-Kräfte (Symmetrie II). Die Komponenten und die Beträge der resultierenden Kräfte am Ende des Plasmaabbruchs für die verschiedenen Teile (Abb. 31) der vertikalen Hälfte des Außensegments in der negativen toroidalen Richtung werden aufgelistet und mit den entsprechenden Werten einer nichtmagnetischen Struktur verglichen [49]; dabei wird die prozentuale Änderung der Beträge dargestellt. Die Werte sind in kN ausgedrückt.

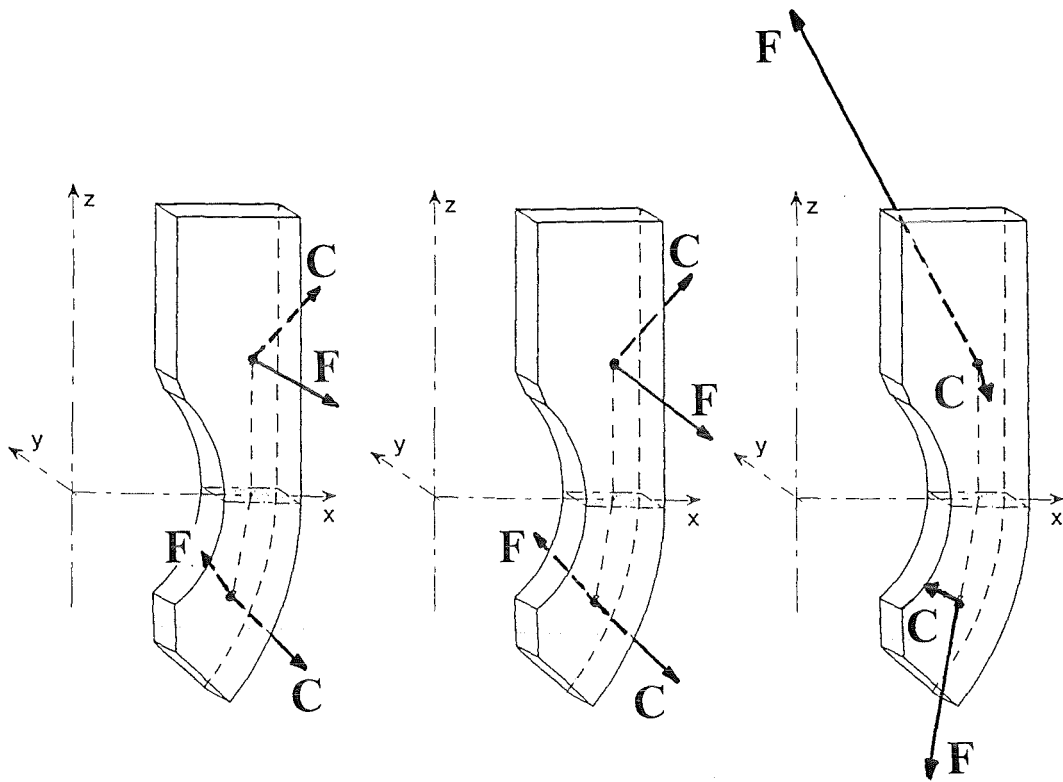
Satz Nr.	Nichtmagnetischer Stahl				MANET				% Änderung des Betrags
	F_x	F_y	F_z	Betrag	F_x	F_y	F_z	Betrag	
1	-734	33	58	737	-1209	52	275	1241	68
2	-83	-6	-101	131	-279	11	-31	281	114
3	323	9	49	327	400	33	72	408	25
4	-1120	116	592	1272	-1389	221	735	1587	25
5	602	69	529	805	738	131	671	1006	25
6	1271	13	74	1273	1535	74	94	1540	21
7	-230	0	-152	276	-225	6	-117	254	-8
8	27	11	59	66	30	14	59	68	3
9	-8445	-506	-5876	10301	-8441	-796	-6607	10748	4
10	5331	-1541	-5818	8041	5690	-2019	-6596	8942	11
11	1180	-31	-77	1183	1276	69	-104	1282	8
12	-310	28	30	313	-490	50	84	500	60
13	-142	-14	-202	247	-87	-15	-142	168	-32
14	184	9	-5	184	213	18	-2	214	16
15	-533	-35	-261	595	-829	-44	-325	892	50
16	164	-97	-346	395	25	-133	-413	435	10
17	-4792	-651	-5335	7201	-4862	-915	-5503	7400	3
18	6647	-2314	-8219	10821	6752	-3083	-8692	11430	6
19	-3737	-349	-3389	5056	-4768	-499	-4554	6613	31
20	5972	-1268	-3642	7110	8421	-1749	-5776	10360	45
21	111	-17	-91	145	186	-11	-121	223	54

Diese Werte beziehen sich auf das Ende des Plasmastromabbruchs, wenn die Kräfte ihre maximalen Werte erreichen. Man kann erkennen, daß der Anstieg des Betrags an den Seitenwänden, wo die stärkeren Kräfte wirken und die höchsten Spannungen erwartet werden, auf 11% begrenzt ist.

Abb. 35 stellt die auf die Struktur wirkenden Kräfte und Drehmomente, die auf die Lorentz-Kräfte zurückzuführen sind, in bezug auf die äquatoriale Sektion des Segments dar. Die Werte dieser Kräfte und Drehmomente werden als Resultanten in dem Schwerpunkt der Sektion berechnet und beziehen sich auf die Kraftbeiträge des unteren (U) bzw. oberen (O) Segmentteils; dabei werden gleichzeitig die Kräfte und die Drehmomente für eine ferromagnetische und eine nichtmagnetische Struktur [49] am Ende des Plasmaabbruchs verglichen. Die aufgelisteten Komponenten der Kräfte und der Drehmomente zeigen, daß in beiden Fällen ein sehr starkes Biegemoment um die X-Achse (Biegung in toroidaler Richtung) in der ganzen Struktur wirkt. Ebenfalls wirkt ein starkes Verdrehmoment um die vertikale Achse, das für den unteren Teil des Segments negativ, für den oberen Teil dagegen positiv ist. Die Werte sind dabei für ferromagnetisches Strukturmaterial höher.

2. Magnetisierungskräfte. Der zweite Beitrag zu den auf das Außensegment wirkenden Kräften und Drehmomenten, der aus der Wechselwirkung zwischen der Magnetisierung und der magnetischen Flußdichte entsteht, kommt bei nichtmagnetischem Strukturmaterial nicht vor. Diese Kräfte werden von dem Gradienten des Magnetfelds, und zwar von dem der toroidalen und poloidalen externen statischen Magnetfelder bestimmt. Daraus ergibt sich, daß diese Kräfte beim Auftreten eines Plasmaabbruchs schon auf das Blanketsegment wirken, und daß die Lorentz-Kräfte dazukommen.

In gleicher Weise wie für die Lorentz-Kräfte werden in Abb. 35 die resultierenden Magnetisierungskräfte und -drehmomente am Ende des Plasmaabbruchs für die von der äquatorialen Sektion unterteilten oberen und unteren Segmentteile dargestellt und die entsprechenden skalaren Komponenten aufgelistet. In diesem Fall wirken hauptsächlich zwei Kräfte auf das Segment: Die eine wirkt in radialer Richtung und versucht, das Außenblanketsegment zur Torus-Achse zu ziehen. Die andere, in vertikaler Richtung, ist negativ für den unteren Teil des Segments und positiv für den oberen Teil, so daß sie als eine Zugkraft auf das Segment wirkt.



	Nichtmagnetischer Stahl		MANET			
	Lorentz-Kräfte		Lorentz-Kräfte		Magnetisierungskräfte	
O	$F_x = 1.1$	$C_x = 30.4$	$F_x = 0.8$	$C_x = 38.0$	$F_x = -3.9$	$C_x = -10.4$
	$F_y = -2.4$	$C_y = 7.1$	$F_y = -3.6$	$C_y = 10.2$	$F_y = 3.8$	$C_y = -16.1$
	$F_z = -0.2$	$C_z = 22.6$	$F_z = -0.7$	$C_z = 25.8$	$F_z = 13.7$	$C_z = -0.6$
U	$F_x = 1.0$	$C_x = 24.0$	$F_x = 0.7$	$C_x = 27.5$	$F_x = -2.4$	$C_x = 0.5$
	$F_y = 2.5$	$C_y = -4.9$	$F_y = 2.8$	$C_y = -6.1$	$F_y = -1.5$	$C_y = 9.8$
	$F_z = -0.1$	$C_z = -23.0$	$F_z = 0.9$	$C_z = -25.1$	$F_z = -5.7$	$C_z = -0.8$

Abbildung 35. Lorentz-Kräfte und Magnetisierungskräfte. Sowohl die Lorentz-Kräfte für eine nichtmagnetische Struktur [49] (links) und eine Struktur aus MANET (Mitte) als auch die Magnetisierungskräfte (rechts) werden am Ende des Plasmaabbruchs dargestellt. Die Resultanten der Kräfte (**F**) und der Drehmomente (**C**) werden in dem Schwerpunkt der äquatorialen Sektion des Segments berechnet und beziehen sich auf die Kraftbeiträge des unteren (U) bzw. oberen (O) Segmentteils. Die Werte werden in MN (für **F**) und MNm (für **C**) ausgedrückt.

Tabelle 3. Gesamte Lorentz-Kräfte und Magnetisierungskräfte. Die Resultanten der Kraft und des Drehmoments, die am Ende des Plasmastromabbruchs auf den Schwerpunkt des Außenblanketsegments wirken, werden, jeweils als Beiträge der Lorentz-Kraft und der Magnetisierungskraft unterteilt, dargestellt. Für den Lorentz-Kraft-Beitrag wird ein Vergleich mit dem entsprechenden Beitrag mit nichtmagnetischem Strukturmaterial [49] gemacht. Die Werte sind in MN für die Kräfte und in MNm für die Drehmomente ausgedrückt.

Nichtmagnetischer Stahl		MANET			
Lorentz-Kräfte		Lorentz-Kräfte		Magnetisierungskräfte	
$F_X = 2.1$	$C_X = 54.5$	$F_X = 1.5$	$C_X = 64.3$	$F_X = -6.3$	$C_X = -6.5$
$F_Y = 0.1$	$C_Y = -0.8$	$F_Y = -0.8$	$C_Y = 1.8$	$F_Y = 2.3$	$C_Y = -0.6$
$F_Z = -0.2$	$C_Z = -2.2$	$F_Z = 0.2$	$C_Z = 0.3$	$F_Z = 8.1$	$C_Z = -0.4$

Die Entstehung dieser Kräfte läßt sich erklären, indem man den Verlauf des Gradienten der magnetischen Flußdichte, die in Abb. 33 und Abb. 34 dargestellt ist, betrachtet. Die resultierende Verteilung der Magnetisierungskräfte auf der Struktur unterscheidet sich völlig von der der Lorentz-Kräfte; dabei werden hauptsächlich die Teile des Außenblanketsegments in der Nähe der Poloidalfeldspulen (z. B. die horizontale Abschirmung) belastet.

Die Komponenten der Resultanten am Ende des Plasmaabbruchs für die Kraft und das Drehmoment, die auf den Schwerpunkt des Außenblanketsegments wirken, werden in Tabelle 3, jeweils als Beiträge der Lorentz-Kraft und der Magnetisierungskraft unterteilt, dargestellt. Für den Lorentz-Kraft-Beitrag wird ein Vergleich mit dem entsprechenden Beitrag mit nichtmagnetischem Strukturmaterial [49] gemacht. Das Verhalten der Kräfte und Drehmomente ist in beiden Fällen ähnlich. Bei ferromagnetischem Strukturmaterial steigen jedoch die Werte des Biege- und des Verdrehmoments wegen der Anwesenheit der magnetisierten Blanketsegmente, die seitlich neben dem untersuchten Außenblanketsegment stehen. Man kann nämlich die 47 Blanketsegmente, die auf der Außenseite des Torus liegen, als einen magnetischen Kreis ansehen, in dessen Luftspalt sich das untersuchte Blanketsegment unter Einfluß des Luftspaltfelds befindet. Dieses Feld addiert sich zu den anderen externen Magnetfeldern.

FESTIGKEITSANALYSE Der Code AENEAS wurde als Bestandteil in das im FZK entwickelte Programmsystem DEMETRA [50] eingefügt. Mittels dieses Programmsystems werden die Ergebnisse der elektromagnetischen Analyse bearbeitet und für verschiedene Anwendungen, wie z. B. Grafische Visualisierung und Festigkeitsanalyse, benutzt.

In diesem Zusammenhang wurden die mittels AENEAS berechneten Kraft- und Drehmomentverteilungen auf der Struktur für die Lorentz-Kräfte und die Magnetisierungskräfte in DEMETRA bearbeitet und als Input für die Durchführung einer Festigkeitsanalyse mit dem Code ABAQUS für ein Außenblanketsegment benutzt. Da diese Analyse nicht Teil dieser Arbeit ist, werden hier nur die Ergebnisse der Auswertung (nach der in [14] beschriebenen Methode) der berechneten mechanischen Spannungen zur Überprüfung der Integrität der Struktur nach den ASME-Normen [51] dargelegt [49]. Das verwendete Finite-Elemente-Modell wie auch die für die Berechnung benutzten Randbedingungen sind in [50] zu finden.

Die durch äußere Belastungen hervorgerufenen Spannungen werden als Primärspannungen bezeichnet. Dabei erfährt die Belastung keine Veränderung durch eine Verformung der Struktur, d. h. diese Spannungen begrenzen sich selbst nicht und bei Überschreitung der Streckgrenze entstehen große plastische Verformungen oder es kommt zum Bruch. Die Primärspannungen können vereinfachend in eine mittlere Membranspannung P_m , die konstant über dem Querschnitt ist, und eine Biegespannung, die linear über den Querschnitt verläuft und durch die Randfaserspannung P_b charakterisiert wird, aufgeteilt werden.

Abb. 36 zeigt für vier Fälle den prozentualen Anteil der Segmentfläche, deren primäre Membranspannungen P_m in den angegebenen Bereichen für den Faktor f liegen, wobei f als Verhältnis zwischen den berechneten Werten und der maximal zulässigen Spannung S_M definiert ist. Nach den ASME-Normen muß f kleiner als Eins sein. Die vier Kräfteverteilungen, für die eine Festigkeitsanalyse durchgeführt wurde, sind im folgenden mit dem verwendeten Rechenprogramm in Klammern aufgelistet:

- OUTB Die Lorentz-Kräfteverteilung am Ende des Plasmastromabbruchs für eine nichtmagnetische Struktur (CARIDDI/FZK) [49].
- JB20 Die Lorentz-Kräfteverteilung am Ende des Plasmastromabbruchs für eine Struktur aus MANET (AENEAS).

ASME Normen - P_m

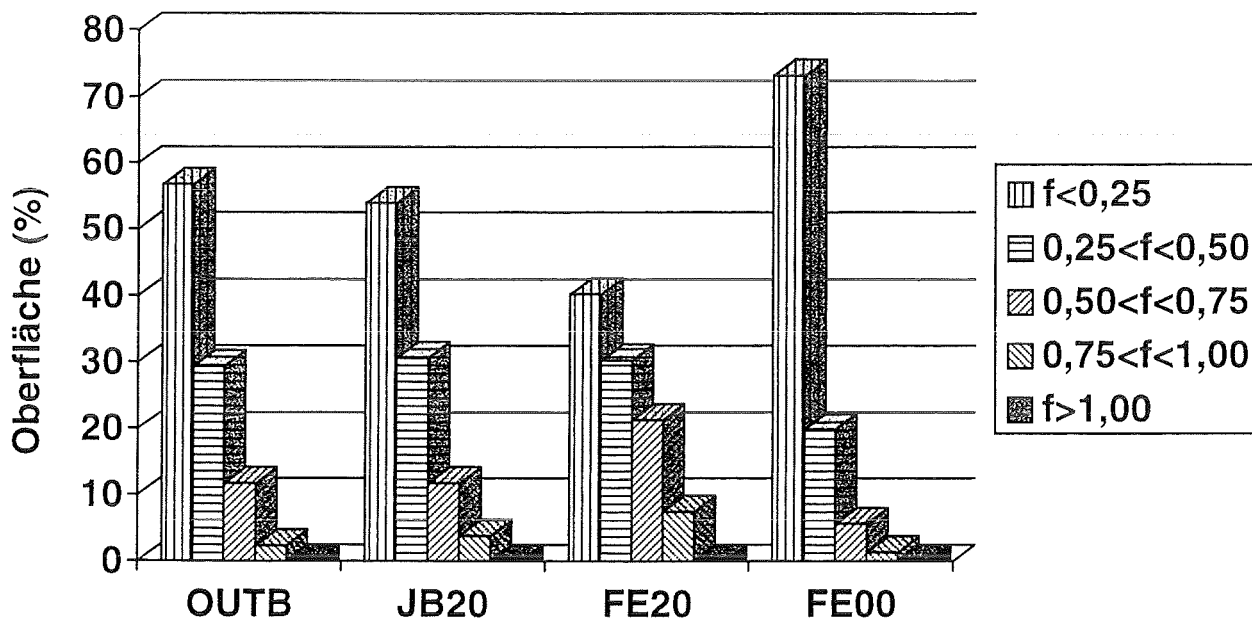


Abbildung 36. ASME-Normen: primäre Membranspannungen [49]. Die prozentualen Anteile der Segmentfläche, deren primäre Membranspannungen P_m in den angegebenen Bereichen für den Faktor f liegen, wobei f als Verhältnis zwischen den berechneten Werten und der maximal zulässigen Spannung S_M definiert ist, werden für vier Fälle gezeigt.

ASME Normen - $P_m + P_b$

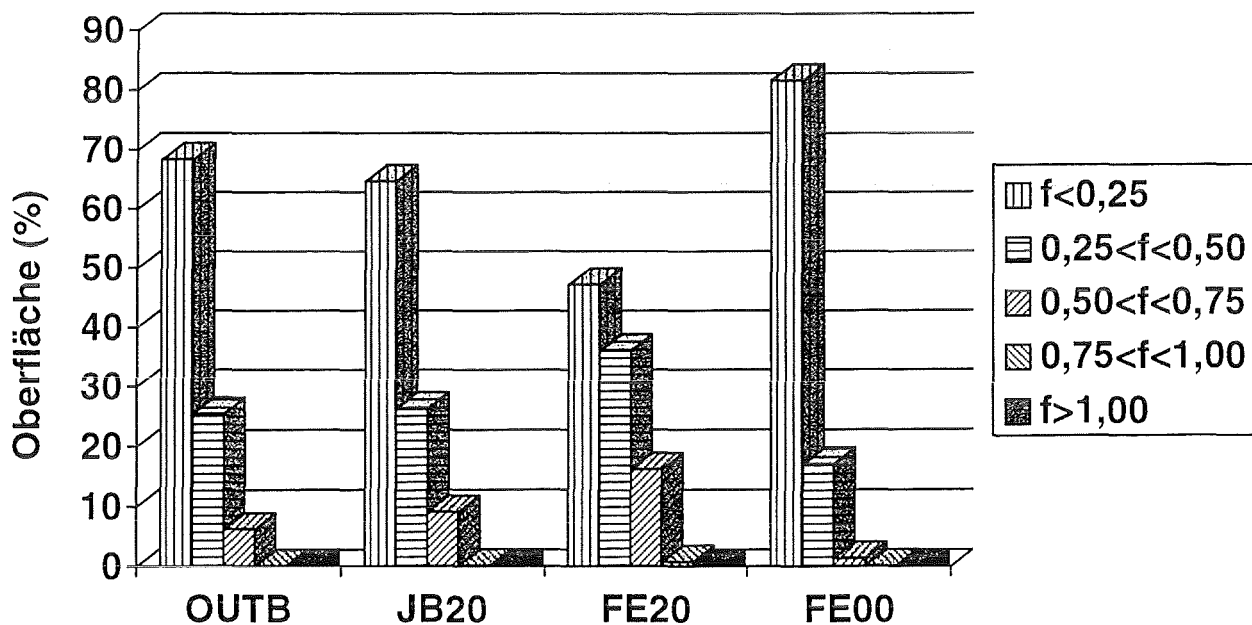


Abbildung 37. ASME-Normen: gesamte Primärspannungen [49]. Die prozentualen Anteile der Segmentfläche, deren Primärspannungen $P_m + P_b$ in den angegebenen Bereichen für den Faktor f liegen, wobei f als Verhältnis zwischen den berechneten Werten und der 1,5-fachen maximal zulässigen Spannung S_M definiert ist, werden für vier Fälle gezeigt.

- FE20 Die gesamte Kräfteverteilung (Lorentz-Kräfte und Magnetisierungskräfte) am Ende des Plasmastromabbruchs für eine Struktur aus MANET (AENEAS).
- FE00 Die Verteilung der Magnetisierungskräfte vor dem Auftreten eines Plasmastromabbruchs für eine Struktur aus MANET (AENEAS).

Die Resultate der Festigkeitsanalyse zeigen, daß die Bedingungen der ASME-Normen trotz der höheren mechanischen Belastung in einer ferromagnetischen Struktur (FE20) im Vergleich zu der in einer nichtmagnetischen (OUTB) erfüllt werden. Die höhere Belastung ist nicht nur auf den Beitrag der Lorentz-Kräfte (JB20) zurückzuführen, sondern auch auf den Beitrag der Magnetisierungskräfte, der schon vor dem Plasmaabbruch die Struktur belastet (FE00).

Die gleichen Bemerkungen kann man für die gesamten Primärspannungen $P_m + P_b$, deren Werte in Abb. 37 gezeigt werden, machen. Dabei müssen diese nach den ASME-Normen kleiner als $1.5 S_M$ sein.

Zusammenfassend ergibt sich aus der Auswertung der berechneten mechanischen Spannungen, daß bei Auftreten eines Plasmastromabbruchs die mechanische Integrität eines Außenblanketsegments des FZK-Feststoffblanketentwurfs für DEMO trotz der zusätzlichen mechanischen Belastung, die auf die Anwesenheit ferromagnetischen Strukturmaterials zurückzuführen ist und nur mittels des Code AENEAS berücksichtigt werden kann, nach den ASME-Normen gewährleistet ist.

KAPITEL 6

ZUSAMMENFASSUNG

Der im FZK für den DEMO-Fusionsreaktor entwickelte Feststoffblanketentwurf sieht die Verwendung des martensitischen Stahls MANET aufgrund seines besseren mechanischen Verhaltens unter Neutronenbestrahlung im Vergleich zu den austenitischen Stählen als Strukturmaterial vor. Da der Stahl MANET ein nichtlineares ferromagnetisches Verhalten aufweist, stehen die folgenden Fragen im Mittelpunkt,

- welches magnetische Verhalten für das sich unter Einfluß starker Magnetfelder befindende Material bei Eintritt eines Plasmastromabbruchs charakteristisch ist;
- welchen Effekt das magnetische Verhalten des Strukturmaterials auf die durch den Plasmaabbruch entstandenen elektromagnetischen Kräfte im Vergleich zu denen bei nichtmagnetischem Strukturmaterial hat.

Die Beantwortung dieser Fragen war das Ziel dieser Arbeit. Die Ausgangssituation war folgende:

- Die magnetischen Eigenschaften von MANET waren bisher unbekannt und aus den verfügbaren Daten ähnlicher Stähle abgeschätzt.
- Keine Abschätzung des obengenannten Effekts war bisher durchgeführt worden. Nur Ergebnisse elektromagnetischer Analysen für nichtmagnetische Materialien waren vorhanden. Außerdem war kein Rechenprogramm für elektromagnetische Berechnungen in Anwesenheit nichtlinearen ferromagnetischen Strukturmaterials verfügbar.

Demzufolge wurde der Arbeitsplan so aufgebaut:

- Im Auftrag des FZK wurde das magnetische Verhalten von MANET am Institut für Werkstoffe der Elektrotechnik der RWTH Aachen untersucht.
- Die Ergebnisse der Messung wurden in bezug auf die Betriebsbedingungen des Reaktors analysiert.

- Ausgehend vom Code CARIDDI/FZK wurde ein Rechenprogramm, das die Wirbelströme und die elektromagnetischen Kräfte durch einen Plasmaabbruch in ferromagnetischen Strukturen berechnen kann, entwickelt.
- Dieses neue Rechenprogramm, AENEAS genannt, wurde durch die Studie eines magnetostatischen und eines transienten nichtlinearen Problems validiert.
- Die Anwendung von AENEAS erfolgte schließlich mit der Durchführung einer elektromagnetischen Analyse für das Außenblanketsegment des im FZK entwickelten DEMO-Feststoffblanketentwurfs im Referenz-Falle eines Plasmastromabbruchs. Die dadurch berechnete Kräfteverteilung wurde als Input für die Durchführung einer Festigkeitsanalyse benutzt.

Im Hinblick auf die magnetischen Eigenschaften des Stahls MANET läßt sich aus den Ergebnissen folgendes schließen:

- Das Material ist für einen sehr niedrigen Wert der magnetischen Feldstärke (24 kA/m) magnetisch völlig gesättigt mit einem Sättigungswert für die Magnetisierung, der 1.645 Tesla entspricht.
- Da in DEMO ein statisches toroidales Magnetfeld von ca. 4800 kA/m auf das Außenblanketsegment wirkt, sind die magnetische Hysterese und die durch den Herstellungs- und den Verarbeitungsprozeß bewirkte magnetische Anisotropie ohne Bedeutung für die Studie der elektromagnetischen Effekte eines Plasmaabbruchs auf die Blanketstruktur.
- Man kann aus diesem Grund das Material als magnetisch anhysteretisch und isotrop betrachten, so daß seine magnetischen Eigenschaften durch eine einwertige nichtlineare Magnetisierungskurve ausgedrückt werden können.

Für die Entwicklung des Code AENEAS wurde das transiente Problem für Wirbelströme mathematisch (und dann numerisch) neu formuliert, um die Anwesenheit magnetisch durchlässigen Materials berücksichtigen zu können. Dabei wurde folgendermaßen vorgegangen:

- Addition des Beitrags, der auf die Magnetisierung zurückzuführen ist, zu dem magnetischen Vektorpotentialterm in der Wirbelstromgrundgleichung.
- Kopplung einer Materialgleichung, die der mathematischen Modellierung der Magnetisierungskurve entspricht, für die Berechnung der Magnetisierung.

- Entwicklung eines Verfahrens zur iterativen Lösung des gekoppelten Systems.
- Entwicklung analytischer Ausdrücke (s. Anhang) für eine genaue Berechnung der Magnetfelder, erforderlich für eine zuverlässige iterative Lösung des Problems.
- Entwicklung einer neuen Methode zur Berechnung der Kräfte, die durch Wechselwirkung zwischen Magnetisierung und magnetischer Flußdichte entstehen.

Der auf diese Weise neu entstandene Code wurde auf die Untersuchung zweier nichtlinearer Probleme, für die experimentelle Vergleichsergebnisse verfügbar waren, erfolgreich angewendet. Dabei wurde insbesondere festgestellt, daß

- der Code auch auf Fälle angewendet werden kann, für die eine sehr hohe Genauigkeit in der Berechnung der Felder erforderlich ist (ferromagnetische Platten);
- der Code, ursprünglich nur für Probleme mit magnetisch völlig gesättigtem Material gedacht, seine Anwendbarkeit für ein Wirbelstrom-Problem bewiesen hat, für das ein magnetisch stark durchlässiges und am Anfang unmagnetisiertes Material vorhanden war.

Diese Ergebnisse lassen den Schluß zu, daß der Code AENEAS auf einen breiten Bereich elektromagnetischer Probleme angewendet werden kann.

Die mittels des Code AENEAS durchgeführte elektromagnetische Analyse für ein Außenblanketsegment des im FZK entwickelten DEMO-Feststoffblanketentwurfs im Falle eines Referenz-Plasmaabbruchs hat hinsichtlich des Endes des Plasmastromabbruchs, wenn die maximalen Wirbelströme und Lorentz-Kräfte erreicht werden, und im Vergleich zu dem Fall nichtmagnetischen Strukturmaterials die folgenden Ergebnisse geliefert:

- Der Verlauf und die Verteilung der Wirbelströme ändern sich nur leicht, wenn man die Anwesenheit ferromagnetischen Strukturmaterials betrachtet.
- Die magnetische Flußdichte steigt in der ferromagnetischen Struktur praktisch nur in der toroidalen Richtung, in der das Material völlig gesättigt ist, während sich ihre Komponente in poloidaler Richtung kaum ändert.

- Die auf die Struktur wirkenden Kräfte und Drehmomente können in zwei verschiedene Beiträge unterteilt werden:
 1. Für den Lorentz-Kräfte-Beitrag, der durch die Wechselwirkung zwischen Wirbelstromdichte und magnetischer Flußdichte entsteht, steigt in der ferromagnetischen Struktur der Betrag von Kräften und Drehmomenten, während die Richtung praktisch unverändert bleibt. Der Anstieg an den Seitenwänden, wo die stärkeren Kräfte wirken und die höchsten Spannungen erwartet werden, ist auf 11% begrenzt. Als gesamter Effekt der Lorentz-Kräfte wirken auf das Außenblanketsegment ein Biegemoment um die radiale Achse (Biegung in toroidaler Richtung) und ein Verdrehmoment um die vertikale Achse, deren Werte für ferromagnetisches Strukturmaterial höher sind.
 2. Die Magnetisierungskräfte, die aus der Wechselwirkung zwischen Magnetisierung und magnetischer Flußdichte entstehen, kommen bei nicht-magnetischem Strukturmaterial nicht vor. Diese Kräfte wirken auf die Struktur unabhängig von dem Auftreten eines Plasmaabbruchs und werden von dem Gradienten der toroidalen und poloidalen externen statischen Magnetfelder bestimmt. Auf die gesamte Struktur wirken hauptsächlich zwei resultante Kräfte: Die eine wirkt in toroidaler Richtung und versucht, das Segment zur Torusachse zu ziehen. Die andere, in vertikaler Richtung, wirkt auf das Segment als eine Zugkraft.

Der aus der vorliegenden Arbeit resultierende Code AENEAS wurde in das im FZK entwickelte Programmsystem DEMETRA eingefügt. Basierend auf eine mittels AENEAS berechnete Kräfteverteilung wurde mit DEMETRA eine Festigkeitsanalyse für das Außenblanketsegment des DEMO-Feststoffblanketentwurfs durchgeführt. Aus der Auswertung der berechneten mechanischen Spannungen ergab sich, daß bei Auftreten eines Plasmaabbruchs die mechanische Integrität der Struktur trotz der zusätzlichen mechanischen Belastung, die auf die Anwesenheit ferromagnetischen Strukturmaterials zurückzuführen ist, nach den ASME-Normen gewährleistet ist.

Schließlich besteht mit dem Code AENEAS die Möglichkeit, elektromagnetische Analysen in Anwesenheit ferromagnetischen Materials sowohl für spezifische Anwendungen im Kernfusionsbereich als auch für allgemeine elektromagnetische Probleme durchzuführen.

Nomenklatur

Obwohl sämtliche benutzten Symbole im laufenden Text erläutert werden, seien nachfolgend die wichtigsten von ihnen zusammengestellt.

Es liegt immer ein rechtsorientiertes kartesisches Koordinatensystem zugrunde, wobei x , y , z die kartesischen Koordinaten des Systems darstellen, und die Grundvektoren \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} die Richtungen der Koordinatenachsen. Durch einen Strich werden Quellpunkte von Aufpunkten unterschieden. Ferner werden die Einheiten der Größe durch das Internationale Einheitensystem (SI) ausgedrückt.

Für eine beliebige Größe Y stellt als allgemeine Kennzeichnung \mathbf{Y} einen Raumvektor, Y_x seine X -Komponente und Y seinen Betrag dar; durch $[\mathbf{Y}]$, $\{Y\}$ und \tilde{Y} werden eine Matrix (mit Koeffizienten Y_{ij}) bzw. ein Spaltenvektor (mit Koeffizienten Y_i) und ein Tensor gekennzeichnet.

A	magnetisches Vektorpotential [$Wb\ m^{-1}$]
B	magnetische Flußdichte [T (Tesla) = $Wb\ m^{-2}$]
C	Drehmoment [$N\ m$]
$d\tau$, dS	Volumen- bzw. Flächenelement
F	Kraft [N]
H	magnetische Feldstärke [$A\ m^{-1}$]
J	Wirbelstromdichte [$A\ m^{-2}$]
L	Induktivität [H (Henry) = $Wb\ A^{-1}$]
M	Magnetisierung [$A\ m^{-1}$]
n	äußere Oberflächennormale
R	elektrischer Widerstand [Ω]
r , r'	Ortsvektor für den Aufpunkt bzw. für den Quellpunkt [m]
t	Zeit [s]
V	elektromotorische Kraft [V]
β	Relaxationsparameter für das Iterationsverfahren
η	spezifischer elektrischer Widerstand [$\Omega\ m$]
δ_{ij}	Kronecker-Symbol (= 0, wenn $i \neq j$; = 1, wenn $i = j$)
μ_0	magnetische Feldkonstante; = $4\pi\ 10^{-7}$ [$H\ m^{-1}$]
ϕ	elektrisches skalares Potential [V]

χ	magnetische Suszeptibilität
$\mathbf{1}, [1]$	Einheitsvektor bzw. Einheitsmatrix
∇	Differentialvektor, $\mathbf{i} \partial/\partial x + \mathbf{j} \partial/\partial y + \mathbf{k} \partial/\partial z$
∇^2	Laplace-Operator
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	inneres Produkt zweier Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b}
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$	äußeres Produkt zweier Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b}

INDIZES

c	konstant während des Iterationsverfahrens
e	extern
G	Gaußpunkt
J	Wirbelstrom
M	Magnetisierung
0	Vakuum

ABKÜRZUNGEN

AENEAS	Advanced Eddy-current Nonlinear Electromagnetic Analysis System
ASDEX-U	Axial Symmetric Divertor Experiment - Upgrade
CPU	Central Processing Unit
DEMO	Demonstration Reactor
EMC	Equivalent Magnetizing Current
FZK	Forschungszentrum Karlsruhe (ehem. KfK)
ITER	International Thermonuclear Experimental Reactor
MANET	Martensitic for NET
NET	Next European Torus
RWTH	Rhein.-Westf. Technische Hochschule
SI	Internationales Einheitensystem
SOR	Successive Overrelaxation
TEAM	Testing Electromagnetic Analysis Methods
2D, 3D	zwei- bzw. dreidimensionale

Literaturverzeichnis

- [1] H. Knöpfel, Basic Principles of Fusion Power. In: G. Casini (Ed.), Engineering Aspects of Thermonuclear Fusion Reactors, Harwood, 1981, pp. 3-26.
- [2] P.-H. Rebut, ITER: The First Experimental Fusion Reactor, *Fusion Engineering and Design* **27** (1995) 3-16.
- [3] Test Blanket Advisory Group, European Community Fusion Programme Status Report, FTSC-P(91), 1991, p. 9.4.
- [4] R. Albanese, E. Coccoresse, R. Martone, G. Rubinacci, Advances in Electromagnetic Design of Fusion Devices, *IEEE Transactions on Magnetics* **29** (1993) 2353-2358.
- [5] R. Klingelhöfer, W. Maurer, Plasmaphysikalische Grundlagen des Fusionsreaktors, In: Kernfusion, Forschung und Entwicklung, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1991, pp. 7-15.
- [6] L. R. Turner, Electromagnetic Computations for Fusion Devices, *IEEE Transactions on Magnetics* **26** (1990) 847-852.
- [7] R. Albanese, G. Rubinacci, Formulation of the Eddy-Current Problem, *IEE Proceedings* **137A** (1990) 16-22.
- [8] L. Bottura, R. Albanese, L. V. Boccaccini, R. Fresa, J. Gernhardt, O. Gruber, R. Martone, U. Seidel, W. Woyke, Eddy Current Codes Validation Against Electromagnetic Transients in ASDEX-Upgrade. In: C. Ferro, M. Gasparotto, H. Knöpfel (Eds.), FUSION TECHNOLOGY 1992, Elsevier, 1993, pp. 699-703.
- [9] S. N. Rosenwasser, P. Miller, J. A. Dalessandro, J. M. Rawls, W. E. Toffolo, W. Chen, The Application of Martensitic Stainless Steels in Long Lifetime Fusion First Wall / Blankets, *Journal of Nuclear Materials* **85 & 86** (1979) 177-182.
- [10] T. Lechtenberg, C. Dahms, An Assessment of Magnetic Effects in Ferromagnetic Martensitic Steels for Use in Fusion Machines, Proceedings of the Topical Conference on Ferritic Alloys for Use in Nuclear Energy Technologies, Snowbird, Utah, 1983, pp. 179-183.

- [11] N. Mitchell, G. Pasotti, M. V. Ricci, Electromagnetic Effects of the Use of Ferromagnetic Materials within the NET Machine, Proceedings of the 14th Symposium on Fusion Technology, Avignon, France, 1986, pp. 699-705.
- [12] T. Ohira, T. Takagi, K. Miya, T. Horie, Y. Seki, Magnetic Field Perturbation and Magnetic Stress Analysis due to a Ferromagnetic First Wall, *IEEE Transactions on Magnetics* 26 (1990) 379-382.
- [13] M. Dalle Donne et al., European DEMO BOT Solid Breeder Blanket, KfK 5429, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1994.
- [14] L. V. Boccaccini, Berechnung der elektromagnetischen Kräfte im Blanket eines Tokamakreaktors beim Plasmastromabbruch und Bestimmung der dadurch hervorgerufenen mechanischen Spannungen, KfK 4757, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1990.
- [15] M. Koizumi, M. Onizawa, Computational Method of Three Dimensional Eddy Current by Using Volume Integral Equation Method, *IEEE Transactions on Magnetics* 27 (1991) 4077-4080.
- [16] L. Kettunen, L. R. Turner, A Volume Integral Formulation for Nonlinear Magnetostatics and Eddy Currents Using Edge Elements, *IEEE Transactions on Magnetics* 28 (1992) 1639-1642.
- [17] M. Gimignani, A. Musolino, M. Raugi, Integral Formulation for Nonlinear Magnetostatic and Eddy Currents Analysis, *IEEE Transactions on Magnetics* 30 (1994) 3024-3027.
- [18] R. Albanese, F. I. Hantila, G. Rubinacci, A Nonlinear Eddy Current Integral Formulation in Terms of a Two-Component Current Density Vector Potential, 10th COMPUMAG, Berlin, Germany, 1995, wird veröffentlicht.
- [19] L. Egnell, N. G. Persson, On the Creep Properties of Sandvik HT7 and HT9. In: S. F. Pugh, E. A. Little (Eds.), Ferritic Steels for Fast Reactor Steam Generators, Vol. 1, BNES, London, 1978, pp. 212-216.
- [20] N. Yamanouchi, M. Tamura, H. Hayakawa, A. Hishinuma, T. Kondo, Accumulation of Engineering Data for Practical Use of Reduced Activation Ferritic Steel: 8%Cr-2%W-0.2%V-0.04%Ta-Fe, *Journal of Nuclear Materials* 191-194 (1992) 822-826.
- [21] K. Ehrlich, unveröffentlichter Bericht, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1986.

- [22] M. Rieth, B. Dafferner, H. D. Röhrig, C. Wassilew, Charpy Impact Properties of Martensitic Steel (MANET-I) before and After Neutron Exposure, *Fusion Engineering and Design* **29** (1995) 365-370.
- [23] K. Miya, T. Rizawa, K. Someya, Analysis of the Magnetomechanical Behavior of a Ferromagnetic Beam Plate, *Fusion Engineering and Design* **5** (1987) 167-180.
- [24] T. Takagi, J. Tani, Y. Matsubara, I. Mogi, Experiment on Dynamic Behaviour of Fusion Structural Components under Strong Magnetic Field and its Numerical Evaluation. In: Y. Crutzen, V. Coccoresse (Eds.), Proceedings of the Third International Workshop on Electromagnetic Forces and Related Effects on Blankets and Other Structures Surrounding the Fusion Plasma Torus, Capri 1994, EUR 16112 EN, 1994, pp. 35-61.
- [25] K. A. Hempel, W. Salz, persönliche Mitteilung, RWTH Aachen, Januar 1995.
- [26] J. D. Kraus, Electromagnetics, McGraw-Hill, New York, 1985, p. 248.
- [27] S. Chikazumi, Physics of Magnetism, Krieger, Huntington, New York, 1978, Teil 4.
- [28] R. M. Bozorth, Ferromagnetism, Van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1968, Kap. 11.
- [29] K. A. Hempel, persönliche Mitteilung, RWTH Aachen, März 1995.
- [30] M. Kühle, Material Data Base for the NET Test Blanket Design Studies, Test Blanket Advisory Group, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1990.
- [31] J. Fischer, H. Moser, Die Nachbildung von Magnetisierungskurven durch einfache algebraische oder transzendente Funktionen, *Archiv für Elektrotechnik* **42** (1956) 286-299.
- [32] H. Akima, A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures, *Journal of ACM* **17** (1970) 589-602.
- [33] J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, New York, 1941, p. 242.
- [34] W. R. Smythe, Static and Dynamic Electricity, McGraw-Hill, New York, 1968, p. 302.
- [35] J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, New York, 1941, p. 231.
- [36] H. N. Bertram, On the Convergence of Iterative Solutions of the Integral Magnetic Field Equation, *IEEE Transactions on Magnetics* **11** (1975) 928-933.

- [37] R. Albanese, R. Martone, G. Miano, R. Rubinacci, A T Formulation for 3D Finite Element Eddy Current Computation, *IEEE Transactions on Magnetics* 21 (1985) 2299-2302.
- [38] W. F. Brown, *Magnetostatic Principles in Ferromagnetism*, North-Holland, Amsterdam, 1962, p. 50.
- [39] W. R. Smythe, *Static and Dynamic Electricity*, McGraw-Hill, New York, 1968, pp. 290-291 und 339-340.
- [40] C. J. Collie, Magnetic Fields and Potentials of Linearly Varying Current or Magnetisation in a Plane Bounded Region, *Proceedings of 1st COMPUMAG*, Oxford, U. K., 1976, pp. 86-95.
- [41] W. F. Brown, *Magnetoelastic Interactions*, Springer, Berlin, 1966, p. 54.
- [42] F. C. Moon, *Magneto-Solid Mechanics*, Wiley, New York, 1984, p. 59.
- [43] T. Kabashima, A. Kawahara, T. Goto, Force Calculation Using Magnetizing Currents, *IEEE Transactions on Magnetics* 24 (1988) 451-454.
- [44] V. Feodossiev, *Resistenza dei Materiali*, Editori Riuniti, Roma, 1977, pp. 502-515.
- [45] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, Investigation of a Model to Verify Softwares for 3-D Nonlinear Eddy Current Analysis, *IEEE Transactions on Magnetics* 26 (1990) 501-504.
- [46] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, Summary of Results for Benchmark Problem 10 (Steel Plates around a Coil). In: R. Albanese, E. Coccorese, Y. Crutzen, P. Molino (Eds.), *Proc. of the Third International TEAM Workshop*, Sorrento, 1991, EUR 14173 EN, 1992, pp. 211-221.
- [47] T. Nakata, K. Fujiwara, Results for Benchmark Problem 10 (Steel Plates around a Coil), *COMPEL* 9 (1990) 181-190.
- [48] A. Portone, persönliche Mitteilung, The NET Team, Juni 1993.
- [49] L. V. Boccaccini, persönliche Mitteilung, FZK, September 1995.
- [50] L. V. Boccaccini, Electromagnetic Forces and Stresses Caused by a Plasma Disruption in the Karlsruhe Solid Breeder Blanket, In: M. Dalle Donne, L. V. Boccaccini, Y. Crutzen (Eds.), *Proc. of 1st International Workshop on Electromag-*

netic Forces and Related Effects on Blankets and Other Structures Surrounding the Fusion Plasma Torus, Karlsruhe, 1992, EUR 14820 EN, 1992, pp. 35-61.

[51] ASME-Code, Section III, Division 1, NB-3200, "Design Conditions".

ANHANG

BERECHNUNG VON $\nabla\psi$ UND $\nabla(\nabla\psi)$

Analytische Ausdrücke für den Gradienten $\nabla\psi$ und den Tensor $\nabla(\nabla\psi)$ (Gl. (3.20), (3.27) und (3.31)) wurden durch nachfolgende Differenzierung von bereits existierenden Ausdrücken [40] für das Volumenintegral der Green-Funktion $1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ abgeleitet. Für ein 8-Knoten-Element q von Ω wird das Integral

$$\Psi_q = \int_{\Omega_q} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\tau' \quad (A.1)$$

durch rekursive Anwendung des Gaußschen Satzes auf die Green-Funktion berechnet und als Summe von aus einfachen mathematischen Funktionen bestehenden Beiträgen für jede Kante aller Flächen des Elements q ausgedrückt. In bezug auf Abb. 1 erhält man für eine beliebige Kante k einer beliebigen Fläche f [40]

$$\begin{aligned} \Psi_{q,kf} = & \frac{1}{2} \eta \zeta \ln \left(\frac{r_B + r_A + l}{r_B + r_A - l} \right) \\ & + \zeta |\zeta| \left[\tan^{-1} \left(\frac{\xi_A + r_A + |\zeta|}{\eta} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\xi_B + r_B + |\zeta|}{\eta} \right) \right]. \end{aligned} \quad (A.2)$$

Die Ortsvektoren des Aufpunkts \mathbf{r} und des Quellpunkts \mathbf{r}' haben kartesische allgemeine Koordinaten (x_1, x_2, x_3) bzw. (x'_1, x'_2, x'_3) . (ξ, η, ζ) sind die Koordinaten in einem System, das aus dem allgemeinen Koordinatensystem (X_1, X_2, X_3) durch Parallelverschiebung des Ursprungs auf den Aufpunkt \mathbf{r} und Drehung der Achsen (mit Richtungskosinussen b_{ij} , wobei i und j die Zahlen 1, 2 und 3 durchlaufen) erhalten wird, so daß die ζ -Achse senkrecht zu der ausgewählten Fläche ist, die η -Achse und die ξ -Achse senkrecht bzw. parallel zu der ausgewählten Kante sind; l stellt die Länge der Kante dar, deren Endpunkte, die mit Indizes A und B gekennzeichnet sind, den Abstand r_A und r_B von dem Ursprung des lokalen Koordinatensystems haben.

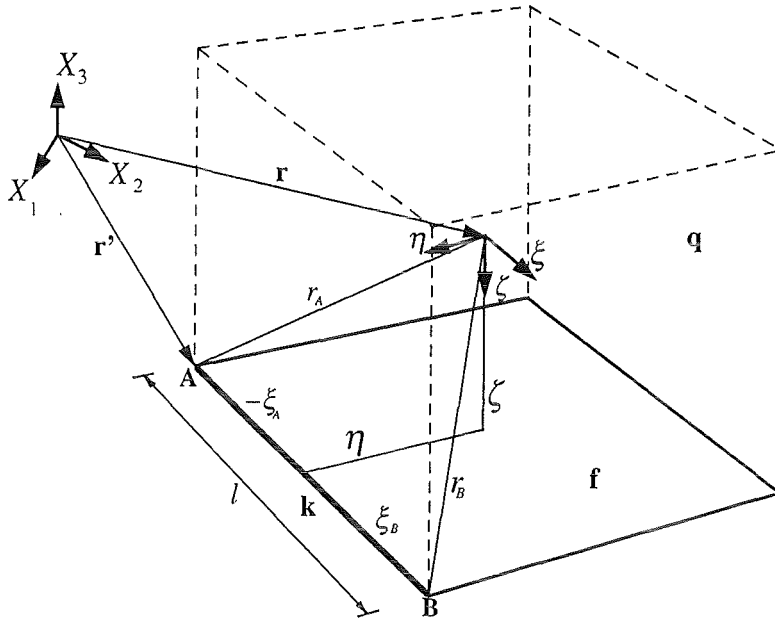


Abbildung 38. Bezeichnungen für ein 8-Knoten-Element q von Ω . Der Fall mit dem Aufpunkt innerhalb des Elements wird dargestellt.

Für die i -Komponente des Gradienten von (A.1), $\nabla\Psi_q$ erhält man durch Differenzierung von (A.2):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial\Psi_{q,kf}}{\partial x_i} = & \frac{1}{2} \left[b_{i3}\eta \ln\left(\frac{r_B+r_A+l}{r_B+r_A-l}\right) + b_{i2}\zeta \ln\left(\frac{r_B+r_A+l}{r_B+r_A-l}\right) \right] \\
 & + \frac{1}{2} \zeta \eta \left[\frac{1}{r_B+r_A+l} \left(\frac{U_i(A)}{r_A} + \frac{U_i(B)}{r_B} \right) - \frac{1}{r_B+r_A-l} \left(\frac{U_i(A)}{r_A} + \frac{U_i(B)}{r_B} \right) \right] \\
 & + 2b_{i3}|\zeta| \left[\tan^{-1}\left(\frac{\xi_A+r_A+|\zeta|}{\eta}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\xi_B+r_B+|\zeta|}{\eta}\right) \right] \tag{A.3} \\
 & + \frac{\zeta|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_A+r_A+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(b_{i1} + \frac{U_i(A)}{r_A} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_A+r_A+|\zeta|) \right) \right] \\
 & - \frac{\zeta|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_B+r_B+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(b_{i1} + \frac{U_i(B)}{r_B} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_B+r_B+|\zeta|) \right) \right].
 \end{aligned}$$

Dabei stellen $U_i(A)$ und $U_i(B)$ die i -te relative Koordinate $x_i' - x_i$ für den Endpunkt A bzw. B der Kante dar.

Bei nachfolgender Differenzierung bekommt man für die ij -Komponente des Tensors $\nabla(\nabla\Psi_q)$:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial\Psi_{q, kf}}{\partial x_i} = (a) + (b) + (c) - (d) . \quad (A.4)$$

Dabei sind

$$\begin{aligned} (a) = & \frac{1}{2} (b_{i3}\eta + b_{i2}\zeta) \left(\frac{U_j(A)}{r_A} + \frac{U_j(B)}{r_B} \right) \left(\frac{1}{r_B + r_A + l} - \frac{1}{r_B + r_A - l} \right) \\ & + \frac{1}{2} (b_{j3}\eta + b_{j2}\zeta) \left(\frac{U_i(A)}{r_A} + \frac{U_i(B)}{r_B} \right) \left(\frac{1}{r_B + r_A + l} - \frac{1}{r_B + r_A - l} \right) \\ & + \frac{1}{2} (b_{i3}b_{j2} + b_{i2}b_{j3}) \ln \left(\frac{r_B + r_A + l}{r_B + r_A - l} \right) \\ & + \frac{1}{2} \zeta\eta \left(\frac{U_i(A)}{r_A} + \frac{U_i(B)}{r_B} \right) \left(\frac{U_j(A)}{r_A} + \frac{U_j(B)}{r_B} \right) \left(\frac{1}{(r_B + r_A - l)^2} - \frac{1}{(r_B + r_A + l)^2} \right) \\ & + \frac{1}{2} \zeta\eta \left(\frac{U_j(B)U_i(B)}{r_B^3} + \frac{U_j(A)U_i(A)}{r_A^3} - \frac{\delta_{ij}}{r_B} - \frac{\delta_{ij}}{r_A} \right) \left(\frac{1}{r_B + r_A - l} - \frac{1}{r_B + r_A + l} \right) , \end{aligned} \quad (A.5)$$

$$\begin{aligned} (b) = & 2b_{i3}b_{j3}\text{sign}(\zeta) \left[\tan^{-1} \left(\frac{\xi_A + r_A + |\zeta|}{\eta} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\xi_B + r_B + |\zeta|}{\eta} \right) \right] \\ & + \frac{2b_{i3}|\zeta|}{1 + \left(\frac{\xi_A + r_A + |\zeta|}{\eta} \right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(b_{j1} + \frac{U_j(A)}{r_A} + b_{j3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{j2}}{\eta} (\xi_A + r_A + |\zeta|) \right) \right] \\ & - \frac{2b_{i3}|\zeta|}{1 + \left(\frac{\xi_B + r_B + |\zeta|}{\eta} \right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(b_{j1} + \frac{U_j(B)}{r_B} + b_{j3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{j2}}{\eta} (\xi_B + r_B + |\zeta|) \right) \right] \\ & + \frac{2b_{j3}|\zeta|}{1 + \left(\frac{\xi_A + r_A + |\zeta|}{\eta} \right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(b_{i1} + \frac{U_i(A)}{r_A} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_A + r_A + |\zeta|) \right) \right] \\ & - \frac{2b_{j3}|\zeta|}{1 + \left(\frac{\xi_B + r_B + |\zeta|}{\eta} \right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(b_{i1} + \frac{U_i(B)}{r_B} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_B + r_B + |\zeta|) \right) \right] , \end{aligned} \quad (A.6)$$

$$\begin{aligned}
(c) = & \frac{2\xi|\zeta|\left(\frac{\xi_B+r_B+|\zeta|}{\eta}\right)}{\left[1+\left(\frac{\xi_B+r_B+|\zeta|}{\eta}\right)^2\right]^2} \left[\frac{1}{\eta} b_{j1} + \frac{U_j(B)}{r_B} + b_{j3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{j2}}{\eta} (\xi_B+r_B+|\zeta|) \right] \\
& \cdot \left[\frac{1}{\eta} b_{i1} + \frac{U_i(B)}{r_B} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_B+r_B+|\zeta|) \right] \\
& + \frac{\xi|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_B+r_B+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{b_{j2}}{\eta^2} \left(b_{i1} + \frac{U_i(B)}{r_B} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_B+r_B+|\zeta|) \right) \right] \quad (A.7) \\
& + \frac{\xi|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_B+r_B+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{b_{i2}}{\eta^2} \left(b_{j1} + \frac{U_j(B)}{r_B} + b_{j3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{j2}}{\eta} (\xi_B+r_B+|\zeta|) \right) \right] \\
& + \frac{\xi|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_B+r_B+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(\frac{U_j(B)U_i(B)}{r_B^3} - \frac{\delta_{ij}}{r_B} \right) \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(d) = & \frac{2\xi|\zeta|\left(\frac{\xi_A+r_A+|\zeta|}{\eta}\right)}{\left[1+\left(\frac{\xi_A+r_A+|\zeta|}{\eta}\right)^2\right]^2} \left[\frac{1}{\eta} b_{j1} + \frac{U_j(A)}{r_A} + b_{j3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{j2}}{\eta} (\xi_A+r_A+|\zeta|) \right] \\
& \cdot \left[\frac{1}{\eta} b_{i1} + \frac{U_i(A)}{r_A} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_A+r_A+|\zeta|) \right] \\
& + \frac{\xi|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_A+r_A+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{b_{j2}}{\eta^2} \left(b_{i1} + \frac{U_i(A)}{r_A} + b_{i3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{i2}}{\eta} (\xi_A+r_A+|\zeta|) \right) \right] \quad (A.8) \\
& + \frac{\xi|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_A+r_A+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{b_{i2}}{\eta^2} \left(b_{j1} + \frac{U_j(A)}{r_A} + b_{j3}\text{sign}(\zeta) - \frac{b_{j2}}{\eta} (\xi_A+r_A+|\zeta|) \right) \right] \\
& + \frac{\xi|\zeta|}{1+\left(\frac{\xi_A+r_A+|\zeta|}{\eta}\right)^2} \left[\frac{1}{\eta} \left(\frac{U_j(A)U_i(A)}{r_A^3} - \frac{\delta_{ij}}{r_A} \right) \right].
\end{aligned}$$